DIPLOMARBEIT

Titel der Diplomarbeit

Offenes Lernen anhand des Stationenbetriebes:

Sammlung und Entwicklung von Unterrichtsmaterialien für die 6. Klasse in den Gebieten:

Wurzeln, Potenzen, Logarithmen

Reelle Funktionen

Analytische Geometrie im Raum

angestrebter akademischer Grad

Magistra der Naturwissenschaften (Mag.rer.nat.)

Verfasserin:	Michaela Schaumberger
Matrikel-Nummer:	0406220
Studienrichtung (lt. Studienblatt):	A 190 406 884 (UF Mathematik, UF Informatik)
Betreuer:	MMag. Dr. Andreas Ulovec

Wien, im Juni 2009

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich recht herzlich bei meinem Betreuer Herrn MMag. Dr. Andreas Ulovec für die großartige Betreuung bedanken. Die zahlreichen gemeinsamen Gespräche sowie seine Offenheit meinen Ideen gegenüber ermöglichten es mir, meine Arbeit auf diese Art und Weise zu gestalten.

Mein besonderer Dank gilt meiner Familie, die mir dieses Studium nicht nur ermöglichte, sondern mir stets zur Seite stand und mich motivierte.

Abschließend möchte ich mich bei meinen StudienkollegInnen und Freunden für die wunderschöne Zeit und die gegenseitige Unterstützung bedanken.

Sage es mir – Ich werde es vergessen

Erkläre es mir – Ich werde mich erinnern

Lass es mich selber tun – Ich werde verstehen

Konfuzius

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung

Während meines Studiums wurde mir sehr bald klar, dass meine Diplomarbeit etwas Praktisches sein sollte, etwas, dass ich in meiner späteren Laufbahn auch verwenden könnte.

Im Pädagogischen Praktikum von Frau Prof. Sattlberger kam ich zum ersten Mal in Kontakt mit dem Stationenbetrieb und interessierte mich sofort dafür.
Ich konnte mich mit dem selbstständigen Arbeiten der SchülerInnen sehr gut identifizieren und wusste, dass ich mich früher oder später wieder mit der Thematik beschäftigen wollte. Vor allem fand ich es motivierend, dass man gewisse Forderungen des Lehrplans auf diese Art und Weise besser erfüllen kann, als durch herkömmlichen Unterricht.

So entschied ich mich, meine Diplomarbeit zum Stationenbetrieb zu gestalten. Für die 6. Klasse entschied ich mich, da Materialien zum offenen Lernen hauptsächlich für die Volkschule und die Unterstufe verfügbar waren.

Bevor ich mich aber dem Stationenbetrieb widme, möchte ich zuerst auf offenes Lernen im Allgemeinen eingehen. Danach werden Formen des offenen Lernens erläutert.

Zuletzt werden exemplarische Stationenbetriebe in den Themengebieten Potenzen - Wurzeln – Logarithmen, reelle Funktionen und analytische Geometrie im Raum erstellt.

2. Offenes Lernen – Eine Einführung

„Offenes Lernen“ scheint in den letzen Jahren zu einem Modewort geworden zu sein. Dieser Begriff ist allerdings keine Modeerscheinung, gab es doch auch schon bei Reformpädagogen wie Maria Montessori (1870 – 1952) und Célestin Freinet (1896 – 1966) Tendenzen zum offenen Lernen.

„Der Lehrer muss passiv werden, damit das Kind aktiv werden kann.“[1] (Maria Montessori)

„ Um sich zu bilden, genügt es nicht, daß das Kind jeden Stoff in sich hineinfrißt, den man ihm mehr oder weniger spannend serviert: es muß selbst handeln, selbst schöpferisch sein.“[2] (Célestin Freinet)

„Man muss sich der Idee erlebend gegenüberstellen können; sonst gerät man unter ihre Knechtschaft.“[3] (Rudolf Steiner)

2.1. Formen und Charakteristika von offenem Lernen

Was nun aber offenes Lernen genau bedeutet, kann man nicht festlegen, da es keine einheitliche Definition gibt.

Im Folgenden aber ein paar Beispiele, wie offener Unterricht definiert werden kann:

„Offener Unterricht ist dadurch gekennzeichnet, daß der Lehrer oder die Lehrerin den Kindern Gelegenheit gibt, selbstverantwortliches und selbstständiges Lernen und Handeln

[1] http://www.rims-web.de/02_konzept/02_07_konzept_lehrerrolle.html

[2] http://www.schuldrucker.de/zitate.html

[3] http://de.wikiquote.org/wiki/Rudolf_Steiner

zu üben. (…) Mit dem Terminus „offener Unterricht“ wird vielmehr ein Unterricht bezeichnet, dessen Unterrichtsinhalt, -durchführung und –verlauf nicht primär vom Lehrer, sondern von den Interessen, Wünschen und Fähigkeiten der Schüler/innen bestimmt wird.“[4]

„Offener Unterricht gestattet es dem Schüler, sich unter der Freigabe von Raum, Zeit und Sozialform Wissen und Können innerhalb eines „offenen Lehrplanes“ an selbst gewählten Inhalten auf methodisch individuellem Weg anzueignen.
Offener Unterricht zielt im sozialen Bereich auf eine möglichst hohe Mitbestimmung bzw. Mitverantwortung des Schülers bezüglich der Infrastruktur der Klasse, der Regelfindung innerhalb der Klassengemeinschaft sowie der gemeinsamen Gestaltung der Schulzeit ab.“[5]

„Den Offenen Unterricht gibt es nicht! Man kann `Offenen Unterricht` als einen Ober- bzw. Sammelbegriff oder, wie ich es tun möchte, als eine `Bewegung` bezeichnen, so wie man auch von der `Reformpädagogik` als einer (internationalen) Bewegung spricht. Mit der Charakterisierung Offenen Unterrichts als eine Bewegung soll sprachlich zum Ausdruck gebracht werden, daß es sich um eine Vielfalt von unterschiedlichen, zusammenströmenden Denk-, Motiv- und Handlungsformen handelt, denen der mehr oder weniger radikale Bruch mit der traditionellen Erziehungs- und Unterrichtspraxis des Schulwesens gemeinsam ist.“[6]

Jürgens beschreibt daher auch, dass man gewisse Charakteristika Offenen Unterrichts festlegen, aber keine allgemeine Definition finden kann. Er merkt aber auch an, dass „offen“ sehr viel bedeuten kann.[7]

So möchte ich mich zunächst dem Begriff „offen“ widmen, bevor die Merkmale Offenen Lernens genauer betrachtet werden.

---

[4] Neuhaus-Siemon 1996 zitiert in: Peschel, Falko: (Offener Unterricht I), S. 78

[5] Peschel, Falko: (Offener Unterricht I), S.78

[6] Jürgens, Eiko: (Bewegung Offener Unterricht), S. 24

[7] Vgl. Jürgens, Eiko: (Bewegung Offener Unterricht), S. 16 - 21

Im Vordergrund steht nicht die Veränderung des Schulstoffes oder der Lernziele. Vielmehr geht es darum, den Schulalltag zu verändern:[8]
„Öffnung meint zunächst also ein „Offenwerden“ gegenüber den Interessen der Kinder.“[9]
Die Schule soll sich daher auch mit der Lebenswelt der Kinder befassen. Im Vordergrund stehen also praktisches Handeln und konkrete Aktionen.

Peschel beschreibt, dass es unterschiedliche Formen von Offenheit gibt, weil der Begriff „offener Unterricht“ verschiedenen Strömungen entstammt.[10]

So gibt es die **„organisatorische Öffnung“**, die man in Öffnung von Raum, Zeit und Sozialform unterteilen kann.

<u>Öffnung des Raumes:</u>

Unter der Öffnung des Raumes versteht man, dass Schülerinnen und Schüler den Klassenraum als den ihren ansehen sollen. Sie sollen außerdem die Möglichkeit haben, diesen mitzugestalten, sofern die möglich ist. Da im offenen Unterricht nicht die Notwendigkeit besteht, dass alle zur Tafel sehen können, kann man die Arbeitsplätze beliebig im Klassenraum verteilen. Sinnvoll ist es dabei, Tische für Gruppen- und Einzelarbeiten aufzubauen. Falls es möglich ist, auch leere Klassen, Gänge und Keller mit einzubeziehen, wäre dies für manche Arbeiten von Vorteil, zum Beispiel, wenn man durch Musizieren oder Üben von Theaterstücken andere Schülerinnen und Schüler in ihrer Arbeit stören würde.[11]

<u>Öffnung der Zeit und der Sozialformen:</u>

Jeder Mensch hat seinen eigenen Rhythmus beim Arbeiten und Lernen. Dies soll beim offenen Lernen berücksichtigt werden. Schülerinnen und Schüler sollen sich also die Zeit nehmen, die sie brauchen, um ein Projekt zu bearbeiten. Auch Pausen dürfen sie selbst wählen, genauso, ob sie lieber alleine oder in der Gruppe arbeiten wollen.

---

[8] Vgl. Allabauer, Kurt: (Dissertation), S. 36

[9] Allabauer, Kurt: (Dissertation), S. 36

[10] Vgl. Peschel, Falko: (Offener Unterricht I), S. 67

[11] Vgl. Peschel, Falko: (Offener Unterricht II), S. 39 - 40

Peschel merkt aber selbst an, dass dies nur möglich ist, wenn es keinen „Fachlehrer-Unterricht" gibt.[12]

Weiters gibt es die **„methodische Öffnung"**. Darunter versteht man, dass Schülerinnen und Schüler ihren Lernweg selbst bestimmen dürfen. Denn um etwas zu verstehen, müssen die Lernenden selbst Wege oder auch Umwege zur Lösung finden. Dabei kann man als Lehrer oder Lehrerin auch Inhalte und Problemstellungen vorgeben, der Lösungsweg sollte aber von den Kindern und Jugendlichen selbst erarbeitet werden, sonst läuft man Gefahr, etwas vorzugeben, das letztendlich nur auswendig gelernt wird.[13]
Als nächstes wollen wir die **„inhaltliche Öffnung"** betrachten, welche beinhaltet, dass Schülerinnen und Schüler ihren Stoff selbst aussuchen dürfen. Der Leitgendanke dahinter ist der, dass Kinder von Haus aus neugierig sind und Dinge erfahren möchten. Bloßes Interesse reicht als Motivation etwas zu lernen.[14]

Mit der **„sozialen Öffnung"** sind wir nun am Ende angelangt. Im Unterricht gibt es neben den Inhalten immer auch eine Gemeinschaft, die miteinander auskommen soll. Unter der sozialen Öffnung versteht man, dass diese Gemeinschaft demokratisch geführt wird und jeder Teilnehmer ein gleichberechtigtes Mitglied ist. So kann man zum Beispiel mit den Schülerinnen und Schülern gemeinsam Regeln erarbeiten, die in der Klasse gelten sollen. Nicht nur der Lehrer/die Lehrerin trifft also Entscheidungen bezüglich der Klassenführung oder des gesamten Unterrichts, die Kinder und Jugendlichen dürfen mitbestimmen. Diese Öffnung ist besonders schwierig, da der Lehrende oft eine direkte oder indirekte Leitung in der Klasse übrig hat.[15]
Die **„persönliche Öffnung"** fällt in diesen Bereich, da man darunter die Beziehungen zwischen Lehrer und Schüler bzw. Schüler und Schüler versteht.[16]

Diese Formen der Öffnung hat Peschel kategorisiert, um festzustellen, wie offen Unterricht ist. So bedeutet Stufe 0, die organisatorische Öffnung, dass es sich um „geöffneten"

[12] Vgl. Peschel, Falko: (Offener Unterricht II), S. 41 - 43

[13] Vgl. Peschel, Falko: (Offener Unterricht I), S. 88

[14] Vgl. Peschel, Falko: (Offener Unterricht I), S. 88 - 89

[15] Vgl. Peschel, Falko: (Offener Unterricht I), S. 89

[16] Vgl. http://www.uni-koeln.de/hf/konstrukt/didaktik/unterricht/frameset_vorlage.html

nicht aber um „offenen Unterricht“ handelt. Die methodische Öffnung stellt für ihn die Grundbedingung für jeden offenen Unterricht dar. Nimmt man die inhaltliche Öffnung dazu, so handelt es sich um weitgehende Umsetzung offenen Unterrichts und die soziale Öffnung stellt die letzte Stufe dar.[17]

So unterscheidet Peschel offene Unterrichtsformen und offenen Unterricht. Während er gängige Unterrichtskonzepte wie Freie Arbeit, Wochenplanunterricht, projektorientiertes Lernen, Werkstattunterricht und Stationenbetrieb, die oftmals zum offenen Lernen gezählt werden, als offene Unterrichtsformen bezeichnet, schließt er diese gleichzeitig vom Begriff des offenen Unterrichts aus. Diese Arbeitsformen befolgen nach Peschel lediglich die „organisatorische Öffnung“, während offener Unterricht für ihn durchgängig offen sein muss.[18]

Gleichzeitig tauchen hier aber sehr schnell Probleme auf. So gibt Peschel selbst an, dass Öffnung der Zeit vor allem dann nicht möglich ist, wenn der Unterricht als Fachlehrer-Unterricht aufgebaut ist. Dies ist aber an den meisten österreichischen Schulen der Fall.[19]

Weiters steht wohl auch das System des Lehrplans und die geplanten Bildungsstandards einer gänzlichen Öffnung im Weg, da eine gewisse Stoffmenge vom Maturanten am Ende seiner Schullaufbahn gekonnt werden muss. Lässt man Schülerinnen und Schüler jedoch immer die freie Wahl, was sie lernen wollen, so kann es passieren, dass man wesentliche Inhalte nicht erfasst.

Zumeist sind wohl lehrerzentrierte Stunden üblich, weshalb auch die räumliche Offenheit nur begrenzt möglich ist. So kann man zwar für ein, zwei Stunden die Tische umstellen, diese müssen jedoch sehr bald wieder in ein klassisches System zurückgerückt werden. Aber allein diese Verändern des Klassenraumes bringt Probleme mit sich, ist es doch oft gar nicht möglich, die Struktur wirklich zu verändern, da die Klassen schlichtweg zu klein sind.

[17] Vgl. Peschel, Falko: (Offener Unterricht I), S. 90

[18] Vgl. Peschel, Falko: (Offener Unterricht I), S. 8 - 9

[19] Vgl. Peschel, Falko: (Offener Unterricht II), S. 41 - 43

Im Gegensatz zu Peschel schreibt Jürgens, dass man „offen“ und „geschlossen“ nicht unbedingt als Gegensatz annehmen sollte und dass man bei Planung und Argumentation unterscheiden muss, ob man offenen Unterricht als Totalkonzept oder als ergänzendes Konzept betrachtet.[20]

Auch Salamon schreibt, dass man Frontalunterricht vom offenen Unterricht nicht gänzlich ausschließen, sondern ergänzend anwenden sollte.[21]

Weiters hat eine Studie zu COOL (Cooperatives Offenes Lernen), wo man traditionellen Unterricht und offene Lernphasen hat, ergeben, dass ein Teil der Schülerinnen und Schüler sich wünschen würde, den Stoff zuerst von der Lehrperson erklärt zu bekommen und danach den offenen Teil zur Einübung und Festigung zu nutzen. Zusätzlich wird beschrieben, dass es eine Stärke von COOL ist, dass die Methodenvielfalt erhöht wird, da konventioneller Unterricht nicht ersetzt sondern ergänzt wird. Eine Studie zum Einsatz von COOL in Mathematik – hier wurden die Lernenden bei der Erarbeitung des Stoffes von Lehrkräften unterstützt – hat gezeigt, dass sich dieses Konzept sehr positiv auf den Lernertrag auswirkt.[22]

Alle diese Argumente bewegen mich dazu, offenes Lernen im Sinne von Peschels „offenen Lernformen“ zu sehen, weshalb ich mich dazu entschieden habe, Lernmaterialien zum Stationenbetrieb zu entwickeln.

Dennoch gibt es einige Merkmale, die offenen Unterricht klassifizieren. Schließlich kann bei aller Offenheit dem Begriff gegenüber trotzdem nicht alles offen sein. Jürgens meint dazu: „Sicherlich kann nicht eine universelle Definition vorgelegt werden, was auch nicht die Absicht ist, aber es können durchaus Aspekte als bedeutsam für offenes Lernen herausgearbeitet werden, mit deren Hilfe sich beurteilen läßt, ob ein Unterricht eher `offen` oder eher `geschlossen` stattfindet.“[23]

---

[20] Vgl. Jürgens, Eiko: (Bewegung Offener Unterricht), S. 16, S. 27

[21] Vgl. http://www.hausarbeiten.de/faecher/vorschau/105090.html

[22] Vgl. http://www.wissenistmanz.at/wissenplus/zeitschrift/archiv/heft-3-2006-07/, S. 4 - 5

[23] Jürgens, Eiko: (Bewegung Offener Unterricht), S. 45

So nennt er als „Merkmale schülerzentrierter Unterrichtsarrangements“:

„

1. Sozial-emotionales Lernklima
   - Offenheit,
   - Vertrauen/Vertrautheit,
   - Ermutigung, Anerkennung, Lob,
   - Zuwendung, Geborgenheit, Verständnis,
   - emotionale Wärme, Zulassung von Gefühlen.

2. Arbeits- und Sozialformen
   - Selbsttätiges Lernen,
   - erfahrungs- und handlungsbezogenes Lernen,
   - individuelle Lernprogramme, Lerntechniken und –strategien,
   - soziales Lernen (Partner- und Gruppenarbeit, Helferprinzip).

3. Inhaltliche Zielbestimmung und Planung
   - Mitbestimmung und Mitwirkung bei der Ziel- und Inhaltsauswahl,
   - Mitbestimmung und Mitwirkung bei der Planung und Vorbereitung sowie Durchführung und Auswertung von Unterricht,
   - Mitbestimmung und Mitwirkung bei der Festlegung individueller Ziel- und Inhaltskataloge (Binnendifferenzierung).

4. Organisatorische-methodisches Vorgehen
   Die Schülerinnen und Schüler entscheiden selbstständig
   - über den Zeitbedarf bzw. die –abläufe hinsichtlich der Bearbeitung unterrichtlicher Aufgaben- bzw. Themenstellungen,
   - über die Reihenfolge und das Arbeitstempo sowie die Arbeitstechniken und Sozialformen,
   - die Inanspruchnahme von Hilfsmitteln bzw. Hilfen durch die Lehrerin/den Lehrer,
   - über die Auswahl angebotener bzw. vorhandener Materialien.

5. Lernkontrollen
    - Selbstkontrollmöglichkeit,
    - Kontrolle durch Mitschülerinnen/Mitschüler,
    - Fremdkontrolle durch Lehrerin/Lehrer.“[24]

Wir können hier eine Ähnlichkeit zu den Dimensionen offenen Lernens nach Peschel feststellen. Während diese jedoch nach Stufen geordnet werden, die aussagen, welcher Unterricht nun offen ist und welcher bloß „geöffnet“, beschreibt Jürgens, dass der Unterricht je nach Anzahl der Merkmale „offener“ ist. Er macht dies jedoch nicht abhängig von der Dimension.

Durch die Öffnung des Unterrichts ändern sich auch die Rollen der Teilnehmenden.

<u>Die Schülerrolle im offenen Unterricht</u>

Beim offenen Lernen steht vor allem das selbstständige Arbeiten der Schülerinnen und Schüler im Mittelpunkt. Sie sollen Eigenverantwortung für ihren Lernprozess übernehmen.

Fürweger gibt folgende wichtige Aspekte der Schülerrolle im offenen Lernen an:

„

- Übernehmen von Verantwortung für das eigene Lernen durch
    - Auswählen aus differenziertem Material
    - selbstständiges Setzen von Zielen
    - eigenverantwortliche Einteilung der Lernzeit
    - Selbstkontrolle
- Selbst- bzw. Mitbestimmung bei der Auswahl von Unterrichtsinhalten, der Unterrichtsdurchführung und des Unterrichtsverlaufs

[24] Jürgens, Eiko: (Bewegung Offener Unterricht), S. 46 - 47

- Weitgehende Entscheidungsfreiheit bei der Wahl der Arbeits- und Kooperationsformen“[25]

Wenn Lehrerinnen und Lehrer ihrer neuen Rolle gerecht werden und sich zurückhalten, dann können neben der Selbstständigkeit auch Kooperationsfähigkeit und soziale Kompetenzen eingeübt werden.[26]

Oftmals ist es für Lernende ungewohnt und schwierig, selbstständig tätig zu sein, wenn sie lehrerzentrierten Unterricht gewohnt sind.

Die Lehrerrolle im offenen Unterricht

Die Lehrperson tritt im offenen Unterricht weitestgehend zurück und steht als Helfer/ Unterstützer/Lernbegleiter zur Verfügung und tritt dann in Aktion, wenn ihre Hilfe benötigt wird. Sie ist weiter ein Organisator, da Lernmittel zur Verfügung gestellt werden müssen und Moderator, wenn Erfahrungen, Ergebnisse und Ideen der Gemeinschaft geschildert werden.[27]

Nach Dostal sind folgende Aufgaben für die Lehrerin/den Lehrer im offenen Unterricht wichtig:

„

- Vorbereitung des Unterrichts und Bereitstellung geeigneter Materialien
- Ermöglichung von Mitbestimmung der Schülerinnen bzw. Orientierung der Lerninhalte nach deren Interessen, Wünschen und Fähigkeiten
- Verantwortung für ein angenehmes Arbeits- und Lernklima (durch eine entsprechende Gestaltung des Klassenzimmers, die Kontrolle über die Einhaltung einer bestimmten Arbeitsdisziplin bzw. des Lärmpegels, etc.)

[25] Fürweger, Silke: (Offene Lernformen), S. 23

[26] Vgl. http://www.hausarbeiten.de/faecher/vorschau/105090.html

[27] Vgl. http://www.hausarbeiten.de/faecher/vorschau/105090.html

- Beobachtung und Dokumentation der Lernprozesse der einzelnen Schülerinnen bzw. Feststellung von Lerndefiziten und Ergreifen von differenzierenden Maßnahmen
- Zulassung von Handlungsspielräumen bzw. Raum für eigenverantwortliches Lernen
- Motivieren und instruieren der Schülerinnen
- Beratung und Unterstützung der Schülerinnen – Hilfestellungen nur auf Anfrage geben“[28]

Nachdem nun die wichtigsten Kriterien offenen Unterrichts behandelt wurden, möchte ich auf unterschiedliche Formen offenen Unterrichts eingehen.

2.2. Beispiele offenen Unterrichts

2.2.1. Freie Arbeit

Ursprünglich entstammt die Idee der Freiarbeit von Freinet. Seine Schülerinnen und Schüler druckten ihre eigenen Texte mit einer Druckerpresse. Diese Texte halfen anderen Lernenden neue Interessensgebiete zu entdecken.
Aber auch Maria Montessori arbeitete auf diesem Gebiet. Sie entwickelte Materialien, die zum Entwicklungsstadium des Kindes passten.

In der freien Arbeit geht man davon aus, dass Kinder lernen wollen. Somit setzt sich der Lernende selbst ein Lernziel und versucht, dieses auch selbst zu erreichen. Sollte aber doch Hilfe benötigt werden, so steht die Lehrerin/der Lehrer als Berater zur Verfügung, wobei die Lernenden das Ausmaß selbst bestimmen dürfen. Der Inhalt sowie die Arbeitsform, die gewählt wird, um das Ziel zu erreichen, kann von der Schülerin/dem Schüler selbst gewählt und somit der Lernprozess jeweils individuell gestaltet werden. So soll

[28] Dostal, Dina: (Offenes Lernen), S. 29

möglichst viel Freiheit beim Lernenden liegen und selbstständiges Arbeiten als auch soziale Interaktion gefördert werden, wobei man Rücksicht auf MitschülerInnen nehmen muss. Der/Die Lehrende berät dabei bei der Auswahl der Themen.
Dies alles begründet, warum man die Kinder und Jugendlichen bei dieser Art des Lernens nicht über- oder unterfordert, da sie automatisch an das anschließen, was sie bereits wissen. Sind sie dabei, ihr persönliches Lernziel zu erarbeiten, dann merken sie von selbst, was sie schon wissen und was sie noch lernen müssen. Damit kommt es auch automatisch zur Wiederholung des bereits gekonnten Stoffes.

Bei der freien Arbeit geht man davon aus, dass Schülerinnen und Schüler eine persönliche Motivation am Lernen entwickeln, haben sie sich das Lernziel schließlich selbst ausgewählt. Man erhofft sich auch, dass man die Lernenden so besser auf die Zukunft vorbereiten kann, da sich sämtliche Bereiche sehr rasant entwickeln und deshalb schwer in den Lehrplan aufgenommen werden können. Dürfen Kinder und Jugendliche aber ihre Lerngebiete selbst wählen, so interessieren sie sich meist für ihre persönliche Lebenswelt und somit auch für aktuelle Inhalte.
Weiters geht man davon aus, dass jede Schülerin und jeder Schüler selbst am besten weiß, welches aktuelle Thema für sie/ihn von Bedeutung ist. Man bildet somit einen selbstständigen, reflektierenden Erwachsenen heran.

Wenn man mit Lernenden das erste Mal Freiarbeit betreibt, so brauchen sie eine gute Einführung, da sie es oftmals nicht gewohnt sind, freie Wahl in sämtlichen Gebieten zu haben und daher damit auch nicht umgehen können. Dies bedeutet aber auch mehr Arbeit für die Lehrperson, weil diese Materialien bereitstellen und sich in verschiedene Arbeitstechniken einarbeiten muss.

„Freie Arbeit“ meint aber keine beliebige Freiheit, da lebensweltliche Probleme behandelt werden sollen. So müssen von der Lehrerin/vom Lehrer entsprechende Materialien zur Verfügung gestellt werden, welches vielfältig sein muss, um fächerübergreifende Bildung zu gewährleisten. Weiters müssen die Schülerinnen und Schüler den Schwierigkeitsgrad der Materialien einschätzen können, um die richtigen für sich zu wählen.

Manchmal gibt es in der Freiarbeit auch Karteikästchen, die Arbeitsblätter und Selbstkontrollbögen enthalten.
Es wäre aber auch möglich, dass man am Anfang der Woche gemeinsam Wochenpläne erstellt, die aber dann trotzdem nicht von der Lehrperson vorgegeben werden, da sie eben demokratisch entworfen werden. Frei bedeutet hier aber dann hauptsächlich, dass man Vorgehensweise, Tempo und Ähnliches selbst bestimmen kann. Näheres zum Wochenplanunterricht wird aber im nächsten Kapitel besprochen.

Für effektive freie Arbeit ist weiters ein passendes Klassenzimmer, mit Leseecken, Ausruhecken und ähnlichem, sowie ein kooperatives Lehrerkollegium von Nöten.
In jedem Klassenzimmer soll es weiters eine Bibliothek geben, in der es je ein Exemplar der Schulbücher, vor allem aber auch andere Literatur gibt.

Die Leistungsbewertung ist auch hier relevant, da Kinder gerne darüber Bescheid wissen. So ist es wichtig, dass die Lehrerin/der Lehrer die Entwicklung des Kindes verfolgt und einschätzen kann. Geleistete Arbeit sollte also dokumentiert werden. Am besten erledigt dies das Kind selbst. Hier einige Beispiele, wie dies geschehen könnte:

- Es gibt Listen, in denen Kinder die erledigten Aufgaben vom Lehrer abstempeln lassen. Diese Listen könnten auch zentral im Klassenzimmer aufgehängt sein und jedes Kind trägt sich ein, wenn es eine Arbeit geschafft hat. Hier besteht allerdings die Gefahr, dass ein Wettkampf entsteht.
- Sehr üblich sind Gesprächskreise, in denen man sich über Leistungen austauscht.
- Jedes Kind könnte ein Heft oder einen Ordner führen, in dem es aufzeichnet, welche Aufgaben es erledigt hat.
- Auch Tests wären möglich, wobei man nicht vergessen darf, dass sie als Orientierungshilfen für die nächsten Lernschritte gelten sollen. Dabei soll vor allem kein kleiner Ausschnitt getestet werden, da es in der Freiarbeit eher darum geht, Fertigkeiten zu erwerben.[29]

---

[29] Vgl. http://methodenpool.uni-koeln.de/freiarbeit/frameset_freiarbeit.html; Jürgens, Eiko: (Bewegung Offener Unterricht), S. 104 - 107; Peschel, Falko: (Offener Unterricht I), S. 50 - 56

2.2.2. Wochenplanunterricht

Wochenplanunterricht bedeutet, dass die Schülerinnen und Schüler zu Beginn eines bestimmten Zeitraumes, eben zum Beispiel einer Woche, einen Plan erhalten. Auf diesem Plan sind Aufgaben aus verschiedenen Lernbereichen bzw. Unterrichtsfächern vermerkt, die in diesem Zeitraum erfüllt werden müssen. Um die Aufgaben zu bewältigen, müssen die Kinder und Jugendlichen jeweils die entsprechenden Materialien, die sie benötigen, selbst heraussuchen. Sie lernen hierbei, wie sie ihre Zeit einteilen müssen. Hat man eine Aufgabe erfüllt, so markiert man dies in einer eigenen Spalte am Arbeitsplan.

Auch hier arbeiten die Lernenden wieder selbstständig, es kann aber sein, dass die Aufgaben (teilweise) vorgegeben sind. Auch die Sozialform könnte eventuell vorgegeben sein – dies alles liegt in der Hand des Erstellers des Plans. Der Vorteil ist, dass man auf individuelle Bedürfnisse, seinen die nun Schwächen oder Stärken, eingegangen werden kann. So sollten im Wochenplan unterschiedliche Schwierigkeitsstufen vorhanden sein. Dies bedeutet aber auch einen Mehraufwand für die Lehrerin/den Lehrer.

Die Lehrperson hält sich auch hier im Hintergrund, kann aber zur Hilfe herangezogen werden, wobei die Lernenden selbst entscheiden müssen, wie viel Hilfe sie benötigen. So kann auch ein Mitschüler zur Beratung herangezogen werden. Doch auch Helfen muss erst gelernt werden. Schließlich soll die Lösung nicht einfach vorgesagt werden.
Auch die Kontrolle sollte weitestgehend Selbstkontrolle sein, wobei die Kinder und Jugendlichen lernen, sich selbst einzuschätzen. Fremdkontrolle durch den Lehrer ist jedoch von Zeit zu Zeit nötig, um den individuellen Lernfortschritt beobachten zu können.
Neben dem Ausmaß an Hilfe können auch Arbeits- und Erholungsphasen selbstständig eingeplant werden.

Ein Nachteil der Wochenplanarbeit ergibt sich dadurch, dass es zur Unter- aber auch Überforderung der Schülerinnen und Schüler kommen kann.

Die Arbeit mit dem Wochenplan muss langsam eingeführt werden. Eventuell kann man auch die Eltern miteinbeziehen, um eine enge Arbeit mit diesen zu gewährleisten. Auch das Klassenzimmer sollte entsprechend umgestaltet werden.
Neues Material sollte immer der gesamten Klasse vorgeführt werden.

Es gibt weiters unterschiedlich Arten von Wochenplänen:

Im geschlossene Wochenplan werden sämtliche Vorgaben von der Lehrperson gemacht: Art der Aufgaben, Arbeitsform und ähnliches. Solche Wochenpläne sind dann zu bevorzugen, wenn die Klasse noch nie damit gearbeitet hat.

Der offene Wochenplan ist eine Weiterentwicklung des geschlossenen Wochenplans. Auch hier hat man alles bereits vorgegeben, allerdings wurden die Pläne gemeinsam mit den Schülerinnen und Schülern erarbeitet.

Der differenzierte oder gemischte Wochenplan ist eine Mischform der beiden bisher genannten. So gibt es einige Pflichtaufgaben, aber auch Wahl- bzw. Zusatzaufgaben.

Der Wochenplan für mehrere Fächer ist bei uns praktisch nur in der Volksschule möglich, wo ein Lehrender sämtliche Fächer in der Klasse unterrichtet. Alle diese Fächer sind im Wochenplan vertreten.

Die fachbezogene Variante des Wochenplans ist für höhere Altersklassen gedacht, da es dort vermehrt Fachlehrerinnen und –lehrer gibt, die oft nur ein Fach in der Klasse unterrichten. Hier ist der Wochenplan eher als Ergänzung gedacht, da er innerhalb eines Faches wenig abwechslungsreich gestaltbar ist.[30]

Peschel hat in „Offener Unterricht I“ gezeigt, wie ein Wochenplan immer offener werden kann:

[30] Vgl. http://www.uni-koeln.de/hf/konstrukt/didaktik/wochenplan/frameset_wochenplan.html; Jürgens, Eiko: (Bewegung Offener Unterricht), S. 100 – 104

	beantworte die Fragen.		
Lesen:	Lesebuch S. 37: Lies die Geschichte mehrmals, bis Du es gut kannst!		
Rechnen:	Mathematikbuch S. 26, Aufgabe 5 a-d, 6 b und c, 7a-e. Denke bei den Textaufgaben an *Frage, Rechnung, Antwort!*		
Rechtschreibung:	Übe die Diktatwörter mit Deiner		

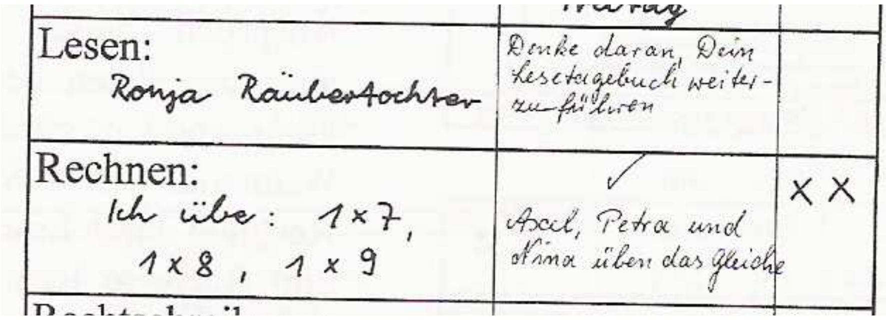
Abbildung 1: Ausschnitt Wochenplan A

Lesen	Partnerlesen: Übe mit einem anderen Kind das Stück im Lesebuch auf S. 25 mit verteilten Rollen zu lesen.		
Rechtschreiben	*Nächste Woche schreiben wir das Diktat:* Übe den Text als Dosen-Diktat, Schleich-Diktat, Dreh-Diktat oder Hör-Diktat. (Für das Hör-Diktat mußt Du Dich rechtzeitig in die Liste für den Walkman eintragen!)		
Rechnen	1. Stelle Dir ein Blatt mit dem Einmaleins der 7 und ein Blatt mit dem Einmaleins der 9 her. Lerne sie auswendig und laß Dich von einem anderen Kind abfragen. 2. Mathebuch S. 27, Aufgabe 5 a-d *Zusatzaufgabe für Spezialisten: S. 28, Nr. 7*		
	Male ein Kaninchen und einen		

Abbildung 2: Ausschnitt Wochenplan B

Am Freitag wird vorgelesen!			
Lesen:	Wähle Dir in der Leseecke ein Buch zum Lesen aus. Male ein Bild dazu!		
Rechnen:	1. Übe mit einer PartnerIn die Einmaleins-Reihen, die Dir noch schwer fallen: 2. Am Brett hängen die Rätselaufgaben von den anderen Kindern. Such Dir aus, welche Du bearbeiten möchtest. 3. Denk Dir auch eine Rätselaufgabe aus.	Vergleiche Deine Lösung mit anderen Kindern!	
Rechtschreibung:			

Abbildung 3: Ausschnitt Wochenplan C



Lesen: Ronja Räubertochter	Denke daran, Dein Lesetagebuch weiter-zu-füllen	
Rechnen: Ich übe: 1x7, 1x8, 1x9	✓ Axel, Petra und Nina üben das Gleiche	X X

Abbildung 4: Ausschnitt Wochenplan D

2.2.3. Projektunterricht

„Projektarbeit ist das selbstständige Bearbeiten einer Aufgabe oder eines Problems durch eine Gruppe von der Planung über die Durchführung bis zur Präsentation des Ergebnisses.“[31]

Viele Theoretiker wollten Lernen in Zusammenhang mit produktivem Arbeiten setzen. Am konsequentesten ist aber der Ansatz nach Dewey. Seiner Meinung nach darf ein Projekt nicht aufgezwungen sein, Lerner sollen dazu Stellung beziehen und Engagement zeigen können.
Im gängigen Unterricht ist die Idee auf Einzelprojekte, zum Beispiel im Zuge von Projektwochen beschränkt, und kein durchgängiges Prinzip an Schulen. Dies ist Schade, da man hier besonders zukunftsnah arbeiten kann, ist es doch recht üblich, dass in vielen Unternehmen an Projekten gearbeitet wird.

