



universität
wien

DIPLOMARBEIT

Titel der Diplomarbeit

“Identität und Eigenschaft in Gödels Ontologischem Beweis”

Verfasserin

Eva Jelinek

angestrebter akademischer Grad

Magistra der Philosophie (Mag. phil.)

Wien, 2012

Studienkennzahl laut Studienblatt:
Studienrichtung laut Studienblatt:
Betreuerin:

A 296
Diplomstudium Philosophie UniStG
Assoz. Prof. MMag. DDr. Esther Ramharter

“Beschäftigung mit Philosophie, selbst wenn keine positiven Ergebnisse herauskommen (sondern ich ratlos bleibe), ist auf jeden Fall wohltätig. Es hat die Wirkung (daß “die Farbe heller”), d.h., *daß die Realität deutlicher als solche erscheint.*”

Kurt Gödel

INHALTSVERZEICHNIS

Einleitung	1
1. Voraussetzung zum Verständnis Gödels Beweises	4
1.1 Modallogik	4
1.1.1 Die Anfänge der Modallogik bei Leibniz	8
1.1.2 Zurück zur modernen Modallogik	13
1.1.3 Essentielle Eigenschaften	18
1.1.4 Was sind mögliche Welten?	21
1.1.4.1 Aktualismus	21
1.1.4.2 Realismus	23
1.1.4.3 Meinongismus	23
1.1.5 Quantifikation	24
1.1.6 Existenz, mögliche Existenz und notwendige Existenz	26
1.1.7 Die weltenübergreifende Identität	27
1.2 Zusammenfassung: Wiederholung der wichtigsten Punkte	29
2. Historische Vorgänger zu Gödels Beweis	31
2.1 Der ontologische Beweis des Anselm von Canterbury	31
2.2 Descartes' Gottesbeweis	32
2.3 Der Gottesbeweis nach Leibniz	35
3. Gödels Ontologischer Beweis	41
3.1 Positive Eigenschaften (und ihre Verbindung zum Sein)	42
3.2 Notwendigkeit	46
3.3 Existenz	47
3.4 Identität	48
3.5 Gödels Beweis (Original 1970)	52

3.7 Andere Interpretationsmöglichkeiten	54
3.7.1 Joachim Bromand	54
3.7.2 Robert M. Adams	57
3.7.3 Jordan Howard Sobel	58
3.7.3.1 Der modale Kollaps	61
3.8 Zusammenfassung der wichtigsten Punkte	63
3.9 Die problematische Äquivalenz von de dicto und de re Aussagen	64
3.9.1 Die Angleichung von de dicto und de re Aussagen in der Übersetzung in die Alltagssprache	64
3.9.2 Die versteckte de re Aussage in der de dicto Definition von Essenzen	65
3.9.3 Die formale Äquivalenz von de dicto und de re Aussagen als Konsequenz des modalen Kollapses	68
4. Die platonische Deutung der Mathematik	72
Literaturverzeichnis	78
Abstract (Deutsch)	79
Abstract (Englisch)	80
Lebenslauf	81

Einleitung

In der Geschichte der Philosophie findet sich die berühmte Anekdote über Platon und Diogenes: Platon sagte “der Mensch ist ein federloser Zweibeiner” und dies erscheint plausibel. Im Unterschied zu vielen anderen Lebewesen haben Menschen nur zwei Beine und an ihren Körpern sind keine Federn aufzufinden. Diogenes dachte über diese Definition nach, und empfand es als angemessen, ein gerupftes Huhn mit den Worten “Dies ist Platons Mensch!” vorzustellen.¹

Wie kann eine Gattung von Lebewesen oder gar ein einzelnes Individuum adäquat definiert werden? Platon bestimmte im obigen Beispiel die Gattung Mensch durch eine Eigenschaft (Zweibeinigsein) und durch das Fehlen einer Eigenschaft (Federnhaben), und im Allgemeinen werden Gegenstände auch durch die an ihnen befindlichen Eigenschaften beschrieben. So ist in meinem Reisepass mein Geburtsdatum, meine Körpergröße, meine Augenfarbe, meine Staatszugehörigkeit udgl. angegeben, um mich eindeutig identifizieren zu können. Doch meinen Geburtstag, meine Körpergröße, meine Augenfarbe, selbst meinen Namen teile ich mit anderen Menschen dieses Planeten. Kann daher angenommen werden, dass der Gegenstand, der ich bin, vollständig durch die Angaben in meinem Reisepass beschrieben ist?

