universität wien

DIPLOMARBEIT

Titel der Diplomarbeit

Wiederholte Spiele mit Fehlern

angestrebter akademischer Grad

Magister/Magistra der Naturwissenschaften (Mag. rer.nat.)

Verfasserin / Verfasser:	Christian Hilbe
Matrikel-Nummer:	0348348
Studienrichtung (lt. Studienblatt):	Mathematik A405
Betreuerin / Betreuer:	Prof. Dr. Karl Sigmund

Wien, am 28.2.2008

Vorwort

Kooperation ist ein wichtiges Phänomen für eine Gesellschaft, denn viele Fortschritte werden erst durch Zusammenarbeit möglich. Es existiert jedoch eine Vielzahl von Situationen, in denen es für ein einzelnes Indivduum vorteilhaft ist, egoistisch zu handeln. Innerhalb der Spieltheorie hat sich daher ein großer Zweig herausgebildet, der es zum Ziel hat zu erklären, wieso man in Situationen, in denen Menschen wiederholt miteinander interagieren, Kooperation vorfinden kann.

Diese Diplomarbeit baut auf diese Arbeiten auf und beleuchtet in diesem Zusammenhang den Einfluss von Fehlern auf den Ausgang von Spielen - denn die Erfahrung zeigt: Fehler und Missverständnisse sind alltäglich. Dabei sind die Fehlerarten vielfältig: Bei der Umsetzung einer geplanten Handlung können Missgeschicke passieren, eine Situation kann falsch interpretiert werden oder die handelnden Personen können zufällig durch äußere Umstände an einer Aktion gehindert werden.

Das Ziel der Diplomarbeit ist, Modelle für die verschiedenen Fehlerarten auf wiederholte Spielsituationen anzuwenden, in denen für den Einzelnen ein gewisser Egoismus vorteilhaft wäre. Durch ein dynamisches Modell, die Replikatorgleichung, wird dann untersucht, wie sich der Anteil der Kooperation in der Gesellschaft entwickelt.

Ich möchte mich ganz herzlich bei Herrn Prof. Karl Sigmund für die vorbildhafte Betreuung dieser Diplomarbeit bedanken - er hat mir neue Zugänge und Sichtweisen eröffnet und sehr viel Zeit für meine Probleme geopfert - auch ein Beispiel dafür, dass Kooperation existiert.
Weiters möchte ich meinen Eltern und meinen Geschwistern für die Unterstützung und das Vertrauen in mich bedanken. Sie waren eine wertvolle Stütze.

Inhaltsverzeichnis

1 Spieltheoretische Grundlagen **5**
1.1 Ein erster Überblick 6
1.2 Das Gefangenendilemma 7
1.3 Das Snowdrift-Game 11
1.4 Wichtige Analysewerkzeuge der Spieltheorie 12

2 Wiederholte Spiele mit Fehlern **19**
2.1 Memory-1-Strategien 20
2.2 Annahmen für das wiederholte Gefangenendilemma 24
2.3 Herleitung der mittleren Auszahlung 25
2.4 Arten von Fehlern 31
2.5 Die Auszahlungsmatrix für wiederholte Spiele mit Fehlern . . 33
2.6 Probleme bei der Herleitung der Auszahlungsmatrix 39
2.7 Alternierende Spiele 43

3 Die Dynamik einer ausgewählten Spielsituation **51**
3.1 Eine Landkarte für Fehler in der Implementierung 52

4 Anhang **65**
A Auszahlungsmatrizen für die verschiedenen Spielvarianten . . 65
B Mathematica-Programm zur Herleitung der Auszahlungsmatrizen 113
C Matlab-Programm zur Erstellung von $b - \varepsilon$-Diagrammen . . . 114

Kapitel 1

Spieltheoretische Grundlagen

Dieses Kapitel soll einen ersten Überblick über die Spieltheorie bieten. Damit sollen einerseits Fragen wie "Worum geht es in der Spieltheorie?" und "Wo finde ich Spieltheorie in der realen Welt?" behandelt werden, andererseits werden die notwendigen Konzepte und Werkzeuge erklärt, die ich im späteren Verlauf benötigen werde.

1.1 Ein erster Überblick

Spiel in der Umgangssprache

Beim Wort "Spiel" fallen einem wohl zuerst Gesellschaftsspiele wie Schach oder Mühle ein, also Situationen, in denen zwei oder mehrere Spieler nach bestimmten Regeln ein Ziel erreichen wollen - nämlich das Spiel zu gewinnen. Solche Spiele sind zwar auch Teil der Spieltheorie - und oft werden sie als Prototypen oder anschauliches Beispiel für ein Problem benutzt - aber trotzdem liegt das Ziel der Spieltheorie nicht darin, Tipps für das Schachspiel zu erteilen.

Anwendungen der Spieltheorie

Im Mittelpunkt der Spieltheorie stehen ganz allgemeine Entscheidungssituationen, also Situationen, in denen ein Akteur, der Spieler, unter mehreren Handlungsalternativen, den Strategien, wählen kann. Mögliche Beispiele dafür findet man in der Ökonomie, der Politik, der Soziologie oder in der Biologie:

- Ein Unternehmen das sich überlegt wie seine Preispolitik im Vergleich zu seinen Konkurrenten aussehen soll
- Das einzelne Tier in einem Rudel, das bei etwas egoistischerem Verhalten vielleicht etwas mehr von der Beute abbekommen würde
- Eine politische Partei, die sich überlegt wie sie sich im nächsten Wahlkampf positionieren soll
- Der Straßenbahnbenutzer, der sich überlegt, schwarz zu fahren, wenn er annimmt, dass er ohnenhin nicht kontrolliert wird
- Selbst ganze Staaten können als Spieler auftreten: Der Wettbewerb unter den verschiedenen Ländern, internationale Konzerne mit Subventionen und Steuererleichterungen anzulocken, stellt eine typische Spielsituation dar. Das Wettrüsten von Staaten oder die Ausgaben eines Landes für den Klimaschutz stellen weitere Beispiele dar.

Arten von Spielen

Spiele werden nach den verschiedensten Kriterien eingeteilt. So kann man nach der Anzahl der Spieler zwischen 2-, 3- oder allgemein n-Personen-Spielen unterscheiden. Ein weiteres Kriterium ist, ob die einzelnen Spieler die gleichen Handlungsalternativen haben. Das ist z.B. bei Schere-Stein-Papier der Fall, jeder Spieler kann zwischen den gleichen Alternativen wählen. Beim Spiel "Räuber und Gendarm" hingegen hat der Gendarm andere Möglichkeiten als der Räuber.
Weiters kann man Spiele betrachten, in denen sich die möglichen Handlungsalternativen in jeder Runde ändern - wird zum Beispiel im Schach-Spiel der eigene Turm vom Gegner geschlagen, so werde ich meine zukünftigen Züge

wohl oder übel ohne diese Figur planen müssen.

Wir gehen im Folgenden von der denkbar einfachsten Situation aus: Ein 2-Personen-Spiel, das nur eine Runde lang gespielt wird. Solche Spiele kann man mit Hilfe einer Bimatrix darstellen:

Definition 1 (Normalform eines Spieles)
Wir betrachten zwei Spieler, A und B. Spieler A habe die möglichen Strategien i=1,...,n und Spieler B die möglichen Strategien j=1,...m. Die Zahl a_{ij} sei der Gewinn ("Payoff") von A, falls A die Strategie i spielt und B die Strategie j spielt. Sei b_{ij} der Gewinn von B in dieser Situation. Die Normalform des Spiels ist dann gegeben durch die Matrix:

Normalform eines Spieles

		Spieler B			
		1	*2*	...	*m*
	1	(a_{11},b_{11})	(a_{12},b_{12})	...	(a_{1m},b_{1m})
Spieler	*2*	(a_{21},b_{21})	(a_{22},b_{22})	...	(a_{2m},b_{2m})
A	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
	n	(a_{n1},b_{n1})	(a_{n2},b_{n2})	...	(a_{nm},b_{nm})

Diese Matrix ist also folgendermaßen zu interpretieren: Spielt A seine Strategie Nr. 1 und B dessen Strategie Nr. 2, so sucht man den Eintrag in der 1. Zeile und in der 2. Spalte. Die erste Zahl a_{12} gibt dann die Auszahlung an, die A bei diesem Spielverlauf erhält, die zweite Zahl b_{12} gibt die Auszahlung für B an. Spieler A wird nun seine Strategie so wählen wollen, dass sein Gewinn möglichst groß wird. Spieler B wird natürlich analog versuchen seinen Payoff zu maximieren. Wir betrachten nun die Auszahlungsmatrix für einige Beispiele.

Interpretation der Auszahlungsmatrix

1.2 Das Gefangenendilemma

Eines der wohl berühmtesten Spiele in der Spieltheorie ist das Gefangenendilemma.

Beispiel 1 (Gefangenendilemma)
Zwei Ganoven, Jimmy und Billy, werden beschuldigt, gemeinsam eine Straftat begangen zu haben. Sie werden getrennt voneinander eingesperrt und verhört. Es gibt nun für den einzelnen Gefangenen die folgenden Möglichkeiten:

Gefangenendilemma

- Wenn beide schweigen, dann reichen die Beweise der Polizei nicht für die Tat aus. Nach einer Untersuchungshaft von 1 Jahr kommen beide wieder frei

- Wenn Jimmy beginnt zu "singen", während Billy standhaft schweigt, kann Jimmy von einer Kronzeugenregelung Gebrauch machen. Er kommt in diesem Fall sofort frei, während Billy für 10 Jahre hinter Gitter muss.

- Analog kommt Billy sofort frei wenn er gesteht und Jimmy schweigt, wofür Jimmy für 10 Jahre eingesperrt würde.

- Gestehen beide, so gibt es keine Kronzeugenregelung. Das Geständnis wird aber als mildernd angesehen. Beide müssten für 5 Jahre ins Gefängnis.

Mit diesen Informationen lässt sich die folgende Auszahlungsmatrix aufstellen:

		Billy	
		C	D
Jimmy	C	(-1,-1)	(-10,0)
	D	(0,-10)	(-5,-5)

Wenn also Jimmy und Billy zusammenhalten und schweigen (C für *cooperate*), dann kommen sie beide mit einem blauen Auge davon (1 Jahr Haft). Verrät aber der eine den anderen (D für *defect*), dann hat der eine zwar einen Vorteil, wofür aber der andere büßen muss.

Versetzen wir uns nun in die Lage von Jimmy: Angenommen, er geht davon aus, dass Billy schweigt (dargestellt durch die linke Spalte der Matrix). Dann ist es für Jimmy besser, wenn er "singt", denn anstatt 1 Jahr lang in Untersuchungshaft zu sitzen, ist er sofort frei. Geht Jimmy aber davon aus, dass Billy ihn verrät, dann ist es erst recht besser für Jimmy, dass er auch gesteht, denn so kann er seine Haftstrafe noch von 10 auf 5 Jahre reduzieren. Das heißt Johnny sollte gestehen, egal was Billy tut. Die gleiche Überlegung gilt natürlich für Billy.
Insgesamt werden also beide gestehen, mit dem Ergebnis, dass beide für 5 Jahre hinter Gitter müssen. Dabei wäre es für beide besser gewesen, wenn sie einfach geschwiegen hätten.
Das Dilemma besteht also darin, dass man in einem Zustand landet, der für beide nicht optimal ist. Der optimale Zustand wird aber nicht erreicht, weil dann für beide der Anreiz bestünde, sich auf Kosten des anderen besser zu stellen.

reale Beispiele

Natürlich ist auch hier das Interesse der Spieltheoretiker nicht darauf gerichtet, ein Handbuch für angehende Häftlinge zu verfassen. Es gibt aber viele reale Sachverhalte, die dem Typus des Gefangenendilemmas entsprechen:[1]

[1] für die ersten 3 Beispiele vgl. [1], Seite 15 ff

- Zusammenarbei bei einem Projekt: Zwei Freunde arbeiten an einem Projekt. Beide sollten zusammenarbeiten (also kooperieren), so dass am Schluss eine gute Arbeit herauskommt. Einer der Freunde könnte jedoch den Anreiz haben, den anderen arbeiten zu lassen und sich selbst auf die faule Haut zu legen (also Defekt zu spielen). Wenn aber beide so denken, dann wird am Schluss das Projekt nicht fertiggestellt und womöglich bereuen dann beide, dass sie nicht mehr zusammengearbeitet haben.

- Preiskartell: Wenn alle Kartellmitglieder kooperieren, dann können sie den Preis hochhalten und jede einzelne Firma macht einen schönen Gewinn. Ein einzelnes Unternehmen könnte sich jedoch überlegen, überraschend den Preis zu senken (Defekt zu spielen) und damit zusätzliche Kunden zu gewinnen. Führen jedoch schlussendlich alle Firmen die Preissenkung durch, so sind nun die Gewinne jedes einzelnen niedriger als wenn das Kartell aufrecht erhalten worden wäre.

- Wettrüsten: Eine gute militärische Ausrüstung ist für einen Staat oft sehr kostspielig. Wenn alle Staaten auf eine umfangreiche Bewaffnung verzichten würden (also kooperieren), dann könnte sich jedes einzelne Land diese Kosten sparen. Wenn aber nun kein Staat ein gut ausgerüstetes Heer besitzt, dann könnte es für ein einzelnes Land wieder vorteilhaft sein, sich stark zu bewaffnen (also Defekt zu spielen), um so seine internationale Macht auszubauen. Rüstet aber nun jedes Land auf, so gibt es für kein Land einen Machtvorteil - übrig bleiben die höheren Kosten für den Militärbereich.

- Schwarzfahren aus spieltheoretischer Sicht: Gäbe es in Wien keine öffentlichen Verkehrsmittel, so wären die Bewohner arm dran. Es sollten also alle einen gewissen Beitrag zahlen und somit den öffentlichen Verkehr finanzieren. Sind die U-Bahnen dann aber schon durch andere finanziert, dann könnte sich ein Einzelner überlegen, auf diesen Beitrag zu verzichten - und würde es wohl auch tun, wenn er nicht damit rechnen müsste, dass er dafür bestraft wird.

Notation (Auszahlungsmatrix für symmetrische Spiele)

Auszahlungsmatrix symmetrischer Spiele

Betrachtet man die Auszahlungsmatrix des Gefangenendilemmas, so fällt auf, dass

1. beide Spieler genau die gleichen Handlungsmöglichkeiten haben, nämlich C oder D zu spielen

2. beide Spieler analoge Auszahlungen bekommen: Spielt Jonny D und Billy C, so ist Jonny frei und Billy muss für 10 Jahre hinter Gitter. Genau umgekehrt ist es natürlich, falls Billy "singt" und Johnny schweigt. Es gilt also $a_{ij} = b_{ji}$ für alle i und j.

Solche Spiele heißen symmetrisch. Offensichtlich reicht es für symmetrische Spiele aus, die Auszahlungsmatrix für nur einen Spieler aufzustellen. Das obige Gefangenendilemma wird dann durch folgende Matrix repräsentiert:

		Billy	
		C	D
Jimmy	C	-1	-10
	D	0	-5

Beispiel 2 (Allgemeine Versionen des Gefangenendilemmas)
Wir betrachten 2 Alternativen des obigen Gefangenendilemmas:

donation game

1. Donation Game: Zwei Spieler können einander etwas schenken (also C spielen) oder nicht. Dabei seien c (*costs*) die Kosten für das Geschenk und b (*benefit*) der Wert, der das Geschenk für den Beschenkten hat. Wir gehen davon aus, dass b > c. Die Auszahlungsmatrix hat für dieses Spiel folgende Form:
$$\begin{pmatrix} b-c & -c \\ b & 0 \end{pmatrix}$$
Diese Matrix besagt also: Kooperieren beide, so erhalte ich als Spieler b-c, Kooperiert man selbst, während der andere einen ausnützt, so bleibt man auf den Kosten c sitzen, usw.

Allgemeines Gefangenendilemma

2. Algemeines Gefangenendilemma: Die allgemeine Form des Gefangenendilemmas wird durch folgende Matrix beschrieben:
$$\begin{pmatrix} R & S \\ T & P \end{pmatrix}$$
Dabei steht R für *reward* (Belohnung falls beide kooperieren), S für *sucker's payment* (Der Schaden, den ich habe, falls ich kooperiere und der andere mich ausnützt), T für *temptation* (die Versuchung, den anderen auszunutzen) und P für *punishment* (die Strafe falls beide Defekt spielen). Damit diese allgemeine Form dem Typ des Gefangenendilemmas entspricht, muss T > R > P > S gelten. Dann besteht für den einzelnen der Anreiz, von einem R-Zustand abzugehen, Defekt zu spielen und damit die Auszahlung T > R zu erhalten.
Das obige Donation Game ist also ein Spezialfall des allgemeinen Gefangenendilemmas, falls $b > 0$, $c > 0$ und $b > c$ gilt.

Bei beiden Varianten erhält man wieder das gleiche Resultat: Für den einzelnen Spieler ist es besser, nicht zu kooperieren. Schlussendlich sagt die Theorie für diesen Fall immer das Eintreten einer suboptimalen Situation voraus.

Gründe für Kooperation

Trotzdem gibt es im täglichen Leben immer wieder Kooperationen. Zum Teil

wird sich das in Kapitel 2 dadurch erklären lassen, dass man das Gefangenendilemma wiederholt, denn dann kann es sich als sinnvoll erweisen, manchmal zu kooperieren. Zum anderen zeigt sich, dass sich Menschen nicht immer an die rationale Theorie halten.

Experimente zum Gefangendilemma

Das Gefangenendilemma lässt sich recht gut simulieren indem man Versuchsteilnemer um Geld spielen lässt (vergleichbar zum Donation Game) Bei Rapoport, Guyer und Gordon (1976) zeigte sich dabei, dass "nur" 50 - 94 % der Spieler Defekt spielen - im Gegensatz zu den "rationalen" 100 %. In neueren Experimenten (Cooper, DeJong, Forsythe, Ross, 1996) wählten 78 % der Teilnehmer die Defekt-Strategie in den letzten 10 von 20 Runden bei wechselnden Gegenspielern. Noch größer wird der Unterschied, wenn sich die Spieler gegenübersitzen und miteinander kommunizieren dürfen - der Anteil an Defekt-Spielern ist dann zwischen 29 und 70 % , je nach Grad der erlaubten Kommunikation (Deutsch 1958 und Frank, Gilovich und Regan 1993).

Interpretation der Ergebnisse

Es ist allerdings schwierig, diese experimentellen Resultate richtig zu interpretieren. Zum einen stellt sich die Frage ob mit diesen Spielen immer das Gefangenendilemma treffend simuliert wurde, zum anderen könnten vielleicht die Teilnehmer noch zu wenig mit den Regeln und Implikationen ihrer Handlungen vertraut gewesen sein.
Nimmt man an, dass die Probanden bewusst kooperiert haben, dann muss man wohl annehemen, dass die Annahme des streng rationalen Handelns der Akteure verletzt ist.[2]

1.3 Das Snowdrift-Game[3]

Normalform des Snowdrift-Games

Man kann das Gefangenen-Dilemma etwas entschärfen, indem man annimmt, dass der Kooperierende selbst auch von seiner Entscheidung profitiert und dass die Kosten geteilt werden, falls beide kooperieren. Man landet damit beim sogenannten Snowdrift-Game, das folgende Normalform besitzt:

$$\begin{pmatrix} b - \frac{c}{2} & b - c \\ b & 0 \end{pmatrix} \tag{1.1}$$

Beispiel 3 (Snowdrift-Game)

Schneeschaufeln als soziales Dilemma

Der Name des Snowdrift-Games leitet sich von dem folgenden Beispiel ab: Zwei Autofahrer werden durch eine Schneeverwehung eingeschlossen. Die einzige Möglichkeit sich zu befreien besteht darin, den Schnee wegzuschaufeln.

[2] vgl. [1], Seite 28
[3] vgl. [7]

Für den einzelnen Fahrer wäre es natürlich am angenehmsten, der andere würde alleine schaufeln, während man selbst im warmen Auto bleibt. Bleibt der andere aber stur in seinem Auto sitzen, dann beginnt man selbst lieber zu schaufeln, denn ansonsten kommt man heute gar nicht mehr nachhause (Zur Erinnerung: In einer Gefangenendilemma-Situation würde keiner der Personen kooperieren und beide würden in der Schneeverwehung gefangen bleiben).

Snowdrift-Game und Gefangenendilemma

Bei der Auszahlungsmatrix für das Snowdrift-Game (1.1) fällt folgendes auf: Sind die Kosten im Vergleich zum Nutzen recht hoch, gilt also $b < c < 2b$, dann wird aus dem Snowdrift-Game wieder ein Gefangenendilemma. Denn dann gilt wieder $b > b - \frac{c}{2} > 0 > b - c$, also $T > R > P > S$.

Nur falls $c < b$ gilt, haben wir es hier also mit einer neuen Spielsituation zu tun. Der wesentliche Unterschied zum Gefangenendilemma ist dann, dass es für den Einzelnen wieder vorteilhaft wird zu kooperieren, wenn man sich in einer (D,D)-Situation befindet, in der beide Defekt spielen.

1.4 Wichtige Analysewerkzeuge der Spieltheorie

Um später wiederholte Spiele besser analysieren zu können, benötigen wir einige Werkzeuge der Spieltheorie:

Definition 2 *(Nash-Gleichgewicht für reine Strategien[4])*

Beste Antwort

1. *Angenommen Spieler B spielt seine Strategie j. Diejenige Strategie, mit der A seine Auszahlung in diesem Fall maximieren kann, heißt beste Antwort von A, genauer:* $BR_A(j) = max\ arg_i\ a_{ij}$ *(BR ist die Abkürzung für best response)*

Nash-Gleichgewicht

2. *Das Strategienpaar (i,j) heißt Nashgleichgewicht, wenn i=BR(j) und j=BR(i), d.h. wenn* $a_{i'j} \leq a_{ij}$ *und* $b_{ij'} \leq b_{ij}$ *für alle i' und j'. Gilt sogar jeweils das "<"-Zeichen, so heißt (i,j) striktes Nash-Gleichgewicht.*

Beispiel 4 (Donation Game und Snowdrift Game)

Donation Game

1. Angenommen Spieler B kooperiert ohnehin, dann ist es für A am besten, wenn er B ausnützt, also $BR_A(C) = D$. Wenn Spieler B nicht kooperiert, dann besteht die beste Antwort von A auch darin, nicht zu kooperieren, also $BR_A(D) = D$. Da für B das Gleiche gilt, ist das

[4] Wir haben immer nur den Fall betrachtet, dass ein Spieler sich fix für eine der möglichen Strategien entscheidet. Stattdessen könnte man auch annehmen, dass ein Spieler mit gewissen Wahrscheinlichkeiten zwischen den Handlungsalternativen wählt. Man spricht dann von gemischten Strategien.

einzige (reine) Nash-Gleichgewicht der Zustand (D,D) in dem niemand kooperiert. Für A hat es in dieser Situation keinen Sinn, auf Kooperation zu wechseln, denn das würde bedeuten, dass A ausgenützt würde, denn Spieler B spielt ja D. Analog macht es keinen Sinn für B seine Strategie zu wechseln.

2. Anders als beim Donation Game ist der Zustand (D,D) beim Snowdrift-Game kein Nash-Gleichgewicht. Denn wenn mein Gegenspieler Defekt spielt, dann ist es für mich immer noch besser zu kooperieren (und zum Beispiel alleine den Schnee wegzuschaufeln - denn in der Schneeverwehung stecken zu bleiben wäre noch schlimmer). Das Snowdrift-Game hat deshalb zwei reine Nash-Gleichgewichte, nämlich (C,D) und (D,C). Denn kooperiert ein Spieler, dann kann sich der andere nicht besser stellen, indem er auch auf Kooperation wechselt. Snowdrift-Game

Das Nash-Gleichgewicht kennzeichnet also eine stabile Situation, keiner der Spieler hat für sich einen Anreiz, seine Strategie zu ändern. Für einzelne Spieler kann es aber dennoch keinen Unterschied machen, wenn sie ihren Spielzug verändern - aufgrund der Definition des Nash-Gleichgewichts können sie sich zwar nicht verbessern, das heißt jedoch nicht, dass sich der Spieler automatisch verschlechtert, wenn er seinen Zug wechselt. Dies ist nur bei einem strikten Nash-Gleichgewicht der Fall. Interpretation

Wir haben beim Snowdrift-Game gesehen, dass ein Spiel mehrere Nash-Gleichgewichte haben kann. Nicht jedes Nash-Gleichgewicht erscheint aber gleich sinnvoll:

Beispiel 5 (Nichteindeutigkeit von Nash-Gleichgewichten)
Betrachten wir ein Spiel der Spieler A und B mit der folgenden Auszahlungsmatrix: Nichteindeutigkeit

$*$	C	D
C	$(10, 10)$	$(0, 0)$
D	$(0, 0)$	$(0, 0)$

Dann ist das Strategiepaar (C,C) ein Nash-Gleichgewicht - keiner der Spieler kann sich besser stellen, indem er auf D wechselt. Aber auch (D,D) ist ein Nash-Gleichgewicht: Will Spieler A in dieser Situation kooperieren, dann landet er im Zustand (C,D) und bekommt immer noch die Auszahlung 0. Das heißt Spieler A hat keinen Anreiz etwas zu ändern, wenn B dies nicht auch tut.

Obwohl in obigem Beispiel der Zustand (D,D) ein Nash-Gleichgewicht darstellt, würde man dennoch erwarten, dass die Spieler langfristig auf das Strategienpaar (C,C) wechseln werden. Man führt daher folgende Definition ein.

evolutionär stabile Strategie

Definition 3 (Evolutionär stabile Strategien - ESS)
In einem symmetrischen Spiel heißt die Strategie i evolutionär stabil, falls folgende 2 Eigenschaften erfüllt sind:

1. *Das Strategienpaar (i,i) ist ein Nash-Gleichgewicht des Spiels*
2. $a_{jj} < a_{ij}$ *für alle* $j \neq i$ *wo j beste Antwort auf i.*

Anwendung auf obiges Beispiel

Wir wenden nun diese Definiton auf das vorige Beispiel 5 an. Sowohl (C,C) als auch (D,D) sind Nash-Gleichgewichte, erfüllen also die erste Bedingung der Definition 3. Doch während (C,C) auch das zweite Kriterium erfüllt, gilt für (D,D): C ist eine beste Antwort auf D (denn keiner der Spieler stellt sich schlechter, indem er plötzlich beginnt zu kooperieren) und $a_{CC} > a_{DD}$. (D,D) ist also nicht evolutionär stabil.

ESS vs. striktes Nash-Gleichgewicht

Bemerkung 1 (ESS vs. striktes Nash-Gleichgewicht)
Jedes strikte Nash-Gleichgewicht ist eine evolutionär stabile Strategie: Die erste Bedingung aus Definiton 3 ist klarerweise erfüllt und die zweite Bedingung kommt nicht zum Tragen, da für ein striktes Nashgleichgewicht gilt: Jeder Spieler stellt sich schlechter, wenn er seinen Zug verändert; es gibt also keine weitere beste Antwort.
Umgekehrt gibt es jedoch evolutionär stabile Strategien, die keine strikten Nash-Gleichgewichte sind. Ein Beispiel hierfür ist das Strategienpaar (C,C) in der folgenden symmetrischen Spielsituation:

$*$	C	D
C	10	10
D	10	0

Evolutionäre Spieltheorie

Definition 3 führt zu einer neuen Sicht auf die Spieltheorie. Bisher haben wir - wie in der klassischen Spieltheorie üblich - immer unterstellt, dass die Spieler alle Umstände des Spieles kennen und rational handeln und zwar so, dass ihre Auszahlung möglichst groß wird. Bei der evolutionären Spieltheorie hingegen geht man von folgender Situation aus:
Jeder Spieler spielt einfach seine Strategie, ohne lange darüber nachzudenken, ob es eine bessere Handlungsalternative gibt. Im Laufe seines Lebens wird er dann gegen zufällige Gegner mit anderen Strategien spielen und somit einen gewissen Gewinn erzielen.
Irgendwann wird er seinen Payoff mit den Auszahlungen von anderen Spielern vergleichen. Wenn er dann feststellt, dass seine Strategie weniger gewinnbringend ist als die Strategie einer Vergleichsperson, dann wird sich der Spieler überlegen, ob er nicht seine Strategie wechseln soll. Im Laufe der Zeit setzen sich also automatisch die erfolgreicheren Strategien durch.

ESS und Invasion

Bemerkung 2 (ESS und Invasion)
Stellen wir uns nun eine Bevölkerung vor, in der jeder die Strategie i spielt.

Kann sich dann eine kleine Minderheit, welche die neue Strategie j spielt, durchsetzen?
Sei ε der (geringe) Anteil an j-Spielern und $(1-\varepsilon)$ der Anteil an i-Spielern. Ein i-Spieler wird mit hoher Wahrscheinlichkeit auf einen anderen i-Spieler treffen und dann die Auszahlung a_{ii} erhalten. Wenn er zufällig auf einen j-Spieler trifft, dann erhält er die Auszahlung a_{ij}. Der durchschnittliche Gewinn eines i-Spielers ist also

$$G_i = (1-\varepsilon)a_{ii} + \varepsilon a_{ij}$$

Analog ist die durchschnittliche Auszahlung für einen j-Spieler

$$G_j = (1-\varepsilon)a_{ij} + \varepsilon a_{jj}$$

Wenn die Strategie i immun gegen Invasoren mit der Strategie j sein soll, dann muss $G_i > G_j$ gelten, also

$$(1-\varepsilon)(a_{ii} - a_{ij}) + \varepsilon(a_{ij} - a_{jj}) > 0$$

1. Da der Anteil $(1-\varepsilon)$ groß im Vergleich zu ε ist, muss zunächst $a_{ii} \geq a_{ij}$ gelten. Das ist gerade die Bedingung, dass (i,i) ein Nash-Gleichgewicht ist, ein einzelner kann sich nicht verbessern, wenn er statt i die Strategie j spielt.

2. Gilt in diesem Fall sogar $a_{ii} > a_{ij}$ (striktes Nash-Gleichgewicht) dann sind wir fertig, da annahmegemäß $(1-\varepsilon) \gg \varepsilon$ gilt. Ist $a_{ii} = a_{ij}$ (das heißt j ist eine beste Antwort auf i) dann muss $a_{ij} > a_{jj}$ gelten.

Das sind aber genau die zwei Bedingungen aus Definition 3. Insgesamt haben wir also, dass Invasoren genau dann nicht in eine reine Bevölkerung mit der Strategie i eindringen kann, wenn i eine evolutionär stabile Strategie ist.

zeitliche Entwicklung einer Bevölkerung

Nehmen wir nun an, wir haben keine reine Population, sondern eine Bevölkerung in der n verschiedene Strategien vertreten sind. Die Auszahlung, die ein Spieler mit Strategie i gegen einen Spieler mit Strategie j erhält, sei wie gewohnt a_{ij} und $A = (a_{ij})_{1\leq i,j\leq n}$ sei die Auszahlungsmatrix. Sei x_i die Häufigkeit der Strategie i in der Bevölkerung und x der Vektor dieser Häufigkeiten, $x = (x_1, \ldots, x_n)$. Insbesondere ist also $x_i \geq 0$ und $\sum_{i=1}^n x_i = 1$ (Wir sagen dann auch, dass x auf dem Einheitssimplex S_n liegt).
Um die Dynamik des Systems zu untersuchen, brauchen wir ein Modell für die Entwicklung dieser Bevölkerung. Dafür benötigen wir zuerst folgende Beobachtung.

durchschnittliche Auszahlung

Bemerkung 3 (Durchschnittliche Auszahlung)
Wir berechnen den durchschnittlichen Gewinn für einen Spieler und für die Gesamtbevölkerung:

1. Ein Spieler mit der Strategie i trifft mit einer Wahrscheinlichkeit x_1 auf einen 1-Spieler und erhält dann eine Auszahlung von a_{i1}. Mit einer Wahrscheinlichkeit von x_2 trifft er auf einen 2-Spieler und erhält a_{i2}, usw. Seine durchschnittliche Auszahlung ist also gegeben durch die Summe

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \ldots + a_{in}x_n = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = (Ax)_i,$$

wobei $(Ax)_i$ den i-ten Eintrag des Vektors Ax bezeichnet.

2. Will man die mittlere Auszahlung der Gesamtbevölkerung ermitteln, so berechnet man einfach den gewichteten Durchschnitt der Auszahlungen der einzelnen Strategien:

$$x_1(Ax)_1 + \ldots + x_n(Ax)_n = x^T Ax$$

Annahmen über die Dynamik

Wir können nun ein Modell für die zeitliche Entwicklung der Häufigkeiten x_i aufstellen. Wir nehmen dabei an, dass eine Strategie umso stärker wächst, desto größer ihr Gewinn im Vergleich zum mittleren Gewinn der Gesamtbevölkerung ist. Man erhält somit die Replikatorgleichung:

Definition 4 (Replikatorgleichung)
Das System gewöhnlicher Differentialgleichungen $\dot{x}_i = x_i[(Ax)_i - x^T Ax]$ heißt Replikatorgleichung. Sie ist ein Modell dafür, wie sich die Häufigkeiten der einzelnen Strategien x_i in der Zeit entwickeln.

Satz 1 (Einfache Eigenschaften der Replikatorgleichung)

Eigenschaften der Replikatorgleichung

1. Wenn $x = x(0) \in S_n$ dann $x(t) \in S_n$ für alle t
2. Die Randflächen von S_n und das Innere sind invariant
3. Die Eckpunkte von S_n sind Fixpunkte der Replikatorgleichung

Beweis.

1. Sei $x \in S_n$, also $\sum_{i=1}^n x_i = 1$. Dann gilt
$\sum_{i=1}^n \dot{x}_i = \sum_{i=1}^n x_i(Ax)_i - (\sum_{i=1}^n x_i)(x^T Ax) = x^T Ax - x^T Ax = 0$
2. Wenn $x_i = 0$, dann $\dot{x}_i = 0$, also ist der Rand invariant. Insbesondere ist er auch für negative Zeiten invariant. Daher gilt für $x(0) \in int(S_n)$, dass $x(t) \in int(S_n)$ für alle t.
3. Falls $x_j(0) = 1$ und $x_i(0) = 0$ für alle $i \neq j$, dann folgt die Aussage durch Einsetzen in die Replikatorgleichung.

□

Die erste Bedingung besagt, dass die Replikatorgleichung als Modell für die zeitliche Entwicklung von Häufigkeiten überhaupt einen Sinn hat: Wenn man mit einer Häufigkeitsverteilung startet, dann hat man auch in allen späteren Zeiten eine Häufigkeitsverteilung. Die zweite Bedingung impliziert, dass es keine Migration gibt: Ist eine Strategie in der Anfangsbevölkerung nicht vorhanden, so kommt sie auch später nicht hinzu.
Einen Zusammenhang zwischen Nash-Gleichgewichten und der Replikatorgleichung stellt der folgende Satz her:

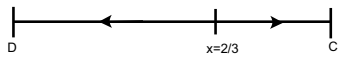
Aussage des Satzes

Satz 2 (Replikatorgleichung vs. Nash-Gleichgewicht)
Jedes symmetrische Nash-Gleichgewicht ist ein Fixpunkt der Replikatorgleichung.[5]

Zum Abschluss dieses Kapitels kehren wir noch einmal zum Thema der Nash-Gleichgewichte zurück. Wie wir oben gesehen haben, kann ein Spiel mehrere (evolutionär stabile) Nash-Gleichgewichte haben. Es stellt sich nun die Frage, unter welchen Bedingungen sich mit der Zeit welches Nash-Gleichgewicht einstellt.
Dazu wurde der Begriff des risikodominanten Gleichgewichts von John Harsanyi und Reinhard Selten eingeführt. Ein Nash-Gleichgewicht heißt risikodominant, wenn es den größten Einzugsbereich besitzt (das heißt ein risikodominantes Nashgleichgewicht setzt sich eher durch als andere, ebenfalls geeignete Nash-Gleichgewichte). Das folgende Beispiel soll zeigen, was damit gemeint ist.

Risikodominanz

Beispiel 6 (Risikodominanz im Fall von zwei Strategien)
Wir betrachten die folgende Auszahlungsmatrix: $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ Für diese Spielsituation gibt es zwei strikte Nash-Gleichgewichte, nämlich (C,C) und (D,D).
Setzt man diese Matrix in die Replikatorgleichung ein, so erhält man für den Anteil x an C-Spielern die Differentialgleichung $\dot{x} = x(1-x)[3x-2]$. Der Anteil an C-Spielern wächst also genau dann, wenn $x > \frac{2}{3}$ gilt. Ist x kleiner als $\frac{2}{3}$ setzt sich hingegen die Strategie D durch. Da x nur Werte im Intervall [0,1] annehmen kann, bedeutet das, dass der Einzugsbereich der D-Spieler größer ist als der der Kooperatoren - die Strategie D ist risikodominant.



[5] Der Beweis findet sich zum Beispiel in [29], Seite 221

Kapitel 2

Wiederholte Spiele mit Fehlern

Dieses Kapitel führt in den Kern der Diplomarbeit ein. Statt wie bisher einzelne Spiele betrachten wir nun wiederholte Spiele am Beispiel des Donation Games.
Da es bei wiederholten Spielen eine unüberschaubare Menge von möglichen Strategien gibt, legen wir uns zuerst auf eine Klasse von Strategien fest, die Memory-1-Strategien. Wir berechnen dann für diese Strategien die Auszahlungsmatrix und beobachten, wie sich diese Matrix verändert, wenn man berücksichtigt, dass die Spieler mit einer kleinen Wahrscheinlichkeit einen unbeabsichtigten Zug spielen.

2.1 Memory-1-Strategien

Gefangenendilemma ohne Wiederholungen

Bisher hatten wir immer nur Spiele betrachtet, die nur eine Runde lang dauern. Für das Gefangenendilemma hat es dann nur zwei mögliche reine Strategien gegeben: Man kann entweder kooperieren oder nicht. Wir haben im weiteren Verlauf gesehen, was ein "rationaler" Spieler tun sollte: Nämlich immer Defekt spielen, denn das ist die Strategie, bei der er seinen Payoff maximiert.

Unüberschaubare Anzahl von Strategien bei Wiederholungen

Nun lassen wir mehrere Runden zu. Dadurch erhöht sich die Anzahl der Strategien ganz beträchtlich. Eine Strategie könnte zum Beispiel sein, dass man in jeder 5. Runde mit einer Wahrscheinlichkeit von 60 % kooperiert und ansonsten mit einer Wahrscheinlichkeit von 90 %. Eine andere Möglichkeit wäre, dass man nur kooperiert, wenn der Gegner in den letzten 5 Runden zumindest dreimal kooperiert hat. Es wird schon an diesen Beispielen klar, dass die Anzahl der möglichen Strategien sehr stark wächst und unüberischtlich wird. Wir schränken uns daher auf die folgende Klasse von Strategien ein:

Definition 5 (Memory-1-Strategien)
Ein Akteur spielt eine Memory-1-Strategie, wenn er das Spiel mit einem gewissen Zug beginnt und sein Zug in jeder weiteren Runde nur vom Ausgang der jeweils letzten Runde abhängt.[1]

4 mögliche Ausgänge beim Gefangenendilemma

Beim Gefangenendilemma hat eine Runde vier mögliche Ausgänge, die man anhand der Auszahlung rekonstruieren kann:

- Reward R: Beide Spieler haben kooperiert (C,C)
- Sucker's payment S: Mein Gegenspieler hat mich ausgenutzt, während ich kooperiert habe (C,D)
- Temptation T: Ich habe meinen Gegenspieler ausgenutzt (D,C)
- Punishment P: Wir haben beide Defekt gespielt (D,D)

Mit diesen vier Zuständen lassen sich die möglichen Memory-1-Strategien leicht angeben:

Notation (Schreibweise für die Memory-One-Strategien)
Jede Memory-1-Strategie ist durch einen Vektor (y, p_R, p_S, p_T, p_P) gegeben, wobei y die Wahrscheinlichkeit angibt, in der 1. Runde zu kooperieren und p_i für $i \in \{R, S, T, P\}$ die Wahrscheinlichkeit ist, in der nächsten Runde zu kooperieren, wenn man in der Vorrunde die Auszahlung i erhalten hat.

[1] Analog hängt bei Memory-n-Strategien der aktuelle Zug vom Verlauf der letzten n Runden ab.

Lässt man als möglichen Werte von y bzw. p_i nur die Zahlen 0 oder 1 zu, so spricht man von deterministischen Strategien. Kennt man den Zustand der Vorrunde, so ist eindeutig festgelegt, ob ein Spieler mit einer deterministischen Strategie in der nächsten Runde kooperiert ($p_i = 1$) oder nicht ($p_i = 0$).

Deterministische Strategien

Vernachlässigt man zunächst den ersten Spielzug, dann gibt es genau $2^4 = 16$ deterministische Strategien, denn für jede der 4 Variablen p_R, p_S, p_T und p_P kommen nur die Werte 0 oder 1 in Frage.

Notation ($S_0, \ldots, S_{15}$)

Jede Zahl zwischen 0 und 15 lässt sich eindeutig als 4-stellige binäre Zahl darstellen. So ist die binäre Darstellung von

Nummerierung der deterministischen Strategien

$$13 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

zum Beispiel 1101. Man kann nun also die Strategie $(p_R, p_S, p_T, p_P) = (1, 1, 0, 1)$ mit der Zahl 13 identifizieren. Wir bezeichnen daher die Strategie (1,1,0,1) in Zukunft mit S_{13}. Die Bezeichnung der anderen deterministischen Strategien erfolgt analog.

Bemerkung 4 (Wichtige Memory-1-Strategien)

Ich möchte einige Strategien vorstellen, die später noch eine wichtige Rolle spielen werden:

- Der Gute: $S_{15} = (1, 1, 1, 1)$ (*All C*)
  Die Wahrscheinlichkeit, dass All C in der nächsten Runde kooperiert ist immer 1, unabhängig davon, wie der bisherige Spielverlauf war.

  All C

- Der Böse: $S_0 = (0, 0, 0, 0)$ (*All D*)
  All D versucht in jeder Runde, seinen Gegenspieler auszunutzen. Dies gelingt ihm natürlich besonders dann, wenn der Gegenspieler sich nicht dagegen wehrt. Also sind besonders All C und ähnlich kooperative Strategien gefährdet, von All D ausgebeutet zu werden.

  All D

- Der Diskriminator: $S_{10} = (1, 0, 1, 0)$ (*TFT - Tit for Tat*)
  Tit for Tat kooperiert dann, wenn der Spieler in der Vorrunde die Auszahlung R oder T erhalten hat. Da diese Auszahlungen den Spielausgängen (C,C) und (D,C) entsprechen, kooperiert also Tit for Tat genau dann wenn der Gegner in der Vorrunde kooperiert hat und spielt Defekt, wenn der Gegner in der Vorrunde Defekt gespielt hat. Dieser Spieler verfolgt also wirklich das Motto "Wie du mir, so ich dir".

  TFT

  Tit for Tat hat eine bewegte Geschichte hinter sich: In den späten 70er Jahren hat der Politikwissenschaftler Robert Axelrod ein Turnier für

  Axelrod's erstes Turnier

das wiederholte Gefangenendilemma veranstaltet. Er hat dazu einige Ökonomen, Psychologen, Mathematiker und Soziologen eingeladen, eine beliebige Strategie (also nicht notwendigerweise Memory-1) einzureichen, die dann an dem Turnier teilnimmt. Insgesamt haben an dem Turnier 14 Spieler teilgenommen, die zum Teil sehr ausgeklügelte Strategien verfolgt haben und zum Beispiel versucht haben, den Gegner genau zu analysieren und die Taktik dann entsprechend zu wählen. Gewonnen hat bei diesem Turnier überraschenderweise das einfachste Programm, nämlich Tit for Tat, eingereicht vom Psychologen und Spieltheoretiker Anatol Rapoport.

Axelrod's zweites Turnier

Dieses Turnier wurde anschließend sehr genau untersucht. Es stellte sich dabei heraus, dass TFT keineswegs die perfekte Taktik ist, denn es hätte durchaus bessere Strategien gegeben - die aber von niemandem eingereicht wurden. Das hat Axelrod dazu veranlasst, ein zweites Turnier zu veranstalten. Unter leicht geänderten Spielregeln haben diesmal 61 Strategien teilgenommen - unter anderem wurden auch einige Strategien eingereicht, die im ersten Turnier besser als Tit for Tat abgeschnitten hätten. Doch auch in diesem zweiten Turnier hat sich in dem nun größeren Teilnehmerfeld TFT eindeutig durchgesetzt.[2]

Eigenschaften von TFT

Untersucht man die Eigenschaften von TFT, dann stellt man zunächst fest, dass Tit for Tat gegen All D wesentlich besser als All C aussteigt, denn TFT lässt sich nur einmal ausbeuten:

$$\begin{array}{lcccccc} TFT & C & D & D & D & D & \dots \\ All\ D & D & D & D & D & D & \dots \end{array}$$

Ein wesentlicher Nachteil von TFT ist jedoch, dass diese Strategie sehr empfindlich auf Fehler reagiert. Spielt Tit for Tat gegen einen anderen Tit-for-Tat-Spieler und berücksichtigt man, dass manchmal versehentlich ein falscher Zug gespielt wird, dann kann das zu längeren Revanche-Attacken führen:

$$\begin{array}{lcccccccccc} TFT & C & C & \dots & C & C & D & C & D & \dots \\ TFT & C & C & \dots & C & \underbrace{D}_{Fehler} & C & D & C & \dots \end{array}$$

Grim

- Der Strenge: $S_8 = (1, 0, 0, 0)$ $(Grim)$
  Ein Spieler mit der Grim-Strategie wird kooperieren, solange sein Gegner ebenfalls kooperiert. Spielt aber der Gegner auch nur einmal Defekt, dann spielt der Grim-Spieler von diesem Zeitpunkt an nur noch D. Ähnlich wie Tit for Tat lässt sich Grim also nicht von All D ausbeuten, die Grim-Strategie reagiert allerdings noch sensibler auf Fehler

[2] vgl. [1], Seite 439f, bzw. für weiterführende Informationen [6], [27] und [28]

- ein versehentliches Nichtkooperieren des Gegners wird von Grim für den Rest des Spiels nicht verziehen.

- Der Pragmatische: $S_9 = (1, 0, 0, 1)$ $(Pavlov)$ Pavlov
  Die Strategie Pavlov kooperiert dann, wenn man in der Vorrunde entweder die Auszahlung R oder P erhalten hat - dies scheint zunächst etwas seltsam zu sein. Folgende Überlegung zeigt, dass Pavlov durchaus eine sinnvolle Strategie sein kann:
  Ordnet man die möglichen Auszahlungen der Reihe nach, so erhält man T>R>P>S. Wenn man die Auszahlungen T oder R erhält, dann kann man durchaus zufrieden sein und deshalb bei der bisherigen Strategie bleiben, das heißt bei T weiterhin Defekt zu spielen und bei R weiterhin zu kooperieren. Bekommt man nur eine Auszahlung von P oder gar S, dann könnte man versuchen, den nächsten Zug anders zu spielen, also im Fall von S nun Defekt zu spielen und im Fall von P nun zu kooperieren. Diese "win-stay, lose-shift"-Taktik ist genau die Pavlov-Strategie.