Sehr wichtig beim Projektunterricht ist der demokratische Gedanke, da einige Schülerinnen und Schüler gemeinsam an einem Projekt arbeiten müssen. So erlangen sie neben Selbstständigkeit auch soziale Kompetenzen, zum Beispiel im Bereich der Teamfähigkeit und Kommunikationsfähigkeit, zum Beispiel im Umgang mit Konflikten und Kritik. Deshalb ist es auch besonders wichtig, dass man den Lernenden zuerst grundlegende Regeln, zum Beispiel zum Feedback, nahe bringt, bevor man sie im Team arbeiten lässt.

[31] http://www.uni-koeln.de/hf/konstrukt/didaktik/projekt/frameset_projekt.html

Themen für Projekte sollten möglichst von den Lernenden selbst bestimmt werden können. Es ist aber auch möglich, Bereiche vorzugeben, vor allem, wenn noch nie oder selten Projektunterricht stattgefunden hat. Vielleicht kann die Gruppe dann das Ziel und die Arbeitsschritte selbst bestimmen und untereinander aufteilen. Die Gruppe ist für die Durchführung selbst verantwortlich, wobei jedes Mitglied etwas beitragen soll. Am Ende soll eine Präsentation erfolgen.
Allerdings muss man bei der Wahl des Themas bedenken, dass es oft schwierig ist, ein Thema zu finden, das mehrere Gruppenmitglieder so beeindruckt, sodass sie es „mit ganzem Herzen angehen".

Projektunterricht bietet den Vorteil, dass man nicht überlegen muss, wie man möglichst viele Schülerinnen und Schüler von einem Thema begeistern kann. Es stört nicht, wenn eine Gruppe heterogen ist, im Gegenteil, meistens ist dies von Vorteil, da jeder durch seine individuellen Stärken und Ideen und auch durch unterschiedliche Lösungswege und Lerntechniken die Gruppe bereichert.
Praxis und Theorie werden im Projektunterricht ideal in Einklang gebracht. Erworbene Kenntnisse können angewendet und weiterentwickelt werden. Der Zusammenhang zum Unterricht soll gegeben sein, es ist aber genauso wichtig, dass der Inhalt aus der Lebenswelt der Kinder und Jugendlichen stammt, da so das Interesse größer ist.

Projektarbeit ist eine problemlösende Methode. Am Anfang steht etwas Ungewohntes oder ein Problem in der Lebensumwelt. Bisherige Erfahrungen werden zur Lösung herangezogen. Wenn diese nicht ausreichen, muss man das Problem weiter untersuchen. Man stellt Hypothesen auf, wie man das Thema angehen kann. Im nächsten Schritt werden diese Hypothesen getestet und man überlegt sich „Was-wäre-wenn"-Situationen, die untersucht werden. Zuletzt erfolgt die Anwendung: Hat man eine (oder mehrere) Lösungen gefunden, so wird man diese früher oder später anwenden. Eine erste Anwendung kann eine Präsentation sein.
Nach der Präsentation erfolgt die Reflexion, vielleicht auch die Bewertung. Dabei sollen auch Problemstellung und Lösungsansätze miteinbezogen werden. Diese Auswertung erfolgt gemeinsam mit dem Lehrenden.

Somit kann man einen Verlauf des Projektes angeben:

- Vorbereitung:
    - Welche Projektideen gibt es?
    - Welche Rahmenbedingungen sind vorgegeben (z.B. Zeit)?
    - Welche Hilfe wird angeboten?
    - usw.
- Einstieg:
    - Projektgruppen werden gebildet
    - Fachliche Vorinformationen geben
    - usw.
- Planung:
    - informieren
    - planen
    - strukturieren
    - priorisieren
    - entscheiden
- Zwischenstopps/Fixpunkte gibt es um die Gruppenmitglieder über den derzeitigen Stand zu informieren und Probleme zu besprechen.
- Realisation:
    - Projektauftrag in einzelnen Schritten durchführen
    - Prozess und Ergebnis dokumentieren und analysieren
- Auswertung:
    - Präsentation der Ergebnisse vorm Lernberater/vor der gesamten Klasse
    - Reflexion
- Abschluss

Der Aufwand der Lehrerin/des Lehrers besteht hier darin, dass er das Projekt „nebenbei“ selbst zumindest insofern ausführen muss, dass er den Lernenden Impulse geben kann, sofern diese sie benötigen. Dazu gehört zum Beispiel das Bereitstellen nützlicher Informationsquellen. Sonst steht er wiederum nur als Berater bereit. Außerdem muss die Lehr-

person den Lernprozess beobachten und soll den Lernenden zwar genügend Freiraum für eigenständige Lösungen geben, diese aber auch nicht in die Irre laufen lassen. In der Auswertungsphase agiert der Lernberater als Moderator.
Weiters muss darauf geachtet werden, dass jedes Gruppenmitglied umfassend beteiligt ist.[32]

2.2.4. Werkstattunterricht

„Das Wort meint hier einen Unterricht in der Art einer Werkstatt:

- in einer Werkstatt wird gearbeitet,
- nicht alle Mitarbeiter machen das Gleiche,
- hier ist ein Handwerker allein, dort sind drei zusammen an einer Arbeit etc.,
- nicht überall arbeitet der Meister mit.

Analog ist es beim Werkstattunterricht:

- die Kinder arbeiten,
- sie arbeiten an Verschiedenem,
- sie arbeiten allein oder in Gruppen und
- sie arbeiten z.T. selbstständig, d.h. ohne Lehrerin."[33]

Im Werkstattunterricht werden Aufgaben von der Lehrerin/vom Lehrer vorbereitet. Die Durchführung erfolgt aber durch die Kinder, die individuell arbeiten. Sie wählen Aufgaben selbst aus, vielleicht gibt es auch einige Pflichtstationen. Informationen und Materialien zu den Aufgaben müssen teilweise selbst besorgt werden. Wenn die Lehrperson Materialien vorbereitet, so muss sie darauf achten, dass sie eine Vielzahl davon zur Verfügung stellt, so dass nicht alle gleich gut geeignet sind, um die Aufgabe zu lösen. So ist den Kindern und Jugendlichen der Lösungsweg noch nicht vorgegeben. Manchmal dürfen

[32] Vgl. http://www.uni-koeln.de/hf/konstrukt/didaktik/projekt/frameset_projekt.html; Jürgens, Eiko: (Bewegung Offener Unterricht), S. 118 – 125; Peschel, Falko: (Offener Unterricht I), S. 57 - 60
[33] Reichen, Jürgen: (Werkstattunterricht), S. 1

die Schülerinnen und Schüler das Thema mitbestimmen und/oder die Arbeitsform selbst bestimmen.

Es sollte ein sehr vielfältiges Angebot zur Verfügung stehen, damit die Kinder auch die Möglichkeit haben, etwas auszusuchen. Der Schwierigkeitsgrad sollte nach Möglichkeit auch angegeben werden.
Im Werkstattunterricht können Kinder so ihren Interessen in einem gesteckten Rahmen nachgehen. Dabei können sie großteils selbst über Lernpartner, Tempo und Zeitpunkt bestimmen.

Der/die Lehrende ist OrganisatorIn, BeraterIn und HelferIn. Er/sie soll Lernprozesse nur indirekt anregen. Die selbstständige Arbeit der Kinder und Jugendlichen ermöglicht eine intensive persönliche Betreuung der Kinder.

Für den Werkstattunterricht gibt es verschiedene Formen:
Er kann unter vier verschiedenen Aspekten variiert werden:
„

- Zeitdauer:
  - täglich 1 Stunde
  - pro Woche 1 Tag
  - hintereinander 1 – 2 Tage
  - durchgehend 1 – 2 Wochen

- Inhalt:
  - thematisch gebunden (alle Lernangebote gehören zum gleichen Thema)
  - thematisch ungebunden (die einzelnen Lernangebote haben thematisch nichts miteinander zu tun)

- Form:
  - reiner Werkstattunterricht
  - Werkstattunterricht vermischt mit Phasen anderer Unterrichtsformen (d.h. Einschübe mit gemeinsamen Aktivitäten der ganzen Klasse)

– begleitender Werkstattunterricht (d.h. auch während Arbeitsphasen, in denen Klassenunterricht erteilt wird, steht den Schülern gleichzeitig ein Ergänzungs-Lernangebot in Form einer „Mini"-Werkstatt zur Verfügung)

- Selbstständigkeitsgrad:
  - Zugeteilter Individualunterricht
  - Angebotsunterricht zur Auswahl
  - freie Schülerarbeit"[34]

Um einen Überblick über die Angebote zu haben, kann man diese auf ein Plakat aufschreiben, auf dem man auch kennzeichnen kann, wer sich gerade mit welcher Aufgabe beschäftigt und wer sich als nächstes damit beschäftigen will. Ein „Laufpass" wäre auch möglich. Diesen hätte jedes Kind für sich. Noch besser wäre wohl ein „Werkstattbuch", worin sämtliche Aufgaben mit Erklärungen vermerkt sind und Platz für die Ausarbeitung frei ist.

Weiters gibt es die Möglichkeit, ein „ChefInnen-System" einzuführen. Dabei übernimmt jedes Kind eine Station. Es arbeitet dort und ist der Experte für diese Aufgabe, was bedeutet, dass es aushilft, wenn ein anderes Kind Schwierigkeiten hat. Erst wenn es nicht weiterhelfen kann, wird die Lehrerin gefragt. Das zuständige Kind hat weiters folgende Aufgaben:

„

- es beschafft und verwaltet allenfalls zum Angebot gehöriges, besonderes Material;
- es führt eine Klassenliste und weiß, wer das Angebot bearbeitet hat und wer nicht;
- es mahnt bei „obligatorischen" Angeboten die KameradInnen, die in der Bearbeitung des Angebots im Verzug sind;
- es nimmt die Arbeitsergebnisse entgegen und korrigiert sie bei Bedarf;"[35]

[34] Reichen, Jürgen: (Werkstattunterricht), S. 2

[35] Reichen, Jürgen: (Werkstattunterricht), S. 4

Die Schülerinnen und Schüler übernehmen also sämtliche Aufgaben, die sonst die Lehrerin zu tun hätte.

Es kann aber passieren, dass mehrere Schülerinnen und Schüler Experte für die gleiche Aufgabe sein wollen. Dann sollte man den Posten auslosen, da alle Kinder und Jugendlichen die gleiche Chance haben sollen. So sollen auch schwächere Kinder die gleichen Möglichkeiten wie ihre Kollegen haben, da es im offenen Lernen ja auch darum geht, Vertrauen in das Können des Kindes zu haben. Möglicherweise kann man für schwächere Kinder die Aufgaben etwas reduzieren.
Natürlich kann es vorkommen, dass ein Kind eine Aufgabe zu betreuen hat, die es weniger interessiert, wenn man zwischen den Interessenten auslost. Allerdings kann man im Laufe eines Werkstattbetriebes immer wieder neue Aufgaben hinzufügen, womit auch neue Chancen bestehen, Experte zu werden.[36]

2.2.5. Stationenbetrieb

Ursprünglich wurde der Stationenbetrieb im Sportunterricht in Form des Zirkeltrainings ausgeübt und ist prinzipiell auch als solcher zu verstehen:
„Im Zirkel sind einzelne Stationen aufgebaut, die dem Kind selbstständiges Arbeiten an jeder Station ermöglichen. […] Das Thema wird über vielfache Lernzugänge erarbeitet oder vertieft (Übungszirkel). Die einzelnen Stationen sollten möglichst viele Sinne berücksichtigen.“[37]

Nach Peschel steht hinter dem Stationenbetrieb oft eine spezielle Übungsabsicht – ein bestimmtes Thema soll stundenweise vertieft oder erlernt werden. Das Material wurde meist speziell dafür aufbereitet. Dieser Ansicht nach wird der Stationenbetrieb hauptsächlich in Form des inhaltsorientierten Lernens angewendet.[38]

[36] Vgl. Reichen, Jürgen: (Werkstattunterricht), S. 1 – 7; Peschel, Falko: (Offener Unterricht I), S. 27 - 33
[37] Wallaschek 1991, zitiert in: Peschel, Falko: (Offener Unterricht I), S. 34
[38] Vgl. Peschel, Falko: (Offener Unterricht I), S. 34 – 36

Die Lernmaterialien an sich sind handlungsorientiert. Das bedeutet, dass die unterschiedlichen Stationen meist so angelegt sind, dass mit möglichst vielen Sinnen gelernt wird, und dass die Sozial- und Arbeitsformen sehr stark variiert werden, während ein Themengebiet in begrenztem Zeitraum intensiv eingeübt wird.[39]

Im Klassenraum gibt es mehrere Stationen, welche auf verschiedene Plätze aufgeteilt sind. Einige Stationen sind für die Schülerinnen und Schüler Pflicht, andere können gewählt werden. Findet man im Klassenraum zu wenig Platz, so können die Materialien auch an einem Platz, zum Beispiel dem Lehrertisch, in einer Box gesammelt werden. Die Lernenden holen sich dann die Aufgabe, die sie gerade bearbeiten möchten. Diese Art von Stationenbetrieb nennt man Thekenbetrieb.

Die Jugendlichen erhalten am Anfang der Stunde einen Überblick über die Stationen in Form eines Laufzettels. Dieses Arbeitsblatt beschreibt die Stationen kurz. Außerdem wird dort vermerkt, welche Stationen verpflichtend beziehungsweise wählbar sind und in welcher Art der Sozialform die Aufgabe zu erfüllen ist. Dieses ist jedoch manchmal auch frei wählbar. Auch ein Kästchen zum Abhacken ist meistens vorhanden, um zu vermerken, dass man die Aufgabe erledigt hat.

Die Reihenfolge, in der die Stationen bearbeitet werden, kann frei gewählt werden. Auch die Zeiteinteilung liegt – zumeist – bei den Schülerinnen und Schülern. Festgesetzt wird lediglich ein Zeitrahmen, in dem alle Pflicht- und eine vorgegebene Anzahl an Wahlstationen erledigt werden müssen. Die Aufgaben werden meistens entweder durch Selbst- oder Partnerkontrolle überprüft, nur selten übernimmt die Lehrperson die Kontrolle. Dies fördert das selbstständige Arbeiten der Lernenden.

Während Peschel die Öffnung des Unterrichts durch Stationenbetrieb sehr eingeschränkt sieht – er geht aber auch davon aus, dass die Reihenfolge und Zeiteinteilung ebenfalls vorgegeben sind, bin ich der Meinung, dass eine Öffnung zu großen Teilen statt findet. So möchte ich nun die Umsetzung der verschiedenen Formen der Öffnung im Stationenbetrieb untersuchen.

[39] Vgl. Peschel, Falko: (Offener Unterricht I), S. 34 - 36

Die organisatorische Öffnung wurde zumindest teilweise durchgesetzt. Die Aufgaben werden zwar vom Lehrer/von der Lehrerin vorgegeben, die Stationen können aber zum Teil frei gewählt werden, die Reihenfolge kann beliebig erfolgen und auch die Zeiteinteilung bleibt den Lernenden überlassen.
Die methodische Öffnung findet durch die unterschiedlichen Materialien und die vielfältigen Arbeitsangebote statt. Man könnte auch die Schülerinnen und Schüler in die Entwicklung der Aufgaben miteinbeziehen. Auch die Einbeziehung des Lernens mit verschiedenen Sinnen unterstützt die methodische Öffnung des Unterrichts.
Die inhaltliche Öffnung findet kaum statt, da die Jugendlichen den Lernstoff nicht frei wählen können. Möglich wäre es, wie bereits oben erwähnt, dass man die Schülerinnen und Schüler in die Entwicklung der Aufgaben miteinbezieht. Dies wäre jedoch ebenfalls nur eine teilweise Öffnung im inhaltlichen Sinne, da das Thema noch immer vorgegeben ist.
Die soziale Öffnung wird zum Teil umgesetzt, da die Lernenden teilweise mitbestimmen können, welche Sozialform sie wählen. Weiters könnte man auch gemeinsam Regeln für das Arbeiten aufstellen.

Ein Stationenbetrieb kann nicht nur zur Einübung von bereits gelerntem Stoff dienen, sondern kann

a) am Anfang eines Themenblocks stehen. Dieser **Einarbeitungs- und Planungslernzirkel** dient zur Motivation der Thematik. Es kommt zur „Eröffnung eines Fragehorizonts“, was bedeutet, dass einige Fragen entstehen, die während dem Block beantwortet werden.
b) im Zentrum eines Themenblocks stehen. Der sogenannte **Erarbeitungszirkel** dient der Aneignung von Basiswissen an den Pflichtstationen und dem Erwerb von Zusatzwissen an den Wahlstationen.
c) am Ende eines Themenblocks stehen. Während im **Vernetzung- und Übungslernzirkel** Stoff geübt und vertieft wird, soll das Wissen auch auf verwandte und neue Sachverhalte angewendet werden.

Der Stationenbetrieb bringt einige Vorteile mit sich:

- Die Lehrperson hat Zeit, sich mit den individuellen Problemen der Schülerinnen und Schüler auseinanderzusetzen.
- Man kann die Aufgaben unterschiedlich schwierig – und somit den Unterricht differenzierter – gestalten. So können Aufgaben, die zum Basiswissen gehören, Pflichtaufgaben sein, und die Wahlstationen nach unterschiedlichen Schwierigkeitsstufen gestaltet werden.
- Der natürliche Bewegungsdrang der Schülerinnen und Schüler wird genutzt.
- Verschiedene Lerntypen werden angesprochen.
- Gemeinsames Arbeiten unterstützt die sozialen Kompetenzen.
- Die Selbstkontrolle verstärkt die Selbstständigkeit der Jugendlichen.
- Die Eigenverantwortung der Schülerinnen und Schüler wird gefördert (zum Beispiel durch die freie Zeiteinteilung).
- Jeder kann sein individuelles Lerntempo bestimmen.
- Auf individuelle Lerntypen kann besser eingegangen werden.
- Die Lehrkraft hat die Möglichkeit, Lernprozesse distanziert zu beobachten und zu beurteilen.

Die Nachteile des Stationenbetriebes:

- Der Lehrer/die Lehrerin benötigt sehr viel Zeit, um die Materialien herzustellen.
- Die Leistungskontrolle wird erschwert und letztendlich muss die Lehrperson am Ende des Schuljahres eine Note eintragen.
- Schülerinnen und Schüler könnten unter Umständen überfordert sein, weil sie mit der neuen Lernumgebung nicht umgehen können.
- Die Lehrkraft muss detailliert vorausplanen.
- Der Lehrer/die Lehrerin verliert möglicherweise den Überblick über den Lernprozess beziehungsweise den Leistungsstand einiger Schülerinnen und Schüler oder sogar der gesamten Klasse.[40]

[40] Vgl. Dostal, Dina: (Offenes Lernen), S. 55 – 58; Thaler, Karoline: (Offenes Lernen), S. 37 – 39; Peschel, Falko: (Offener Unterricht I), S. 33 – 37; Sturm, Britta: (Lernzirkel), S. 11 - 23; www.mathematik-unterrichten.de/U-konzepte/downloads/lernenanstationen.ppt

3. Materialien für Stationenbetriebe

Im Folgenden sollen mögliche Stationen beziehungsweise Materialtypen vorgestellt werden.

Arbeitsblätter

Arbeitsblätter sind besonders gut geeignet, um neue Inhalte einzuführen oder Theorie zu festigen. Besonders sinnvoll sind Arbeitsblätter, wenn das Geübte bei den SchülerInnen bleiben soll. Ein weiterer Vorteil dieser Lernunterlagen ist, dass man sie oftmals auch im „Regelunterricht“ verwendet und sie daher nicht extra vorbereiten muss.

Bandolino

„Auf einem Karton werden Fragen auf der linken Seite und mögliche Antworten dazu auf der rechten Seite angebracht. Auf beiden Seiten werden am Rand Einkerbungen gemacht. Mit einem Faden sollen die SchülerInnen die Fragen mit der richtigen Antwort verbinden, indem der Faden von links nach rechts um das Bandolino gewickelt wird. Auf der Rückseite ist zur Kontrolle ein Muster aufgezeichnet. Der Verlauf des Fadens zeigt an, ob alle Fragen richtig beantwortet wurden.“[41]

Brett- und Würfelspiele

Allgemein übliche Brett- und Würfelspiele können in mathematische Spiele umgewandelt werden. Dies ist jedoch meist mit großem Aufwand verbunden. Thaler schlägt zum Beispiel vor, dass man den Würfel durch Rechenbeispiele ersetzen könnte.

Domino

Domino kann man erstellen, indem zum Beispiel eine Funktionsgleichung an den passenden Funktionsgraphen anlegen muss. Schwieriger ist es hier wohl, die Steine so zu erstellen, dass man die Möglichkeit hat, mehrere Steine an einen Stein anzulegen.

[41] Thaler, Karoline: (Offenes Lernen), S. 53

Dosendiktat

Beim Dosendiktat wird ein mathematischer Inhalt in Streifen geschnitten und in einer Dose aufbewahrt. Die SchülerInnen haben die Aufgabe, die Streifen richtig anzuordnen und den Sachverhalt in ihr Heft/auf ihr Arbeitsblatt zu übertragen.

Internet

Im Internet gibt es bereits einige Lernpfade, die für den Stationenbetrieb gut genutzt werden können. Allerdings sollten die Lernpfade zur Erleichterung dann schon für die SchülerInnen vorbereitet werden.

Computeralgebrasoftware kann auch für Stationenbetriebe genutzt werden. So könnte man zum Beispiel mit GeoGebra geometrische Sachverhalte zeigen.

Kluppenspiel

Das Kluppenspiel kann wie das Bandolino verwendet werden, nur das statt einem Band jeweils zwei gleichfarbige Kluppen Frage und Antwort verbinden.

Weiters kann man das Kluppenspiel für „richtig-falsch“ Antworten verwenden: Ist eine Aussage richtig, so markiert man sie mit einer grünen Kluppe, ist sie falsch mit einer roten.

Kreuzworträtsel

Mit dem Kreuzworträtsel kann man Theoriefragen „abprüfen“. Auch Beispiele können dafür herangezogen werden, wobei das Ergebnis als Wort eingetragen wird.

Laufdiktat

Beim Laufdiktat wird ein Zettel mit einem Merksatz und/oder Theorie auf die Tafel oder die Wand aufgehängt. Die SchülerInnen müssen sich den Text durchlesen und sollen versuchen, sich möglichst viel zu merken. Anschließend gehen sie zurück zu ihrem Platz und sollen aufschreiben, was sie sich gemerkt haben. Wenn sie etwas vergessen haben, müssen sie die Prozedur so lange wiederholen, bis sie alles vollständig aufgeschrieben haben.

Als Alternative kann man für akustische Lerntypen den Text auf einen MP3-Player sprechen.

Lernkartei

Lernkarteien können zur Einübung von neuem Stoff, aber auch zum Üben von Beispielen gewählt werden. Auf einer Seite befinden sich Aufgaben, während auf der anderen Seite die Lösungen stehen, die durch Selbstkontrolle überprüft werden.

Memory

Wie beim üblichen Memory sollen Pärchen (zum Beispiel Potenz und Zahlenwert) zusammengefunden werden. Sollten die Übungen sehr schwierig sein, so kann man eine offene Form spielen: Dabei liegen die Kärtchen aufgedeckt und auf der Rückseite befindet sich zur Kontrolle das gleiche Bild.

Nagelbrett

Das Nagelbrett funktioniert ähnlich wie das Bandolino. So werden auf einem Brett am linken und rechten Rand Nägel eingeschlagen. Auf beiden Seiten gibt es je ein Blatt, links die Aufgaben, rechts die Lösungen. Die Aufgaben werden mit den Lösungen verbunden, indem man einen Gummiring über die entsprechenden Nägel spannt. Ist man fertig, so gibt es ein Lösungsblatt, das man unter den Gummiringen einschiebt, da dort das Muster aufgezeichnet ist.

Partnerscheibe

Die Partnerscheibe wird zu zweit gespielt. Auf einer Kreisscheibe befinden sich Aufgaben und auf der Rückseite die entsprechenden Lösungen, wobei auf einer Seite Aufgaben und Lösungen sein können, und auf der Rückseite die entsprechenden Gegenstücke. Es ist jedoch immer nur eine Aufgabe sichtbar. So löst einer der Partner eine Aufgabe und der zweite kontrolliert, ob sie richtig gelöst wurde. Dann wird weiter gedreht und die nächste Aufgabe gelöst.

Puzzle

Auf einem Spielplan befinden sich Felder mit Rechenbeispielen. Weiters gibt es entsprechend viele Kärtchen mit den Lösungen, die auf der Rückseite den Teil eines Bildes aufgedruckt haben. Die Lösungen werden eingesetzt und zum Schluss umgedreht. Hat man richtig gerechnet, so kommt ein Bild heraus.

Quartett

Beim Quartett müssen – wie gewöhnlich – vier Karten zusammengefunden werden. Der Spieler, der am Zug ist, erhält die Karte, wenn der Mitspieler sie hat und wenn er den mathematischen Sachverhalt kennt.

„Rote Folie“

Bei der roten Folie werden die Lösungen gleich in das Aufgabenblatt geschrieben – und zwar in roter Farbe. Dieses steckt man dann in eine rote Folie. Die SchülerInnen füllen das Blatt dann aus, indem sie mit einem wasserlöslichen Stift auf die Folie schreiben. Im Anschluss kontrollieren sie ihre Lösungen und reinigen die Folie, damit der nächste sie verwenden kann.

Schnapsen/Trumpf

Die Karten werden gemischt und ausgeteilt. Jeder Spieler deckt seine oberste Karte auf. Dann gewinnt zum Beispiel der mit dem größten Zahlenwert. Der Gewinner einer Runde darf die Karten der anderen behalten. Gewinner des Spieles ist, wer zum Schluss alle Karten – oder wenn es zu lange dauert – die meisten Karten besitzt.

Schwarzer Peter

Auch hier müssen Pärchen gefunden werden, zum Beispiel eine Potenz und der entsprechende Zahlenwert. Wer ein Paar gefunden hat, darf es behalten. Zusätzlich braucht man einen „Schwarzen Peter“ (zum Beispiel ein „Schwarzes Pi“). Verlierer ist, wer zum Schluss den „Schwarzen Peter“ hat.

Stöpselkasten

Analog zur „Millionenshow“ gibt es vier Antwortmöglichkeiten. Die richtige Antwort wird mit einem Stöpsel markiert. Die Lösung stimmt, wenn sich die Karte, auf der sich die Frage und die Antworten befinden, aus dem Kasten nehmen lässt.

Trimino

Trimino wird wie Domino gespielt, nur dass man hier an drei Seiten eine Karte anlegen kann, weil die Spielsteine dreieckig sind.[42]

Einige Materialtypen werden auch in meiner Ausarbeitung vorkommen.

[42] Vgl. Dostal, Dina: (Offenes Lernen), S. 78 – 80; Thaler, Karoline: (Offenes Lernen), S. 49 – 53

4. Potenzen, Wurzeln, Logarithmen

Im Folgenden befindet sich der Stationenbetrieb für Potenzen, Wurzeln und Logarithmen.

Zuerst wird der Arbeitsplan vorgestellt, bevor Arbeitsanweisungen für die Lehrperson erfolgen. Danach werden die einzelnen Stationen vorgestellt.

Dieser Stationenbetrieb ist eher dazu gedacht, am Ende einer Lerneinheit eingesetzt zu werden, da Wissen bereits vorausgesetzt wird. Einzelne Materialien können aber sicher auch schon früher eingesetzt werden, so gibt es zum Beispiel einige Theorieblätter.

Arbeitsplan für Wurzeln, Potenzen und Logarithmen

STATION	AUFGABENSTELLUNG	PFLICHT/ WAHL	SOZIALFORM	KONTROLL-FORM	ERLEDIGT?
Station 1: Arbeitsblatt Potenzen und Wurzeln	Bearbeite das Arbeitsblatt, kontrolliere deine Lösungen mit dem Lösungsblatt, wenn du fertig bist, und kleb dein Blatt anschließend ins Schulübungsheft ein!	Station 1 oder 2 sind Pflicht, beachte, dass hier auch Wurzeln wiederholt werden	☺	Selbstkontrolle	
Station 2: Laufdiktat mit Lückentext (Potenzen)	Im Laufdiktat mit Lückentext musst du die richtigen Antworten finden! Näheres entnimm der Arbeitsanweisung der Station!	Station 1 oder 2 sind Pflicht	☺	Selbstkontrolle	
Station 3: Arbeitsblatt mit Dosendiktat (Potenzen)	Füll das Blatt zuerst vollständig aus. Ziehe danach die Lösungen aus der Dose und ordne sie deinen Lösungen zu. Näheres entnimm der Arbeitsanweisung der Station!	Pflicht	☺	Selbstkontrolle	
Station 4: Domino	Domino mit Potenzen: siehe Spielanleitung	Wahl	☺☺ - ☺☺☺☺	Partnerkontrolle	
Station 5: Bandolino	Bandolino mit Rechenaufgaben: siehe Arbeitsanweisung	Pflicht	☺	Selbstkontrolle	
Station 6: PoWuLog	ein Spiel zu Potenzen, Wurzeln und Logarithmen: siehe Spielanleitung	Wahl	☺☺ — ☺☺☺☺☺	Partnerkontrolle	

Station 7: Lernkartei zu Logarithmen	Übe die Beispiele zu den Logarithmen und kontrolliere dein Ergebnis! Näheres siehe Arbeitsanweisung.	Wahl	☺	Selbstkontrolle	
Station 8: Arbeitsblatt zu Logarithmen	Bearbeite das Arbeitsblatt und kontrolliere im Anschluss deine Ergebnisse. Kleb das Blatt in dein Heft ein!	Pflicht	☺	Selbstkontrolle	
Station 9: Kreuzworträtsel „Historisches zu Logarithmen“	Lies den Text und füll die fehlenden Begriffe im Rätsel aus!	Wahl	☺	Selbstkontrolle	
Station 10: Kluppenspiel	Kluppenspiel zu Logarithmen: siehe Spielanleitung	Wahl	☺	Selbstkontrolle	

☺ … Einzelarbeit

☺☺☺ … Gruppenarbeit

Vier Stationen sind verpflichtend zu erledigen! Wähle zusätzlich <u>drei</u> Wahlstationen! Lies die Aufgabenstellung sorgfältig durch!

LEHRERANWEISUNGEN FÜR DIE EINZELNEN STATIONEN

Station 1:

Dieses Arbeitsblatt sollte für alle SchülerInnen verfügbar sein und dient zur Festigung der Rechenregeln. Ein Lösungsblatt soll zur Kontrolle aufliegen. Dieses könnte auch am Lehrertisch vorbereitet werden, so kann man „schummeln" erschweren.

Station 2:

Die Vorlage für das Laufdiktat wird am besten laminiert oder in eine Klarsichtfolie gegeben und an der Tafel/Tür angebracht. Das Arbeitsblatt soll für alle SchülerInnen vorbereitet werden. Ein Lösungsblatt soll zur Kontrolle bereitliegen.

Station 3:

Die Arbeitsblätter müssen für alle SchülerInnen kopiert werden. Die Lösung wird kopiert, am besten zusätzlich laminiert (oder auf Karton kopiert), zerschnitten und in eine Dose gesteckt. Nachdem die Jugendlichen das Blatt ausgefüllt haben, sollen sie die Lösungen aus der Dose ziehen und ihren Lösungen zuordnen. So sehen sie, welche Lösungen richtig waren, und wo noch einmal nachgerechnet bzw. der Merksatz ausgebessert werden muss.

Station 4:

Die Steine müssen ausgeschnitten werden. Am besten werden sie laminiert oder man druckt oder klebt sie auf Karton. Die Spielanleitung soll bereit gelegt werden. Am besten bewahrt man die Spielsteine in einer Schachtel auf.

Station 5:

Die Bastelvorlage soll am besten auf Tonpapier oder Karton gedruckt werden. Die Vorder- und Rückseite des Bandolinos muss ausgeschnitten und passend zusammengeklebt werden (bitte die Lockmarkierung beachten). Nach Bedarf soll das Bandolino laminiert werden. Das Loch wird gestanzt und ein Faden befestigt. Schneiden Sie Kerben seitlich neben Fragen und Lösungen – halten Sie sich dabei am besten an die Lösung, wo die Fäden hinführen. Neben der zweiten Lösung wurde auf der Vorderseite eine Kerbe eingezeichnet, da dies die letzte Lösung ist, die verbunden wird und daher auf der Rückseite der Faden nicht hinführt und somit nicht vergessen wird.

Station 6:

Der Spielplan soll laminiert werden. Außerdem benötigt man für das Spiel einen Würfel und 5 Spielfiguren.

Die blauen Aktionskarten sollen auf blauem Papier gedruckt werden, die roten auf rotem. Die Rückseiten sollen jeweils auf die Vorderseiten geklebt werden, damit man im Spiel die Lösungen zu den Aufgaben zuordnen kann.

Die Karten können auch laminiert werden.

Bei den roten Aktionskarten sollen Beweise durchgeführt werden, weshalb ich empfehle, den einen oder anderen Beweis zuvor vorzuführen, damit die SchülerInnen wissen, wie sie prinzipiell vorgehen müssen.

Station 7:

Hierbei handelt es sich um eine Lernkartei. Die Kärtchen sollen einzeln ausgeschnitten werden und so zusammengeklebt werden, dass die jeweilige Lösung auf die Rückseite der Aufgabe zu finden ist. Die Kärtchen können dann in einer Box gesammelt werden.

Station 8:

Dieses Arbeitsblatt sollte für alle SchülerInnen verfügbar sein. Ein Lösungsblatt soll zur Kontrolle aufliegen. Dieses könnte auch am Lehrertisch vorbereitet werden, so kann man „schummeln“ erschweren.

Station 9:

Das Rätsel sollte für alle SchülerInnen verfügbar sein. Das Blatt „Historisches zu Logarithmen“ sollte ein paar Mal zur Verfügung stehen, damit einige SchülerInnen parallel arbeiten können. Ein Lösungsblatt soll zur Kontrolle aufliegen. Dieses könnte auch am Lehrertisch vorbereitet werden, so kann man „schummeln“ erschweren.

Station 10:

Die Vorlage wir in der Mitte zusammengefaltet und kann auch zusammengeklebt werden. Besser wäre es, das Spiel auf einem festeren Papier oder Karton zu drucken, da sich Papier schnell biegt, wenn man Kluppen anbringt.

Pro Spiel sollen vier grüne und 3 rote Kluppen vorhanden sein. Natürlich können auch mehrere Kluppen pro Farbe bereit liegen, dann sind die Lösungen nicht so offensichtlich.

STATION 1	PFLICHT/WAHL

(Buckel: http://www.mathe-cd.de/index2.htm, abgeändert)

ARBEITSBLATT ZUM ÜBEN VON POTENZEN UND WURZELN

Berechne die Potenzen, die Zahlenwerte musst du nicht berechnen!

1. **Multiplikation von Potenzen mit positiven Exponenten**
   a) Vervollständige die beiden Regeln zur Multiplikation von Potenzen!

   (i) Zwei Potenzen mit <u>gleicher Basis</u> werden multipliziert, indem

   ____

   $$a^m \cdot a^n = \_\_\_\_$$

   (ii) Zwei Potenzen mit <u>gleichem Exponenten</u> werden multipliziert, indem

   ____

   $$a^n \cdot b^n = \_\_\_\_$$

   b) Berechne:

   $4^5 \cdot 4^3 =$ $\quad$ $5^6 \cdot 3^6 =$ $\quad$ $4^2 \cdot 3^3 =$ $\quad$ $(3x)^4 =$

2. **Division von Potenzen mit positiven Exponenten**
   a) Vervollständige die beiden Regeln zur Division von Potenzen!