Die Liste der ein Objekt beschreibenden Eigenschaften scheint endlos lang zu werden, je genauer es identifiziert werden soll. In dieser Aufzählung der Eigenschaften mögen auch widersprüchlich erscheinende Prädikate auftreten. Wo in einer solchen Aufzählung ist dann der Punkt, ab dem gesagt werden kann, “dieses Individuum ist vollständig identifiziert” oder “die Wahrheit über dieses Objekt ist nun vollständig erkannt”? Möglicherweise muss eine andere Größe angenommen werden, um Identität festlegen zu können.

In Gödels ontologischem Argument (von 1970) finden sich folgende Definitionen:

“Definition 2. $\varphi_{\text{Ess}.x} \equiv (\psi) [\psi(x) \supset N(y)[\varphi(y) \supset \psi(y)]]$
 $p \supset_{Nq} = N(p \supset q)$

Definition. $E(x) \equiv (\varphi)[\varphi_{\text{Ess}.x} \supset N(\exists x)\varphi(x)].$ ”²

Oder in Worten:

Definition 2. Eine Eigenschaft φ ist eine Essenz, wenn jedes Objekt x , welches diese Eigenschaft φ hat, gilt: hat das Objekt eine Eigenschaft ψ , dann folgt daraus notwendig das Zukommen von ψ

¹ Erzählt nach: Eldridge, Richard Thomas: *The Oxford Handbook of Philosophy and Literature.*- Oxford: Oxford University Press, 2009, S. 146.

² Gödel, Kurt: *Collected Works. Unpublished Essays and Lectures. Volume 3.* Hg. v. John W. Dawson Jr., Solomon Feferman, Warren Goldfarb, Charles Parsons, Robert N. Solovay.-Oxford: Oxford University Press, 1995, S. 403.

aus dem Zukommen von φ . Essenzen sind jene Eigenschaften an Objekten, die der Grund aller anderen Eigenschaften dieses Objektes sind. Alle Eigenschaften eines Objektes sind somit notwendig an dessen Essenz gebunden.

Definition. Notwendige Existenz bedeutet: für alle Eigenschaften gilt, dass wenn sie eine Essenz sind, es notwendig zumindest ein Individuum geben muss, welches diese Essenz hat. Essenzen müssen notwendig instanziiert sein.

In Gödels ontologischem Beweis kommt, unabhängig von seinem Gelingen oder Nicht-Gelingen, eine auf den ersten Blick sehr eigenwillig erscheinende Konzeption von Eigenschaften und Identität zum Ausdruck, welche Identität nicht nur durch Eigenschaften, sondern durch deren Sonderform der Essenzen bestimmt sieht. Identität wird hierbei als Wesensbestimmung anhand von Eigenschaften angesehen.

Gödel teilt Eigenschaften in positive und negative. Ein Individuum, das Gott ist, hat die Gesamtheit aller positiven Eigenschaften; oder umgekehrt gesagt: die Gesamtheit aller positiven Eigenschaften "ergeben" Gott. Es ist fraglich, in welche Richtung dieses Verhältnis zu sehen ist: ist die Existenz des Individuums "Gott" die Voraussetzung für "alle positiven Eigenschaften haben", oder "existiert" dieses System aller positiven Eigenschaften unabhängig von einem Individuum, in dem es instanziiert ist? Hinzu kommt Gödels Definition der Essenz: alle Eigenschaften des Individuums "Gott" sind notwendige Folgen aus dessen Essenzen; diese Folgen ergeben die Gesamtheit des Individuums "Gott". Gödel bestimmt eine Essenz "Gott" aus den positiven Eigenschaften, die dann durch die Definition der notwendigen Existenz notwendig instanziiert sein muss. Dies legt zwar nahe, dass zuerst nur das Gesamtsystem der Essenzen und Eigenschaften existierte, bevor es an einem Individuum war. Aber wieso sollte es etwas wie diese Essenz geben, wenn es nicht dieses Individuum gibt? Es wird sich zeigen, dass Gödels Bestimmung der Identität, als eine durch Eigenschaften gebildete, eng mit dem Begriff der Existenz verbunden ist. Gödel nimmt scheinbar ein Primat der abstrakten Entität "Eigenschaft" an, welches erst ein Objekt stiftet, indem es dieses zu dem macht, das es ist. Dies würde allerdings bedeuteten, dass zuerst die Eigenschaften waren, bevor Gott war.

Gödel benötigt die Annahme, dass Gott alle positiven Eigenschaften hat, um ihn in allen möglichen Welten identifizierbar zu machen und somit nachweisen zu können, dass es sich bei "Gott" in jeder möglichen Welt um dasselbe Individuum handelt, sodass er dessen notwendige Existenz ableiten kann. Mit Definition 2 wird abgesichert, dass die Eigenschaften Gottes notwendig und nicht kontingent sind.