Im Vergleich zu Tit for Tat und Grim hat Pavlov den Vorteil, dass es Fehler gegen sich selbst relativ schnell korrigiert: Eigenschaften von Pavlov

$$\begin{array}{lcccccccccc} Pavlov & C & C & \dots & C & C & D & C & C & C & \dots \\ Pavlov & C & C & \dots & C & \underbrace{D}_{Fehler} & D & C & C & C & \dots \end{array}$$

Wenn man Fehler zulässt, dann spielt Pavlov auch gegen All C sehr erfolgreich, denn durch einen versehentlichen Zug kann man in eine Situation kommen, in der All C ausgenutzt wird:

$$\begin{array}{lcccccccccc} AllC & C & C & \dots & C & C & C & C & C & \dots \\ Pavlov & C & C & \dots & C & \underbrace{D}_{Fehler} & D & D & D & \dots \end{array}$$

Im direkten Vergleich gegen All D hat Pavlov allerdings keine Chance. Pavlov wird immer unzufrieden seine Strategie wechseln und in jedem zweiten Zug von All D ausgenutzt werden.

$$\begin{array}{lcccccc} AllD & D & D & D & D & D & \dots \\ Pavlov & C & D & C & D & C & \dots \end{array}$$

Heißt das aber auch, dass All D in eine reine Pavlov-Population eindringen kann? Spielt ein Pavlov-Spieler gegen sich selbst, so erhält er pro Runde die Auszahlung R=b-c, spielt er gegen All D, dann verliert er durchschnittlich -$\frac{c}{2}$ pro Runde (Kosten c in jeder zweiten Runde). Da ein All-D-Spieler gegen sich selbst die Auszahlung P=0 erhält, erhalten

wir folgende Auszahlungsmatrix:

	$AllD$	$Pavlov$
$AllD$	0	$\frac{b}{2}$
$Pavlov$	$-\frac{c}{2}$	$b-c$

Für dieses "Spiel" ist das Strategiepaar (Pavlov,Pavlov) genau dann ein striktes Nash-Gleichgewicht, wenn $b-c > \frac{b}{2}$ gilt. Wenn also $b > 2c$ erfüllt ist, dann ist Pavlov ein evolutionär stabiles Gleichgewicht und All D kann nicht eindringen.[3]

2.2 Annahmen für das wiederholte Gefangenendilemma

Wir müssen nun konkretisieren, nach welchem Modus das wiederholte Gefangenendilemma ablaufen soll. Einen Fall können wir dabei von vornherein ausschließen:

Bekannte Anzahl von Runden

Bemerkung 5 (Bekannte Anzahl von Runden)
Nehmen wir an, dass vor dem Spiel vereinbart wird, wieviele Runden gespielt werden. Angenommen wir befinden uns dann bereits in der letzten Runde. Welchen Zug sollte man spielen, wenn man seinen Payoff maximieren will?
Da man nur noch eine Runde zu spielen hat, ist man eigentlich wieder im Fall des einfachen Gefangenen-Dilemmas - man muss sich ja in der letzten Runde nicht mehr um seinen Ruf kümmern. Deshalb ist es am besten, Defekt zu spielen. Der Gegner wird es aber aus den gleichen Gründen unterlassen in der letzten Runde zu kooperieren.
Dadurch wird also die vorletzte Runde zur letzten Runde, in der man sich frei für eine Alternative entscheiden kann. Da in der letzten Runde ohnehin (D,D) gespielt wird, braucht man sich auch hier nicht mehr um seine Reputation zu kümmern. Man wird also einfach danach trachten, in dieser Runde bestmöglich abzuschneiden und folglich D spielen. Der Gegner wird natürlich das Gleiche tun. In dem man diese Überlegung nun für alle Runden bis hin zur ersten Runde wiederholt (*backward induction*), erhält man, dass in jeder Runde Defekt gespielt wird.

Alternativen zu konstanter Anzahl von Runden

Ist also schon von vornherein bekannt, wann die letzte Runde ist, dann wird ein rationaler Spieler All D spielen. Es gibt zwei Möglichkeiten, diesem Fall aus dem Weg zu gehen:

1. Man weiß nie mit Sicherheit, ob die aktuelle Runde bereits die letzte ist, denn es gibt immer eine positive Wahrscheinlichkeit w für eine

[3] Für weitere Informationen zur Strategie Pavlov siehe [9]

nächste Runde[4]

2. Das Spiel wird unendlich oft wiederholt, es gibt also gar keine letzte Runde (das entspricht dem Grenzfall $w = 1$)

Ist einer dieser Bedingungen erfüllt und gilt im ersten Fall, dass die Wahrscheinlichkeit für eine nächste Runde groß genug ist, dann zeigt das wiederholte Gefangenendilemma doch noch ein interessantes Verhalten:

Bemerkung 6 (Nichtexistenz einer besten Strategie)
Es gibt keine Strategie, die immer die beste ist, unabhängig davon, was der andere tut. Denn wenn der andere Spieler All C spielt, dann ist All D die beste Antwort.
Spielt der Gegenspieler jedoch Grim, dann erhält ein All D Spieler eine Auszahlung von $b + 0 + 0 + 0 + \ldots = b$. Ist w groß genug, dann wäre es besser, in dieser Situation All C zu spielen, denn das bringt einen Payoff von $(b - c) + w(b - c) + w^2(b - c) + \ldots = \frac{b-c}{1-w}$ und $\frac{b-c}{1-w} > b$, wenn $w > \frac{c}{b}$.[5]

Nichtexistenz einer besten Strategie

In der weiteren Folge werden wir vom zweiten Fall ausgehen: Wir werden annehmen, dass das Spiel unendlich oft wiederholt wird. Der Grund dafür ist schlicht und einfach die leichtere Berechenbarkeit: Zum einen kann man dann hoffen, dass der Einfluss des ersten Zuges vernachlässigt werden kann. Man hat dann also eine der fünf ursprünglichen Variablen eliminiert. Zum anderen kann man es somit auch verhindern, dass der zusätzliche Parameter w hinzukommt.

Beschränkung auf ∞-viele Runden

2.3 Herleitung der mittleren Auszahlung

Wir wollen herausfinden, wie hoch die mittlere Auszahlung ist, wenn zwei Spieler unendlich oft gegeneinander spielen. Dazu ist es sinnvoll, sich zuerst darüber Gedanken zu machen wie der Schritt von einer Runde zur nächsten verläuft.

Angenommen, ich spiele mit der Strategie (y, p_R, p_S, p_T, p_P) gegen einen Spieler mit der Strategie $(y', p'_R, p'_S, p'_T, p'_P)$ und nehmen wir weiter an, in der letzten Runde habe ich die Auszahlung S erhalten. Ich wurde also ausgenutzt und mein Gegner hat die Auszahlung T erhalten. Welche Auszahlung werde ich dann in der nächsten Runde erhalten?
Ich erhalte die Auszahlung

Herleitung Übergangsmatrix

[4] Der Einfachheit nimmt man oft an, dass w konstant ist. Realistischer wäre es wohl anzunehmen, dass die Wahrscheinlichkeit mit zunehmender Rundenanzahl fällt - zum Beispiel weil die Spieler immer älter werden.

[5] vgl. [26]

- R, wenn sowohl ich (relevante Wahrscheinlichkeit p_S) als auch mein Gegner (relevante Wahrscheinlichkeit p'_T) kooperieren, also mit einer Wahrscheinlichkeit von $p_S \cdot p'_T$.
- S, wenn ich kooperiere und mein Gegner mich wieder ausnutzt. Die Wahrscheinlichkeit beträgt $p_S \cdot (1 - p'_T)$
- T, wenn ich meinen kooperierenden Gegner mit Wahrscheinlichkeit $(1 - p_S) \cdot p'_T$ ausnütze
- P, wenn wir beide nicht kooperieren, also mit Wahrscheinlichkeit $(1 - p_S) \cdot (1 - p'_T)$

Analog kann man die Folgewahrscheinlichkeiten berechnen, wenn ich in der Vorrunde die Auszahlung R, T oder P erhalten habe. Diese Werte kann man dann in einer Matrix zusammenfassen.

Übergangsmatrix

Definition 6 (Übergangsmatrix)
Die folgende 4x4-Matrix $Q = (q_{ij})$ heißt Übergangsmatrix:

$$\begin{array}{c|cccc} & R & S & T & P \\ \hline R & p_R \cdot p'_R & p_R \cdot (1-p'_R) & (1-p_R) \cdot p'_R & (1-p_R) \cdot (1-p'_R) \\ S & p_S \cdot p'_T & p_S \cdot (1-p'_T) & (1-p_S) \cdot p'_T & (1-p_S) \cdot (1-p'_T) \\ T & p_T \cdot p'_S & p_T \cdot (1-p'_S) & (1-p_T) \cdot p'_S & (1-p_T) \cdot (1-p'_S) \\ P & p_P \cdot p'_P & p_P \cdot (1-p'_P) & (1-p_P) \cdot p'_P & (1-p_P) \cdot (1-p'_P) \end{array} \tag{2.1}$$

Für $i, j \in \{R, S, T, P\}$ gibt der Eintrag an der Stelle (i,j) die Wahrscheinlichkeit an, in der nächsten Runde die Auszahlung j zu erhalten, wenn man in der vorigen Runde die Auszahlung i erhalten hat (Die Zeilen bezeichnen also den Zustand der vorigen Runde, die Spalten den Zustand der kommenden Runde).

Wahrscheinlichkeit der Zustände R,S,T,P

Sei $x = (yy', y(1-y'), (1-y)y', (1-y)(1-y'))$ der Vektor der angibt, mit welcher Wahrscheinlichkeit man sich in der Startrunde 0 in einem der Zustände R, S, T oder P befindet. Für die nächste Runde erhält man die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten, indem man den Vektor x mit der Matrix Q multipliziert, also $x \cdot Q$ bildet. Wenn man diesen Vorgang wiederholt, erhält man: Die Wahrscheinlichkeit, dass man sich in der n-ten Runde in einem der Zustände R, S, T und P befindet, ist durch $x \cdot Q^n$ gegeben.

Eigenschaften der Übergangsmatrix

Bemerkung 7 (Eigenschaften der Übergangsmatrix)
Da die Zahlen p_i bzw. p'_j im Intervall [0,1] liegen, hat die Übergangsmatrix ebenfalls nur Einträge im Intervall [0,1]. Die Zeilensumme ist jeweils
$p_i p'_j + p_i(1 - p'_j) + (1 - p_i)p'_j + (1 - p_i)(1 - p'_j) =$
$= p_i(p'_j + 1 - p'_j) + (1 - p_i)(p'_j + 1 - p'_j) = 1.$

Wir können nun die Theorie der Markovketten auf diese Matrix anwenden. Wenn Q die Mischungseigenschaft hat (das heißt, es existiert ein N, sodass alle Einträge von Q^N strikt positiv sind), dann gibt es eine zugehörige stationäre Verteilung π. Diese Verteilung hat folgende Eigenschaften:

Theorie der Markovketten

- $\pi \cdot Q = \pi$, das heißt die Wahrscheinlichkeiten für die einzelnen Zustände ändern sich nicht mehr in der Zeit
- Wenn ich mit einer beliebigen Startverteilung x starte, dann konvergiert die Verteilung gegen π, genauer: $\lim_{n\to\infty} x \cdot Q^n = \pi$

Damit sind wir nun in der Lage, meine mittlere Auszahlung zu berechnen. Sei dazu A(k) meine Auszahlung in der k-ten Runde. Sie ist gegeben durch

mittlere Auszahlung

$$A(k) = R \cdot (xQ^k)_1 + S \cdot (xQ^k)_2 + T \cdot (xQ^k)_3 + P \cdot (xQ^k)_4 = g \cdot xQ^k \quad (2.2)$$

wobei $g = (R, S, T, P)$. Wir definieren nun die mittlere Auszahlung als

$$\bar{A} = \lim_{k\to\infty} \frac{A(0) + \ldots + A(k)}{k+1} \quad (2.3)$$

Mit Hilfe dieser Definition kann man nun die durchschnittliche Auszahlung berechnen, die ein beliebiger Memory-1-Spieler gegen einen anderen Memory-1-Spieler erhält.

Beispiel 7 (Durchschnittliche Auszahlung für reine Memory-1-Strategien) Spielen zwei beliebige Memory-1-Spieler gegeneinander und treten keine Fehler auf, so lässt sich die durchschnittliche Auszahlung gemäß (2.3) konkret angeben. Wir betrachten dazu die folgenden Beispiele:

1. TFT vs. TFT: Spielen zwei S_{10}-Spieler gegeinenander, so hat die Übergangsmatrix gemäß (2.1) die folgende Gestalt:

   Durchschnittliche Auszahlung für ausgewählte Spiele ohne Fehler

   $$Q_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

   Es gilt $Q_1^2 = id,\ Q_1^3 = Q_1,\ Q_1^4 = id$, usw. Somit gilt also auch für die Auszahlungen pro Runde $A(2k) = A(0)$ und $A(2k+1) = A(1)$ für alle $k \in \mathbb{N}$. Das heißt (2.3) vereinfacht sich in diesem Fall zu $\bar{A} = \frac{A(0)+A(1)}{2}$. Definiert man

   $$\bar{Q_1} = \frac{Q_1 + Q_1^2}{2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

dann ist die durchschnittliche Auszahlung also gegeben durch

$$\bar{A} = R \cdot (x\bar{Q}_1)_1 + S \cdot (x\bar{Q}_1)_2 + T \cdot (x\bar{Q}_1)_3 + P \cdot (x\bar{Q}_1)_4.$$

Die Matrix $\bar{Q}_1$ gibt an, mit welcher Häufigkeit man sich in Abhängigkeit vom Anfangszustand in einem der Zustände R, S, T oder P befindet. Ist die Auszahlung in der Anfangsrunde gleich R, dann folgt aus der Form von $\bar{Q}_1$, dass auch in allen restlichen Runden der Payoff R ausgezahlt wird. Startet man hingegen mit der Auszahlung S, dann wird man in der Hälfte aller Runden wieder die Auszahlung S, in der anderen Hälfte die Auszahlung T erhalten.

2. Grim vs. S_6. Für eine Spielsituation zwischen S_8 und S_6 hat die Übergangsmatrix das folgende Aussehen:

$$Q_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

In diesem Fall gilt $Q_2^2 = Q_2^3 = Q_2^4 = \ldots$ und somit lautet die Übergangsmatrix im Mittel

$$\bar{Q}_2 = Q_2^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Das heißt, startet man mit einem der Zustände R, S oder T, dann bekommt der Grim-Spieler durchschnittlich die Auszahlung T. Ist die Anfangsauszahlung jedoch P, so ist auch die durchschnittliche Auszahlung gleich P.

Schlussfolgerung aus den Beispielen

Diese zwei Beispiele zeigen also folgendes:

- Die durchschnittliche Auszahlung hängt vom Zustand der Anfangsrunde ab.
- Kennt man die mittlere Übergangsmatrix $\bar{Q}$ und den Anfangszustand x, dann lässt sich die durchschnittliche Auszahlung mit der Formel $\bar{A} = R \cdot (x\bar{Q})_1 + S \cdot (x\bar{Q})_2 + T \cdot (x\bar{Q})_3 + P \cdot (x\bar{Q})_4$ direkt berechnen. Um die mittlere Übergangsmatrix zu berechnen brauchen wir folgende Definition aus der Theorie der Markovketten:

Definition 7 (Rekurrente und transiente Zustände)
Der Zustand i, $i \in \{R, S, T, P\}$ heißt rekurrent, wenn die Wahrscheinlichkeit, ausgehend vom Anfangszustand i in einer späteren Runde wieder in den Zustand i zu gelangen, gleich 1 ist. Andernfalls heißt der Zustand i transient.

In unserem vorigen Beispielen war für die Matrix Q_1 der Zustand S ein rekurrenter Zustand, nach 2 Runden erhält der Spieler wieder die Auszahlung S. Für die Matrix Q_2 ist S jedoch ein transienter Zustand - startet man mit der Auszahlung S bekommt man in allen weiteren Runden die Auszahlung T.

Beispiele für rekurrente und transiente Zustände

Wir sind nun in der Lage, eine Formel für die mittlere Übergangsmatrix herzuleiten. Das 1. Beispiel hat gezeigt, dass es bei rekurrenten Zuständen wichtig ist, zu berücksichtigen, wie lange ein rekurrenter Zustand benötigt um wieder zum Ausgangspunkt zurückzukehren. Da in diesem Beispiel die Periodenlänge gleich 2 war, wurde der Durchschnitt von zwei Matrizen genommen.
Das 2. Beispiel illustriert, dass man für die mittlere Übergangsmatrix warten muss, bis alle transienten Zustände auf rekurrente Zustände abgebildet werden. Startet man in diesem Beispiel mit dem transienten Zustand R, so muss man zwei Runden lang warten, bis man im rekurrenten Zustand T angekommen ist. Dies führt dazu, dass man für den Durchschnitt Q^2 herangezogen hat.

Herleitung der mittleren Übergangsmatrix

Insgesamt ergibt sich damit: Sei m die minimale Anzahl von Runden, bis jeder transiente Zustand der Übergangsmatrix Q auf einen rekurrenten Zustand abgebildet wird und sei n das kleinste gemeinsame Vielfache der Perioden der rekurrenten Zustände. Dann gilt

Formel für die mittlere Übergangsmatrix

$$\bar{Q} = \frac{1}{n} \sum_{i=m}^{m+n-1} Q^i = \frac{Q^m + Q^{m+1} + \ldots + Q^{m+n-1}}{n} \tag{2.4}$$

Bei 4x4-Matrizen ist spätestens nach $m = 3$ Runden jeder transiente Zustand in einem rekurrenten Zustand gelandet. Für die möglichen Perioden gilt $n \in \{1, 2, 3, 4\}$ und es gilt $\mathrm{kgV}(\{1, 2, 3, 4\}) = 12$. Daher gilt

$$\overline{Q} = \frac{1}{12} \sum_{i=3}^{14} Q^i \tag{2.5}$$

Mit (2.5) lässt sich nun die mittlere Auszahlung für jedes Spiel zwischen zwei beliebigen ungestörten Memory-1-Strategien berechnen. Diese Auszahlungen sind für das simultane Donation-Game in der folgenden Tabelle angegeben. Die 2x2-Matrix an der Stelle (S_i, S_j) gibt dabei die Payoffs von S_i gegen S_j in Abhängigkeit des Anfangszustandes an: Links oben wird mit dem Anfangszustand R begonnen, rechts oben mit S, links unten mit T und rechts unten mit P.
In dieser Tabelle zeigt sich in 113 aller 256 möglichen Fälle (ca. 44 %) eine unterschiedliche Auszahlung in Abhängigkeit des Anfangszustandes.

Auszahlungsmatrix für ungestörte Memory-1-Strategien

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}\ \mathbf{0}$ $\mathbf{0}\ \mathbf{0}$	$\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$0\ 0$ $b\ 0$	$b\ b$ $b\ b$	$0\ b$ $b\ 0$	$b\ b$ $b\ b$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$b\ 0$ $b\ 0$	$b\ b$ $b\ b$	$b\ b$ $b\ 0$	$b\ b$ $b\ b$
S_1	$-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$ $-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}\ \mathbf{\frac{b-c}{2}}$ $\mathbf{\frac{b-c}{2}}\ \mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$\frac{b-c}{3}\ \frac{b-c}{3}$ $\frac{b-c}{3}\ \frac{b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$ $b\ -\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $b\ \frac{b-c}{2}$	$b\ b$ $b\ b$	$\frac{b-c}{2}\ b$ $b\ \frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$ $-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$ $\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$	$\frac{b-c}{3}\ \frac{b-c}{3}$ $\frac{b-c}{3}\ \frac{b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$ $\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$	$b-\frac{c}{2}$ $b-\frac{c}{2}$	$b\ b$ $b\ b$	$b\ b$ $b\ b$	$b\ b$ $b\ b$
S_2	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b-c}{3}\ \frac{b-c}{3}$ $\frac{b-c}{3}\ \frac{b-c}{3}$	$\mathbf{0}\ \mathbf{\frac{b-c}{2}}$ $\mathbf{\frac{b-c}{2}}\ \mathbf{0}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$ $\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$ $\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b-c}{3}\ \frac{b-c}{3}$ $\frac{b-c}{3}\ \frac{b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ 0$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ 0$ $\frac{2b-c}{2}\ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$
S_3	$-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$ $-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}\ \mathbf{\frac{b-c}{2}}$ $\mathbf{\frac{b-c}{2}}\ \mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$ $-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$ $-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ -\frac{c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ -\frac{c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$
S_4	$0-c$ $0\ 0$	$\frac{b}{2}-c$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$\mathbf{0-c}$ $\mathbf{b\ 0}$	$b-c$ $b\ b$	$0\ 0$ $b\ 0$	$b\ b$ $b\ b$	$0-c$ $0\ 0$	$\frac{b}{2}-c$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$b-c$ $b\ 0$	$b-c$ $b\ b$	$b\ b$ $b\ 0$	$b\ b$ $b\ b$
S_5	$-c-c$ $-c-c$	$\frac{b-c}{2}\ -c$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}\ \frac{b-2c}{3}$ $\frac{b-2c}{3}\ \frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$-c-c$ $b\ -c$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}\ \mathbf{-c}$ $\mathbf{b}\ \mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$\frac{b-2c}{3}\ \frac{b-2c}{3}$ $b\ \frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $b\ \frac{b-c}{2}$	$-c-c$ $-c-c$	$\frac{2b-c}{3}\ -c$ $\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$ $\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$	$b-c$ $b-c$	$b-c$ $b\ b$	$b\ b$ $b\ b$	$b\ b$ $b\ b$
S_6	$0\ -c$ $-c\ 0$	$-c-c$ $-c-c$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$0-c$ $0\ 0$	$\frac{2b-c}{3}\ -c$ $\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$	$\mathbf{0\ 0}$ $\mathbf{0\ 0}$	$\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$ $\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$	$-c-c$ $-c\ 0$	$-c-c$ $-c-c$	$\frac{2b-2c}{3}\ \frac{2b-2c}{3}$ $\frac{2b-2c}{3}\ 0$	$\frac{2b-2c}{3}\ \frac{2b-2c}{3}$ $\frac{2b-2c}{3}\ \frac{2b-2c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}-c$ $\frac{2b-c}{2}\ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ -c$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$
S_7	$-c-c$ $-c-c$	$\frac{b-c}{2}\ -c$ $-c\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}\ \frac{b-2c}{3}$ $\frac{b-2c}{3}\ \frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$-c-c$ $-c-c$	$\frac{b-c}{2}\ -c$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}\ \frac{b-2c}{3}$ $\frac{b-2c}{3}\ \frac{b-2c}{3}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}\ \mathbf{\frac{b-c}{2}}$ $\mathbf{\frac{b-c}{2}}\ \mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$-c-c$ $-c-c$	$-c-c$ $-c-c$	$\frac{2b-2c}{3}\ \frac{2b-2c}{3}$ $\frac{2b-2c}{3}\ \frac{2b-2c}{3}$	$\frac{2b-2c}{3}\ \frac{2b-2c}{3}$ $\frac{2b-2c}{3}\ \frac{2b-2c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}-c$ $\frac{2b-c}{2}-c$	$\frac{2b-c}{2}\ -c$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$
S_8	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$0\ 0$ $b\ 0$	$b\ b$ $b\ b$	$b\ b$ $b\ 0$	$b\ b$ $b\ b$	$\mathbf{b-c\ 0}$ $\mathbf{0\ \ 0}$	$b-c\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$b-c\ 0$ $0\ \ 0$	$b-c\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$b-c\ 0$ $b\ \ 0$	$b-c\ b$ $b\ \ b$	$b-c\ b$ $b\ \ 0$	$b-c\ b$ $b\ \ b$
S_9	$-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$ $-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}\ \frac{b-2c}{3}$ $\frac{b-2c}{3}\ \frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{3}\ \frac{b-c}{3}$ $\frac{b-c}{3}\ \frac{b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$ $b\ -\frac{c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}\ \frac{b-2c}{3}$ $b\ \frac{b-2c}{3}$	$b\ b$ $b\ b$	$b\ b$ $b\ b$	$b-c-\frac{c}{2}$ $-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$	$\mathbf{b-c\ b-c}$ $\mathbf{b-c\ b-c}$	$b-c\ \frac{b-c}{3}$ $\frac{b-c}{3}\ \frac{b-c}{3}$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$b-c-\frac{c}{2}$ $b\ -\frac{c}{2}$	$b-c\ b-c$ $b\ \ b-c$	$b-c\ b$ $b\ \ b$	$b-c\ \ b$ $b\ \ b-c$
S_{10}	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b-c}{3}\ \frac{b-c}{3}$ $\frac{b-c}{3}\ \frac{b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ 0$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-2c}{3}\ \frac{2b-2c}{3}$ $\frac{2b-2c}{3}\ 0$	$\frac{2b-2c}{3}\ \frac{2b-2c}{3}$ $\frac{2b-2c}{3}\ \frac{2b-2c}{3}$	$b-c\ 0$ $0\ \ 0$	$b-c\ \frac{b-c}{3}$ $\frac{b-c}{3}\ \frac{b-c}{3}$	$\mathbf{b-c}\ \mathbf{\frac{b-c}{2}}$ $\mathbf{\frac{b-c}{2}}\ \mathbf{0}$	$b-c\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$b-c\ 0$ $b-c\ 0$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$b-c\ b-c$ $b-c\ \ 0$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$
S_{11}	$-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$ $-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}\ \frac{b-2c}{3}$ $\frac{b-2c}{3}\ \frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$ $-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}\ \frac{b-2c}{3}$ $\frac{b-2c}{3}\ \frac{b-2c}{3}$	$\frac{2b-2c}{3}\ \frac{2b-2c}{3}$ $\frac{2b-2c}{3}\ \frac{2b-2c}{3}$	$\frac{2b-2c}{3}\ \frac{2b-2c}{3}$ $\frac{2b-2c}{3}\ \frac{2b-2c}{3}$	$b-c-\frac{c}{2}$ $-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$b-c\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\mathbf{b-c}\ \mathbf{\frac{b-c}{2}}$ $\mathbf{\frac{b-c}{2}}\ \mathbf{b-c}$	$b-c-\frac{c}{2}$ $b-c-\frac{c}{2}$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$
S_{12}	$-c-c$ $0\ \ 0$	$-c-c$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$ $0\ \ 0$	$\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$-c-c$ $b\ \ 0$	$-c-c$ $b\ \ b$	$\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$ $b\ \ 0$	$\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$ $b\ \ b$	$b-c-c$ $0\ \ 0$	$b-c-c$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$b-c\ b-c$ $0\ \ 0$	$b-c\ b-c$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$\mathbf{b-c-c}$ $\mathbf{b\ \ 0}$	$b-c-c$ $b\ \ b$	$b-c\ b-c$ $b\ \ 0$	$b-c\ b-c$ $b\ \ b$
S_{13}	$-c-c$ $-c-c$	$-c-c$ $-c-c$	$\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$ $\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$ $\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$	$-c-c$ $b\ -c$	$-c-c$ $b\ -c$	$\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$ $b\ \frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$ $b\ \frac{b-2c}{2}$	$b-c-c$ $-c\ -c$	$b-c\ -c$ $b-c\ b-c$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$b-c-c$ $b\ -c$	$\mathbf{b-c\ -c}$ $\mathbf{b\ \ b-c}$	$b-c\ b-c$ $b\ \ b-c$	$b-c\ b-c$ $b\ \ b-c$
S_{14}	$-c-c$ $-c\ 0$	$-c-c$ $-c-c$	$\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$ $\frac{b-2c}{2}\ 0$	$\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$ $\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$	$-c-c$ $-c\ 0$	$-c-c$ $-c-c$	$\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$ $\frac{b-2c}{2}\ 0$	$\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$ $\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$	$b-c-c$ $-c\ -c$	$b-c-c$ $-c\ -c$	$b-c\ b-c$ $b-c\ \ 0$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$b-c-c$ $b-c\ 0$	$b-c\ -c$ $\mathbf{b-c\ \ 0}$	$\mathbf{b-c\ b-c}$ $b-c\ b-c$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$
S_{15}	$-c-c$ $-c-c$	$-c-c$ $-c-c$	$\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$ $\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$ $\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$	$-c-c$ $-c-c$	$-c-c$ $-c-c$	$\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$ $\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$ $\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$	$b-c-c$ $-c\ -c$	$b-c\ -c$ $-c\ \ b-c$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$b-c-c$ $b-c-c$	$b-c\ -c$ $b-c\ b-c$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$\mathbf{b-c\ b-c}$ $\mathbf{b-c\ b-c}$

Abbildung 2.1: Simultanes Donation-Game: Spiel ohne Fehler

Wir werden später auch Auszahlungsmatrizen für Spiele mit Fehlern herleiten. In diesem Fall hat die Übergangsmatrix Q oft sogar die Durchmischungseigenschaft und die Formel für die mittlere Auszahlung gemäß (2.3) lässt sich noch weiter vereinfachen: Die ersten Glieder in der Summe (2.3) spielen für den Limes keine Rolle und bei den späteren Glieder konvergiert $(x \cdot Q^k)$ annahmegemäß gegen den stationären Vektor π. Insgesamt ist also in diesem Fall meine mittlere Auszahlung gegeben durch

Auszahlung für Spiele mit Fehlern

$$\bar{A} = R\pi_1 + S\pi_2 + T\pi_3 + P\pi_4 = g \cdot \pi \tag{2.6}$$

Insbesondere spielt dann die Startverteilung x und damit auch der Parameter y für meinen Zug in der Startrunde keine Rolle.

2.4 Arten von Fehlern

Diese Methode möchten wir nun auf Spiele mit Fehlern anwenden. Bevor wir dies tun können, müssen wir uns jedoch zuerst überlegen, welche Arten von Fehlern es gibt und wie sie die Strategien beeinflussen.

Arten von Fehlern

Zunächst könnte es einmal passieren, dass wir zwar beabsichtigen zu kooperieren bzw. zu defektieren, aber mit einer gewissen (kleinen) Wahrscheinlichkeit ε genau das Falsche tun. Das heißt, hat man in der Vorrunde die Auszahlung R erhalten, dann ist die Wahrscheinlichkeit tatsächlich zu kooperieren statt p_R jetzt

Fehler in der Implementierung

$$\underbrace{(1-\varepsilon)p_R}_{\textit{Wollte eigentlich kooperieren}} + \underbrace{\varepsilon(1-p_R)}_{\textit{Wollte D spielen}} = p_R - 2\varepsilon p_R + \epsilon$$

Diese Art von Fehler nennen wir Fehler in der Implementierung. Er bewirkt, dass zur Strategie (p_R, p_S, p_T, p_P) folgender Fehlerterm hinzukommt:

$$\varepsilon(1-2p_R, 1-2p_S, 1-2p_T, 1-2p_P) \tag{2.7}$$

Weiters könnte man berücksichtigen, dass ein Fehler nur dann auftritt, wenn ich eigentlich kooperieren will. So kann es zum Beispiel vorkommen, dass mich ein Freund um meine Hilfe bittet und ich eigentlich auch helfen würde, aber leider in diesem Moment keine Zeit habe (Man beachte, dass sich hier kein Fehler einschleicht, wenn ich Defekt spielen will - denn wenn ich meinem Freund gerade nicht helfen will, dann tue ich es einfach nicht, ganz egal, ob ich überhaupt Zeit dafür hätte).
Solche Fehler führen also dazu, dass sich zum Beispiel mein p_R nur dann um einen Fehlerterm κ ändert, falls ich kooperieren will.

Fehler bei Kooperation

Fehler bei Defektion

Analog ist es vorstellbar, dass ich nur einen Fehler begehe, wenn ich eigentlich Defekt spielen will. So könnte es zum Beispiel passieren, dass ich mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit λ ein schlechtes Gewissen bekomme und schlussendlich doch kooperiere (wieder ist das eine Situation, in der sich nichts ändert wenn ich ohnehin kooperiert hätte).

Fehler in der Kooperation und Defektion

Betrachtet man die beiden letztgenannten Fehlerarten gleichzeitig, so erhält man folgenden Fehlervektor:

$$(\lambda - (\kappa + \lambda)p_R, \lambda - (\kappa + \lambda)p_S, \lambda - (\kappa + \lambda)p_T, \lambda - (\kappa + \lambda)p_P) \tag{2.8}$$

Dieser Vektor stellt sicher, dass zum Beispiel für $p_R = 0$ (Defektion) ein Fehlerterm von λ hinzugefügt wird und dass für $p_R = 1$ (Kooperation) der Wert κ von der Kooperationswahrscheinlichkeit abgezogen wird.

Fehler in der Auffassung des Gegners

Eine andere Fehlerquelle besteht darin, dass man den vorigen Zug des Gegners mit einer kleinen Wahrscheinlichkeit ν falsch interpretiert. Der Gegner könnte mir zum Beispiel etwas Gutes getan haben, aber ich habe das fälschlicherweise als Unhöflichkeit verstanden. So ein Missverständnis führt dazu, dass ich statt der richtigen Wahrscheinlichkeit p_R nur die Wahrscheinlichkeit p_S anwende (bzw. p_P statt p_T). Der Korrekturterm lautet also bei Fehlern in der Interpretation des Gegners

$$\nu(p_S - p_R, p_R - p_S, p_P - p_T, p_T - p_P) \tag{2.9}$$

Fehler in der Auffassung des eigenen Zuges

Analog ist es natürlich auch vorstellbar, dass ich meinen eigenen Zug mit einer kleinen Wahrscheinlichkeit μ falsch interpretiere. So könnte ich meinem Mitspieler ein Geschenk geben wollen, aber in Wirklichkeit richtet dieses Geschenk beim Mitspieler mehr Schaden an, als es nützt. Somit habe ich also in Wirklichkeit gar nicht kooperiert, aber statt z.B. die richtige Wahrscheinlichkeit p_T zu berücksichtigen, verwende ich p_R. Insgesamt ergibt sich also bei Fehlern in der Auffassung des eigenen Zuges der Korrekturterm

$$\mu(p_T - p_R, p_P - p_S, p_R - p_T, p_S - p_P) \tag{2.10}$$

Allgemein: Fehler in der Auffassung

Wir fassen nun die beiden letztgenannten Fehlerarten zusammen und berücksichtigen, dass ich gleichzeitig den gegnerischen Zug mit einer Wahrscheinlichkeit ν und den eigenen Zug mit einer Wahrscheinlichkeit μ falsch interpretiere. Dabei nehmen wir an, dass diese Fehler unabhängig voneinander passieren, dass also die Wahrscheinlichkeit den Gegner falsch zu verstehen keinen Einfluss darauf hat, ob ich meinen eigenen Zug richtig interpretiere und umgekehrt.
Angenommen wir haben in der letzten Runde beide kooperiert, d.h. ich habe die Auszahlung R erhalten. Wie interpretiere ich diese letzte Runde?

1. Ich interpretiere die Runde wirklich als beidseitige Kooperation (R), wenn ich sowohl meinen Zug als auch den des Gegners richtig aufgefasst habe, also mit einer Wahrscheinlichkeit von $(1-\nu)(1-\mu)$

2. Ich verwechsle nur den Zug des Gegners und denke er hat mich ausgenutzt, während ich kooperiert habe (S) mit einer Wahrscheinlichkeit von $\nu(1-\mu)$

3. Die beidseitige Kooperation wird von mir als Ausnutzen des Gegners interpretiert (T). Die Wahrscheinlichkeit hierfür beträgt $(1-\nu)\mu$

4. Mit einer sehr kleinen Wahrscheinlichkeit $\nu\mu$ verwechsle ich die Züge beider Parteien und denke, dass wir beide Defekt gespielt haben (P).

Anstatt mit der richtigen Wahrscheinlichkeit p_R zu kooperieren, verwende ich daher die Wahrscheinlichkeit

$$(1-\nu)(1-\mu)p_R + \nu(1-\mu)p_S + (1-\nu)\mu p_T + \nu\mu p_P$$

Führt man die gleichen Überlegungen für die Fälle durch, dass ich in der Vorrunde die Auszahlungen S, T oder P erhalten habe, erhält man als Korrekturterm den Vektor:

$$\begin{pmatrix} p_R \\ p_S \\ p_T \\ p_P \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} -\nu-\mu+\nu\mu & \nu-\nu\mu & \mu-\nu\mu & \nu\mu \\ \nu-\nu\mu & -\nu-\mu+\nu\mu & \nu\mu & \mu-\nu\mu \\ \mu-\nu\mu & \nu\mu & -\nu-\mu+\nu\mu & \nu-\nu\mu \\ \nu\mu & \mu-\mu\nu & \nu-\nu\mu & -\nu-\mu+\nu\mu \end{pmatrix} \tag{2.11}$$

2.5 Die Auszahlungsmatrix für wiederholte Spiele mit Fehlern

Wir haben nun alle Grundlagen, um die Auszahlungsmatrix für das wiederholte Donation Game mit Fehlern zu berechnen: Aus dem Kapitel 2.4 wissen wir, wie sich der Vektor (p_R, p_S, p_T, p_P) ändert, wenn ich Fehler berücksichtige und mit Hilfe von Kapitel 2.3 können wir dann die mittlere Auszahlung berechnen, wenn diese Strategie gegen einen festen Gegner spielt. Ich möchte die Vorgangsweise anhand eines Beispiels zusammenfassen:

Auszahlungsmatrix für das donation game

Beispiel 8 (Mittlere Auszahlung von Grim gegen Tit for Tat)
Angenommen wir haben es mit Fehlern in der Implementierung zu tun. Dadurch wird Grim, $S_8 = (1,0,0,0)$ zu $S_8(\varepsilon) = (1-\varepsilon, \varepsilon, \varepsilon, \varepsilon)$, wenn man den Korrekturterm (2.7) berücksichtigt. Analog wird aus TFT $S_{10}(\varepsilon) = (1-\varepsilon, \varepsilon, 1-\varepsilon, \varepsilon)$.

Grim vs. TFT

Damit können wir nun die Übergangsmatrix Q wie in (2.1) berechnen:

$$Q = \begin{pmatrix} (1-\varepsilon)^2 & (1-\varepsilon)\varepsilon & \varepsilon(1-\varepsilon) & \varepsilon^2 \\ \varepsilon(1-\varepsilon) & \varepsilon^2 & (1-\varepsilon)^2 & (1-\varepsilon)\varepsilon \\ \varepsilon^2 & \varepsilon(1-\varepsilon) & (1-\varepsilon)\varepsilon & (1-\varepsilon)^2 \\ \varepsilon^2 & \varepsilon(1-\varepsilon) & (1-\varepsilon)\varepsilon & (1-\varepsilon)^2 \end{pmatrix}$$

Für $\varepsilon > 0$ hat Q die Durchmischungseigenschaft, denn bereits alle Einträge von Q sind größer als 0. Wie in Kapitel 2.3 suchen wir jetzt den Vektor $\pi(\varepsilon)$ mit

$$\pi(\varepsilon)Q = \pi(\varepsilon) \tag{2.12}$$

Dazu zerlegen wir Q in die Form

$$Q(\varepsilon) = Q_0 + \varepsilon Q_1 + \varepsilon^2 Q_2 \tag{2.13}$$

wobei

$$Q_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$Q_1 = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$Q_2 = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Wir machen für $\pi(\varepsilon)$ den Ansatz:

$$\pi(\varepsilon) = \pi + \varepsilon x + \varepsilon^2 y + \ldots \tag{2.14}$$

Setzt man (2.14) und (2.13) in (2.12) ein, dann erhält man

$$(\pi + \varepsilon x + \varepsilon^2 y + \ldots)(Q_0 + \varepsilon Q_1 + \varepsilon^2 Q_2) = \pi + \varepsilon x + \varepsilon^2 y + \ldots \tag{2.15}$$

Multipliziert man diese Gleichung aus und fasst die ε-Terme zusammen, so erhält man folgendes lineares Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} \varepsilon^0 : &\quad \pi Q_0 = \pi \\ \varepsilon^1 : &\quad x Q_0 + \pi Q_1 = x \\ \varepsilon^2 : &\quad \ldots \end{aligned} \tag{2.16}$$

Zusätzlich sind noch die folgenden zwei Restriktionen zu beachten:

$$\begin{aligned} \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4 &= 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 0 \end{aligned} \tag{2.17}$$

wobei π_i und x_i die Komponenten des Vektors π und x in der Darstellung von $\pi(\varepsilon)$ in (2.14) sind. Die erste Restriktion stellt sicher, dass $\pi(\varepsilon)$ auch für $\varepsilon = 0$ eine Häufigkeitsverteilung darstellt. Die zweite Bedingung führt dazu, dass $\pi(\varepsilon)$ eine Häufigkeitsverteilung bleibt, wenn wir lineare Terme in ε zulassen.

Löst man die Gleichungen (2.16) und (2.17) nach π und x auf, so erhält man als Lösung:

$$\begin{aligned} \pi &= (0, 0, 0, 1) \\ x &= (1, 1, 2, -4) \end{aligned} \tag{2.18}$$

Insgesamt haben wir damit $\pi(\varepsilon) = (\varepsilon, \varepsilon, 2\varepsilon, 1-4\varepsilon) + \mathcal{O}(\varepsilon^2)$ erhalten. Verwendet man dieses $\pi(\varepsilon)$ in (2.6) und berücksichtigt man, dass für das Donation Game $\{R, S, T, P\} = \{b - c, -c, b, 0\}$ gilt, dann erhält man als mittlere Auszahlung eines Grim-Spielers gegen Tit for Tat:

$$\bar{A} = (b - c)\varepsilon - c\varepsilon + 2b\varepsilon = \varepsilon(3b - 2c)$$

Interpretation des Beispiels

Dieses Beispiel zeigt folgendes:

1. Lässt man den Fehler ε gegen 0 gehen, dann bekommt Grim gegen Tit for Tat nur die Auszahlung 0. Das bestätigt unsere vorherigen Überlegungen, dass Grim und Tit for Tat sehr sensibel auf Fehler reagieren: Selbst wenn am Anfang beide kooperieren, wird mit einer kleinen Wahrscheinlichkeit ε irgendwann ein Fehler passieren und anschließend werden beide Strategien nur noch D spielen. Um dann wieder in den Zustand R=(C,C) zurückzukommen, müssten beide Strategien zur gleichen Zeit einen Fehler begehen, und das hat nur die verschwindend geringe Wahrscheinlichkeit ε^2.

2. Wenn Grim dreimal eine Belohnung bekommt, dann heißt das, dass Tit for Tat dreimal die Kosten c getragen hat. Analog bekommt Tit for Tat zweimal eine Belohnung b wenn Grim zweimal c bezahlt. Tit for Tat bekommt also gegen Grim eine Auszahlung von $\varepsilon(2b - 3c)$, das heißt es gibt eine gewisse Symmetrie in den Auszahlungen.

Auszahlungsmatrix der 16 S_i Strategien

Obige Rechnung kann man nun analog für ein Spiel zwischen zwei beliebigen Strategien durchführen. Die Ergebnisse für Fehler in der Implementierung sind in folgenden zwei Tabellen angeführt[6]:

Anleitung zum Lesen der Tabellen

Diese Tabellen sind wie folgt zu lesen: Interessiert man sich zum Beispiel für die Auszahlung eines Grim-Spielers gegen einen Tit-for-Tat-Spieler, so sucht man zunächst in der ersten Tabelle den Eintrag in der Zeile für S_8 und in der Spalte S_{10}. Der Wert 0 an dieser Stelle besagt, dass der Grim-Spieler die Auszahlung 0 erhält, falls der Fehler ε gegen 0 geht.
Anschließend betrachtet man denselben Eintrag in der zweiten Tabelle. Der Wert $3b-2c$ besagt, dass die Auszahlung von Grim gegen TFT mit steigender Fehlerwahrscheinlichkeit proportional zu $3b-2c$ wächst.[7]
Insgesamt bekommt Grim gegen TFT also eine Auszahlung von $0+\varepsilon(3b-2c)$.

Anschauliche Herleitung von Einträgen

Oft lassen sich die Einträge in diesen Matrizen auch intuitiv herleiten. Betrachten wir zum Beispiel die Auszahlung eines Grim-Spielers gegen sich selbst, $0+\frac{3}{2}(b-c)\varepsilon$. Der konstante Anteil 0 bestätigt, dass sich die beiden zumeist im Zustand (D,D) befinden - denn selbst wenn beide anfangs kooperieren, wird irgendwann versehentlich D gespielt und ab dort defektieren beide (Zur Erinnerung: Ein Spieler mit der Strategie Grim kooperiert ja nur, wenn sowohl er selbst als auch sein Gegenspieler in der Vorrunde kooperiert haben.)
Befinden sich die Spieler aber nun in der Phase wo beide D spielen, so kann es wiederum passieren, dass ein Spieler mit der Wahrscheinlichkeit ε versehentlich doch kooperiert. Er wird dann die Kosten von -c zu tragen haben, sein Gegenspieler kann sich über das Geschenk b freuen (also bekommt Grim in diesem Fall eine Auszahlung von durchschnittlich $(b-c)\varepsilon$, da auch dem Gegenspieler ein solcher Fehler unterlaufen kann).
Mit der geringen Wahrscheinlichkeit ε^2 unterläuft beiden Parteien gleichzeitig ein solcher Fehler. Dann befinden sich aber beide Parteien wieder im Zustand (C,C) und es wird eine gewisse Zeit kooperiert, bis entweder dem einen Spieler oder dem anderen wieder ein Fehler unterläuft (Nämlich durchschnitlich nach $\frac{1}{2\varepsilon}$ Runden). Insgesamt ergibt sich aus diesen seltenen Kooperationsphasen ein gemittelter Gewinn von $\frac{\varepsilon^2}{2\varepsilon}(b-c)$.
Zählt man diese Fälle zusammen, so erhält man genau die Auszahlung $\frac{3}{2}(b-c)\varepsilon$.

[6] Die Tabellen wurden mit Mathematica berechnet. Der Programmcode hierzu befindet sich im Anhang

[7] Natürlich gilt dies nur, solange ε nicht zu groß wird, da wir die Taylorreihe nur bis zum linearen Term entwickelt haben.