   (i) Zwei Potenzen mit <u>gleicher Basis</u> werden dividiert, indem

   ____

   $$\frac{a^m}{a^n} = \_\_\_\_\_\_$$

   (ii) Zwei Potenzen mit <u>gleichem Exponenten</u> werden dividiert, indem

   ____

$$\frac{a^n}{b^n} = \_\_\_\_\_\_\_\_$$

b) Berechne:

$\frac{24^3}{8^3} =$ $\frac{6^9}{6^5} =$ $\frac{5^2}{3^4} =$ $\left(\frac{a}{5}\right)^2 =$

3. Negative Exponenten

Schreibe die folgenden Ergebnisse so um, dass keine negativen Exponenten mehr da stehen.

$$a^{-n} =$$

$7^{-2} =$ $\frac{1}{5^{-3}} =$ $\left(\frac{1}{3^{-2}}\right)^{-3} =$

4. Potenzieren von Potenzen

a) Vervollständige die beiden Regeln zur Division von Potenzen!

Eine Potenz wird potenziert, indem

____

b) Berechne:

$(3^2)^5 =$ $(8^{-4})^{-2} =$ $\left(\frac{4^{-3}}{8^2}\right)^{-1} =$

5. Wurzeln als Potenzen

a) Vervollständige: $a^{\frac{m}{n}} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

b) Schreibe die Wurzeln in Potenzen um:

$\sqrt{3} =$ $\qquad$ $\left(\sqrt{8}\right)^3 =$ $\qquad$ $\frac{1}{\sqrt{5}} =$ $\qquad$ $\sqrt[3]{a^2} =$

c) Schreibe die Potenzen in Wurzeln um:

$3^{\frac{5}{2}} =$ $\qquad$ $16^{-\frac{1}{2}} =$ $\qquad$ $6^{-\frac{3}{2}} =$ $\qquad$ $4^{\frac{2}{3}} =$

6. Rechnen mit Wurzeln und Vereinfachen der Wurzeln

a) Bei welchen Operationen darf man unter eine Wurzel schreiben?

- ________________________________
- ________________________________

b) Berechne!

$\sqrt{3} \cdot \sqrt{15} =$ $\qquad$ $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{8}} =$ $\qquad$ $\frac{4}{\sqrt{2}} =$

$\sqrt{\sqrt{9}} =$ $\qquad$ $\left(\sqrt{8}\right)^3 \cdot \sqrt{2} =$ $\qquad$ $\frac{\sqrt{24x^3}}{\sqrt{2}} =$

LÖSUNGSBLATT ZUM ÜBEN VON POTENZEN UND WURZELN

1. Multiplikation von Potenzen mit positiven Exponenten

a) Vervollständige die beiden Regeln zur Multiplikation von Potenzen!

(i) Zwei Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem man die Exponenten addiert und die Basis gleich lässt.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

(ii) Zwei Potenzen mit gleichem Exponenten werden multipliziert, indem man die Basen multipliziert und den Exponenten gleich lässt.

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

b) Berechne:

$4^5 \cdot 4^3 = 4^8$ $\quad 5^6 \cdot 3^6 = 15^6$

$4^2 \cdot 3^3 = 4^2 \cdot 3^3$ (kann man nicht anders als Potenz schreiben!) $\quad (3x)^4 = 3^4 \cdot x^4$

2. Division von Potenzen mit positiven Exponenten

a) Vervollständige die beiden Regeln zur Division von Potenzen!

(i) Zwei Potenzen mit gleicher Basis werden dividiert, indem man die Exponenten subtrahiert und die Basis gleich lässt.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

(ii) Zwei Potenzen mit gleichem Exponenten werden dividiert, indem man die Basen dividiert und den Exponenten gleich lässt.

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

b) Berechne:

$\frac{24^3}{8^3} = \left(\frac{24}{8}\right)^3 = 3^3$ $\quad \frac{6^9}{6^5} = 6^{9-5} = 6^4$

$$\frac{5^2}{3^4} = \frac{5^2}{3^4} \text{(kann man nicht anders als Potenz schreiben!)} \qquad \left(\frac{a}{5}\right)^2 = \frac{a^2}{5^2}$$

3. Negative Exponenten

Schreibe die folgenden Ergebnisse so um, dass keine negativen Exponenten mehr da stehen.

$$\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$$

$$7^{-2} = \frac{1}{7^2} \qquad \frac{1}{5^{-3}} = 5^3 \qquad \left(\frac{1}{3^{-2}}\right)^{-3} = \frac{1^{-3}}{3^6} = \frac{1}{3^6}$$

4. Potenzieren von Potenzen

a) Vervollständige die beiden Regeln zur Division von Potenzen!

Eine Potenz wird potenziert, indem man die <u>Exponenten multipliziert.</u>

b) Berechne:

$$\left(3^2\right)^5 = 3^{10} \qquad \left(8^{-4}\right)^{-2} = 8^8 \qquad \left(\frac{4^{-3}}{8^2}\right)^{-1} = \frac{4^3}{8^{-2}} = 4^3 \cdot 8^2$$

5. Wurzeln als Potenzen

a) Vervollständige: $\boxed{a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}}$

b) Schreibe die Wurzeln in Potenzen um:

$$\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}} \qquad \left(\sqrt{8}\right)^3 = 8^{\frac{3}{2}} \qquad \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1}{5^{\frac{1}{2}}} = 5^{-\frac{1}{2}} \qquad \sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{2}{3}}$$

c) Schreibe die Potenzen in Wurzeln um:

$$3^{\frac{5}{2}} = \sqrt{3^5} \qquad 16^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{16}} \qquad 6^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{6^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{6^3}} \qquad 4^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{4^2}$$

6. Rechnen mit Wurzeln und Vereinfachen der Wurzeln

a) Bei welchen Operationen darf man unter eine Wurzel schreiben?

- Multiplikation
- Division

b) Berechne!

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{15} = \sqrt{3 \cdot 15} = \sqrt{45}$$

$$\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{8}} = \sqrt{\frac{32}{8}} = \sqrt{4} = 2$$

$$\frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{4 \cdot \sqrt{2}}{2} = 2 \cdot \sqrt{2}$$

$$\sqrt{\sqrt{9}} = \sqrt{3}$$

$$\left(\sqrt{8}\right)^3 \cdot \sqrt{2} = 8^{\frac{3}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 8^{\frac{2}{2}} \cdot 8^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 8 \cdot \sqrt{8 \cdot 2} = 8 \cdot \sqrt{16} = 8 \cdot 4 = 32$$

$$\frac{\sqrt{24x^3}}{\sqrt{2}} =$$

$$\frac{\sqrt{4 \cdot 6} \cdot \sqrt{x^2 \cdot x}}{\sqrt{2}} = \frac{2x \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{x}}{\sqrt{2}} = \frac{2x \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{2x \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{2}}{2} = x \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{2} = x \cdot \sqrt{12x} = x \cdot \sqrt{3 \cdot 4 \cdot x} = 2x \cdot \sqrt{3x}$$

STATION 2	PFLICHT/WAHL

Laufdiktat mit Lückentext

(Egger, u.a.: http://www.bildungsservice.at/nlk/6kl1/)

Arbeitsanweisung:

Lies die Vorlage an der Tafel/Tür genau durch. Versuche, dir die Begriffe und Definitionen möglichst gut einzuprägen.
Geh dann zurück zur Station und nimm dir ein Arbeitsblatt. Fülle die fehlenden Begriffe, Definitionen und Sätze auf deinem Arbeitsblatt aus.
Wenn du dir irgendetwas nicht gleich gemerkt hast, dann lass das Arbeitsblatt an deinem Arbeitsplatz liegen und kehre noch einmal zur Vorlage zurück. Mach dies so oft, bis du dein Arbeitsblatt vollständig ausgefüllt hast. Kontrolliere dein Blatt mit dem Kontrollbogen! Kleb es dann in dein Schulübungsheft ein!

LAUFDIKTAT MIT LÜCKENTEXT – VORLAGE

1. Ausdrücke wie x^2, y^3, a^7 usw. heißen **Potenzen** .

   Die Potenzschreibweise a^n ist eine Kurzschreibweise für $\underbrace{\mathbf{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a \cdot a}}_{\mathbf{n\text{ - mal}}}$;

   Es gilt z.B.: $a^5 = a{\cdot}a{\cdot}a{\cdot}a{\cdot}a$, $b^3 = b{\cdot}b{\cdot}b$, $2^5 = 2{\cdot}2{\cdot}2{\cdot}2{\cdot}2 = 32$

2. Jede **Potenz** besteht aus einer **Grundzahl** (**Basis**) und einer **Hochzahl** (**Exponent**):

   Grundzahl (Basis) → $\mathbf{a^4}$ ← **Hochzahl (Exponent)**

3. **Definition:** $\mathbf{a^0 = 1}$, für alle reellen Zahlen $\mathbf{a \neq 0}$.

   Es ist also z. B. $2^0 = 1$, $6^0 = 1$, $4{,}5^0 = 1$, $(-3)^0 = 1$, $1^0 = 1$, $(-1)^0 = 1$, $1000^0 = 1$ usw.

   Achtung: Die Potenz 0^0 ist ein so genannter **unbestimmter Ausdruck**. 0^0 kann theoretisch jeden Wert annehmen

   Eine kurze Begründung dafür, dass die Definition $a^0 = 1$ (für $a \neq 0$) sinnvoll ist:

   Berechne z. B. $a^4 : a^4$! Einerseits weißt du: $a^4 : a^4$ muss 1 ergeben. Andererseits gilt für Potenzen bekanntlich die Rechenregel: $\mathbf{a^r : a^s = a^{r-s}}$. **Potenzen mit gleicher Basis werden dividiert, indem man die Basis unverändert lässt und die Hochzahlen subtrahiert** (z.B.: $a^5 : a^3 = a^{5-3} = a^2$). Wendest du diese Rechenregel auf die Division $a^4 : a^4$ an, dann gilt: $a^4 : a^4 = a^{4-4} = a^0$.

   Wir fassen zusammen: Einerseits ist $a^4 : a^4 = 1$, andererseits gilt $a^4 : a^4 = a^0$ .Die Definition $a^0 = 1$ „passt" (für $a \neq 0$) also zu allen bisherigen Rechenregeln.

4. Definition: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, für alle reellen Zahlen $a \neq 0$.

   Es gilt also z. B.: $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$, $b^{-3} = \frac{1}{b^3}$, $\frac{1}{c^{-5}} = c^5$, $\left(\frac{d}{e}\right)^{-4} = \frac{e^4}{d^4}$,

   $4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$, $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^1} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}$, $\frac{1}{5^{-2}} = \frac{1}{\frac{1}{5^2}} = \frac{5^2}{1} = 25$

   Auch diese Definition $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ kann man mit der Rechenregel für das Dividieren von Potenzen begründen: Berechne z. B. $a^2 : a^5$! Einerseits gilt:: $a^2 : a^5 = \frac{a^2}{a^5} = \frac{1}{a^3}$; andererseits gilt auch: $a^2 : a^5 = a^{2-5} = a^{-3}$. Also „passt" die Definition $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ zu den bisher gültigen Rechenregeln.

LAUFDIKTAT MIT LÜCKENTEXT – ARBEITSBLATT

1. Ausdrücke wie a^3 , b^7 , 3^4 heißen ....

2. Was bedeuten diese Schreibweisen:

   a^3 = ... b^7 = ... 3^4 = ...= .....

3. Der deutsche Fachausdruck für **Basis** lautet: ....

   Der deutsche Fachausdruck für den **Exponenten** lautet: ....

4. Schreibe die Potenz mit dem Exponenten 3 und der Basis 2 an und berechne ihren Zahlenwert:

   ....= ......

5. Ergänze laut Definition: x^0 = ..., für alle $x \neq$ ....

   Berechne: 3^0 = ... $(-1)^0$ = ... b^0 = ... ($b \neq$ ......)

6. Ergänze laut Definition: x^{-r} = ..., für alle $x \neq$ ....

7. Schreibe mit positiver Hochzahl an: a^{-4} = ... b^{-2} = ... c^{-1} = ...

   $\left(\frac{1}{d}\right)^{-3}$ = ... $\left(\frac{e}{f}\right)^{-2}$ = ... $\frac{1}{g^{-4}}$ = ... $\frac{h^{-2}}{k^{-4}}$ = ...

8. Berechne: 2^{-4} = ... = ... 4^{-1} = ... = ... 5^{-2} = ... = ...

   $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$ = ... = ... $\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$ = ... = ... $\frac{1}{3^{-4}}$ = ... = ...

LAUFDIKTAT MIT LÜCKENTEXT – LÖSUNGSBLATT

1. Ausdrücke wie a^3, b^7, 3^4 heißen Potenzen.

2. Was bedeuten diese Schreibweisen:

   $a^3 = a \cdot a \cdot a$ $\quad$ $b^7 = b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b$ $\quad$ $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$

3. Der deutsche Fachausdruck für **Basis** lautet: Grundzahl

   Der deutsche Fachausdruck für **Exponenten** lautet: Hochzahl

4. Schreibe die Potenz mit dem Exponenten 3 und der Basis 2 an und berechne ihre Zahlenwert:

   $$2^3 = 8$$

5. Ergänze laut Definition: $x^0 = 1$, für alle $x \neq 0$

   Berechne: $3^0 = 1$ $\quad$ $(-1)^0 = 1$ $\quad$ $b^0 = 1$ $(b \neq 0)$

$\frac{1}{b^2}$

6. Ergänze laut Definition: $x^{-r} = \frac{1}{x^r}$, für alle $x \neq 0$

7. Schreibe mit positiver Hochzahl an: $a^{-4} = \frac{1}{a^4}$ $\quad$ $b^{-2} = \frac{1}{b^2}$ $\quad$ $c^{-1} = \frac{1}{c^1}$

$\left(\frac{1}{d}\right)^{-3} = \left(\frac{1^{-3}}{d^{-3}}\right) = \frac{1}{d^{-3}} = d^3$ $\quad$ $\left(\frac{e}{f}\right)^{-2} = \frac{e^{-2}}{f^{-2}} = \frac{f^2}{e^2}$ $\quad$ $\frac{1}{g^{-4}} = g^4$ $\quad$ $\frac{h^{-2}}{k^{-4}} = \frac{k^4}{h^2}$

8. Berechne: 2-4 = $\frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$ $\quad$ 4-1 = $\frac{1}{4}$ $\quad$ $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$

$\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{1^{-2}}{5^{-2}}\right) = 5^2 = 25$ $\quad$ $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} = \frac{3^{-2}}{2^{-2}} = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$ $\quad$ $\frac{1}{3^{-4}} = 3^4 = 81$

STATION 3	**PFLICHT**

(Egger, u.a.: http://www.bildungsservice.at/nlk/6kl1/)

Arbeitsblatt, verbunden mit Dosendiktat

Arbeitsanweisung:

Füll das Blatt zuerst vollständig aus. Ziehe danach die Lösungen aus der Dose und ordne sie deinen Lösungen zu. Wenn du einen Merksatz falsch hast, dann bessere ihn aus. Wenn du ein Beispiel falsch gerechnet hast, dann rechne noch einmal nach!

Stecke zum Schluss wieder alle Lösungen in die Dose.

RECHNEN MIT POTENZEN

$3x^2 + 5y^2 - (2x^2 + 3y^2 + z^2) =$ ....

Potenzen können nur dann addiert oder subtrahiert werden, wenn sie sowohl in .... als auch in .... übereinstimmen.

$s^4 \cdot s^7 =$ .... $a^m \cdot a^n =$ ....

Zwei Potenzen gleicher Basis werden multipliziert, indem man ....
....

$\frac{s^{10}}{s^6} =$......... $a^m : a^n =$ ....

Zwei Potenzen .... werden dividiert, indem man ....
....

$(2x)^3 =$ .... $(a \cdot b)^n =$ ....

Ein Produkt wird potenziert, indem man ....

$\left(\frac{3}{5}\right)^2 =$ .... $\left(\frac{a}{b}\right)^n =$ ....

Ein Bruch wird potenziert, indem man ....

$(a^5)^3 =$ .... $(a^n)^m =$ ....

Eine Potenz wird potenziert, indem man ....

$\frac{a^5 \cdot b^7 \cdot c^0}{(a^3 \cdot b \cdot c)^2} =$ .... $\left(\frac{-2a^2}{a^4}\right)^3 =$ ....

Definition: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $a^0 = 1$ $\forall\, a \in R \setminus \{0\},\ n \in N$

Stelle mit positivem Exponenten dar:

$3^{-2} =$.......................... $\frac{1}{a^{-3}} =$ .... $\left(\frac{m}{n}\right)^{-3} =$ ....

$\left(\frac{-2a}{b^3}\right)^{-2} =$ .... $\frac{z^{-1} \cdot x^3 \cdot y^{-2} \cdot x^{-4}}{y^5 \cdot z^{-2}} =$ ....

Es gilt: $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{....}{....}\right)^n$. Bei negativem Exponenten wird der Bruch „umgedreht“.

RECHNEN MIT POTENZEN - LÖSUNGEN

$x^2 + 2y^2 - z^2$

$\frac{a^n}{b^n}$

Basis

Zähler und Nenner potenziert.

Exponent

a^{15}

s^{11}

$a^{n \cdot m}$

a^{m+n}

die Exponenten multipliziert.

die Exponenten addiert und die Basis gleich lässt.

s^4

$\frac{b^5}{a \cdot c^2}$

$\frac{-8}{a^6}$

a^{m-n}

$\frac{1}{3^2}$

a^3

gleicher Basis

$\left(\frac{n}{m}\right)^3 = \frac{n^3}{m^3}$

$\left(\frac{b}{a}\right)^n$

die Exponenten subtrahiert und die Basis gleich lässt.

$8x^3$

jeden Faktor potenziert.

$a^n \cdot b^n$

$\frac{b^6}{4a^2}$

$\frac{9}{25} = 0.36$

$\frac{z}{x \cdot y^7}$

STATION 4	WAHL

(Egger, u.a.: http://www.bildungsservice.at/nlk/6kl1/, leicht abgeändert)

SPIELANLEITUNG FÜR DOMINO

2 bis 4 SpielerInnen

Spiele Domino mit Potenzen der Form $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Das Spiel besteht aus 24 Plättchen, auf denen immer zwei Angaben zu finden sind:

- eine Potenz mit negativer Hochzahl
- eine Potenz mit positiver Hochzahl

Spielregeln:

Die Plättchen werden verdeckt aufgelegt und gut durchmischt. Jeder Spieler erhält 6 Plättchen.

Es beginnt der Spieler, dessen Anfangsbuchstabe des Vornamens am weitesten vorne im Alphabet ist. Dieser Spieler wählt ein Plättchen aus und legt es offen auf den Tisch. Weiter geht's im Uhrzeigersinn: Der nächste Spieler versucht, ein Plättchen mit der passenden Potenz anzulegen. Wenn es möglich ist, so kann ein Spieler auch mehrmals ein Plättchen anlegen. Kann ein Spieler nicht anlegen, so muss er ein Plättchen vom Vorrat nehmen – solange welche vorhanden sind – und der nächste Spieler in der Runde (Uhrzeigersinn!) macht weiter.

Das Ziel besteht darin, als erster alle Plättchen angelegt zu haben. Jedoch soll das Spiel von allen Spielern beendet werden, auch wenn bereits ein Spieler fertig ist.

$\frac{3}{5x^2}$	$2x^{-4}$	$\frac{2}{x^4}$	2^{-3}	$\frac{1}{8}$	$3a^{-2}$
$\frac{3}{a^2}$	$\frac{2}{x^{-3}}$	$2x^3$	$\frac{1}{a^{-1}}$	a	x^{-y}
$\frac{1}{x^y}$	$\frac{a^3}{4b^{-4}}$	$\frac{a^3b^4}{4}$	a^2b^{-2}	$\frac{a^2}{b^2}$	$b^{-1}x^3$
$\frac{x^3}{b}$	$3a^{-2}b^{-3}$	$\frac{3}{a^2b^3}$	$\left(\frac{8}{13}\right)^{-1}$	$\frac{13}{8}$	$5^{-2}x^{-1}y^3$

$\dfrac{y^3}{25x}$	$\dfrac{7a^{-b}}{b^{-a}}$	$\dfrac{7b^a}{a^b}$	$5^{-1}x^{-3}$	$\dfrac{1}{5x^3}$	7^{-x}
$\dfrac{1}{7^x}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$0{,}002$	$\dfrac{4^{-1}}{x}$	$\dfrac{1}{4x}$	$5^{-3}x^{-4}$
$\dfrac{1}{5^3x^4}$	$8^{-3}x^2y^{-4}$	$\dfrac{x^2}{8^3y^4}$	$\dfrac{b^{-3}}{b^5}$	$\dfrac{1}{b^8}$	$\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-4}$
16	$\dfrac{x^{-2}}{y^{-3}}$	$\dfrac{y^3}{x^2}$	$\dfrac{5^2b^{-3}}{a^{-2}}$	$\dfrac{25a^2}{b^3}$	$\dfrac{3}{5} \cdot x^{-2}$

STATION 5	**PFLICHT**

Bandolino

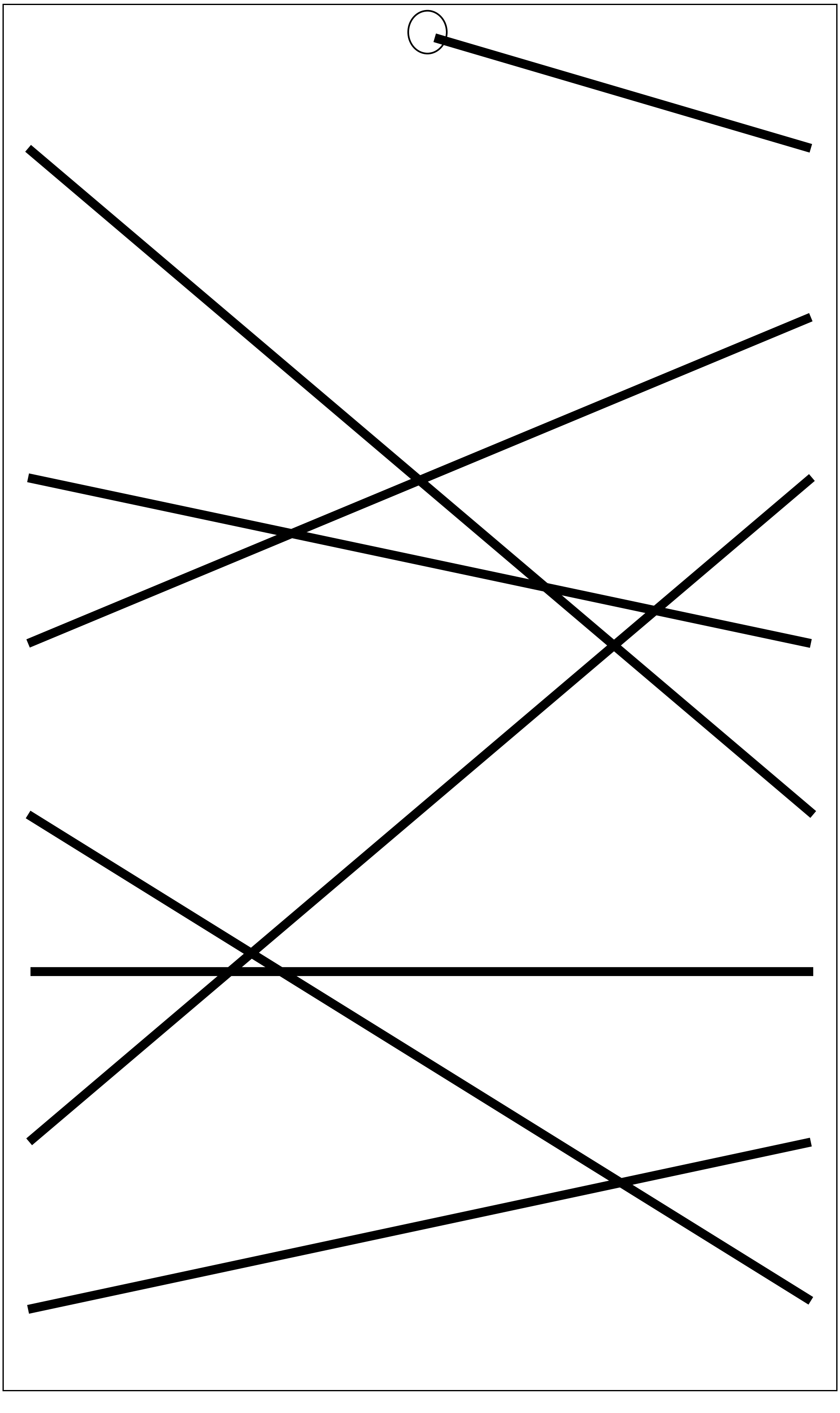
Spielanleitung:

Du hast vor dir ein Bandolino liegen. Die Fragen auf der linken Seite sollen mit den Lösungen auf der rechten Seite verbunden werden mit Hilfe des Fadens verbunden werden. Du beginnst, indem du den Faden (von hinten) zuerst bei der Kerbe der obersten Frage einhängst. Dann berechnest du die Lösung und verbindest sie (vorne) mit dem Faden. Danach wickelst du den Faden hinten um das Bandolino und machst bei der zweiten Frage weiter.

Wenn du fertig bist, drehe das Bandolino um und kontrolliere den Verlauf deines Fadens mit der Lösung. Dann wickle den Faden wieder ab.

Zum Rechnen darfst du einen Zettel für Nebenrechnungen verwenden!

$\dfrac{2\cdot 3^{-3}\cdot 5\cdot x^{-3}}{4^{-2}\cdot 9\cdot 5^{-1}\cdot y^{-2}}$	$\dfrac{-3\cdot x^{5}\cdot y^{3}}{4}$
$\left(\left(\dfrac{3\cdot x}{2\cdot y}\right)^{-2}\right)^{3}\cdot\dfrac{x^{2}}{y^{2}}$	$\sqrt[6]{x^{7}}\cdot\sqrt[3]{y^{4}}$
$\dfrac{3^{2}\cdot 16\cdot 5^{-2}\cdot x}{3^{-1}\cdot 2^{3}\cdot 5^{-3}\cdot y^{-2}\cdot x^{-1}}$	$270\cdot x^{2}\cdot y^{2}$
$\left(\dfrac{3\cdot x^{2}}{2\cdot y^{-1}}\right)^{2}\div\left(\dfrac{-x}{3\cdot y^{-1}}\right)^{-1}$	$\dfrac{800\cdot y^{2}}{243\cdot x^{3}}$
$\dfrac{2\cdot x^{3}-6\cdot x^{5}}{2\cdot x^{3}-18\cdot x^{7}}$	$\dfrac{y^{3}}{2\cdot x^{3}}$
$\dfrac{3\cdot x^{-2}}{y^{-3}\cdot x}\div\dfrac{12\cdot x^{-3}\cdot y^{0}}{x^{2}\cdot y^{-4}}$	$\dfrac{1}{1+3\cdot x^{2}}$
$\left(\dfrac{x}{2\cdot y}\right)^{-1}\cdot\left(\dfrac{2\cdot x}{y}\right)^{-2}$	$\dfrac{64\cdot y^{4}}{729\cdot x^{4}}$
$\sqrt[3]{x^{2}\cdot y}\cdot\sqrt{x\cdot y^{2}}$	$\dfrac{x^{2}}{4\cdot y}$



STATION 6 WAHL

(Quelle der Beispiele: Ulovec, u.a.: (Mathematik verstehen 6))

(Alle Abbildungen aus: Ulovec, u.a.: (Mathematik verstehen 6))

SPIELANLEITUNG FÜR POWULOG

Anzahl der SpielerInnen: 2 bis 5

Mischt die blauen und roten Aktionskarten mit den Aufgaben durch und macht zwei Stapel. (Achtung: Die Lösungsaufgaben sind auf der Rückseite mit einem L vor der Nummer gekennzeichnet. Diese müsst ihr nicht mischen.)

Der jüngste Spieler beginnt, indem er würfelt. Nun darf gezogen werden. Es geht im Uhrzeigersinn weiter.

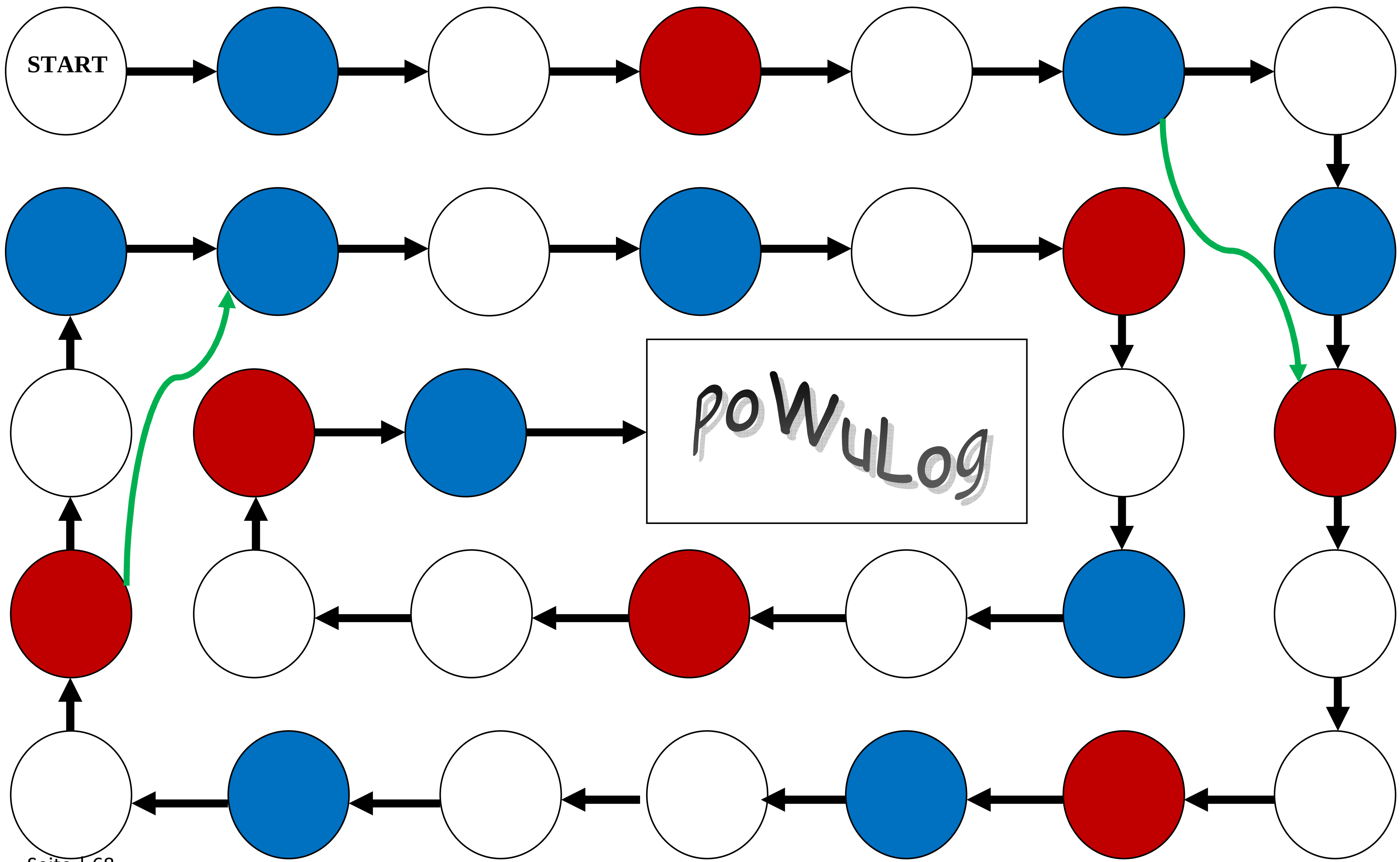
Gelangt ein Spieler auf ein blaues Feld, so wird eine blaue Aktionskarte gezogen. Der Spieler soll das Beispiel nun rechnen. Ist er fertig, so kontrolliert sein rechter Nachbar die Antwort mit der Lösungskarte (mit einem L auf der Rückseite gekennzeichnet und der entsprechenden Nummer). Wurde das Beispiel richtig gelöst, so darf der Spieler ein Feld weiterziehen. Wurde das Beispiel falsch gelöst, so muss der Spieler zwei Felder zurückgehen.

Analoges passiert bei den roten Feldern und den roten Aktionskarten. Nur dass ihr zwei Felder vorgehen dürft, wenn ihr die Aufgabe richtig erfüllt und ein Feld zurückgehen müsst, wenn ihr die Aufgabe nicht richtig erfüllt (bzw. nicht erfüllen könnt).

Kommt ein Spieler auf ein Feld, wo auch ein grüner Pfeil weggeht, dann darf er – sofern die entsprechende Aufgabe richtig gelöst wurde – die Abkürzung über den grünen Pfeil gehen.

Kommt man, nachdem man bereits eine Aufgabe gelöst hat, auf ein neues blaues oder rotes Feld, so darf man keine neues Aufgabe lösen. In der nächsten Runde wird erneut gewürfelt, das heißt, dieses Feld ist für den Spieler nicht wichtig, sondern wird wie ein weißes Feld behandelt.

Sieger ist, wer zuerst das „PoWuLog"-Feld erreicht hat. Achtung: dieses Feld muss man exakt erreichen!