Wie sieht das Verhältnis von Eigenschaften und Individuen bei Gegenständen aus, die nicht Gott sind? So jedes Individuum nur durch seine Eigenschaften bestimmt ist, diese aber kontingent an den Individuen sind, handelt es sich dann noch bei einem Individuum in zwei möglichen Welten um dasselbe Individuum? Wenn Gegenstände bloß durch Eigenschaften identifizierbar sind, müssten diese notwendig zum Gegenstand gehörig sein, sodass dieser in jeder möglichen Welt derselbe Gegenstand ist. Dies würde aber alle möglichen Welten gleich machen und alle Individuen notwendig. Außerdem würde es in die Richtung weisen, dass Eigenschaften nicht unabhängig von Gegenständen existieren, sondern von Objekten abhängen, in welchen sie instanziiert sind. Vielleicht muss auch im Bereich der nicht-göttlichen Individuen eine Unterscheidung zwischen Essenzen und Eigenschaften getroffen werden. Diese Unterscheidung wirft wiederum die Frage auf, ob für nicht-göttliche Individuen mit Essenzen ebenfalls die Definition 2 Gültigkeit haben soll.

In der vorliegenden Arbeit möchte ich zuerst das Gödels Beweis zugrundeliegende modallogische System vorstellen. Dabei soll u.a. der Begriff der Notwendigkeit abgegrenzt werden, um eine nähere Betrachtung der beiden Definitionen zu ermöglichen. Weiters wird eine kurze Zusammenfassung älterer Gottesbeweise zeigen, woher die grundlegenden Ideen zu Gödels Beweis stammen. Der Schwerpunkt dieses kleinen Überblicks liegt auf Leibnizens Konzeption von Eigenschaften, auf den aus diesen Eigenschaften zusammengesetzten Systemen und auf dem Übergang von möglicher Existenz zu notwendiger. Darauf folgt schließlich eine Interpretation von Eigenschaft, Essenz, Identität und Existenz in Gödels System anhand seines Beweises von 1970 und der Notizen von 1941. Hierin wird deutlich werden, dass Gödel Identität schon immer als durch Eigenschaften gestiftet ansieht, dass genau diese identitätsstiftenden Eigenschaften eine Sonderstellung in Form von Essenzen haben, und dass Essenzen eng mit dem Begriff der Existenz verbunden sind. Gödels ontologischer Beweis stellt nicht nur ein Argument für die Existenz Gottes dar, sondern repräsentiert ein sehr eigentümliches Gesamtsystem, in welchem Eigenschaft und Identität von Existenz abhängen. Dies, wenn auch nicht explizit angesprochen, wird der Kritikpunkt Sobels sein, wenn er anhand der Definition von notwendiger Existenz den Zusammenbruch des Gödelschen Systems beweist. Ich werde diesen Zusammenbruch zum Anlass nehmen, um ein weiteres Detail in Gödels Beweis herauszuarbeiten, welches die Problematik der positiven Eigenschaften in Bezug auf die beiden oben angeführten Definitionen darstellt.

1. Voraussetzung zum Verständnis Gödels Beweises

Gödels ontologisches Argument ist ein formeller, modallogischer Beweis³; welches modallogische System hier angewendet wird, wurde von Gödel nicht angegeben, gleich wie von Gödel nur wenige Kommentare zum Beweis vorhanden bzw. überliefert sind. Dennoch lässt der Beweis von einer rein logischen Betrachtung her wenig Spielraum für Interpretationen, was die verwendeten Methoden und Axiome angeht. Um eine Betrachtung der angewandten logischen Systeme darzustellen, werde ich im Folgenden eine kleine Einführung zur Modallogik vorstellen.

1.1 Modallogik

Die Aussagenlogik kennt zwei Zustände: wahr und falsch. Nun verhält es sich mit Aussagen nicht immer so, dass eindeutig gesagt werden kann, "diese ist wahr" bzw. "jene ist falsch". Manche Aussagen mögen nicht wahr sein, liegen aber dennoch im Bereich des Möglichen, was sie nicht eindeutig als falsch identifizierbar macht. Andere Aussagen sind wahr, sind es aber nicht mit Notwendigkeit. Daher ist es durchaus möglich, dass sie unter veränderten Umständen falsch sein könnten; diese Aussagen werden kontingent genannt. Wiederum andere Aussagen können niemals wahr sein und sind somit unmöglich; wieder andere können niemals falsch sein und sind somit notwendig wahr.⁴ Möglichkeit stellt eine Art Schnittstelle zwischen Kontingenz und Notwendigkeit dar.