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{3}$	b	$\frac{b}{2}$	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	$\frac{2b}{3}$	b
S_1	$-\frac{c}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-2c}{5}$	$\frac{2b-c}{3}$	b	$\frac{3b-c}{4}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{4}$	b	b	b
S_2	0	$\frac{b-c}{3}$	$\mathbf{\frac{b-c}{4}}$	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	0	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-2c}{5}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_3	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_4	$-\frac{c}{3}$	$\frac{2b-c}{5}$	0	$\frac{b}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{4}}$	b	$\frac{b}{3}$	b	$-\frac{c}{3}$	$\frac{2b-c}{5}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b-c}{6}$	b	$\frac{2b}{3}$	b
S_5	$-c$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$-c$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	b	b	b
S_6	$-\frac{c}{2}$	$-c$	0	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{0}$	$\frac{2b-c}{3}$	$-\frac{2c}{3}$	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{5}$	$\frac{4b-2c}{5}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_7	$-c$	$\frac{b-3c}{4}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$-c$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$-c$	$-c$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{2b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{5}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_8	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{3}$	b	$\frac{2b}{3}$	b	$\mathbf{0}$	$\frac{3b-c}{5}$	0	$\frac{3b-c}{5}$	$\frac{3b-c}{6}$	$\frac{3b-c}{3}$	$\frac{3b-c}{4}$	$\frac{3b-c}{3}$
S_9	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-2c}{5}$	$\frac{b-c}{2}$	b	b	$\frac{b-3c}{5}$	$\mathbf{b\text{-}c}$	$\frac{b-c}{2}$	$b-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{3b-2c}{3}$	$\frac{3b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{10}	0	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-2c}{3}$	0	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$
S_{11}	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{b-3c}{5}$	$b-c$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\mathbf{\frac{3b-3c}{4}}$	$\frac{2b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$
S_{12}	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-2c}{4}$	$\frac{b-2c}{4}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-3c}{6}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{3b-2c}{4}$	$\frac{b-3c}{6}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{3b-2c}{4}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$\frac{5b-3c}{6}$	$\frac{5b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{13}	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$-c$	$\frac{3b-4c}{5}$	$\frac{3b-4c}{5}$	$\frac{b-3c}{3}$	$\frac{2b-3c}{3}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{3b-5c}{6}$	$\mathbf{\frac{3b-3c}{4}}$	$\frac{3b-2c}{3}$	$\frac{3b-2c}{3}$
S_{14}	$\frac{-2c}{3}$	$-c$	$\frac{2b-4c}{5}$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{-2c}{3}$	$-c$	$\frac{2b-4c}{5}$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-3c}{4}$	$\frac{b-3c}{3}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{3b-5c}{6}$	$\frac{2b-3c}{3}$	$\mathbf{b\text{-}c}$	$b-c$
S_{15}	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-3c}{3}$	$\frac{b-2c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{2b-3c}{3}$	$b-c$	$\mathbf{b\text{-}c}$

Abbildung 2.2: Fehler in der Implementierung, konstanter Anteil

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{b\text{-}c}$	$-\frac{b+4c}{4}$	$2b-c$	$-c$	$\frac{2b-9c}{9}$	$-2b-c$	$-c$	$-2b-c$	$b-c$	$-c$	$2b-c$	$\frac{b-4c}{4}$	$-c$	$-b-c$	$-\frac{2b+9c}{9}$	$-b-c$
S_1	$\frac{4b+c}{4}$	$\mathbf{\frac{-b+c}{2}}$	$\frac{b-4c}{9}$	c	$\frac{18b-c}{25}$	$-\frac{5b+2c}{9}$	$-4b-3c$	$-\frac{b+c}{2}$	$\frac{3b+c}{2}$	$-\frac{2b+c}{3}$	$\frac{5b-2c}{9}$	$-\frac{4b+c}{9}$	$-\frac{5}{8}c$	$-b-2c$	$-2b-2c$	$-b-2c$
S_2	$b-2c$	$\frac{4b-c}{9}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	c	$2b-2c$	$-\frac{5b+2c}{9}$	$4b-3c$	$-\frac{b+4c}{9}$	$b-2c$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{5b-2c}{9}$	$\frac{b+c}{2}$	$-\frac{5}{8}c$	$\frac{-3b+c}{2}$	$-\frac{18b+c}{25}$	$\frac{-4b+c}{4}$
S_3	b	$-b$	$-b$	$\mathbf{0}$	$\frac{3}{2}b$	0	0	b	$\frac{3}{2}b$	0	0	b	0	$-\frac{3}{2}b$	$-\frac{3}{2}b$	$-b$
S_4	$\frac{9b-2c}{9}$	$\frac{b-18c}{25}$	$2b-2c$	$-\frac{3}{2}c$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$-3b-2c$	$\frac{8b-15c}{9}$	$-2b-c$	$\frac{12b-c}{9}$	$\frac{2b-3c}{5}$	$3b-2c$	$\frac{b-3c}{2}$	$-\frac{7}{9}c$	$-\frac{3b+3c}{2}$	$-\frac{b+12c}{9}$	$-b-c$
S_5	$b+2c$	$\frac{2b+5c}{9}$	$\frac{2b+5c}{9}$	0	$2b+3c$	$\mathbf{0}$	0	$-\frac{2b+5c}{9}$	$2b+3c$	0	0	$-\frac{2b+5c}{9}$	0	$-2b-3c$	$-2b-3c$	$-b-2c$
S_6	b	$3b+4c$	$3b-4c$	0	$\frac{15b-8c}{9}$	0	$\mathbf{3b\text{-}3c}$	$-\frac{b+2c}{3}$	$\frac{15b+8c}{9}$	$3b+3c$	0	$\frac{-b+2c}{3}$	0	$\frac{-3b+2c}{5}$	$-\frac{3b+2c}{5}$	$-b$
S_7	$b+2c$	$\frac{b+c}{2}$	$\frac{4b+c}{9}$	$-c$	$b+2c$	$\frac{5b+2c}{9}$	$\frac{2b+c}{3}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$2b+2c$	$4b+3c$	$\frac{-5b+2c}{9}$	$\frac{-b+4c}{9}$	$\frac{5}{8}c$	$\frac{-18b+c}{25}$	$-\frac{3b+c}{2}$	$-\frac{4b+c}{4}$
S_8	$b-c$	$-\frac{b+3c}{2}$	$2b-c$	$-\frac{3}{2}c$	$\frac{b-12c}{9}$	$-3b-2c$	$-\frac{8b+15c}{9}$	$-2b-2c$	$\mathbf{\frac{3b-3c}{2}}$	$-\frac{2b+3c}{5}$	$3b-2c$	$-\frac{b+18c}{25}$	$-\frac{7}{9}c$	$-\frac{12b+c}{9}$	$-\frac{b+c}{2}$	$-\frac{9b+2c}{9}$
S_9	b	$\frac{b+2c}{3}$	$\frac{b-2c}{3}$	0	$\frac{3b-2c}{5}$	0	$-3b-3c$	$-3b-4c$	$\frac{3b+2c}{5}$	$\mathbf{-3b+3c}$	0	$-3b+4c$	0	$\frac{-15b+8c}{9}$	$-\frac{15b+8c}{9}$	$-b$
S_{10}	$b-2c$	$\frac{2b-5c}{9}$	$\frac{2b-5c}{9}$	0	$2b-3c$	0	0	$\frac{-2b+5c}{9}$	$2b-3c$	0	$\mathbf{0}$	$\frac{-2b+5c}{9}$	0	$-2b+3c$	$-2b+3c$	$-b+2c$
S_{11}	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{b+4c}{9}$	$-\frac{b+c}{2}$	$-c$	$\frac{3b-c}{2}$	$\frac{5b+2c}{9}$	$\frac{-2b+c}{3}$	$\frac{-4b+c}{9}$	$\frac{18b+c}{25}$	$-4b+3c$	$\frac{-5b+2c}{9}$	$\mathbf{\frac{-b+c}{2}}$	$\frac{5}{8}c$	$-2b+2c$	$-b+2c$	$-b+2c$
S_{12}	b	$\frac{5}{8}b$	$\frac{5}{8}b$	0	$\frac{7}{9}b$	0	0	$-\frac{5}{8}b$	$\frac{7}{9}b$	0	0	$-\frac{5}{8}b$	$\mathbf{0}$	$-\frac{7}{9}b$	$-\frac{7}{9}b$	$-b$
S_{13}	$b+c$	$2b+c$	$\frac{-b+3c}{2}$	$\frac{3}{2}c$	$\frac{3b+3c}{2}$	$3b+2c$	$\frac{-2b+3c}{5}$	$\frac{-b+18c}{25}$	$\frac{b+12c}{9}$	$\frac{-8b+15c}{9}$	$-3b+2c$	$-2b+2c$	$\frac{7}{9}c$	$\mathbf{\frac{-b+c}{2}}$	$\frac{-12b+c}{9}$	$\frac{-9b+2c}{9}$
S_{14}	$\frac{9b+2c}{9}$	$2b+2c$	$\frac{b+18c}{25}$	$\frac{3}{2}c$	$\frac{12b+c}{9}$	$3b+2c$	$\frac{2b+3c}{5}$	$\frac{b+3c}{2}$	$\frac{b+c}{2}$	$\frac{8b+15c}{9}$	$-3b+2c$	$-2b+c$	$\frac{7}{9}c$	$\frac{-b+12c}{9}$	$\mathbf{\frac{-3b+3c}{2}}$	$-b+c$
S_{15}	$b+c$	$2b+c$	$\frac{-b+4c}{4}$	c	$b+c$	$2b+c$	c	$\frac{b+4c}{4}$	$\frac{2b+9c}{9}$	c	$-2b+c$	$-2b+c$	c	$\frac{-2b+9c}{9}$	$-b+c$	$\mathbf{-b+c}$

Abbildung 2.3: Fehler in der Implementierung, linearer Anteil in ε

2.6 Probleme bei der Herleitung der Auszahlungsmatrix

Es liegt jetzt natürlich nahe, dieses Verfahren auch für andere Fehlerarten anzuwenden. Leider können sich dabei Probleme ergeben:

Beispiel 9 (Problem 1: Ein zu spezieller Ansatz)
Angenommen wir wollen berechnen, was ein Spieler mit der Strategie S_{12} gegen S_8 bekommt, wenn wir nur Fehler in der Auffassung des Gegners zulassen. Es gilt dann $S_8(\nu) = (1-\nu, \nu, 0, 0)$ und $S_{12}(\nu) = S_{12} = (1, 1, 0, 0)$. Das heißt die Strategie S_{12} verändert sich nicht - da sie genau dann kooperiert, wenn sie in der Vorrunde kooperiert hat (bei den Auszahlungen R und S), sich also gar nicht am Verhalten des Gegners orientiert.

Fehlende Durchmischungseigenschaft

Berechnet man für diese Strategien die Übergangsmatrix, so erhält man:

$$Q = \begin{pmatrix} 1-\nu & \nu & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \nu & 1-\nu \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Die Matrix Q zerfällt in zwei irreduzible Blöcke: Startet man mit den Zuständen R oder S, dann erhält man langfristig immer die Auszahlung S; beginnt man hingegen mit den Zuständen T oder P, so bekommt man im langfristigen Mittel die Auszahlung P. Der Übergangsmatrix Q fehlt also die Durchmischungseigenschaft.
In diesem Fall spielt daher die Startverteilung sehr wohl eine Rolle für die durchschnittliche Auszahlung, ein unabhängiges π kann es nicht geben. Unser bisheriges Verfahren wird dadurch nutzlos, die durchschnittliche Auszahlung ist eine Funktion vom Anfangszustand.

Zwei irreduzible Blöcke

Beispiel 10 (Problem 2: Ein zu allgemeiner Ansatz)
Man könnte nun versuchen, die vielen Nullen in der Übrgangsmatrix dadurch zu eliminieren, dass man allgemeinere Fehler zulässt. Anstatt isoliert Fehler in der Auffassung des Gegners zu untersuchen, betrachten wir allgemein Fehler in der Auffassung.
Wir berechnen also wieder die Auszahlung von S_{12} gegen S_8, diesmal aber nicht nur wie bisher mit einer Wahrscheinlichkeit ν, dass der Gegner falsch interpretiert wird, sondern wir führen zusätzlich noch die Wahrscheinlichkeit μ ein, dass ich mich selbst falsch einschätze.

Leere Lösungsmenge

Dadurch folgt mittels (2.11), dass S_8 zu $(1-\mu-\nu+\mu\nu, \nu-\mu\nu, \mu-\mu\nu, \mu\nu)$ übergeht und S_{12} zu $(1-\mu, 1-\mu, \mu, \mu)$. Als Übergangsmatrix ergibt sich

nun:

$$Q = \begin{pmatrix} (1-\mu)(1-\mu-\nu+\mu\nu) & (1-\mu)(\mu+\nu-\mu\nu) & \mu(1-\mu-\nu+\mu\nu) & \mu(\mu+\nu-\mu\nu) \\ (1-\mu)(\mu-\mu\nu) & (1-\mu)(1-\mu+\mu\nu) & \mu(\mu-\mu\nu) & \mu(1-\mu+\mu\nu) \\ \mu(\nu-\mu\nu) & \mu(1-\nu+\mu\nu) & (1-\mu)(\nu-\mu\nu) & (1-\mu)(1-\nu+\mu\nu) \\ \mu^2\nu & \mu(1-\mu\nu) & (1-\mu)\mu\nu & (1-\mu)(1-\mu\nu) \end{pmatrix}$$

Die erste Hürde ist also genommen, denn für $\mu, \nu > 0$ sind alle Einträge von Q größer als 0, somit ist die Matrix durchmischend und es folgt die Existenz von genau einem stationären Vektor π.
Wir versuchen also, unser bisheriges Verfahren anzuwenden und spalten zunächst die Matrix Q in die einzelnen Teile auf:

$$Q = Q_0 + \mu Q_\mu + \nu Q_\nu + \mu^2 Q_{\mu^2} + \mu\nu Q_{\mu\nu} + \nu^2 Q_{\nu^2} + \dots \tag{2.19}$$

Analog machen wir für den stationären Vektor $\pi(\mu, \nu)$ den Ansatz

$$\pi(\mu, \nu) = \pi_0 + \mu\pi_\mu + \nu\pi_\nu + \mu^2\pi_{\mu^2} + \mu\nu\pi_{\mu\nu} + \nu^2\pi_{\nu^2} + \dots \tag{2.20}$$

Die Bedingung $\pi(\mu, \nu)Q = \pi(\mu, \nu)$ führt dann wieder zu einem linearen Gleichungssystem, unter anderem mit den 3 linearen Gleichungssystemen

$$\begin{aligned} \pi_0 &= \pi_0 Q_0 \\ \pi_\nu &= \pi_\nu Q_0 + \pi_0 Q_\nu \\ \pi_\mu &= \pi_\mu Q_0 + \pi_0 Q_\mu \end{aligned} \tag{2.21}$$

Versucht man (2.21) zu lösen, dann ergibt sich als Lösungsmenge die leere Menge - der konstante Anteil π_0 lässt sich nämlich nicht berechnen, da sich die Gleichungen teilweise widersprechen. Wir bekommen also durch diesen Ansatz nicht auf eine Taylor-Entwicklung von π, obwohl der stationäre Vektor π selbst existieren muss!

Um zu verstehen, wieso dieses Lösungsverfahren scheitert, lassen wir Mathematica den exakten stationären Vektor $\pi = (\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4)$ berechnen [8]

$$\begin{aligned} \pi_1 &= \frac{\mu-\mu^2-2\mu\nu+6\mu^2\nu+\mu\nu^2-4\mu^3\nu-4\mu^2\nu^2+4\mu^3\nu^2}{6\mu+2\nu-4\mu^2-12\mu\nu-2\nu^2+24\mu^2\nu+12\mu\nu^2-16\mu^3\nu-24\mu^2\nu^2+16\mu^3\nu^2} \\ \pi_2 &= \frac{2\mu+\nu-\mu^2-4\mu\nu-\nu^2+6\mu^2\nu+5\mu\nu^2-4\mu^3\nu-8\mu^2\nu^2+4\mu^3\nu^2}{6\mu+2\nu-4\mu^2-12\mu\nu-2\nu^2+24\mu^2\nu+12\mu\nu^2-16\mu^3\nu-24\mu^2\nu^2+16\mu^3\nu^2} \\ \pi_3 &= \frac{\mu^2+2\mu^2\nu+\mu\nu^2-4\mu^3\nu-4\mu^2\nu^2+4\mu^3\nu^2}{6\mu+2\nu-4\mu^2-12\mu\nu-2\nu^2+24\mu^2\nu+12\mu\nu^2-16\mu^3\nu-24\mu^2\nu^2+16\mu^3\nu^2} \\ \pi_4 &= \frac{3\mu+\nu-3\mu^2-6\mu\nu-\nu^2+10\mu^2\nu+5\mu\nu^2-4\mu^3\nu-8\mu^2\nu^2+4\mu^3\nu^2}{6\mu+2\nu-4\mu^2-12\mu\nu-2\nu^2+24\mu^2\nu+12\mu\nu^2-16\mu^3\nu-24\mu^2\nu^2+16\mu^3\nu^2} \end{aligned} \tag{2.22}$$

Lässt man nun in (2.22) μ gegen 0 gehen, so erhält man

[8] Solve[$\{\pi.Q == \pi,\ \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4 == 1\}, \{\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4\}$]

$$\begin{aligned}
\pi_1 &= 0 \\
\pi_2 &= \tfrac{\nu-\nu^2}{2\nu-2\nu^2} = \tfrac{1-\nu}{2-\nu} \\
\pi_3 &= 0 \\
\pi_4 &= \tfrac{\nu-\nu^2}{2\nu-2\nu^2} = \tfrac{1-\nu}{2-\nu}
\end{aligned} \tag{2.23}$$

Lässt man hier wiederum ν gegen 0 gehen, so erhält man für den konstanten Anteil von π einen Wert von $(0, \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2})$.

Geht man in (2.22) jedoch zuerst mit ν gegen 0, so erhält man

$$\begin{aligned}
\pi_1 &= \tfrac{\mu-\mu^2}{6\mu-4\mu^2} = \tfrac{1-\mu}{6-4\mu} \\
\pi_2 &= \tfrac{2\mu-\mu^2}{6\mu-4\mu^2} = \tfrac{2-\mu}{6-4\mu} \\
\pi_3 &= \tfrac{\mu^2}{6\mu-4\mu^2} = \tfrac{\mu}{6-4\mu} \\
\pi_4 &= \tfrac{3\mu-3\mu^2}{6\mu-4\mu^2} = \tfrac{3-3\mu}{6-4\mu}
\end{aligned} \tag{2.24}$$

Berechnet man in (2.24) den Wert für μ gegen 0, so erhält man als konstanten Anteil von π die Verteilung $(\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, 0, \frac{1}{2})$.

Insgesamt haben wir also erhalten, dass der stationäre Vektor π im Punkt $\mu = 0$, $\nu = 0$ unstetig ist - der Wert von π hängt ab von der Richtung, aus der man sich dem Nullpunkt nähert. Mit dieser Information wird auch klar, wieso eine allgemeine Taylorentwicklung um den Nullpunkt scheitern muss: Weil es keinen eindeutigen Wert für π am Punkt (0,0) gibt.

Interpretation der Unstetigkeit im Nullpunkt

Wie kann man nun diese unterschiedlichen Grenzwerte interpretieren?
Sei zunächst die Wahrscheinlichkeit für eine Verwechslung des eigenen Zuges sehr klein (also $\mu \approx 0$), dann wird S_{12} entweder für sehr lange Zeit nur kooperieren oder nur D spielen (Für S_{12} spielt es ja keine Rolle, dass er immer noch den Gegner falsch interpretieren könnte, denn S_{12} kooperiert und defektiert ja unabhängig vom Gegner einfach dann, wenn er das schon in der Vorrunde gemacht hat) .
Ein Grim-Spieler berücksichtigt hingegen den gegnerischen Zug. Da die Gefahr einer Misinterpretation des Gegners vergleichsweise groß ist und Grim somit auf jeden Fall irgendwann denkt, dass der Gegner Defekt gespielt hat, wird Grim langfristig auf D wechseln - und dann sehr nachtragend sein und nicht mehr kooperieren.
Schlussendlich spielt also S_8 im Normalfall Defekt während S_{12} mit gleicher Wahrscheinlichkeit C oder D spielt - man landet also mit gleicher Wahrscheinlichkeit in den Zuständen (C,D) und (D,D), bekommt also für den konstanten Anteil von π den Wert $(0, \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2})$.

Ist hingegen von Anfang an die Wahrscheinlichkeit für eine falsche Auffassung des gegnerischen Zuges sehr klein ($\nu \approx 0$), dann gilt $S_{12} \approx (1-\mu, 1-$

$\mu, \mu, \mu)$ und $S_8 \approx (1-\mu, 0, \mu, 0)$.
Der wesentliche Unterschied zum vorigen Fall ist der, dass es nun möglich ist, dass Grim nach längerer Defekt-Phase zu kooperieren beginnt - nämlich dann, wenn in der Vorrunde (C,D) gespielt wurde und Grim seinen Zug falsch interpretiert und von einer (C,C)-Situation ausgeht. Beide Spieler bekommen dann für längere Zeit die Auszahlung R, da beide im Fall (C,C) für längere Zeit die Kooperation beibehalten.
Das heißt, insgesamt wird aus Sicht von S_{12} die Wahrscheinlichkeit, ausgenützt zu werden etwas sinken und zwar zugunsten von beidseitiger Kooperation - ein neuer konstanter Anteil von π mit kleinerer Wahrscheinlichkeit für S und größerem Anteil für R, $(\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, 0, \frac{1}{2})$, erscheint also plausibel.

Resumé der vorigen Beispiele

Insgesamt haben wir also gesehen, dass ein zu spezieller Ansatz nicht zum gewünschten Ziel führt, da die Übergangsmatrix die Durchmischungseigenschaft verliert, falls "zu wenige" Fehler passieren. Führt man jedoch allgemeinere Fehlerarten ein, so darf man nicht erwarten, dass man auch eine allgemeine Form der Taylorreihe entwickeln kann, weil für den Grenzwert im Punkt 0 die Richtung, aus der man sich nähert, wesentlich ist.

Schlussfolgerung aus den Problemen

Um also über Fehler in der Auffassung etwas aussagen zu können, muss man solche Richtungen vorgeben. Folgende 3 Prototypen dürften dabei von besonderem Interesse sein:

- Fehler in der Auffassung des gegnerischen Zuges: Für den Fall dass $\nu \gg \mu$ ist die Richtung $\mu \approx 0$ maßgeblich
- Fehler in der Auffassung des eigenen Zuges: Ist umgekehrt die Wahrscheinlichkeit für eine Misinterpretation des Gegners sehr klein im Vergleich zu Fehlern bei der Auffassung des eigenen Zuges ($\nu \ll \mu$), so muss man die Richtung $\nu \approx 0$ betrachten.
- Gleiche Fehler in der Auffassung: Sind beide Fehlerarten von der selben Größenordnung, also $\mu \approx \nu$, dann wird man sich in diagonaler Richtung dem Nullpunkt nähern.

Beispiel 11 (Ein Zahlenbeispiel)
Wir berechnen den exakten Wert für π für unterschiedliche Fehlerwahrscheinlichkeiten:

- $\mu = 0.0001,\ \nu = 0.01$: $\pi = (0.005, 0.495, 0.000, 0.500)$. Das entspricht schon ziemlich genau dem konstanten Term für Fehler in der Auffassung des eigenen Zuges, $(0, \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2})$
- $\mu = 0.01,\ \nu = 0.0001$: $\pi = (0.165, 0.334, 0.002, 0.498)$ entspricht dem vorigen Grenzwert $(\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, 0, \frac{1}{2})$.

Zusammenfassend muss man also für Fehler in der Auffassung zunächst den allgemeinen Weg gehen, um später dann doch noch mit speziellen Fehlern weiterzurechnen. Damit kann man die Probleme umgehen und es lassen sich wieder Auszahlungsmatrizen berechnen. Für die vorigen 3 Fälle, Misinterpretation des gegnerischen Zuges, des eigenen Zuges und für eine gleich große Wahrscheinlichkeit der beiden Fehler, sind diese Auszahlungsmatrizen im Anhang angegeben.

Zusammenfassung

2.7 Alternierende Spiele[9]

Bis jetzt haben wir immer angenommen, dass beide Akteure gleichzeitig ihre Züge spielen. Sie gehen von einer gemeinsamen Vorrunde aus und entscheiden sich dann simultan für die nächste Aktion. In der Realität wird aber oft abwechslend gespielt: Der Gegner setzt eine Handlung, die dann von mir beurteilt wird und worauf von mir bestimmte Gegenmaßnahmen ergriffen werden - die dann wiederum vom Gegner eingeschätzt werden, und so weiter.

Simultane Spiele vs. Alternierende Spiele

Der wesentliche Unterschied zum simultanen Spiel ist der, dass nicht mehr beide Spieler zur selben Zeit von der selben Ausgangssituation ausgehen. Wir betrachten dazu das Donation Game und die beiden Spieler sollen abwechselnd in der Lage sein, ein Geschenk zu geben (*donor*) oder ein Geschenk vom Gegner anzunehmen (*recipient*). Wir betrachten dazu den folgenden Spielverlauf:

Unterschiedliche Ausgangssituationen

$$\begin{array}{lccccccc} & & & & & \overbrace{\qquad\qquad}^{letzteRunde} & & \\ \textit{Spieler A} & C & & C & & C & & \\ \textit{Spieler B} & & C & & C & & D & \end{array}$$

Nun ist Spieler A an der Reihe. Verfolgt er eine Memory-One-Strategie, so beachtet er die letzten zwei Züge. Für in liegt hier eine (C,D)-Situation vor. Nehmen wir an, dass A in dieser Situation Defekt spielt:

$$\begin{array}{lccccccc} \textit{Spieler A} & C & & C & & C & & D \\ \textit{Spieler B} & & C & & C & & \underbrace{D \qquad}_{letzteRunde} & \end{array}$$

Während also Spieler A die Ausgangssituation (C,D) hatte, hat Spieler D nicht mehr wie im simultanen Spiel (D,C) als Zustand der letzten Runde - so wie es beim simultanen Spiel der Fall wäre - sondern (D,D).

Wir wollen nun die Übergangsmatrix für alternierende Spiele herleiten. Spieler A habe die Strategie (p_R, p_S, p_T, p_P) und B die Strategie (p'_R, p'_S, p'_T, p'_P).

Herleitung der Übergangsmatrix

[9] Für weiterführende Information siehe [10] und [20]

Angenommen, in der Vorrunde wurde (C,C) (Auszahlung R) gespielt und nun ist Spieler A am Zug. Wie hoch ist in diesem Fall die Wahrscheinlichkeit für die einzelnen Zustände in der nächsten Runde?

- R: Damit in der Folgerunde wieder (C,C) gespielt wird, muss A zunächst kooperieren. Da in der Vorrunde (C,C) gespielt wurde, ist die Wahrscheinlichkeit dafür p_R. Wenn A nun C gespielt hat, dann ist auch für B die Ausgangssituation (C,C). Er wird also mit der Wahrscheinlichkeit p'_R kooperieren.

- S: Wenn in der nächsten Runde (C,D) gespielt werden soll, dann muss A zunächst mit Wahrscheinlichkeit p_R kooperieren. Danach muss B, obwohl in der Vorrunde beide kooperiert haben, Defekt spielen. Die Wahrscheinlichkeit dafür beträgt $1 - p'_R$.

- T: Wir wollen die Wahrscheinlichkeit für den Zustand (D,C) berechnen. Dann muss zunächst A Defekt spielen, die Wahrscheinlichkeit hierfür ist $1-p_R$. Nun ist Spieler B an der Reihe. Obwohl er selbst in der letzten Runde kooperiert hat, hat Spieler A ihn ausgenutzt und D gespielt. Er wird daher nur mit der Wahrscheinlichkeit p'_S kooperieren.

- P: Dazu muss A mit der Wahrscheinlichkeit $1 - p_R$ Defekt spielen und anschließend B (der aus seiner Sicht wieder ausgenutzt wurde) ebenfalls Defekt spielen (mit einer Wahrscheinlichkeit von $1 - p'_S$).

Führt man dieselbe Überlegung nun auch für die Fälle durch, dass in der Vorrunde (C,D), (D,C) und (D,D) gespielt wurde, so erhält man die folgende Übergangsmatrix für alternierende Spiele (Vergleiche mit (2.1), der Übergangsmatrix für simultane Spiele!)

$$\begin{array}{c|cccc} & R & S & T & P \\ \hline R & p_R \cdot p'_R & p_R \cdot (1-p'_R) & (1-p_R) \cdot p'_S & (1-p_R) \cdot (1-p'_S) \\ S & p_S \cdot p'_T & p_S \cdot (1-p'_T) & (1-p_S) \cdot p'_P & (1-p_S) \cdot (1-p'_P) \\ T & p_T \cdot p'_R & p_T \cdot (1-p'_R) & (1-p_T) \cdot p'_S & (1-p_T) \cdot (1-p'_S) \\ P & p_P \cdot p'_T & p_P \cdot (1-p'_T) & (1-p_P) \cdot p'_P & (1-p_P) \cdot (1-p'_P) \end{array} \tag{2.25}$$

Berechnung von Auszahlungsmatrizen

Nachdem wir nun die Übergangsmatrix für alternierende Spiele berechnet haben, kann man völlig gleich wie im simultanen Fall die Auszahlungsmatrix für die 16 deterministischen Strategien herleiten (vgl. Abschnitt 2.5 und 2.6).
Die Auszahlungsmatrix für das Donation Game bei Fehlern in der Implementierung ist auf den folgenden beiden Seiten angegeben. Für die übrigen Fehlerarten und für das Snowdrift-Game findet man die entsprechenden Matrizen im Anhang.

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{3}$	b	$\frac{b}{2}$	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	$\frac{2b}{3}$	b
S_1	$-\frac{c}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{3}}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{3}$	b	b	b	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	b	b	b
S_2	0	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{0}$	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_3	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_4	$-\frac{c}{3}$	$\frac{b-c}{3}$	0	$\frac{b}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{3}}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b}{3}$	b	$-\frac{c}{3}$	$\frac{2b-c}{5}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b-c}{6}$	b	$\frac{2b}{3}$	b
S_5	$-c$	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	b	b	$-c$	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	b	b
S_6	$-\frac{c}{2}$	$-c$	0	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{2c}{3}$	$-c$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$-\frac{c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{5}$	$\frac{4b-2c}{5}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_7	$-c$	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-c$	$-c$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\mathbf{\frac{2b-2c}{3}}$	$-c$	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-3c}{4}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_8	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{3}$	b	$\frac{b}{3}$	b	$\mathbf{0}$	$\frac{3b-c}{5}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{3b-c}{6}$	$\frac{3b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{3b-c}{3}$
S_9	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-2c}{5}$	b	$\frac{b-c}{2}$	b	$\frac{b-3c}{5}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{3b-c}{3}$	$\frac{3b-2c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{10}	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{3}$	$b-c$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$b-c$	$\frac{b-c}{2}$	$b-c$	$\frac{2b-2c}{3}$	$b-c$
S_{11}	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$b-c$	$b-c$	$\mathbf{b-c}$	$\frac{2b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$
S_{12}	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-2c}{4}$	$\frac{b-2c}{4}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-3c}{6}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{3b-2c}{4}$	$\frac{b-3c}{6}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{3b-2c}{4}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$\frac{5b-3c}{6}$	$\frac{5b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{13}	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{3b-4c}{5}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{b-3c}{3}$	$\frac{b-3c}{3}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{3b-5c}{6}$	$\mathbf{\frac{2b-2c}{3}}$	$\frac{3b-2c}{3}$	$\frac{3b-2c}{3}$
S_{14}	$-\frac{2c}{3}$	$-c$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-\frac{2c}{3}$	$-c$	$\frac{2b-4c}{5}$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{2b-3c}{3}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$b-c$	$\frac{3b-5c}{6}$	$\frac{2b-3c}{3}$	$\mathbf{b-c}$	$b-c$
S_{15}	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-3c}{3}$	$\frac{b-2c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{2b-3c}{3}$	$b-c$	$\mathbf{b-c}$

Abbildung 2.4: Alternierendes Donation-Game: Fehler in der Implementierung, konstanter Anteil

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	**b-c**	$-\frac{b+4c}{4}$	$2b-c$	$-c$	$\frac{2b-9c}{9}$	$-2b-c$	$-c$	$-2b-c$	$b-c$	$-c$	$2b-c$	$\frac{b-4c}{4}$	$-c$	$-b-c$	$-\frac{2b+9c}{9}$	$-b-c$
S_1	$\frac{4b+c}{4}$	$\mathbf{\frac{2b-2c}{9}}$	$\frac{-3b+c}{4}$	c	$\frac{2b-2c}{9}$	$-3b-2c$	$-3b-3c$	$-2b-2c$	$\frac{4b+c}{4}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{-b+c}{4}$	$\frac{b+3c}{4}$	$-\frac{5c}{8}$	$-2b-2c$	$-b-2c$	$-b-2c$
S_2	$b-2c$	$\frac{-b+3c}{4}$	**2b-2c**	c	$b-2c$	$\frac{b+c}{4}$	$3b-3c$	$\frac{3b+c}{4}$	$2b-2c$	$-\frac{b+c}{3}$	$3b-2c$	$-\frac{2b+2c}{9}$	$-\frac{5c}{8}$	$\frac{-4b+c}{4}$	$-\frac{2b+2c}{9}$	$\frac{-4b+c}{4}$
S_3	b	$-b$	$-b$	**0**	$\frac{3b}{2}$	0	0	b	$\frac{3b}{2}$	0	0	b	0	$-\frac{3b}{2}$	$-\frac{3b}{2}$	$-b$
S_4	$\frac{9b-2c}{9}$	$\frac{2b-2c}{9}$	$2b-c$	$-\frac{3c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b-2c}{9}}$	$-\frac{5b+2c}{9}$	$-\frac{5b+15c}{9}$	$-2b-2c$	$\frac{9b+c}{9}$	$\frac{b-3c}{5}$	$2b-c$	$\frac{b-4c}{4}$	$-\frac{7c}{9}$	$-2b-2c$	$\frac{b-9c}{9}$	$-b-c$
S_5	$b+2c$	$2b+3c$	$-\frac{b+c}{4}$	0	$\frac{2b+5c}{9}$	**0**	$-2b-3c$	$-2b-3c$	$b+2c$	$2b+3c$	0	$\frac{b+c}{4}$	0	$-\frac{2b+5c}{9}$	$-b-2c$	$-b-2c$
S_6	b	$3b+3c$	$3b-3c$	0	$\frac{15b+5c}{9}$	$3b+2c$	**0**	$\frac{-b+c}{3}$	$\frac{15b-5c}{9}$	0	$3b-2c$	$-\frac{b+c}{3}$	0	$\frac{-3b+c}{5}$	$-\frac{3b+c}{5}$	$-b$
S_7	$b+2c$	$2b+2c$	$-\frac{b+3c}{4}$	$-c$	$2b+2c$	$3b+2c$	$\frac{-b+c}{3}$	$\mathbf{\frac{-2b+2c}{9}}$	$b+2c$	$3b+3c$	$\frac{b-c}{4}$	$\frac{3b-c}{4}$	$\frac{5c}{8}$	$\frac{-2b+2c}{9}$	$-\frac{4b+c}{4}$	$-\frac{4b+c}{4}$
S_8	$b-c$	$-\frac{b+4c}{4}$	$2b-2c$	$-\frac{3c}{2}$	$-\frac{b+9c}{9}$	$-2b-c$	$\frac{5b-15c}{9}$	$-2b-c$	**2b-2c**	$-\frac{b+3c}{5}$	$\frac{5b-2c}{9}$	$-\frac{2b+2c}{9}$	$-\frac{7c}{9}$	$\frac{-9b+c}{9}$	$-\frac{2b+2c}{9}$	$-\frac{9b+2c}{9}$
S_9	b	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b+c}{3}$	0	$\frac{3b-c}{5}$	$-3b-2c$	0	$-3b-3c$	$\frac{3b+c}{5}$	**0**	$-3b+2c$	$-3b+3c$	0	$-\frac{15b+5c}{9}$	$\frac{-15b+5c}{9}$	$-b$
S_{10}	$b-2c$	$\frac{-b+c}{4}$	$2b-3c$	0	$b-2c$	0	$2b-3c$	$\frac{b-c}{4}$	$\frac{2b-5c}{9}$	$-2b+3c$	**0**	$-2b+3c$	0	$-b+2c$	$\frac{-2b+5c}{9}$	$-b+2c$
S_{11}	$\frac{4b-c}{4}$	$-\frac{3b+c}{4}$	$\frac{2b+2c}{9}$	$-c$	$\frac{4b-c}{4}$	$-\frac{b+c}{4}$	$\frac{b+c}{3}$	$\frac{b-3c}{4}$	$\frac{2b+2c}{9}$	$-3b+3c$	$-3b+2c$	**-2b+2c**	$\frac{5c}{8}$	$-b+2c$	$-2b+2c$	$-b+2c$
S_{12}	b	$\frac{5b}{8}$	$\frac{5b}{8}$	0	$\frac{7b}{9}$	0	0	$-\frac{5b}{8}$	$\frac{7b}{9}$	0	0	$-\frac{5b}{8}$	**0**	$-\frac{7b}{9}$	$-\frac{7b}{9}$	$-b$
S_{13}	$b+c$	$2b+2c$	$\frac{-b+4c}{4}$	$\frac{3c}{2}$	$2b+2c$	$\frac{5b+2c}{9}$	$\frac{-b+3c}{5}$	$\frac{-2b+2c}{9}$	$\frac{-b+9c}{9}$	$\frac{5b+15c}{9}$	$-2b+c$	$-2b+c$	$\frac{7c}{9}$	$\mathbf{\frac{-2b+2c}{9}}$	$-\frac{9b+c}{9}$	$\frac{-9b+2c}{9}$
S_{14}	$\frac{9b+2c}{9}$	$2b+c$	$\frac{2b+2c}{9}$	$\frac{3c}{2}$	$\frac{9b-c}{9}$	$2b+c$	$\frac{b+3c}{5}$	$\frac{b+4c}{4}$	$\frac{2b+2c}{9}$	$\frac{-5b+15c}{9}$	$\frac{-5b+2c}{9}$	$-2b+2c$	$\frac{7c}{9}$	$\frac{b+9c}{9}$	**-2b+2c**	$-b+c$
S_{15}	$b+c$	$2b+c$	$\frac{-b+4c}{4}$	c	$b+c$	$2b+c$	c	$\frac{b+4c}{4}$	$\frac{2b+9c}{9}$	c	$-2b+c$	$-2b+c$	c	$\frac{-2b+9c}{9}$	$-b+c$	**-b+c**

Abbildung 2.5: Alternierendes Donation-Game: Fehler in der Implementierung, linearer Anteil in ε

Wir wollen nun die Tabellen für das simultane Donation-Game (Abbildung 2.2 und 2.3) mit denen für das alternierende Spiel (Abbildung 2.4 und 2.5) vergleichen. Dabei fällt folgendes auf:

Alternierendes vs. Simultanes Donation-Game

1. Die Spalten für S_0, S_3, S_{12} und S_{15} sind in den beiden Varianten identisch, das heißt für einen Gegner dieser Spieler ist es völlig irrelevant, ob abwechselnd oder simultan gezogen wird. Die Ursache dafür liegt in der Tatsache, dass genau bei diesen vier Strategien $p_R = p_S$ und $p_T = p_P$ gilt, das heißt bei diesen Strategien wird der gegnerische Zug nicht berücksichtigt. In diesem Fall sind die Übergangsmatrix für das simultane Spiel (2.1) und für das alternierende Spiel (2.25) ident.

   Unveränderte Auszahlungen

2. Es ist von besonderem Interesse, welche Strategie im Duell gegen einen Spieler mit derselben Strategie die höchste Auszahlung bekommt. Spielt zum Beispiel All D gegen All D, so erhält jeder als konstanten Anteil die Auszahlung 0, da beide immer Defekt spielen werden. Das heißt in einer Gesellschaft, die nur aus S_0-Spielern besteht, steigt jeder leer aus. Dagegen bekommt in einer reinen All-C-Gesellschaft jeder Spieler die Auszahlung $b - c$ als konstanten Anteil, da in jeder Runde kooperiert wird.
   Der konstante Anteil $b - c$ ist zugleich auch die maximale Auszahlung, die eine Strategie gegen sich selbst erhalten kann. Denn selbst wenn der eine Spieler die noch höhere Auszahlung b lukriert, dann hat der andere Spieler immer noch die Kosten $-c$ zu tragen - gemittelt über alle Spieler mit der Strategie ergibt das wieder einen durchschnittlichen Gewinn von $b - c$.
   Die Auszahlung einer Strategie gegen sich selbst befindet sich auf der Diagonale der Matrizen. Vergleichen wir den konstanten Anteil vom simultanen Donation-Game mit der alternierenden Version, so fällt zunächst auf, dass neben den vier Strategien aus Punkt 1 auch bei den Strategien S_5, S_8, S_{10} und S_{14} die Diagonaleinträge unverändert bleiben - und das obwohl sich bei den letztgenannten Strategien die Übergangsmatrizen und somit auch die Spielverläufe durchaus verändert haben.

   Beste Auszahlung bei Spiel gegen sich selbst

   Betrachten wir als Beispiel einen typischen Spielverlauf zwischen zwei Tit-for-Tat-Spielern. Für ein simultanes Spiel könnte dieser Spielverlauf so aussehen (vgl. Abschnitt 3.1):

   Beispiel TFT vs. TFT

$$\begin{array}{cccccccccccc} TFT & C & \dots & C & C & D & C & D & \dots & C & D \\ TFT & C & \dots & C & \underbrace{D}_{Fehler} & C & D & C & \dots & D & \underbrace{D}_{Fehler} \end{array} \tag{2.26}$$

   Von einer längeren Kooperationsphase (durchschnittliche Auszahlung $b - c$) gelangt man also durch einen Fehler in eine Phase, in der sich die

Spieler abwechselnd gegenseitig ausnutzen (Payoff pro Runde gemittelt über beide Spieler $\frac{b-c}{2}$). Nach dem nächsten Fehler wird entweder wieder von beiden Seiten kooperiert oder - wie in diesem Beispiel - Defekt gespielt (Payoff 0). Im Mittel über alle Phasen des Spiels erhält Tit for Tat in der simultanen Variante also die Auszahlung $\frac{b-c}{2}$.

Ein alternierendes Spiel nimmt typischerweise den folgenden Spielverlauf:

$$\begin{array}{lcccccccccccc} TFT & C & & \dots & C & & D & & \dots & D & & C & \\ TFT & & C & \dots & & \underbrace{D}_{Fehler} & & D & \dots & & \underbrace{C}_{Fehler} & & C \end{array}$$

Es gibt hier also im Unterschied zum simultanen Spiel keine Phase, in der sich die Spieler abwechselnd gegenseitig ausnutzen. Trotz des unterschiedlichen Spielverlaufes ergibt sich gemittelt über die Phasen der beidseitigen Kooperation und der beidseitigen Defektion auch hier eine Auszahlung von $\frac{b-c}{2}$.

Beispiel Pavlov vs. Pavlov

Betrachten wir nun als anderes Beispiel einen typischen Spielverlauf für zwei Pavlov-Spieler. Im simultanen Spiel werden Fehler sofort korrigiert:

$$\begin{array}{lccccccccc} Pavlov & C & C & \dots & C & C & D & C & C & C \\ Pavlov & C & C & \dots & C & \underbrace{D}_{Fehler} & D & C & C & C \end{array}$$

Man erhält also für den simultanen Fall die Auszahlung $b-c$, also die bestmögliche Auszahlung, die eine Strategie gegen sich selbst erhalten kann. Dies verändert sich allerdings im alternierenden Spiel:

$$\begin{array}{lcccccccccccc} Pavlov & C & & \dots & C & & D & & D & & C & & D \\ Pavlov & & C & \dots & & \underbrace{D}_{Fehler} & & C & & D & & D & \end{array} \tag{2.27}$$

Nach einer Kooperationsphase (Auszahlung $b-c$) gelangt man hier in einen Abschnitt, in dem die Spieler zweimal D spielen und nur einmal kooperieren (mittlere Auszahlung $\frac{b-c}{3}$).
Passiert anschließend an einer zufälligen Stelle ein Fehler, dann erhält man die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{3}$, dass man in die Kooperationsphase zurückkehrt (Nämlich dann, wenn ein Spieler statt dem zweiten D ein C spielt). Ansonsten (Wahrscheinlichkeit $\frac{2}{3}$) wird auch bei einem Fehler die DDC-Phase prolongiert. Im Mittel erhalten hier die Spieler nur noch eine Auszahlung von $\frac{b-c}{2}$.

Die Rolle, die Pavlov im simultanen Spiel eingenommen hat (fehlerkorrigierend und beste Antwort auf sich selbst, falls $b > 2c$), nimmt im alternierenden Spiel eine andere Strategie ein, nämlich $S_{11} = (1, 0, 1, 1)$ (*Firm but Fair* - hart aber gerecht). Firm but Fair

Im Vergleich zu Pavlov kooperiert Firm but Fair um einmal mehr, nämlich auch dann, wenn man in der Vorrunde die Auszahlung T erhalten hat. Dadurch werden im alternierenden Spiel längere DDC-Phasen wie bei Pavlov verhindert.

Der Fall Pavlov vs. Pavlov mit seinem DDC-Zyklus im alternierenden Spiel zeigt, dass teilweise interessante Perioden auftreten können. Untersucht man diese möglichen Perioden systematisch so stellt man fest: Interessante Zyklen

- Wenn eine Strategie gegen sich selbst spielt, so kann im simultanen Fall höchstens ein Zyklus mit der Periode 2 auftreten, wie zum Beispiel bei Tit for Tat gegen Tit for Tat, (2.26). Im alternierenden Spiel sind wie bei Pavlov gegen Pavlov, (2.27), auch Zyklen mit der Periode 3 möglich.

- Lässt man unterschiedliche Strategien gegeneinander spielen, so sind sowohl im simultanen als auch im alternierenden Fall Zyklen der Periode 4 möglich. Ein Beispiel hierfür liefert die Spielsituation zwischen S_9 und S_3:

$$\begin{array}{lcccccccccc} S_9 & C & C & D & D & C & C & D & D & \dots \\ S_3 & C & D & C & D & C & D & C & D & \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{lccccccccccc} S_9 & C & & C & & D & & D & & C & & \dots \\ S_3 & & C & & D & & C & & D & & C & \dots \end{array}$$

Eine Zyklus der Periode 4 ist gleichzeitig auch das Maximum, denn dann sind alle 4 möglichen Zustände R, S, T und P durchlaufen.

Kapitel 3

Die Dynamik einer ausgewählten Spielsituation

Als wesentlichen Teil des letzten Kapitels haben wir Payoff-Matrizen für Spiele mit Fehlern berechnet. Die Eintragungen geben an, welche durchschnittliche Auszahlung jeder Spieler erhält, wenn er gegen einen beliebigen Gegner spielt.
In Kapitel 1 haben wir die Replikatorgleichung kennengelernt. Sie ist ein Modell dafür, wie sich die Häufigkeiten der einzelnen Strategien entwickeln: Bekommt ein Spieler nur eine unterdurchschnittliche Auszahlung, dann wird er sich überlegen, seine Strategie zu ändern. Langfristig setzen sich also die erfolgreicheren Strategien durch.
In diesem Kapitel verbinden wir nun diese zwei Resultate: Wir wenden die Replikatorgleichung auf das Donation Game mit Fehlern in der Implementierung an, um zu sehen, welche Strategien sich in der Bevölkerung behaupten können.

3.1 Eine Landkarte für Fehler in der Implementierung

Analyse der Auszahlungsmatrizen

In Kapitel 2.5 haben wir die Auszahlungsmatrizen für simultane wiederholte Spiele für den Fall hergeleitet, dass ein Spieler mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit seinen beabsichtigten Zug falsch umsetzt. Der Eintrag in der i-ten Zeile und der j-ten Spalte der Matrix gibt den Gewinn für einen Spieler mit der Strategie S_i an, wenn dieser auf einen S_j-Gegenspieler trifft. Bis jetzt waren diese Matrizen reine Zahlenkolonnen - nun wollen wir analysieren, welche Strategie unter den 16 deterministischen Spielweisen besonders erfolgsversprechend ist.

Wie wir in Kapitel 2.2 gesehen haben, darf man nicht erwarten, dass es eine "beste Strategie" in dem Sinn gibt, dass ein Spieler mit diesem Handlungsprogramm gegen jeden anderen Spieler eine höhere Auszahlung bekommt als jede andere Strategie.

Nash-Gleichgewicht

Um die Auszahlungsmatrix dennoch zu analysieren werden wir auf die Werkzeuge aus Kapitel 1.4 zurückgreifen. Wir haben dort das Nash-Gleichgewicht als stabilen Zustand kennengelernt: Ich kann meine Auszahlung nicht verbessern, indem ich auf eine andere Strategie wechsle wenn mein Gegner seine Spielart beibehält - und meinem Gegenspieler geht es ebenso.

Replikatorgleichung

Im weiteren Verlauf untersuchen wir unsere Payoff-Matrizen mit Hilfe der Replikatorgleichung. Zum einen kann man damit Nash-Gleichgewichte finden (vgl. Satz 2), zum anderen gibt die Lösung der Replikatorgleichung auch Aufschluss darüber, welche Strategie nun besonders erfolgsversprechend ist: Erhält eine Strategie eine überdurchschnittliche Auszahlung, so wird die Häufigkeit dieser Strategie in der Bevölkerung wachsen. Setzt sich schlussendlich ein gewisser Typ in der Bevölkerung durch, so ist das ein Indiz dafür, dass diese Strategie höhere Auszahlungen liefert als die anderen.
Dabei gibt es allerdings zwei Einschränkungen:

1. Leider lässt sich die Replikatorgleichung nicht explizit lösen, das heißt es gibt keine explizite Funktion, die angibt wie hoch der Anteil der Strategie i zur Zeit t ist. Wir werden also numerische Verfahren anwenden müssen um Näherungslösungen zu bekommen.

2. Das Langzeitverhalten der Lösungen der Replikatorgleichung kann - wie in diesem Fall auch - von den Parametern abhängen. So spielen etwa die Höhe von b ,c sowie die Höhe des Fehlers ε eine Rolle.
   Daneben ist es auch entscheidend, welche Verteilung am Anfang in der Bevölkerung vorherrscht. So haben wir zum Beispiel am Ende des Kapitels 2.1 gesehen, dass sich in einer Bevölkerung, die nur aus Pavlov- und All-D-Spielern besteht, Pavlov durchsetzen kann, wenn sowohl b

als auch der Anteil der Pavlov-Spieler am Anfang genügend groß sind. Ist eine dieser Bedingungen nicht erfüllt, wird sich hier All D durchsetzen.
Man wird also gewisse Annahmen für die Parameter treffen müssen.

Eigenschaften der Matlab-Simulation

Wir untersuchen nun die Replikatorgleichung mithilfe von Matlab.[1]. Das Programm arbeitet auf folgende Weise bzw. unter folgenden Annahmen:

- Ausgangspunkt für die Replikatorgleichung sind die Auszahlungsmatrizen gemäß Abbildung 2.2 und 2.3, die die Auszahlungen für jede einzelne Strategie in Abhängigkeit der Parameter b, c und ε angibt. Da für das qualitative Verhalten weniger der absolute Wert von b und c eine Rolle spielt, sondern mehr das Verhältnis der beiden Zahlen zueinander, setzen wir $c := 1$.
  Wir haben dann nur noch zwei freie Parameter und können damit das Langzeitverhalten in einem b-ε-Diagramm darstellen. Der Parameter b nimmt dabei die Werte zwischen 1 und 3 an (damit das Donation Game überhaupt einen Sinn hat, muss natürlich $b > c = 1$ gelten, das heißt der Profit für den Nutznießer muss größer als die Kosten der Kooperation sein).
  Der Fehler ε kann in unserer Simulation Werte zwischen 0 und 10 % annehmen - zum einen erscheint es realistisch, dass Fehler in der Implementierung nicht in mehr als 10 % der Fällen geschehen; zum anderen stellen die Auszahlungsmatrizen ja Taylorreihen für die wahre Auszahlung dar, wobei nach dem linearen Term abgebrochen wird. Die Gültigkeit der Aussagen ist somit auf einen kleines Intervall um $\varepsilon = 0$ beschränkt.