START
poWuLog

Blaue Aktionskarten Rechnung Vorderseite Teil 1:

Berechne! $\dfrac{(-3)^2 \cdot 27 \cdot 5^{-3}}{(-3)^4 \cdot 3 \cdot 5^2}$	Berechne! $\dfrac{2^3 \cdot 5^{-2} \cdot 100}{4 \cdot 5^{-3} \cdot 10^3}$	Berechne! $\dfrac{4^{-3} \cdot 7^2 \cdot 10^{-2}}{2^{-7} \cdot 7 \cdot 100^{-1}}$
Berechne! $\dfrac{8 \cdot 25^{-2} \cdot 7^{-3}}{2^4 \cdot 5^{-3} \cdot 7^{-4}}$	Berechne! $\dfrac{15 \cdot 3^2 \cdot 5^{-2}}{3^{-1} \cdot 5^{-2} \cdot 9}$	Berechne! $\dfrac{10 \cdot 3^{-1} \cdot 5^2}{2 \cdot 3^{-2} \cdot 25^2}$
Vereinfache und stelle mit positiven Hochzahlen dar! $\left(\dfrac{2x}{y}\right)^{-3} \cdot \left(\dfrac{3x}{y}\right)^{-2}$	Vereinfache und stelle mit positiven Hochzahlen dar! $\left(\dfrac{x}{2y}\right)^{-1} \cdot \left(\dfrac{2x}{y}\right)^{-2}$	Vereinfache und stelle mit positiven Hochzahlen dar! $\left(\dfrac{uv}{w}\right)^{-2} \cdot \left(-\dfrac{vw}{u}\right)^{-1}$
Vereinfache und stelle mit positiven Hochzahlen dar! $\left(\dfrac{xy}{2x^{-1}}\right)^{2} \div \left(\dfrac{y^{-1}}{2x}\right)^{-1}$	Vereinfache und stelle mit positiven Hochzahlen dar! $\left(\dfrac{4x}{y^{-2}}\right)^{-1} \div \left(\dfrac{y}{2x^{-3}}\right)^{2}$	Schreibe mit höchstens einer Wurzel und vereinfache! $2 \cdot \sqrt[3]{\sqrt{3}}$
Schreibe mit höchstens einer Wurzel und vereinfache! $\sqrt{\sqrt[3]{16}^{\,2}}$	Schreibe mit höchstens einer Wurzel und vereinfache! $\sqrt[5]{\sqrt{5}}^{\,11}$	Schreibe mit höchstens einer Wurzel und vereinfache! $\sqrt[3]{\sqrt{9^7}}$

Blaue Aktionskarten Rechnung Rückseite Teil 1:

1	2	3
4	5	6
7	8	9
10	11	12
13	14	15

Blaue Aktionskarten Rechnung Vorderseite Teil 2:

Vereinfache und schreibe mit Hilfe von Wurzeln und natürlichen Hochzahlen an: $\left(5^{\frac{1}{3}}a^{\frac{2}{3}}b^{-1}\right)\left(5^{\frac{1}{2}}a^{-\frac{1}{2}}b^{3}\right)$	Vereinfache und schreibe mit Hilfe von Wurzeln und natürlichen Hochzahlen an: $\left(2^{\frac{4}{5}}a^{\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{2}}\right)\left(2a^{-\frac{1}{2}}b^{\frac{2}{3}}\right)$	Vereinfache und schreibe mit Hilfe von Wurzeln und natürlichen Hochzahlen an: $\frac{2^{\frac{1}{3}}x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{2}}}{2x^{\frac{1}{3}}y^{3}}$
Vereinfache und schreibe mit Hilfe von Wurzeln und natürlichen Hochzahlen an: $\frac{5^{\frac{3}{2}}x^{\frac{2}{3}}y}{5^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{4}}y^{3}}$	Drücke folgenden Logarithmus durch einen Zweierlogarithmus aus $^{4}\log x$	Drücke folgenden Logarithmus durch einen Zweierlogarithmus aus $^{8}\log x$
Zeige, dass der folgende Ausdruck nicht von x abhängt: $\frac{^{2}\log x}{^{3}\log x}$	Zeige, dass der folgende Ausdruck nicht von x abhängt: $\frac{^{2}\log x}{^{10}\log x}$	Ermittle: $^{3}\log 9$
Berechne: $^{a}\log (a^{x})$	Berechne a: $^{a}\log 36 = 2$	Berechne b: $^{9}\log b = \frac{1}{2}$
Berechne: $^{10}\log = \frac{1}{1000}$	Vereinfache: $2\cdot{}^{a}\log\sqrt{x}$	Vereinfache: $^{a}\log x^{3} - {}^{a}\log x$

Blaue Aktionskarten Rechnung Rückseite Teil 2:

16	17	18
19	20	21
22	23	24
25	26	27
28	29	30

Blaue Aktionskarten Lösung Vorderseite Teil 1:

$\frac{1}{3125}$	1	14
$\frac{7}{10}$	45	$\frac{3}{5}$
$\frac{y^5}{72 \cdot x^5}$	$\frac{y^3}{2 \cdot x^3}$	$-\frac{w}{u \cdot v^3}$
$\frac{x^3 \cdot y}{8}$	$\frac{1}{x^7 \cdot y^4}$	$2\sqrt[6]{3}$
$\sqrt[3]{2^4}$	$\sqrt[10]{5^{11}}$	$9\sqrt[3]{3}$

Blaue Aktionskarten Lösung Rückseite Teil 1:

L1	L2	L3
L4	L5	L6
L7	L8	L9
L10	L11	L12
L13	L14	L15

Blaue Aktionskarten Lösung Vorderseite Teil 2:

$\sqrt[6]{a} \cdot b^2 \cdot \sqrt[6]{5^5}$	$\dfrac{2 \cdot \sqrt[6]{b} \cdot \sqrt[5]{2^4}}{\sqrt[6]{a}}$	$\dfrac{\sqrt[3]{2x}}{\sqrt{2y^5}}$
$\dfrac{5 \cdot \sqrt[12]{x^5}}{y^2}$	$\dfrac{1}{2} \cdot {}^2\log x$	$\dfrac{1}{3} \cdot {}^2\log x$
$\dfrac{1}{{}^3\log 2}$	$\dfrac{1}{{}^{10}\log 2}$	2
x	6	3
-3	${}^a\log x$	$2^{a}\log x$

Blaue Aktionskarten Lösung Rückseite Teil 2:

L16	L17	L18
L19	L20	L21
L22	L23	L24
L25	L26	L27
L28	L29	L30

Rote Aktionskarten Rechnung Vorderseite Teil 1:

Beweise für m, n in N: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	Beweise für m, n in N: $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ für $a \neq 0$ und $m>n$	Beweise für m, n in N: $\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$ für $a \neq 0$ und $m<n$
Beweise für m, n in N $\left(a^m\right)^n = a^{m \cdot n}$	Beweise für n in N: $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	Beweise für n in N: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ für $b \neq 0$
Zeige für n in N: $(-a)^n = a^n$, falls n gerade	Zeige für n in N: $(-a)^n = -a^n$, falls n ungerade	Zeige für n, k in N: $\left(\sqrt[n]{a}\right)^k = \sqrt[n]{a^k}$
Zeige für n in N: $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$	Zeige für n in N: $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$	Zeige, für m, n in N gilt: $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$
Zeige für k, n, m in N: $\sqrt[k \cdot n]{a^{k \cdot m}} = \sqrt[n]{a^m}$	Zeige: ${}^a\log(x \cdot y) = {}^a\log x + {}^a\log y$	Zeige: ${}^a\log\left(\frac{x}{y}\right) = {}^a\log x - {}^a\log y$

Rote Aktionskarten Rechnung Rückseite Teil 1:

1	2	3
4	5	6
7	8	9
10	11	12
13	14	15

Rote Aktionskarten Lösung Vorderseite:

$a^m \cdot a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{\text{m Faktoren}} \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{\text{n Faktoren}}$ $= \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{\text{m + n Faktoren}} = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = \frac{\overbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{\text{m Faktoren}}}{\underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{\text{n Faktoren}}} =$ $\underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{\text{m−n Faktoren}} = a^{m-n}$	$\frac{a^m}{a^n} = \frac{\overbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{\text{m Faktoren}}}{\underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{\text{n Faktoren}}} =$ $\frac{1}{\underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{\text{n−m Faktoren}}} = \frac{1}{a^{n-m}}$
$(a^m)^n = \underbrace{a^m \cdot a^m \cdot \ldots \cdot a^m}_{\text{n Potenzen}} =$ $\underbrace{(a \cdot a \cdot \ldots \cdot a) \cdot (a \cdot a \cdot \ldots \cdot a) \cdot \ldots \cdot (a \cdot a \cdot \ldots \cdot a)}_{\text{n Klammern zu je m Faktoren}}$ $= a^{m \cdot n}$	$(a \cdot b)^n = \underbrace{(a \cdot b) \cdot (a \cdot b) \cdot \ldots \cdot (a \cdot b)}_{\text{n Klammern}}$ $= \underbrace{(a \cdot a \cdot \ldots \cdot a)}_{\text{n Faktoren}} \cdot \underbrace{(b \cdot b \cdot \ldots \cdot b)}_{\text{n Faktoren}} = a^n \cdot b^n$	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\left(\frac{a}{b}\right) \cdot \left(\frac{a}{b}\right) \cdot \ldots \cdot \left(\frac{a}{b}\right)}_{\text{n Klammern}} =$ $\frac{\overbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{\text{n Faktoren}}}{\underbrace{b \cdot b \cdot \ldots \cdot b}_{\text{n Faktoren}}} = \frac{a^n}{b^n}$
$(-a)^n = \underbrace{(-a) \cdot (-a) \cdot \ldots \cdot (-a)}_{\text{n Klammern}}$ Falls n gerade ist, ist dieses Produkt gleich a^n.	$(-a)^n = \underbrace{(-a) \cdot (-a) \cdot \ldots \cdot (-a)}_{\text{n Klammern}}$ Falls n ungerade ist, ist dieses Produkt gleich $-a^n$.	Wir setzen $(\sqrt[n]{a})^k = x$. Dann gilt $x^n = ((\sqrt[n]{a})^k)^n = (\sqrt[n]{a})^{k \cdot n} = ((\sqrt[n]{a})^n)^k = a^k$ und daraus folgt $x = \sqrt[n]{a^k}$.
Wir setzen $\sqrt[n]{a \cdot b} = x$. Dann gilt $x^n = a \cdot b = (\sqrt[n]{a})^n \cdot (\sqrt[n]{b})^n = (\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b})^n$. Daraus folgt $x = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$.	Wir setzen $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = x$. Dann gilt $x^n = \frac{a}{b} = \frac{(\sqrt[n]{a})^n}{(\sqrt[n]{b})^n} = \left(\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}\right)^n$ Daraus folgt $x = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$	Wir setzen $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = x$. Dann gilt $x^n = \left(\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}\right)^n = \sqrt[m]{(\sqrt[n]{a})^n} = \sqrt[m]{a}$ $x^{m \cdot n} = (x^n)^m = (\sqrt[m]{a})^m = a$. Daraus folgt $x = \sqrt[m \cdot n]{a}$.
Wir setzen $\sqrt[kn]{a^{km}} = x$. Dann gilt $x^{kn} = a^{km}$, also $(x^n)^k = (a^m)^k$. Da $x^n \geq 0$ und $a^m \geq 0$, folgt daraus $x^n = a^m$ und daraus folgt $x = \sqrt[n]{a^m}$.	${}^a\log(x \cdot y) = {}^a\log(a^{{}^a\log x} \cdot a^{{}^a\log y}) =$ ${}^a\log(a^{{}^a\log x + {}^a\log y}) = {}^a\log x + {}^a\log y$	${}^a\log\frac{x}{y} = {}^a\log\frac{a^{{}^a\log x}}{a^{{}^a\log y}} =$ ${}^a\log(a^{{}^a\log x - {}^a\log y}) = {}^a\log x - {}^a\log y$

Rote Aktionskarten Lösung Rückseite:

L1	L2	L3
L4	L5	L6
L7	L8	L9
L10	L11	L12
L13	L14	L15

(http://www.mathomat.de/)

Arbeitsanleitung:

Hierbei handelt es sich um eine Lernkartei. Nimm die erste Aufgabe her und löse sie im Schulübungsheft. Im Anschluss kannst du deine Lösung mit der Lösung auf der Rückseite der Karte vergleichen. Dann nimm die nächste Aufgabe her. Natürlich kannst du die Aufgaben auch in einer anderen Reihenfolge lösen.

Aufgabe 1

Gib den jeweiligen Wert des Logarithmus an!

1. $\log_{10} 0{,}001$
2. $\log_{\frac{1}{4}} 256$
3. $\log_{\sqrt[3]{a^2}} \sqrt{a^3}$

Aufgabe 2

Berechne ohne den Taschenrechner zu verwenden!

$\log_5 \frac{1}{\sqrt[7]{125}}$

1. $\log_{10} 0{,}001 = \log_{10} 1^{-3} = -3\log_{10} 10^0 = -3$
2. $\log_{\frac{1}{4}} 256 = \log_{\frac{1}{4}} 16^2 = \log_{\frac{1}{4}} (4^2)^2 = \log_{\frac{1}{4}} 4^4$

   $= 4\log_{\frac{1}{4}} (\frac{1}{4})^{-1} = -4$
3. $\log_{\sqrt[3]{a^2}} \sqrt{a^3} = \log_{\sqrt[3]{a^2}} a^{\frac{3}{2}} = \log_{\sqrt[3]{a^2}} ((a^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}})^{\frac{3}{2}} = \log_{\sqrt[3]{a^2}} (a^{\frac{2}{3}})^{\frac{9}{4}}$

   $= \frac{9}{4}\log_{a^{\frac{2}{3}}} a^{\frac{2}{3}} = \frac{9}{4}$

Lösung Aufgabe 1

$\log_5 \frac{1}{\sqrt[7]{125}} = \log_5 \frac{1}{\sqrt[7]{5^3}} = \log_5 \frac{1}{5^{\frac{3}{7}}}$

$= \log_5 5^{-\frac{3}{7}} = -\frac{3}{7}$

Lösung Aufgabe 2

Aufgabe 3

Vereinfache so weit wie möglich ohne den Taschenrechner!

$$\frac{1}{3}\log 27 - 3\log 2 + 2 - 3\log 5$$

Aufgabe 4

Berechne den folgenden Term:

$$\log_{\frac{1}{a^2}} \sqrt[3]{a} - \log_{\sqrt{a}}\left(\frac{1}{a}\sqrt[5]{a}\right)$$

$$\frac{1}{3}\log 27 - 3\log 2 + 2 - 3\log 5$$
$$= \frac{1}{3}\log 3^3 - \log 2^3 + 2 - \log 5^3$$
$$= \log 3 - \log 8 + 2 - \log 125$$
$$= \log\frac{3}{8} - \log 125 + 2 = \log\frac{3}{8\cdot 125} + 2\log 10$$
$$= \log\frac{3}{8\cdot 125} + \log 10^2 = \log\frac{3\cdot 100}{8\cdot 125}$$
$$= \log\frac{3}{10} = \log 0,3$$

Lösung *Aufgabe 3*

$$\log_{\frac{1}{a^2}} \sqrt[3]{a} - \log_{\sqrt{a}}\left(\frac{1}{a}\sqrt[5]{a}\right) = \log_{\frac{1}{a^2}} a^{\frac{1}{3}} - \log_{\sqrt{a}}\left(a^{-1}a^{\frac{1}{5}}\right)$$
$$= \log_{\frac{1}{a^2}}\left(\left(\left((a)^{-2}\right)^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}\right) - \log_{\sqrt{a}}\left(a^{-\frac{4}{5}}\right)$$
$$= \log_{\frac{1}{a^2}}\left(\frac{1}{a^2}\right)^{-\frac{1}{6}} - \log_{\sqrt{a}}\left(\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^2\right)^{-\frac{4}{5}}$$
$$= -\frac{1}{6} - \left(-\frac{8}{5}\right) = -\frac{5}{30} + \frac{48}{30} = \frac{43}{30}$$

Lösung *Aufgabe 4*

Aufgabe 5	**Aufgabe 6**
Vereinfache so weit wie möglich ohne den Taschenrechner! $\log\frac{1}{y}-\log\frac{2}{y}$	Berechne den folgenden Term: $\log 4+\frac{1}{2}\log\frac{1}{2}z-\log\sqrt{4z}+\log\sqrt{z}$
$\log\frac{1}{y}-\log\frac{2}{y}=\log\frac{\frac{1}{y}}{\frac{2}{y}}=\log\frac{1}{y}\cdot\frac{y}{2}=\log\frac{1}{2}=\log 1-\log 2$ $=-\log 2$	$\log 4+\frac{1}{2}\log\frac{1}{2}z-\log\sqrt{4z}+\log\sqrt{z}$ $=\log 2^2+\frac{1}{2}(\log\frac{1}{2}+\log z)-\log(4z)^{\frac{1}{2}}+\log z^{\frac{1}{2}}$ $=2\log 2+\frac{1}{2}(\log 1-\log 2)+\frac{1}{2}\log z-\frac{1}{2}\log(4z)+\frac{1}{2}\log z$ $=2\log 2-\frac{1}{2}\log 2+\frac{1}{2}\log z-\frac{1}{2}(\log 4-\log z)+\frac{1}{2}\log z$ $=(2-\frac{1}{2}-1)\log 2+(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2})\log z=\frac{1}{2}\log 2+\frac{3}{2}\log z$
Lösung Aufgabe 5	**Lösung** Aufgabe 6

Aufgabe 7	**Aufgabe 8**
Bestimme die Lösung auf 6 Dezimalen genau: $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 2$	Bestimme x: $5^x = 2 \cdot 3^x$
$2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 2$ $2^x + 2^x \cdot 2^1 + 2^x \cdot 2 = 2$ $2^x(1+2+4) = 2$ $2^x = \frac{2}{7}$ $\log 2^x = \log\frac{2}{7}$ $x = \frac{\log\frac{2}{7}}{\log 2} \approx -1{,}807355$	$5^x = 2 \cdot 3^x$ $\log 5^x = \log(2 \cdot 3^x)$ $x \cdot \log 5 = \log 2 + \log 3^x$ $x \cdot \log 5 - x\log 3 = \log 2$ $x(\log 5 - \log 3) = \log 2$ $x = \frac{\log 2}{\log 5 - \log 3} \approx 1{,}356915$
Lösung Aufgabe 7	**Lösung** Aufgabe 8

Aufgabe 9	**Aufgabe 10**
Bestimme die Lösungsmenge $3^{x-1} = 5 \cdot 2^x$	Bestimme x: $5^{2x} - 27 \cdot 5^x = 0$
$3^{x-1} = 5 \cdot 2^x$ $3^x \cdot 3^{-1} = 5 \cdot 2^x$ $3^x \cdot \frac{1}{3} = 5 \cdot 2^x$ $3^x = 15 \cdot 2^x$ $x \cdot \log 3 = \log 15 + \log 2^x$ $x(\log 3 - \log 2) = \log 15$ $x = \frac{\log 15}{\log 3 - \log 2} \approx 6{,}67887$	$5^{2x} - 27 \cdot 5^x = 0$ $5^x \cdot 5^x - 27 \cdot 5^x = 0$ $5^x(5^x - 27) = 0$ Ein Produkt wird 0, wenn einer der Faktoren 0 ist. $5^x = 0$ oder $5^x - 27 = 0$ keine Lösung oder $5^x = 27$ $x = \frac{\log 27}{\log 5} \approx 2{,}048$
Lösung Aufgabe 9	**Lösung** Aufgabe 10

Aufgabe 11	**Aufgabe 12**
Bestimme die Lösungsmenge $3\cdot 9^x - 7\cdot 3^x + 2 = 0$	Bestimme x: $5^{2x} + 50 = 27\cdot 5^x$
$3\cdot 9^x - 7\cdot 3^x + 2 = 0$ $3\cdot (3^2)^x - 7\cdot 3^x + 2 = 0$ $3\cdot 3^{2x} - 7\cdot 3^x + 2 = 0$ $3\cdot y^2 - 7\cdot y + 2 = 0$ $y_{1/2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4\cdot 3\cdot 2}}{2\cdot 3} = \frac{7 \pm 5}{6}$ $y_1 = 2 \vee y_2 = \frac{1}{3}$ also: $3^x = 2 \vee 3^x = \frac{1}{3}$ $x_1 \approx 0{,}631 \vee x_2 = -1$	$5^{2x} + 50 = 27\cdot 5^x$ $5^{2x} - 27\cdot 5^x + 50 = 0$ $y^2 - 27y + 50 = 0$ $y_{1/2} = \frac{27 \pm \sqrt{729 - 4\cdot 1\cdot 50}}{2} = \frac{27 \pm 23}{2}$ $y_1 = 25 \vee y_2 = 2$ also: $5^x = 25 \vee 5^x = 2$ $x_1 = \frac{\log 25}{\log 5} = 2 \vee x_2 = \frac{\log 2}{\log 5} \approx 0{,}431$
Lösung Aufgabe 11	**Lösung** Aufgabe 12

Aufgabe 13	**Aufgabe 14**
Bestimme die Lösungsmenge $2 \cdot 5^{x+1} - 3 \cdot 5^{2-x} = 5$	Bestimme x: $5 \cdot 25^{x} - 16 \cdot 5^{x} + 3 = 0$
$2 \cdot 5^{x+1} - 3 \cdot 5^{2-x} - 5 = 2 \cdot 5^{x} \cdot 5^{1} - 3 \cdot 5^{2} \cdot 5^{-x} - 5 = 0$ $10 \cdot 5^{x} - 75\frac{1}{5^{x}} - 5 = 10 \cdot 5^{2x} - 75 - 5 \cdot 5^{x} = 0$ $10y^{2} - 5y - 75 = 0$ $y_{1/2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 10 \cdot (-75)}}{2 \cdot 10} = \frac{5 \pm 55}{20}$ $y_{1} = 3 \vee y_{2} = 2{,}5$ also: $5^{x} = 3 \vee 5^{x} = -2{,}5$ $x_{1} = \frac{\log 3}{\log 5} \approx 0{,}69897$	$5 \cdot 25^{x} - 16 \cdot 5^{x} + 3 = 0$ $5 \cdot 5^{2x} - 16 \cdot 5^{x} + 3 = 0$ $5y^{2} - 16y + 3 = 0$ $y_{1/2} = \frac{16 \pm \sqrt{256 - 4 \cdot 5 \cdot 3}}{2 \cdot 5} = \frac{16 \pm 14}{10}$ $y_{1} = 3 \vee y_{2} = \frac{1}{5}$ also: $5^{x} = 3 \vee 5^{x} = \frac{1}{5}$ $x_{1} = \frac{\log 3}{\log 5} \approx 0{,}6826 \vee x_{2} = \frac{\log\left(\frac{1}{5}\right)}{\log 5} = \frac{\log 1 - \log 5}{\log 5} = -1$
Lösung Aufgabe 13	**Lösung** Aufgabe 14

STATION 8	**PFLICHT**

Arbeitsblatt

(aus: Thorwartl, u.a.: (Mathematik positiv 6))

LOGARITHMUS

1. Definition

Logarithmus:

Die Lösung der Gleichung $a^x = b$ mit $a \in \mathbb{R}^+ \backslash \{1\}$ und $b \in \mathbb{R}^+$ nennt man den Logarithmus von b zur Basis a.

Man schreibt: $x = {}^a\log b$ a… Basis; b… Numerus

Man sagt: x ist der Logarithmus von b zur Basis a.

Aus dieser Definition folgt, dass die Gleichung $a^x = b$ äquivalent der Gleichung $x = {}^a\log b$ ist: $(a^x = b) \Leftrightarrow (x = {}^a\log b)$

Daher gilt auch: $a^{{}^a\log b} =$ ………

Beispiele:

${}^5\log 25 = 2$	weil $5^2 = 25$
${}^3\log \frac{1}{9} =$ ……	weil …………….
${}^u\log u^3 =$ ……	weil …………….
${}^v\log \frac{1}{v^4} =$ ……..	weil …………….

2. Besondere Logarithmen

Die Logarithmen mit der Basis 10 und der Basis e haben wegen ihrer großen Bedeutung besondere Bezeichnungen. Man bezeichnet den Logarithmus mit der Basis 10 als Zehnerlogarithmus (Dekadischer Logarithmus).

Abgekürzte Schreibweise: ${}^{10}\log b = \lg b$

Mit dem Taschenrechner wird der Zehnerlogarithmus über die Taste $\boxed{\log}$ berechnet.

Beispiel: lg 100 = 2 Tastenfolge: $\boxed{\log}$ 100 $\boxed{=}$

Der Logarithmus mit der Basis e wird als natürlicher Logarithmus bezeichnet.

Abgekürzte Schreibweise: ${}^{e}\log b = \ln b$

Mit dem Taschenrechner wird der natürliche Logarithmus über die Taste $\boxed{\ln\ x}$ bzw. $\boxed{\ln}$ berechnet.

Beispiel: ln 3 = 1,098… Tastenfolge: ln 3 =

3. Das Rechnen mit Logarithmen

Da es sich bei Logarithmen um Exponenten handelt, gelten dieselben Rechengesetze wie beim Rechnen mit Potenzen.

Der Logarithmus eines Produktes ist gleich der Summe der Logarithmen der einzelnen Faktoren.

$$\boxed{{}^{a}\log (u \cdot v) = {}^{a}\log u + {}^{a}\log v}$$

Der Logarithmus eines Quotienten ist gleich der Differenz der Logarithmen von Dividend und Divisor.

$$\boxed{{}^{a}\log \left(\frac{u}{v}\right) = {}^{a}\log u - {}^{a}\log v}$$

Somit gilt: ${}^{a}\log \frac{1}{v} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

Für den Logarithmus einer Potenz gilt:

$$ {}^{a}\log (u^{r}) = r \cdot {}^{a}\log u $$

Somit gilt für den Sonderfall r = $\frac{1}{n}$:

$$ {}^{a}\log \left(\sqrt[n]{u}\right) = {}^{a}\log\left(u^{\frac{1}{n}}\right) = \dots\dots\dots $$

4. Zusammenhang zwischen den Logarithmen einer Zahl bezüglich verschiedener Basen

Für die Umrechnung eines Logarithmus zur Basis a in einen Logarithmus der Basis b gilt:

$$ {}^{b}\log x = \frac{1}{{}^{a}\log b} \cdot {}^{a}\log x $$

Für die Berechnungen mit dem Taschenrechner gilt es insbesondere, den Zusammenhang zwischen einem Logarithmus mit beliebiger Basis und dem Zehnerlogarithmus bzw. dem natürlichen Logarithmus zu kennen:

$$ {}^{b}\log x = \frac{1}{\lg b} \cdot \lg x $$

$$ {}^{b}\log x = \frac{1}{\ln b} \cdot \ln x $$

Beispiele:

$$ {}^{2}\log 3{,}5 = \frac{1}{\lg 2} \cdot \lg 3{,}5 = 1{,}80735... $$

${}^{5}\log 0{,}058$ = ………………………

LOGARITHMUS - LÖSUNGEN

Daher gilt auch: $a^{{}^a\log b} = b$

${}^5\log 25 = 2$ weil $5^2 = 25$

${}^3\log \frac{1}{9} = -2$ weil $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

${}^u\log u^3 = 3$ weil $u^3 = u^3$

${}^v\log \frac{1}{v^4} = -4$ weil $v^{-4} = \frac{1}{v^4}$

Somit gilt: ${}^a\log \frac{1}{v} = -\,{}^a\log v$

$${}^a\log\left(\sqrt[n]{u}\right) = {}^a\log\left(u^{\frac{1}{n}}\right) = \frac{1}{n} \cdot {}^a\log u$$

${}^2\log 3{,}5 = \frac{1}{\lg 2} \cdot \lg 3{,}5 = 1{,}80735...$

${}^5\log 0{,}058 = -1{,}76913….$

STATION 9 **WAHL**

Aus: Ulovec, u.a.: (Mathematik verstehen 6)

1.7 Historisches zu Logarithmen

Dieser Abschnitt ist als Lesestoff gedacht.

Michael STIFEL (ca. 1487–1567) verglich in seiner „Arithmetica integra" die Folge $-3, -2, -1 \dots 5, 6$ mit der Folge der dazugehörigen Zweierpotenzen $2^{-3}, 2^{-2}, 2^{-1} \dots 2^5, 2^6$:

−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	16	32	64

Er bemerkte, dass einer Multiplikation der Zweierpotenzen eine Addition der Exponenten und einer Division der Zweierpotenzen eine Subtraktion der Exponenten entspricht. (Der Terminus „Exponent" wurde von STIFEL eingeführt.) Beispielsweise entspricht die Multiplikation $\frac{1}{8} \cdot 64 = 8$ der Addition $-3 + 6 = 3$ und die Division $32 : 4 = 8$ der Subtraktion $5 - 2 = 3$. Überprüfe dies selbst an einigen weiteren Beispielen.

Diese Beobachtung beeinflusste mit großer Wahrscheinlichkeit zwei weitere Mathematiker, den Engländer John NAPIER (auch NEPER geschrieben, 1550–1617) und den Schweizer Jost BÜRGI (1552–1632), der als Erbauer astronomischer Instrumente mit umfangreichen Berechnungen konfrontiert war. Beide erkannten, dass durch STIFELs Beobachtung eine Multiplikation auf eine Addition bzw. eine Division auf eine Subtraktion zurückgeführt werden kann und dass damit Rechnungen vereinfacht werden können. Sie fertigten unabhängig voneinander die ersten Logarithmentafeln an. NAPIER hat auch die Bezeichnung „Logarithmus" eingeführt.

Die Logarithmentafeln von NAPIER und BÜRGI enthielten jedoch noch nicht die heute gebräuchlichen Zehnerlogarithmen. Vielmehr wurden anstelle der Zahl 10 kompliziertere Basen verwendet. Die Vorteile der Zahl 10 als Basis wurden erst von dem englischen Mathematiker Henry BRIGGS (1561–1630) erkannt. Nach einer Diskussion mit BRIGGS verwendete allerdings auch NAPIER die Zahl 10 als Basis. BRIGGS veröffentlichte in seiner „Arithmetica logarithmica" eine Tafel, die die Zehnerlogarithmen der natürlichen Zahlen von 1 bis 20 000 und von 90 000 bis 100 000 mit jeweils 14 Nachkommastellen enthielt. Die Zehnerlogarithmen wurden deshalb lange Zeit auch als BRIGGSsche Logarithmen bezeichnet. Der Holländer Adrian VLACQ (ca. 1600–1667) erstellte eine Logarithmentafel, die die Zehnerlogarithmen aller natürlichen Zahlen von 1 bis 100 000 mit jeweils 10 Nachkommastellen enthielt.

John NAPIER
(1550–1617)

Jost BÜRGI
(1552–1632)

Henry BRIGGS
(1561–1630)

Abbildung 5: Historisches zu Logarithmen

Das Prinzip einer logarithmischen Berechnung beruht auf den Formeln:

$$^{10}\log(x \cdot y) = {}^{10}\log x + {}^{10}\log y$$

$$^{10}\log \frac{x}{y} = {}^{10}\log x - {}^{10}\log y$$

$$^{10}\log(x^y) = y \cdot {}^{10}\log x$$

Aus diesen Formeln ergibt sich: Eine Multiplikation der Numeri entspricht einer Addition der Logarithmen, eine Division der Numeri entspricht einer Subtraktion der Logarithmen und eine Potenzierung der Numeri entspricht einer Multiplikation des Exponenten mit dem Logarithmus der Basis. Durch den Übergang von den Numeri zu den Logarithmen lässt sich also jede Rechenoperation auf eine Rechenoperation niedrigerer Stufe zurückführen.

Vor der Einführung der Taschenrechner (in Österreich etwa zwischen 1970 und 1980) wurden auch im Mathematikunterricht der Schule Logarithmentafeln verwendet, um kompliziertere Berechnungen auszuführen. Das Vorgehen sei an zwei Beispielen erläutert.

Beispiel: Berechnung von $22{,}51 \cdot 23{,}98$.

Numerus		Logarithmus
22,51	→	1,352 4
23,98	→	1,379 8
539,79	←	2,732 2

Man kann diese Berechnung in Form einer Tabelle durchführen (siehe nebenstehende Tabelle). Im ersten Schritt sucht man in der Logarithmentafel die Logarithmen von 22,51 und 23,98. Im zweiten Schritt addiert man diese beiden Logarithmen und erhält den Logarithmus 2,7322 des Produkts $22{,}51 \cdot 23{,}98$. Im dritten Schritt sucht man in der Logarithmentafel (näherungsweise) den Logarithmenwert 2,7322 und liest den dazugehörigen Numerus ab. Somit ist $22{,}51 \cdot 23{,}98 = 539{,}79$.

Auf der Formel $^{10}\log(x \cdot y) = {}^{10}\log x + {}^{10}\log y$ beruht auch das Prinzip des **Rechenstabes**, der ebenfalls vor dem Aufkommen der Taschenrechner verwendet wurde. Zwei aneinander gleitende Stäbe enthalten logarithmische Skalen: Auf jedem Stab steht die Zahl y im Abstand $^{10}\log y$ vom Anfangspunkt 1 (siehe Abb. 1.3).

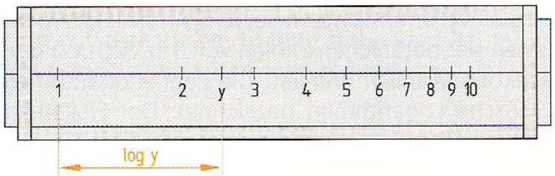


Abb. 1.3

Um beispielsweise das Produkt $2 \cdot 3$ mit dem Rechenstab zu berechnen, verschiebt man den Punkt 1 des oberen Stabes über den Punkt 2 des unteren Stabes und liest beim Punkt 3 ab (siehe Abb. 1.4). Es ergibt sich 6.

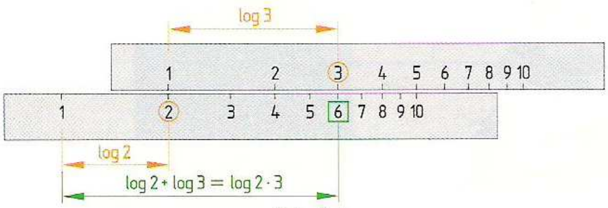
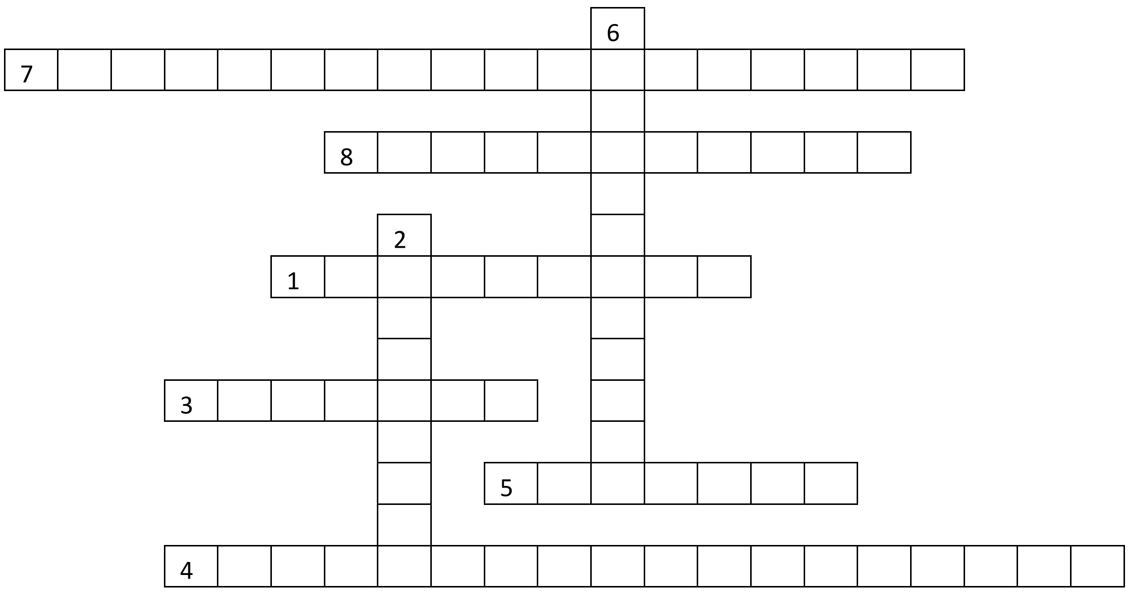


Abb. 1.4

Abbildung 6: Historisches zu Logarithmen

KREUZWORTRÄTSEL

1. Eine Multiplikation kann auf eine …. zurückgeführt werden.
2. Eine … kann auf eine Subtraktion zurückgeführt werden.
3. Wer hat die Bezeichnung „Logarithmus“ eingeführt?
4. Welche Logarithmen enthielten die Logarithmentafeln von Napier und Bürgi noch nicht?
5. Wer erkannte den Vorteil der Basis 10?
6. Durch den Übergang von den Numeri zu den Logarithmen lässt sich also jede Rechenoperation auf eine Rechenoperation … Stufe zurückführen.
7. Was wurde früher im Mathematikunterricht verwendet, um Logarithmen zu berechnen? (L…..)
8. Was wurde neben der Lösung aus Frage 7 noch verwendet?



KREUZWORTRÄTSEL - AUFLÖSUNG

											6									
7	L	O	G	A	R	I	T	H	M	E	N	T	A	F	E	L	N			
											I									
						8	R	E	C	H	E	N	S	T	A	B				
											D									
							2				R									
					1	A	D	D	I	T	I	O	N							
							I				G									
							V				E									
			3	N	A	P	I	E	R		R									
							S				E									
							I		5	B	R	I	G	G	S					
							O													
			4	Z	E	H	N	E	R	L	O	G	A	R	I	T	H	M	E	N

STATION 10	WAHL

Kluppenspiel

(Aufgaben aus: Thorwartl, u.a.: (Mathematik positiv 6))

Spielanleitung:

Du hast ein Kluppenspiel vor dir. Lies dir die Aufgaben durch und entscheide, ob sie richtig oder falsch sind. Ist die Aussage richtig, dann nimm dir eine grüne Kluppe und bring sie am Rand an. Ist die Aussage falsch, nimm eine rote Kluppe.

Wenn du fertig bist, darfst du das Blatt umdrehen und deine Lösungen kontrollieren.

RICHTIG ODER FALSCH?	
$^{5}\log 625 = 4$	
$^{a}\log 1 = 0$	
$^{x}\log 16 = -4 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$	
$^{2}\log x = -3 \Leftrightarrow x = \frac{1}{8}$	
$\log \frac{x^3 y z^5}{u^2} = 3 \cdot \log x + \log y + 5 \cdot \log z$	
$^{5}\log 2{,}5 = 0{,}56932\ldots$	
$\frac{1}{2}\log(x+y) - \frac{1}{2}\log(x-y) = \log\sqrt{\frac{2(x+y)}{x-y}}$	

5. Reelle Funktionen

Dieser Stationenbetrieb über reelle Funktionen beinhaltet Themen zum Verständnis der Theorie, der Zuordnung Graph – Gleichung und Interpretationen von Graphen.