Wann kann eine Aussage als "notwendig" oder "notwendige Wahrheit" bezeichnet werden? "Broadly logically necessary truths are those whose denials are self-inconsistent."⁵ Die logische Notwendigkeit, und diese wird im Folgenden der Hauptpunkt sein, hat etwas mit Widerspruchsfreiheit und Konsistenz zu tun. Kenneth Konyndyk stellt in *Introductory Modal Logic* Konzepte von Notwendigkeit vor, die er für unzulässig hält:

a) Quine definiert Notwendigkeit über eine "Nicht-Aufgebbarkeit"⁶, nach der logische Überzeugungen nicht aufgegeben werden, wenn ausreichend viele Argumente für ihre Gültigkeit

³ "The underlying logic of the system is modal, second order, and includes identity." Sobel, Jordan Howard: *Gödel's Ontological Proof. in On Being and Saying*. Hg. von Judith Jarvis Thomson- Cambridge, Massachusetts: The MIT Press, 1987. S. 246.

⁴ Im Folgenden werden die gängigen Operatoren \Box für notwendig und \Diamond für möglich verwendet mit Ausnahme des ontologischen Beweises Gödels, in welchem notwendig mit "N" und möglich mit "P" ausgedrückt wird; diese Schreibweise wird auch teilweise von Sobel übernommen und scheint daher auch im Kapitel über Sobels Interpretation auf.

⁵ Konyndyk, Kenneth: *Introductory Modal Logic*.- Notre Dame, Indiana: University of Notre Dame Press, 1986. S. 13.

⁶ "ungiveupable" bzw. "ungiveupability". Konyndyk, S. 15.

sprechen. Doch das bloße “Überzeugtsein” von einer logisch argumentierten Aussage hat nichts mit deren Notwendigkeit zu tun. Hinzu kommt, dass es notwendig wahre Aussagen geben kann, die aber vollkommen unbekannt sind und daher nicht den Status der “Nicht-Aufgebbarkeit” erreicht haben.

- b) Notwendige Wahrheit kann auch nicht als “unable to be rationally rejected”⁷ definiert werden, da diese Ansicht in das persönliche Ablehnen/Zusprechen fällt. So ist es z.B. möglich, gute vernünftige Gründe aus dem persönlichen Erfahrungsschatz anzuführen, welche die Ablehnung einer notwendigen Wahrheit befürworten.
- c) Die Erklärung der Notwendigkeit dadurch, dass sie “selbst-beweisend”⁸ oder offensichtlich ist, wird von Konyndyk ebenfalls abgelehnt, da Aussagen, die im Allgemeinen als “selbst-beweisend” angesehen werden, auch kontingente Aussagen beinhalten können.

Im Unterschied zu Konyndyk unterscheidet Graham Priest in *An Introduction to Non-Classical Logic* verschiedene Interpretationen von Notwendigkeit dadurch, welchem Standpunkt oder System sie gerecht werden sollen. So beschreibt er logische, metaphysische, physikalische, epistemische, alethische und moralische Notwendigkeit:

a) Logische Notwendigkeit

Logische Notwendigkeit wird als analytische Notwendigkeit verstanden, was bedeutet, dass eine Aussage genau dann notwendig ist, wenn ihre Wahrheit einzig aus den Bedeutungen der Wörter, welche die Aussage determinieren, bestimmt ist. Dies sind z.B. einfach Identitätssätze⁹ und auf diese aufbauend die Sätze der Mathematik.

b) Physikalische Notwendigkeit

Eine Aussage ist eine physikalische Notwendigkeit, wenn Sie durch die Naturgesetze determiniert ist; eine physikalische Möglichkeit ist mit den Naturgesetzen kompatibel (eine mögliche Aussage widerspricht den Naturgesetzen nicht).

Dagegen zu halten ist, dass auch andere Naturgesetze möglich gewesen wären, was sie zu kontingenten Gesetzen macht, und kontingente Sachverhalte können wohl kaum die Basis für notwendige Aussagen darstellen.

⁷ Ebd.

⁸ “self-evident”. Ebd.

⁹ Im Sinne einer Selbstgleichheit.