- Um jeder Strategie die gleichen Chancen einzuräumen, ist die Anzahl der Spieler in der Anfangsverteilung zunächst gleichverteilt, das heißt jede der 16 deterministischen Strategien hat einen Anteil von $\frac{1}{16}$ in der Anfangsbevölkerung. Diese gleichverteilte Anfangsbevölkerung werden wir später durch eine zufällig verteilte Population ersetzen.

- Wir betrachten die Population über 40.000 Zeiteinheiten t. Wenn sich die Strategie i innerhalb dieser Zeit in der Bevölkerung durchgesetzt hat, so bekommt der entsprechende Punkt im b-ε-Diagramm eine bestimmte Farbe zugeordnet. Dabei gehen wir davon aus, dass sich eine Strategie in der Bevölkerung durchgesetzt hat, wenn sie innerhalb der letzten 8.000 Zeiteinheiten einen Anteil von über 99 % gehabt hat.

- Gibt es keine solche Strategie, die die letzten 8.000 Zeiteinheiten eindeutig dominiert hat, so wird der entsprechende Punkt durch die Farbe Schwarz gekennzeichnet. Ein schwarzer Punkt bedeutet also entweder, dass sich eine Strategie nach 40.000 Runden noch nicht eindeutig

[1] Der Programmcode ist im Anhang angegeben

durchgesetzt hat, oder dass im Gleichgewicht nach 40.000 Runden mehr als eine Strategie vorhanden ist.

Landkarte für Fehler in der Implementierung

Unter diesen Bedingungen ergibt sich für das wiederholte Donation-Game bei Fehlern in der Implementierung das folgende Bild:

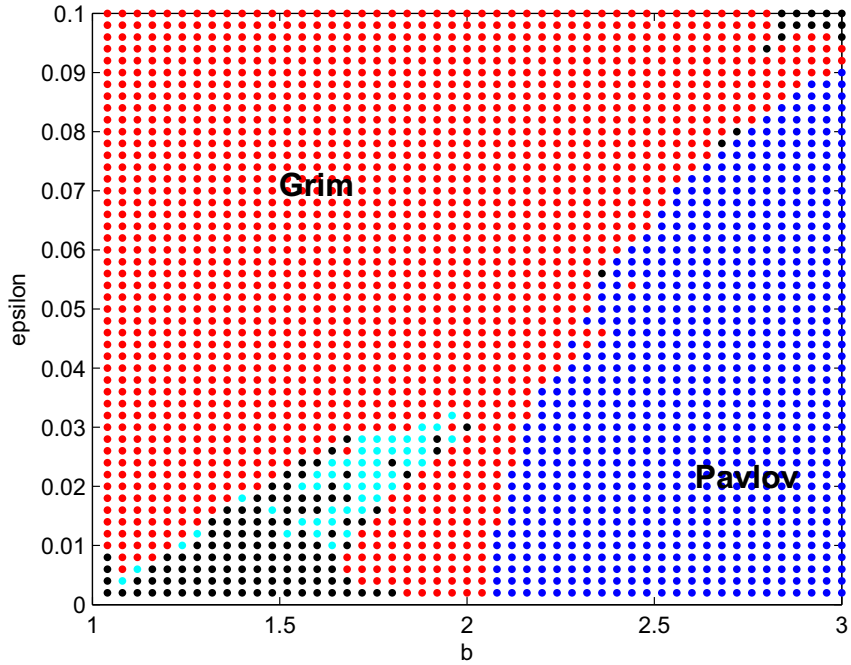


Abbildung 3.1: Landkarte für das simultane Donation-Game

Das heißt die b-ε-Ebene zerfällt in 4 Bereiche: Im Nordwesten setzt sich nach spätestens 40.000 Einheiten die Strategie Grim durch, im Südosten ist Pavlov dominant. Sowohl im Nordosten als auch im Südwesten ist jedoch zunächst unklar was passiert. Um besser zu verstehen, wieso die Replikatorgleichung dieses Bild ergibt, betrachten wir die einzelnen Bereiche nun etwas genauer.

Der Südwesten der Landkarte

Beginnen wir mit dem Südwesten der Landkarte: Die schwarzen Punkte besagen, dass sich in diesem Gebiet nach 40.000 Zeiteinheiten kein eindeutiger Sieger herauskristallisiert hat, die türkisen Punkte geben an, dass sich in diesem Bereich die Strategie All D durchgesetzt hat.

Dominanz von All D?

Betrachtet man die Auszahlungsmatrix für All D allerdings genauer, dann

gibt die Dominanz dieser Strategie Rätsel auf: All D ist nämlich nicht evolutionär stabil, wie der folgende Ausschnitt der Auszahlungsmatrix zeigt:

$$\left(\begin{array}{c|cc} * & S_0 & S_8 \\ \hline S_0 & (b-c)\varepsilon & (b-c)\varepsilon \\ S_8 & (b-c)\varepsilon & \frac{3}{2}(b-c)\varepsilon \end{array}\right)$$

Die Strategie Grim bekommt also immer eine Auszahlung die höher ist als die von All D; wie wir in Kapitel 1.4 gesehen haben, bedeutet das, dass jederzeit eine Minderheit von Grim-Spielern in eine All-D-Population eindringen kann.

Die zwei folgenden Abbildungen illustrieren, was im türkisen Bereich tatsächlich passiert: Die Strategie All D setzt sich hier relativ schnell durch und ist auch nach 40.000 Zeiteinheiten noch klar dominant - allerdings gibt es später einen Zeitpunkt, an dem doch noch Grim in die Bevölkerung eindringt und schlussendlich dominiert.

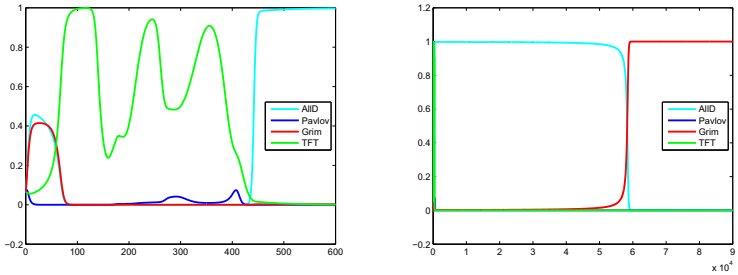


Abbildung 3.2: Lösung der Replikatorgleichung für $b = 1.8$ und $\varepsilon = 0.02$ für 600 bzw. 90.000 Zeiteinheiten

Das heißt auch der türkise Bereich der Landkarte ist der Strategie Grim zuzuordnen - allerdings braucht S_8 hier deutlich länger um sich durchzusetzen als im Nordwesten der Karte.

Der schwarze Südwesten

Versuchen wir nun, die schwarzen Punkte im südwestlichen Bereich der Karte zu untersuchen. Wir setzen dafür den Parameter $b := 1.4$ und lassen ε immer kleiner werden, um zu sehen was passiert: Dabei zeigt sich ein deutlich komplizierteres Verhalten als im türkisen Bereich der Karte, wie die folgende Bilderabfolge zeigt:

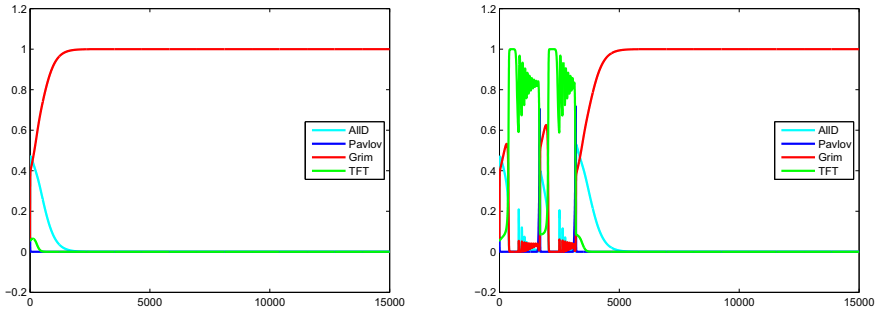


Abbildung 3.3: Lösung der Replikatorgleichung für $b = 1.4$ und $\varepsilon = 0.0185$ bzw. $\varepsilon \approx 0.0181$

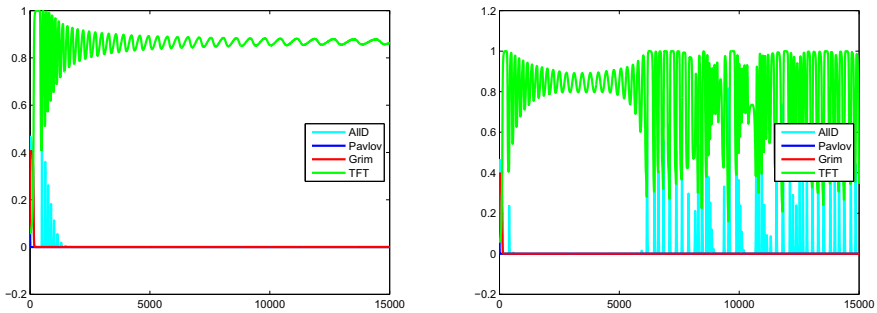


Abbildung 3.4: Lösung der Replikatorgleichung für $b = 1.4$ und $\varepsilon = 0.015$ bzw. $\varepsilon = 0.0125$

Wir starten bei $\varepsilon = 1.85\%$. In diesem Bereich setzt sich Grim noch ohne Probleme durch. Lässt man ε aber nur geringfügig sinken, so bekommt Grim schon deutlich mehr Probleme, sich in der Bevölkerung zu etablieren, ab einem Wert von $\varepsilon \approx 1.81\%$ scheitert Grim bei diesem Versuch.
Es kommt dann zu einer Lösung die zunächst zu einer überwiegenden TFT-Bevölkerung oszilliert. Diese TFT-Dominanz ist jedoch nicht stabil - betrachtet man das System über einen längeren Zeitraum, kann All D wieder eindringen. Desto weiter man ε senkt, desto früher bricht die TFT-Mehrheit zusammen. Es kommt dann zu chaotisch wirkendem Verhalten der TFT- und All-D-Anteile in der Bevölkerung[2].

[2] Auch Matlab scheitert sehr bald an diesem chaotischen Verhalten wenn man versucht die Lösung für längere Zeiträume zu berechnen: Um die Richtigkeit der numerischen Lösung zu garantieren muss Matlab die Schrittweite immer weiter reduzieren - sobald die notwendige Schrittweite aber unter die kleinste darstellbare Zahl ε_M fällt, bricht Matlab die Integration ab.

Um das oszillierende Verhalten von Tit for Tat und das spätere Eindringen Von All D besser zu verstehen, betrachten wir den periodischen Bereich etwas genauer. Die Graphik 3.4 zeigt für diesen Bereich, dass der Anteil der Tit-for-Tat-Spieler in der Bevölkerung nicht 100% erreicht - eine kleine Minderheit von S_5-Spielern kann sich in der TFT-Mehrheit halten, wie auch die folgende Abbildung zeigt:

Oszillierendes Verhalten von TFT

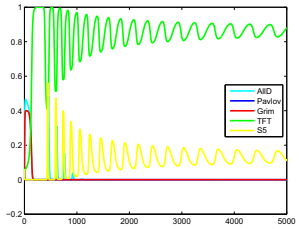


Abbildung 3.5: Lösung der Replikatorgleichung für $b = 1.4$ und $\varepsilon = 0.014$ unter Berücksichtigung von S_5

Das periodische Verhalten von Tit for Tat lässt sich aber durch das Hinzunehmen der Strategie S_5 allein nicht erklären: Denn betrachtet man S_5 und S_{10} isoliert, so bekommt man folgenden Ausschnitt der Auszahlungsmatrix:

$$\left(\begin{array}{c|cc} * & S_5 & S_{10} \\ \hline S_5 & \frac{b-c}{2} & \frac{b-c}{2} \\ S_{10} & \frac{b-c}{2} & \frac{b-c}{2} \end{array}\right)$$

Das heißt, dass beide Strategien gegeneinander, unabhängig von der Bevölkerungsverteilung, die gleiche Auszahlung $\frac{b-c}{2}$ bekommen - in einer reinen $S_2 - S_{10}$-Bevölkerung würde sich die Bevölkerungsstruktur also nicht verändern, da kein Spieler eine überdurchschnittliche Auszahlung erhalten kann.

Nimmt man jedoch die zwei nächststärkeren Strategien, S_2 und S_{11} hinzu, so zeigt sich tatsächlich ein oszillierendes Verhalten:

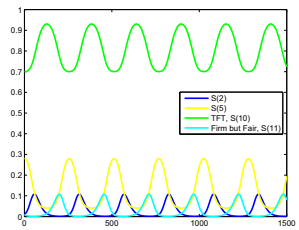


Abbildung 3.6: Lösung der Replikatorgleichung für $b = 1.4$ und $\varepsilon = 0.014$ mit folgender Anfangspopulation: S_2: 1%, S_5: 28%, S_{10}: 70% und S_{11}: 1%.

Beschränkt man sich auf diese 4 Strategien, so erhält man den folgenden Ausschnitt der Auszahlungsmatrix[3]:

$$\left(\begin{array}{c|cccc} * & S_2 & S_5 & S_{10} & S_{11} \\ \hline S_2 & \frac{b-c}{4} & \frac{2b-c}{3} & \frac{b-c}{3} & \frac{b-c}{2} \\ S_5 & \frac{b-2c}{3} & \frac{b-c}{2} & \frac{b-c}{2} & \frac{2b-c}{3} \\ S_{10} & \frac{b-c}{3} & \frac{b-c}{2} & \frac{b-c}{2} & \frac{2b-2c}{3} \\ S_{11} & \frac{b-c}{2} & \frac{b-2c}{3} & \frac{2b-2c}{3} & \frac{3b-3c}{4} \end{array}\right)$$

Verhalten an den Seitenkanten des Einheitssimplex

Untersuchen wir zunächst wie jeweils 2 dieser Strategien gegeneinander abschneiden: Befinden wir uns in einer Bevölkerung, die nur aus S_2- und S_5-Spielern besteht, dann hat die Auszahlungsmatrix folgende Form:

$$\left(\begin{array}{c|cc} * & S_2 & S_5 \\ \hline S_2 & \frac{b-c}{4} & \frac{2b-c}{3} \\ S_5 & \frac{b-2c}{3} & \frac{b-c}{2} \end{array}\right)$$

Da für die von uns betrachteten Kombinationen von b und c stets $\frac{b-c}{4} > \frac{b-2c}{3}$ und $\frac{2b-c}{3} > \frac{b-c}{2}$ gilt, bekommt S_2 immer eine Auszahlung, die größer ist als die von S_5, S_5 wird also von S_2 dominiert.
Führt man die gleiche Überlegung auch für die anderen Strategienpaare durch, so erhält man insgesamt:

S_2 vs. S_5	Dominanz von S_2
S_2 vs. S_{10}	Dominanz von S_{10}
S_2 vs. S_{11}	Dominanz von S_{11}
S_5 vs. S_{10}	Beide Strategien erhalten die gleiche Auszahlung, Fixpunkte
S_5 vs. S_{11}	Dominanz von S_5
S_{10} vs. S_{11}	Dominanz von S_{11}

Betrachten wir nun die Fixpunktkante zwischen S_5 und S_{10} etwas genauer: Wann kann eine Minderheit von S_2-Spielern in die Population eindringen? Sei dazu x der Anteil an S_5-Spielern und $1-x$ der Anteil der S_{10}-Spieler. Ein Spieler mit der Strategie S_2 erhält dann eine durchschnittliche Auszahlung von $\frac{2b-c}{3}x + \frac{b-c}{3}(1-x)$. Diese Auszahlung liegt über dem Durchschnitt von $\frac{b-c}{2}$, wenn $x > \frac{b-c}{2b} =: q$ gilt.
Mit einer analogen Rechnung stellt man fest, dass eine Minderheit von S_{11}-Spielern genau dann eindringen kann: wenn $x < q$ gilt. Insgesamt sind also alle Fixpunkte auf dieser Kante außer dem Punkt q instabil.

Verhalten an den Seitenflächen des Einheitssimplex

Analysiert man nun das Verhalten an den Seitenflächen des Einheitssimplex, das heißt wenn jeweils nur 3 der 4 Strategien vorhanden sind, dann ergibt sich Folgendes:

[3] Aus Vereinfachungsgründen wird $\varepsilon = 0$ gesetzt. Die Resultate gelten jedoch auch für positives ε.

- Fläche $S_2 - S_5 - S_{11}$: Im Inneren dieser Fläche gibt es einen Fixpunkt $p = (\frac{2b+2c}{7b+c}, \frac{3b-3c}{7b+c}, \frac{2b+2c}{7b+c})$. Es lässt sich zeigen, dass dieser Fixpunkt von geschlossenen Bahnen umgeben ist, die den Fixpunkt umkreisen[4].

- Fläche $S_2 - S_{10} - S_{11}$: Es gibt keinen Fixpunkt im Inneren, die Bahnen streben langfristig zum Eckpunkt S_{11}.

- Fläche $S_2 - S_5 - S_{10}$: Wieder gibt es keinen Fixpunkt im Inneren. Dringt in einer Population, in der der Anteil x der S_5-Spieler größer als q ist, eine Minderheit von S_2-Spielern ein, so wächst der Anteil der Strategie S_2 zunächst - schlussendlich landet man jedoch wieder auf der Fixpunktkante, wobei der Anteil x der S_5-Spieler nun kleiner als q ist.

- Fläche $S_2 - S_{10} - S_{11}$: Hier ist die Situation genau umgekehrt: Für $x < q$ kann zunächst eine S_{11}-Minderheit heranwachsen, langfristig strebt die Bevölkerung aber wieder zur Fixpunktkante - diesmal aber bei einem Anteil von $x > q$.

Verhalten im Inneren

Im Inneren des Einheitssimplex gibt es eine Gerade von Fixpunkten, die die Punkte q und p verbindet. Insgesamt hat der Einheitssimplex also folgende Struktur:

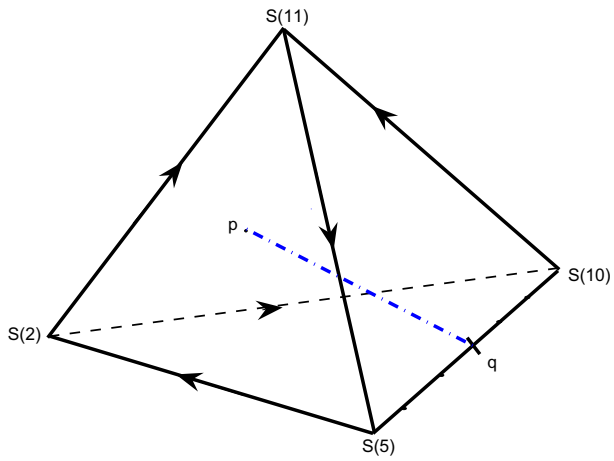


Abbildung 3.7: Einheitssimplex für die Strategien S_2, S_5, S_{10} und S_{11}

Erklärung für die Oszillationen

Das oszillierende Verhalten lässt sich nun also so erklären: Ist der Anteil der S_5-Spieler in der Bevölkerung sehr groß, dann wird die Anzahl der S_2-Spieler und damit langfristig auch der Anteil der S_{10}-Spieler zunehmen. Gibt

[4] Die Auszahlungsmatrix ist nämlich vom Typ des Schere-Stein-Papier-Spiels und hat die Determinante 0

es jedoch dann viele S_{10}-Spieler in der Bevölkerung, dann wächst der Anteil der Strategie S_{11} und damit langfristig auch wieder der Anteil der S_2-Spieler.

Stabilität bei einer Minderheit von All D-Spielern

Eine Population aus S_2-, S_5-, S_{10}- und S_{11}-Spielern ist jedoch anfällig für das Eindringen von All D: Befindet man sich sich zum Beispiel auf der Fixpunktkante und wird der Anteil der S_5-Spieler wieder mit x bezeichnet, dann bekomt eine Minderheit von All D-Spielern im Durchschnitt die Auszahlung bx. Diese Auszahlung ist größer als die durchschnittliche Auszahlung $\frac{b-c}{2}$, wenn $x > \frac{b-c}{2b} = q$ gilt.
Wie wir oben gesehen haben, wird aber der Anteil der S_5-Spieler durch die Oszillationen immer wieder über den Schwellenwert $x = q$ angehoben und dann kann eine Minderheit von All D-Spielern in die Population eindringen.

Dominanz von Grim im Norden

Kommen wir nun zum nördlichen Teil der Landkarte: Hier hat Grim eine vorherrschende Stellung - nur im Nordosten kann es sich nicht recht durchsetzen. Die folgende Graphik zeigt, was dort passiert:

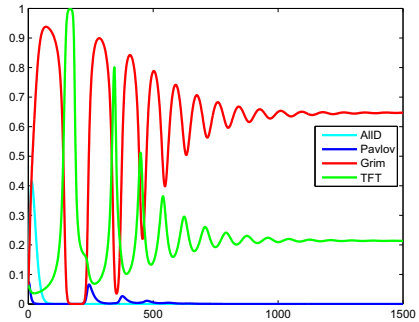


Abbildung 3.8: Lösung der Replikatorgleichung für $b = 2.95$ und $\varepsilon = 0.099$

Es kommt also zu einer Koexistenz von TFT-Spielern mit Grim. Um dies zu verstehen, berechnen wir für welche Kombinationen von ε und b Grim evolutionär stabil ist:

Unersuchen wir zum Beispiel, ob Tit for Tat in eine Bevölkerung aus Grim-Spielern eindringen kann, so betrachten wir den folgenden Ausschnitt der Auszahlungsmatrix:

$$\left(\begin{array}{c|cc} * & S_8 & S_{10} \\ \hline S_8 & \frac{3}{2}(b-c)\varepsilon & (3b-2c)\varepsilon \\ S_{10} & (2b-3c)\varepsilon & \frac{b-c}{2} \end{array}\right)$$

Setzt man wie vorher $c := 1$, dann ist S_8 ein striktes Nash-Gleichgewicht, falls $\frac{3}{2}(b-1)\varepsilon > (2b-3)\varepsilon$ gilt, woraus die Bedingung $b < 3$ folgt. Vor diesem Hintergrund wird es auch verständlich, wieso Grim für $b \to 3$ Probleme bekommt, wenn es sich gegen Tit for Tat durchsetzen will.

Analog kann man nun auch berechnen, unter welchen Bedingungen für ε und b andere Strategien in eine reine Grim-Bevölkerung eindringen können. Es ergibt sich dann, dass Grim im ganzen Bereich $\varepsilon \in [0, 0.1]$ und $b \in [1, 3)$ evolutionär stabil ist. Dieser Sachverhalt wird auch in der folgenden Graphik dargestellt: Berechnet man die Replikatorgleichung nicht mit einer gleichverteilten Anfangsbevölkerung sondern einer überwiegenden Grim-Bevölkerung, dann setzt sich Grim auf der ganzen Karte durch:

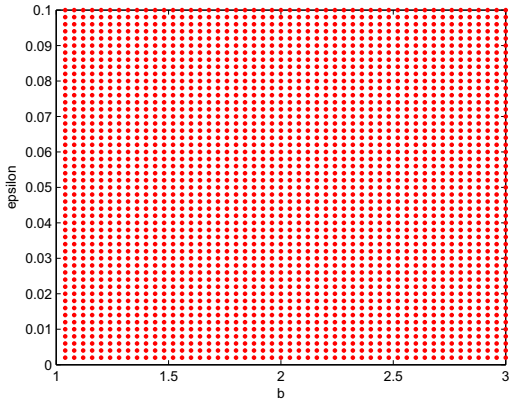


Abbildung 3.9: Landkarte für eine Anfangsbevölkerung mit einem Anteil von Grim von 99.999 %

Südosten: Dominanz von Pavlov

Es stellt sich nun also die Frage, wieso sich bei einer gleichverteilten Anfangsbevölkerung im Südosten die Strategie Pavlov durchsetzt und wie sich der Grenzverlauf zwischen Pavlov und Grim erklären lässt.
Um dies zu untersuchen, berechnen wir nun, unter welchen Bedingungen die Strategie Pavlov evolutionär stabil ist. Damit ein All-D-Spieler nicht in eine Pavlov-Bevölkerung eindringen kann, muss zum Beispiel die Ungleichung $\varepsilon < \frac{b-2}{6b-8}$ erfüllt sein. Für $\varepsilon = 0$ ergibt das die Bedingung, dass $b > 2 = 2c$ gelten muss. Diese Bedingung hatten wir schon am Ende des Kapitels 2.1 für Spiele ohne Fehler hergeleitet.

Zeichnet man diese Restriktion in unsere Landkarte für das Donation-Game ein, so zeigt sich, dass sie die Situation bereits annähernd wiedergibt - jedoch wird der Grenzverlauf für $b \to 3$ zunehmend ungenauer, wie Abbildung 3.10 zeigt.

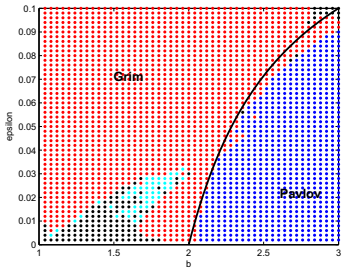


Abbildung 3.10: Landkarte mit Grenzfunktion von All D

Schon besser wird die Situation durch die Grenzfunktion $\varepsilon < \frac{2b-4}{13b-18}$ dargestellt, die ausdrückt, wie lange sich Pavlov gegen eine Grim-Minderheit behaupten kann:

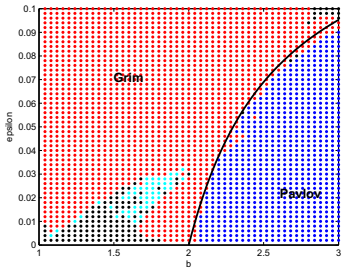


Abbildung 3.11: Landkarte mit Grenzfunktion von Grim

Es gibt aber noch eine schärfere notwendige Bedingung: Damit Pavlov gegen eine Minderheit von S_1-Spielern die Oberhand behält, muss $\varepsilon < \frac{b-2}{7b-10}$ erfüllt sein. Diese Funktion passt sich beinahe perfekt an:

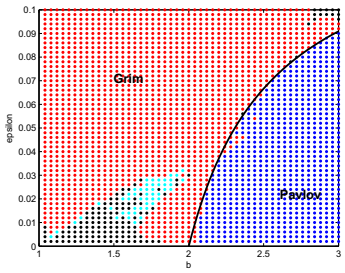


Abbildung 3.12: Landkarte mit Grenzfunktion von S_1

Risikodominanz

Insgesamt haben wir also gesehen, dass im südöstlichen Teil der Landkarte sowohl Pavlov als auch Grim evolutionär stabile Strategien sind. Der Fall dass

sich bei einer gleichverteilten Bevölkerung Pavlov durchsetzt, zeigt, dass es sich bei der reinen S_{10}-Bevölkerung um ein risikodominantes Gleichgewicht handelt: Das Nash-Gleichgewicht einer reinen Pavlov-Bevölkerung setzt sich eher durch als das ebenfalls geeignete Nash-Gleichgewicht einer reinen Grim-Bevölkerung.

Zufällig gewählte Anfangspopulationen

Heben wir nun die Annahme der perfekten Gleichverteilung in der Anfangsbevölkerung auf. Die folgenden Abbildungen zeigen die jeweilige Landkarte für verschiedene zufällige Anfangspopulationen:

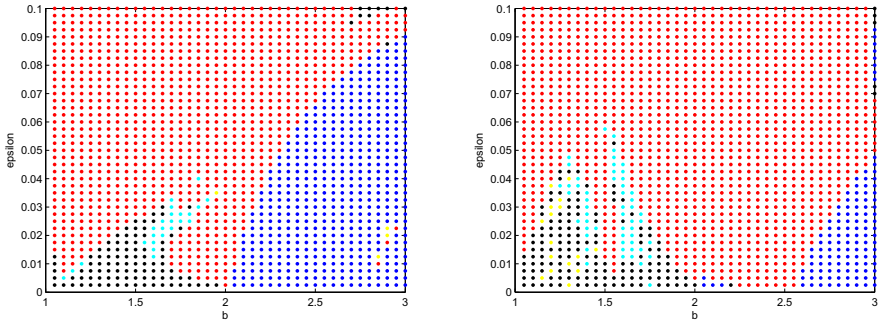


Abbildung 3.13: Landkarte bei ungefährer Gleichverteilung bzw. bei anfänglicher Dominanz von S_2

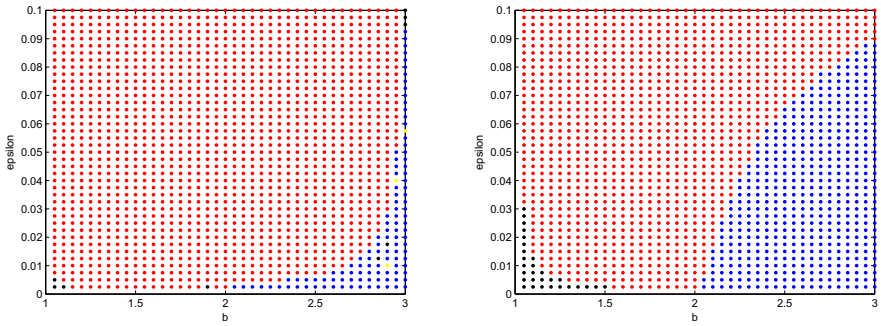


Abbildung 3.14: Landkarte bei anfänglicher Dominanz von S_{14} bzw. bei anfänglicher Dominanz von S_9

Resumé

Das genaue Aussehen der Karte hängt also sehr wohl von der gegebenen Anfangsbevölkerung ab. Insgesamt gilt aber auch hier, dass die $b - \varepsilon$-Ebene im Wesentlichen in zwei große Teilbereiche zerfällt: Ist der Wert b vergleichsweise groß und die Wahrscheinlichkeit eines Fehlers ε gering, dann setzt sich Pavlov in der Bevölkerung durch. Ansonsten dominiert für weite Bereiche

des Diagramms die Strategie Grim.

Interpretation via "win-stay, lose-shift"

Wir haben im Kapitel 2.1 Pavlov als "win-stay, lose-shift"-Strategie kennengelernt: Ein Pavlov-Spieler ordnet seine Auszahlungen der Größe nach, $T > R > P > S$, und wechselt seinen Zug, wenn er in der letzten Runde des Spiels eine Auszahlung kleiner als R bekommen hat (R heißt dann das *aspiration level* von Pavlov).
Auch Grim ist eine "win-stay, lose-shift"-Taktik, allerdings mit dem niedrigeren aspiration level P: Ein Spieler mit der Strategie Grim behält seinen bisherigen Zug bei, falls er eine Auszahlung von zumindest P erhalten hat und wechselt nur seine Spielweise von Kooperation auf Defektion, wenn er in der Vorrunde vom Gegner ausgenutzt wurde.

Unsere Landkarte für Fehler in der Implementierung im simultanen Donation-Game lässt sich damit wie folgt interpretieren: In einer Welt, in der viele Fehler passieren (ausgedrückt durch ein hohes ε) und das finanzielle Risiko groß ist (ausgedrückt durch ein niedriges b: in einem Zustand beidseitiger Kooperation gewinnt man nur den geringfügigen Betrag b-c, der vergleichsweise niedrig ist zu den Kosten -c, falls man doch ausgenutzt wird) ist es besser, wenn man sich mit einem niedrigeren aspiration level zufrieden gibt und Grim statt Pavlov spielt.

4 Anhang

A Auszahlungsmatrizen für die verschiedenen Spielvarianten

Auf den folgenden Seiten sind die verschiedenen Auszahlungsmatrizen abgebildet, die sich mit unseren Modellen herleiten lassen. Dabei werden unsere Methoden auf die Spiele Donation-Game und Snowdrift-Game angewendet, Es werden alternierende und simultane Spiele berücksichtigt, sowie Spiele ohne Fehler, mit Fehlern in der Implementierung, der Auffassung und Fehlern in der Kooperation/Defektion.

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0\ 0}$ $\mathbf{0\ 0}$	$\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$b\ 0$ $b\ 0$	$b\ b$ $b\ b$	$b\ 0$ $b\ 0$	$b\ b$ $b\ b$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$b\ 0$ $b\ 0$	$b\ b$ $b\ b$	$b\ 0$ $b\ 0$	$b\ b$ $b\ b$
S_1	$-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$ $-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{3}\ \frac{b-c}{3}}$ $\mathbf{\frac{b-c}{3}\ \frac{b-c}{3}}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$b-\frac{c}{2}$ $b-\frac{c}{2}$	$b\ b$ $b\ b$	$b\ b$ $b\ b$	$b\ b$ $b\ b$	$-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$ $-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{3}\ \frac{b-c}{3}$ $\frac{b-c}{3}\ \frac{b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$b-\frac{c}{2}$ $b-\frac{c}{2}$	$b\ b$ $b\ b$	$b\ b$ $b\ b$	$b\ b$ $b\ b$
S_2	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\mathbf{0\ 0}$ $\mathbf{0\ 0}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$ $\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$ $\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}\ 0$ $\frac{2b-c}{2}\ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ 0$ $\frac{2b-c}{2}\ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$
S_3	$-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$ $-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}}$ $\mathbf{\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}}$	$-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$ $-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$ $-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ -\frac{c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ -\frac{c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$
S_4	$0-c$ $0\ 0$	$\frac{b}{2}\ -c$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$\mathbf{b-c}$ $\mathbf{b\ 0}$	$b-c$ $b\ b$	$b\ b$ $b\ 0$	$b\ b$ $b\ b$	$0-c$ $0\ 0$	$\frac{b}{2}\ -c$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$b-c$ $b\ 0$	$b-c$ $b\ b$	$b\ b$ $b\ 0$	$b\ b$ $b\ b$
S_5	$-c-c$ $-c-c$	$-c-c$ $-c-c$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$b-c$ $b-c$	$\mathbf{b-c}$ $\mathbf{b-c}$	$b\ b$ $b\ b$	$b\ b$ $b\ b$	$-c-c$ $-c-c$	$-c-c$ $-c-c$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$b-c$ $b-c$	$b-c$ $b-c$	$b\ b$ $b\ b$	$b\ b$ $b\ b$
S_6	$0\ -c$ $-c\ 0$	$-c-c$ $-c-c$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$-c-c$ $-c\ 0$	$-c-c$ $-c-c$	$\mathbf{\frac{2b-2c}{3}\ \frac{2b-2c}{3}}$ $\mathbf{\frac{2b-2c}{3}\ 0}$	$\frac{2b-2c}{3}\ \frac{2b-2c}{3}$ $\frac{2b-2c}{3}\ \frac{2b-2c}{3}$	$0-c$ $0\ 0$	$\frac{2b-c}{3}\ -c$ $\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$ $\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}-c$ $\frac{2b-c}{2}\ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ -c$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$
S_7	$-c-c$ $-c-c$	$-c-c$ $-c-c$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$-c-c$ $-c-c$	$-c-c$ $-c-c$	$\frac{2b-2c}{3}\ \frac{2b-2c}{3}$ $\frac{2b-2c}{3}\ \frac{2b-2c}{3}$	$\mathbf{\frac{2b-2c}{3}\ \frac{2b-2c}{3}}$ $\mathbf{\frac{2b-2c}{3}\ \frac{2b-2c}{3}}$	$-c-c$ $-c-c$	$-c-c$ $-c-c$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}-c$ $\frac{2b-c}{2}-c$	$\frac{2b-c}{2}-c$ $\frac{2b-c}{2}-c$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$
S_8	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$0\ 0$ $b\ 0$	$b\ b$ $b\ b$	$0\ 0$ $0\ 0$	$b\ b$ $b\ b$	$\mathbf{b-c\ 0}$ $\mathbf{0\ \ 0}$	$b-c\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$b-c\ 0$ $0\ \ 0$	$b-c\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$b-c\ 0$ $b\ \ 0$	$b-c\ b$ $b\ \ b$	$b-c\ 0$ $b\ \ 0$	$b-c\ b$ $b\ \ b$
S_9	$-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$ $-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{3}\ \frac{b-c}{3}$ $\frac{b-c}{3}\ \frac{b-c}{3}$	$\frac{b-2c}{3}\ \frac{b-2c}{3}$ $\frac{b-2c}{3}\ \frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$ $b\ -\frac{c}{2}$	$b\ b$ $b\ b$	$\frac{b-2c}{3}\ \frac{b-2c}{3}$ $b\ \frac{b-2c}{3}$	$b\ b$ $b\ b$	$b-c-\frac{c}{2}$ $-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$	$\mathbf{b-c\ \frac{b-c}{3}}$ $\mathbf{\frac{b-c}{3}\ \frac{b-c}{3}}$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$b-c-\frac{c}{2}$ $b\ -\frac{c}{2}$	$b-c\ b$ $b\ \ b$	$b-c\ b-c$ $b\ \ b-c$	$b-c\ \ b$ $b\ \ b-c$
S_{10}	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$b-c\ 0$ $b-c\ 0$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$\mathbf{b-c\ 0}$ $\mathbf{b-c\ 0}$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$b-c\ 0$ $b-c\ 0$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$b-c\ 0$ $b-c\ 0$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$
S_{11}	$-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$ $-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}\ \frac{b-2c}{3}$ $\frac{b-2c}{3}\ \frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$ $-\frac{c}{2}\ -\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}\ \frac{b-2c}{3}$ $\frac{b-2c}{3}\ \frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$b-c-\frac{c}{2}$ $b-c-\frac{c}{2}$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$\mathbf{b-c\ b-c}$ $\mathbf{b-c\ b-c}$	$b-c-\frac{c}{2}$ $b-c-\frac{c}{2}$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$
S_{12}	$-c-c$ $0\ \ 0$	$-c-c$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$ $0\ \ 0$	$\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$-c-c$ $b\ \ 0$	$-c-c$ $b\ \ b$	$\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$ $b\ \ 0$	$\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$ $b\ \ b$	$b-c-c$ $0\ \ 0$	$b-c-c$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$b-c\ b-c$ $0\ \ 0$	$b-c\ b-c$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$\mathbf{b-c-c}$ $\mathbf{b\ \ 0}$	$b-c-c$ $b\ \ b$	$b-c\ b-c$ $b\ \ 0$	$b-c-c$ $b\ \ b$
S_{13}	$-c-c$ $-c-c$	$-c-c$ $-c-c$	$\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$ $\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$ $\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$	$-c-c$ $b\ -c$	$-c-c$ $b\ -c$	$\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$ $b\ \frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$ $b\ \frac{b-2c}{2}$	$b-c-c$ $-c\ -c$	$b-c-c$ $-c\ -c$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$b-c-c$ $b\ \ -c$	$\mathbf{b-c-c}$ $\mathbf{b\ \ -c}$	$b-c\ b-c$ $b\ \ b-c$	$b-c\ b-c$ $b\ \ b-c$
S_{14}	$-c-c$ $-c\ 0$	$-c-c$ $-c-c$	$\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$ $\frac{b-2c}{2}\ 0$	$\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$ $\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$	$-c-c$ $-c\ 0$	$-c-c$ $-c-c$	$\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$ $\frac{b-2c}{2}\ 0$	$\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$ $\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$	$b-c-c$ $b-c\ 0$	$b-c\ -c$ $b-c\ b-c$	$b-c\ b-c$ $b-c\ \ 0$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$b-c-c$ $b-c\ 0$	$b-c\ -c$ $b-c\ b-c$	$\mathbf{b-c\ b-c}$ $\mathbf{b-c\ \ 0}$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$
S_{15}	$-c-c$ $-c-c$	$-c-c$ $-c-c$	$\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$ $\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$ $\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$	$-c-c$ $-c-c$	$-c-c$ $-c-c$	$\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$ $\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$ $\frac{b-2c}{2}\ \frac{b-2c}{2}$	$b-c-c$ $b-c-c$	$b-c-c$ $b-c-c$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$b-c-c$ $b-c-c$	$b-c-c$ $b-c-c$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$\mathbf{b-c\ b-c}$ $\mathbf{b-c\ b-c}$

Abbildung 4.1: Alternierendes Donation-Game: Spiel ohne Fehler

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}\ \mathbf{0}$ $\mathbf{0}\ \mathbf{0}$	$\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$0\ 0$ $b\ 0$	$b\ b$ $b\ b$	$0\ b$ $b\ 0$	$b\ b$ $b\ b$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$b\ 0$ $b\ 0$	$b\ b$ $b\ b$	$b\ b$ $b\ 0$	$b\ b$ $b\ b$
S_1	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{4}}\ \mathbf{\frac{2b-c}{4}}$ $\mathbf{\frac{2b-c}{4}}\ \mathbf{\frac{2b-c}{4}}$	$\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$ $\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$ $\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $b\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$ $b\ \frac{2b-c}{4}$	$b\ b$ $b\ b$	$\frac{2b-c}{4}\ b$ $b\ \frac{2b-c}{4}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-c}{6}\ \frac{4b-c}{6}$ $\frac{4b-c}{6}\ \frac{4b-c}{6}$	$\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$ $\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$	$\frac{4b-c}{6}\ \frac{4b-c}{6}$ $\frac{4b-c}{6}\ \frac{4b-c}{6}$	$b\ \frac{b-c}{2}$ $b\ \frac{b-c}{2}$	$b\ b$ $b\ b$	$b\ b$ $b\ b$	$b\ b$ $b\ b$
S_2	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$ $\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$	$\mathbf{0}\ \mathbf{\frac{2b-c}{2}}$ $\mathbf{\frac{2b-c}{2}}\ \mathbf{0}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{4b-c}{6}\ \frac{4b-c}{6}$ $\frac{4b-c}{6}\ \frac{4b-c}{6}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{4b-c}{6}\ \frac{4b-c}{6}$ $\frac{4b-c}{6}\ \frac{4b-c}{6}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$ $\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-c}{4}\ 0$ $\frac{4b-c}{4}\ 0$	$\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$ $\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$ $\frac{4b-c}{4}\ 0$	$\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$ $\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$
S_3	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$ $\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{4}}\ \mathbf{\frac{2b-c}{2}}$ $\mathbf{\frac{2b-c}{2}}\ \mathbf{\frac{2b-c}{4}}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$ $\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$	$\frac{6b-3c}{8}\ \frac{6b-3c}{8}$ $\frac{6b-3c}{8}\ \frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$ $\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}\ \frac{6b-3c}{8}$ $\frac{6b-3c}{8}\ \frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-c}{4}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{4b-c}{4}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$ $\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}\ \frac{b-c}{4}$ $\frac{4b-c}{4}\ \frac{b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$ $\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$
S_4	$0\ b-c$ $0\ \ 0$	$\frac{b}{2}\ b-c$ $\frac{b}{2}\ \ \frac{b}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$\mathbf{0}\ \mathbf{b-c}$ $\mathbf{b}\ \ \mathbf{0}$	$b\ b-c$ $b\ \ b$	$0\ 0$ $b\ 0$	$b\ b$ $b\ b$	$0\ b-c$ $0\ \ 0$	$\frac{b}{2}\ b-c$ $\frac{b}{2}\ \ \frac{b}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$b\ b-c$ $b\ \ 0$	$b\ b-c$ $b\ \ b$	$b\ b$ $b\ 0$	$b\ b$ $b\ b$
S_5	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$\frac{2b-c}{4}\ b-c$ $\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$	$\frac{4b-3c}{6}\ \frac{4b-3c}{6}$ $\frac{4b-3c}{6}\ \frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$ $\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$	$b-c\ b-c$ $b\ \ b-c$	$\mathbf{\frac{2b-c}{4}}\ \mathbf{b-c}$ $\mathbf{b}\ \mathbf{\frac{2b-c}{4}}$	$\frac{4b-3c}{6}\ \frac{4b-3c}{6}$ $b\ \frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$ $b\ \frac{2b-c}{4}$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$\frac{4b-c}{6}\ b-c$ $\frac{4b-c}{6}\ \frac{4b-c}{6}$	$\frac{6b-3c}{8}\ \frac{6b-3c}{8}$ $\frac{6b-3c}{8}\ \frac{6b-3c}{8}$	$\frac{4b-c}{6}\ \frac{4b-c}{6}$ $\frac{4b-c}{6}\ \frac{4b-c}{6}$	$b\ b-c$ $b\ b-c$	$b\ b-c$ $b\ \ b$	$b\ b$ $b\ b$	$b\ b$ $b\ b$
S_6	$0\ \ b-c$ $b-c\ \ 0$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{6b-3c}{8}\ \frac{6b-3c}{8}$ $\frac{6b-3c}{8}\ \frac{6b-3c}{8}$	$0\ b-c$ $0\ \ 0$	$\frac{4b-c}{6}\ b-c$ $\frac{4b-c}{6}\ \frac{4b-c}{6}$	$\mathbf{0}\ \mathbf{0}$ $\mathbf{0}\ \mathbf{0}$	$\frac{4b-c}{6}\ \frac{4b-c}{6}$ $\frac{4b-c}{6}\ \frac{4b-c}{6}$	$b-c\ b-c$ $b-c\ \ 0$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-c}{4}\ b-c$ $\frac{4b-c}{4}\ 0$	$\frac{4b-c}{4}\ b-c$ $\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$ $\frac{4b-c}{4}\ 0$	$\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$ $\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$
S_7	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$\frac{2b-c}{4}\ b-c$ $b-c\ \frac{2b-c}{4}$	$\frac{4b-3c}{6}\ \frac{4b-3c}{6}$ $\frac{4b-3c}{6}\ \frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$ $\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$\frac{2b-c}{4}\ b-c$ $\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$	$\frac{4b-3c}{6}\ \frac{4b-3c}{6}$ $\frac{4b-3c}{6}\ \frac{4b-3c}{6}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{4}}\ \mathbf{\frac{2b-c}{4}}$ $\mathbf{\frac{2b-c}{4}}\ \mathbf{\frac{2b-c}{4}}$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-c}{4}\ b-c$ $\frac{4b-c}{4}\ b-c$	$\frac{4b-c}{4}\ b-c$ $\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$ $\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$ $\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$
S_8	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$0\ 0$ $b\ 0$	$b\ b$ $b\ b$	$b\ b$ $b\ 0$	$b\ b$ $b\ b$	$\mathbf{\frac{2b-c}{2}}\ 0$ $\mathbf{0}\ \mathbf{0}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ 0$ $0\ \ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ 0$ $b\ \ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ b$ $b\ \ b$	$\frac{2b-c}{2}\ b$ $b\ \ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ b$ $b\ \ b$
S_9	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}\ \frac{4b-3c}{6}$ $\frac{4b-3c}{6}\ \frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$ $\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$	$\frac{6b-3c}{8}\ \frac{6b-3c}{8}$ $\frac{6b-3c}{8}\ \frac{6b-3c}{8}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $b\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}\ \frac{4b-3c}{6}$ $b\ \frac{4b-3c}{6}$	$b\ b$ $b\ b$	$b\ b$ $b\ b$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{2}}\ \mathbf{\frac{2b-c}{2}}$ $\mathbf{\frac{2b-c}{2}}\ \mathbf{\frac{2b-c}{2}}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$ $\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $b\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $b\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ b$ $b\ \ b$	$\frac{2b-c}{2}\ b$ $b\ \frac{2b-c}{2}$
S_{10}	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$ $\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{6b-3c}{8}\ \frac{6b-3c}{8}$ $\frac{6b-3c}{8}\ \frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ 0$ $0\ \ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{2}}\ \mathbf{\frac{2b-c}{2}}$ $\mathbf{\frac{2b-c}{2}}\ \mathbf{0}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ 0$ $\frac{2b-c}{2}\ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$
S_{11}	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}\ \frac{4b-3c}{6}$ $\frac{4b-3c}{6}\ \frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}\ \frac{4b-3c}{6}$ $\frac{4b-3c}{6}\ \frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{2}}\ \mathbf{\frac{2b-c}{2}}$ $\mathbf{\frac{2b-c}{2}}\ \mathbf{\frac{2b-c}{2}}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$
S_{12}	$b-c\ b-c$ $0\ \ 0$	$b-c\ b-c$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$ $0\ \ 0$	$\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$b-c\ b-c$ $b\ \ 0$	$b-c\ b-c$ $b\ \ b$	$\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$ $b\ \ 0$	$\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$ $b\ \ b$	$\frac{2b-c}{2}\ b-c$ $0\ \ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ b-c$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $0\ \ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{2}}\ \mathbf{b-c}$ $\mathbf{b}\ \ \mathbf{0}$	$\frac{2b-c}{2}\ b-c$ $b\ \ b$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $b\ \ \frac{b}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $b\ \ \frac{b}{2}$
S_{13}	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$ $\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$ $\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$	$b-c\ b-c$ $b\ \ b-c$	$b-c\ b-c$ $b\ \ b-c$	$\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$ $b\ \ \frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$ $b\ \ \frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}\ b-c$ $b-c\ b-c$	$\frac{2b-c}{2}\ b-c$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ b-c$ $b\ \ b-c$	$\mathbf{\frac{2b-c}{2}}\ \mathbf{b-c}$ $\mathbf{b}\ \ \mathbf{\frac{2b-c}{2}}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $b\ \ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $b\ \ \frac{2b-c}{2}$
S_{14}	$b-c\ b-c$ $b-c\ \ 0$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$ $\frac{4b-3c}{4}\ 0$	$\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$ $\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$	$b-c\ b-c$ $b-c\ \ 0$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$ $\frac{4b-3c}{4}\ 0$	$\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$ $\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}\ b-c$ $b-c\ \ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ b-c$ $b-c\ b-c$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ b-c$ $\frac{2b-c}{2}\ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ b-c$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{2}}\ \mathbf{\frac{2b-c}{2}}$ $\mathbf{\frac{2b-c}{2}}\ \mathbf{0}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$
S_{15}	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$ $\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$ $\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$ $\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$ $\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}\ b-c$ $b-c\ b-c$	$\frac{2b-c}{2}\ b-c$ $b-c\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ b-c$ $\frac{2b-c}{2}\ b-c$	$\frac{2b-c}{2}\ b-c$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{2}}\ \mathbf{\frac{2b-c}{2}}$ $\mathbf{\frac{2b-c}{2}}\ \mathbf{\frac{2b-c}{2}}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$