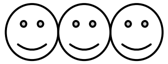
Neben sehr vielen spielerischen Elementen haben die SchülerInnen hier die Möglichkeit, hauptsächlich Wahlstationen zu bearbeiten.

Das Verhältnis zwischen Einzel- und Gruppenarbeiten ist sehr ausgewogen.

Arbeitsplan zu reellen Funktionen

STATION	AUFGABENSTELLUNG	PFLICHT/WAHL	SOZIALFORM	KONTROLLFORM	ERLEDIGT
Station 1: Kreuzworträt-sel	Begriffe im Themengebiet Funktionen	Pflicht	☺	Selbstkontrolle	
Station 2: Memory	Finde die passenden Pärchen: Funk-tionsgleichung und Funktionsgraph!	Station 2 oder 3 ist Pflicht	☺☺ ---- ☺☺☺	Partnerkontrolle	
Station 3: Schwarzer Peter	Finde Pärchen aus Funktionen und deren Eigenschaften!	Station 2 oder 3 ist Pflicht	☺☺ --- ☺☺☺☺☺	Partnerkontrolle	
Station 4: Arbeitsblatt	Ordne die Graphen den Gleichun-gen zu!	Pflicht	☺	Selbstkontrolle	
Station 5: Arbeitsblatt	Welcher Funktionsgraph zeigt die Füllung der Vase an?	Wahl	☺	Selbstkontrolle	
Station 6: Puzzle	Anwendungsorientierte Bsp. zur Ex-ponential- und Logarithmusfunktion	Wahl	☺ – ☺☺	Selbst- oder Partner-kontrolle	
Station 7: Domino	Ordne Funktionsgraph und -gleichung!	Wahl	☺☺ – ☺☺☺☺	Partnerkontrolle	
Station 8: Diagnostix	Ordne der Funktion die passenden Eigenschaften zu!	Wahl	☺	Selbstkontrolle	
Station 9: Lernkartei mit Partnerübung	Erkenne aus drei möglichen Antwor-ten die richtige!	Wahl	☺ ☺	Partnerkontrolle	
Station 10: Arbeitsblatt	Lies den Text und beantworte die	Wahl	☺	Selbstkontrolle	

	Fragen!				

 … Einzelarbeit  … Gruppenarbeit

Drei Stationen sind verpflichtend, wähle zumindest noch vier weitere Stationen!

VIEL VERGNÜGEN!

LEHRERANWEISUNGEN FÜR DIE EINZELNEN STATIONEN

Station 1:

Die Arbeitsblätter sollten für alle SchülerInnen kopiert werden. Zusätzlich sollen die Lösung und eine Anleitung bereit liegen.

Station 2:

Die Memorykärtchen sollen kopiert und laminiert werden. Die Anleitung soll vorbereitet werden.

Station 3:

Die Spielkarten sollen kopiert und laminiert werden. Die Spielanleitung soll vorbereitet werden.

Station 4:

Die Arbeitsblätter müssen für alle SchülerInnen bereit liegen. Das Kontrollblatt soll bereit liegen.

Station 5:

Diese Station kann man wählen. Man sollte daher trotzdem Kopien für alle SchülerInnen machen, da man natürlich im Vorhinein nicht weiß, wie groß das Interesse ist. Ein Lösungsblatt soll bereit liegen.

Station 6:

Die Aufgabenunterlage soll entweder auf Pappkarton kopiert oder foliert werden. Das Foto (Puzzlerückseite) soll auf die Lösungen geklebt werden. Dann werden die Einzelteile ausgeschnitten. Am besten foliert man auch die Puzzleteile. Die Anleitung soll foliert werden.

Station 7:

Die Dominosteine sollen auf Tonpapier (oder ähnlichem) gedruckt, laminiert und ausgeschnitten werden. Die Spielanleitung soll laminiert werden.

Station 8:

Die Arbeitsblätter sollen kopiert werden, die Lösung wird auf eine Folie gedruckt (gezeichnet), damit die SchülerInnen zur Kontrolle die Folie über ihre Lösung legen können. Die Spielanleitung soll foliert werden.

Station 9:

Die Lernkärtchen sollen auf festes Papier kopiert und eventuell auch laminiert werden. Die Anleitung soll foliert werden.

Station 10:

Die Arbeitsblätter in ausreichender Form kopieren. Der Text könnte auf ein größeres Plakat gedruckt werden, dann können mehr SchülerInnen gleichzeitig arbeiten. Ansonsten wird der Text ein paar Mal gedruckt. Die Arbeitsanweisung soll vorbereitet werden.

STATION 1	PFLICHT

Kreuzworträtsel

(Begriffe und Definitionen aus: Thorwartl, u.a.: (Mathematik positiv 6))

Arbeitsanweisung:

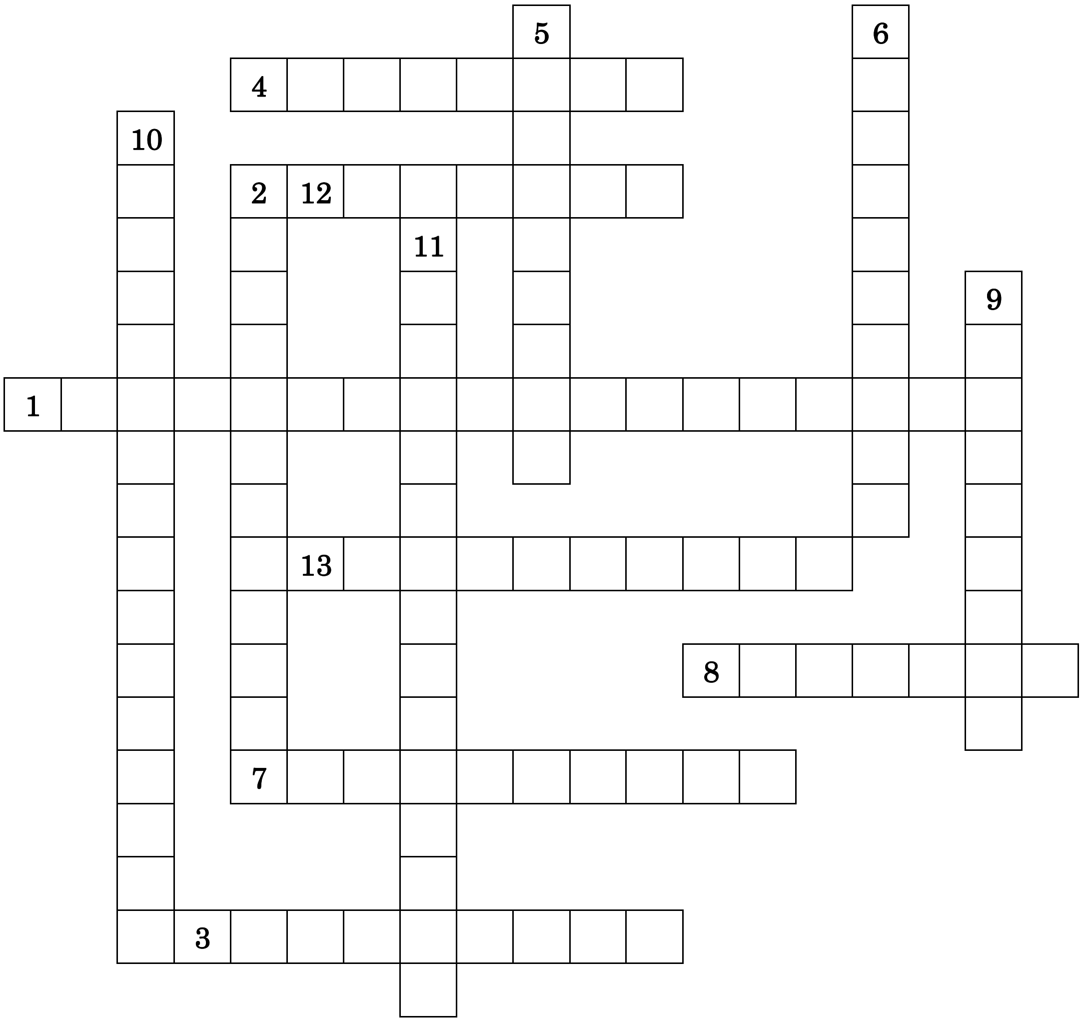
Hier sind Begriffe zu Funktionen zu finden. Lies dir die Beschreibungen durch und füll dann das entsprechende Wort im Kreuzworträtsel ein!

KREUZWORTRÄTSEL

1. Eine Zuordnung, die jedem Element x einer Definitionsmenge (Urmenge) genau ein Element y einer Zielmenge (Bildmenge) zuordnet, heißt Funktion (Abbildung) f.

   Sind Definitionsmenge und Zielmenge die Menge $\mathbb{R}$ oder Teilmengen der Menge $\mathbb{R}$, so spricht man von …….
2. Eine Stelle x einer Funktion f mit dem Funktionswert f(x) = 0 heißt …. der Funktion.
   Für die Koordinaten des zugehörigen Punktes N gilt: N(x/0)
   Der Funktionsgraph schneidet dort die x-Achse.
3. Eine Funktion heißt in einem Intervall [a; b] streng monoton …., wenn mit wachsendem Argumentwert x auch der zugehörige Funktionswert steigt.
   $\forall x_1, x_2 \in [a;b] : x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$
4. Eine Funktion heißt in einem Intervall [a; b] streng monoton …., wenn mit wachsendem Argumentwert x auch der zugehörige Funktionswert fällt.
   $\forall x_1, x_2 \in [a;b] : x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$
5. Ändert sich an einer Stelle x das Monotonieverhalten einer Funktion, so wird diese Stelle als relatives … bezeichnet.
6. Relatives Maximum: …
7. Relatives Minimum: …
8. Eine Funktion f: y = f(x) heißt … Funktion, wenn für alle x aus der Definitionsmenge gilt: f(x) = f(-x)
9. Eine Funktion f: y = f(x) heißt … Funktion, wenn für alle x aus der Definitionsmenge gilt: f(-x) = -f(x) bzw. –f(-x) = f(x)
10. Funktionen, die bezüglich der y-Achse symmetrisch liegen
11. Funktionen, die bezüglich des Ursprungs symmetrisch liegen

12. Eine in einem Intervall [a; b] definierte Funktion f heißt an der Stelle $x_0 \in [a; b]$ …., wenn für alle beliebigen Folgen $\langle x_n \rangle$, die gegen x_0 streben, auch die Folgen der zugehörigen Funktionswerte $\langle f(x_n) \rangle$ gegen $f(x_0)$ konvergieren.
13. Wenn x gegen $\pm\infty$ strebt, so strebt f(x) gegen 0. Die Gerade f(x) = 0 (y = 0) ist … des Graphen der Funktion.



LÖSUNG

									5						6			
				4	F	A	L	L	E	N	D				H			
		10							X						O			
		A		2	12	S	T	E	T	I	G				C			
		C		N			11		R						H			
		H		U			P		E						P		9	
		S		L			U		M						U		U	
1	R	E	E	L	L	E	N	F	U	N	K	T	I	O	N	E	N	
		N		S			K		M						K		G	
		S		T			T								T		E	
		Y		E	13	A	S	Y	M	P	T	O	T	E			R	
		M		L			Y										A	
		M		L			M					8	G	E	R	A	D	E
		E		E			M										E	
		T		7	T	I	E	F	P	U	N	K	T					
		R					T											
		I					R											
		E	3	S	T	E	I	G	E	N	D							
							E											

STATION 2	**PFLICHT/WAHL**

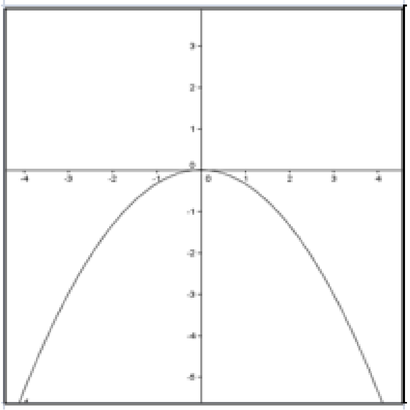
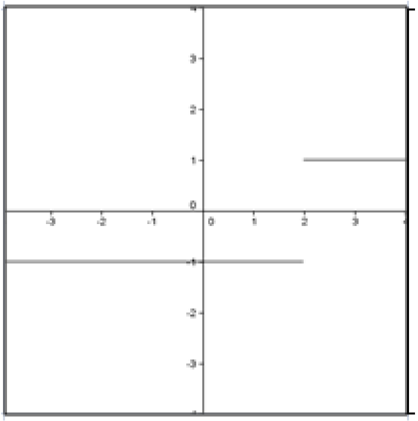
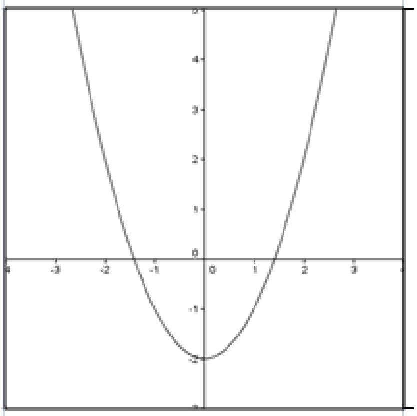
Funktions-Memory

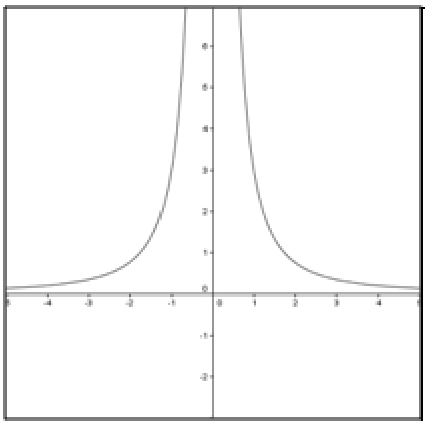
Arbeitsanweisung:

Anzahl der SpielerInnen: 2 bis 3

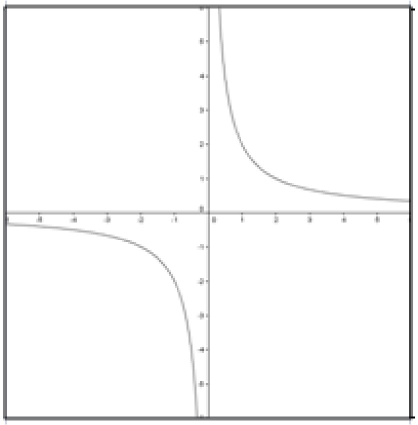
Legt die Karten verdeckt auf und mischt sie durch. Der/Die Jüngste beginnt und deckt zwei Karten auf. Wurde ein Pärchen gefunden (Funktionsgleichung und Funktionsgraph), so darf der/die SpielerIn es behalten und erneut zwei Karten aufdecken.
Passen die Karten nicht zusammen, so werden sie wieder zugedeckt und der nächste Spieler ist an der Reihe. Gespielt wird im Uhrzeigersinn.
Wer zum Schluss die meisten Karten hat, hat gewonnen.

MEMORY

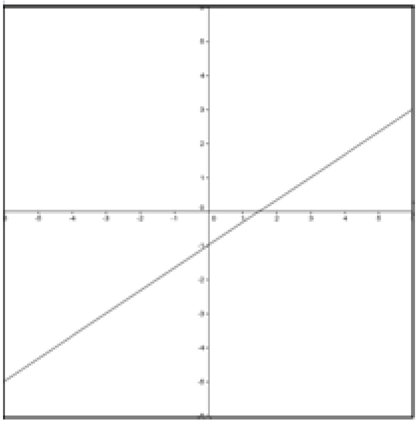
	$f(x) = -\frac{1}{3}x^2$
	f(x) = sgn(x-2)
	$f(x) = x^2 - 2$



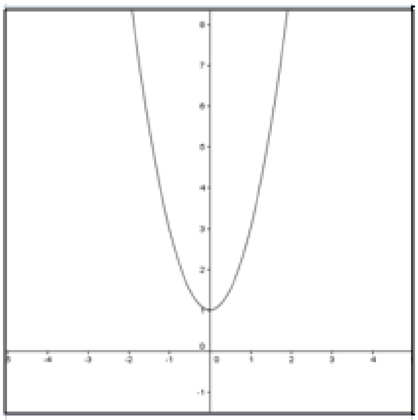
$$f(x) = \frac{3}{x^2}$$



$$f(x) = \frac{2}{x}$$



$$f(x) = \frac{2}{3}x - 1$$



$$f(x) = 2x^2 + 1$$

STATION 3	PFLICHT/WAHL

Schwarzer Peter

(http://tibs.at/nlk/6kl1/stat26.pdf)

SPIELANLEITUNG

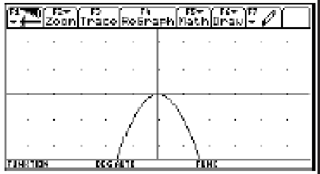
Die Karten bestehen aus 14 zusammengehörigen Paaren. Auf einer Karte ist ein Funktionsgraph abgebildet, auf der anderen die zu dieser Funktion gehörenden Eigenschaften, nämlich Definitions- und Wertemenge, Monotonie und Funktionstyp.

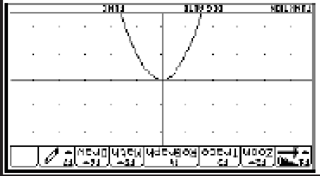
Es gibt folgende Funktionstypen:

- Konstante Funktion, homogene und inhomogene lineare Funktion
- Reziprokfunktion $\frac{1}{x}$ und spezielle Reziprokfunktionen $\frac{1}{x^2}, -\frac{1}{x}, -\frac{1}{x^2}$
- Quadratische Funktion, spezielle Quadratfunktionen und die kubische Funktion x^3 und $-x^3$ als Potenzfunktion und spezielle Potenzfunktion
- Wurzelfunktion und spezielle Wurzelfunktion

Zusätzlich gibt es noch eine Einzelkarte, der „Schwarze Peter".

Es müssen alle Karten ausgeteilt werden, auch wenn die Spieler dann eine unterschiedliche Anzahl an Karten besitzen. Jeder schaut sich seine Karten genau an und legt zusammengehörende Paare weg. Die anderen kontrollieren, ob die Paare wirklich stimmen. Sollte ein Spieler ein Paar weglegen, das nicht zusammenpasst, so hat er verloren und das Spiel beginnt von Neuem.
Um weitere zusammengehörende Paare zu finden, zieht nun ein Spieler von seinem Nachbarn eine Karte. Das geht so lange, bis alle Paare gefunden wurden und nur ein Spieler mit einer Karte, dem „Schwarzen Peter", übrigbleibt. Gewonnen hat der Spieler, der als erster alle Karten abgelegt hat, verloren hat der Spieler, dem der „Schwarze Peter" übrigbleibt.

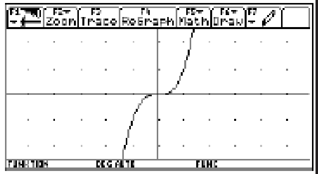


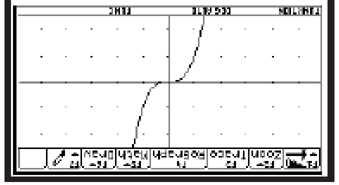


Eigenschaften:

D = R
$W = R_0^-$
für x<0: steigend
für x>0: fallend
Quadratische Funktion

Quadratische Funktion
für x>0: fallend
für x<0: steigend
$W = R_0^-$
D = R
Eigenschaften:

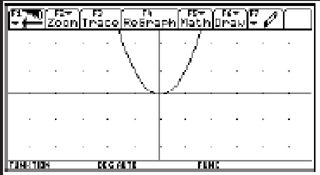


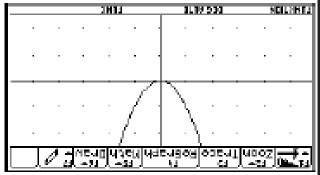


Eigenschaften:

D = R
W = R
streng monoton steigend
Potenzfunktion

Potenzfunktion
streng monoton steigend
W = R
D = R
Eigenschaften:

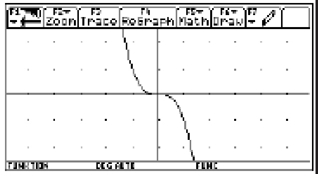


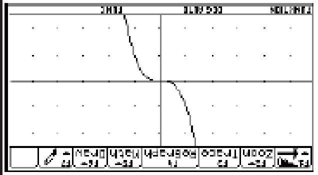


Eigenschaften:

D = R
$W = R_0^+$
für x<0: fallend
für x>0: steigend
Quadratische Funktion

Quadratische Funktion
für x<0: steigend
für x>0: fallend
$W = R_0^+$
D = R
Eigenschaften:

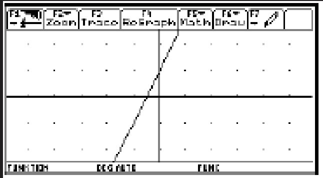


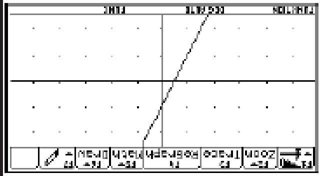


Eigenschaften:

D = R
W = R
streng monoton fallend
Potenzfunktion

Potenzfunktion
streng monoton fallend
W = R
D = R
Eigenschaften:

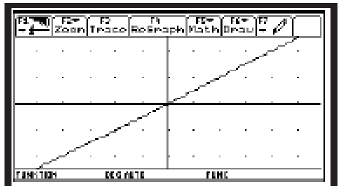


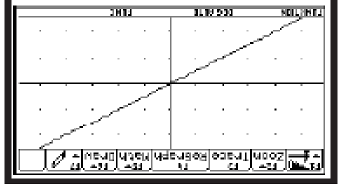


Eigenschaften:

D = R
W = R
streng monoton steigend
Inhomogene lineare
Funktion

Funktion
Inhomogene lineare
streng monoton steigend
W = R
D = R
Eigenschaften:

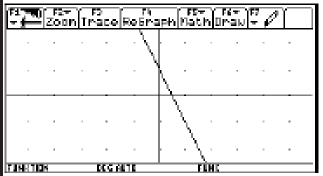


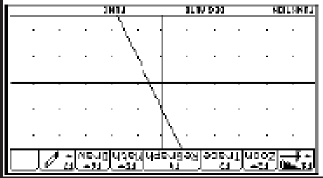


Eigenschaften:

D = R
W = R
streng monoton steigend
Homogene lineare
Funktion

Funktion
Homogene lineare
streng monoton steigend
W = R
D = R
Eigenschaften:

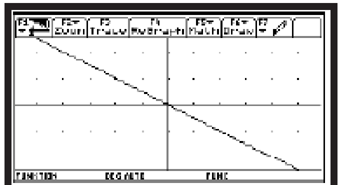


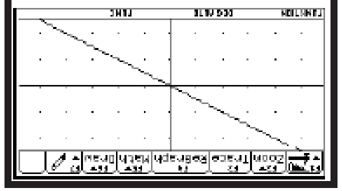


Eigenschaften:

D = R
W = R
streng monoton fallend
Inhomogene lineare
Funktion

Funktion
Inhomogene lineare
streng monoton fallend
W = R
D = R
Eigenschaften:

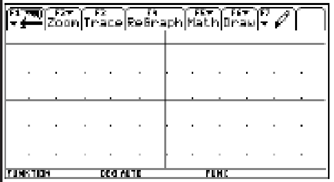


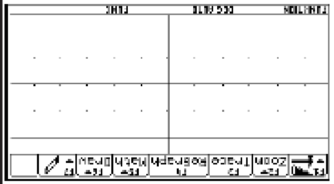


Eigenschaften:

D = R
W = R
streng monoton fallend
Homogene lineare
Funktion

Funktion
Homogene lineare
streng monoton fallend
W = R
D = R
Eigenschaften:

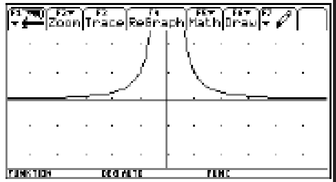


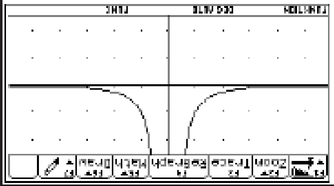


Eigenschaften:

D = R
W = {2}
konstant
Konstante Funktion

Eigenschaften:
D = R
W = {2}
konstant
Konstante Funktion

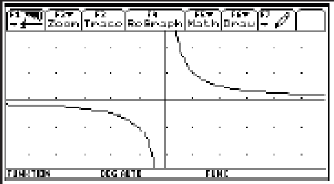


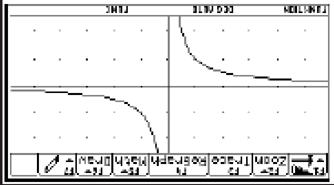


Eigenschaften:

D = R \ {0}
W = R^+
für x<0: steigend
für x>0: fallend
Spezielle Reziprokfunktion

Eigenschaften:
D = R \ {0}
W = R^+
für x<0: steigend
für x>0: fallend
Spezielle Reziprokfunktion

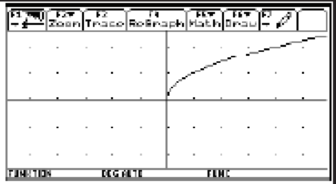


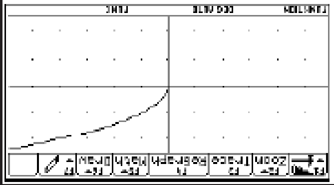


Eigenschaften:

D = R \ {0}
W = R \ {0}
streng monoton fallend
Reziprokfunktion

Eigenschaften:
D = R \ {0}
W = R \ {0}
streng monoton fallend
Reziprokfunktion

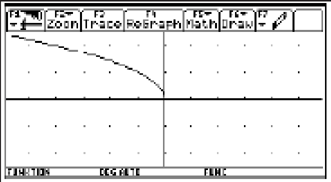


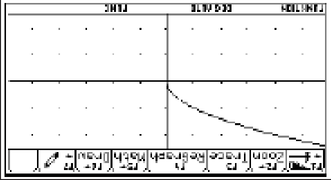


Eigenschaften:

D = R_0^+
W = R_0^+
streng monoton steigend
Wurzelfunktion

Eigenschaften:
D = R_0^+
W = R_0^+
streng monoton steigend
Wurzelfunktion

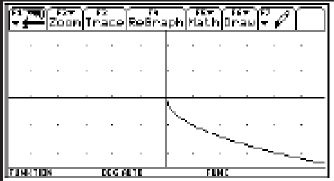


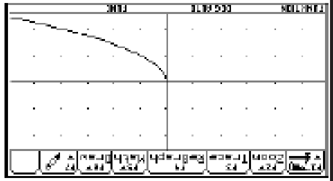


Eigenschaften:

D = R_0^-
W = R_0^+
streng monoton fallend
Spezielle Wurzelfunktion

Spezielle Wurzelfunktion
streng monoton fallend
W = R_0^+
D = R_0^-
Eigenschaften:

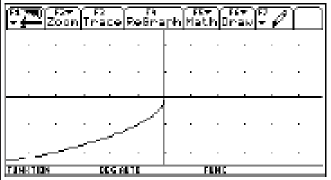


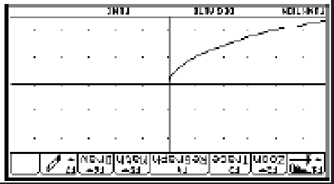


Eigenschaften:

D = R_0^+
W = R_0^-
streng monoton fallend
Spezielle Wurzelfunktion

Spezielle Wurzelfunktion
streng monoton fallend
W = R_0^-
D = R_0^+
Eigenschaften:

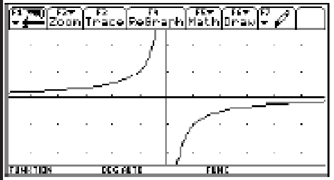


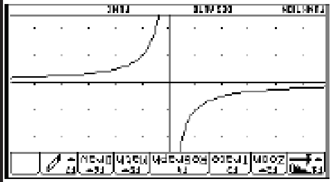


Eigenschaften:

D = R_0^-
W = R_0^-
streng monoton steigend
Spezielle Wurzelfunktion

Spezielle Wurzelfunktion
streng monoton steigend
W = R_0^-
D = R_0^-
Eigenschaften:

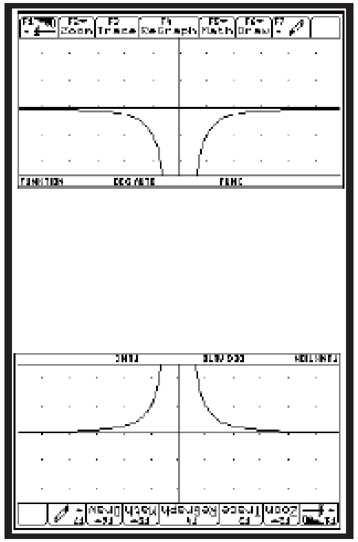




Eigenschaften:

D = R \ {0}
W = R \ {0}
streng monoton steigend
Spezielle Reziprokfunktion

Spezielle Reziprokfunktion
streng monoton steigend
W = R \ {0}
D = R \ {0}
Eigenschaften:



Eigenschaften:

D = R \ {0}
W = R
für x<0: fallend
für x>0: steigend
Spezielle Reziprokfunktion

Spezielle Reziprokfunktion
für x>0: steigend
für x<0: fallend
W = R
D = R \ {0}
Eigenschaften:

Schwarzer Peter

Schwarzer Peter

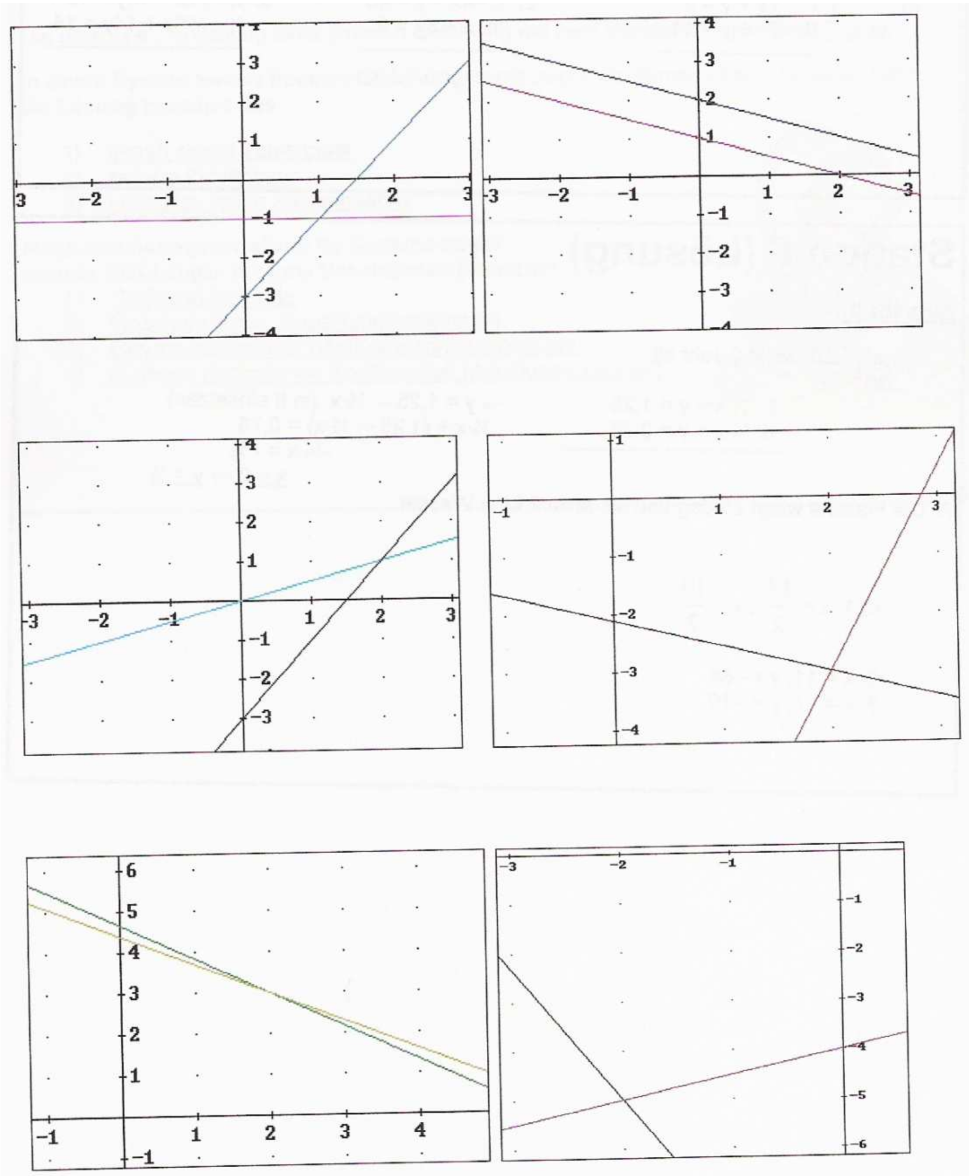
STATION 4	PFLICHT

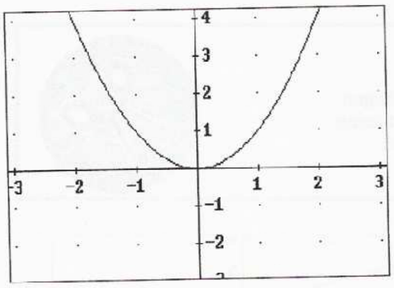
Arbeitsblatt

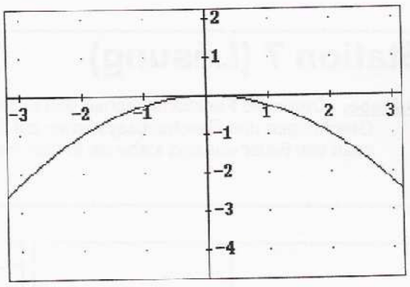
(Thaler, Karoline: (Offenes Lernen), S. 184 - 187)

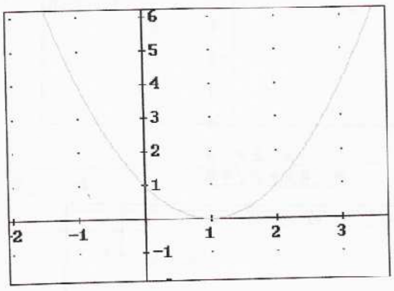
Anleitung:

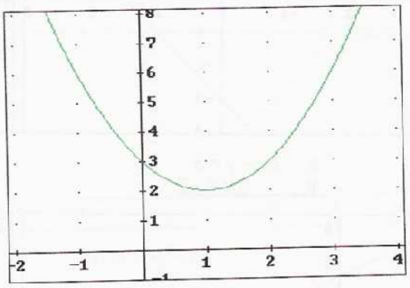
Ordne die Funktionsgraphen den zugehörigen Gleichungen zu! Schneide dazu alle Bilder aus und klebe sie ins Heft! Kontrolliere jedoch vorher mit dem Lösungsblatt, bevor du sie einklebst!