c) Metaphysische Notwendigkeit

Hier wird die Bestimmung der Notwendigkeit ein wenig komplizierter; es wird angenommen, dass es so etwas wie metaphysische Gesetze gibt, und Notwendigkeit bedeutet dann eine Notwendigkeit im Rahmen dieser metaphysischen Gesetze. Priest bringt hier das Beispiel von Aristoteles und den Essenzen: manche Eigenschaften sind wesentlich an einem Objekt, manche zufällig. Wesentliche Eigenschaften (Essenzen) sind jene, ohne die ein Objekt, so es sie verlieren würde, aufhören würde zu sein, was es ist; möglicherweise würde es sogar aufhören zu existieren. Zufällige Eigenschaften hingegen sind weitgehend austauschbar und ändern nichts an der Existenz eines Objektes. Man kann sich entscheiden, einen bestimmten Beruf zu wählen, eine Reise zu machen, sich die Haare zu färben, und würde damit nichts an seiner Existenz verändern. Aber man kann sich nicht entscheiden, plötzlich kein Mensch mehr zu sein und dennoch weiter existieren. "Menschsein" ist, laut Aristoteles, eine Essenz. Hier wird eine metaphysische Deutung von Notwendigkeit deutlich: es gibt in diesem Beispiel in Bezug auf Individuen bestimmte notwendige Wahrheiten in Form von Essenzen, wie z.B. "Menschsein", "Tischsein", "Hundsein". Hinzukommen mögliche Wahrheiten bzgl. der austauschbaren Eigenschaften eines Individuums. Es mag biologisch unmöglich sein, seine Augen oder Hautfarbe zu wechseln, aber dies stellt keine metaphysische Unmöglichkeit dar, da diese Attribute nicht als Essenzen, sondern als zufällige Eigenschaften angesehen werden. Ich kann nicht nicht-menschsein, aber es wäre möglich gewesen, dass ich eine andere Augenfarbe hätte haben können.

d) Epistemische Notwendigkeit

Eine epistemische Notwendigkeit ergibt sich aus der Erfahrung, aus einem "es ist bekannterweise wahr". Möglich ist dann alles, von dem man sagen kann "soweit ich weiß, könnte diese Aussage wahr sein". Notwendigkeit aufgrund von Wissen zu definieren ist eine problematische Angelegenheit, da mit größter Wahrscheinlichkeit nie alles gewusst wird. Im besten Fall kann man auf Basis der Erfahrung und des Wissens eine mehr oder weniger zutreffende Abschätzung einer Situation treffen, aber nicht die Notwendigkeit dieser feststellen. Alethische Notwendigkeit ist ein Teil der epistemischen Notwendigkeit. Um alethische Notwendigkeit zu verstehen, muss zuerst bedacht werden, dass manche Prädikate selbst vage sind, z.B. "is a (biological) child"¹⁰. Prädikate sind in Bezug auf manche Objekte weder wahr noch falsch. Z.B ist ein Mensch im Alter von vier Jahren ein Kind, und einer von 60 Jahren

¹⁰ Priest, Graham: *An Introduction to Non-Classical Logic. From If to Is.* - Cambridge: Cambridge University Press, 2008. S. 48.

nicht. Ein 14-jähriger Mensch befindet sich allerdings an einer Grenze und weder ein Kind, noch kein Kind mehr. Notwendigkeit hängt in diesem Zusammenhang von einer Definition ab: jemand von vier Jahren ist per Definition ein Kind. Alethische Notwendigkeit basiert demnach auf der mehr oder weniger willkürlichen Festlegung von Zuständen und versagt in nicht definierten Situationen wie der des 14-jährigen Menschen. Alethische und epistemische Modalität sieht hier gleich aus, doch beruft sich die alethische Modalität auf die Fakten in der Welt.

“Beispielsweise impliziert die Unmöglichkeit eines Sachverhalts im alethischen Sinne, daß er auch tatsächlich nicht der Fall ist. Für die Unvorstellbarkeit eines Sachverhalts bzw. seine Unmöglichkeit im epistemischen Sinne scheint dies nicht zu gelten: So galt es (zumindest für lange Zeit) als unvorstellbar, daß die Erde kugelförmig ist, und dennoch ist es der Fall.”¹¹

e) Moralische Notwendigkeit

Eine Aussage ist eine moralische Notwendigkeit, wenn sie den Ansprüchen moralischer Gesetze gerecht wird. Dieser Ansatz stellt moralische Gesetze als etwas Absolutes dar, als etwas das zu jeder Zeit und an jedem Ort unveränderlich dasselbe ist. Im Allgemeinen werden moralische Gesetze als veränderliche angesehen. Man kann darüber streiten, ob sie von Menschen gemacht werden oder von einem höheren Wesen stammen. Wenn ersteres der Fall ist, so ist ersichtlich, warum sie veränderlich sind, denn jede Kultur hat, wenn auch nicht immer vollkommen andere, so doch zumindest von einander abweichende moralische Gesetze. Wenn die zweite Möglichkeit zutrifft, so muss gesagt werden, dass a) auch diese Gesetze Gottes im Lauf der Zeit von Menschen verändert werden und/oder dass b) die Gesetze des höchsten Wesens nicht immer gleich erkannt bzw. interpretiert wurden und werden. Unabhängig davon welche Variante zutrifft, ist es schwierig im Fall der Moral von Notwendigkeit zu sprechen. Gödel wird es tun, wenn er mit Berufung auf einen moralischen Sinn Eigenschaften in positive und negative teilt.