Abbildung 4.2: Simultanes Snowdrift-Game: Spiel ohne Fehler

*	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}\ \mathbf{0}$ $\mathbf{0}\ \mathbf{0}$	$\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$b\ 0$ $b\ 0$	$b\ b$ $b\ b$	$b\ 0$ $b\ 0$	$b\ b$ $b\ b$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$b\ 0$ $b\ 0$	$b\ b$ $b\ b$	$b\ 0$ $b\ 0$	$b\ b$ $b\ b$
S_1	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{3}}\ \mathbf{\frac{2b-c}{3}}$ $\mathbf{\frac{2b-c}{3}}\ \mathbf{\frac{2b-c}{3}}$	$\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$ $\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$ $\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$	$b\ \frac{b-c}{2}$ $b\ \frac{b-c}{2}$	$b\ b$ $b\ b$	$b\ b$ $b\ b$	$b\ b$ $b\ b$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$ $\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$ $\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$ $\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$	$b\ \frac{b-c}{2}$ $b\ \frac{b-c}{2}$	$b\ b$ $b\ b$	$b\ b$ $b\ b$	$b\ b$ $b\ b$
S_2	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{0}\ \mathbf{0}$ $\mathbf{0}\ \mathbf{0}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{4b-c}{6}\ \frac{4b-c}{6}$ $\frac{4b-c}{6}\ \frac{4b-c}{6}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{4b-c}{6}\ \frac{4b-c}{6}$ $\frac{4b-c}{6}\ \frac{4b-c}{6}$	$\frac{4b-c}{4}\ 0$ $\frac{4b-c}{4}\ 0$	$\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$ $\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}\ 0$ $\frac{4b-c}{4}\ 0$	$\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$ $\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$
S_3	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$ $\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{4}}\ \mathbf{\frac{2b-c}{2}}$ $\mathbf{\frac{2b-c}{2}}\ \mathbf{\frac{2b-c}{4}}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}\ \frac{6b-3c}{8}$ $\frac{6b-3c}{8}\ \frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}\ \frac{6b-3c}{8}$ $\frac{6b-3c}{8}\ \frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$ $\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$ $\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{4b-c}{4}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$ $\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$ $\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$ $\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$
S_4	$0\ b-c$ $0\ \ 0$	$\frac{b}{2}\ b-c$ $\frac{b}{2}\ \ \frac{b}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$\mathbf{b}\ \mathbf{b-c}$ $\mathbf{b}\ \ \mathbf{0}$	$b\ b-c$ $b\ \ b$	$b\ b$ $b\ 0$	$b\ b$ $b\ b$	$0\ b-c$ $0\ \ 0$	$\frac{b}{2}\ b-c$ $\frac{b}{2}\ \ \frac{b}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$b\ b-c$ $b\ \ 0$	$b\ b-c$ $b\ \ b$	$b\ b$ $b\ 0$	$b\ b$ $b\ b$
S_5	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$ $\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$ $\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$	$b\ b-c$ $b\ b-c$	$\mathbf{b}\ \mathbf{b-c}$ $\mathbf{b}\ \mathbf{b-c}$	$b\ b$ $b\ b$	$b\ b$ $b\ b$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$ $\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$ $\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$	$b\ b-c$ $b\ b-c$	$b\ b-c$ $b\ b-c$	$b\ b$ $b\ b$	$b\ b$ $b\ b$
S_6	$0\ \ b-c$ $b-c\ \ 0$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{6b-3c}{8}\ \frac{6b-3c}{8}$ $\frac{6b-3c}{8}\ \frac{6b-3c}{8}$	$b-c\ b-c$ $b-c\ \ 0$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$\mathbf{\frac{2b-c}{2}}\ \mathbf{\frac{2b-c}{2}}$ $\mathbf{\frac{2b-c}{2}}\ \mathbf{0}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$0\ b-c$ $0\ \ 0$	$\frac{4b-c}{6}\ b-c$ $\frac{4b-c}{6}\ \frac{4b-c}{6}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{4b-c}{6}\ \frac{4b-c}{6}$ $\frac{4b-c}{6}\ \frac{4b-c}{6}$	$\frac{4b-c}{4}\ b-c$ $\frac{4b-c}{4}\ 0$	$\frac{4b-c}{4}\ b-c$ $\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$ $\frac{4b-c}{4}\ 0$	$\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$ $\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$
S_7	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$ $\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$ $\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{2}}\ \mathbf{\frac{2b-c}{2}}$ $\mathbf{\frac{2b-c}{2}}\ \mathbf{\frac{2b-c}{2}}$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$ $\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$ $\frac{2b-c}{4}\ \frac{2b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}\ b-c$ $\frac{4b-c}{4}\ b-c$	$\frac{4b-c}{4}\ b-c$ $\frac{4b-c}{4}\ b-c$	$\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$ $\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$ $\frac{4b-c}{4}\ \frac{4b-c}{4}$
S_8	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$0\ 0$ $b\ 0$	$b\ b$ $b\ b$	$0\ 0$ $b\ 0$	$b\ b$ $b\ b$	$\mathbf{\frac{2b-c}{2}}\ \mathbf{0}$ $\mathbf{0}\ \mathbf{0}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ 0$ $0\ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{b}{2}$ $\frac{b}{2}\ \frac{b}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ 0$ $b\ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ b$ $b\ b$	$\frac{2b-c}{2}\ 0$ $b\ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ b$ $b\ b$
S_9	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$ $\frac{2b-c}{3}\ \frac{2b-c}{3}$	$\frac{4b-3c}{6}\ \frac{4b-3c}{6}$ $\frac{4b-3c}{6}\ \frac{4b-3c}{6}$	$\frac{6b-3c}{8}\ \frac{6b-3c}{8}$ $\frac{6b-3c}{8}\ \frac{6b-3c}{8}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $b\ \frac{b-c}{2}$	$b\ b$ $b\ b$	$\frac{4b-3c}{6}\ \frac{4b-3c}{6}$ $b\ \frac{4b-3c}{6}$	$b\ b$ $b\ b$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{2}}\ \mathbf{\frac{2b-c}{3}}$ $\mathbf{\frac{2b-c}{3}}\ \mathbf{\frac{2b-c}{3}}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $b\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ b$ $\frac{b-c}{2}\ b$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $b\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ b$ $b\ \frac{2b-c}{2}$
S_{10}	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$0\ 0$ $0\ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ 0$ $\frac{2b-c}{2}\ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{2}}\ \mathbf{0}$ $\mathbf{\frac{2b-c}{2}}\ \mathbf{0}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ 0$ $\frac{2b-c}{2}\ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ 0$ $\frac{2b-c}{2}\ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$
S_{11}	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}\ \frac{4b-3c}{6}$ $\frac{4b-3c}{6}\ \frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}\ \frac{4b-3c}{6}$ $\frac{4b-3c}{6}\ \frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{2}}\ \mathbf{\frac{2b-c}{2}}$ $\mathbf{\frac{2b-c}{2}}\ \mathbf{\frac{2b-c}{2}}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$
S_{12}	$b-c\ b-c$ $0\ \ 0$	$b-c\ b-c$ $\frac{b}{2}\ \ \frac{b}{2}$	$\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$ $0\ \ 0$	$\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$ $\frac{b}{2}\ \ \frac{b}{2}$	$b-c\ b-c$ $b\ \ 0$	$b-c\ b-c$ $b\ \ b$	$\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$ $b\ \ 0$	$\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$ $b\ \ b$	$\frac{2b-c}{2}\ b-c$ $0\ \ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ b-c$ $\frac{b}{2}\ \ \frac{b}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ b-c$ $\frac{2b-c}{2}\ \ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{b}{2}\ \ \frac{b}{2}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{2}}\ \mathbf{b-c}$ $\mathbf{b}\ \ \mathbf{0}$	$\frac{2b-c}{2}\ b-c$ $b\ \ b$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $b\ \ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $b\ \ b$
S_{13}	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$ $\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$ $\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$	$b-c\ b-c$ $b\ \ b-c$	$b-c\ b-c$ $b\ \ b-c$	$\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$ $b\ \ \frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$ $b\ \ \frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}\ b-c$ $b-c\ b-c$	$\frac{2b-c}{2}\ b-c$ $b-c\ b-c$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ b-c$ $b\ \ b-c$	$\mathbf{\frac{2b-c}{2}}\ \mathbf{b-c}$ $\mathbf{b}\ \ \mathbf{b-c}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $b\ \ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $b\ \ \frac{2b-c}{2}$
S_{14}	$b-c\ b-c$ $b-c\ \ 0$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$ $\frac{4b-3c}{4}\ \ 0$	$\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$ $\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$	$b-c\ b-c$ $b-c\ \ 0$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$ $\frac{4b-3c}{4}\ \ 0$	$\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$ $\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}\ b-c$ $\frac{2b-c}{2}\ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ b-c$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ b-c$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ b-c$ $\frac{2b-c}{2}\ 0$	$\frac{2b-c}{2}\ b-c$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{2}}\ \mathbf{\frac{2b-c}{2}}$ $\mathbf{\frac{2b-c}{2}}\ \mathbf{0}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$
S_{15}	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$ $\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$ $\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$b-c\ b-c$ $b-c\ b-c$	$\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$ $\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$ $\frac{4b-3c}{4}\ \frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}\ b-c$ $\frac{2b-c}{2}\ b-c$	$\frac{2b-c}{2}\ b-c$ $\frac{2b-c}{2}\ b-c$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}\ b-c$ $\frac{2b-c}{2}\ b-c$	$\frac{2b-c}{2}\ b-c$ $\frac{2b-c}{2}\ b-c$	$\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$ $\frac{2b-c}{2}\ \frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{2}}\ \mathbf{\frac{2b-c}{2}}$ $\mathbf{\frac{2b-c}{2}}\ \mathbf{\frac{2b-c}{2}}$

Abbildung 4.3: Alternierendes Snowdrift-Game: Spiel ohne Fehler

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{3}$	b	$\frac{b}{2}$	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	$\frac{2b}{3}$	b
S_1	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{4}}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{3b-2c}{5}$	$\frac{4b-c}{6}$	b	$\frac{6b-c}{8}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{3b-c}{4}$	b	b	b
S_2	0	$\frac{2b-c}{3}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{4}}$	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{4b-c}{6}$	0	$\frac{4b-c}{6}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-c}{8}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{5}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_3	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{6b-3c}{8}}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_4	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{3b-c}{5}$	0	$\frac{b}{2}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{4}}$	b	$\frac{b}{3}$	b	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{3b-c}{5}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{4b-c}{6}$	b	$\frac{2b}{3}$	b
S_5	$b-c$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{4}$	$b-c$	$\mathbf{\frac{6b-3c}{8}}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{4b-c}{6}$	$b-c$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	b	b	b
S_6	$\frac{b-c}{2}$	$b-c$	0	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\mathbf{0}$	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$b-c$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{5b-2c}{5}$	$\frac{4b-c}{5}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_7	$b-c$	$\frac{6b-5c}{8}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{4}$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{4}}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{8b-5c}{8}$	$\frac{5b-2c}{5}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_8	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{3}$	b	$\frac{2b}{3}$	b	$\mathbf{0}$	$\frac{6b-c}{10}$	0	$\frac{6b-c}{10}$	$\frac{6b-c}{12}$	$\frac{6b-c}{6}$	$\frac{6b-c}{8}$	$\frac{6b-c}{6}$
S_9	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{3b-2c}{5}$	$\frac{6b-3c}{8}$	b	b	$\frac{6b-5c}{10}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{2}}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{3b-c}{3}$	$\frac{6b-c}{6}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_{10}	0	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{6b-3c}{8}$	$\mathbf{\frac{6b-3c}{8}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{11}	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-5c}{10}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{2}}$	$\frac{3b-2c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{12}	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{3b-2c}{4}$	$\frac{4b-3c}{8}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{8b-3c}{8}$	$\frac{6b-5c}{12}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{3b-c}{4}$	$\mathbf{\frac{6b-3c}{8}}$	$\frac{3b-c}{3}$	$\frac{10b-3c}{12}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_{13}	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{5b-3c}{5}$	$\frac{5b-3c}{5}$	$\frac{6b-5c}{6}$	$\frac{3b-2c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{3b-2c}{3}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{2}}$	$\frac{3b-c}{3}$	$\frac{3b-c}{3}$
S_{14}	$\frac{2b-2c}{3}$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{5}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{5}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{6b-5c}{8}$	$\frac{6b-5c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{10b-7c}{12}$	$\frac{3b-2c}{3}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{2}}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{15}	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{6b-5c}{6}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{3b-2c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{2}}$

Abbildung 4.4: Simultanes Snowdrift-Game: Fehler in der Implementierung, konstanter Anteil

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{2b\text{-}c}$	$\frac{b-3c}{4}$	$3b-c$	$\frac{2b-3c}{4}$	$\frac{16b-15c}{18}$	$-\frac{4b+c}{2}$	$\frac{2b-3c}{4}$	$-\frac{4b+c}{2}$	$2b-c$	$\frac{2b-3c}{4}$	$3b-c$	$\frac{3b-3c}{4}$	$\frac{2b-3c}{4}$	$-\frac{2b+c}{2}$	$\frac{b-6c}{9}$	$-\frac{2b+c}{2}$
S_1	$\frac{b+2c}{4}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{4}}$	$-\frac{b+c}{9}$	b	$\frac{8b+13c}{50}$	$\frac{b-4c}{9}$	$-\frac{4b+5c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{2b+3c}{4}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b+c}{9}$	$\frac{4b-7c}{18}$	$-\frac{b+2c}{8}$	$-b-c$	$-\frac{2b+3c}{2}$	$-b-c$
S_2	$3b-2c$	$\frac{-b+2c}{9}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{4}}$	$\frac{-4b+3c}{2}$	$\frac{6b-3c}{2}$	$\frac{b-4c}{9}$	$5b-2c$	$\frac{5b-5c}{9}$	$3b-2c$	$\frac{b}{3}$	$\frac{b+c}{9}$	$-b+c$	$\frac{12b-11c}{16}$	$-b$	$-\frac{3b+8c}{25}$	$-\frac{4b+c}{8}$
S_3	$\frac{2b+c}{4}$	$b-c$	$\frac{-4b+c}{2}$	$\mathbf{0}$	$\frac{b+c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{4b-c}{2}$	$\frac{4b+c}{4}$	0	$\frac{-2b+c}{2}$	$-b+c$	0	$-\frac{4b+c}{4}$	$-\frac{b+c}{2}$	$-\frac{2b+c}{4}$
S_4	$\frac{16b-c}{18}$	$\frac{8b-21c}{50}$	$\frac{6b-3c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{4}}$	$-\frac{4b+3c}{2}$	$\frac{28b-21c}{18}$	$-\frac{4b+c}{2}$	$\frac{20b+c}{18}$	$\frac{4b-3c}{10}$	$\frac{8b-3c}{2}$	$b-c$	$\frac{b-4c}{9}$	$-b-c$	$\frac{4b-15c}{18}$	$-\frac{2b+c}{2}$
S_5	$\frac{-4b+5c}{2}$	$\frac{b+3c}{9}$	$\frac{b+3c}{9}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{-4b+7c}{2}$	$\mathbf{0}$	0	$\frac{8b-11c}{18}$	$\frac{-4b+7c}{2}$	0	0	$\frac{8b-11c}{18}$	$\frac{-2b+c}{2}$	$-b-2c$	$-b-2c$	$-b-c$
S_6	$\frac{2b+c}{4}$	$\frac{-4b+9c}{2}$	$5b-3c$	0	$\frac{28b-7c}{18}$	0	$\mathbf{4b\text{-}2c}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b+11c}{9}$	$\frac{-2b+7c}{2}$	0	$\frac{-4b+3c}{6}$	0	$\frac{-3b+c}{5}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{2b+c}{4}$
S_7	$\frac{-4b+5c}{2}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{5b}{9}$	$\frac{4b-3c}{2}$	$\frac{-4b+5c}{2}$	$\frac{8b+3c}{18}$	$\frac{b+c}{3}$	$\mathbf{\frac{6b\text{-}3c}{4}}$	$\frac{-2b+5c}{2}$	$-b+4c$	$\frac{-4b+c}{6}$	$\frac{-4b+3c}{6}$	$\frac{-12b+11c}{16}$	$-\frac{15b+c}{25}$	$-\frac{2b+3c}{4}$	$-\frac{4b+3c}{8}$
S_8	$2b-c$	$\frac{2b-5c}{4}$	$3b-c$	$\frac{4b-5c}{4}$	$\frac{20b-21c}{18}$	$-\frac{4b+3c}{2}$	$\frac{b-12c}{9}$	$-\frac{2b+3c}{2}$	$\mathbf{\frac{10b\text{-}5c}{4}}$	$\frac{b-3c}{5}$	$\frac{8b-3c}{2}$	$\frac{28b-33c}{50}$	$\frac{12b-13c}{18}$	$-\frac{9b+2c}{9}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{12b+5c}{18}$
S_9	$\frac{2b+c}{4}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{3}$	0	$\frac{4b-c}{10}$	0	$-\frac{2b+5c}{2}$	$-b-3c$	$\frac{b+2c}{5}$	$\mathbf{\text{-}2b+c}$	0	$\frac{-4b+3c}{2}$	0	$\frac{-9b+c}{9}$	$-\frac{12b+17c}{18}$	$-\frac{2b+c}{4}$
S_{10}	$3b-2c$	$\frac{b-2c}{9}$	$\frac{b-2c}{9}$	$\frac{-2b+c}{2}$	$\frac{8b-5c}{2}$	0	0	$\frac{-4b+3c}{6}$	$\frac{8b-5c}{2}$	0	$\mathbf{0}$	$\frac{-4b+3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$-b+c$	$-b+c$	$\frac{c}{2}$
S_{11}	$\frac{3b}{4}$	$\frac{4b+3c}{18}$	$-b$	$-b$	b	$\frac{8b+3c}{18}$	$\frac{-4b+c}{6}$	$\frac{-4b+c}{6}$	$\frac{28b+5c}{50}$	$\frac{-4b+c}{2}$	$\frac{-4b+c}{6}$	$\mathbf{\frac{\text{-}2b+c}{4}}$	$\frac{b+2c}{8}$	$\frac{-2b+c}{2}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{2}$
S_{12}	$\frac{2b+c}{4}$	$\frac{-b+3c}{8}$	$\frac{12b-c}{16}$	0	$\frac{b+3c}{9}$	$\frac{-2b+c}{2}$	0	$\frac{-12b+c}{16}$	$\frac{12b+c}{18}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{b-3c}{8}$	$\mathbf{0}$	$-\frac{12b+c}{18}$	$-\frac{b+3c}{9}$	$-\frac{2b+c}{4}$
S_{13}	$\frac{-2b+3c}{2}$	$-b+2c$	$-b+c$	$\frac{-4b+5c}{4}$	$-b+2c$	$-b+3c$	$\frac{-3b+2c}{5}$	$\frac{-15b+16c}{25}$	$\frac{-9b+11c}{9}$	$\frac{-9b+8c}{9}$	$-b$	$\frac{-2b+c}{2}$	$\frac{-12b+13c}{18}$	$\mathbf{\frac{\text{-}2b+c}{4}}$	$-\frac{3b+4c}{9}$	$-\frac{3b+2c}{9}$
S_{14}	$\frac{b+5c}{9}$	$\frac{-2b+5c}{2}$	$\frac{-3b+11c}{25}$	$\frac{-b+2c}{2}$	$\frac{4b+11c}{18}$	$-b+3c$	$\frac{c}{2}$	$\frac{-2b+5c}{4}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{-12b+29c}{18}$	$-b$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{-b+4c}{9}$	$\frac{-3b+7c}{9}$	$\mathbf{\frac{\text{-}2b+c}{4}}$	0
S_{15}	$\frac{-2b+3c}{2}$	$-b+2c$	$\frac{-4b+5c}{8}$	$\frac{-2b+3c}{4}$	$\frac{-2b+3c}{2}$	$-b+2c$	$\frac{-2b+3c}{4}$	$\frac{-4b+7c}{8}$	$\frac{-12b+17c}{18}$	$\frac{-2b+3c}{4}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{-2b+3c}{4}$	$\frac{-3b+5c}{9}$	0	$\mathbf{0}$

Abbildung 4.5: Simultanes Snowdrift-Game: Fehler in der Implementierung, linearer Anteil in ε

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{3}$	b	$\frac{b}{2}$	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	$\frac{2b}{3}$	b
S_1	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{3}}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{3}$	b	b	b	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{3b-c}{4}$	b	b	b
S_2	0	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{0}$	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{4b-c}{6}$	0	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{4b-c}{8}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_3	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\mathbf{\frac{6b-3c}{8}}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_4	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{3}$	0	$\frac{b}{2}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{3}}$	$\frac{3b-c}{3}$	$\frac{2b}{3}$	b	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{3b-c}{5}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{4b-c}{6}$	b	$\frac{2b}{3}$	b
S_5	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{3b-2c}{3}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{2}}$	b	b	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{3b-c}{3}$	b	b
S_6	$\frac{b-c}{2}$	$b-c$	0	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$b-c$	$\mathbf{\frac{6b-3c}{8}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{6b-3c}{8}$	0	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{5b-2c}{5}$	$\frac{4b-c}{5}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_7	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{2}}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{8b-5c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_8	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{3}$	b	$\frac{b}{3}$	b	$\mathbf{0}$	$\frac{6b-c}{10}$	$\frac{2b-c}{6}$	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{6b-c}{12}$	$\frac{6b-c}{6}$	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{6b-c}{6}$
S_9	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{3b-2c}{5}$	b	$\frac{6b-3c}{8}$	b	$\frac{6b-5c}{10}$	$\mathbf{\frac{6b-3c}{8}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{6b-c}{6}$	$\frac{3b-c}{3}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_{10}	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{4}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{11}	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{2}}$	$\frac{3b-2c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{12}	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{3b-2c}{4}$	$\frac{4b-3c}{8}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{8b-3c}{8}$	$\frac{6b-5c}{12}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{3b-c}{4}$	$\mathbf{\frac{6b-3c}{8}}$	$\frac{3b-c}{3}$	$\frac{10b-3c}{12}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_{13}	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$\frac{3b-2c}{3}$	$\frac{5b-3c}{5}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-5c}{6}$	$\frac{6b-5c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{3b-2c}{3}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{2}}$	$\frac{3b-c}{3}$	$\frac{3b-c}{3}$
S_{14}	$\frac{2b-2c}{3}$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{5}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{3b-2c}{3}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{10b-7c}{12}$	$\frac{3b-2c}{3}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{2}}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{15}	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{6b-5c}{6}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{3b-2c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{2}}$

Abbildung 4.6: Alternierendes Snowdrift-Game: Fehler in der Implementierung, konstanter Anteil

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{2b\text{-}c}$	$\frac{3b-4c}{4}$	$\frac{4b-c}{2}$	$\frac{2b-3c}{4}$	$\frac{11b-9c}{9}$	$-b-c$	$\frac{2b-3c}{4}$	$-b-c$	$2b-c$	$\frac{2b-3c}{4}$	$\frac{4b-c}{2}$	$\frac{b-2c}{4}$	$\frac{2b-3c}{4}$	$-\frac{2b+c}{2}$	$-\frac{4b+9c}{18}$	$-\frac{2b+c}{2}$
S_1	$\frac{b+2c}{4}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{18}}$	$\frac{2b-3c}{8}$	b	$\frac{2b-c}{18}$	$-b-2c$	$-2b-2c$	$\frac{-2b-3c}{2}$	$\frac{b+2c}{4}$	0	$\frac{2b-c}{8}$	$\frac{6b+c}{8}$	$-\frac{b+2c}{8}$	$-\frac{2b+3c}{2}$	$-b-c$	$-b-c$
S_2	$3b-2c$	$\frac{-3b+2c}{2}$	$\mathbf{\frac{6b\text{-}3c}{2}}$	$\frac{-4b+3c}{2}$	$3b-2c$	$\frac{-b+c}{2}$	$\frac{10b-5}{2}$	$\frac{-2b+3c}{4}$	$\frac{6b-3c}{2}$	$\frac{2b-3c}{6}$	$3b-c$	$\frac{2b-5c}{18}$	$\frac{12b-11c}{16}$	$-\frac{4b+c}{8}$	$\frac{2b-5c}{18}$	$-\frac{4b+c}{8}$
S_3	$\frac{2b+c}{4}$	$\frac{-6b+c}{4}$	$\frac{2b-3c}{4}$	$\mathbf{0}$	$\frac{4b+c}{4}$	$\frac{-2b+c}{4}$	0	$\frac{-2b+3c}{4}$	$\frac{b+c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{6b-c}{4}$	0	$-\frac{b+c}{2}$	$-\frac{4b+c}{4}$	$-\frac{2b+c}{4}$
S_4	$\frac{16b-c}{18}$	$\frac{2b-c}{18}$	$\frac{4b-c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{18}}$	$-\frac{12b+c}{18}$	$\frac{2b-21c}{18}$	$-\frac{2b+3c}{2}$	$\frac{10b+5c}{18}$	$\frac{2b-3c}{10}$	$\frac{4b-c}{2}$	$\frac{b-2c}{4}$	$\frac{b-4c}{9}$	$-\frac{2b+3c}{2}$	$\frac{2b-9c}{18}$	$-\frac{2b+c}{2}$
S_5	$\frac{-4b+5c}{2}$	$\frac{-4b+7c}{2}$	$\frac{6b-5c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{-9b+8c}{9}$	$\mathbf{\frac{-2b+c}{4}}$	$-b-2c$	$-b-2c$	$\frac{-4b+5c}{2}$	$\frac{-4b+7c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{6b-c}{8}$	$\frac{-2b+c}{2}$	$-\frac{12b+c}{18}$	$-b-c$	$-b-c$
S_6	$\frac{2b+c}{4}$	$\frac{-2b+7c}{2}$	$4b-2c$	0	$\frac{4b+8c}{9}$	$\frac{5c}{2}$	$\mathbf{0}$	$\frac{-2b+c}{6}$	$\frac{22b-c}{18}$	0	$3b-c$	$-\frac{c}{3}$	0	$-\frac{2b}{5}$	$-\frac{2b+3c}{10}$	$-\frac{2b+c}{4}$
S_7	$\frac{-4b+5c}{2}$	$\frac{-2b+5c}{2}$	$\frac{10b-9c}{8}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{-2b+5c}{2}$	$\frac{5c}{2}$	$\frac{-2b+c}{3}$	$\mathbf{\frac{-2b+c}{6}}$	$\frac{-4b+5c}{2}$	$-2b+4c$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{10b-3c}{8}$	$\frac{-12b+11c}{16}$	$\frac{-2b+c}{6}$	$-\frac{4b+3c}{8}$	$-\frac{4b+3c}{8}$
S_8	$2b-c$	$\frac{3b-4c}{4}$	$\frac{6b-3c}{2}$	$\frac{4b-5c}{4}$	$\frac{8b-9c}{9}$	$-b-c$	$\frac{14b-12c}{9}$	$-b-c$	$\mathbf{\frac{6b\text{-}3c}{2}}$	$\frac{2b-3c}{5}$	$\frac{16b-5c}{18}$	$\frac{2b-5c}{18}$	$\frac{12b-13c}{18}$	$-\frac{6b+c}{9}$	$\frac{2b-5c}{18}$	$-\frac{12b+5c}{18}$
S_9	$\frac{2b+c}{4}$	$\frac{2b-c}{6}$	$\frac{c}{3}$	0	$\frac{2b}{5}$	$-b-2c$	0	$-\frac{2b+5c}{2}$	$\frac{2b+3c}{10}$	$\mathbf{0}$	$\frac{-4b+c}{2}$	$-2b+c$	0	$-\frac{6b+7c}{9}$	$-\frac{18b+c}{18}$	$-\frac{2b+c}{4}$
S_{10}	$3b-2c$	$\frac{-2b+c}{2}$	$\frac{8b-5c}{2}$	$\frac{-2b+c}{2}$	$3b-2c$	$\frac{-2b+c}{4}$	$\frac{8b-5c}{2}$	$\frac{-2b+c}{4}$	$\frac{11b-7c}{9}$	$-b+c$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{4}}$	$-b+c$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{8b-c}{18}$	$\frac{c}{2}$
S_{11}	$\frac{3b}{4}$	$-b$	$\frac{2b+3c}{18}$	$-b$	$\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$\frac{2b+c}{6}$	$-\frac{b}{2}$	$\frac{2b+3c}{18}$	$\frac{-2b+c}{2}$	$\frac{-4b+c}{2}$	$\mathbf{\frac{-2b+c}{2}}$	$\frac{b+2c}{8}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{-2b+c}{2}$	$\frac{c}{2}$
S_{12}	$\frac{2b+c}{4}$	$\frac{b+2c}{8}$	$\frac{8b+c}{16}$	0	$\frac{10b+9c}{36}$	$\frac{-2b+c}{4}$	0	$-\frac{8b+c}{16}$	$\frac{18b+5c}{36}$	0	$\frac{2b-c}{4}$	$-\frac{b+2c}{8}$	$\mathbf{0}$	$-\frac{18b+5c}{36}$	$-\frac{10b+9c}{36}$	$-\frac{2b+c}{4}$
S_{13}	$\frac{-2b+3c}{2}$	$\frac{-2b+5c}{2}$	$\frac{-8b+7c}{8}$	$\frac{-4b+5c}{4}$	$\frac{-2b+5c}{2}$	$\frac{-3b+5c}{9}$	$\frac{-6b+5c}{10}$	$\frac{-2b+c}{6}$	$\frac{-18b+17c}{18}$	$\frac{-18b+29c}{18}$	$-b$	$-b$	$\frac{-12b+13c}{18}$	$\mathbf{\frac{-2b+c}{6}}$	$-\frac{6b+7c}{18}$	$-\frac{3b+2c}{9}$
S_{14}	$\frac{b+5c}{9}$	$\frac{3c}{2}$	$\frac{2b+3c}{18}$	$\frac{-b+2c}{2}$	$\frac{4b+2c}{9}$	$\frac{3c}{2}$	$\frac{2c}{5}$	$\frac{5c}{8}$	$\frac{2b+3c}{18}$	$\frac{-6b+8c}{9}$	$\frac{b-2c}{9}$	$\frac{-2b+c}{2}$	$\frac{-b+4c}{9}$	$\frac{5c}{9}$	$\mathbf{\frac{-2b+c}{2}}$	0
S_{15}	$\frac{-2b+3c}{2}$	$\frac{3c}{2}$	$\frac{-8b+7c}{8}$	$\frac{-2b+3c}{4}$	$\frac{-2b+3c}{2}$	$\frac{3c}{2}$	$\frac{-2b+3c}{4}$	$\frac{5c}{8}$	$\frac{-9b+10c}{9}$	$\frac{-2b+3c}{4}$	$-b$	$-b$	$\frac{-2b+3c}{4}$	$\frac{7c}{18}$	0	$\mathbf{0}$

Abbildung 4.7: Alternierendes Snowdrift-Game: Fehler in der Implementierung, linearer Anteil in ε

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	0	b	$\frac{b}{2}$	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	b	b
S_1	$-\frac{c}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	b	$\frac{2b-c}{3}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{4}$	b	b	b
S_2	0	$\frac{b-c}{3}$	$\mathbf{\frac{b-c}{3}}$	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	0	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_3	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_4	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\mathbf{0}$	b	$\frac{b}{2}$	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	b	b
S_5	$-c$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$-c$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	b	b	b
S_6	$-\frac{c}{2}$	$-c$	0	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{0}$	$\frac{2b-c}{3}$	$-\frac{c}{2}$	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_7	$-c$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$-c$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$-c$	$-c$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{2b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_8	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	0	b	$\frac{b}{2}$	b	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	b	b
S_9	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	b	b	$-\frac{c}{2}$	$\mathbf{b-c}$	$\frac{b-c}{2}$	$b-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{10}	0	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-2c}{3}$	0	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$
S_{11}	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$-\frac{c}{2}$	$b-c$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\mathbf{\frac{2b-2c}{3}}$	$\frac{2b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$
S_{12}	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-2c}{4}$	$\frac{b-2c}{4}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{3b-2c}{4}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{3b-2c}{4}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{13}	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\mathbf{b-c}$	$b-c$	$b-c$
S_{14}	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$b-c$	$\mathbf{b-c}$	$b-c$
S_{15}	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$\mathbf{b-c}$

Abbildung 4.8: Simultanes Donation-Game: Fehler in der Auffassung des Gegners, konstanter Anteil

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$-\frac{b}{4}$	b	0	0	$-b$	0	$-b$	0	0	b	$\frac{b}{4}$	0	0	0	0
S_1	$\frac{c}{4}$	$\mathbf{\frac{-b+c}{2}}$	$-\frac{b+2c}{9}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{4}$	$-\frac{b}{3}$	$-4b-3c$	$\frac{b+c}{9}$	$\frac{c}{4}$	$-\frac{7b+c}{9}$	$\frac{b}{3}$	$\frac{-2b+c}{9}$	$\frac{-3c}{8}$	$-c$	$-c$	$-c$
S_2	$-c$	$\frac{2b+c}{9}$	$\mathbf{\frac{-b+c}{9}}$	$\frac{c}{2}$	$-c$	$-\frac{b}{3}$	$4b-3c$	$\frac{b-2c}{9}$	$-c$	$\frac{7b-c}{9}$	$\frac{b}{3}$	$\frac{b+c}{2}$	$-\frac{3c}{8}$	$\frac{c}{4}$	$\frac{c}{4}$	$\frac{c}{4}$
S_3	0	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{2}$	$\mathbf{0}$	0	0	0	$\frac{b}{2}$	0	0	0	$\frac{b}{2}$	0	0	0	0
S_4	0	$-\frac{b}{4}$	b	0	$\mathbf{0}$	$-b$	0	$-b$	0	0	b	$\frac{b}{4}$	0	0	0	0
S_5	c	$\frac{c}{3}$	$\frac{c}{3}$	0	c	$\mathbf{0}$	0	$-\frac{c}{3}$	c	0	0	$-\frac{c}{3}$	0	$-c$	$-c$	$-c$
S_6	0	$3b+4c$	$3b-4c$	0	0	0	$\mathbf{3b\text{-}3c}$	$-\frac{b+7c}{9}$	0	$3b+3c$	0	$\frac{-b+7c}{9}$	0	0	0	0
S_7	c	$-\frac{b+c}{9}$	$\frac{2b-c}{9}$	$-\frac{c}{2}$	c	$\frac{b}{3}$	$\frac{7b+c}{9}$	$\mathbf{\frac{b\text{-}c}{2}}$	c	$4b+3c$	$-\frac{b}{3}$	$\frac{b+2c}{9}$	$\frac{3c}{8}$	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{c}{4}$
S_8	0	$-\frac{b}{4}$	b	0	0	$-b$	0	$-b$	$\mathbf{0}$	0	b	$\frac{b}{4}$	0	0	0	0
S_9	0	$\frac{b+7c}{9}$	$\frac{b-7c}{9}$	0	0	0	$-3b-3c$	$-3b-4c$	0	$\mathbf{\text{-}3b+3c}$	0	$-3b+4c$	0	0	0	0
S_{10}	$-c$	$-\frac{c}{3}$	$-\frac{c}{3}$	0	$-c$	0	0	$\frac{c}{3}$	$-c$	0	$\mathbf{0}$	$\frac{c}{3}$	0	c	c	c
S_{11}	$-\frac{c}{4}$	$\frac{-b+2c}{9}$	$-\frac{b+c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{4}$	$\frac{b}{3}$	$\frac{-7b+c}{9}$	$-\frac{2b+c}{9}$	$-\frac{c}{4}$	$-4b+3c$	$-\frac{b}{3}$	$\mathbf{\frac{b\text{-}c}{9}}$	$\frac{3c}{8}$	c	c	c
S_{12}	0	$\frac{3b}{8}$	$\frac{3b}{8}$	0	0	0	0	$-\frac{3b}{8}$	0	0	0	$-\frac{3b}{8}$	$\mathbf{0}$	0	0	0
S_{13}	0	b	$-\frac{b}{4}$	0	0	b	0	$\frac{b}{4}$	0	0	$-b$	$-b$	0	$\mathbf{0}$	0	0
S_{14}	0	b	$-\frac{b}{4}$	0	0	b	0	$\frac{b}{4}$	0	0	$-b$	$-b$	0	0	$\mathbf{0}$	0
S_{15}	0	b	$-\frac{b}{4}$	0	0	b	0	$\frac{b}{4}$	0	0	$-b$	$-b$	0	0	0	$\mathbf{0}$

Abbildung 4.9: Simultanes Donation-Game: Fehler in der Auffassung des Gegners, linearer Anteil in ν

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	$\frac{b}{2}$	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	$\frac{b}{2}$	b
S_1	$-\frac{c}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	b	b	b	$-\frac{c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{4}$	b	b	b
S_2	0	$\frac{b-c}{3}$	$\mathbf{0}$	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	0	$\frac{b-c}{3}$	0	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_3	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_4	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{3}}$	b	$\frac{b}{2}$	b	$-\frac{c}{3}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b-c}{6}$	b	$\frac{2b}{3}$	b
S_5	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$-c$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$\frac{b-c}{2}$	b	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	b	b	b
S_6	$-\frac{c}{2}$	$-c$	0	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{0}$	$\frac{2b-c}{3}$	$-\frac{c}{2}$	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_7	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{3}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$-c$	$-c$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{2b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_8	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{3}$	b	$\frac{b}{2}$	b	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b-c}{6}$	$\frac{3b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_9	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	b	b	$-\frac{c}{2}$	$\mathbf{b\text{-}c}$	$\frac{b-c}{2}$	$b-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{10}	0	$\frac{b-c}{3}$	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-2c}{3}$	0	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$b-c$	$\frac{b-c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$
S_{11}	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$-\frac{c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$\mathbf{b\text{-}c}$	$\frac{2b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$
S_{12}	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-2c}{4}$	$\frac{b-2c}{4}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-3c}{6}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{3b-2c}{4}$	$\frac{b-3c}{6}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{3b-2c}{4}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$\frac{5b-3c}{6}$	$\frac{5b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{13}	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-3c}{3}$	$\frac{b-2c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{3b-5c}{6}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}2c}{3}}$	$\frac{3b-2c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{14}	$-\frac{c}{2}$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-\frac{2c}{3}$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-2c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{3b-5c}{6}$	$\frac{2b-3c}{3}$	$\mathbf{b\text{-}c}$	$b-c$
S_{15}	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$b-c$	$\mathbf{b\text{-}c}$

Abbildung 4.10: Simultanes Donation-Game: Fehler in der Auffassung des eigenen Zuges, konstanter Anteil

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S_1	0	$\mathbf{\frac{-b+c}{2}}$	$-\frac{b+c}{3}$	c	$\frac{4b+c}{4}$	0	$-2b-c$	0	$\frac{2b+c}{4}$	$\frac{-5b+c}{9}$	$\frac{b-c}{9}$	$\frac{-b+c}{3}$	$-\frac{c}{8}$	0	$-2b-c$	0
S_2	0	$\frac{b+c}{3}$	$\mathbf{0}$	c	$2b-c$	$-\frac{b+c}{9}$	$2b-c$	$\frac{b-c}{3}$	0	$\frac{5b+c}{9}$	0	$\frac{b+c}{2}$	$-\frac{c}{8}$	$\frac{-2b+c}{4}$	$\frac{-4b+c}{4}$	0
S_3	0	$-b$	$-b$	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	0	b	$\frac{b}{2}$	0	0	b	0	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{2}$	0
S_4	0	$-\frac{b+4c}{4}$	$b-2c$	$-\frac{c}{2}$	$\mathbf{\frac{-b+c}{9}}$	0	$\frac{b-4c}{4}$	0	$\frac{6b-2c}{9}$	$\frac{b-6c}{8}$	$2b-2c$	$\frac{b-2c}{4}$	$-\frac{c}{9}$	0	$-\frac{2b+6c}{9}$	0
S_5	0	0	$\frac{b+c}{9}$	0	0	$\mathbf{0}$	0	0	$2b+2c$	0	0	$-\frac{b+c}{9}$	0	0	$-2b-2c$	0
S_6	0	$b+2c$	$b-2c$	0	$\frac{4b-c}{4}$	0	$\mathbf{3b-3c}$	$\frac{b-5c}{9}$	$\frac{4b+c}{4}$	$3b+3c$	0	$\frac{b+5c}{9}$	0	$\frac{-6b+c}{8}$	$-\frac{6b+c}{8}$	0
S_7	0	0	$\frac{b-c}{3}$	$-c$	0	0	$\frac{5b-c}{9}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$2b+c$	$2b+c$	$\frac{-b+c}{9}$	$\frac{b+c}{3}$	$\frac{c}{8}$	$-\frac{4b+c}{4}$	$-\frac{2b+c}{4}$	0
S_8	0	$-\frac{b+2c}{4}$	0	$-\frac{c}{2}$	$\frac{2b-6c}{9}$	$-2b-2c$	$-\frac{b+4c}{4}$	$-b-2c$	$\mathbf{0}$	$-\frac{b+6c}{8}$	0	$\frac{b-4c}{4}$	$-\frac{c}{9}$	$-\frac{6b+2c}{9}$	$\frac{b+c}{9}$	0
S_9	0	$\frac{-b+5c}{9}$	$-\frac{b+5c}{9}$	0	$\frac{6b-c}{8}$	0	$-3b-3c$	$-b-2c$	$\frac{6b+c}{8}$	$\mathbf{-3b+3c}$	0	$-b+2c$	0	$\frac{-4b+c}{4}$	$-\frac{4b+c}{4}$	0
S_{10}	0	$\frac{b-c}{9}$	0	0	$2b-2c$	0	0	$\frac{-b+c}{9}$	0	0	$\mathbf{0}$	0	0	$-2b+2c$	0	0
S_{11}	0	$\frac{-b+c}{3}$	$-\frac{b+c}{2}$	$-c$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{b+c}{9}$	$-\frac{5b+c}{9}$	$-\frac{b+c}{3}$	$\frac{4b-c}{4}$	$-2b+c$	0	$\mathbf{0}$	$\frac{c}{8}$	$-2b+c$	0	0
S_{12}	0	$\frac{b}{8}$	$\frac{b}{8}$	0	$\frac{b}{9}$	0	0	$-\frac{b}{8}$	$\frac{b}{9}$	0	0	$-\frac{b}{8}$	$\mathbf{0}$	$-\frac{b}{9}$	$-\frac{b}{9}$	0
S_{13}	0	0	$\frac{-b+2c}{4}$	$\frac{c}{2}$	0	0	$\frac{-b+6c}{8}$	$\frac{b+4c}{4}$	$\frac{2b+6c}{9}$	$\frac{-b+4c}{4}$	$-2b+2c$	$-b+2c$	$\frac{c}{9}$	$\mathbf{\frac{b-c}{9}}$	$\frac{-6b+2c}{9}$	0
S_{14}	0	$b+2c$	$\frac{-b+4c}{4}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{6b+2c}{9}$	$2b+2c$	$\frac{b+6c}{8}$	$\frac{b+2c}{4}$	$-\frac{b+c}{9}$	$\frac{b+4c}{4}$	0	0	$\frac{c}{9}$	$\frac{-2b+6c}{9}$	$\mathbf{0}$	0
S_{15}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\mathbf{0}$

Abbildung 4.11: Simultanes Donation-Game: Fehler in der Auffassung des eigenen Zuges, linearer Anteil in μ

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{3}$	b	$\frac{b}{2}$	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	$\frac{2b}{3}$	b
S_1	$-\frac{c}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{5b-2c}{7}$	b	$\frac{3b-c}{4}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{4}$	b	b	b
S_2	0	$\frac{b-c}{3}$	$\mathbf{\frac{b-c}{4}}$	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	0	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{2b-2c}{7}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_3	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_4	$-\frac{c}{3}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{4}}$	b	$\frac{b}{2}$	b	$-\frac{c}{4}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{4b-c}{8}$	b	$\frac{3b}{4}$	b
S_5	$-c$	$\frac{2b-5c}{7}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$-c$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{5b-2c}{7}$	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	b	b	b
S_6	$-\frac{c}{2}$	$-c$	0	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{0}$	$\frac{2b-c}{3}$	$-\frac{c}{2}$	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_7	$-c$	$\frac{b-3c}{4}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$-c$	$\frac{2b-5c}{7}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$-c$	$-c$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{2b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_8	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{4}$	b	$\frac{b}{2}$	b	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{4b-c}{8}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{3b-c}{4}$	$\frac{3b-c}{3}$
S_9	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	b	b	$-\frac{c}{2}$	$\mathbf{b-c}$	$\frac{b-c}{2}$	$b-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{10}	0	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{2b-2c}{7}$	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-2c}{3}$	0	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$\frac{5b-5c}{7}$	$\frac{b-c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$
S_{11}	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$-\frac{c}{2}$	$b-c$	$\frac{5b-5c}{7}$	$\mathbf{\frac{3b-3c}{4}}$	$\frac{2b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$
S_{12}	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-2c}{4}$	$\frac{b-2c}{4}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-4c}{8}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{3b-2c}{4}$	$\frac{b-4c}{8}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{3b-2c}{4}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$\frac{7b-4c}{8}$	$\frac{7b-4c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{13}	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-4c}{4}$	$\frac{b-2c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-7c}{8}$	$\mathbf{\frac{3b-3c}{4}}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{3b-2c}{3}$
S_{14}	$-\frac{2c}{3}$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-\frac{3c}{4}$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-3c}{4}$	$\frac{b-2c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-7c}{8}$	$\frac{3b-4c}{4}$	$\mathbf{b-c}$	$b-c$
S_{15}	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-3c}{3}$	$\frac{b-2c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{2b-3c}{3}$	$b-c$	$\mathbf{b-c}$

Abbildung 4.12: Simultanes Donation-Game: Gleicher Fehler in der Auffassung des eigenen und des gegnerischen Zuges, konstanter Anteil