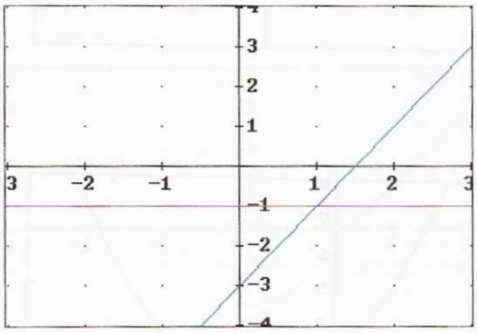




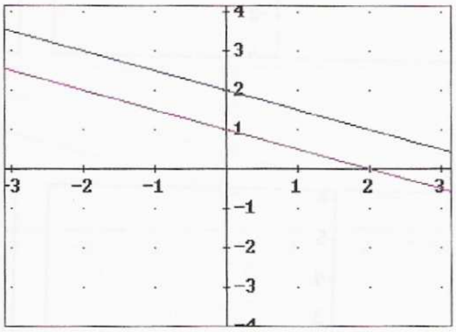


I: $7\cdot x + 10\cdot y = 44$ II: $5\cdot x + 6\cdot y = 28$	I: $8\cdot x + 3\cdot y = -31$ II: $x = 2\cdot y + 8$
$y = x^2$	$y = -\frac{1}{2}\cdot x^2$
I: $2\cdot x - y = 3$ II: $3\cdot y = -3$	I: $x + 2\cdot y = 4$ II: $4\cdot x + 8\cdot y = 8$
I: $2\cdot y = x$ II: $y + 3 = 2\cdot x$	I: $4\cdot x + 9\cdot y = -19$ II: $7\cdot x - 2\cdot y = 20$
$y = (x-1)^2$	$y = (x-1)^2 + 2$

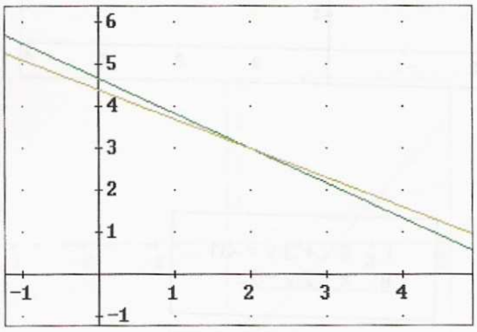
LÖSUNG



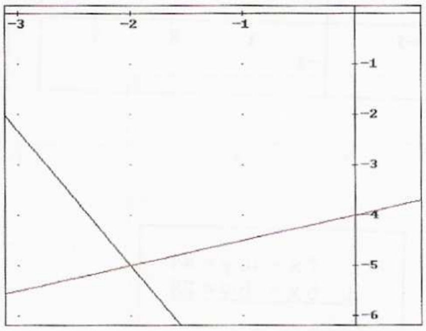
I: $2 \cdot x - y = 3$
II: $3 \cdot y = -3$



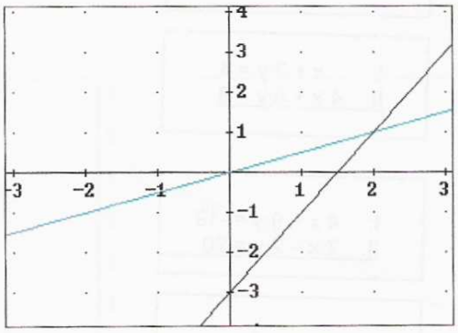
I: $x + 2 \cdot y = 4$
II: $4 \cdot x + 8 \cdot y = 8$



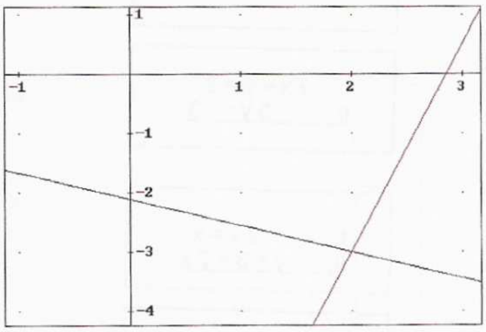
I: $7 \cdot x + 10 \cdot y = 44$
II: $5 \cdot x + 6 \cdot y = 28$



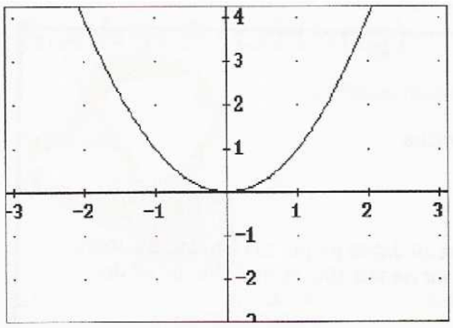
I: $8 \cdot x + 3 \cdot y = -31$
II: $x = 2 \cdot y + 8$



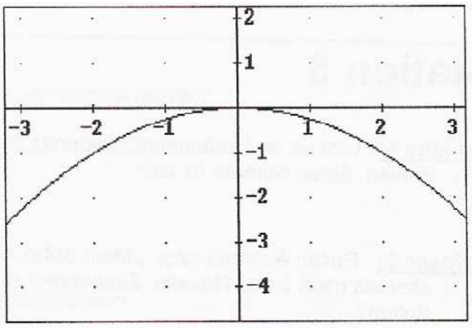
I: $2 \cdot y = x$
II: $y + 3 = 2 \cdot x$



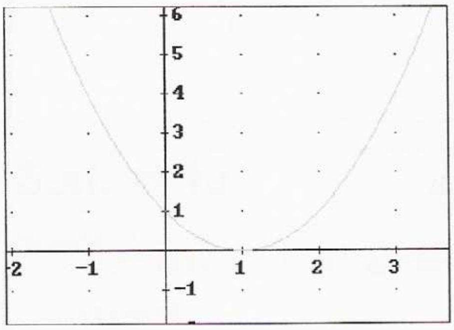
I: $4 \cdot x + 9 \cdot y = -19$
II: $7 \cdot x - 2 \cdot y = 20$



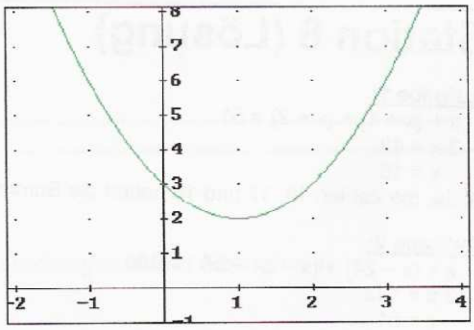
$y = x^2$



$y = -\frac{1}{2} \cdot x^2$



$y = (x-1)^2$



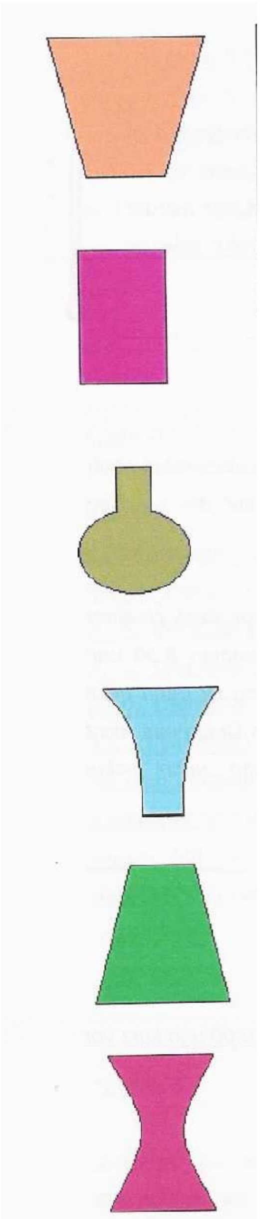
$y = (x-1)^2 + 2$

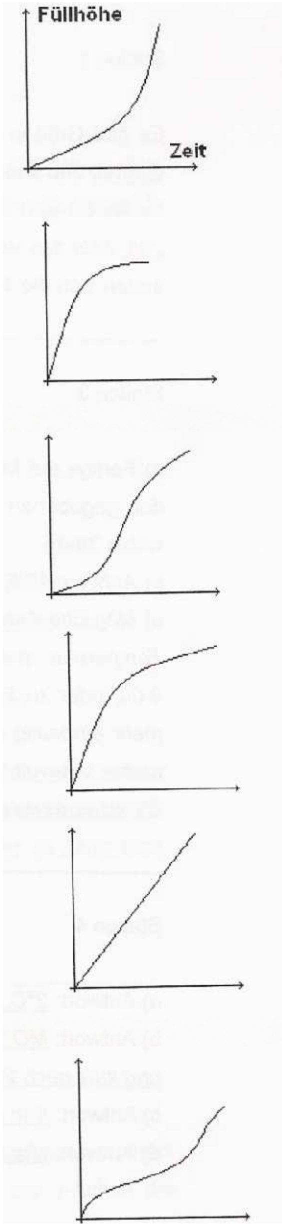
STATION 5	WAHL

Arbeitsblatt

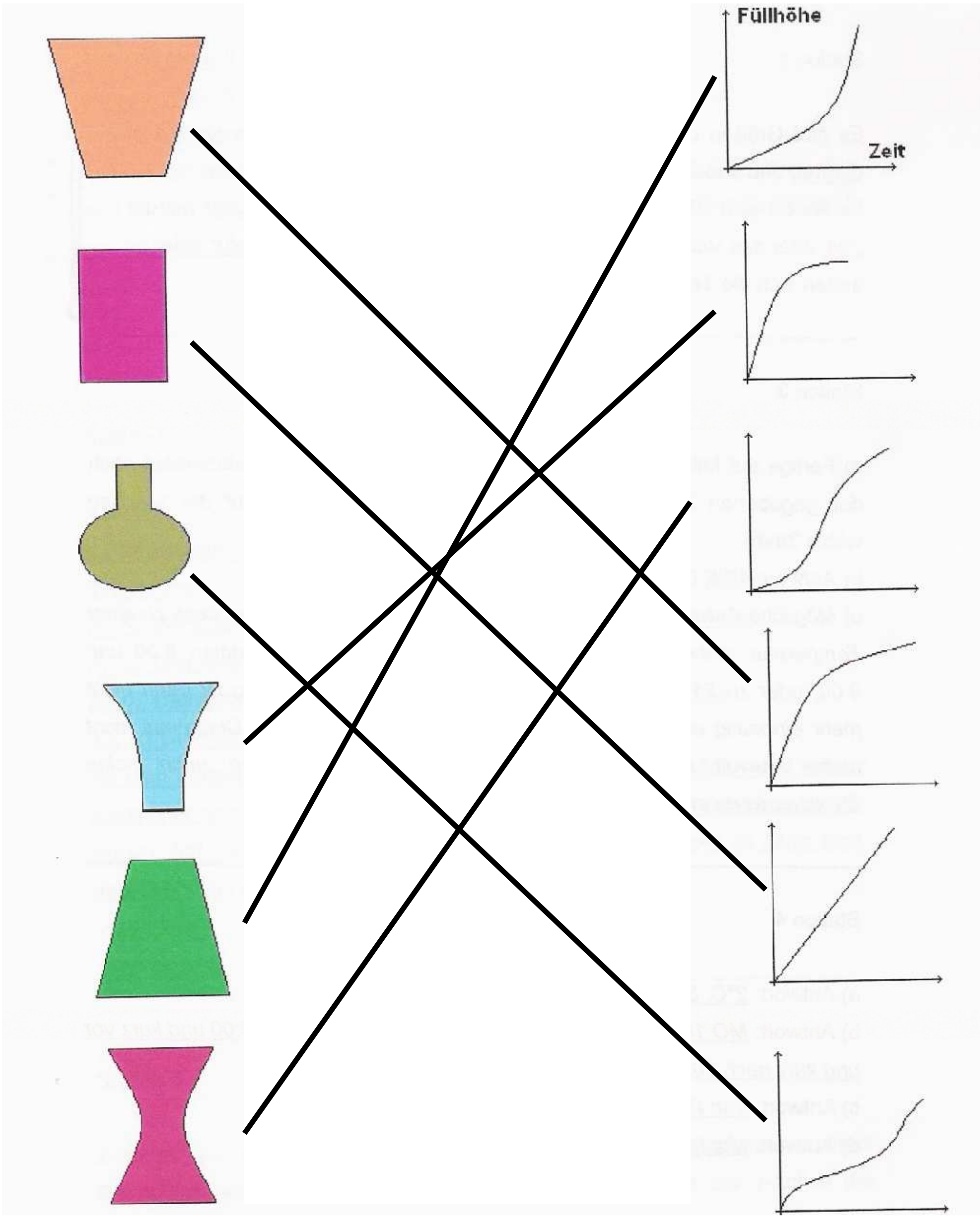
(Thaler, Karoline: (Offenes Lernen), S. 199)

<u>Anleitung:</u> Welcher Funktionsgraph beschreibt die Veränderung der Füllhöhe welcher Vase, wenn gleichmäßig Wasser eingegossen wird? Verbinde und kontrolliere mit dem Lösungsblatt!





LÖSUNG



STATION 6	**WAHL**

Puzzle

(Aufgaben aus: Thorwartl, u.a.: (Mathematik positiv 6))

Arbeitsanweisung:

Berechne die Beispiele und leg die entsprechende Antwort mit der Antwort nach oben ins Feld. Wenn du fertig bist, dreh die Kärtchen um. Wenn du richtig gerechnet hast, sollte sich ein Bild ergeben.

Beispiele:

1. Der Luftdruck p nimmt mit zunehmender Höhe ab. Nimmt die Höhe um etwa 5,5 km zu, so sinkt der Luftdruck jeweils auf die Hälfte. Ausgehend vom Luftdruck auf Meeresniveau (p_0 = 1,01325 bar) lässt sich der Luftdruck p durch folgende Formel errechnen:

   $p = p_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{h}{5,5}}$, wobei die Seehöhe in km ist.

   a) Gib den Luftdruck auf dem Großglockner (3797 m) an.
   b) Berechne die Seehöhe, wenn der Luftdruck 0,4 bar ist.
2. Berechne das Kapital am Ende des ersten Jahres für K_0 = 100 000 € und p = 3,5 % bei
   a) jährlicher Verzinsung
   b) kontinuierlicher Verzinsung
3. In einer Badewanne befindet sich heißes Wasser von der Temperatur β_2 = 60°C. Die Temperatur im Badezimmer beträgt β_1 = 25°C. Die Abkühlung auf die Temperatur β erfolgt nach folgendem Gesetz: $\beta = \beta_1 + (\beta_2 - \beta_1)\cdot e^{-0,05t}$ (t…Zeit in Minuten, β in Celsiusgrad)
   a) Welche Temperatur hat das Wasser nach 15 Minuten?
   b) In welcher Zeit kühlt das Wasser auf 37°C ab?

1a	**2a**	**2b**
1b	**3a**	**3b**

103 561,97	**103 500**	**0,627..**
21,408...	**41,532...**	**7,3750..**

STATION 7	**WAHL**

Domino

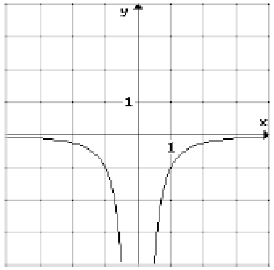
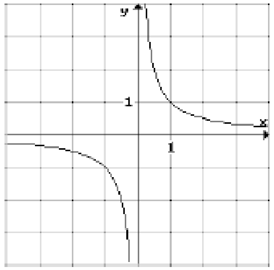
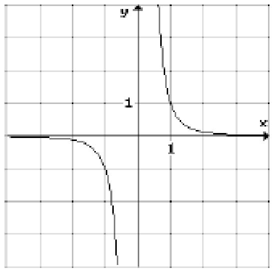
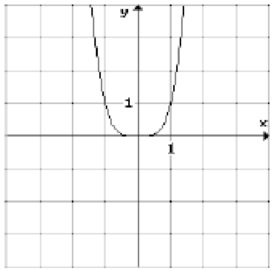
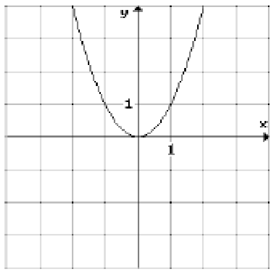
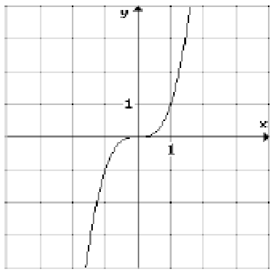
(Brandstetter, u.a.: http://www.pi-klu.ac.at/ahs/fach/Mathematik/Downloads/Funktionen.pdf)

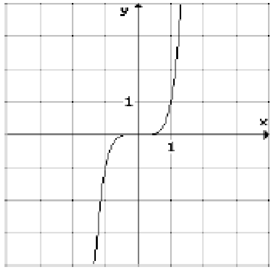
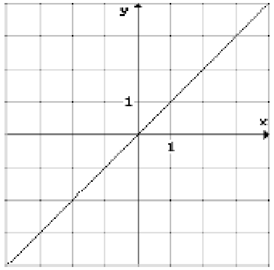
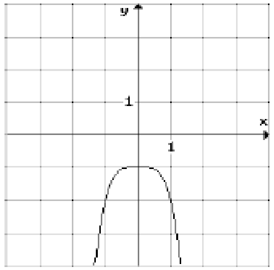
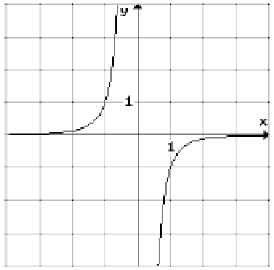
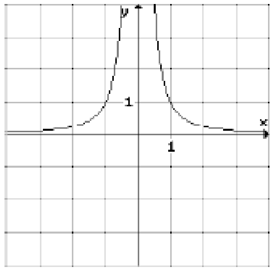
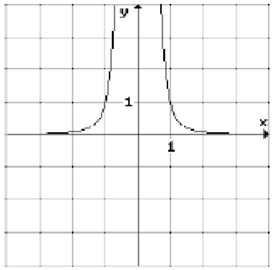
Spielanleitung:

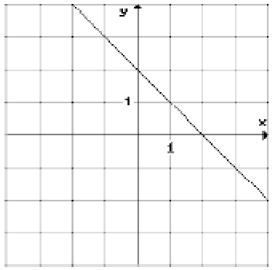
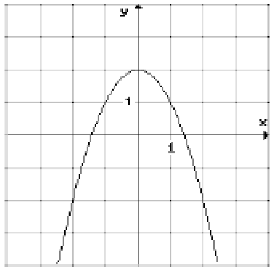
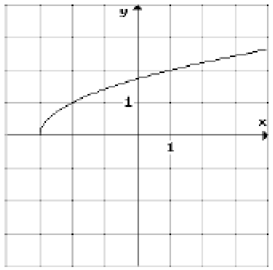
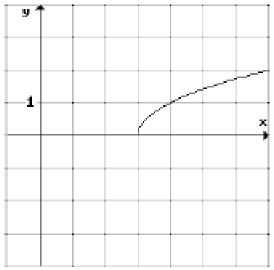
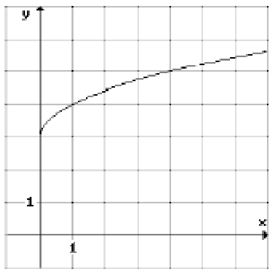
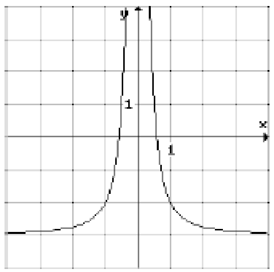
Das Spiel ist für 2 oder 4 SpielerInnen gedacht.

Die Dominosteine werden verdeckt auf den Tisch gelegt und durchgemischt. Jeder darf sich 3 Dominosteine nehmen.
Der/Die SpielerIn, der/die als nächstes Geburtstag hat, beginnt. Dieser Spieler wählt ein Plättchen aus und legt es offen auf den Tisch.
Weiter geht's im Uhrzeigersinn: Der nächste Spieler versucht, ein passendes Plättchen anzulegen. Kann ein Spieler nicht anlegen, so muss er ein Plättchen vom Vorrat nehmen – solange welche vorhanden sind – und wenn auch dies nicht passt, ist der nächste Spieler in der Runde (Uhrzeigersinn!) an der Reihe.

Das Ziel besteht darin, alle Plättchen abzulegen. Solltet ihr irgendwann nicht mehr weiterkommen, dann müsst ihr den Fehler suchen.

	$y = \frac{1}{x}$		$y = \frac{1}{x^3}$
	$y = x^4$		$y = x^2$
	$y = x^3$		$y = x^5$

	$y = x$		$y = -x^4 - 1$
	$y = -\dfrac{1}{x^3}$		$y = \dfrac{1}{x^2}$
	$y = \dfrac{1}{x^4}$		$y = -x + 2$

	$y = -x^2 + 2$		$y = \sqrt{x+3}$
	$y = \sqrt{x-3}$		$y = \sqrt{x} + 3$
	$y = \frac{1}{x^2} - 3$		$y = -\frac{1}{x^2}$

STATION 8	WAHL

Diagnostix

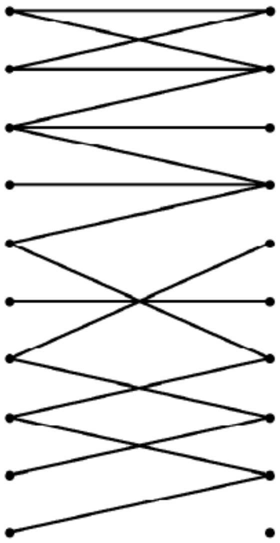
(Brandstetter, u.a.: http://www.pi-klu.ac.at/ahs/fach/Mathematik/Downloads/Funktionen.pdf)

<u>Spielanleitung:</u>

Verbinde auf deinem Arbeitsblatt jede Funktionsgleichung mit allen auf sie zutreffenden Eigenschaften mit dem Lineal! Vergleiche dein Ergebnis mit der Kontrollfolie!

Funktionen			Eigenschaften
$f(x)=2\cdot\sqrt{x}$	•	•	Die Wertemenge ist $\mathbb{R}_0^+$.
$f(x)=\sqrt{x-2}$	•	•	f(x) hat genau eine Nullstelle.
$f(x)=\ln x$	•	•	Die größtmögliche Definitionsmenge ist $\mathbb{R}^+$.
$f(x)=\frac{1}{x}$	•	•	Die y-Achse ist Asymptote.
$f(x)=x^{-2}$	•	•	Die Funktion ist streng monoton fallend, d.h. für alle $x, y \in D$ gilt: $x < y \Rightarrow f(x) > f(y)$
$f(x)=9-(x-3)^2$	•	•	Der Graph ist eine nach unten offene Parabel.
$f(x)=0{,}1^x$	•	•	Der Graph ist symmetrisch bezüglich der y-Achse.
$f(x)=3\cdot\cos x$	•	•	Der Graph geht durch (0/1).
$f(x)=2^x$	•	•	Die Wertemenge ist [-3;+3].
$f(x)=3\cdot\sin\frac{x}{3}$	•	•	Der Graph ist eine nach oben offene Parabel.

LÖSUNG - DIAGNOSTIX



STATION 9	**WAHL**

Lernkartei mit Partnerarbeit

(Brandstetter, u.a.: http://www.pi-klu.ac.at/ahs/fach/Mathematik/Downloads/Funktionen.pdf)

Spielanleitung:

Setzt euch gegenüber. Mischt die Karten und teilt sie aus, jeder erhält 6 Stück.

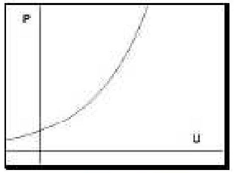
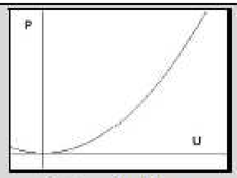
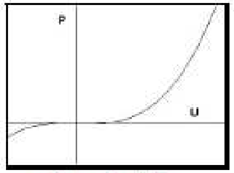
Der/Die Jüngere liest die erste Frage vor, der Partner antwortet. Danach wird getauscht. Dies wird so lange gemacht, bis alle Fragen beantwortet wurden. Achtet darauf, dass euer Partner die Lösung nicht sehen kann!

Frage-Antwort-Karten Vorderseite Teil 1:

Vor einigen Jahren wurde die elektrische Netzspannung in Mitteleuropa von 220 Volt auf 230 Volt erhöht. Dadurch erhöhte sich auch der Energieverbrauch bereits vorhandener Elektrogeräte.

Was für eine Funktion beschreibt für ein bestimmtes Elektrogerät die Abhängigkeit der elektrischen Leistung P von der Spannung U?

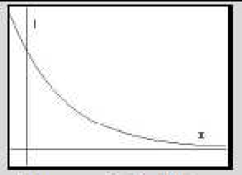
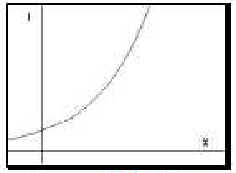
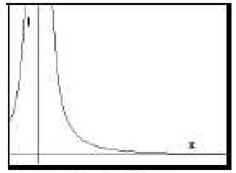
Verwende folgende Information: Die elektrische Leistung eines gegebenen Widerstandes beträgt bei 100 V 1000 Watt, bei 200 V 4000 Watt, bei 300 V 9000 W usw.

		
Exponentialfunktion	**Potenzfunktion, quadratisch**	Potenzfunktion 3. Grades
$y = a^x$	$P = \frac{U^2}{R}$ $y = x^2$	$y = x^3$

Glasfaserkabel (Lichtleiter) schwächen das durchgehende Licht durch Absorption. Je länger das Kabel, desto schwächer das Licht.

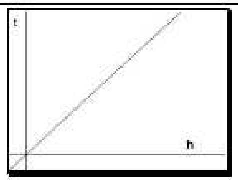
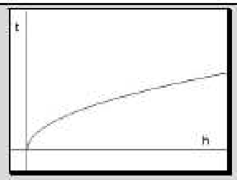
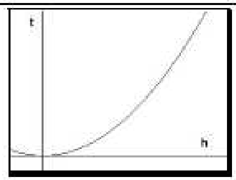
Bei einer bestimmten Kabelsorte ist z.B. nach 10 m Länge nur noch die halbe Lichtintensität vorhanden, nach 20 m nur noch ein Viertel, nach 30 m nur noch ein Achtel des Anfangswertes usw.

Was für eine Funktion beschreibt die Abhängigkeit der Lichtintensität I von der Kabellänge x?

		
Exponentialfunktion, Basis < 1	Exponentialfunktion, Basis > 1	Reziproke Potenzfunktion 2. Grades
$I = I_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{k}}$ $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$	$y = a^x$	$y = \frac{1}{x^2}$

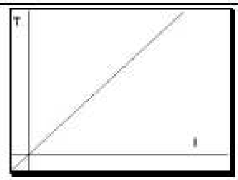
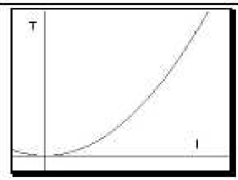
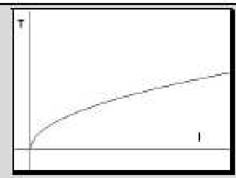
Bei einem fallenden Stein hängt die Fallzeit von der Fallhöhe ab. Bei 10 m Höhe dauert der Fall 1,4 s, bei 40 m Höhe doppelt so lang, bei 90 m Höhe dreimal so lang.

Was für eine Funktion beschreibt die Abhängigkeit der Fallzeit t von der Fallhöhe h?

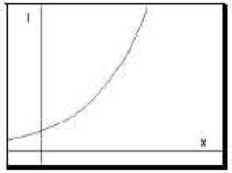
		
Lineare Funktion	**Quadratwurzelfunktion**	Potenzfunktion, quadratisch
$y = k \cdot x$	$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ $y = \sqrt{x}$	$y = x^2$

Wenn eine Pendeluhr vorgeht, muss man das Pendel verlängern. Die Schwingungsdauer eines Pendels hängt von seiner Länge ab. Z.B. dauert die Schwingung eines 25 cm langen Pendels 1 s. Damit sich die Schwingungsdauer auf 2 s verdoppelt, muss das Pendel 1 m, also 4-mal so lang gemacht werden, für 3 s 2,25 m, also 9-mal so lang usw.

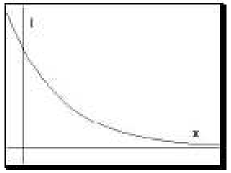
Was für eine Funktion beschreibt die Abhängigkeit der Schwingungsdauer T von der Pendellänge l?

		
Lineare Funktion	Potenzfunktion, quadratisch	**Quadratwurzelfunktion**
$y = k \cdot x$	$y = x^2$	$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$ $y = \sqrt{x}$

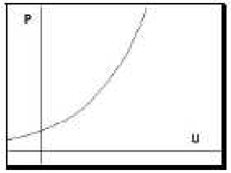
Frage-Antwort-Karten Rückseite Teil 1:



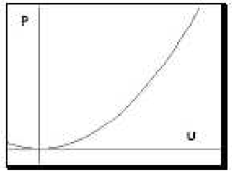
Exponentialfunktion, Basis > 1



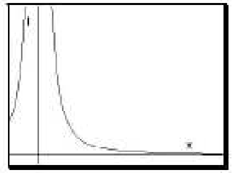
Exponentialfunktion, Basis < 1



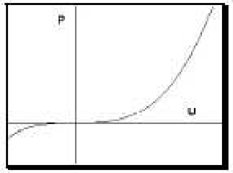
Exponentialfunktion



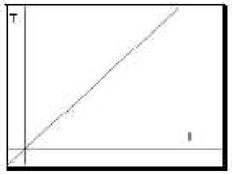
Potenzfunktion, quadratisch



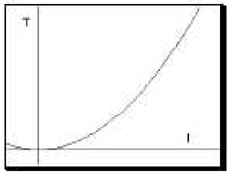
Reziproke Potenzfunktion 2. Grades



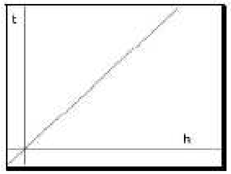
Potenzfunktion 3. Grades



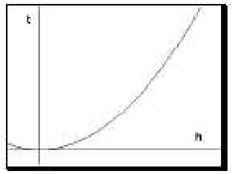
Lineare Funktion



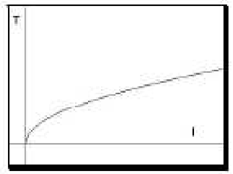
Potenzfunktion, quadratisch



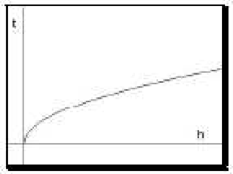
Lineare Funktion



Potenzfunktion, quadratisch



Quadratwurzelfunktion

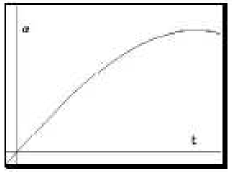


Quadratwurzelfunktion

Frage-Antwort-Karten Vorderseite Teil 2:

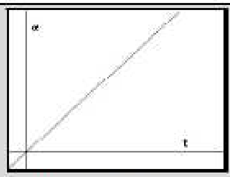
Der Winkel, um den sich der Minutenzeiger einer Uhr dreht, hängt von der vergangenen Zeit ab. Bekanntlich dreht sich ein Minutenzeiger in 5 Minuten um 30°, in 10 Minuten um 60° usw.

Was für eine Funktion beschreibt die Abhängigkeit des Drehwinkels α von der Zeit t?



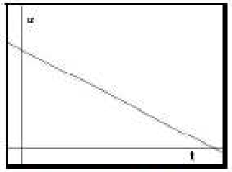
Winkelfunktion

$y = \sin x$



homogene lineare Funktion

$\alpha = k \cdot t \quad y = k \cdot x$

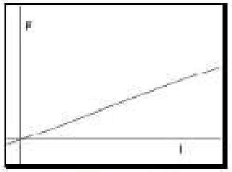


inhomogene lineare Funktion

$y = k \cdot x + d$

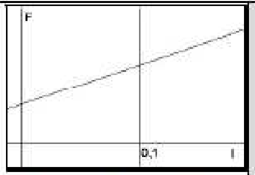
Für die Dehnung oder Stauchung von elastischen Federn gilt das Hookesche Gesetz: Die an der Feder wirkende Kraft ist proportional zur Längen<u>änderung</u> der Feder.

Welches Diagramm zeigt die Abhängigkeit der Kraft F von der <u>Länge</u> l einer Feder, die im unbelasteten Zustand 0,1 m lang ist ?



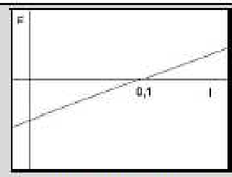
homogene lineare Funktion

$y = k \cdot x$



inhomogene lineare Funktion, d > 0

$y = k \cdot x + d$



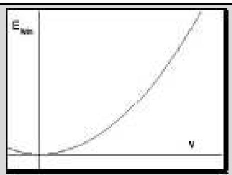
inhomogene lineare Funktion, d < 0

$F = k \cdot l - k \cdot 0{,}1 \quad y = k \cdot x + d$

In einem fahrenden Auto ist Bewegungsenergie gespeichert, die bei einem Unfall zerstörend wirken kann.

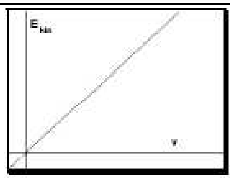
Ein 1000 kg schweres Auto enthält bei 40 km/h eine kinetische Energie von rund 62 Kilo-Joule (kJ); bei 80 km/h ist die kinetische Energie 4-mal so groß, und bei 120 km/h ist sie 9-mal so groß.

Was für eine Funktion beschreibt die Abhängigkeit der kinetischen Energie E von der Geschwindigkeit v?



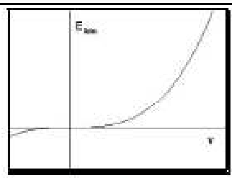
Potenzfunktion, quadratisch

$E_{kin} = \frac{m \cdot v^2}{2} \quad y = x^2$



homogene lineare Funktion

$y = k \cdot x$

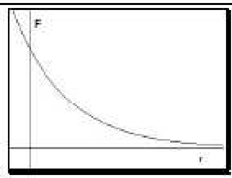


Potenzfunktion 3. Grades

$y = x^3$

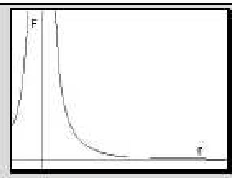
Auf einem Berggipfel hat man weniger Gewicht als im Tal: Mit wachsendem Abstand vom Erdmittelpunkt wird die Gravitationskraft zwischen Körper und Erde schwächer. An der Erdoberfläche (Abstand = Erdradius) ist ihr Wert das normale Körpergewicht. Beim doppelten Abstand vom Erdmittelpunkt (also einen Erdradius von der Erdoberfläche entfernt) ist die Anziehungskraft nur noch ein Viertel davon. Im dreifachen Abstand vom Erdmittelpunkt nur noch ein Neuntel davon usw.

Was für eine Funktion beschreibt die Abhängigkeit der Gravitationskraft F zwischen zwei Körpern vom Abstand r ihrer Massenmittelpunkte?



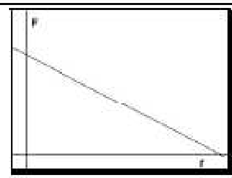
Exponentialfunktion

$y = e^{-x}$



Reziproke Potenzfunktion 2. Grades

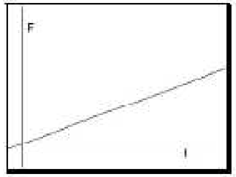
$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad y = \frac{1}{x^2}$



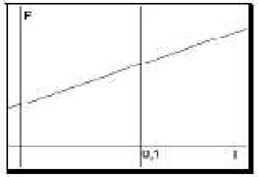
Lineare Funktion

$y = k \cdot x + d$

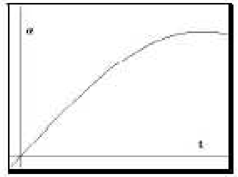
Frage-Antwort-Karten Rückseite Teil 2:



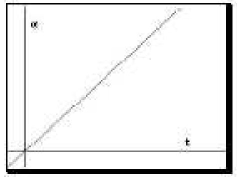
homogene lineare Funktion



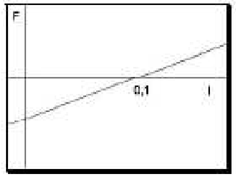
inhomogene lineare Funktion, d > 0



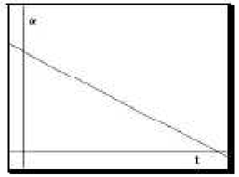
Winkelfunktion



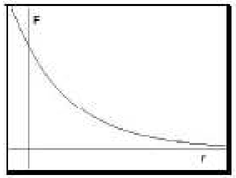
homogene lineare Funktion



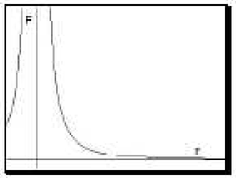
inhomogene lineare Funktion, d < 0



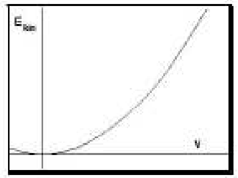
inhomogene lineare Funktion



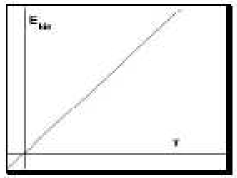
Exponentialfunktion



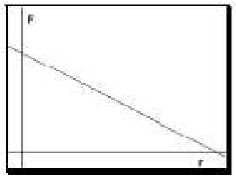
Reziproke Potenzfunktion 2. Grades



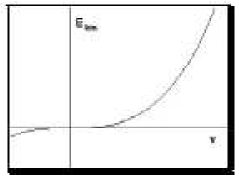
Potenzfunktion, quadratisch



homogene lineare Funktion



Lineare Funktion



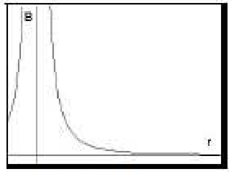
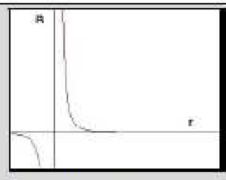
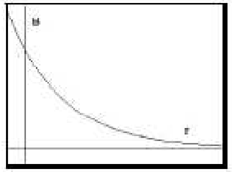
Potenzfunktion 3. Grades

Frage-Antwort-Karten Vorderseite Teil 3:

Jeder Stabmagnet ist von einem Magnetfeld umgeben. Die Feldstärke ist ein Maß für die Kraft zwischen diesem Magneten und einem anderen Magnetpol. Sie hängt von der Entfernung zwischen den beiden Magneten ab.