Ich will an dieser Stelle keines der vorgestellten Modelle als für die Interpretation von Notwendigkeit ungeeignet halten, obwohl jedes seine Stärken und Schwächen hat. Für Gödels Beweis sollen aber die logische, die metaphysische und die moralische Deutungsmöglichkeiten im Gedächtnis bleiben.

Eine weniger problematisch erscheinende Interpretation von Möglichkeit und Notwendigkeit wird von Konyndyk vertreten, wenn er sich auf die Definitionen der Modalitäten anhand des Systems der möglichen Welten beruft. Diese Deutung ist - wie wir sehen werden - auch mit den Erklärungen der logischen und z.T. der metaphysischen Notwendigkeit vereinbar:

¹¹ Bromand, Joachim: *Gottesbeweise. Von Anselm bis Gödel*. Hg. v. Joachim Bromand und Guido Kreis. - Berlin: Suhrkamp Verlag, 2011, S. 381.

1.1.1 Die Anfänge der Modallogik bei Leibniz

Leibniz verbindet Möglichkeit mit möglicher Existenz. Alles, das existiert, muss zuerst möglich sein, um auch aktual sein zu können. Dies erscheint einleuchtend, da wohl niemand behaupten könnte, dass etwas, das faktisch existiert gleichzeitig unmöglich ist. Leibniz geht so von den Begriffen über Gegenstände aus, um zu zeigen, dass Gegenstände aufgrund ihrer Begriffe (ihrer Eigenschaften) zuerst möglich sind, bevor sie aktual werden. Dieses Prinzip einer primären Möglichkeit wird den Notwendigkeitsbegriff erklären. Aber zuerst zu den formalen Voraussetzungen:

Das Denken über Möglichkeit und Notwendigkeit ist keineswegs eine Erfindung Leibnizens. Bereits Aristoteles sprach über die Modalität von Aussagen und beschrieb die Relationen von möglich, unmöglich und notwendig untereinander. So legt Aristoteles fest, dass “möglich das ist, was nicht unmöglich ist; notwendig das, was unmöglich nicht ist, und unmöglich das, was notwendig nicht ist”¹². Oder formal ausgedrückt: $\diamond p = \neg \Box \neg p$, $\Box p = \neg \diamond \neg p$ und $\neg \diamond p = \Box \neg p$. Zusätzlich wird “Nicht-”Notwendigkeit ausgedrückt mit $\neg \Box p = \diamond \neg p$. Dieses Schema zeigt, dass es egal ist, um welche Gegenstände/Aussagen es in Bezug auf Modaloperatoren geht. Die Relation der Operatoren untereinander und die Ausdrückbarkeit einer Modalität durch eine andere ist immer gleich, d.h., der Inhalt ist für das formale Schema unbedeutend: “die Modallogik, die formale Struktur, ist invariant gegenüber dem Inhalt der Modalisanda”¹³.

Auffällig ist hierbei, dass in dieser verkürzten Darstellung der Modalität die Kontingenz fehlt. Aristoteles hat zunächst lediglich von Möglichkeit als alles, was nicht unmöglich ist, gesprochen, merkte aber an, dass “Möglichkeit einerseits von der Notwendigkeit impliziert, andererseits von letzterer ausgeschlossen sei”¹⁴. Dies bedeutet, dass im Möglichkeitsbegriff einmal die Notwendigkeit mit eingeschlossen, ein andermal ausgeschlossen ist. Modifiziert man aufgrund dieser Überlegung den Möglichkeitsbegriff, sodass möglich weder notwendig, noch unmöglich bedeutet, so erhält man den heute gängigen Kontingenzbegriff. Nach dieser Definition der Kontingenz bedeutet möglich weiterhin alles dasjenige, was nicht unmöglich ist.¹⁵

¹² Poser, Hans: *Zur Theorie der Modalbegriffe bei G.W. Leibniz.*- Wiesbaden: Franz Steiner Verlag, 1969. S. 11. Die Bestimmungen der Modalitäten von Leibniz finden sich bei Poser auf Seite 25: “Contingentia sunt, quae necessaria non sunt. Possibilia sunt, quae non est necessarium non esse. Impossibilia sunt, quae possibilia non sunt, vel brevius:...Impossibile, quod possibile non est. Necessarium cuius oppositum impossibile est. Contingens cuius oppositum possibile est.”

¹³ Dieser Ausdruck geht auf Carnap zurück, welcher vorschlug, “Wörter mit modaler Funktion Modalisatoren” und “worauf sich der Modalisator bezieht, das Modalisandum” zu nennen. Poser, S. 11.