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$-\frac{b}{4}$	b	0	$-\frac{b}{9}$	$-b$	0	$-b$	0	0	b	$\frac{b}{4}$	0	0	$\frac{b}{9}$	0
S_1	$\frac{c}{4}$	$\mathbf{-b+c}$	$-\frac{4b+5c}{9}$	$\frac{3c}{2}$	$\frac{14b+7c}{12}$	$\frac{-17b+4c}{49}$	$-6b-4c$	$\frac{b+c}{4}$	$\frac{b+c}{2}$	$-\frac{4b}{3}$	$\frac{4b-c}{9}$	$\frac{-5b+4c}{9}$	$-\frac{c}{2}$	$-c$	$-2b-2c$	$-c$
S_2	$-c$	$\frac{5b+4c}{9}$	$\mathbf{\frac{-b+c}{4}}$	$\frac{3c}{2}$	$2b-2c$	$-\frac{4b+c}{9}$	$6b-4c$	$\frac{4b-5c}{9}$	$-c$	$\frac{4b}{3}$	$\frac{17b+4c}{49}$	$b+c$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{-b+c}{2}$	$\frac{-14b+7c}{12}$	$\frac{c}{4}$
S_3	0	$-\frac{3b}{2}$	$-\frac{3b}{2}$	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	0	$\frac{3b}{2}$	$\frac{b}{2}$	0	0	$\frac{3b}{2}$	0	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{2}$	0
S_4	$\frac{c}{9}$	$-\frac{7b+14c}{12}$	$2b-2c$	$-\frac{c}{2}$	$\mathbf{\frac{-b+c}{4}}$	$-b$	$\frac{b-8c}{8}$	$-b$	$\frac{8b-3c}{16}$	$\frac{b-14c}{16}$	$3b-2c$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{32}$	0	$-\frac{3b+8c}{16}$	0
S_5	c	$\frac{-4b+17c}{49}$	$\frac{b+4c}{9}$	0	c	$\mathbf{0}$	0	$\frac{4b-17c}{49}$	$2b+3c$	0	0	$-\frac{b+4c}{9}$	0	$-c$	$-2b-3c$	$-c$
S_6	0	$4b+6c$	$4b-6c$	0	$\frac{8b-c}{8}$	0	$\mathbf{6b-6c}$	$-\frac{4c}{3}$	$\frac{8b+c}{8}$	$6b+6c$	0	$\frac{4c}{3}$	0	$\frac{-14b+c}{16}$	$-\frac{14b+c}{16}$	0
S_7	c	$-\frac{b+c}{4}$	$\frac{5b-4c}{9}$	$-\frac{3c}{2}$	c	$\frac{17b-4c}{49}$	$\frac{4b}{3}$	$\mathbf{b-c}$	$2b+2c$	$6b+4c$	$\frac{-4b+c}{9}$	$\frac{4b+5c}{9}$	$\frac{c}{2}$	$-\frac{14b+7c}{12}$	$-\frac{b+c}{2}$	$-\frac{c}{4}$
S_8	0	$-\frac{b+c}{2}$	b	$-\frac{c}{2}$	$\frac{3b-8c}{16}$	$-3b-2c$	$-\frac{b+8c}{8}$	$-2b-2c$	$\mathbf{0}$	$-\frac{b+14c}{16}$	b	$\frac{7b-14c}{12}$	$-\frac{c}{32}$	$-\frac{8b+3c}{16}$	$\frac{b+c}{4}$	$\frac{c}{9}$
S_9	0	$\frac{4c}{3}$	$-\frac{4c}{3}$	0	$\frac{14b-c}{16}$	0	$-6b-6c$	$-4b-6c$	$\frac{14b+c}{16}$	$\mathbf{-6b+6c}$	0	$-4b+6c$	0	$\frac{-8b+c}{8}$	$-\frac{8b+c}{8}$	0
S_{10}	$-c$	$\frac{b-4c}{9}$	$-\frac{4b+17c}{49}$	0	$2b-3c$	0	0	$\frac{-b+4c}{9}$	$-c$	0	$\mathbf{0}$	$\frac{4b+17c}{49}$	0	$-2b+3c$	c	c
S_{11}	$-\frac{c}{4}$	$\frac{-4b+5c}{9}$	$-b-c$	$-\frac{3c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{4b+c}{9}$	$-\frac{4b}{3}$	$-\frac{5b+4c}{9}$	$\frac{14b-7c}{12}$	$-6b+4c$	$-\frac{17b+4c}{49}$	$\mathbf{\frac{b-c}{4}}$	$\frac{c}{2}$	$-2b+2c$	c	c
S_{12}	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{32}$	0	0	$-\frac{b}{2}$	$\frac{b}{32}$	0	0	$-\frac{b}{2}$	$\mathbf{0}$	$-\frac{b}{32}$	$-\frac{b}{32}$	0
S_{13}	0	b	$\frac{-b+c}{2}$	$\frac{c}{2}$	0	b	$\frac{-b+14c}{16}$	$\frac{7b+14c}{12}$	$\frac{3b+8c}{16}$	$\frac{-b+8c}{8}$	$-3b+2c$	$-2b+2c$	$\frac{c}{32}$	$\mathbf{\frac{b-c}{4}}$	$\frac{-8b+3c}{16}$	$-\frac{c}{9}$
S_{14}	$-\frac{c}{9}$	$2b+2c$	$\frac{-7b+14c}{12}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{8b+3c}{16}$	$3b+2c$	$\frac{b+14c}{16}$	$\frac{b+c}{2}$	$-\frac{b+c}{4}$	$\frac{b+8c}{8}$	$-b$	$-b$	$\frac{c}{32}$	$\frac{-3b+8c}{16}$	$\mathbf{0}$	0
S_{15}	0	b	$-\frac{b}{4}$	0	0	b	0	$\frac{b}{4}$	$-\frac{b}{9}$	0	$-b$	$-b$	0	$\frac{b}{9}$	0	$\mathbf{0}$

Abbildung 4.13: Simultanes Donation-Game: Gleicher Fehler in der Auffassung des eigenen und des gegnerischen Zuges, linearer Anteil in $\mu = \nu$

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	0	b	$\frac{b}{2}$	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	b	b
S_1	$-\frac{c}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{3}}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	b	b	b	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	b	b	b
S_2	0	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{0}$	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_3	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_4	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\mathbf{0}$	b	$\frac{b}{2}$	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	b	b
S_5	$-c$	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-c$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	b	b	$-c$	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	b	b	b
S_6	$-\frac{c}{2}$	$-c$	0	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$-c$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_7	$-c$	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-c$	$-c$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\mathbf{\frac{2b-2c}{3}}$	$-c$	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_8	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	0	b	$\frac{b}{2}$	b	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	b	b
S_9	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	b	$\frac{b-c}{2}$	b	$-\frac{c}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{10}	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$b-c$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$b-c$	$\frac{b-c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$
S_{11}	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$\mathbf{b-c}$	$\frac{2b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$
S_{12}	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-2c}{4}$	$\frac{b-2c}{4}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{3b-2c}{4}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{3b-2c}{4}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{13}	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\mathbf{b-c}$	$b-c$	$b-c$
S_{14}	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$b-c$	$\mathbf{b-c}$	$b-c$
S_{15}	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$\mathbf{b-c}$

Abbildung 4.14: Alternierendes Donation-Game: Fehler in der Auffassung des Gegners, konstanter Anteil

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$-\frac{b}{4}$	b	0	0	$-b$	0	$-b$	0	0	b	$\frac{b}{4}$	0	0	0	0
S_1	$\frac{c}{4}$	$\mathbf{\frac{b\text{-}c}{9}}$	$\frac{-3b+c}{4}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{4}$	$-3b-2c$	$-3b-3c$	$-2b-2c$	$\frac{c}{4}$	$\frac{4b-c}{9}$	$\frac{-b+c}{2}$	$\frac{b+3c}{4}$	$-\frac{3c}{8}$	$-c$	$-c$	$-c$
S_2	$-c$	$\frac{-b+3c}{4}$	$\mathbf{2b\text{-}2c}$	$\frac{c}{2}$	$-c$	$\frac{b+c}{2}$	$3b-3c$	$\frac{3b+c}{4}$	$-c$	$-\frac{4b+c}{9}$	$3b-2c$	$-\frac{b+c}{9}$	$-\frac{3c}{8}$	$\frac{c}{4}$	$\frac{c}{4}$	$\frac{c}{4}$
S_3	0	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{2}$	$\mathbf{0}$	0	0	0	$\frac{b}{2}$	0	0	0	$\frac{b}{2}$	0	0	0	0
S_4	0	$-\frac{b}{4}$	b	0	$\mathbf{0}$	$-b$	0	$-b$	0	0	b	$\frac{b}{4}$	0	0	0	0
S_5	c	$2b+3c$	$-\frac{b+c}{2}$	0	c	$\mathbf{0}$	$-2b-3c$	$-2b-3c$	c	$2b+3c$	0	$\frac{b+c}{2}$	0	$-c$	$-c$	$-c$
S_6	0	$3b+3c$	$3b-3c$	0	0	$3b+2c$	$\mathbf{0}$	$\frac{-b+4c}{9}$	0	0	$3b-2c$	$-\frac{b+4c}{9}$	0	0	0	0
S_7	c	$2b+2c$	$-\frac{b+3c}{4}$	$-\frac{c}{2}$	c	$3b+2c$	$\frac{-4b+c}{9}$	$\mathbf{\frac{\text{-}b+c}{9}}$	c	$3b+3c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{3b-c}{4}$	$\frac{3c}{8}$	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{c}{4}$
S_8	0	$-\frac{b}{4}$	b	0	0	$-b$	0	$-b$	$\mathbf{0}$	0	b	$\frac{b}{4}$	0	0	0	0
S_9	0	$\frac{b-4c}{9}$	$\frac{b+4c}{9}$	0	0	$-3b-2c$	0	$-3b-3c$	0	$\mathbf{0}$	$-3b+2c$	$-3b+3c$	0	0	0	0
S_{10}	$-c$	$\frac{-b+c}{2}$	$2b-3c$	0	$-c$	0	$2b-3c$	$\frac{b-c}{2}$	$-c$	$-2b+3c$	$\mathbf{0}$	$-2b+3c$	0	c	c	c
S_{11}	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{3b+c}{4}$	$\frac{b+c}{9}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{b+c}{2}$	$\frac{4b+c}{9}$	$\frac{b-3c}{4}$	$-\frac{c}{4}$	$-3b+3c$	$-3b+2c$	$\mathbf{\text{-}2b+2c}$	$\frac{3c}{8}$	c	c	c
S_{12}	0	$\frac{3b}{8}$	$\frac{3b}{8}$	0	0	0	0	$-\frac{3b}{8}$	0	0	0	$-\frac{3b}{8}$	$\mathbf{0}$	0	0	0
S_{13}	0	b	$-\frac{b}{4}$	0	0	b	0	$\frac{b}{4}$	0	0	$-b$	$-b$	0	$\mathbf{0}$	0	0
S_{14}	0	b	$-\frac{b}{4}$	0	0	b	0	$\frac{b}{4}$	0	0	$-b$	$-b$	0	0	$\mathbf{0}$	0
S_{15}	0	b	$-\frac{b}{4}$	0	0	b	0	$\frac{b}{4}$	0	0	$-b$	$-b$	0	0	0	$\mathbf{0}$

Abbildung 4.15: Alternierendes Donation-Game: Fehler in der Auffassung des Gegners, linearer Anteil in ν

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	$\frac{b}{2}$	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	$\frac{b}{2}$	b
S_1	$-\frac{c}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{3}}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{3}$	b	b	b	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	b	b	b
S_2	0	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{0}$	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_3	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_4	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{3}$	0	$\frac{b}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{3}}$	b	$\frac{2b}{3}$	b	$-\frac{c}{3}$	$\frac{2b-c}{5}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b-c}{6}$	b	$\frac{2b}{3}$	b
S_5	$-c$	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-c$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	b	b	$-c$	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	b	b	b
S_6	$-\frac{c}{2}$	$-c$	0	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{2c}{3}$	$-c$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$-\frac{c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{5}$	$\frac{4b-2c}{5}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_7	$-c$	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-c$	$-c$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\mathbf{\frac{2b-2c}{3}}$	$-c$	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-3c}{4}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_8	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{3}$	b	$\frac{b}{3}$	b	$\mathbf{0}$	$\frac{3b-c}{5}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{3b-c}{6}$	$\frac{3b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_9	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-2c}{5}$	b	$\frac{b-c}{2}$	b	$\frac{b-3c}{5}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{3b-c}{3}$	$\frac{3b-2c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{10}	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$b-c$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$b-c$	$\frac{b-c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$
S_{11}	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$b-c$	$b-c$	$\mathbf{b-c}$	$\frac{2b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$
S_{12}	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-2c}{4}$	$\frac{b-2c}{4}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-3c}{6}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{3b-2c}{4}$	$\frac{b-3c}{6}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{3b-2c}{4}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$\frac{5b-3c}{6}$	$\frac{5b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{13}	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$-c$	$\frac{3b-4c}{5}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{b-3c}{3}$	$\frac{b-3c}{3}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{3b-5c}{6}$	$\mathbf{\frac{2b-2c}{3}}$	$\frac{3b-2c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{14}	$-\frac{c}{2}$	$-c$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-\frac{2c}{3}$	$-c$	$\frac{2b-4c}{5}$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{2b-3c}{3}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{3b-5c}{6}$	$\frac{2b-3c}{3}$	$\mathbf{b-c}$	$b-c$
S_{15}	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$b-c$	$\mathbf{b-c}$

Abbildung 4.16: Alternierendes Donation-Game: Fehler in der Auffassung des eigenen Zuges, konstanter Anteil

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S_1	0	$\mathbf{0}$	$\frac{-3b+c}{4}$	c	0	0	$-b-c$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b-c}{9}$	$\frac{-b+c}{4}$	$\frac{b+3c}{4}$	$-\frac{c}{8}$	0	$-b-c$	0
S_2	0	$\frac{-b+3c}{4}$	$\mathbf{0}$	c	$b-c$	$\frac{b+c}{4}$	$b-c$	$\frac{3b+c}{4}$	0	$-\frac{b+c}{9}$	0	0	$-\frac{c}{8}$	$-\frac{b}{2}$	0	0
S_3	0	$-b$	$-b$	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	0	b	$\frac{b}{2}$	0	0	b	0	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{2}$	0
S_4	0	0	$b-c$	$-\frac{c}{2}$	$\mathbf{0}$	0	$-\frac{b+3c}{9}$	0	$\frac{3b-c}{9}$	$\frac{b-3c}{25}$	$b-c$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{9}$	0	$-\frac{b+3c}{9}$	0
S_5	0	0	$-\frac{b+c}{4}$	0	0	$\mathbf{0}$	$-b-c$	0	$b+c$	$b+c$	0	$\frac{b+c}{4}$	0	0	$-b-c$	0
S_6	0	$b+c$	$b-c$	0	$\frac{3b+c}{9}$	$b+c$	$\mathbf{0}$	$\frac{-b+c}{9}$	$\frac{3b-c}{9}$	0	$b-c$	$-\frac{b+c}{9}$	0	$\frac{-3b+c}{25}$	$-\frac{3b+c}{25}$	0
S_7	0	0	$-\frac{b+3c}{4}$	$-c$	0	0	$\frac{-b+c}{9}$	$\mathbf{0}$	$b+c$	$b+c$	$\frac{b-c}{4}$	$\frac{3b-c}{4}$	$\frac{c}{8}$	0	$-\frac{b}{2}$	0
S_8	0	$-\frac{c}{2}$	0	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-3c}{9}$	$-b-c$	$\frac{b-3c}{9}$	$-b-c$	$\mathbf{0}$	$-\frac{b+3c}{25}$	0	0	$-\frac{c}{9}$	$-\frac{3b+c}{9}$	0	0
S_9	0	$\frac{b-c}{9}$	$\frac{b+c}{9}$	0	$\frac{3b-c}{25}$	$-b-c$	0	$-b-c$	$\frac{3b+c}{25}$	$\mathbf{0}$	$-b+c$	$-b+c$	0	$-\frac{3b+c}{9}$	$\frac{-3b+c}{9}$	0
S_{10}	0	$\frac{-b+c}{4}$	0	0	$b-c$	0	$b-c$	$\frac{b-c}{4}$	0	$-b+c$	$\mathbf{0}$	0	0	$-b+c$	0	0
S_{11}	0	$-\frac{3b+c}{4}$	0	$-c$	$\frac{b}{2}$	$-\frac{b+c}{4}$	$\frac{b+c}{9}$	$\frac{b-3c}{4}$	0	$-b+c$	0	$\mathbf{0}$	$\frac{c}{8}$	$-b+c$	0	0
S_{12}	0	$\frac{b}{8}$	$\frac{b}{8}$	0	$\frac{b}{9}$	0	0	$-\frac{b}{8}$	$\frac{b}{9}$	0	0	$-\frac{b}{8}$	$\mathbf{0}$	$-\frac{b}{9}$	$-\frac{b}{9}$	0
S_{13}	0	0	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{2}$	0	0	$\frac{-b+3c}{25}$	0	$\frac{b+3c}{9}$	$\frac{b+3c}{9}$	$-b+c$	$-b+c$	$\frac{c}{9}$	$\mathbf{0}$	$\frac{-3b+c}{9}$	0
S_{14}	0	$b+c$	0	$\frac{c}{2}$	$\frac{3b+c}{9}$	$b+c$	$\frac{b+3c}{25}$	$\frac{c}{2}$	0	$\frac{-b+3c}{9}$	0	0	$\frac{c}{9}$	$\frac{-b+3c}{9}$	$\mathbf{0}$	0
S_{15}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\mathbf{0}$

Abbildung 4.17: Alternierendes Donation-Game: Fehler in der Auffassung des eigenen Zuges, linearer Anteil in μ

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{3}$	b	$\frac{b}{2}$	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	$\frac{2b}{3}$	b
S_1	$-\frac{c}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{3}}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-3c}{7}$	b	b	b	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	b	b	b
S_2	0	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{0}$	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{7}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_3	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_4	$-\frac{c}{3}$	$\frac{3b-c}{7}$	0	$\frac{b}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{4}}$	b	$\frac{3b}{5}$	b	$-\frac{c}{4}$	$\frac{4b-c}{9}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{4b-c}{8}$	b	$\frac{3b}{4}$	b
S_5	$-c$	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-c$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	b	b	$-c$	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	b	b	b
S_6	$-\frac{c}{2}$	$-c$	0	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{3c}{5}$	$-c$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$-\frac{2c}{5}$	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{8b-5c}{9}$	$\frac{8b-4c}{9}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_7	$-c$	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-c$	$-c$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\mathbf{\frac{2b-2c}{3}}$	$-c$	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-3c}{4}$	$\frac{6b-4c}{7}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_8	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{4}$	b	$\frac{2b}{5}$	b	$\mathbf{0}$	$\frac{5b-c}{9}$	0	$\frac{4b-c}{7}$	$\frac{4b-c}{8}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{3b-c}{4}$	$\frac{3b-c}{3}$
S_9	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-4c}{9}$	b	$\frac{b-c}{2}$	b	$\frac{b-5c}{9}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{5b-2c}{5}$	$\frac{5b-3c}{5}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{10}	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$b-c$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$b-c$	$\frac{b-c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$
S_{11}	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-4c}{7}$	$b-c$	$b-c$	$\mathbf{b-c}$	$\frac{2b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$
S_{12}	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-2c}{4}$	$\frac{b-2c}{4}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-4c}{8}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{3b-2c}{4}$	$\frac{b-4c}{8}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{3b-2c}{4}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$\frac{7b-4c}{8}$	$\frac{7b-4c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{13}	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$-c$	$\frac{5b-8c}{9}$	$\frac{4b-6c}{7}$	$\frac{b-4c}{4}$	$\frac{2b-5c}{5}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-7c}{8}$	$\mathbf{\frac{3b-3c}{4}}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{3b-2c}{3}$
S_{14}	$-\frac{2c}{3}$	$-c$	$\frac{3b-6c}{7}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-\frac{3c}{4}$	$-c$	$\frac{4b-8c}{9}$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-3c}{4}$	$\frac{3b-5c}{5}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-7c}{8}$	$\frac{3b-4c}{4}$	$\mathbf{b-c}$	$b-c$
S_{15}	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-3c}{3}$	$\frac{b-2c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{2b-3c}{3}$	$b-c$	$\mathbf{b-c}$

Abbildung 4.18: Alternierendes Donation-Game: Gleicher Fehler in der Auffassung des eigenen und des gegnerischen Zuges, konstanter Anteil

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$-\frac{b}{4}$	b	0	$-\frac{b}{9}$	$-b$	0	$-b$	0	0	b	$\frac{b}{4}$	0	0	$\frac{b}{9}$	0
S_1	$\frac{c}{4}$	$\mathbf{\frac{b-c}{9}}$	$\frac{-3b+c}{2}$	$\frac{3c}{2}$	$\frac{2b+2c}{7}$	$-3b-2c$	$-4b-4c$	$-2b-2c$	$\frac{2b+c}{4}$	$\frac{5b-2c}{9}$	$\frac{-3b+3c}{4}$	$\frac{b+3c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$-c$	$-b-2c$	$-c$
S_2	$-c$	$\frac{-b+3c}{2}$	$\mathbf{2b\text{-}2c}$	$\frac{3c}{2}$	$b-2c$	$\frac{3b+3c}{4}$	$4b-4c$	$\frac{3b+c}{2}$	$-c$	$-\frac{5b+2c}{9}$	$3b-2c$	$-\frac{b+c}{9}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{-2b+c}{4}$	$\frac{-2b+2c}{7}$	$\frac{c}{4}$
S_3	0	$-\frac{3b}{2}$	$-\frac{3b}{2}$	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	0	$\frac{3b}{2}$	$\frac{b}{2}$	0	0	$\frac{3b}{2}$	0	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{2}$	0
S_4	$\frac{c}{9}$	$\frac{-2b-2c}{7}$	$2b-c$	$-\frac{c}{2}$	$\mathbf{\frac{-b+c}{16}}$	$-\frac{5b+2c}{3}$	$-\frac{4b+10c}{25}$	$-b$	$\frac{4b-c}{16}$	$\frac{5b-8c}{81}$	$2b-c$	$\frac{b-2c}{4}$	$-\frac{c}{32}$	0	$-\frac{b+4c}{16}$	0
S_5	c	$2b+3c$	$-\frac{3b+3c}{4}$	0	$\frac{2b+5c}{3}$	$\mathbf{0}$	$-3b-4c$	$-2b-3c$	$b+2c$	$3b+4c$	0	$\frac{3b+3c}{4}$	0	$-\frac{2b+5c}{3}$	$-b-2c$	$-c$
S_6	0	$4b+4c$	$4b-4c$	0	$\frac{10b+4c}{25}$	$4b+3c$	$\mathbf{0}$	$\frac{-2b+5c}{9}$	$\frac{10b-4c}{25}$	0	$4b-3c$	$-\frac{2b+5c}{9}$	0	$\frac{-8b+5c}{81}$	$-\frac{8b+5c}{81}$	0
S_7	c	$2b+2c$	$-\frac{b+3c}{2}$	$-\frac{3c}{2}$	c	$3b+2c$	$\frac{-5b+2c}{9}$	$\mathbf{\frac{-b+c}{9}}$	$b+2c$	$4b+4c$	$\frac{3b-3c}{4}$	$\frac{3b-c}{2}$	$\frac{c}{2}$	$-\frac{2b+2c}{7}$	$-\frac{2b+c}{4}$	$-\frac{c}{4}$
S_8	0	$-\frac{b+2c}{4}$	b	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-4c}{16}$	$-2b-c$	$\frac{4b-10c}{25}$	$-2b-c$	$\mathbf{0}$	$-\frac{5b+8c}{81}$	$\frac{5b-2c}{3}$	$\frac{2b-2c}{7}$	$-\frac{c}{32}$	$-\frac{4b+c}{16}$	$\frac{b+c}{16}$	$\frac{c}{9}$
S_9	0	$\frac{2b-5c}{9}$	$\frac{2b+5c}{9}$	0	$\frac{8b-5c}{81}$	$-4b-3c$	0	$-4b-4c$	$\frac{8b+5c}{81}$	$\mathbf{0}$	$-4b+3c$	$-4b+4c$	0	$-\frac{10b+4c}{25}$	$\frac{-10b+4c}{25}$	0
S_{10}	$-c$	$\frac{-3b+3c}{4}$	$2b-3c$	0	$b-2c$	0	$3b-4c$	$\frac{3b-3c}{4}$	$\frac{2b-5c}{3}$	$-3b+4c$	$\mathbf{0}$	$-2b+3c$	0	$-b+2c$	$\frac{-2b+5c}{3}$	c
S_{11}	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{3b+c}{2}$	$\frac{b+c}{9}$	$-\frac{3c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	$-\frac{3b+3c}{4}$	$\frac{5b+2c}{9}$	$\frac{b-3c}{2}$	$\frac{2b-2c}{7}$	$-4b+4c$	$-3b+2c$	$\mathbf{-2b+2c}$	$\frac{c}{2}$	$-b+2c$	c	c
S_{12}	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{32}$	0	0	$-\frac{b}{2}$	$\frac{b}{32}$	0	0	$-\frac{b}{2}$	$\mathbf{0}$	$-\frac{b}{32}$	$-\frac{b}{32}$	0
S_{13}	0	b	$\frac{-b+2c}{4}$	$\frac{c}{2}$	0	$\frac{5b+2c}{3}$	$\frac{-5b+8c}{81}$	$\frac{2b+2c}{7}$	$\frac{b+4c}{16}$	$\frac{4b+10c}{25}$	$-2b+c$	$-2b+c$	$\frac{c}{32}$	$\mathbf{\frac{b-c}{16}}$	$\frac{-4b+c}{16}$	$-\frac{c}{9}$
S_{14}	$-\frac{c}{9}$	$2b+c$	$\frac{-2b+2c}{7}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{4b+c}{16}$	$2b+c$	$\frac{5b+8c}{81}$	$\frac{b+2c}{4}$	$-\frac{b+c}{16}$	$\frac{-4b+10c}{25}$	$\frac{-5b+2c}{3}$	$-b$	$\frac{c}{32}$	$\frac{-b+4c}{16}$	$\mathbf{0}$	0
S_{15}	0	b	$-\frac{b}{4}$	0	0	b	0	$\frac{b}{4}$	$-\frac{b}{9}$	0	$-b$	$-b$	0	$\frac{b}{9}$	0	$\mathbf{0}$

Abbildung 4.19: Alternierendes Donation-Game: Gleicher Fehler in der Auffassung des eigenen und des gegnerischen Zuges, linearer Anteil in $\mu = \nu$

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	0	b	$\frac{b}{2}$	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	b	b
S_1	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{4}}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-c}{6}$	b	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{3b-c}{4}$	b	b	b
S_2	0	$\frac{2b-c}{3}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{3}}$	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{4b-c}{6}$	0	$\frac{4b-c}{6}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-c}{8}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_3	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{6b\text{-}3c}{8}}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_4	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\mathbf{0}$	b	$\frac{b}{2}$	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	b	b
S_5	$b-c$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{4}$	$b-c$	$\mathbf{\frac{6b\text{-}3c}{8}}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{4b-c}{6}$	$b-c$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	b	b	b
S_6	$\frac{b-c}{2}$	$b-c$	0	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\mathbf{0}$	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{b-c}{2}$	$b-c$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_7	$b-c$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{4}$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{4}}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{8b-5c}{8}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_8	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	0	b	$\frac{b}{2}$	b	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	b	b
S_9	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	b	b	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_{10}	0	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{6b-3c}{8}$	$\mathbf{\frac{6b\text{-}3c}{8}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{11}	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{3b-2c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{12}	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{3b-2c}{4}$	$\frac{4b-3c}{8}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{8b-3c}{8}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{3b-c}{4}$	$\mathbf{\frac{6b\text{-}3c}{8}}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_{13}	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{14}	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{15}	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$

Abbildung 4.20: Simultanes Snowdrift-Game: Fehler in der Auffassung des Gegners, konstanter Anteil

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$-\frac{b}{4}$	b	0	0	$-b$	0	$-b$	0	0	b	$\frac{b}{4}$	0	0	0	0
S_1	$\frac{-b+c}{4}$	$\mathbf{0}$	$-\frac{4b+c}{18}$	$\frac{c}{4}$	$\frac{-b+c}{4}$	$\frac{-c}{6}$	$-\frac{4b+5c}{2}$	$\frac{2b+c}{18}$	$\frac{-b+c}{4}$	$-\frac{2b+7c}{18}$	$\frac{c}{6}$	$\frac{b-c}{9}$	$-\frac{b+c}{8}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$
S_2	$b-c$	$\frac{-4b+5c}{18}$	$\mathbf{\frac{-2b+c}{9}}$	$\frac{-b+c}{2}$	$b-c$	$-\frac{c}{6}$	$5b-2c$	$\frac{8b-5c}{18}$	$b-c$	$\frac{2b+2c}{9}$	$\frac{c}{6}$	$\frac{-2b+3c}{4}$	$\frac{8b-7c}{16}$	$\frac{c}{8}$	$\frac{c}{8}$	$\frac{c}{8}$
S_3	0	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$\mathbf{0}$	0	$\frac{2b-c}{4}$	0	$\frac{b}{2}$	0	0	$\frac{-2b+c}{4}$	$\frac{c}{4}$	0	0	0	0
S_4	0	$-\frac{b}{4}$	b	0	$\mathbf{0}$	$-b$	0	$-b$	0	0	b	$\frac{b}{4}$	0	0	0	0
S_5	$-b+c$	$\frac{c}{6}$	$\frac{c}{6}$	$\frac{2b-c}{4}$	$-b+c$	$\mathbf{0}$	0	$\frac{b-c}{3}$	$-b+c$	0	0	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{-2b+c}{4}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$
S_6	0	$\frac{-4b+9c}{2}$	$5b-3c$	0	0	0	$\mathbf{4b\text{-}2c}$	$\frac{10b-13c}{18}$	0	$\frac{-2b+7c}{2}$	0	$\frac{-2b+2c}{3}$	0	0	0	0
S_7	$-b+c$	$\frac{2b-3c}{18}$	$\frac{8b-3c}{18}$	$\frac{b-c}{2}$	$-b+c$	$\frac{b}{3}$	$\frac{10b+3c}{18}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$-b+c$	$-b+4c$	$-\frac{b}{3}$	$\frac{-b+c}{3}$	$\frac{-8b+7c}{16}$	$-\frac{c}{8}$	$-\frac{c}{8}$	$-\frac{c}{8}$
S_8	0	$-\frac{b}{4}$	b	0	0	$-b$	0	$-b$	$\mathbf{0}$	0	b	$\frac{b}{4}$	0	0	0	0
S_9	0	$\frac{-2b+9c}{18}$	$\frac{2b-4c}{9}$	0	0	0	$-\frac{2b+5c}{2}$	$-b-3c$	0	$\mathbf{\text{-}2b+c}$	0	$\frac{-4b+3c}{2}$	0	0	0	0
S_{10}	$b-c$	$-\frac{c}{6}$	$-\frac{c}{6}$	$\frac{-2b+c}{4}$	$b-c$	0	0	$\frac{-b+c}{3}$	$b-c$	0	$\mathbf{0}$	$\frac{-b+c}{3}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{2}$
S_{11}	$\frac{b-c}{4}$	$\frac{b}{9}$	$-\frac{2b+c}{4}$	$-\frac{c}{4}$	$\frac{b-c}{4}$	$\frac{b}{3}$	$-\frac{2b}{3}$	$-\frac{b}{3}$	$\frac{b-c}{4}$	$\frac{-4b+c}{2}$	$-\frac{b}{3}$	$\mathbf{0}$	$\frac{b+c}{8}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{2}$
S_{12}	0	$\frac{-b+2c}{8}$	$\frac{8b-c}{16}$	0	0	$\frac{-2b+c}{4}$	0	$\frac{-8b+c}{16}$	0	0	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{b-2c}{8}$	$\mathbf{0}$	0	0	0
S_{13}	0	$\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{8}$	0	0	$\frac{c}{2}$	0	$\frac{c}{8}$	0	0	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	0	$\mathbf{0}$	0	0
S_{14}	0	$\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{8}$	0	0	$\frac{c}{2}$	0	$\frac{c}{8}$	0	0	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	0	0	$\mathbf{0}$	0
S_{15}	0	$\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{8}$	0	0	$\frac{c}{2}$	0	$\frac{c}{8}$	0	0	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	0	0	0	$\mathbf{0}$

Abbildung 4.21: Simultanes Snowdrift-Game: Fehler in der Auffassung des Gegners, linearer Anteil in ν

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	$\frac{b}{2}$	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	$\frac{b}{2}$	b
S_1	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{4}}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{b-c}{2}$	b	b	b	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{3b-c}{4}$	b	b	b
S_2	0	$\frac{2b-c}{3}$	$\mathbf{0}$	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{4b-c}{6}$	0	$\frac{4b-c}{6}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-c}{8}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_3	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{6b\text{-}3c}{8}}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_4	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{3}}$	b	$\frac{b}{2}$	b	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{4b-c}{6}$	b	$\frac{2b}{3}$	b
S_5	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{4}$	$b-c$	$\mathbf{\frac{6b\text{-}3c}{8}}$	$\frac{6b-3c}{8}$	b	$b-c$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	b	b	b
S_6	$\frac{b-c}{2}$	$b-c$	0	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\mathbf{0}$	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{b-c}{2}$	$b-c$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_7	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{4}}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{8b-5c}{8}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_8	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{3}$	b	$\frac{b}{2}$	b	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{6b-c}{12}$	$\frac{6b-c}{6}$	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_9	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	b	b	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_{10}	0	$\frac{2b-c}{3}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{6b-3c}{8}$	$\mathbf{\frac{6b\text{-}3c}{8}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{11}	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{3b-2c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{12}	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{3b-2c}{4}$	$\frac{4b-3c}{8}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{8b-3c}{8}$	$\frac{6b-5c}{12}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{3b-c}{4}$	$\mathbf{\frac{6b\text{-}3c}{8}}$	$\frac{3b-c}{3}$	$\frac{10b-3c}{12}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_{13}	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{6b-5c}{6}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{3b-2c}{3}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{3b-c}{3}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_{14}	$\frac{b-c}{2}$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{10b-7c}{12}$	$\frac{3b-2c}{3}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{15}	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$

Abbildung 4.22: Simultanes Snowdrift-Game: Fehler in der Auffassung des eigenen Zuges, konstanter Anteil

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	**0**	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S_1	0	**0**	$-\frac{2b+c}{6}$	$\frac{2b+c}{4}$	$\frac{b+2c}{4}$	0	$-b-c$	0	$\frac{b+c}{4}$	$-\frac{2b+c}{9}$	$\frac{-2b+c}{18}$	0	$-\frac{b}{8}$	0	$-b-c$	0
S_2	0	$\frac{-2b+3c}{6}$	**0**	$\frac{-6b+5c}{4}$	$\frac{4b-c}{2}$	$\frac{2b-2c}{9}$	$\frac{4b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	0	$\frac{2b+5c}{18}$	0	$\frac{-2b+3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{16}$	$\frac{-4b+c}{8}$	$-\frac{4b+c}{8}$	0
S_3	0	$\frac{2b-3c}{4}$	$\frac{-6b+c}{4}$	**0**	$\frac{c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	0	$\frac{6b-c}{4}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{-2b+c}{4}$	$\frac{-2b+3c}{4}$	0	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{c}{4}$	0
S_4	0	$\frac{b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{2}$	$-\frac{c}{4}$	$\mathbf{\frac{-2b+c}{9}}$	0	$\frac{3b-3c}{4}$	0	$\frac{10b-c}{18}$	$\frac{3b-4c}{8}$	$\frac{6b-3c}{2}$	$\frac{b-c}{4}$	$-\frac{2b+c}{36}$	0	$\frac{2b-9c}{18}$	0
S_5	0	0	$\frac{2b}{9}$	$\frac{2b-c}{4}$	0	**0**	0	0	$\frac{-2b+5c}{2}$	0	0	$\frac{2b-2c}{9}$	$\frac{-2b+c}{4}$	0	$-\frac{2b+3c}{2}$	0
S_6	0	$-b+2c$	$\frac{4b-3c}{2}$	0	$\frac{3b}{4}$	0	**4b-2c**	$\frac{4b-4c}{9}$	$\frac{b+2c}{4}$	$\frac{-2b+7c}{2}$	0	$\frac{-2b+3c}{6}$	0	$-\frac{8b+c}{16}$	$-\frac{4b+5c}{16}$	0
S_7	0	0	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{6b-5c}{4}$	0	0	$\frac{4b}{9}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{2}}$	$\frac{3c}{2}$	$\frac{3c}{2}$	$\frac{-2b+c}{6}$	$\frac{-2b+3c}{6}$	$\frac{-4b+3c}{16}$	$-\frac{4b+3c}{8}$	$-\frac{3c}{8}$	0
S_8	0	$\frac{b-2c}{4}$	0	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{10b-9c}{18}$	$-\frac{2b+3c}{2}$	$\frac{b-3c}{4}$	$-\frac{3c}{2}$	**0**	$\frac{3b-5c}{8}$	0	$\frac{3b-3c}{4}$	$\frac{6b-5c}{36}$	$-\frac{6b+5c}{18}$	$\frac{2b+c}{18}$	0
S_9	0	$\frac{-2b+3c}{9}$	$\frac{2b-7c}{18}$	0	$\frac{3b+c}{8}$	0	$-\frac{2b+5c}{2}$	$-\frac{3c}{2}$	$\frac{3b+2c}{8}$	**-2b+c**	0	$-b+c$	0	$-\frac{4b+c}{8}$	$-\frac{4b+3c}{8}$	0
S_{10}	0	$\frac{-2b+c}{18}$	0	$\frac{-2b+c}{4}$	$\frac{6b-3c}{2}$	0	0	$\frac{-2b+c}{6}$	0	0	**0**	0	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{-2b+c}{2}$	0	0
S_{11}	0	0	$-\frac{2b+c}{4}$	$-\frac{2b+c}{4}$	$\frac{b}{4}$	$\frac{2b}{9}$	$-\frac{2b+c}{6}$	$-\frac{2b+c}{6}$	$\frac{3b}{4}$	$-b$	0	**0**	$\frac{b}{8}$	$-b$	0	0
S_{12}	0	$\frac{-b+c}{8}$	$\frac{4b-c}{16}$	0	$\frac{-2b+3c}{36}$	$\frac{-2b+c}{4}$	0	$\frac{-4b+c}{16}$	$\frac{6b-c}{36}$	0	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{b-c}{8}$	**0**	$\frac{-6b+c}{36}$	$\frac{2b-3c}{36}$	0
S_{13}	0	0	$\frac{-4b+3c}{8}$	$\frac{-b+c}{2}$	0	0	$\frac{-8b+9c}{16}$	$\frac{-4b+7c}{8}$	$\frac{-6b+11c}{18}$	$\frac{-4b+5c}{8}$	$\frac{-2b+c}{2}$	$-b+c$	$\frac{-6b+5c}{36}$	**0**	$-\frac{6b+c}{18}$	0
S_{14}	0	$-b+2c$	$\frac{-4b+5c}{8}$	$\frac{c}{4}$	$\frac{2b+7c}{18}$	$\frac{-2b+5c}{2}$	$\frac{-4b+9c}{16}$	$\frac{3c}{8}$	$\frac{2b-3c}{18}$	$\frac{-4b+7c}{8}$	0	0	$\frac{2b+c}{36}$	$\frac{-6b+7c}{18}$	**0**	0
S_{15}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	**0**

Abbildung 4.23: Simultanes Snowdrift-Game: Fehler in der Auffassung des eigenen Zuges, linearer Anteil in μ

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{3}$	b	$\frac{b}{2}$	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	$\frac{2b}{3}$	b
S_1	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{4}}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{5b-c}{7}$	b	$\frac{6b-c}{8}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{3b-c}{4}$	b	b	b
S_2	0	$\frac{2b-c}{3}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{4}}$	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{4b-c}{6}$	0	$\frac{4b-c}{6}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{4b-2c}{7}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-c}{8}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_3	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{6b\text{-}3c}{8}}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_4	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{4}}$	b	$\frac{b}{2}$	b	$\frac{b-c}{4}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{5b-c}{8}$	b	$\frac{3b}{4}$	b
S_5	$b-c$	$\frac{5b-4c}{7}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{4}$	$b-c$	$\mathbf{\frac{6b\text{-}3c}{8}}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{5b-c}{7}$	$b-c$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	b	b	b
S_6	$\frac{b-c}{2}$	$b-c$	0	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\mathbf{0}$	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{b-c}{2}$	$b-c$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_7	$b-c$	$\frac{6b-5c}{8}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{4}$	$b-c$	$\frac{5b-4c}{7}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{4}}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{8b-5c}{8}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_8	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{4}$	b	$\frac{b}{2}$	b	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{8b-c}{16}$	$\frac{8b-c}{8}$	$\frac{6b-c}{8}$	$\frac{6b-c}{6}$
S_9	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	b	b	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_{10}	0	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{4b-2c}{7}$	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{6b-3c}{8}$	$\mathbf{\frac{6b\text{-}3c}{8}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{11}	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{3b-2c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{12}	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{3b-2c}{4}$	$\frac{4b-3c}{8}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{5b-4c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{8b-3c}{8}$	$\frac{8b-7c}{16}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{3b-c}{4}$	$\mathbf{\frac{6b\text{-}3c}{8}}$	$\frac{16b-5c}{16}$	$\frac{7b-2c}{8}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_{13}	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{8b-7c}{8}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{16b-11c}{16}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{8b-3c}{8}$	$\frac{3b-c}{3}$
S_{14}	$\frac{2b-2c}{3}$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{3b-3c}{4}$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{6b-5c}{8}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{7b-5c}{8}$	$\frac{8b-5c}{8}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{15}	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{6b-5c}{6}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{3b-2c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$

Abbildung 4.24: Simultanes Snowdrift-Game: Gleicher Fehler in der Auffassung des eigenen und des gegnerischen Zuges, konstanter Anteil

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$-\frac{b}{4}$	b	0	$-\frac{b}{9}$	$-b$	0	$-b$	0	0	b	$\frac{b}{4}$	0	0	$\frac{b}{9}$	0
S_1	$\frac{-b+c}{4}$	$\mathbf{0}$	$-\frac{5b+2c}{9}$	$\frac{b+c}{2}$	$\frac{b+10c}{12}$	$-\frac{3b+5c}{49}$	$-\frac{6b+7c}{2}$	$\frac{2b+c}{8}$	$\frac{c}{2}$	$-\frac{2b+3c}{6}$	$\frac{-b+2c}{9}$	$\frac{b-c}{9}$	$-\frac{2b+c}{8}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{2b+3c}{2}$	$-\frac{c}{2}$
S_2	$b-c$	$\frac{-5b+7c}{9}$	$\mathbf{\frac{-2b+c}{4}}$	$\frac{-8b+7c}{4}$	$\frac{6b-3c}{2}$	$\frac{4b-7c}{18}$	$\frac{14b-5c}{2}$	$\frac{20b-11c}{18}$	$b-c$	$\frac{2b+3c}{6}$	$\frac{-b+11c}{49}$	$\frac{-2b+3c}{2}$	$\frac{6b-5c}{8}$	$\frac{-2b+c}{4}$	$\frac{-16b+c}{24}$	$\frac{c}{8}$
S_3	0	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{-8b+c}{4}$	$\mathbf{0}$	$\frac{c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{8b-c}{4}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{-2b+c}{2}$	$\frac{-b+2c}{2}$	0	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{c}{4}$	0
S_4	$\frac{-b+c}{9}$	$\frac{b-11c}{12}$	$\frac{6b-3c}{2}$	$-\frac{c}{4}$	$\mathbf{\frac{-2b+c}{4}}$	$-b$	$\frac{5b-6c}{8}$	$-b$	$\frac{7b-c}{16}$	$\frac{7b-10c}{16}$	$\frac{8b-3c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{-3b+c}{32}$	0	$\frac{b-6c}{16}$	0
S_5	$-b+c$	$\frac{-3b+8c}{49}$	$\frac{4b+3c}{18}$	$\frac{2b-c}{2}$	$-b+c$	$\mathbf{0}$	0	$\frac{36b-31c}{98}$	$\frac{-4b+7c}{2}$	0	0	$\frac{5b-5c}{9}$	$\frac{-2b+c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$-b-2c$	$-\frac{c}{2}$
S_6	0	$\frac{-6b+13c}{2}$	$\frac{14b-9c}{2}$	0	$\frac{5b+c}{8}$	0	$\mathbf{8b\text{-}4c}$	$\frac{6b-7c}{6}$	$\frac{3b+3c}{8}$	$-2b+7c$	0	$\frac{-6b+7c}{6}$	0	$-\frac{16b+5c}{32}$	$-\frac{12b+9c}{32}$	0
S_7	$-b+c$	$\frac{2b-3c}{8}$	$\frac{20b-9c}{18}$	$\frac{8b-7c}{4}$	$-b+c$	$\frac{36b-5c}{98}$	$\frac{6b+c}{6}$	$\mathbf{2b\text{-}c}$	$\frac{-2b+5c}{2}$	$\frac{-2b+11c}{2}$	$\frac{-4b+c}{6}$	$\frac{-4b+5c}{6}$	$\frac{-6b+5c}{8}$	$-\frac{4b+5c}{8}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{8}$
S_8	0	$-\frac{c}{2}$	b	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{7b-6c}{16}$	$-\frac{4b+3c}{2}$	$\frac{3b-6c}{8}$	$-\frac{2b+3c}{2}$	$\mathbf{0}$	$\frac{7b-11c}{16}$	b	$\frac{13b-10c}{12}$	$\frac{8b-5c}{64}$	$-\frac{8b+7c}{32}$	$\frac{2b+c}{8}$	$\frac{c}{18}$
S_9	0	$\frac{-2b+5c}{6}$	$\frac{2b-5c}{6}$	0	$\frac{7b+3c}{16}$	0	$-2b-5c$	$-\frac{2b+9c}{2}$	$\frac{7b+4c}{16}$	$\mathbf{-4b+2c}$	0	$\frac{-6b+5c}{2}$	0	$-\frac{8b+3c}{16}$	$-\frac{8b+5c}{16}$	0
S_{10}	$b-c$	$-\frac{b+c}{9}$	$-\frac{b+10c}{49}$	$\frac{-2b+c}{2}$	$\frac{8b-5c}{2}$	0	0	$\frac{-4b+3c}{6}$	$b-c$	0	$\mathbf{0}$	$\frac{-4b+5c}{14}$	$\frac{2b-c}{2}$	$-b+c$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{2}$
S_{11}	$\frac{b-c}{4}$	$\frac{b}{9}$	$-\frac{2b+c}{2}$	$-\frac{b+c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{5b}{9}$	$-\frac{6b+c}{6}$	$-\frac{4b+c}{6}$	$\frac{13b-3c}{12}$	$\frac{-6b+c}{2}$	$-\frac{4b+c}{14}$	$\mathbf{0}$	$\frac{2b+c}{8}$	$\frac{-2b+c}{2}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{2}$
S_{12}	0	$\frac{-2b+3c}{8}$	$\frac{6b-c}{8}$	0	$\frac{-3b+2c}{32}$	$\frac{-2b+c}{2}$	0	$\frac{-6b+c}{8}$	$\frac{8b-3c}{64}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-3c}{8}$	$\mathbf{0}$	$\frac{-8b+3c}{64}$	$\frac{3b-2c}{32}$	0
S_{13}	0	$\frac{c}{2}$	$\frac{-2b+c}{4}$	$\frac{-b+c}{2}$	0	$\frac{c}{2}$	$\frac{-16b+21c}{32}$	$\frac{-4b+9c}{8}$	$\frac{-8b+15c}{32}$	$\frac{-8b+11c}{16}$	$-b$	$\frac{-2b+c}{2}$	$\frac{-8b+5c}{64}$	$\mathbf{0}$	$-\frac{8b+c}{32}$	$-\frac{c}{18}$
S_{14}	$\frac{b-c}{9}$	$\frac{-2b+5c}{2}$	$\frac{-16b+15c}{24}$	$\frac{c}{4}$	$\frac{b+5c}{16}$	$-b+3c$	$\frac{-12b+21c}{32}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{2b-3c}{8}$	$\frac{-8b+13c}{16}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{3b-c}{32}$	$\frac{-8b+9c}{32}$	$\mathbf{0}$	0
S_{15}	0	$\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{8}$	0	0	$\frac{c}{2}$	0	$\frac{c}{8}$	$-\frac{c}{18}$	0	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	0	$\frac{c}{18}$	0	$\mathbf{0}$

Abbildung 4.25: Simultanes Snowdrift-Game: Gleicher Fehler in der Auffassung des eigenen und des gegnerischen Zuges, linearer Anteil in $\mu = \nu$

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	0	b	$\frac{b}{2}$	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	b	b
S_1	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{3}}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{b-c}{2}$	b	b	b	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{3b-c}{4}$	b	b	b
S_2	0	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{0}$	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{4b-c}{6}$	0	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{4b-c}{8}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_3	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\mathbf{\frac{6b\text{-}3c}{8}}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_4	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\mathbf{0}$	b	$\frac{b}{2}$	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	b	b
S_5	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$b-c$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	b	b	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	b	b	b
S_6	$\frac{b-c}{2}$	$b-c$	0	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{b-c}{2}$	$b-c$	$\mathbf{\frac{6b\text{-}3c}{8}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	0	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_7	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{8b-5c}{8}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_8	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	0	b	$\frac{b}{2}$	b	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	b	b
S_9	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{b-c}{2}$	b	$\frac{6b-3c}{8}$	b	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{6b\text{-}3c}{8}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_{10}	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{4}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{11}	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{3b-2c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{12}	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{3b-2c}{4}$	$\frac{4b-3c}{8}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{8b-3c}{8}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{3b-c}{4}$	$\mathbf{\frac{6b\text{-}3c}{8}}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_{13}	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{14}	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{15}	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$

Abbildung 4.26: Alternierendes Snowdrift-Game: Fehler in der Auffassung des Gegners, konstanter Anteil