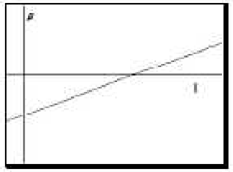
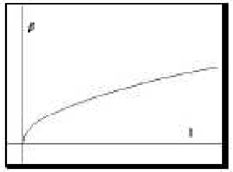
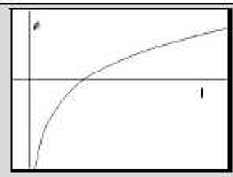
Wenn z.B. bei einem bestimmten Magneten die Feldstärke in 10 cm Entfernung die Größe 1 Tesla (T) hat, dann ist sie in 1 m, also der 10-fachen Entfernung, 0,001 Tesla und in 10 m Entfernung nur noch 10^{-6} Tesla.

Was für eine Funktion beschreibt die Abhängigkeit der Feldstärke B von der Entfernung r (vom Mittelpunkt des Stabmagneten in seiner Symmetrieebene)?

		
Reziproke Potenzfunktion 2. Grades	**Reziproke Potenzfunktion 3. Grades**	Exponentialfunktion
$y = \frac{1}{x^2}$	$B = \mu \cdot \frac{M}{r^3}$ $\quad y = \frac{1}{x^3}$	$y = e^{-x}$

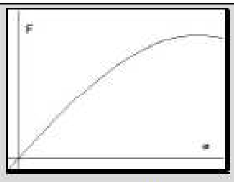
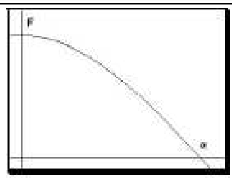
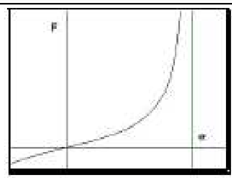
Das menschliche Ohr kann einen enormen Bereich der auftreffenden Schallleistung (Intensität) verarbeiten: von 10^{-16} bis 10^{-4} W/cm², also ein Verhältnis von $1 : 10^{12}$. Ein Maß für die Hörempfindung ist die sogenannte Lautstärke. Sie hat beim 10-fachen Wert der Mindestleistung (= Hörschwelle) den Wert 10 Dezibel (dB), beim 100-fachen Wert ist sie 20 dB, beim 1000-fachen Wert ist die Lautstärke 30 dB usw.

Was für eine Funktion beschreibt die Abhängigkeit der Lautstärke β von der Schallintensität I?

		
Lineare Funktion	Quadratwurzelfunktion	**Logarithmusfunktion**
$y = k \cdot x + d$	$y = \sqrt{x}$	$\beta = 10 \cdot \log\frac{I}{I_0}$ $\quad y = \log x$

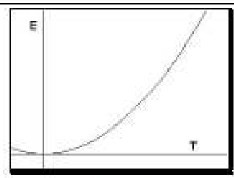
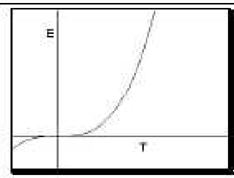
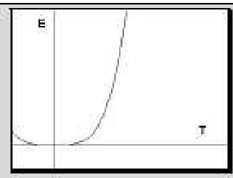
Die Kraft, mit der ein Schifahrer durch sein Körpergewicht in Hangrichtung vorwärts gezogen wird, hängt vom Neigungswinkel des Hanges ab. Bei 0° Neigungswinkel (waagrecht) ist die Kraft 0, bei einem senkrechten „Hang" ist sie gleich dem Körpergewicht. Bei 30° ist die Kraft halb so groß, bei 45° ca. 0,7-mal und bei 60° Neigungswinkel (Maximum für Extremschifahrer) ca. 0,87-mal so groß wie das Körpergewicht.

Was für eine Funktion beschreibt die Abhängigkeit der Kraft F in Hangrichtung vom Neigungswinkel α?

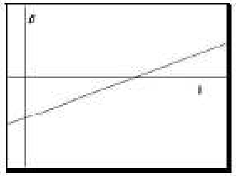
		
Sinusfunktion	Cosinusfunktion	Tangensfunktion
$F = G \cdot \sin\alpha$ $\quad y = \sin x$	$y = \cos x$	$y = \tan x$

Je höher die (absolute) Temperatur eines Körpers ist, desto mehr Energie gibt er in jeder Sekunde in Form von Wärmestrahlung ab. Gibt ein Körper z.B. bei einer Temperatur von 300 Kelvin (K) 100 Watt Strahlungsleistung ab, so erhöht sich dieser Wert bei Verdoppelung der absoluten Temperatur auf 1600 Watt, bei der 3-fachen Temperatur schon 8100 Watt, also das 81-fache des Anfangswertes.

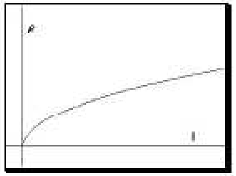
Was für eine Funktion beschreibt die Abhängigkeit der Strahlungsleistung E eines Körpers von seiner absoluten Temperatur T?

		
Potenzfunktion, quadratisch	Potenzfunktion 3. Grades	**Potenzfunktion 4. Grades**
$y = x^2$	$y = x^3$	$E = \sigma \cdot T^4$ $\quad y = x^4$

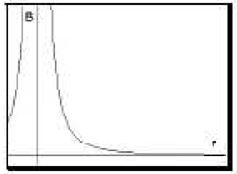
Frage-Antwort-Karten Rückseite Teil 3:



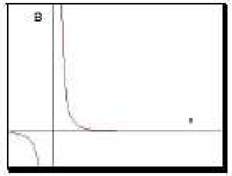
Lineare Funktion



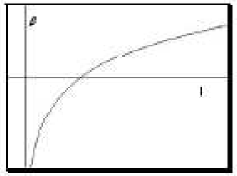
Quadratwurzelfunktion



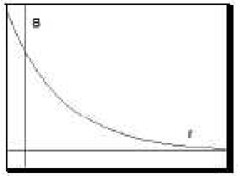
Reziproke Potenzfunktion 2. Grades



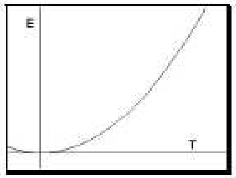
Reziproke Potenzfunktion 3. Grades



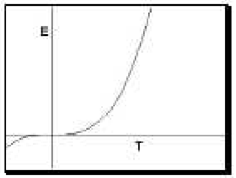
Logarithmusfunktion



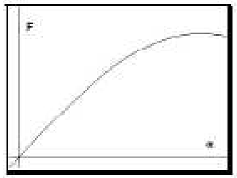
Exponentialfunktion



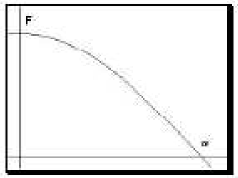
Potenzfunktion, quadratisch



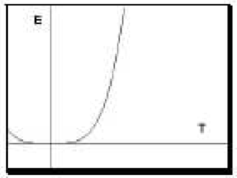
Potenzfunktion 3. Grades



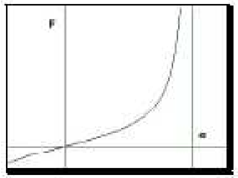
Sinusfunktion



Cosinusfunktion



Potenzfunktion 4. Grades



Tangensfunktion

STATION 10	WAHL

Text mit Fragen

(Brandstetter, u.a.: http://www.pi-klu.ac.at/ahs/fach/Mathematik/Downloads/Funktionen.pdf)

Arbeitsanweisung:

Lies den Text und beantworte die Fragen. Die Kontrolle erfolgt durch den Kontrolltext am Ende!

EULER & Co

Geschichte und Entwicklung des Funktionsbegriffs

Wenn man unter einer Funktion die sehr allgemeine Idee versteht, einer Reihe von Werten bestimmte andere Werte zuzuordnen, dann haben schon die babylonischen Mathematiker um 1800 v. Chr. Funktionen verwendet. Sie stellten Zuordnungen in Form von Tabellen dar. So hat man z.B. Keilschrift-Tontäfelchen mit Rechentafeln zur Berechnung des Quadrats und der dritten Potenz von Zahlen gefunden, die für Flächen- und Volumsberechnungen herangezogen wurden.

Zuordnungen in Form eines Funktionsgraphen darzustellen ist eine geniale Erfindung. Die Anschaulichkeit einer solchen Linie lässt den geübten Betrachter unmittelbar bestimmte Zusammenhänge zwischen zwei Größen begreifen. Als einer der Begründer dieser Darstellungsweise kann Nicole ORESME gelten, Bischof von Lisieux und Mathematiker im 14. Jahrhundert n. Chr. Er führte mit den Begriffen „longitudo“ und „latitudo“ schon in etwa die Abszisse („x-Achse“) und Ordinate („y-Achse“) des Koordinatensystems ein. Als Beispiel für eine Graphendarstellung aus dieser Zeit kann die Darstellung von Planetenpositionen in Abhängigkeit von der Zeit gelten.

Mit der Einführung von Variablen im 16. Jahrhundert (VIETA) wird allmählich die Darstellung von Abhängigkeiten durch Formeln im heutigen Sinn möglich. Der Begriff „Funktion“ („functio“) tritt erstmals in einem Manuskript von Gottfried Wilhelm LEIBNIZ (1646-1716) auf.

Der Schweizer Leonhard EULER (1707-1783) prägte jene Definition, die bis heute grundlegend geblieben ist, wenngleich sie in den folgenden Jahrhunderten noch vielfach exaktifiziert wurde, um neuen Problemstellungen gerecht zu werden. EULER sieht in einer Funktion eine veränderliche Größe, die von einer anderen veränderlichen Größe abhängig ist. Dabei hat er noch ausschließlich stetige Funktionen vor Augen, wenn er feststellt: „Eine Kurve, die mit einem Zug durchgezeichnet werden kann, beschreibt eine Funktion.“ EULER führte auch die Schreibweise f(x) ein, die sehr gut die Abhängigkeit des Funktionswerts deutlich macht.

Die Bedeutung der Eindeutigkeit der Funktion (z.B. ist die Kreislinie keine Funktion im heutigen Sinn) und die fallweise Notwendigkeit der Einschränkung des Definitionsbereichs wurden später herausgearbeitet. Einen wichtigen Beitrag zum Funktionsbegriff leistete die Mengenlehre, die unter einer Funktion die Abbildung einer Menge A in eine andere Menge B versteht, wobei jedem Element aus A genau ein Element aus B zugeordnet wird. Als Beispiel kann man die Verpflichtung zur Preiskennzeichnung in österreichischen Geschäften anführen: Jedem Artikel im Geschäft muss genau ein Preis zugeordnet werden können.

Der mathematische Funktionsbegriff ist dem umgangssprachlichen Wort „funktionieren“ recht nahe. Die Lenkung eines Autos funktioniert, wenn sich beim Drehen am Lenkrad eine eindeutige Richtungsänderung des Autos ergibt. Sie funktioniert nicht, wenn sich beim Drehen in die gleiche Richtung das Auto einmal nach rechts und einmal nach links bewegt. So kann man auch eine mathematische Funktion aus „Zahlenmaschine“ begreifen, die bei Eingabe einer Zahl eine ganz bestimmte weitere Zahl produziert, wobei sie nicht immer in der Lage ist, jede beliebige Zahl zu verarbeiten.

ARBEITSBLATT

1. Welche Mathematiker verwendeten als erste Tabellen zur Zuordnung von Größen und zu welcher Zeit geschah dies?

2. Wie hieß der Bischof und Mathematiker, der als einer der ersten Funktionsgraphen in ein Koordinatensystem zeichnete?

3. Mit welchem anschaulichen Begriff bezeichnet die Mengenlehre eine Funktion?

4. Mit welchem Beispiel könnte man die Definition einer Funktion im Sinne der Mengenlehre verdeutlichen?

5. Wer prägte die bis heute grundlegende Definition des Funktionsbegriffs?

6. Wann starb jener Schweizer Mathematiker, der in einer Funktion eine veränderliche Größe sah, die von einer anderen veränderlichen Größe abhängig ist?

7. Wie alt wurde Leibniz?

8. Woraus setzt sich eine Menge im Sinne der Mengenlehre zusammen?

Kontrollzeilen

Setze die Anfangsbuchstaben der Lösungswörter ein!

		D	Y	G	U		R	D			T		R

Trage die Beträge aller gefragten Zahlen ein und addiere!

. . . .	+	. . . .	+	. .	=	3653

6. Analytische Geometrie des Raumes

Den Abschluss bildet nun das Kapitel über die analytische Geometrie im Raum.

Hier wurden die Stationen so gewählt, dass hauptsächlich Pflichtstationen zu erledigen sind. Die Wahlstationen dienen schnelleren/besseren SchülerInnen, um die freie Zeit zu nutzen.

Es gibt hier jedoch weniger Stationen, da meistens Rechenaufgaben zu erledigen sind, die doch etwas Zeit in Anspruch nehmen. Natürlich könnte man den Betrieb aber um weitere Stationen erweitern

Arbeitsplan zur Analytischen Geometrie im Raum

STATION	AUFGABENSTELLUNG	PFLICHT/ WAHL	SOZIALFORM	KONTROLLFORM	ERLEDIGT
Station 1: Lernmappe	Bearbeite die Lernmappe!	Pflicht	☺	Selbstkontrolle	
Station 2: Puzzle	Löse die Aufgaben! Ob du richtig gearbeitet hast, siehst du, wenn du ein Bild erhältst!	Pflicht	☺ ☺	Selbst- und Partnerkontrolle	
Station 3: Spiel	Bestimmt die Lagebeziehungen der Geraden!	Wahl	☺ ☺	Partnerkontrolle	
Station 4: Partnerscheibe	Kontrolliere dein Wissen über Teilen einer Strecke und Schwerpunkt!	Pflicht	☺ ☺	Partnerkontrolle	
Station 5: Domino	Spiele Domino, indem du die Lagebeziehung zwischen Geraden und Ebenen bestimmst!	Station 5 <u>oder</u> 6 sind Pflicht	☺☺ — ☺☺☺	Partnerkontrolle	
Station 6: Spiel	Im Spiel soll die Lagebeziehung von Ebenen ermittelt werden!	Station 5 <u>oder</u> 6 sind Pflicht	☺☺ — ☺☺☺☺☺	Partnerkontrolle	
Station 7: Puzzle	Ein Puzzle mit Aufgaben zum skalaren Produkt, vektoriellen Produkt und zur Abstandberechnung	Wahl	☺ ☺	Partnerkontrolle	

☺ … Einzelarbeit ☺☺☺… Gruppenarbeit

Wie du siehst, gibt es vier Pflichtstationen. Beschäftige dich mit den Wahlstationen, falls dir noch Zeit bleibt! Lies die Anleitungen sorgfältig durch!

LEHRERANWEISUNGEN FÜR DIE EINZELNEN STATIONEN

Station 1:

Die Arbeitsblätter sollten für alle SchülerInnen kopiert werden. Die jeweiligen Lösungsblätter sollen jeweils einmal vorhanden sein. Besser wäre es jedoch, wenn man drei oder vier Mappen zur Verfügung stellt, damit mehrere SchülerInnen gleichzeitig arbeiten können. Die Arbeitsblätter werden in eine Klarsichtfolie gesteckt und das entsprechende Lösungsblatt wird in dieselbe Folie gesteckt, sodass die SchülerInnen zum Kontrollieren nur umblättern müssen. Für Seite 7 gibt es keine Lösung, da dies nur ein Blatt zur durcharbeiten ist.

Station 2:

Die Aufgabenunterlage soll entweder auf Pappkarton kopiert oder foliert werden. Das Foto (Puzzlerückseite) soll auf die Lösungen geklebt werden. Dann werden die Einzelteile ausgeschnitten. Am besten foliert man auch die Puzzleteile.

Station 3:

Kopieren Sie die Aufgaben und die zugehörgien Lösungen. Die Lösungen sollen dann auf die Rückseite der Aufgabe geklebt werden. Die Kärtchen werden dann ausgeschnitten und nach Bedarf laminiert.

Station 4:

Kopieren Sie die Vorlage zweimal (am besten auf Tonpapier) und schneiden Sie das Kästchen aus. Kopieren Sie die Partnerscheibe 1 und 2 und kleben Sie sie zusammen. Achten Sie dabei darauf, dass Antwort und Lösung auf der Vorder- und Rückseite jeweils zusammenpassen. Befestigen Sie die Scheiben in der Mitte so miteinander, dass die Partnerscheiben sich zwischen den Vorlagenscheiben befinden.

Station 5:

Die Dominosteine werden auf Tonpapier kopiert und gegebenenfalls laminiert.

Station 6:

Die Spielkarten (Aufgaben und Lösungen) sollen auf Tonpapier kopiert und aufeinander geklebt werden (Seite 1 der Lösungen auf Seite 1 der Aufgaben usw.). Bei Bedarf sollen sie laminiert werden.

Außerdem sollen 5 Spielfiguren vorbereitet werden.

Station 7:

Die Aufgabenunterlage soll entweder auf Pappkarton kopiert oder foliert werden. Das Foto (Puzzlerückseite) soll auf die Lösungen geklebt werden. Dann werden die Einzelteile ausgeschnitten. Am besten foliert man auch die Puzzleteile.

STATION 1	PFLICHT

Lernmappe

(Thorwartl, u.a.: (Mathematik positiv 5), (Mathematik positiv 6))
(Alle Abbildungen aus: Thorwartl, u.a.: (Mathematik positiv 5), (Mathematik positiv 6))

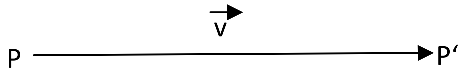
<u>Arbeitsanweisung:</u>
Arbeite die Lernmappe sorgfältig durch. Zur Einführung werden die Begriffe aus der 5. Klasse noch einmal erklärt, bevor sie auf den Raum ausgeweitet werden. Nimm dir ein Blatt aus jeder Folie und bearbeite zuerst die Vorderseite und kontrolliere dann deine Ergebnisse mit der Rückseite.

1. Grundbegriffe der Vektorrechnung

Vektor:

Die Menge aller gleich ………………………., ……………………………………….. und ……………………………………….. Pfeile wird Vektoren genannt. Ein Vektor besteht also aus unendlich vielen gleichlangen, gleichgerichteten und gleichorientierten ……………………

Stellvertretend für den Vektor wird z. B. $\overrightarrow{PP'}$ Repräsentant (Vertreter) des Vektors $\vec{v}$ genannt.



Der Anfangspunkt eines Vektors heißt ………………….

Der Endpunkt eines Vektors wird auch ……………………… genannt.

Wird ein Vektor in einem Koordinatensystem dargestellt, so heißt der Repräsentant des Vektors, der vom Ursprung des Koordinatensystems ausgeht, …………………………….

SEITE 1 - LÖSUNG

1. Grundbegriffe der Vektorrechnung

Vektor:

Die Menge aller gleich ***langer, gleichgerichteter*** und ***gleichorientierter*** Pfeile wird Vektoren genannt. Ein Vektor besteht also aus unendlich vielen gleichlangen, gleichgerichteten und gleichorientierten ***Pfeile***

Stellvertretend für den Vektor wird z. B. $\overrightarrow{PP'}$ Repräsentant (Vertreter) des Vektors $\vec{v}$ genannt.

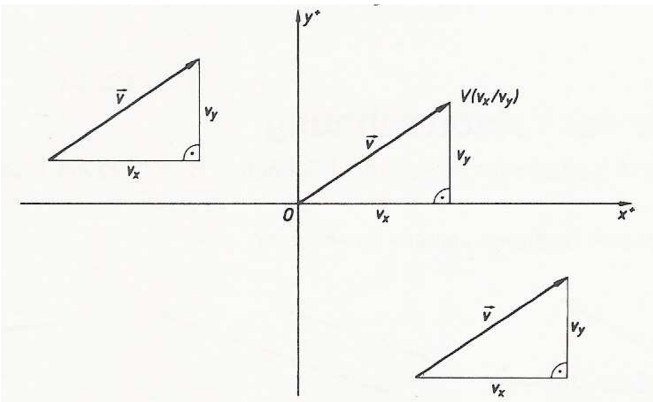
$$P \xrightarrow{\vec{v}} P'$$

Der Anfangspunkt eines Vektors heißt ***Schaft.***

Der Endpunkt eines Vektors wird auch ***Spitze*** genannt.

Wird ein Vektor in einem Koordinatensystem dargestellt, so heißt der Repräsentant des Vektors, der vom Ursprung des Koordinatensystems ausgeht, ***Ortsvektor.***

2. Der Vektor der Ebene



In der Zeichnung sind drei Repräsentanten des Vektors $\vec{v}$ in einem ebenen Koordinatensystem dargestellt. Jedem kann man zwei Koordinaten zuordnen:

v_x … Koordinate in der x-Richtung

v_y … Koordinate in der y-Richtung.

Durch das Zahlenpaar (v_x ; v_y) kann man den Vektor eindeutig angeben.

Man schreibt: $\vec{v} = (v_x ; v_y)$ oder $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}$

Beachte: v_x und v_y sind die Koordinaten des Endpunktes des zugehörigen ……………………….

Die Koordinaten eines Vektors $\vec{v}$ ergeben sich aus der Differenz der Koordinaten von Endpunkt und Anfangspunkt des Vektors.

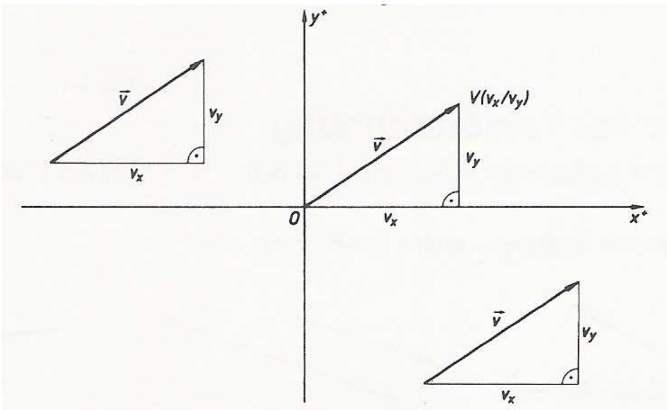
Merkregel: ………………………………………………………..

$$\vec{v} = \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} b_x - a_x \\ b_y - a_y \end{pmatrix}$$

…. Weiter geht's auf Seite 3!

SEITE 2 - LÖSUNG

2. Der Vektor der Ebene



In der Zeichnung sind drei Repräsentanten des Vektors $\vec{v}$ in einem ebenen Koordinaten-system dargestellt. Jedem kann man zwei Koordinaten zuordnen:

v_x … Koordinate in der x-Richtung

v_y … Koordinate in der y-Richtung.

Durch das Zahlenpaar (v_x ; v_y) kann man den Vektor eindeutig angeben.

Man schreibt: $\vec{v} = (v_x ; v_y)$ oder $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}$

Beachte: v_x und v_y sind die Koordinaten des Endpunktes des zugehörigen ***Ortsvektors.***

Die Koordinaten eines Vektors $\vec{v}$ ergeben sich aus der Differenz der Koordinaten von Endpunkt und Anfangspunkt des Vektors.

Merkregel: ***Spitze minus Schaft***

$$\vec{v} = \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} b_x - a_x \\ b_y - a_y \end{pmatrix}$$

…. Weiter geht's auf Seite 3!

SEITE 3

<u>Beispiel:</u>

Gegeben sind die Punkte A (-3/1), B(-1/4), C(3/-1), D(5/2), E(2/3). Bestimme die Koordinaten der Vektoren $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{OE}$!

Vektoren sind gleich, wenn sie in ihren …………………………. übereinstimmen.

Länge eines Vektors: $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}$ $\quad |\vec{v}| =$ ……………………………….

Die Länge eines Vektors nennt man auch ……………………….

SEITE 3 - LÖSUNG

Beispiel:

Gegeben sind die Punkte A (-3/1), B(-1/4), C(3/-1), D(5/2), E(2/3). Bestimme die Koordinaten der Vektoren $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{OE}$!

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OE} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Vektoren sind gleich, wenn sie in ihren ***Koordinaten*** übereinstimmen.

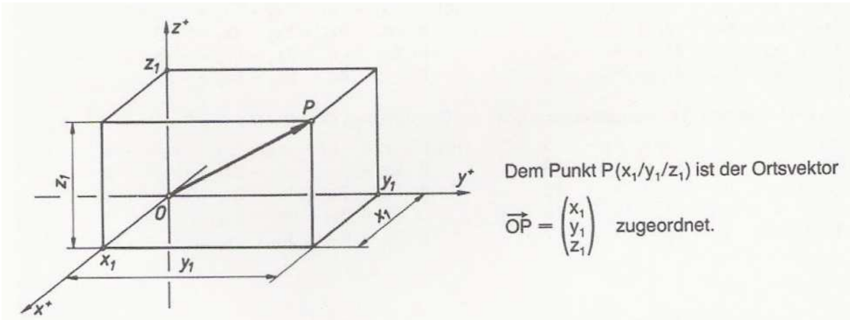
Länge eines Vektors: $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}$ $\qquad |\overrightarrow{v}| = \sqrt{v_x{}^2 + v_y{}^2}$

Die Länge eines Vektors nennt man auch ***Betrag***.

SEITE 4

3. Der Vektor im Raum

Jedem Punkt des Raumes sind drei Koordinaten zugeordnet.



Die Koordinaten eines Vektors $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$ mit A (a_x, b_y, c_z), B (b_x, b_y, b_z):

$\overrightarrow{AB} =$

……………

Länge (Betrag) eines Vektors $\vec{v}$:

$\vec{v} =$ $|\vec{v}| =$ ……………………..

………

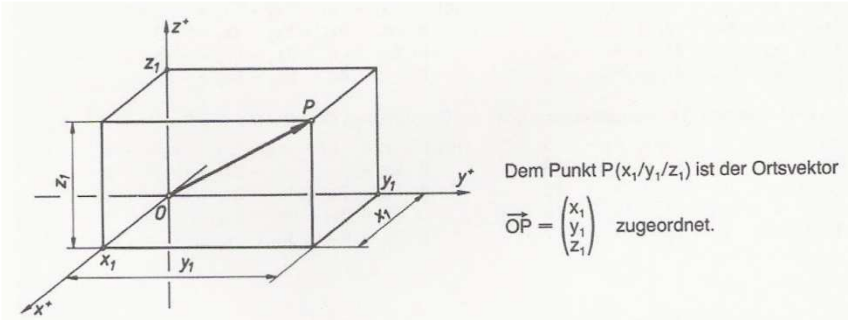
Beispiel:

Berechne die Länge des Vektors $\overrightarrow{AB}$ [A (2/1/-4), B (3/4/5)].

SEITE 4 - LÖSUNG

3. Der Vektor im Raum

Jedem Punkt des Raumes sind drei Koordinaten zugeordnet.



Die Koordinaten eines Vektors $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$ mit A (a_x, b_y, c_z), B (b_x, b_y, b_z):

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} b_x - a_x \\ b_y - a_y \\ b_z - a_z \end{pmatrix}$$

Länge (Betrag) eines Vektors $\vec{v}$:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} \qquad |\vec{v}| = \sqrt{v_x^{\,2} + v_y^{\,2} + v_z^{\,2}}$$

Beispiel:

Berechne die Länge des Vektors $\overrightarrow{AB}$ [A (2/1/-4), B (3/4/5)].

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{91}$

SEITE 5

4. Rechnen mit Vektoren:

Addition von Vektoren

Zwei Vektoren werden addiert, indem man die entsprechenden Koordinaten addiert.

In der Ebene:

$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix}$ $\vec{a} + \vec{b} =$ $\boxed{}$

Analog im Raum:

$\boxed{}$

Subtraktion von Vektoren

Zwei Vektoren werden subtrahiert, indem man die entsprechenden Koordinaten subtrahiert.

In der Ebene:

$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix}$ $\vec{a} + \vec{b} =$ $\boxed{}$

Analog im Raum:

$\boxed{}$

SEITE 5 - LÖSUNG

4. Rechnen mit Vektoren:

Addition von Vektoren

Zwei Vektoren werden addiert, indem man die entsprechenden Koordinaten addiert.

In der Ebene:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix} \quad \vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x + b_x \\ a_y + b_y \end{pmatrix}$$

Analog im Raum:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} \quad \vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x + b_x \\ a_y + b_y \\ a_z + b_z \end{pmatrix}$$

Subtraktion von Vektoren

Zwei Vektoren werden subtrahiert, indem man die entsprechenden Koordinaten subtrahiert.

In der Ebene:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix} \quad \vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x - b_x \\ a_y - b_y \end{pmatrix}$$

Analog im Raum:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} \quad \vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x - b_x \\ a_y - b_y \\ a_z - b_z \end{pmatrix}$$

<u>Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar:</u>

Ein Vektor wird mit einem Skalar multipliziert, indem man jede Koordinate mit dem Skalar multipliziert.

In der Ebene:

Es gilt: $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}$ $\quad c \cdot \vec{v} = c \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} =$

Analog im Raum:

Ein Vektor der Länge 1 heißt …………………………..

Es gilt in der Ebene:

$\vec{v}_o = \frac{1}{|\vec{v}|} \cdot \vec{v}$ $\qquad \vec{v}_o$ . . . der zu $\vec{v}$ gehörende Einheitsvektor

$\frac{1}{|\vec{v}|}$ . . . ist ein Skalar.

$\vec{v}_o = \frac{1}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} \cdot \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}$

Analog im Raum:

<u>Skalares Produkt von zwei Vektoren:</u>

$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix} \qquad \vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y$

Analog im Raum:

SEITE 6 - LÖSUNG

Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar:

Ein Vektor wird mit einem Skalar multipliziert, indem man jede Koordinate mit dem Skalar multipliziert.

In der Ebene:

Es gilt: $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} \qquad c \cdot \vec{v} = c \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c \cdot v_x \\ c \cdot v_y \end{pmatrix}$

Analog im Raum:

Multiplikation mit einem Skalar

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} \qquad c \cdot \vec{v} = c \cdot \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c \cdot v_x \\ c \cdot v_y \\ c \cdot v_z \end{pmatrix}$$

Ein Vektor der Länge 1 heißt ***Einheitsvektor.***

Es gilt in der Ebene:

$$\vec{v}_o = \frac{1}{|\vec{v}|} \cdot \vec{v}$$

$\vec{v}_o$ . . . der zu $\vec{v}$ gehörende Einheitsvektor

$\frac{1}{|\vec{v}|}$ . . . ist ein Skalar.

$$\vec{v}_o = \frac{1}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} \cdot \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}$$

Analog im Raum:

$$\vec{v}_o = \frac{1}{|\vec{v}|} \cdot \vec{v} \qquad \vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}_o = \frac{1}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}} \cdot \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$$

Skalares Produkt von zwei Vektoren:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix} \qquad \vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y$$

Analog im Raum:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} \qquad \vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

SEITE 7

5. Normalvektoren

In der Ebene gilt:

Einem Vektor $\vec{v}$ im $\mathbb{R}^2$ lassen sich zwei Normalvektoren zuordnen:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}: \quad \vec{n} = \begin{pmatrix} -v_y \\ v_x \end{pmatrix}, \quad \vec{n}' = \begin{pmatrix} v_y \\ -v_x \end{pmatrix} \qquad \vec{n} \perp \vec{v}, \quad \vec{n}' \perp \vec{v}, \quad \vec{n} = -\vec{n}'$$

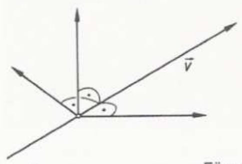
Orthogonalitätsbedingung:

Zwei Vektoren sind genau dann orthogonal (normal), wenn ihr skalares Produkt gleich Null ist.

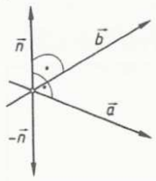
$$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

Im Raum gilt:

Zu jedem Vektor im $\mathbb{R}^3$ gibt es unendlich viele Normalvektoren.



Für zwei Vektoren im Raum kann aber eindeutig die Richtung eines Normalvektors bestimmt werden.



Es gilt die *Orthogonalitätsbedingung:*

$$(\vec{n} \cdot \vec{a} = 0) \wedge (\vec{n} \cdot \vec{b} = 0)$$

Ermitteln Sie zu den Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ einen Normalvektor:

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}$$

Wir setzen für die unbekannten Koordinaten des Normalvektors x_1, y_1, z_1.

$$\vec{n} \perp \vec{a} \Rightarrow \vec{n} \cdot \vec{a} = 0 \qquad \vec{n} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{n} \cdot \vec{b} = 0$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = 0 \qquad \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} = 0$$

$$3x_1 + 2y_1 + 4z_1 = 0 \qquad x_1 - 2y_1 + 3z_1 = 0$$

$$\begin{array}{ll} \text{I} & 3x_1 + 2y_1 + 4z_1 = 0 \\ \text{II} & x_1 - 2y_1 + 3z_1 = 0 \\ \hline & 4x_1 \quad + 7z_1 = 0 \end{array}$$

Additionsverfahren

Man erhält eine Gleichung in zwei Variablen. Diese Gleichung lösen wir.

$$4x_1 = -7z_1$$
$$x_1 = -\tfrac{7}{4}z_1$$

aus I: $3 \cdot (-\tfrac{7}{4}z_1) + 2y_1 + 4z_1 = 0$

Errechnung von y_1 (in Abhängigkeit von z_1)

$$-\tfrac{21}{4}z_1 + 2y_1 + 4z_1 = 0$$
$$2y_1 - \tfrac{5}{4}z_1 = 0$$
$$2y_1 = \tfrac{5}{4}z_1$$
$$y_1 = \tfrac{5}{8}z_1$$

$x_1 = -\tfrac{7}{4}z_1, \quad y_1 = \tfrac{5}{8}z_1, \quad z_1$

Koordinaten des Normalvektors

$$\begin{pmatrix} -\tfrac{7}{4}z_1 \\ \tfrac{5}{8}z_1 \\ z_1 \end{pmatrix} = \tfrac{1}{8}\begin{pmatrix} -14z_1 \\ 5z_1 \\ 8z_1 \end{pmatrix} = \tfrac{1}{8}z_1 \begin{pmatrix} -14 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} \qquad \vec{n} = \begin{pmatrix} -14 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix}$$

STATION 2	PFLICHT

Puzzle

(Aufgaben aus: Thorwartl, u.a.: (Mathematik positiv 6))

Spielanweisung:

Vor euch liegen eine Aufgabengrundlage und einige Puzzlestücke, die die Lagebeziehung zweier Geraden im Raum beschreiben. Schaut euch die Geradengleichungen an. Wenn ihr die Lagebeziehung herausgefunden habt, nehmt den entsprechenden Teil und legt ihn – mit der Lösung nach oben – aufs Feld. Wenn ihr alle Teile aufgelegt habt, dreht sie um. Dann sollte sich ein vollständiges Bild ergeben.

Räumt die Teile dann so auf, wie ihr sie am Anfang vorgefunden habt.