¹⁴ Poser, S. 13.

¹⁵ Entgegen Aristoteles schließt Leibniz in den Bereich der Kontingenz das Unmögliche mit ein, obwohl er an manchen Stellen scheinbar von der Kontingenz im gängigen Sinne von “weder notwendig, noch unmöglich” spricht. Poser, S. 23ff.

Das Kontingente stellt ein eigenes weites Feld dar, welches uns hier im Detail nicht weiter interessieren soll. Es soll lediglich in Erinnerung bleiben, dass es Gegenstände gibt, die weder notwendig noch unmöglich sind.¹⁶

Bestimmend für Leibnizens Modalbegriffe sind Überlegungen zum Verhältnis Möglichkeit und Wirklichkeit, wobei Leibniz vom Begriff „Wahrheit“ ausgeht, der besagt, dass alle Erkenntnis eines Subjekts bedeutet, dessen ihm inhärente Prädikate zu erkennen, wobei auch vergangene und zukünftige Prädikate miteingeschlossen sind. Ein Begriff ist dann am genauesten erörtert, wenn all seine Prädikate erkannt werden und auch aus ihm abgeleitet werden können. D.h., dass alle Prädikate des Begriffes, so der Begriff verstanden wurde, als ihm zugehörig erkannt werden müssen. Die nur mit sich selbst identischen (gleichen) Begriffe, die nicht in Klassen einzuordnen sind, sind die der Individuen; sie stellen die „wahren Einheiten der Wirklichkeit“¹⁷ dar.

Diese Überlegungen zu Wahrheit und Identität sind für die Leibnizenschen Modalbegriffe ausschlaggebend, da der Satz von der Identität $A=A$ als notwendige Aussage bestimmt wird. Eine notwendige Aussage ist dann gegeben, wenn diese durch endlich viele Schritte auf eine einfache, nicht weiter analysierbare und nicht analysierbedürftige Aussagen zu führen ist, auf Identitätssätze wie z.B. $A=A$. Diese notwendigen Aussagen sind „virtuell identisch“¹⁸, was bedeutet, dass wenn Satzglieder durch mit ihnen gleichbedeutende Begriffe ersetzt werden, diese wieder identische Sätze ergeben. Aussagen mit der Fähigkeit, auf identische Sätze zurückgeführt werden zu können, sind wahre Sätze. Würde man ihre Wahrheit bestreiten, so würde ein Widerspruch entstehen: man würde behaupten, A ist A und gleichzeitig A ist nicht A , dass etwas ist und gleichzeitig nicht ist. Mit diesem „Widerspruchsprinzip“ ist das, was Leibniz „das Notwendige“ nennt, begründet. Das Gegenteil des Notwendigen enthält einen Widerspruch.¹⁹

¹⁶ Welche Gegenstände oder Aussagen mit der „Modalität der Kontingenz“ ausgestattet sind, ist eine heikle Frage, ähnlich der nach der Notwendigkeit von Gegenständen und Aussagen. Bedenkt man die Definition der physikalischen Notwendigkeit, wonach eine Aussage notwendig wahr ist, so sie mit den Naturgesetzen vereinbar ist: hiergegen wurde das Argument angeführt, dass es sich bei den Gegenständen der Natur um kontingente Gegenstände handelt, die auch anders hätten sein können und daher keinen Aufschluss über Notwendigkeit darstellen. Wie kommt man aber zu den Annahmen „die Naturgesetze sind notwendige Gesetze“ einerseits, und „die Naturgesetze sind kontingent, da sie kontingente Gegenstände beschreiben“ andererseits? Was kontingent genannt wird und was nicht, ist letztlich eine ebenso schwierig zu beantwortende Frage wie die nach allen anderen Modalitäten.

¹⁷ Evers, Dirk: *Gott und mögliche Welten. Studien zur Logik theologischer Aussagen über das Mögliche*. Tübingen, Mohr Siebeck. 2006, S. 10.

¹⁸ Ebd.

¹⁹ In diesem Abschnitt wird in zweifacherweise über Identität gesprochen: 1. in Bezug auf Leibnizens Wahrheitsbegriff, welcher besagt, dass das Erkennen der Identität eines Gegenstandes anhand von Eigenschaften vor sich geht. Hierbei handelt es sich um die Erkenntnis des Wesens eines Gegenstandes. 2. wird Identität als Selbstgleichheit verwendet. Diese ist allerdings als von der ersten Bedeutung abgeleitet zu sehen, denn die Identität im Sinne einer Selbstgleichheit kann nur dann behauptet oder eingesehen werden, wenn die einzelnen Identitäten erkannt worden sind. Erkenne ich zwei Gegenstände auf Basis der unter 1. angegebenen Wahrheitserkenntnis, und sehe beide als die gleichen Eigenschaften besitzend an, so kann ich sagen, dass diese Gegenstände äquivalent sind. Die einfachen Gegenstände (oder Eigenschaften) benötigen diese Analyse nicht mehr, und ihre Äquivalenzen, so sie bestehen, sind unmittelbar einsichtig.