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$-\frac{b}{4}$	b	0	0	$-b$	0	$-b$	0	0	b	$\frac{b}{4}$	0	0	0	0
S_1	$\frac{-b+c}{4}$	$\mathbf{\frac{-2b+c}{18}}$	$-\frac{2b+c}{8}$	$\frac{c}{4}$	$\frac{-b+c}{4}$	$-b-2c$	$-2b-2c$	$-\frac{2b+3c}{2}$	$\frac{-b+c}{4}$	$\frac{-b+2c}{9}$	0	$\frac{2b+3c}{8}$	$-\frac{b+c}{8}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$
S_2	$b-c$	$\frac{-4b+3c}{4}$	$\mathbf{\frac{6b-3c}{2}}$	$\frac{-b+c}{2}$	$b-c$	$\frac{-2b+3c}{4}$	$\frac{10b-5c}{2}$	$\frac{c}{2}$	$b-c$	$\frac{4b-7c}{18}$	$3b-c$	$\frac{2b-2c}{9}$	$\frac{8b-7c}{16}$	$\frac{c}{8}$	$\frac{c}{8}$	$\frac{c}{8}$
S_3	0	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{c}{4}$	$\mathbf{0}$	0	$\frac{-2b+c}{4}$	0	$\frac{c}{4}$	0	0	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{b}{2}$	0	0	0	0
S_4	0	$-\frac{b}{4}$	b	0	$\mathbf{0}$	$-b$	0	$-b$	0	0	b	$\frac{b}{4}$	0	0	0	0
S_5	$-b+c$	$\frac{-4b+7c}{2}$	$\frac{2b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$-b+c$	$\mathbf{\frac{-2b+c}{4}}$	$-b-2c$	$-b-2c$	$-b+c$	$\frac{-4b+7c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b+c}{4}$	$\frac{-2b+c}{4}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$
S_6	0	$\frac{-2b+7c}{2}$	$4b-2c$	0	0	$\frac{5c}{2}$	$\mathbf{0}$	$\frac{-b+c}{3}$	0	0	$3b-c$	$\frac{4b-7c}{18}$	0	0	0	0
S_7	$-b+c$	$\frac{-2b+5c}{2}$	$\frac{6b-7c}{8}$	$\frac{b-c}{2}$	$-b+c$	$\frac{5c}{2}$	$\frac{-4b+c}{6}$	$\mathbf{\frac{-2b+c}{6}}$	$-b+c$	$-2b+4c$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-c}{8}$	$\frac{-8b+7c}{16}$	$-\frac{c}{8}$	$-\frac{c}{8}$	$-\frac{c}{8}$
S_8	0	$-\frac{b}{4}$	b	0	0	$-b$	0	$-b$	$\mathbf{0}$	0	b	$\frac{b}{4}$	0	0	0	0
S_9	0	$\frac{4b-5c}{18}$	$\frac{-b+3c}{9}$	0	0	$-b-2c$	0	$-\frac{2b+5c}{2}$	0	$\mathbf{0}$	$\frac{-4b+c}{2}$	$-2b+c$	0	0	0	0
S_{10}	$b-c$	$\frac{-2b+c}{2}$	$\frac{8b-5c}{2}$	$\frac{-2b+c}{4}$	$b-c$	$\frac{-2b+c}{4}$	$\frac{8b-5c}{2}$	0	$b-c$	$-b+c$	$\mathbf{\frac{2b-c}{4}}$	$-b+c$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{2}$
S_{11}	$\frac{b-c}{4}$	$-\frac{2b+c}{4}$	$\frac{2b}{9}$	$-\frac{c}{4}$	$\frac{b-c}{4}$	$-\frac{2b+c}{4}$	$\frac{5b}{9}$	$-\frac{c}{4}$	$\frac{b-c}{4}$	$\frac{-2b+c}{2}$	$\frac{-4b+c}{2}$	$\mathbf{\frac{-2b+c}{2}}$	$\frac{b+c}{8}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{2}$
S_{12}	0	$\frac{-b+2c}{8}$	$\frac{8b-c}{16}$	0	0	$\frac{-2b+c}{4}$	0	$\frac{-8b+c}{16}$	0	0	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{b-2c}{8}$	$\mathbf{0}$	0	0	0
S_{13}	0	$\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{8}$	0	0	$\frac{c}{2}$	0	$\frac{c}{8}$	0	0	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	0	$\mathbf{0}$	0	0
S_{14}	0	$\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{8}$	0	0	$\frac{c}{2}$	0	$\frac{c}{8}$	0	0	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	0	0	$\mathbf{0}$	0
S_{15}	0	$\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{8}$	0	0	$\frac{c}{2}$	0	$\frac{c}{8}$	0	0	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	0	0	0	$\mathbf{0}$

Abbildung 4.27: Alternierendes Snowdrift-Game: Fehler in der Auffassung des Gegners, linearer Anteil in ν

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	$\frac{b}{2}$	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	$\frac{b}{2}$	b
S_1	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{3}}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{3}$	b	b	b	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{3b-c}{4}$	b	b	b
S_2	0	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{0}$	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{4b-c}{6}$	0	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{4b-c}{8}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_3	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\mathbf{\frac{6b\text{-}3c}{8}}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_4	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	0	$\frac{b}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{3}}$	b	$\frac{2b}{3}$	b	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{3b-c}{5}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{4b-c}{6}$	b	$\frac{2b}{3}$	b
S_5	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$b-c$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	b	b	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	b	b	b
S_6	$\frac{b-c}{2}$	$b-c$	0	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$b-c$	$\mathbf{\frac{6b\text{-}3c}{8}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{6b-3c}{8}$	0	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{5b-2c}{5}$	$\frac{4b-c}{5}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_7	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{8b-5c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_8	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{3}$	b	$\frac{b}{3}$	b	$\mathbf{0}$	$\frac{6b-c}{10}$	0	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{6b-c}{12}$	$\frac{6b-c}{6}$	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_9	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{3b-2c}{5}$	b	$\frac{6b-3c}{8}$	b	$\frac{6b-5c}{10}$	$\mathbf{\frac{6b\text{-}3c}{8}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{6b-c}{6}$	$\frac{3b-c}{3}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_{10}	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{4}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{11}	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{3b-2c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{12}	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{3b-2c}{4}$	$\frac{4b-3c}{8}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{8b-3c}{8}$	$\frac{6b-5c}{12}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{3b-c}{4}$	$\mathbf{\frac{6b\text{-}3c}{8}}$	$\frac{3b-c}{3}$	$\frac{10b-3c}{12}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_{13}	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{5b-3c}{5}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-5c}{6}$	$\frac{6b-5c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{3b-2c}{3}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{3b-c}{3}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_{14}	$\frac{b-c}{2}$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{5}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{3b-2c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{10b-7c}{12}$	$\frac{3b-2c}{3}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{15}	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$

Abbildung 4.28: Alternierendes Snowdrift-Game: Fehler in der Auffassung des eigenen Zuges, konstanter Anteil

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	**0**	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S_1	0	**0**	$-\frac{2b+c}{8}$	$\frac{2b+c}{4}$	0	0	$-\frac{2b+c}{2}$	0	$\frac{c}{4}$	$\frac{-2b+c}{18}$	$\frac{-2b+c}{8}$	$\frac{2b+3c}{8}$	$-\frac{b}{8}$	0	$-\frac{2b+c}{2}$	0
S_2	0	$\frac{-4b+3c}{4}$	**0**	$\frac{-6b+5c}{4}$	$2b-c$	$\frac{c}{4}$	$2b-c$	$\frac{c}{2}$	0	$\frac{2b-2c}{9}$	0	0	$\frac{4b-3c}{16}$	$-\frac{c}{4}$	0	0
S_3	0	$-b$	$-\frac{c}{2}$	**0**	$\frac{b}{2}$	0	0	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{4}$	0	0	b	0	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{b}{2}$	0
S_4	0	0	$\frac{2b-c}{2}$	$-\frac{c}{4}$	**0**	0	$-\frac{2b+3c}{18}$	0	$\frac{2b+c}{18}$	$-\frac{2b+c}{50}$	$\frac{2b-c}{2}$	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{2b+c}{36}$	0	$-\frac{2b+3c}{18}$	0
S_5	0	0	$\frac{2b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{4}$	0	**0**	$-\frac{2b+c}{2}$	0	$\frac{-2b+3c}{2}$	$\frac{-2b+3c}{2}$	0	$\frac{2b+c}{8}$	$\frac{-2b+c}{4}$	0	$-\frac{2b+c}{2}$	0
S_6	0	c	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b+c}{9}$	c	**0**	0	$\frac{2b+c}{18}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	$-\frac{2b+c}{18}$	0	$-\frac{c}{25}$	$-\frac{6b+c}{50}$	0
S_7	0	0	$\frac{6b-7c}{8}$	$\frac{6b-5c}{4}$	0	0	$\frac{-2b+c}{6}$	**0**	$\frac{-2b+3c}{2}$	$\frac{-2b+3c}{2}$	$\frac{2b-c}{8}$	$\frac{6b-c}{8}$	$\frac{-4b+3c}{16}$	0	$-\frac{b}{2}$	0
S_8	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{9}$	$-c$	$\frac{4b-3c}{9}$	$-c$	**0**	$\frac{4b-4c}{25}$	0	0	$\frac{6b-5c}{36}$	$-\frac{2c}{9}$	0	0
S_9	0	$\frac{2b-c}{9}$	$\frac{-2b+3c}{18}$	0	$\frac{4b-c}{25}$	$-c$	0	$-c$	$\frac{-2b+5c}{50}$	**0**	$\frac{-2b+c}{2}$	$\frac{-2b+c}{2}$	0	$-\frac{2c}{9}$	$\frac{-6b+c}{18}$	0
S_{10}	0	$\frac{-2b+c}{4}$	0	$\frac{-2b+c}{4}$	$2b-c$	0	$2b-c$	0	0	0	**0**	0	$\frac{2b-c}{4}$	0	0	0
S_{11}	0	$-\frac{2b+c}{4}$	0	$-\frac{2b+c}{4}$	$\frac{b}{2}$	$-\frac{c}{4}$	$\frac{2b}{9}$	$-\frac{c}{4}$	0	0	0	**0**	$\frac{b}{8}$	0	0	0
S_{12}	0	$\frac{b}{8}$	$\frac{c}{16}$	0	$\frac{b}{9}$	0	0	$-\frac{c}{16}$	$\frac{c}{18}$	0	0	$-\frac{b}{8}$	**0**	$-\frac{c}{18}$	$-\frac{b}{9}$	0
S_{13}	0	0	$\frac{-b+c}{2}$	$\frac{-b+c}{2}$	0	0	$\frac{-10b+7c}{50}$	0	$\frac{-6b+7c}{18}$	$\frac{-6b+7c}{18}$	$\frac{-2b+c}{2}$	$\frac{-2b+c}{2}$	$\frac{-6b+5c}{36}$	**0**	$\frac{-6b+c}{18}$	0
S_{14}	0	c	0	$\frac{c}{4}$	$\frac{2b+c}{9}$	c	$\frac{2b+c}{25}$	$\frac{c}{4}$	0	$\frac{c}{9}$	0	0	$\frac{2b+c}{36}$	$\frac{c}{9}$	**0**	0
S_{15}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	**0**

Abbildung 4.29: Alternierendes Snowdrift-Game: Fehler in der Auffassung des eigenen Zuges, linearer Anteil in μ

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{3}$	b	$\frac{b}{2}$	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	$\frac{2b}{3}$	b
S_1	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{3}}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{4b-3c}{7}$	b	b	b	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{3b-c}{4}$	b	b	b
S_2	0	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{0}$	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{4b-c}{6}$	0	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{4b-c}{8}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{12b-3c}{14}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_3	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\mathbf{\frac{6b\text{-}3c}{8}}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_4	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{4b-c}{7}$	0	$\frac{b}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{4}}$	b	$\frac{3b}{5}$	b	$\frac{b-c}{4}$	$\frac{5b-c}{9}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{5b-c}{8}$	b	$\frac{3b}{4}$	b
S_5	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$b-c$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	b	b	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	b	b	b
S_6	$\frac{b-c}{2}$	$b-c$	0	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{3b-3c}{5}$	$b-c$	$\mathbf{\frac{6b\text{-}3c}{8}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-2c}{5}$	$\frac{6b-3c}{8}$	0	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{3b-c}{3}$	$\frac{8b-2c}{9}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_7	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{8b-5c}{8}$	$\frac{14b-5c}{14}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_8	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{4}$	b	$\frac{2b}{5}$	b	$\mathbf{0}$	$\frac{10b-c}{18}$	0	$\frac{8b-c}{14}$	$\frac{8b-c}{16}$	$\frac{8b-c}{8}$	$\frac{6b-c}{8}$	$\frac{6b-c}{6}$
S_9	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{5b-4c}{9}$	b	$\frac{6b-3c}{8}$	b	$\frac{10b-9c}{18}$	$\mathbf{\frac{6b\text{-}3c}{8}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{5b-c}{5}$	$\frac{10b-3c}{10}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_{10}	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{4}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{11}	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{8b-7c}{14}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{3b-2c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{12}	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{3b-2c}{4}$	$\frac{4b-3c}{8}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{5b-4c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{8b-3c}{8}$	$\frac{8b-7c}{16}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{3b-c}{4}$	$\mathbf{\frac{6b\text{-}3c}{8}}$	$\frac{16b-5c}{16}$	$\frac{7b-2c}{8}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_{13}	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{3b-2c}{3}$	$\frac{14b-9c}{14}$	$\frac{8b-7c}{8}$	$\frac{5b-4c}{5}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{16b-11c}{16}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{8b-3c}{8}$	$\frac{3b-c}{3}$
S_{14}	$\frac{2b-2c}{3}$	$b-c$	$\frac{12b-9c}{14}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{3b-3c}{4}$	$b-c$	$\frac{8b-6c}{9}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{6b-5c}{8}$	$\frac{10b-7c}{10}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{7b-5c}{8}$	$\frac{8b-5c}{8}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{15}	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{6b-5c}{6}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{3b-2c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$

Abbildung 4.30: Alternierendes Snowdrift-Game: Gleicher Fehler in der Auffassung des eigenen und des gegnerischen Zuges, konstanter Anteil

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$-\frac{b}{4}$	b	0	$-\frac{b}{9}$	$-b$	0	$-b$	0	0	b	$\frac{b}{4}$	0	0	$\frac{b}{9}$	0
S_1	$\frac{-b+c}{4}$	$\mathbf{\frac{-2b+c}{18}}$	$-\frac{2b+c}{4}$	$\frac{b+c}{2}$	$\frac{2c}{7}$	$-b-2c$	$-\frac{6b+5c}{2}$	$-\frac{2b+3c}{2}$	$\frac{-b+2c}{4}$	$\frac{-4b+5c}{18}$	$\frac{-2b+c}{8}$	$\frac{2b+3c}{4}$	$-\frac{2b+c}{8}$	$-\frac{c}{2}$	$-b-c$	$-\frac{c}{2}$
S_2	$b-c$	$\frac{-4b+3c}{2}$	$\mathbf{\frac{6b-3c}{2}}$	$\frac{-8b+7c}{4}$	$3b-2c$	$\frac{-b+2c}{2}$	$\frac{14b-7c}{2}$	c	$b-c$	$\frac{8b-11c}{18}$	$3b-c$	$\frac{2b-2c}{9}$	$\frac{6b-5c}{8}$	$-\frac{c}{8}$	$\frac{-2b+c}{7}$	$\frac{c}{8}$
S_3	0	$-\frac{3b}{2}$	$-\frac{3c}{4}$	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{-2b+c}{4}$	0	$\frac{3c}{4}$	$\frac{c}{4}$	0	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{3b}{2}$	0	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{b}{2}$	0
S_4	$\frac{-b+c}{9}$	$-\frac{2b+3c}{14}$	$\frac{4b-c}{2}$	$-\frac{c}{4}$	$\mathbf{\frac{-2b+c}{16}}$	$-\frac{3b+2c}{3}$	$-\frac{4b+5c}{25}$	$-b$	$\frac{b+c}{16}$	$\frac{-5b+c}{81}$	$\frac{4b-c}{2}$	$\frac{b-c}{4}$	$\frac{-3b+c}{32}$	0	$-\frac{b+2c}{16}$	0
S_5	$-b+c$	$\frac{-4b+7c}{2}$	$\frac{6b-9c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{-3b+5c}{3}$	$\mathbf{\frac{-2b+c}{4}}$	$-\frac{4b+5c}{2}$	$-b-2c$	$\frac{-4b+5c}{2}$	$-3b+5c$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{6b+3c}{8}$	$\frac{-2b+c}{2}$	$-\frac{7c}{6}$	$-b-c$	$-\frac{c}{2}$
S_6	0	$\frac{-2b+9c}{2}$	$\frac{10b-5c}{2}$	0	$\frac{6b+4c}{25}$	$\frac{7c}{2}$	$\mathbf{0}$	$\frac{-b+c}{3}$	$\frac{4b+c}{25}$	0	$\frac{8b-3c}{2}$	$\frac{b-4c}{9}$	0	$-\frac{c}{54}$	$-\frac{16b+5c}{162}$	0
S_7	$-b+c$	$\frac{-2b+5c}{2}$	$\frac{6b-7c}{4}$	$\frac{8b-7c}{4}$	$-b+c$	$\frac{5c}{2}$	$\frac{-3b+c}{3}$	$\mathbf{\frac{-2b+c}{6}}$	$\frac{-4b+5c}{2}$	$\frac{-6b+11c}{2}$	$\frac{10b-5c}{8}$	$\frac{6b-c}{4}$	$\frac{-6b+5c}{8}$	$-\frac{2c}{7}$	$-\frac{4b+c}{8}$	$-\frac{c}{8}$
S_8	0	$\frac{b-2c}{4}$	b	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{5b-4c}{16}$	$-b-c$	$\frac{14b-10c}{25}$	$-b-c$	$\mathbf{0}$	$\frac{13b-13c}{81}$	$\frac{5b-c}{3}$	$\frac{6b-3c}{14}$	$\frac{8b-5c}{64}$	$-\frac{5c}{32}$	$\frac{2b+c}{32}$	$\frac{c}{18}$
S_9	0	$\frac{8b-7c}{18}$	$\frac{-4b+9c}{18}$	0	$\frac{13b-5c}{81}$	$-b-3c$	0	$-\frac{2b+7c}{2}$	$\frac{-5b+9c}{81}$	$\mathbf{0}$	$-3b+c$	$\frac{-6b+3c}{2}$	0	$-\frac{7c}{25}$	$\frac{-10b+2c}{25}$	0
S_{10}	$b-c$	$\frac{-6b+3c}{4}$	$\frac{8b-5c}{2}$	$\frac{-2b+c}{2}$	$3b-2c$	$\frac{-2b+c}{4}$	$\frac{12b-7c}{2}$	0	$\frac{5b-4c}{3}$	$-b+c$	$\mathbf{\frac{2b-c}{4}}$	$-b+c$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{-4b+5c}{6}$	$\frac{c}{2}$
S_{11}	$\frac{b-c}{4}$	$-\frac{2b+c}{2}$	$\frac{2b}{9}$	$-\frac{b+c}{2}$	$\frac{3b-c}{4}$	$-\frac{b+c}{2}$	$\frac{7b}{9}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{2b-c}{7}$	$\frac{-2b+c}{2}$	$\frac{-4b+c}{2}$	$\mathbf{\frac{-2b+c}{2}}$	$\frac{2b+c}{8}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{2}$
S_{12}	0	$\frac{c}{4}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{32}$	$\frac{-2b+c}{4}$	0	$-\frac{b}{2}$	$\frac{c}{64}$	0	$\frac{2b-c}{4}$	$-\frac{c}{4}$	$\mathbf{0}$	$-\frac{c}{64}$	$-\frac{b}{32}$	0
S_{13}	0	$\frac{c}{2}$	$\frac{-4b+3c}{8}$	$\frac{-b+c}{2}$	0	$\frac{7c}{6}$	$\frac{-12b+7c}{54}$	$\frac{-2b+5c}{14}$	$\frac{-8b+9c}{32}$	$\frac{-10b+12c}{25}$	$-b$	$-b$	$\frac{-8b+5c}{64}$	$\mathbf{0}$	$\frac{-8b+c}{32}$	$-\frac{c}{18}$
S_{14}	$\frac{b-c}{9}$	$\frac{3c}{2}$	$\frac{-2b+c}{14}$	$\frac{c}{4}$	$\frac{3b+c}{16}$	$\frac{3c}{2}$	$\frac{20b+3c}{162}$	$\frac{3c}{8}$	$\frac{2b-3c}{32}$	$\frac{3c}{25}$	$-\frac{4b+c}{6}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{3b-c}{32}$	$\frac{3c}{32}$	$\mathbf{0}$	0
S_{15}	0	$\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{8}$	0	0	$\frac{c}{2}$	0	$\frac{c}{8}$	$-\frac{c}{18}$	0	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	0	$\frac{c}{18}$	0	$\mathbf{0}$

Abbildung 4.31: Alternierendes Snowdrift-Game: Gleicher Fehler in der Auffassung des eigenen und des gegnerischen Zuges, linearer Anteil in $\mu = \nu$

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	0	b	0	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	0	b	0	b
S_1	$-\frac{c}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	b	$\frac{3b-c}{4}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{3}$	$-\frac{c}{2}$	b	b	b
S_2	0	$\frac{b-c}{3}$	$\mathbf{0}$	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	0	$\frac{b-c}{3}$	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$
S_3	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_4	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\mathbf{0}$	b	0	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	0	b	0	b
S_5	$-c$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$-c$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	$-c$	b	b	b
S_6	0	$-c$	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{0}$	$\frac{2b-c}{3}$	0	$-c$	0	$\frac{2b-2c}{3}$	0	$\frac{2b-2c}{3}$	0	$\frac{2b-c}{2}$
S_7	$-c$	$\frac{b-3c}{4}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$-c$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$-c$	$-c$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$-c$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_8	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	0	b	0	b	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	0	b	0	b
S_9	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	b	b	$-\frac{c}{2}$	$\mathbf{b-c}$	$\frac{b-c}{3}$	$b-c$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	b	$\frac{3b-c}{3}$
S_{10}	0	$\frac{b-c}{3}$	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{2b-2c}{3}$	0	$\frac{b-c}{3}$	$\mathbf{0}$	$\frac{b-c}{2}$	0	$b-c$	0	$b-c$
S_{11}	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$-\frac{c}{2}$	$b-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b-2c}{3}}$	$-\frac{c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$
S_{12}	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	0	b	0	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\mathbf{0}$	b	0	b
S_{13}	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$-c$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$-c$	$\mathbf{\frac{2b-2c}{3}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{14}	0	$-c$	0	$\frac{b-2c}{2}$	0	$-c$	0	$\frac{b-2c}{2}$	0	$-c$	0	$b-c$	0	$\frac{b-2c}{2}$	$\mathbf{0}$	$b-c$
S_{15}	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$\frac{b-3c}{3}$	$b-c$	$b-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$b-c$	$\mathbf{b-c}$

Abbildung 4.32: Simultanes Donation-Game: Fehler bei der Kooperation, konstanter Anteil

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$-\frac{b}{4}$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-b$	0	$-b$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-b$	0	$-b$
S_1	$\frac{c}{4}$	$\mathbf{\frac{-b+c}{2}}$	$-\frac{b}{3}$	$\frac{-b+3c}{4}$	$\frac{c}{4}$	$\frac{-5b+c}{9}$	$-2b-c$	$-\frac{b}{2}$	$\frac{c}{4}$	$-\frac{2b}{3}$	$-\frac{b}{3}$	$\frac{-5b+c}{9}$	$\frac{c}{4}$	$-b-c$	$-2b-c$	$-b-c$
S_2	0	$\frac{c}{3}$	$\mathbf{0}$	$\frac{-b+3c}{4}$	0	$\frac{-4b+2c}{9}$	0	$\frac{-2b+c}{9}$	0	$\frac{c}{3}$	0	$\frac{-b+3c}{4}$	0	$\frac{-6b+3c}{4}$	0	$\frac{-2b+c}{2}$
S_3	$\frac{c}{4}$	$\frac{-3b+c}{4}$	$\frac{-3b+c}{4}$	$\mathbf{\frac{-b+c}{4}}$	$\frac{c}{4}$	$\frac{-b+c}{4}$	$\frac{-b+c}{4}$	$\frac{b+c}{4}$	$\frac{c}{4}$	$\frac{-b+c}{4}$	$\frac{-3b+c}{4}$	$\frac{b+c}{4}$	$\frac{c}{4}$	$\frac{-6b+c}{4}$	$\frac{-6b+c}{4}$	$\frac{-4b+c}{4}$
S_4	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-\frac{b}{4}$	$\mathbf{0}$	$-b$	0	$-b$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-b$	0	$-b$
S_5	c	$\frac{-b+5c}{9}$	$\frac{-2b+4c}{9}$	$\frac{-b+c}{4}$	c	$\mathbf{\frac{-b+c}{4}}$	$\frac{-3b+c}{8}$	$-\frac{b}{3}$	c	$\frac{-3b+c}{8}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{4b+c}{9}$	c	$-2b-2c$	$-2b-2c$	$-b-c$
S_6	0	$b+2c$	0	$\frac{-b+c}{4}$	0	$\frac{-b+3c}{8}$	$\mathbf{0}$	$-\frac{b}{3}$	0	$b+2c$	0	$\frac{-2b+2c}{3}$	0	$\frac{-4b+7c}{9}$	0	$\frac{-4b+c}{4}$
S_7	c	$\frac{c}{2}$	$\frac{-b+2c}{9}$	$-\frac{b+c}{4}$	c	$\frac{c}{3}$	$\frac{c}{3}$	$\mathbf{0}$	c	$2b+2c$	$\frac{-8b+2c}{9}$	$\frac{-4b+4c}{9}$	c	$\frac{-2b+c}{3}$	$-\frac{6b+c}{4}$	$-b$
S_8	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-b$	0	$-b$	$\mathbf{0}$	$-\frac{b}{4}$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-b$	0	$-b$
S_9	$\frac{c}{4}$	$\frac{2c}{3}$	$-\frac{b}{3}$	$\frac{-b+c}{4}$	$\frac{c}{4}$	$\frac{-b+3c}{8}$	$-2b-c$	$2b-2c$	$\frac{c}{4}$	$\mathbf{-3b+3c}$	$-\frac{b}{3}$	$-3b+4c$	$\frac{c}{4}$	$\frac{-3b+c}{2}$	$-2b-c$	$\frac{-9b+c}{9}$
S_{10}	0	$\frac{c}{3}$	0	$\frac{-b+3c}{4}$	0	$\frac{c}{2}$	0	$\frac{-2b+8c}{9}$	0	$\frac{c}{3}$	$\mathbf{0}$	$\frac{-b+3c}{4}$	0	$-2b+3c$	0	$-b+2c$
S_{11}	$\frac{c}{4}$	$\frac{-b+5c}{9}$	$\frac{-3b+c}{4}$	$-\frac{b+c}{4}$	$\frac{c}{4}$	$\frac{b+4c}{9}$	$\frac{-2b+2c}{3}$	$\frac{-4b+4c}{9}$	$\frac{c}{4}$	$-4b+3c$	$\frac{-3b+c}{4}$	$\mathbf{\frac{-5b+5c}{9}}$	$\frac{c}{4}$	$-2b+2c$	$-b+2c$	$-b+2c$
S_{12}	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-b$	0	$-b$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-\frac{b}{4}$	$\mathbf{0}$	$-b$	0	$-b$
S_{13}	c	$b+c$	$\frac{-3b+6c}{4}$	$\frac{-b+6c}{4}$	c	$2b+2c$	$\frac{-7b+4c}{9}$	$\frac{-b+2c}{3}$	c	$\frac{-b+3c}{2}$	$-3b+2c$	$-2b+2c$	c	$\mathbf{\frac{-5b+5c}{9}}$	$-\frac{3b}{2}$	$\frac{-4b+c}{4}$
S_{14}	0	$b+2c$	0	$\frac{-b+6c}{4}$	0	$2b+2c$	0	$\frac{b+6c}{4}$	0	$b+2c$	0	$-2b+c$	0	$\frac{3c}{2}$	$\mathbf{0}$	$-b+c$
S_{15}	c	$b+c$	$\frac{-b+2c}{2}$	$\frac{-b+4c}{4}$	c	$b+c$	$\frac{-b+4c}{4}$	c	c	$\frac{-b+9c}{9}$	$-2b+c$	$-2b+c$	c	$\frac{-b+4c}{4}$	$-b+c$	$\mathbf{-b+c}$

Abbildung 4.33: Simultanes Donation-Game: Fehler bei der Kooperation, linearer Anteil in κ

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	$\frac{2b}{3}$	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	b	b	b	b
S_1	$-\frac{c}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{3}$	b	$\frac{3b-c}{4}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{3}$	b	b	b	b
S_2	0	$\frac{b-c}{3}$	$\mathbf{\frac{b-c}{3}}$	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	0	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_3	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_4	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{3}$	0	$\frac{b}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{3}}$	b	$\frac{b}{2}$	b	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{3}$	0	$\frac{b}{2}$	b	b	b	b
S_5	$-c$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$-c$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	b	b	b	b
S_6	$-\frac{2c}{3}$	$-c$	0	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{0}$	$\frac{2b-c}{3}$	$-c$	$-c$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_7	$-c$	$\frac{b-3c}{4}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$-c$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$-c$	$-c$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_8	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	b	b	$\mathbf{b-c}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$
S_9	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	b	b	$b-c$	$\mathbf{b-c}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$
S_{10}	0	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$b-c$	$b-c$	$\mathbf{b-c}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$
S_{11}	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$\mathbf{b-c}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$
S_{12}	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$\mathbf{b-c}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$
S_{13}	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$\mathbf{b-c}$	$b-c$	$b-c$
S_{14}	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$\mathbf{b-c}$	$b-c$
S_{15}	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$\mathbf{b-c}$

Abbildung 4.34: Simultanes Donation-Game: Fehler bei der Defektion, konstanter Anteil

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{b\text{-}c}$	$-c$	$2b-c$	$\frac{b-4c}{4}$	$\frac{b-4c}{4}$	$-b-c$	$\frac{b-9c}{9}$	$-b-c$	$b-c$	$\frac{b-4c}{4}$	$2b-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$-c$	$-c$	$-c$
S_1	b	$\mathbf{0}$	$\frac{4b-4c}{9}$	$\frac{b+c}{4}$	$\frac{2b-c}{3}$	$-\frac{c}{3}$	$-2b-2c$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{6b+c}{4}$	$-\frac{c}{3}$	$\frac{8b-2c}{9}$	$\frac{b-2c}{9}$	$-c$	$-c$	$-c$	$-c$
S_2	$b-2c$	$\frac{4b-4c}{9}$	$\mathbf{\frac{5b\text{-}5c}{9}}$	$\frac{b+c}{4}$	$2b-2c$	$-\frac{b+4c}{9}$	$4b-3c$	$\frac{b-5c}{9}$	$b-2c$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{3b-c}{4}$	$\frac{3b-c}{4}$	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{c}{4}$
S_3	$\frac{4b-c}{4}$	$-\frac{b+c}{4}$	$-\frac{b+c}{4}$	$\mathbf{\frac{b\text{-}c}{4}}$	$\frac{6b-c}{4}$	$\frac{b-c}{4}$	$\frac{b-c}{4}$	$\frac{3b-c}{4}$	$\frac{6b-c}{4}$	$\frac{b-c}{4}$	$\frac{3b-c}{4}$	$\frac{3b-c}{4}$	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{c}{4}$
S_4	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{b-2c}{3}$	$2b-2c$	$\frac{b-6c}{4}$	$\mathbf{\frac{5b\text{-}5c}{9}}$	$-2b-2c$	$\frac{b-3c}{2}$	$-b-c$	$\frac{3b}{2}$	$\frac{7b-4c}{9}$	$3b-2c$	$\frac{3b-6c}{4}$	$-c$	$-c$	$-c$	$-c$
S_5	$b+c$	$\frac{b}{3}$	$\frac{4b+c}{9}$	$\frac{b-c}{4}$	$2b+2c$	$\mathbf{\frac{b\text{-}c}{4}}$	$\frac{3b-c}{8}$	$\frac{b-5c}{9}$	$2b+2c$	$\frac{3b-c}{8}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{2b-4c}{9}$	$-c$	$-c$	$-c$	$-c$
S_6	$\frac{9b-c}{9}$	$2b+2c$	$3b-4c$	$\frac{b-c}{4}$	$\frac{3b-c}{2}$	$\frac{b-3c}{8}$	$\mathbf{3b\text{-}3c}$	$-\frac{2c}{3}$	$2b+c$	$2b+c$	$\frac{b}{3}$	$\frac{b}{3}$	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{c}{4}$
S_7	$b+c$	$\frac{b}{2}$	$\frac{5b-c}{9}$	$\frac{b-3c}{4}$	$b+c$	$\frac{5b-c}{9}$	$\frac{2b}{3}$	$\mathbf{\frac{b\text{-}c}{2}}$	$2b+c$	$2b+c$	$\frac{b}{3}$	$\frac{b}{3}$	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{c}{4}$
S_8	$b-c$	$-\frac{b+6c}{4}$	$2b-c$	$\frac{b-6c}{4}$	$-\frac{3c}{2}$	$-2b-2c$	$-b-2c$	$-b-2c$	$\mathbf{0}$	0	0	0	0	0	0	0
S_9	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{b}{3}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{4}$	$\frac{4b-7c}{9}$	$\frac{b-3c}{8}$	$-b-2c$	$-b-2c$	0	$\mathbf{0}$	0	0	0	0	0	0
S_{10}	$b-2c$	$\frac{2b-8c}{9}$	$\frac{b-3c}{4}$	$\frac{b-3c}{4}$	$2b-3c$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{3}$	$-\frac{c}{3}$	0	0	$\mathbf{0}$	0	0	0	0	0
S_{11}	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{9}$	$\frac{b-3c}{4}$	$\frac{b-3c}{4}$	$\frac{6b-3c}{4}$	$\frac{4b-2c}{9}$	$-\frac{c}{3}$	$-\frac{c}{3}$	0	0	0	$\mathbf{0}$	0	0	0	0
S_{12}	b	b	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{4}$	b	b	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{4}$	0	0	0	0	$\mathbf{0}$	0	0	0
S_{13}	b	b	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{4}$	b	b	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{4}$	0	0	0	0	0	$\mathbf{0}$	0	0
S_{14}	b	b	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{4}$	b	b	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{4}$	0	0	0	0	0	0	$\mathbf{0}$	0
S_{15}	b	b	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{4}$	b	b	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{4}$	0	0	0	0	0	0	0	$\mathbf{0}$

Abbildung 4.35: Simultanes Donation-Game: Fehler bei der Defektion, linearer Anteil in λ

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	0	b	0	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	0	b	0	b
S_1	$-\frac{c}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{3}}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	b	b	b	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	b	b	b
S_2	0	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{0}$	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$
S_3	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_4	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\mathbf{0}$	b	0	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	0	b	0	b
S_5	$-c$	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-c$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	b	b	$-c$	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	b	b
S_6	0	$-c$	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$-c$	$\mathbf{0}$	$\frac{2b-2c}{3}$	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	0	$\frac{2b-2c}{3}$	0	$\frac{2b-c}{2}$
S_7	$-c$	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-c$	$-c$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\mathbf{\frac{2b-2c}{3}}$	$-c$	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-c$	$\frac{2b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_8	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	0	b	0	b	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	0	b	0	b
S_9	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	b	$\frac{b-c}{2}$	b	$-\frac{c}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{3}}$	$b-c$	$b-c$	$-\frac{c}{2}$	b	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{3b-c}{3}$
S_{10}	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$b-c$	$\mathbf{0}$	$b-c$	0	$b-c$	0	$b-c$
S_{11}	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$\mathbf{b-c}$	$-\frac{c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$
S_{12}	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	0	b	0	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\mathbf{0}$	b	0	b
S_{13}	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\frac{3b-2c}{4}$	$-c$	$-c$	$b-c$	$b-c$	$-c$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{14}	0	$-c$	0	$\frac{b-2c}{2}$	0	$-c$	0	$\frac{b-2c}{2}$	0	$\frac{b-2c}{2}$	0	$b-c$	0	$\frac{b-2c}{2}$	$\mathbf{0}$	$b-c$
S_{15}	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$\frac{b-3c}{3}$	$b-c$	$b-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$b-c$	$\mathbf{b-c}$

Abbildung 4.36: Alternierendes Donation-Game: Fehler bei der Kooperation, konstanter Anteil

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$-\frac{b}{4}$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-b$	0	$-b$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-b$	0	$-b$
S_1	$\frac{c}{4}$	$\mathbf{\frac{-b+c}{9}}$	$\frac{-3b+c}{4}$	$\frac{-b+3c}{4}$	$\frac{c}{4}$	$-2b-c$	$-b-c$	$-b-c$	$\frac{c}{4}$	$\frac{-b+c}{9}$	$\frac{-3b+c}{4}$	$\frac{-b+3c}{4}$	$\frac{c}{4}$	$-2b-c$	$-b-c$	$-b-c$
S_2	0	$\frac{-b+3c}{4}$	$\mathbf{0}$	$\frac{-b+3c}{4}$	0	$\frac{c}{2}$	0	$\frac{c}{2}$	0	$\frac{-4b+2c}{9}$	0	$\frac{-4b+2c}{9}$	0	$\frac{-2b+c}{2}$	0	$\frac{-2b+c}{2}$
S_3	$\frac{c}{4}$	$\frac{-3b+c}{4}$	$\frac{-3b+c}{4}$	$\mathbf{\frac{-b+c}{4}}$	$\frac{c}{4}$	$\frac{-b+c}{4}$	$\frac{-b+c}{4}$	$\frac{b+c}{4}$	$\frac{c}{4}$	$\frac{-b+c}{4}$	$\frac{-3b+c}{4}$	$\frac{b+c}{4}$	$\frac{c}{4}$	$\frac{-6b+c}{4}$	$\frac{-6b+c}{4}$	$\frac{-4b+c}{4}$
S_4	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-\frac{b}{4}$	$\mathbf{0}$	$-b$	0	$-b$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-b$	0	$-b$
S_5	c	$b+2c$	$-\frac{b}{2}$	$\frac{-b+c}{4}$	c	$\mathbf{\frac{-b+c}{4}}$	$-b-c$	$-b-c$	c	$b+2c$	$-\frac{b}{2}$	$\frac{-b+c}{4}$	c	$\frac{-b+c}{4}$	$-b-c$	$-b-c$
S_6	0	$b+c$	0	$\frac{-b+c}{4}$	0	$b+c$	$\mathbf{0}$	$\frac{-4b+4c}{9}$	0	$\frac{-b+3c}{8}$	0	$\frac{-5b+c}{9}$	0	$\frac{-2b+5c}{9}$	0	$\frac{-4b+c}{4}$
S_7	c	$b+c$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b+c}{4}$	c	$b+c$	$\frac{-4b+4c}{9}$	$\mathbf{\frac{-b+c}{3}}$	c	$2b+2c$	$-\frac{b}{2}$	0	c	$\frac{-2b+3c}{8}$	$-b$	$-b$
S_8	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-b$	0	$-b$	$\mathbf{0}$	$-\frac{b}{4}$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-b$	0	$-b$
S_9	$\frac{c}{4}$	$\frac{-b+c}{9}$	$\frac{-2b+4c}{9}$	$\frac{-b+c}{4}$	$\frac{c}{4}$	$-2b-c$	$\frac{-3b+c}{8}$	$-2b-2c$	$\frac{c}{4}$	$\mathbf{\frac{-b+c}{9}}$	$-3b+2c$	$-3b+3c$	$\frac{c}{4}$	$-2b-c$	$-\frac{3b}{2}$	$\frac{-9b+c}{9}$
S_{10}	0	$\frac{-b+3c}{4}$	0	$\frac{-b+3c}{4}$	0	$\frac{c}{2}$	0	$\frac{c}{2}$	0	$-2b+3c$	$\mathbf{0}$	$-2b+3c$	0	$-b+2c$	0	$-b+2c$
S_{11}	$\frac{c}{4}$	$\frac{-3b+c}{4}$	$\frac{-2b+4c}{9}$	$-\frac{b+c}{4}$	$\frac{c}{4}$	$\frac{-b+c}{4}$	$\frac{-b+5c}{9}$	0	$\frac{c}{4}$	$-3b+3c$	$-3b+2c$	$\mathbf{-2b+2c}$	$\frac{c}{4}$	$-b+2c$	$-2b+2c$	$-b+2c$
S_{12}	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-b$	0	$-b$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-\frac{b}{4}$	$\mathbf{0}$	$-b$	0	$-b$
S_{13}	c	$b+2c$	$\frac{-b+2c}{2}$	$\frac{-b+6c}{4}$	c	$\frac{-b+c}{4}$	$\frac{-5b+2c}{9}$	$\frac{-3b+2c}{8}$	c	$b+2c$	$-2b+c$	$-2b+c$	c	$\mathbf{\frac{-b+c}{4}}$	$-\frac{4b+c}{4}$	$\frac{-4b+c}{4}$
S_{14}	0	$b+c$	0	$\frac{-b+6c}{4}$	0	$b+c$	0	c	0	$\frac{3c}{2}$	0	$-2b+2c$	0	$\frac{b+4c}{4}$	$\mathbf{0}$	$-b+c$
S_{15}	c	$b+c$	$\frac{-b+2c}{2}$	$\frac{-b+4c}{4}$	c	$b+c$	$\frac{-b+4c}{4}$	c	c	$\frac{-b+9c}{9}$	$-2b+c$	$-2b+c$	c	$\frac{-b+4c}{4}$	$-b+c$	$\mathbf{-b+c}$

Abbildung 4.37: Alternierendes Donation-Game: Fehler bei der Kooperation, linearer Anteil in κ

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	$\frac{2b}{3}$	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	b	b	b	b
S_1	$-\frac{c}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{3}}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	b	b	b	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	b	b	b	b
S_2	0	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{0}$	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_3	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_4	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-2c}{4}$	0	$\frac{b}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	$\frac{b-c}{2}$	b	b	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{3}$	0	$\frac{b}{2}$	b	b	b	b
S_5	$-c$	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{b-c}{2}}$	b	b	$-c$	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	b	b	b	b
S_6	$-\frac{2c}{3}$	$-c$	0	$\frac{b-c}{2}$	$-c$	$-c$	$\mathbf{\frac{2b-2c}{3}}$	$\frac{2b-2c}{3}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_7	$-c$	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-c$	$-c$	$\frac{2b-2c}{3}$	$\mathbf{\frac{2b-2c}{3}}$	$-c$	$-c$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_8	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	$\frac{b}{2}$	b	$\mathbf{b\text{-}c}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$
S_9	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-c}{3}$	b	$\frac{b-c}{2}$	b	$b-c$	$\mathbf{b\text{-}c}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$
S_{10}	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	0	$\frac{b-c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$\mathbf{b\text{-}c}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$
S_{11}	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{b-2c}{3}$	$\frac{b-c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$\mathbf{b\text{-}c}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$
S_{12}	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$\mathbf{b\text{-}c}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$
S_{13}	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$\mathbf{b\text{-}c}$	$b-c$	$b-c$
S_{14}	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$\mathbf{b\text{-}c}$	$b-c$
S_{15}	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$\frac{b-2c}{2}$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$b-c$	$\mathbf{b\text{-}c}$

Abbildung 4.38: Alternierendes Donation-Game: Fehler bei der Defektion, konstanter Anteil

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	**b-c**	$-c$	$2b-c$	$\frac{b-4c}{4}$	$\frac{b-4c}{4}$	$-b-c$	$\frac{b-9c}{9}$	$-b-c$	$b-c$	$\frac{b-4c}{4}$	$2b-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$-c$	$-c$	$-c$
S_1	b	$\mathbf{\frac{b-c}{3}}$	0	$\frac{b+c}{4}$	$\frac{2b-3c}{8}$	$-b-c$	$-2b-2c$	$-b-c$	b	$\frac{4b-4c}{9}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	$-c$	$-c$	$-c$	$-c$
S_2	$b-2c$	0	**2b-2c**	$\frac{b+c}{4}$	$b-2c$	$\frac{b-c}{4}$	$3b-3c$	$\frac{3b-c}{4}$	$2b-2c$	$\frac{b-5c}{9}$	$3b-2c$	$\frac{2b-4c}{9}$	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{c}{4}$
S_3	$\frac{4b-c}{4}$	$-\frac{b+c}{4}$	$-\frac{b+c}{4}$	$\mathbf{\frac{b-c}{4}}$	$\frac{6b-c}{4}$	$\frac{b-c}{4}$	$\frac{b-c}{4}$	$\frac{3b-c}{4}$	$\frac{6b-c}{4}$	$\frac{b-c}{4}$	$\frac{3b-c}{4}$	$\frac{3b-c}{4}$	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{c}{4}$
S_4	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{3b-2c}{8}$	$2b-c$	$\frac{b-6c}{4}$	$\mathbf{\frac{b-c}{4}}$	$\frac{b-c}{4}$	$-b-2c$	$-b-2c$	$\frac{4b+c}{4}$	$\frac{5b-2c}{9}$	$2b-c$	$\frac{b-2c}{2}$	$-c$	$-c$	$-c$	$-c$
S_5	$b+c$	$b+c$	$\frac{b-c}{4}$	$\frac{b-c}{4}$	$\frac{b-c}{4}$	$\mathbf{\frac{b-c}{4}}$	$-b-2c$	$-b-2c$	$b+c$	$b+c$	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	$-c$	$-c$	$-c$	$-c$
S_6	$\frac{9b-c}{9}$	$2b+2c$	$3b-3c$	$\frac{b-c}{4}$	$2b+c$	$2b+c$	$\mathbf{\frac{b-c}{9}}$	$\frac{b-c}{9}$	$\frac{3b}{2}$	$\frac{3b-c}{8}$	$3b-2c$	$\frac{2b-4c}{9}$	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{c}{4}$
S_7	$b+c$	$b+c$	$\frac{b-3c}{4}$	$\frac{b-3c}{4}$	$2b+c$	$2b+c$	$\frac{b-c}{9}$	$\mathbf{\frac{b-c}{9}}$	$b+c$	$b+c$	$\frac{3b-c}{4}$	$\frac{3b-c}{4}$	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{c}{4}$
S_8	$b-c$	$-c$	$2b-2c$	$\frac{b-6c}{4}$	$-\frac{b+4c}{4}$	$-b-c$	$-\frac{3c}{2}$	$-b-c$	$\mathbf{0}$	0	0	0	0	0	0	0
S_9	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-4c}{9}$	$\frac{5b-c}{9}$	$\frac{b-c}{4}$	$\frac{2b-5c}{9}$	$-b-c$	$\frac{b-3c}{8}$	$-b-c$	0	$\mathbf{0}$	0	0	0	0	0	0
S_{10}	$b-2c$	$-\frac{c}{2}$	$2b-3c$	$\frac{b-3c}{4}$	$b-2c$	$-\frac{c}{2}$	$2b-3c$	$\frac{b-3c}{4}$	0	0	$\mathbf{0}$	0	0	0	0	0
S_{11}	$\frac{2b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{4b-2c}{9}$	$\frac{b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$\frac{4b-2c}{9}$	$\frac{b-3c}{4}$	0	0	0	$\mathbf{0}$	0	0	0	0
S_{12}	b	b	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{4}$	b	b	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{4}$	0	0	0	0	$\mathbf{0}$	0	0	0
S_{13}	b	b	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{4}$	b	b	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{4}$	0	0	0	0	0	$\mathbf{0}$	0	0
S_{14}	b	b	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{4}$	b	b	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{4}$	0	0	0	0	0	0	$\mathbf{0}$	0
S_{15}	b	b	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{4}$	b	b	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{4}$	0	0	0	0	0	0	0	$\mathbf{0}$

Abbildung 4.39: Alternierendes Donation-Game: Fehler bei der Defektion, linearer Anteil in λ

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	0	b	0	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	0	b	0	b
S_1	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{4}}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-c}{6}$	b	$\frac{6b-c}{8}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{b-c}{2}$	b	b	b
S_2	0	$\frac{2b-c}{3}$	$\mathbf{0}$	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{4b-c}{6}$	0	$\frac{4b-c}{6}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{4b-c}{4}$	0	$\frac{4b-c}{4}$
S_3	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{6b\text{-}3c}{8}}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_4	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\mathbf{0}$	b	0	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	0	b	0	b
S_5	$b-c$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{4}$	$b-c$	$\mathbf{\frac{6b\text{-}3c}{8}}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{4b-c}{6}$	$b-c$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{4b-c}{6}$	$b-c$	b	b	b
S_6	0	$b-c$	0	$\frac{6b-3c}{8}$	0	$\frac{6b-3c}{8}$	$\mathbf{0}$	$\frac{4b-c}{6}$	0	$b-c$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{4b-c}{4}$
S_7	$b-c$	$\frac{6b-5c}{8}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{4}$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{4}}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$b-c$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_8	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	0	b	0	b	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	0	b	0	b
S_9	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	b	b	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-c}{4}$	b	$\frac{6b-c}{6}$
S_{10}	0	$\frac{2b-c}{3}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{6b-3c}{8}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	$\mathbf{0}$	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$
S_{11}	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{12}	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	0	b	0	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\mathbf{0}$	b	0	b
S_{13}	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$b-c$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_{14}	0	$b-c$	0	$\frac{4b-3c}{4}$	0	$b-c$	0	$\frac{4b-3c}{4}$	0	$b-c$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{4b-3c}{4}$	$\mathbf{0}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{15}	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$\frac{6b-5c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$