Sozialform: Partnerarbeit

Aufgabenbasis

$g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad t \in R$ $g_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix} \quad s \in R$	$g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad t \in R$ $g_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad s \in R$
$g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad t \in R$ $g_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 6 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix} \quad s \in R$	$g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad t \in R$ $g_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ -9 \end{pmatrix} \quad s \in R$

Lösungen:

windschief	Schnittpunkt
parallel	zusammenfallend/ident

Puzzlerückseite:

STATION 3	WAHL

Spiel zu Lagebeziehungen von Geraden im Raum

(Aufgaben aus: Thorwartl, u.a.: (Mathematik positiv 6) und Szirucsek u.a.: (Mathematik 6))

Spielanweisung:

Mischt zuerst die Kärtchen durch, lasst sie aber mit der Aufgabe nach oben am Tisch liegen. Dann ziehen beide Spieler eine Karte und versuchen, die Lagebeziehung der beiden Geraden zu bestimmen. Der Partner kontrolliert danach die Lösung auf der Rückseite der Spielkarte.

Wurde das Beispiel richtig gerechnet, so darf man sich die Karte behalten. Die falschen Karten werden beiseite gelegt (und nicht zum ursprünglichen Stapel!).

Spielt 5 Runden – gibt es danach einen Gleichstand, so nehmt die 11. Karte und „rechnet um die Wette". Der schnellere Spieler gewinnt, falls er das Beispiel richtig gerechnet hat, ansonsten gewinnt der langsamere Spieler, falls dieser das Beispiel richtig gerechnet hat. Falls niemand das Beispiel richtig gerechnet hat, dann habt ihr beide gewonnen!

Sozialform: Partnerarbeit

Aufgabenkärtchen:

g: $\vec{x}=\begin{pmatrix}3\\-4\\2\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}-4\\4\\1\end{pmatrix}$ h: $\vec{x}=\begin{pmatrix}3\\-2\\1\end{pmatrix}+u\cdot\begin{pmatrix}2\\-1\\-1\end{pmatrix}$	g: $\vec{x}=\begin{pmatrix}3\\4\\1\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ h: $\vec{x}=\begin{pmatrix}-1\\4\\0\end{pmatrix}+u\cdot\begin{pmatrix}2\\-2\\-1\end{pmatrix}$
g: $\vec{x}=\begin{pmatrix}-3\\10\\-2\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}4\\-3\\2\end{pmatrix}$ h: $\vec{x}=\begin{pmatrix}7\\-1\\0\end{pmatrix}+u\cdot\begin{pmatrix}2\\-5\\-2\end{pmatrix}$	g: $\vec{x}=\begin{pmatrix}1\\4\\-1\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}2\\-5\\3\end{pmatrix}$ h: $\vec{x}=\begin{pmatrix}-1\\-2\\7\end{pmatrix}+u\cdot\begin{pmatrix}-4\\-1\\5\end{pmatrix}$
g: $\vec{x}=\begin{pmatrix}2\\-3\\7\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}-1\\4\\-9\end{pmatrix}$ h: $\vec{x}=\begin{pmatrix}3\\-7\\16\end{pmatrix}+u\cdot\begin{pmatrix}2\\-8\\18\end{pmatrix}$	g: $\vec{x}=\begin{pmatrix}5\\-3\\1\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}-2\\6\\1\end{pmatrix}$ h: $\vec{x}=\begin{pmatrix}4\\-2\\7\end{pmatrix}+u\cdot\begin{pmatrix}-2\\3\\-2\end{pmatrix}$
g: $\vec{x}=\begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}1\\-3\\-8\end{pmatrix}$ h: $\vec{x}=\begin{pmatrix}3\\2\\-7\end{pmatrix}+u\cdot\begin{pmatrix}-2\\6\\16\end{pmatrix}$	g: $\vec{x}=\begin{pmatrix}4\\1\\3\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ h: $\vec{x}=\begin{pmatrix}2\\-4\\-7\end{pmatrix}+u\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$

$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix} + u \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$	$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + u \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$
$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} + u \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$	

Lösungen:

S (1/2/-1)	S (-1/0/3)
S (3/-1/2)	S (5/4/2)
windschief	zusammenfallend/ident
parallel	parallel

parallel	parallel
	parallel

STATION 4	PFLICHT

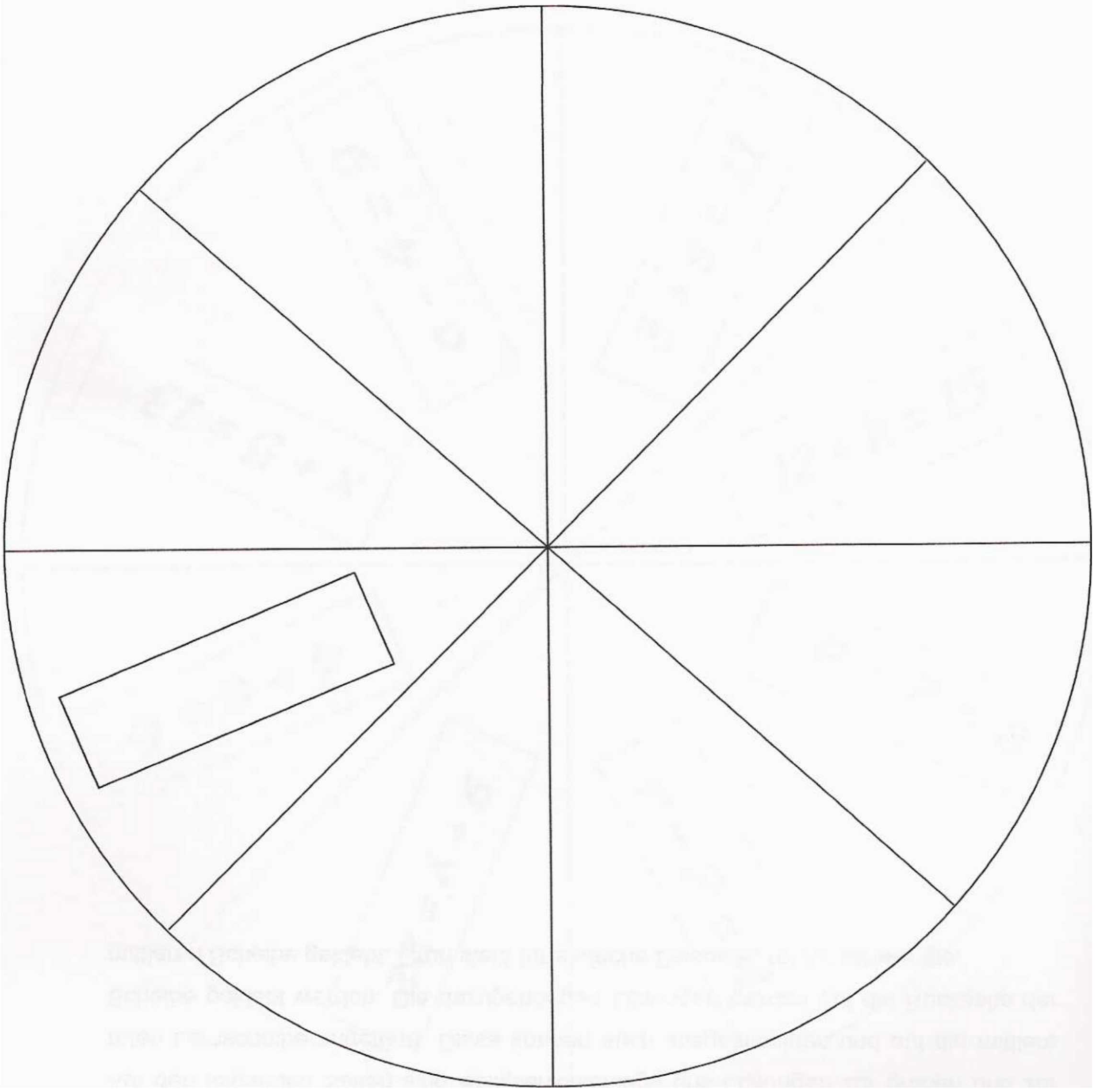
Partnerscheibe zum Teilen einer Strecke und dem Schwerpunkt

(Bastelvorlage: Thaler, Karoline: (Offenes Lernen), S. 63 – 65)
(Aufgaben aus: Thorwartl, u.a.: (Mathematik positiv 6))

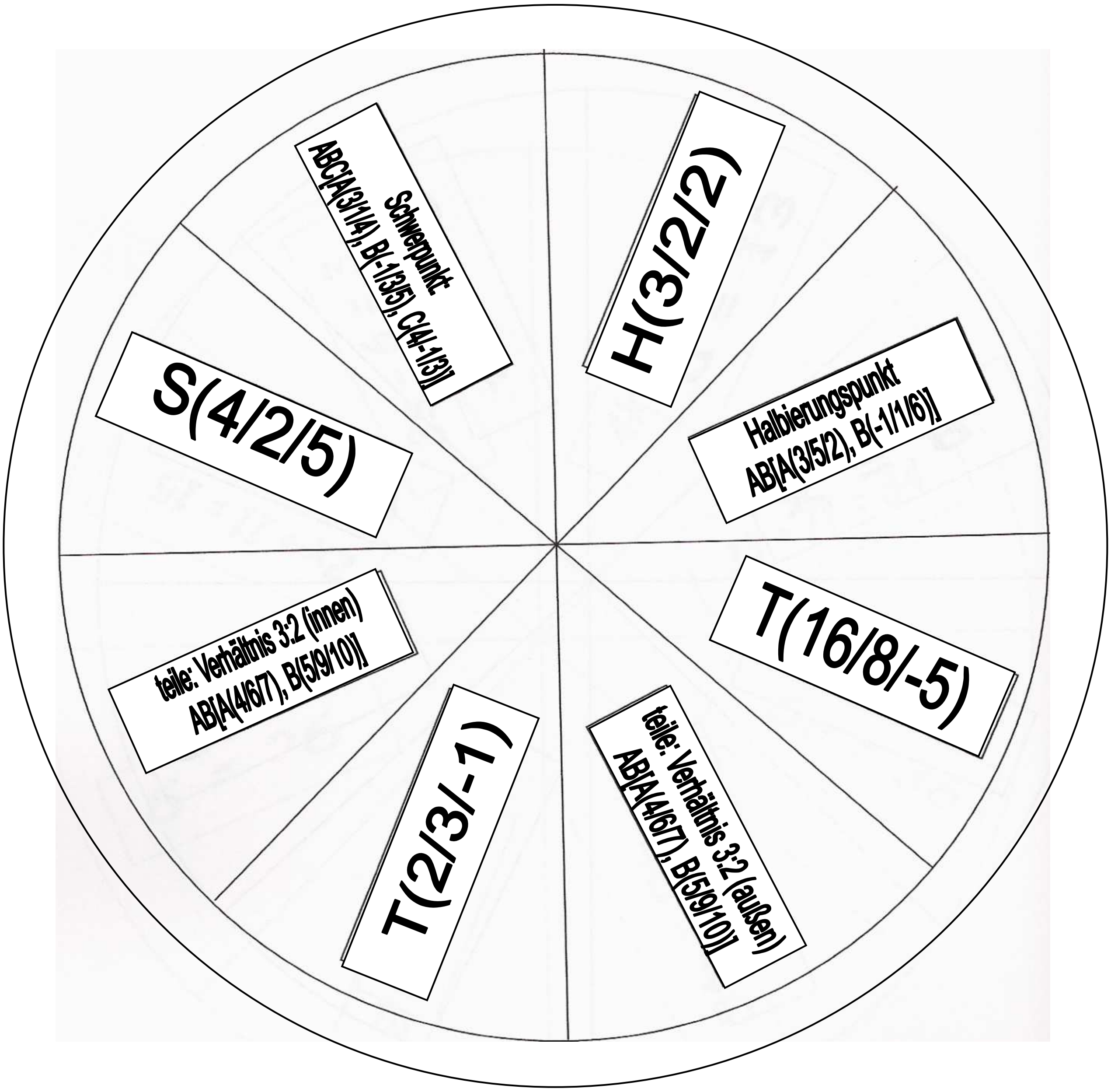
Spielanweisung:
Jeder Spieler entscheidet sich für eine Seite der Partnerscheibe. Dann dreht einer (halte den äußeren Teil fest und dreh die innere Scheibe) bis er/sie eine Aufgabe sieht. Der Spieler löst dann die Aufgabe und wird durch den Partner kontrolliert, der die Lösung auf der Rückseite sieht. Dann wird um eine Aufgabe weitergedreht – der Partner ist dran, der nun eine Aufgabe sieht.
Insgesamt sollte jeder Teilnehmer vier Aufgaben gelöst haben.

Sozialform: Partnerarbeit

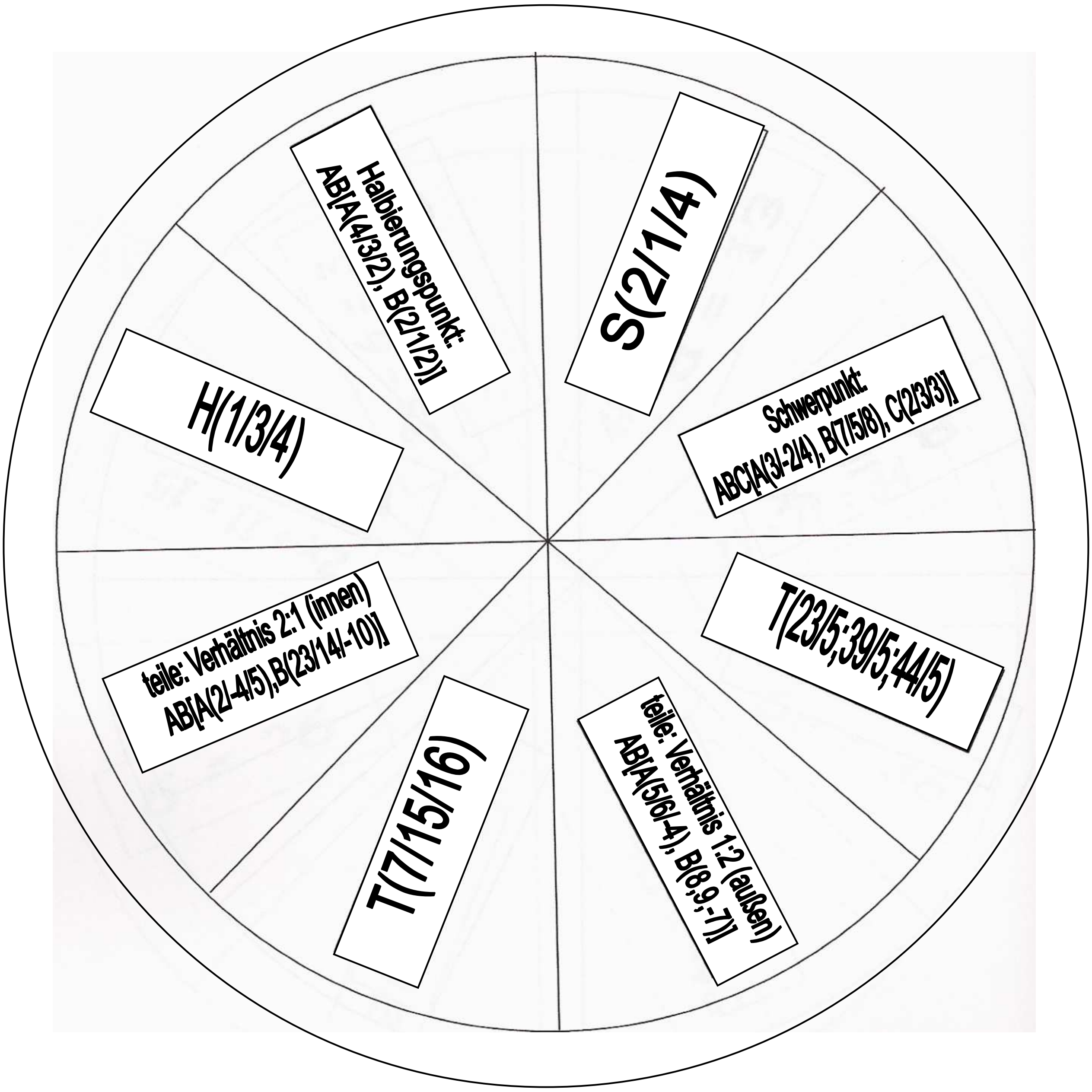
Vorlage:



Partnerscheibe 1



Partnerscheibe 2:



STATION 5	**WAHL/PFLICHT**

Domino: Lagebeziehung von Geraden und Ebenen

(Aufgaben aus: Ulovec, u.a.: (Mathematik verstehen 6), Thorwartl, u.a.: (Mathematik positiv 6), Szirucsek u.a. (Mathematik 6))

Spielanweisung:

Das Spiel ist für 2 oder 3 SpielerInnen gedacht.

Die Dominosteine werden verdeckt auf den Tisch gelegt und durchgemischt. Jeder darf sich 5 Dominosteine nehmen.
Der/Die älteste SpielerIn beginnt. Dieser Spieler wählt ein Plättchen aus und legt es offen auf den Tisch. Nun dürfen die SpielerInnen das Beispiel rechnen – dies gilt in jeder Runde.
Weiter geht's im Uhrzeigersinn: Der nächste Spieler versucht, ein Plättchen mit der passenden Antwort anzulegen. Kann ein Spieler nicht anlegen, so muss er ein Plättchen vom Vorrat nehmen – solange welche vorhanden sind – und wenn auch dies nicht passt, ist der nächste Spieler in der Runde (Uhrzeigersinn!) an der Reihe.

Das Ziel besteht darin, als erster alle Plättchen angelegt zu haben. Jedoch soll das Spiel von allen Spielern beendet werden, auch wenn bereits ein Spieler fertig ist.

g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ -9 \\ 15 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 7 \end{pmatrix}$ e: $2x - 3y + 7z = 2$	Gerade liegt in der Ebene		g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 6 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 11 \\ -10 \end{pmatrix}$ e: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix}$	Gerade liegt parallel zur Ebene
g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ e: $x - 3y + 4z = 7$	Schnittpunkt		g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ e: $4x + 3y - 7z = 15$	Schnittpunkt
g: $\begin{cases} 3x - 2y + z = 6 \\ x + y - 3z = 7 \end{cases}$ e: $4x - y + 4z = 23$	Gerade liegt in der Ebene		g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ e: $2x + 8y + 3z = 23$	Schnittpunkt

g: $\begin{cases} x - 7y \quad = 23 \\ 2y + z = -1 \end{cases}$ e: $4x - 2y + z = -5$	Gerade liegt parallel zur Ebene		g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 25 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ e: $15x - 17y + 3z = 1$	Gerade liegt parallel zu Ebene
g: $\begin{cases} 2x - 5y + z = 3 \\ x + 3y - z = 7 \end{cases}$ e: $2x + 6y - 2z = 9$	Schnittpunkt		g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ e: $3x + 4y - 7z = 22$	Schnittpunkt
g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ e: $2x - 3y - z = 11$	Schnittpunkt		g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ e: $2x - y + 5z = -3$	Schnittpunkt

g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ e: x - 2y + z = 1	Schnittpunkt		g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ e: x + y - z = 1	Gerade liegt parallel zur Ebene
g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 12 \end{pmatrix}$ e: 2x + 5y - z = 1	Schnittpunkt			

STATION 6	WAHL/PFLICHT

Spiel: Lagebeziehung von Ebenen

(Aufgaben aus: Thorwartl, u.a.: (Mathematik positiv 6); Szirucsek: (Mathematik 6))

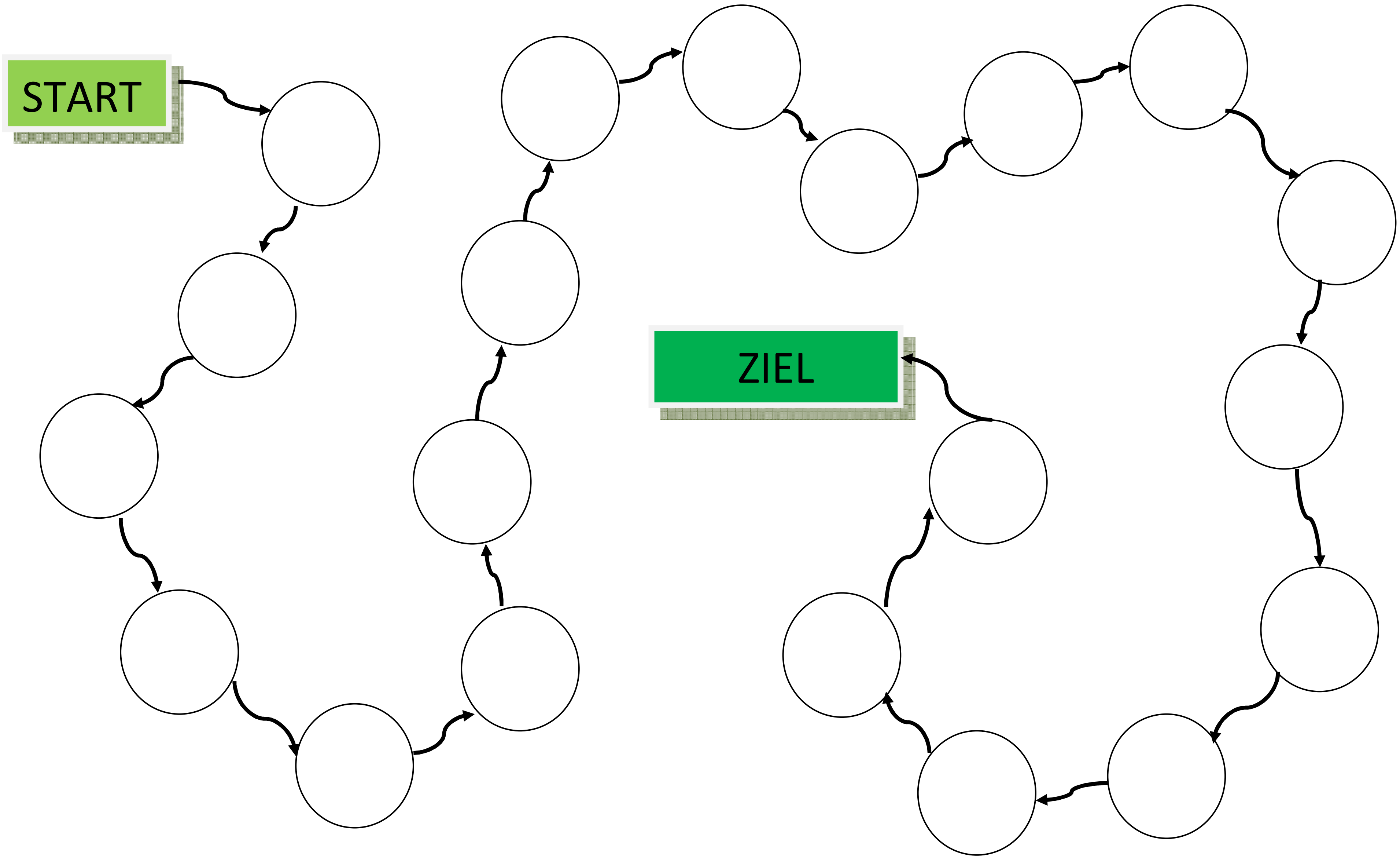
Spielanweisung:

Dieses Spiel ist für 2 bis 5 SpielerInnen gedacht.
Derjenige/Diejenige in der Runde der bei der letzten Schularbeit die beste Note hatte, darf beginnen. Falls Gleichstand herrscht, darf der/die Jüngere der SpielerInnen mit der besten Note beginnen.
Die Spielkarten sollen gemischt und auf einen Stapel (mit der Aufgabe nach oben) gelegt werden.
Alle SpielerInnen beginnen bei „Start“. Der/Die erste SpielerIn nimmt die oberste Karte und bestimmt, um welche Lagebeziehung es sich handelt. Der Nachbar rechterhand kontrolliert das Ergebnis. Wurde richtig gerechnet, so darf der Spielkegel folgendermaßen bewegt werden:

- Ein Feld, wenn das Ergebnis eine leere Menge ergab.
- Zwei Felder, wenn das Ergebnis einen Schnittpunkt ergab.
- Drei Felder, wenn das Ergebnis eine Gerade ergab.
- Vier Felder, wenn das Ergebnis eine Ebene ergab.

Die Karten, die bereits gebraucht wurden, werden auf einen zweiten Stapel gelegt. Sollten die Spielkarten ausgehen, so wird dieser zweite Stapel gemischt und man kann weiterspielen.

Im Uhrzeigersinn wird weitergespielt. Gewinner ist, wer zuerst das Ziel erreicht. Die anderen SpielerInnen können weiterspielen.


START
ZIEL

Aufgaben:

e_1: $2x - 3y + 4z = 5$ e_2: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	e_1: $3x - 2y + 4z = 5$ e_2: $-6x + 4y - 8z = 1$
e_1: $x - 5y - 4z = -23$ e_2: $x - 2y - z = -8$	e_1: $2x + 4y - 3z = -7$ e_2: $-2x - 4y + 3z = 7$ e_3: $4x + 8y - 6z = 21$
e_1: $2x - 3y + 5z = 23$ e_2: $x + y - 2z = -7$ e_3: $x - 2y - 3z = -4$	e_1: $x - y - z = -5$ e_2: $x + 2y + z = 12$ e_3: $9x + 3y - z = 23$
e_1: $x + y + 2z = 1$ e_2: $x + z = 0$ e_3: $y + z = 3$	e_1: $2x - y + 3z = 5$ e_2: $-4x + 2y - 6z = -10$

e_1: $3x + y - 4z = 3$ e_2: $45x + 15y - 60z = 40$	e_1: $2x - 3y + 5z = 0$ e_2: $x + 2y - z = 7$
e_1: $3x - 2y + z = 5$ e_2: $x + y + 2z = 5$	e_1: $2x - y + z = -1$ e_2: $x + 2y + z = 4$ e_3: $x + 3y - 2z = 9$
e_1: $2x - 3y + 4z = 5$ e_2: $x + y - 3z = 0$ e_3: $3x - 2y = 5$	e_1: $5x - y + z = 4$ e_2: $x - 5y + 2z = -1$ e_3: $3x + y - z = 4$
e_1: $x + y + z = 1$ e_2: $x + 2y + 2z = 3$ e_3: $2x + y + z = 1$	e_1: $3x - y + 2z = 7$ e_2: $x + 2y + 3z = 14$ e_3: $x - 5y - 4z = -21$

e_1: $4x - y + z = 7$ e_2: $3x + y - z = 0$ e3: $5x + 2y - 3z = -3$	e_1: $x - y + 3z = 10$ e_2: $2x + 4y + 3z = 2$
e_1: $2x - 6y - 3z = 1$ e_2: $3x - 4y + 8z = -1$	e_1: $3x - y - z = 4$ e_2: $2x + 3y - 4z = 5$
e_1: $3x + y + 3z = 7$ e_2: $5x + y + 4z = 8$ e_3: $2x - y - z = -7$	e_1: $6x + 5y - 13z = 10$ e_2: $2x + 3y - z = 3$ e_3: $2y + 5z = 2$
e_1: $1/3x - 2y + z = 2$ e_2: $x - 6y + 3z = 6$ e_3: $-1/6x + y - 1/2z = -1$	e_1: $x + y + z = 2$ e_2: $x + 2y - z = -6$ e_3: $x + 4y - 5z = -10$

Lösungen:

{ }	Ebene
{ }	Gerade
Gerade	Schnittpunkt
Ebene	{ }

Gerade	{ }
Schnittpunkt	Gerade
Schnittpunkt	Schnittpunkt
Gerade	{ }

Gerade	Schnittpunkt
Gerade	Gerade
{ }	Schnittpunkt
{ }	Ebene

STATION 7	WAHL

Puzzle: Skalares Produkt, Vektorielles Produkt, Abstandsberechnung

(Aufgaben aus: Thorwartl, u.a.: (Mathematik positiv 6))

Spielanweisung:
Vor euch liegen eine Aufgabengrundlage und einige Puzzlestücke, auf denen Beispiele zu oben genannten Themengebieten vermerkt sind. Wenn ihr das Beispiel lösen konntet, nehmt den entsprechenden Teil und legt ihn – mit der Lösung nach oben – aufs Feld. Wenn ihr alle Teile aufgelegt habt, dreht sie um. Dann sollte sich ein vollständiges Bild ergeben.

Räumt die Teile dann so auf, wie ihr sie am Anfang vorgefunden habt.

Sozialform: Partnerarbeit

Aufgabengrundlage:

Berechne den Winkel, der von den beiden Vektoren eingeschlossen wird: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$	Berechne den Winkel, den die beiden Ebenen einschließen: e_1: 2x + 3y + 4z = 17 e_2: -x + 2y + 3z = 0	Berechne den Flächeninhalt des Parallelogramms: ABCD [A(-1/3/5), B(-7/8/-2), C(3/4/5), D]
Berechne die Länge des Normalvektors von $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ -4 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$	Berechne das Volumen des Parallelepipeds: ABCDEFGH [A(-3/5/-6), B(-8/-3/1), C, D(2/-5/3), E(-7/11/4), F, G, H]	Berechne das Volumen des Tetraeders: ABCS [A(4/-1/3), B(5/3/0), C(-3/-2/1), S(0/-3/9)]
Gegeben ist ein Dreieck ABC [A(-3/1), B(1/2), C(-1/6)]. Berechne die Länge der Höhe auf die Seite c =AB.	Berechne die Höhe h auf die Fläche ABC des Tetraeders ABCS [A(-1/2/5), B(3/0/4), C(1/1/-2), S(6/6/7)].	Berechne den Abstand der windschiefen Geraden: g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$ h: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Lösungen:

38,845…	37,432…	112,708…
80/3	1388	40,546…
1,262…	6,708…	4,365…

Puzzlerückseite:

7. Literaturverzeichnis

Ich habe mich bemüht, sämtliche Inhaber der Bildrechte ausfindig zu machen und ihre Zustimmung zur Verwendung der Bilder in dieser Arbeit eingeholt. Sollte dennoch eine Urheberrechtsverletzung bekannt werden, ersuche ich um Meldung bei mir.

Verwendete Literatur

Allabauer, Kurt: (Dissertation)
Neue didaktische Modelle auf dem Prüfstand der Pädagogik, Dissertation, Wien, 1994

Dostal, Dina: (Offenes Lernen)
Offenes Lernen aus Sicht der Schülerinnen, Diplomarbeit, Wien, 2007

Fürweger, Silke: (Offene Lernformen)
Einsetzbarkeit offener Lernformen im Mathematikunterricht höherer Schulen, Diplomarbeit, Wien, 2005

Jürgens, Eiko: (Bewegung Offener Unterricht)
Die `neue` Reformpädagogik und die Bewegung Offener Unterricht – Theorie, Praxis und Forschungslage, Academia Verlag, Sankt Augustin, 1996

Peschel, Falko: (Offener Unterricht I)
Offener Unterricht: Idee, Realität, Perspektive und ein praxiserprobtes Konzept zur Diskussion – Teil 1: Allgemeindidaktische Überlegungen, Schneider Verlag Hohengehren, 2002

Peschel, Falko: (Offener Unterricht II)
Offener Unterricht: Idee, Realität, Perspektive und ein praxiserprobtes Konzept zur Diskussion – Teil 2: Fachdidaktische Überlegungen, Schneider Verlag Hohengehren, 2002

Reichen, Jürgen: (Werkstattunterricht)
http://www.heinevetter-verlag.de/10/wu01.pdf am 19.04.2009, 19:33

Szirucsek u.a.: (Mathematik 6)
Mathematik 6, Verlag Hölder-Pichler-Tempsky, Korneuburg, 1998
Thaler, Karoline: (Offenes Lernen)
Offenes Lernen im Mathematikunterricht anhand des Themas Variablen in der Unterstufe, Diplomarbeit, Wien, 2008

Thorwartl, u.a.: (Mathematik positiv 5)
Mathematik positiv! 5. Klasse AHS, öbv & hpt Wien, 2006

Thorwartl, u.a.: (Mathematik positiv 6)
Mathematik positiv! 6. Klasse AHS Band 1: Musterbeispiele und Aufgaben, öbv & hpt Wien, 2005

Ulovec, u.a.: (Mathematik verstehen 6)
Mathematik verstehen 6, öbv & hpt Wien, 2005

Internetseiten

http://www.rims-web.de/02_konzept/02_07_konzept_lehrerrolle.html am 21.03.2009, 12:25
http://www.schuldrucker.de/zitate.html am 21.03.2009, 12:28
http://de.wikiquote.org/wiki/Rudolf_Steiner am 21.03.2009, 12:46
http://www.uni-koeln.de/hf/konstrukt/didaktik/unterricht/frameset_vorlage.html am 14.04.2009, 18:16
http://www.wissenistmanz.at/wissenplus/zeitschrift/archiv/heft-3-2006-07/ am 14.04.2009, 20:38
http://www.hausarbeiten.de/faecher/vorschau/105090.html am 15.04.2009, 19:39

http://www.uni-koeln.de/hf/konstrukt/didaktik/frameset_uebersicht.htm am 17.04.2009, 10:29

www.mathematik-unterrichten.de/U-konzepte/downloads/lernenanstationen.ppt am 14.04.2009, 17:29

http://www.mathomat.de/ am 17.06.2009, 14:31

http://www.mathe-cd.de/index2.htm am 17.03.2009, 20:06

http://www.bildungsservice.at/nlk/6kl1/ am 16.12.2008, 19:37

Brandstetter, u.a.: http://www.pi-klu.ac.at/ahs/fach/Mathematik/Downloads/Funktionen.pdf am 30.Jänner 2009, 16:03

Sturm, Britta: (Lernzirkel) http://www.studienseminar-koblenz.de/medien/fachseminare/ER/03 Didaktik und Methodik/Stationenlernen-Skript.ppt am 18.03.2009, 21:14

8. Abbildungsverzeichnis

9. Zusammenfassung/Abstract

Ziel meiner Diplomarbeit war es, offenes Lernen vorzustellen. Neben der Vorstellung dieser fachdidaktischen Methode wurden die Vor- aber auch Nachteile erläutert.

Weiters wurden spezielle Methoden des offenen Lernens vorgestellt, wobei ich mich auf den Stationenbetrieb spezialisiert habe.

Ein weiteres Ziel, das eigentliche Hauptziel, war es, Materialien für den Stationenbetrieb zu erstellen. Dies wurde in den Themengebieten Potenzen – Wurzeln – Logarithmen, reelle Funktionen und analytische Geometrie durchgesetzt. Die Materialien sollen im Unterricht einsetzbar sein.

Abstract (in English)

The aim of my diploma thesis was to introduce open learning. Besides the presentation of this didactical method were the advantages and disadvantages explained.

Furthermore, special methods of open learning were presented. I specialized on the method of „Stationenbetrieb“.

The main aim was to create materials for the „Stationenbetrieb“. Materials were created in the following areas: powers – roots – logarithms, real functions and analytical geometry. The material should be ready for use in classrooms.

Lebenslauf

Persönliche Daten

Vor- und Zuname:	Michaela Schaumberger
Geburtsdaten:	20. April 1986 in Krems an der Donau
Staatsangehörigkeit:	Österreich
Eltern:	Gerhard und Augustine Schaumberger

Schulbildung

2007 – 2009	Studium des Bakkalaureats Informatikmanagement, mit Auszeichnung absolviert
Seit 2004	Studium des Lehramtes Mathematik und Informatik und Informatikmanagement
2000 – 2004	BORG Krems mit besonderer Berücksichtigung der musischen Ausbildung, mit Auszeichnung absolviert
1996 – 2000	Hauptschule in Fels am Wagram
1992 – 1996	Volksschule in Fels am Wagram

Beruflicher Werdegang

2005 – 2008	Nachhilfe und Lernbegleitung beim Hilfswerk Fels am Wagram

Sonstige Tätigkeiten

WS 2008/09 und SS 2009	Tutorin der UE Hilfsmittel aus der EDV
August 2006	Ferialpraktikum bei Billa Grafenwörth
Juli bis August 2005	Ferialpraktikum bei Billa Grafenwörth
Juli 2003	Ferialpraktikum bei Siemens
Juli 2002	Ferialpraktikum bei Billa Tulln