Abbildung 4.40: Simultanes Snowdrift-Game: Fehler bei der Kooperation, konstanter Anteil

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$-\frac{b}{4}$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-b$	0	$-b$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-b$	0	$-b$
S_1	$\frac{-b+c}{4}$	$\mathbf{0}$	$-\frac{b}{3}$	$\frac{2b+c}{8}$	$\frac{-b+c}{4}$	$-\frac{2b+c}{9}$	$-b-c$	$-\frac{2b+c}{8}$	$\frac{-b+c}{4}$	$-\frac{2b+c}{6}$	$-\frac{b}{3}$	$-\frac{2b+c}{9}$	$\frac{-b+c}{4}$	$-\frac{2b+c}{2}$	$-b-c$	$-\frac{2b+c}{2}$
S_2	0	$\frac{-b+c}{3}$	$\mathbf{0}$	$\frac{-4b+3c}{4}$	0	$-\frac{2b+c}{18}$	0	$\frac{b-c}{9}$	0	$\frac{-b+c}{3}$	0	$\frac{-4b+3c}{4}$	0	$\frac{-8b+c}{8}$	0	$-\frac{b}{2}$
S_3	$\frac{-b+c}{4}$	$\frac{2b-3c}{8}$	$\frac{-4b+c}{4}$	$\mathbf{\frac{-2b+c}{8}}$	$\frac{-b+c}{4}$	$\frac{2b-c}{8}$	$\frac{-2b+c}{16}$	$\frac{6b-c}{8}$	$\frac{-b+c}{4}$	$\frac{-6b+3c}{16}$	$\frac{-4b+c}{4}$	$\frac{-4b+3c}{4}$	$\frac{-b+c}{4}$	$-\frac{8b+c}{8}$	$-\frac{4b+3c}{8}$	$-\frac{4b+c}{8}$
S_4	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-\frac{b}{4}$	$\mathbf{0}$	$-b$	0	$-b$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-b$	0	$-b$
S_5	$-b+c$	$\frac{-2b+3c}{9}$	$\frac{-2b+3c}{18}$	$\frac{2b-c}{8}$	$-b+c$	$\mathbf{\frac{-2b+c}{8}}$	$-\frac{6b+c}{32}$	$-\frac{c}{6}$	$-b+c$	$\frac{-10b+c}{32}$	$-\frac{2b+c}{8}$	$-\frac{b+2c}{9}$	$-b+c$	$-\frac{2b+3c}{2}$	$-\frac{2b+3c}{2}$	$-\frac{2b+c}{2}$
S_6	0	$-b+2c$	0	$\frac{-2b+c}{16}$	0	$\frac{-6b+7c}{32}$	$\mathbf{0}$	$-\frac{c}{6}$	0	$-b+2c$	0	$\frac{-2b+c}{3}$	0	$\frac{-4b+3c}{6}$	0	$-\frac{4b+c}{8}$
S_7	$-b+c$	$\frac{-2b+3c}{8}$	$\frac{b}{9}$	$\frac{6b-5c}{8}$	$-b+c$	$\frac{c}{6}$	$\frac{c}{6}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{4}}$	$-b+c$	$\frac{-2b+5c}{2}$	$-\frac{2b}{3}$	$\frac{-2b+c}{3}$	$-b+c$	$\frac{-4b+c}{6}$	$-\frac{4b+5c}{8}$	$-\frac{2b+c}{4}$
S_8	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-b$	0	$-b$	$\mathbf{0}$	$-\frac{b}{4}$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-b$	0	$-b$
S_9	$\frac{-b+c}{4}$	$\frac{-2b+3c}{6}$	$-\frac{b}{3}$	$\frac{-6b+3c}{16}$	$\frac{-b+c}{4}$	$\frac{-10b+9c}{32}$	$-b-c$	$-\frac{2b+3c}{2}$	$\frac{-b+c}{4}$	$\mathbf{-2b+c}$	$-\frac{b}{3}$	$\frac{-4b+3c}{2}$	$\frac{-b+c}{4}$	$-b$	$-b-c$	$-\frac{6b+c}{9}$
S_{10}	0	$\frac{-b+c}{3}$	0	$\frac{-4b+3c}{4}$	0	$\frac{-2b+3c}{8}$	0	$\frac{-2b+2c}{3}$	0	$\frac{-b+c}{3}$	$\mathbf{0}$	$\frac{-4b+3c}{4}$	0	$-b+c$	0	$\frac{c}{2}$
S_{11}	$\frac{-b+c}{4}$	$\frac{-2b+3c}{9}$	$\frac{-4b+c}{4}$	$\frac{-4b+c}{4}$	$\frac{-b+c}{4}$	$\frac{-b+3c}{9}$	$\frac{-2b+c}{3}$	$\frac{-2b+c}{3}$	$\frac{-b+c}{4}$	$\frac{-4b+c}{2}$	$\frac{-4b+c}{4}$	$\mathbf{\frac{-2b+c}{3}}$	$\frac{-b+c}{4}$	$\frac{-2b+c}{2}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{2}$
S_{12}	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-b$	0	$-b$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-\frac{b}{4}$	$\mathbf{0}$	$-b$	0	$-b$
S_{13}	$-b+c$	$\frac{-2b+3c}{2}$	$\frac{-8b+7c}{8}$	$\frac{-8b+9c}{8}$	$-b+c$	$\frac{-2b+5c}{2}$	$\frac{-4b+c}{6}$	$\frac{-4b+3c}{6}$	$-b+c$	$-b+c$	$-b$	$\frac{-2b+c}{2}$	$-b+c$	$\mathbf{\frac{-2b+c}{3}}$	$-\frac{b+c}{2}$	$-\frac{4b+c}{8}$
S_{14}	0	$-b+2c$	0	$\frac{-4b+7c}{8}$	0	$\frac{-2b+5c}{2}$	0	$\frac{-4b+9c}{8}$	0	$-b+2c$	0	$-\frac{c}{2}$	0	$-\frac{b+2c}{2}$	$\mathbf{0}$	0
S_{15}	$-b+c$	$\frac{-2b+3c}{2}$	$\frac{-b+c}{2}$	$\frac{-4b+5c}{8}$	$-b+c$	$\frac{-2b+3c}{2}$	$\frac{-4b+5c}{8}$	$\frac{-2b+3c}{4}$	$-b+c$	$\frac{-6b+7c}{9}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$-b+c$	$\frac{-4b+5c}{8}$	0	$\mathbf{0}$

Abbildung 4.41: Simultanes Snowdrift-Game: Fehler bei der Kooperation, linearer Anteil in κ

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	$\frac{2b}{3}$	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	b	b	b	b
S_1	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{4}}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{4b-c}{6}$	b	$\frac{6b-c}{8}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{4b-c}{6}$	b	b	b	b
S_2	0	$\frac{2b-c}{3}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{3}}$	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{4b-c}{6}$	0	$\frac{4b-c}{6}$	0	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_3	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{6b\text{-}3c}{8}}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_4	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	0	$\frac{b}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{3}}$	b	$\frac{b}{2}$	b	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	0	$\frac{b}{2}$	b	b	b	b
S_5	$b-c$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{4}$	$b-c$	$\mathbf{\frac{6b\text{-}3c}{8}}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{4b-c}{6}$	$b-c$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{4b-c}{6}$	b	b	b	b
S_6	$\frac{2b-2c}{3}$	$b-c$	0	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\mathbf{0}$	$\frac{4b-c}{6}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_7	$b-c$	$\frac{6b-5c}{8}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{4}$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{4}}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_8	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	b	b	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_9	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{6b-3c}{8}$	b	b	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{10}	0	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{11}	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{12}	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{13}	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{14}	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{15}	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$

Abbildung 4.42: Simultanes Snowdrift-Game: Fehler bei der Defektion, konstanter Anteil

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{2b\text{-}c}$	$\frac{2b-3c}{4}$	$3b-c$	$\frac{3b-3c}{4}$	$\frac{3b-3c}{4}$	$-\frac{2b+c}{2}$	$\frac{4b-6c}{9}$	$-\frac{2b+c}{2}$	$2b-c$	$\frac{3b-3c}{4}$	$3b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$
S_1	$\frac{2b+c}{4}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{4}}$	$\frac{2b-c}{9}$	$\frac{6b-c}{8}$	$\frac{b}{3}$	$\frac{b-c}{3}$	$-\frac{2b+3c}{3}$	$\frac{2b-3c}{8}$	$\frac{3b+2c}{4}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{4b+c}{9}$	$\frac{8b-5c}{18}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$
S_2	$3b-2c$	$\frac{2b-c}{9}$	$\mathbf{\frac{4b\text{-}2c}{9}}$	$\frac{-4b+3c}{4}$	$\frac{6b-3c}{2}$	$\frac{4b-7c}{18}$	$5b-2c$	$\frac{4b-4c}{9}$	$3b-2c$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{c}{4}$	$\frac{c}{4}$	$-\frac{c}{8}$	$-\frac{c}{8}$	$-\frac{c}{8}$	$-\frac{c}{8}$
S_3	$\frac{3b}{4}$	$\frac{6b-5c}{8}$	$\frac{-4b+c}{4}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{8}}$	$\frac{3b+c}{4}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{16}$	$\frac{10b-3c}{8}$	$\frac{5b}{4}$	$\frac{6b-3c}{16}$	$\frac{c}{4}$	$\frac{c}{4}$	$-\frac{c}{8}$	$-\frac{c}{8}$	$-\frac{c}{8}$	$-\frac{c}{8}$
S_4	$\frac{3b}{4}$	$\frac{b-c}{3}$	$\frac{6b-3c}{2}$	$\frac{3b-4c}{4}$	$\mathbf{\frac{4b\text{-}2c}{9}}$	$-\frac{2b+3c}{2}$	$b-c$	$-\frac{2b+c}{2}$	$\frac{4b+c}{4}$	$\frac{5b-c}{9}$	$\frac{8b-3c}{2}$	$\frac{5b-4c}{4}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$
S_5	$\frac{-2b+3c}{2}$	$\frac{b}{3}$	$\frac{4b+3c}{18}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{-2b+5c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{8}}$	$\frac{6b+c}{32}$	$\frac{4b-4c}{9}$	$\frac{-2b+5c}{2}$	$\frac{10b-c}{32}$	$\frac{2b+c}{8}$	$\frac{10b-7c}{18}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$
S_6	$\frac{4b+2c}{9}$	$\frac{-2b+5c}{2}$	$5b-3c$	$\frac{2b-c}{16}$	b	$\frac{6b-7c}{32}$	$\mathbf{4b\text{-}2c}$	$\frac{2b-3c}{6}$	$\frac{3c}{2}$	$\frac{3c}{2}$	$\frac{c}{6}$	$\frac{c}{6}$	$-\frac{c}{8}$	$-\frac{c}{8}$	$-\frac{c}{8}$	$-\frac{c}{8}$
S_7	$\frac{-2b+3c}{2}$	$\frac{2b+c}{8}$	$\frac{4b}{9}$	$\frac{10b-7c}{8}$	$\frac{-2b+3c}{2}$	$\frac{4b}{9}$	$\frac{2b+c}{6}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{3c}{2}$	$\frac{3c}{2}$	$\frac{c}{6}$	$\frac{c}{6}$	$-\frac{c}{8}$	$-\frac{c}{8}$	$-\frac{c}{8}$	$-\frac{c}{8}$
S_8	$2b-c$	$\frac{3b-5c}{4}$	$3b-c$	$\frac{5b-5c}{4}$	$\frac{4b-5c}{4}$	$-\frac{2b+3c}{2}$	$-\frac{3c}{2}$	$-\frac{3c}{2}$	$\mathbf{0}$	0	0	0	0	0	0	0
S_9	$\frac{3b}{4}$	$\frac{b}{3}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{6b-3c}{16}$	$\frac{5b-4c}{9}$	$\frac{10b-9c}{32}$	$-\frac{3c}{2}$	$-\frac{3c}{2}$	0	$\mathbf{0}$	0	0	0	0	0	0
S_{10}	$3b-2c$	$\frac{4b-5c}{9}$	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{c}{4}$	$\frac{8b-5c}{2}$	$\frac{2b-3c}{8}$	$-\frac{c}{6}$	$-\frac{c}{6}$	0	0	$\mathbf{0}$	0	0	0	0	0
S_{11}	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{8b-3c}{18}$	$-\frac{c}{4}$	$-\frac{c}{4}$	$\frac{5b-c}{4}$	$\frac{10b-3c}{18}$	$-\frac{c}{6}$	$-\frac{c}{6}$	0	0	0	$\mathbf{0}$	0	0	0	0
S_{12}	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{8}$	$\frac{c}{8}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{8}$	$\frac{c}{8}$	0	0	0	0	$\mathbf{0}$	0	0	0
S_{13}	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{8}$	$\frac{c}{8}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{8}$	$\frac{c}{8}$	0	0	0	0	0	$\mathbf{0}$	0	0
S_{14}	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{8}$	$\frac{c}{8}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{8}$	$\frac{c}{8}$	0	0	0	0	0	0	$\mathbf{0}$	0
S_{15}	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{8}$	$\frac{c}{8}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{8}$	$\frac{c}{8}$	0	0	0	0	0	0	0	$\mathbf{0}$

Abbildung 4.43: Simultanes Snowdrift-Game: Fehler bei der Defektion, linearer Anteil in λ

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	0	b	0	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	0	b	0	b
S_1	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{3}}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{b-c}{2}$	b	b	b	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{b-c}{2}$	b	b	b
S_2	0	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{0}$	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{4b-c}{6}$	0	$\frac{4b-c}{6}$	0	$\frac{4b-c}{4}$	0	$\frac{4b-c}{4}$
S_3	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\mathbf{\frac{6b\text{-}3c}{8}}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_4	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\mathbf{0}$	b	0	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	0	b	0	b
S_5	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$b-c$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	b	b	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$b-c$	$\frac{2b-c}{2}$	b	b
S_6	0	$b-c$	0	$\frac{6b-3c}{8}$	0	$b-c$	$\mathbf{0}$	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{6b-3c}{8}$	0	$\frac{4b-c}{6}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{4b-c}{4}$
S_7	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$b-c$	$\frac{8b-5c}{8}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_8	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	0	b	0	b	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	0	b	0	b
S_9	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{b-c}{2}$	b	$\frac{6b-3c}{8}$	b	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{3}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	b	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{6b-c}{6}$
S_{10}	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{0}$	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$
S_{11}	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{12}	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	0	b	0	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\mathbf{0}$	b	0	b
S_{13}	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{8b-3c}{8}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$b-c$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_{14}	0	$b-c$	0	$\frac{4b-3c}{4}$	0	$b-c$	0	$\frac{4b-3c}{4}$	0	$\frac{4b-3c}{4}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{4b-3c}{4}$	$\mathbf{0}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{15}	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$\frac{6b-5c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$

Abbildung 4.44: Alternierendes Snowdrift-Game: Fehler bei der Kooperation, konstanter Anteil

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$-\frac{b}{4}$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-b$	0	$-b$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-b$	0	$-b$
S_1	$\frac{-b+c}{4}$	$\mathbf{\frac{-2b+c}{9}}$	$-\frac{2b+c}{8}$	$\frac{2b+c}{8}$	$\frac{-b+c}{4}$	$-b-c$	$-\frac{2b+c}{2}$	$-\frac{2b+c}{2}$	$\frac{-b+c}{4}$	$\frac{-2b+c}{9}$	$-\frac{2b+c}{8}$	$\frac{2b+c}{8}$	$\frac{-b+c}{4}$	$-b-c$	$-\frac{2b+c}{2}$	$-\frac{2b+c}{2}$
S_2	0	$\frac{-4b+3c}{4}$	$\mathbf{0}$	$\frac{-4b+3c}{4}$	0	$\frac{-b+c}{2}$	0	$\frac{-b+c}{2}$	0	$-\frac{2b+c}{18}$	0	$-\frac{2b+c}{18}$	0	$-\frac{b}{2}$	0	$-\frac{b}{2}$
S_3	$\frac{-b+c}{4}$	$\frac{-4b+c}{4}$	$-\frac{2b+c}{8}$	$\mathbf{\frac{-2b+c}{8}}$	$\frac{-b+c}{4}$	$\frac{-2b+c}{4}$	$\frac{-6b+3c}{16}$	$\frac{-b+c}{2}$	$\frac{-b+c}{4}$	$\frac{-2b+c}{16}$	$-\frac{2b+c}{8}$	$\frac{6b-c}{8}$	$\frac{-b+c}{4}$	$-\frac{4b+3c}{8}$	$-\frac{8b+c}{8}$	$-\frac{4b+c}{8}$
S_4	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-\frac{b}{4}$	$\mathbf{0}$	$-b$	0	$-b$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-b$	0	$-b$
S_5	$-b+c$	$-b+2c$	$-\frac{c}{4}$	$\frac{2b-c}{8}$	$-b+c$	$\mathbf{\frac{-2b+c}{4}}$	$-\frac{2b+c}{2}$	$-\frac{2b+c}{2}$	$-b+c$	$-b+2c$	$-\frac{c}{4}$	$\frac{2b-c}{8}$	$-b+c$	$\frac{-2b+c}{4}$	$-\frac{2b+c}{2}$	$-\frac{2b+c}{2}$
S_6	0	c	0	$\frac{-2b+c}{16}$	0	c	$\mathbf{0}$	$\frac{-2b+c}{6}$	0	$\frac{-6b+7c}{32}$	0	$-\frac{2b+c}{9}$	0	$\frac{-b+c}{3}$	0	$-\frac{4b+c}{8}$
S_7	$-b+c$	c	$-\frac{c}{4}$	$\frac{6b-5c}{8}$	$-b+c$	c	$\frac{-2b+c}{3}$	$\mathbf{\frac{-2b+c}{6}}$	$-b+c$	$\frac{-2b+5c}{2}$	$-\frac{c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$-b+c$	$\frac{-4b+3c}{16}$	$-\frac{2b+c}{4}$	$-\frac{2b+c}{4}$
S_8	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-b$	0	$-b$	$\mathbf{0}$	$-\frac{b}{4}$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-b$	0	$-b$
S_9	$\frac{-b+c}{4}$	$\frac{-2b+c}{9}$	$\frac{-4b+3c}{9}$	$\frac{-6b+3c}{16}$	$\frac{-b+c}{4}$	$-b-c$	$\frac{-14b+3c}{32}$	$-\frac{2b+3c}{2}$	$\frac{-b+c}{4}$	$\mathbf{\frac{-2b+c}{9}}$	$\frac{-4b+c}{2}$	$-2b+c$	$\frac{-b+c}{4}$	$-b-c$	$-\frac{4b+c}{4}$	$-\frac{6b+c}{9}$
S_{10}	0	$\frac{-4b+3c}{4}$	0	$\frac{-4b+3c}{4}$	0	$\frac{-b+c}{2}$	0	$\frac{-b+c}{2}$	0	$-b+c$	$\mathbf{0}$	$-b+c$	0	$\frac{c}{2}$	0	$\frac{c}{2}$
S_{11}	$\frac{-b+c}{4}$	$\frac{-4b+c}{4}$	$\frac{-4b+3c}{9}$	$\frac{-4b+c}{4}$	$\frac{-b+c}{4}$	$\frac{-2b+c}{4}$	$\frac{-2b+3c}{9}$	$\frac{-2b+c}{4}$	$\frac{-b+c}{4}$	$\frac{-2b+c}{2}$	$\frac{-4b+c}{2}$	$\mathbf{\frac{-2b+c}{2}}$	$\frac{-b+c}{4}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{-2b+c}{2}$	$\frac{c}{2}$
S_{12}	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-b$	0	$-b$	0	$-\frac{b}{4}$	0	$-\frac{b}{4}$	$\mathbf{0}$	$-b$	0	$-b$
S_{13}	$-b+c$	$-b+2c$	$\frac{-4b+3c}{4}$	$\frac{-8b+9c}{8}$	$-b+c$	$\frac{-2b+c}{4}$	$\frac{-4b+c}{6}$	$\frac{-8b+3c}{16}$	$-b+c$	$-b+2c$	$-b$	$-b$	$-b+c$	$\mathbf{\frac{-2b+c}{4}}$	$-\frac{4b+3c}{8}$	$-\frac{4b+c}{8}$
S_{14}	0	c	0	$\frac{-4b+7c}{8}$	0	c	0	$\frac{c}{2}$	0	$\frac{-b+2c}{2}$	0	$\frac{-2b+c}{2}$	0	$\frac{5c}{8}$	$\mathbf{0}$	0
S_{15}	$-b+c$	c	$\frac{-4b+3c}{4}$	$\frac{-4b+5c}{8}$	$-b+c$	c	$\frac{-4b+5c}{8}$	$\frac{c}{2}$	$-b+c$	$\frac{-6b+11c}{18}$	$-b$	$-b$	$-b+c$	$\frac{3c}{8}$	0	$\mathbf{0}$

Abbildung 4.45: Alternierendes Snowdrift-Game: Fehler bei der Kooperation, linearer Anteil in κ

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	$\mathbf{0}$	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	$\frac{2b}{3}$	b	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	b	b	b	b
S_1	$\frac{b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{3}}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{3b-c}{4}$	b	b	b	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	b	b	b	b
S_2	0	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{0}$	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{4b-c}{6}$	0	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_3	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\mathbf{\frac{6b\text{-}3c}{8}}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_4	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{3b-2c}{4}$	0	$\frac{b}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{2b-c}{2}$	b	b	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	0	$\frac{b}{2}$	b	b	b	b
S_5	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	b	b	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	b	b	b	b
S_6	$\frac{2b-2c}{3}$	$b-c$	0	$\frac{6b-3c}{8}$	$b-c$	$b-c$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	0	$\frac{4b-c}{6}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_7	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$
S_8	0	$\frac{b}{2}$	0	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	b	$\frac{b}{2}$	b	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_9	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{3}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{2b-c}{3}$	b	$\frac{6b-3c}{8}$	b	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{10}	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	0	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{11}	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{4b-3c}{6}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{12}	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{13}	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{14}	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$	$\frac{2b-c}{2}$
S_{15}	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$b-c$	$b-c$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{4b-3c}{4}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\frac{2b-c}{2}$	$\mathbf{\frac{2b\text{-}c}{2}}$

Abbildung 4.46: Alternierendes Snowdrift-Game: Fehler bei der Defektion, konstanter Anteil

$*$	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
S_0	**2b-c**	$b-c$	$\frac{4b-c}{2}$	$\frac{3b-3c}{4}$	$\frac{5b-4c}{4}$	$-c$	$\frac{14b-15c}{18}$	$-c$	$2b-c$	$\frac{3b-3c}{4}$	$\frac{4b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$
S_1	$\frac{2b+c}{4}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{6}}$	$\frac{2b-c}{4}$	$\frac{6b-c}{8}$	$\frac{3b-2c}{8}$	$-c$	$-\frac{2b+3c}{2}$	$-c$	$\frac{2b+c}{4}$	$\frac{2b-c}{9}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$
S_2	$3b-2c$	$\frac{-2b+c}{4}$	$\mathbf{\frac{6b-3c}{2}}$	$\frac{-4b+3c}{4}$	$3b-2c$	0	$\frac{10b-5c}{2}$	$\frac{c}{4}$	$\frac{6b-3c}{2}$	$\frac{4b-4c}{9}$	$3b-c$	$\frac{2b-2c}{9}$	$-\frac{c}{8}$	$-\frac{c}{8}$	$-\frac{c}{8}$	$-\frac{c}{8}$
S_3	$\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$\frac{6b-5c}{8}$	$\mathbf{\frac{2b-c}{8}}$	$\frac{5b}{4}$	0	$\frac{6b-3c}{16}$	$\frac{c}{4}$	$\frac{3b+c}{4}$	$\frac{2b-c}{16}$	$\frac{6b-c}{8}$	$\frac{6b-c}{8}$	$-\frac{c}{8}$	$-\frac{c}{8}$	$-\frac{c}{8}$	$-\frac{c}{8}$
S_4	$\frac{3b}{4}$	$\frac{b}{8}$	$\frac{4b-c}{2}$	$\frac{3b-4c}{4}$	$\mathbf{0}$	0	$-\frac{3c}{2}$	$-\frac{3c}{2}$	$\frac{b+2c}{4}$	$\frac{b+c}{9}$	$\frac{4b-c}{2}$	$\frac{b-c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$
S_5	$\frac{-2b+3c}{2}$	$\frac{-2b+3c}{2}$	$\frac{6b-3c}{8}$	$\frac{6b-3c}{8}$	0	$\mathbf{0}$	$-\frac{3c}{2}$	$-\frac{3c}{2}$	$\frac{-2b+3c}{2}$	$\frac{-2b+3c}{2}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{c}{2}$
S_6	$\frac{4b+2c}{9}$	$\frac{-2b+5c}{2}$	$4b-2c$	$\frac{2b-c}{16}$	$\frac{3c}{2}$	$\frac{3c}{2}$	$\mathbf{0}$	0	$\frac{b+c}{2}$	$\frac{2b+3c}{32}$	$3b-c$	$\frac{2b-2c}{9}$	$-\frac{c}{8}$	$-\frac{c}{8}$	$-\frac{c}{8}$	$-\frac{c}{8}$
S_7	$\frac{-2b+3c}{2}$	$\frac{-2b+3c}{2}$	$\frac{10b-7c}{8}$	$\frac{10b-7c}{8}$	$\frac{3c}{2}$	$\frac{3c}{2}$	0	$\mathbf{0}$	$\frac{-2b+3c}{2}$	$\frac{-2b+3c}{2}$	$\frac{6b-c}{8}$	$\frac{6b-c}{8}$	$-\frac{c}{8}$	$-\frac{c}{8}$	$-\frac{c}{8}$	$-\frac{c}{8}$
S_8	$2b-c$	$b-c$	$\frac{6b-3c}{2}$	$\frac{5b-5c}{4}$	$\frac{3b-4c}{4}$	$-c$	$\frac{4b-5c}{4}$	$-c$	$\mathbf{0}$	0	0	0	0	0	0	0
S_9	$\frac{3b}{4}$	$\frac{10b-5c}{18}$	$\frac{4b}{9}$	$\frac{6b-3c}{16}$	$\frac{8b-7c}{18}$	$-c$	$\frac{10b-9c}{32}$	$-c$	0	$\mathbf{0}$	0	0	0	0	0	0
S_{10}	$3b-2c$	$-\frac{c}{4}$	$\frac{8b-5c}{2}$	$-\frac{c}{4}$	$3b-2c$	$-\frac{c}{4}$	$\frac{8b-5c}{2}$	$-\frac{c}{4}$	0	0	$\mathbf{0}$	0	0	0	0	0
S_{11}	$\frac{4b-c}{4}$	$-\frac{c}{4}$	$\frac{10b-3c}{18}$	$-\frac{c}{4}$	$\frac{4b-c}{4}$	$-\frac{c}{4}$	$\frac{10b-3c}{18}$	$-\frac{c}{4}$	0	0	0	$\mathbf{0}$	0	0	0	0
S_{12}	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{8}$	$\frac{c}{8}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{8}$	$\frac{c}{8}$	0	0	0	0	$\mathbf{0}$	0	0	0
S_{13}	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{8}$	$\frac{c}{8}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{8}$	$\frac{c}{8}$	0	0	0	0	0	$\mathbf{0}$	0	0
S_{14}	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{8}$	$\frac{c}{8}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{8}$	$\frac{c}{8}$	0	0	0	0	0	0	$\mathbf{0}$	0
S_{15}	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{8}$	$\frac{c}{8}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{c}{8}$	$\frac{c}{8}$	0	0	0	0	0	0	0	$\mathbf{0}$

Abbildung 4.47: Alternierendes Snowdrift-Game: Fehler bei der Defektion, linearer Anteil in λ

B Mathematica-Programm zur Herleitung der Auszahlungsmatrizen

Der folgende Programmcode liefert die Auszahlungsmatrizen für das simultane Donation Game bei Fehlern in der Implementierung . Die Programme für die anderen Fehlerarten, Spiele und Spielweisen funktionieren analog.

```
For[i= 0, i < 16, S[i + 1] = {IntegerDigits[i, 2, 4]}; i++]
(* Matrix; Stellt die Zahlen von 0 bis 15 als 4 - stellige binäre
Zahlen dar *)

err[Se_, ep_]:= {ep * {1 - 2 * Se[[1, 1]], 1 - 2 * Se[[1, 2]], 1
- 2 * Se[[1, 3]], 1 - 2 * Se[[1, 4]]}}
(* Funktion; erstellt den Fehlervektor in Abhängigkeit von epsilon
*)

korr[Se_, ep_] := Se + err[Se, ep]
(* Funktion; weist dem 1x4 - Vektor ''Se'' den Vektor mit Fehlern ''Se
+ err'' zu *)

For[i = 0, i < 16, Sep[i, ep_] = korr[S[i], ep], i++]
(* erstellen der 16 Vektoren mit Fehlern *)

fix[v_, w_]:= Block[{p1, p2, p3, p4, q1, q2, q3, q4, Q0, Q1, Q2,
Y := {{y1, y2, y3, y4}}, K := {{k1, k2, k3, k4}}, X := {{x1, x2,
x3, x4}}, L, sol1, sol2, sol3, sol4, sol},
p1 = v[[1, 1]]; p2 = v[[1, 2]]; p3 = v[[1, 3]]; p4 = v[[1, 4]];
(* zuweisen : p_i sind Komponenten des ersten Vektors *)
q1 = w[[1, 1]]; q2 = w[[1, 2]]; q3 = w[[1, 3]]; q4 = w[[1, 4]];
(* Zuweisen : q_i sind die Komponenten des zweiten Vektors *)
M := {{p1*q1, p1*(1 - q1), (1 - p1)*q1, (1 - p1)*(1 - q1)},
{p2*q3, p2*(1 - q3), (1 - p2)*q3, (1 - p2)*(1 - q3)},
{p3*q2, p3*(1 - q2), (1 - p3)*q2, (1 - p3)*(1 - q2)},
{p4*q4, p4*(1 - q4), (1 - p4)*q4, (1 - p4)*(1 - q4)}};
(* erzeugt die Übergangsmatrix M, die angibt, mit welchen Wahrscheinlichkeiten
{R, S, T, P} in der nächsten Runde auftreten *)
SQ[ep_] = Normal[Series[M, {ep, 0, 1}]]; (*erzeugt anschließend die
Taylorreihe dieser Matrix bis zum Glied 1 *)
Q0 = SQ[0]; Q1 = SQ[1] - Q0; Q2 = M /. ep -> 1; Q2 = Q2 - Q1 - Q0;
(* Generiert die benötigten Matrizen Q0, Q1 und Q2 *)
L = Solve[{K.Q0 == K, k1 + k2 + k3 + k4 == 1, X.Q0 + K.Q1 == X, x1
+ x2 + x3 + x4 == 0, Y.Q0 + X.Q1 + K.Q2 == Y}, {k1, k2, k3, k4, x1,
x2, x3, x4, y1, y2, y3, y4}]; (*Lösen der Gleichungen lt. Skript
```

```
*)
sol1 = k1 /. L[[1, 1]]; sol2 = k2 /. L[[1, 2]];
sol3 = k3 /. L[[1, 3]]; sol4 = k4 /. L[[1, 4]];
sol5 = x1 /. L[[1, 5]]; sol6 = x2 /. L[[1, 6]];
sol7 = x3 /. L[[1, 7]]; sol8 = x4 /. L[[1, 8]];
(* Konvertieren der Lösungen in Vektorform *)
sol = {{sol1, sol2, sol3, sol4}} + eps*{{sol5, sol6, sol7, sol8}}]

Spalte[j_] := Block[{Mat, i}, (* berechnet die j-te Spalte der gewünschten
Matrix *)
For[i = 0, i < 16, Mat[i] = fix[Sep[i, ep], Sep[j, ep]].Transpose[{{b
- c, -c, b, 0}}], i++];
(* Berechnet die Lösungen in der j-ten Spalte und multipliziert sie
mit dem dazugehörigen Auszahlungsvektor *)
For[i = 0, i < 16, Mat[i] = Mat[i][[1, 1]], i++];
(* Eliminieren der überschüssigen {} - Klammern *)
Table[Mat[i], i, 1, 16]] (* Zusammenfassen der 16 Auszahlungen zu
einem Vektor *)

Ausz = Transpose[Table[Spalte[j], {j, 1, 16}]];
Ausz = FullSimplify[Ausz];
Ausz // MatrixForm
```

C Matlab-Programm zur Erstellung von b–ε-Diagrammen

Die folgenden Matlab-Programme erzeugen die Landkarte für Fehler in der Implementierung aus Kapitel 3.

```
function [L,x]=Landkarte(n,AnfVert)
% L=Landkarte(n,AnfVert)
% n=1 Fehler Imp, n=2 FehlAuff
% AnfVert 1: Gleichverteilung 2: willkürliche Verteilung 3: Dominanz
von zwei zufälligen Strategien

c=1; L=[];K=[];[A,Name]=Fehlerart(n,0,0,0); % Initialisierung
epsmax=40; bmax=40; %Anzahl der Schritte in eps- und b-Richtung

switch AnfVert % Initialisierung der Anfangsverteilung in der Bevölkerung
case {1} x=ones(1,16)./16
case {2} x=zeros(1,16); x(1)=.001; x(6)=0.24; x(11)=0.699; x(12)=0.03;
x(3)=0.03
case {3} x=rand(1,16); ind=ceil(rand(1)*16); x(ind)=x(ind)*100;
ind=ceil(rand(1)*16); x(ind)=x(ind)*100; x=x/sum(x)
```

```
otherwise x='Error'
end

for j=1:epsmax
K=[]; eps=j/(epsmax*10) % epsilon geht von 0 bis 0.1
for k=1:bmax
b=c+c*k*2/bmax % b geht von 1 bis 3
[t,y,I]=replikator1(0,40000,n,b,c,eps,x); % Aufruf Programm Replikator,
das den Sieger für diese b-eps-Kombination bestimmt
K=[K round(I-1)]; % Hinzufügen des Siegers zur Siegerliste
set(plot(b/c,eps,farbe(I-1)),'MarkerSize',10) % kennzeichnet den
entsprechenden Punkt im b-eps-Diagramm mit der passenden Farbe
hold on
end
L=[L; K];
end

xlabel('b'); ylabel('epsilon'); title(Name);hold off % Graphikoptionen

function FA=farbe(I) % Ordnet der Siegernummer eine entsprechnede
Farbe zu
switch I
case {-1} FA='k.';
case {8} FA='r.'; % Grim
case {9} FA='b.'; % Pavlov
case {0} FA='c.'; % All D
otherwise FA='y.';
end
```

Das folgende Programm berechnet die numerische Lösung der Replikatorgleichung für einen Punkt im b-ε-Diagramm:

```
function [t,y,I]=replikator1(tmin,tmax,n,b,c,eps,x)
% [t,y,I]=replikator1(tmin,tmax,n,b,c,eps,x)
% I Siegernr., t Zeitpunkte zwischen tmin und tmax
% y Häufigkeiten der Strategien zu diesen Zeitpunkten
% n Spielart 1: Simultanes Donation Game, Fehler Implementierung
% x Vektor mit der Anfangsverteilung in Bevölkerung

global A
A=Fehlerart(n,b,c,eps); % Im Programm Fehlerart ist die jeweilige
Auszahlungsmatrix für die verschiedenen Spiel- und Fehlerarten gespeichert
[t,y]=ode45(@func,[tmin,tmax],x);
```

```
d=size(y); d=d(1); [C,I]=max(y(d,:)); % Bestimmung des ''Siegers''
for k=0:20
D(k+1)=y(round(d*(1-0.01*k)),I); % Werte des Siegers im letzten Fünftel
des Spiels
end
if min(D)<.99 I=0;
% Wenn Sieger irgendwann unter 99% Anteil -> Error I=0
end
end

function yp=func(t,y)
global A
yp=y.*(A*y-y'*A*y); % Replikatorgleichung
end
```

Lebenslauf

Persönliche Daten

Name	Christian Hilbe
Geburtsdatum	18.12.1981 in Dornbirn, Vorarlberg
Eltern	Andreas Hilbe, Zimmermann und Renate Hilbe, kfm. Angestellte
Geschwister	Thomas und Verena Hilbe

Stationen

1988-1992	Volkschule Mittelfeld, Dornbirn
1992-1996	Bundesrealgymnasium Dornbirn-Schoren
1996-2001	Bundeshandelsakademie Bregenz
2001-2003	Kfm. Angestellter bei Bröll Gasser Treuhand, Dornbirn
2003-2004	Zivildienst bei Caritas Vorarlberg, Feldkirch
Seit 2004	Studium der Mathematik an der Universität Wien
WS 2006	Auslandssemster in Lulea, Schweden

Abbildungsverzeichnis

2.1 Simultanes Donation-Game: Spiel ohne Fehler 30
2.2 Fehler in der Implementierung, konstanter Anteil 37
2.3 Fehler in der Implementierung, linearer Anteil in ε 38
2.4 Alternierendes Donation-Game: Fehler in der Implementierung, konstanter Anteil 45
2.5 Alternierendes Donation-Game: Fehler in der Implementierung, linearer Anteil in ε 46

3.1 Landkarte für das simultane Donation-Game 54
3.2 Lösung der Replikatorgleichung für $b = 1.8$ und $\varepsilon = 0.02$ für 600 bzw. 90.000 Zeiteinheiten 55
3.3 Lösung der Replikatorgleichung für $b = 1.4$ und $\varepsilon = 0.0185$ bzw. $\varepsilon \approx 0.0181$ 56
3.4 Lösung der Replikatorgleichung für $b = 1.4$ und $\varepsilon = 0.015$ bzw. $\varepsilon = 0.0125$ 56
3.5 Lösung der Replikatorgleichung für $b = 1.4$ und $\varepsilon = 0.014$ unter Berücksichtigung von S_5 57
3.6 Lösung der Replikatorgleichung für $b = 1.4$ und $\varepsilon = 0.014$ mit folgender Anfangspopulation: S_2: 1%, S_5: 28%, S_{10}: 70% und S_{11}: 1%. 57
3.7 Einheitssimplex für die Strategien S_2, S_5, S_{10} und S_{11} 59
3.8 Lösung der Replikatorgleichung für $b = 2.95$ und $\varepsilon = 0.099$ . . 60
3.9 Landkarte für eine Anfangsbevölkerung mit einem Anteil von Grim von 99.999 % 61
3.10 Landkarte mit Grenzfunktion von All D 62
3.11 Landkarte mit Grenzfunktion von Grim 62
3.12 Landkarte mit Grenzfunktion von S_1 62
3.13 Landkarte bei ungefährer Gleichverteilung bzw. bei anfänglicher Dominanz von S_2 63
3.14 Landkarte bei anfänglicher Dominanz von S_{14} bzw. bei anfänglicher Dominanz von S_9 63

4.1 Alternierendes Donation-Game: Spiel ohne Fehler 66
4.2 Simultanes Snowdrift-Game: Spiel ohne Fehler 67

4.3 Alternierendes Snowdrift-Game: Spiel ohne Fehler 68
4.4 Simultanes Snowdrift-Game: Fehler in der Implementierung, konstanter Anteil 69
4.5 Simultanes Snowdrift-Game: Fehler in der Implementierung, linearer Anteil in ε 70
4.6 Alternierendes Snowdrift-Game: Fehler in der Implementierung, konstanter Anteil 71
4.7 Alternierendes Snowdrift-Game: Fehler in der Implementierung, linearer Anteil in ε 72
4.8 Simultanes Donation-Game: Fehler in der Auffassung des Gegners, konstanter Anteil 73
4.9 Simultanes Donation-Game: Fehler in der Auffassung des Gegners, linearer Anteil in ν 74
4.10 Simultanes Donation-Game: Fehler in der Auffassung des eigenen Zuges, konstanter Anteil 75
4.11 Simultanes Donation-Game: Fehler in der Auffassung des eigenen Zuges, linearer Anteil in μ 76
4.12 Simultanes Donation-Game: Gleicher Fehler in der Auffassung des eigenen und des gegnerischen Zuges, konstanter Anteil . . 77
4.13 Simultanes Donation-Game: Gleicher Fehler in der Auffassung des eigenen und des gegnerischen Zuges, linearer Anteil in $\mu = \nu$ 78
4.14 Alternierendes Donation-Game: Fehler in der Auffassung des Gegners, konstanter Anteil 79
4.15 Alternierendes Donation-Game: Fehler in der Auffassung des Gegners, linearer Anteil in ν 80
4.16 Alternierendes Donation-Game: Fehler in der Auffassung des eigenen Zuges, konstanter Anteil 81
4.17 Alternierendes Donation-Game: Fehler in der Auffassung des eigenen Zuges, linearer Anteil in μ 82
4.18 Alternierendes Donation-Game: Gleicher Fehler in der Auffassung des eigenen und des gegnerischen Zuges, konstanter Anteil 83
4.19 Alternierendes Donation-Game: Gleicher Fehler in der Auffassung des eigenen und des gegnerischen Zuges, linearer Anteil in $\mu = \nu$ 84
4.20 Simultanes Snowdrift-Game: Fehler in der Auffassung des Gegners, konstanter Anteil 85
4.21 Simultanes Snowdrift-Game: Fehler in der Auffassung des Gegners, linearer Anteil in ν 86
4.22 Simultanes Snowdrift-Game: Fehler in der Auffassung des eigenen Zuges, konstanter Anteil 87
4.23 Simultanes Snowdrift-Game: Fehler in der Auffassung des eigenen Zuges, linearer Anteil in μ 88

4.24 Simultanes Snowdrift-Game: Gleicher Fehler in der Auffassung des eigenen und des gegnerischen Zuges, konstanter Anteil 89
4.25 Simultanes Snowdrift-Game: Gleicher Fehler in der Auffassung des eigenen und des gegnerischen Zuges, linearer Anteil in $\mu = \nu$ 90
4.26 Alternierendes Snowdrift-Game: Fehler in der Auffassung des Gegners, konstanter Anteil 91
4.27 Alternierendes Snowdrift-Game: Fehler in der Auffassung des Gegners, linearer Anteil in ν 92
4.28 Alternierendes Snowdrift-Game: Fehler in der Auffassung des eigenen Zuges, konstanter Anteil 93
4.29 Alternierendes Snowdrift-Game: Fehler in der Auffassung des eigenen Zuges, linearer Anteil in μ 94
4.30 Alternierendes Snowdrift-Game: Gleicher Fehler in der Auffassung des eigenen und des gegnerischen Zuges, konstanter Anteil 95
4.31 Alternierendes Snowdrift-Game: Gleicher Fehler in der Auffassung des eigenen und des gegnerischen Zuges, linearer Anteil in $\mu = \nu$ 96
4.32 Simultanes Donation-Game: Fehler bei der Kooperation, konstanter Anteil 97
4.33 Simultanes Donation-Game: Fehler bei der Kooperation, linearer Anteil in κ 98
4.34 Simultanes Donation-Game: Fehler bei der Defektion, konstanter Anteil 99
4.35 Simultanes Donation-Game: Fehler bei der Defektion, linearer Anteil in λ 100
4.36 Alternierendes Donation-Game: Fehler bei der Kooperation, konstanter Anteil 101
4.37 Alternierendes Donation-Game: Fehler bei der Kooperation, linearer Anteil in κ 102
4.38 Alternierendes Donation-Game: Fehler bei der Defektion, konstanter Anteil 103
4.39 Alternierendes Donation-Game: Fehler bei der Defektion, linearer Anteil in λ 104
4.40 Simultanes Snowdrift-Game: Fehler bei der Kooperation, konstanter Anteil 105
4.41 Simultanes Snowdrift-Game: Fehler bei der Kooperation, linearer Anteil in κ 106
4.42 Simultanes Snowdrift-Game: Fehler bei der Defektion, konstanter Anteil 107
4.43 Simultanes Snowdrift-Game: Fehler bei der Defektion, linearer Anteil in λ 108

4.44 Alternierendes Snowdrift-Game: Fehler bei der Kooperation, konstanter Anteil 109
4.45 Alternierendes Snowdrift-Game: Fehler bei der Kooperation, linearer Anteil in κ 110
4.46 Alternierendes Snowdrift-Game: Fehler bei der Defektion, konstanter Anteil 111
4.47 Alternierendes Snowdrift-Game: Fehler bei der Defektion, linearer Anteil in λ 112

Literaturverzeichnis

[1] Martin J. Osborne, An introduction to game theory, Oxford University Press (2004)

[2] Holler/Illing, Einführung in die Spieltheorie, Springer Verlag, sechste Auflage (2005)

[3] Hofbauer/Sigmund, Evolutionary Games and Population Dynamics, Cambridge University Press (1998)

[4] Smith M., Evolution and the theory of games, Cambridge University Press (1982)

[5] Dugatkin L. A., Cooperation among animals: An evolutionary perspective, Oxford University Press (1997)

[6] Axelrod R., The evolution of cooperation, Basic books, New York (1984)

[7] Döbeli/Hauert, Models of cooperation based on the Prisoner's Dilemma and the Snowdrift game, Ecology Letters (2005) 8: 748-766

[8] Nowak/Sigmund, Tit for tat in heterogeneous populations, Nature (1992) 355: 250-253

[9] Nowak/Sigmund, A strategy of win-stay, lose-shift that outperforms tit-for-tat in the prisoner's dilemma game, Nature (1993) 364: 56-58

[10] Nowak/Sigmund, The alternating prisoner's dilemma, Journal of theoretical biology (1994) 168: 219-226

[11] Nowak/Sigmund, Evolutionary dynamics of biological games, Science (2004) 303: 793-799

[12] Wedekind/Millinski, Human cooperation in the simultaneous and the alternating Prisoner's Dilemma, Proceedings of the national academy of science of the United States of America (1996) 93: 2686-2689

[13] Taylor/Jonker, Evolutionary stable strategies and game dynamics, Mathematical Biosciences (1978), 40: 145-156

[14] Posch/Pichler/Sigmund, The efficiency of adapting aspiration levels, Proceedings of the royal society: Biological sciences (1999), 266: 1427-1435

[15] Posch, Win-Stay, Lose-Shift Strategies for Repeated Games-Memory Length, Aspiration Levels and Noise, Journal of Theoretical Biology (1999), 198: 183-195

[16] Kraines/Kraines, Natural selection of memory-one strategies for the iterated prisoner's dilemma, Journal of theoretical biology (2000), 203: 335-355

[17] Huberman/Glance, Evolutionary games and computer simulations, Proceedings of the national academy of science of the United States of America (1993), 90: 7712-7715

[18] Hauert/Schuster, Effects of Increasing the Number of Players and Memory Size in the Iterated Prisoner's Dilemma: A Numerical Approach, Proceedings of the royal society: Biological sciences (1997), 264: 513-519

[19] Hauert/Stenull, Simple adaptive strategy wins prisoner's dilemma, Journal of theoretical biology (2002), 218: 261-272

[20] Frean, The Prisoner's Dilemma without Synchrony, Proceedings of the royal society: Biological sciences (1994), 257: 75-79

[21] Fehr/Fischbacher, The nature of human altruism, Nature (2003), 425: 785-791.

[22] Döbeli/Hauert/Killingback, The evolutionary origin of cooperators and defectors, Science (2004), 306: 859-862

[23] Kollock P., Social Dilemmas: The anatomy of cooperation, Annual Review of Sociology (1998), 24: 183-214

[24] Connor, Altruism among non-relatives: Alternatives to the Prisoner's Dilemma, Trends in Ecology & Evolution (1995), 10: 84-86

[25] Lima S. L., An approach to evolutionarily stable cooperation, The American Naturalist (1989), 134: 828-834

[26] Boyd/Lorberbaum, No pure strategy is evolutionary stable in the iterated prisoner's dilemma, Nature (1987), 327: 58-59

[27] Axelrod/Hamilton, The evolution of cooperation, Science (1981), 211: 1390-1396

[28] Axelrod/Dion, The further evolution of cooperation, Science (1988), 242: 1385-1390

[29] Damme E. van, Stability and perfection of nash equilibria, Springer Verlag (1987)