Analog zu diesem Analyseprozess der Aussagen lässt sich jeder Begriff (oder jede "Idee"²⁰, oder jede Eigenschaft) in Teilbegriffe zerlegen. Dies setzt voraus, dass sowohl der Inhalt und der Umfang des Begriffs genau festgelegt sind, was im Rahmen der Umgangssprache nicht der Fall ist. Daher soll die Sprache durch Definitionen "gereinigt" werden, "im Sinne einer umkehrbar eindeutigen Zuordnung von Begriffsinhalt und Wort"²¹, d.h., dass Begriffsinhalte fixiert werden sollen.

Um einen Begriff analysieren zu können, sodass nur noch einfache Begriffe übrig bleiben, muss dieser zuerst zusammengesetzt worden sein. Daher meint Leibniz, dass es Konjunktionen von Begriffen gibt: jeder Begriff ist eben ein solcher einfacher Begriff oder eine Zusammensetzung aus diesen. Hierbei sind zwei Kriterien relevant: das Kriterium der "Verträglichkeit" der einzelnen Begriffe unter einander (Leibniz nennt diese Verträglichkeit "Kompossibilität") und das Kriterium der Art und Weise wie die einzelnen einfachen Begriffe miteinander verbunden sind.

"Ein Begriff A heißt [...] enthalten in einem Begriff B, wenn alle einfachen Begriffe, aus denen A zusammengesetzt ist, auch in der Konjunktion der einfachen Begriffe, aus denen B zusammengesetzt ist, vorkommen"²².

Ein Widerspruch in einem Begriff B liegt vor, wenn einer seiner Teilbegriffe A und ein anderer $\neg A$ ist. Die einfachen Begriffe können aufgrund ihrer "absoluten Unzerlegbarkeit"²³ keinen Widerspruch enthalten. Warum sie keinen Widerspruch enthalten erklärt Leibniz mit Gott: in den einfachen Begriffen erkennen wir Teile des göttlichen Verstandes, dadurch sind sie positiv und vollkommen. Einfache Begriffe können aber nicht so leicht mit einander verbunden werden, denn die Konjunktion zweier Begriffe könnte potenziell einen Widerspruch im neu kreierte Gesamtbe-griff auslösen. Die einfachen Begriffe müssen mit einander verträglich sein. Die Kompossibilität der einfachen Begriffe erlaubt es, einen neuen widerspruchsfreien Begriff zu bilden. "*Kompossibel* heißen zwei Begriffe A, B dann, wenn AB widerspruchsfrei ist"²⁴. Dass einfache Begriffe kompossibel sind, liegt wiederum am göttlichen Denken. Die einfachen Begriffe können als Bausteine für die Bildung größerer und komplexerer Begriffe angesehen werden, wenn man die einfachen Begriffe durch Konjunktion mit einander verknüpft. Hervorzuheben ist, dass Leibniz die Konjunktion als einziges logisches Verbindungsmittel zwischen den Begriffen ansieht. Sofern die einzelnen einfachen Begriffe kompossibel sind, werden durch Konjunktion nur widerspruchsfreie Begriffe gebildet. So kann gesagt werden, dass es gar keine widersprüchlichen

²⁰ Poser, S. 52.

²¹ Mit "Wort" ist Zeichen gemeint. Poser, S. 25.

²² Poser, S. 35.

²³ Ebd.

²⁴ Poser, S. 37.

Begriffe gibt. Dieser „Bauanleitung“ nach können verschiedene Begriffe als möglich, sogar als möglich existent, gedacht werden, so lange sie keine Widersprüche einschließen. So ist geklärt, welche Bedingungen gegeben sein müssen, um einem Begriff die Modalität der Möglichkeit zuschreiben zu können. Doch wann kann ein Begriff oder eine Aussage „notwendig“ genannt werden?

“Necessarium enim hoc loco a nobis illud appellatur tantum, quod per se necessarium est, quod rationem scilicet existentiae et veritatis suae habet intra se, quales sunt Geometricae veritates.”²⁵

Ein Begriff kann notwendig genannt werden, wenn er „Existenz und Wahrheit in sich“²⁶ hat, wenn er „an sich notwendig“ ist, wie die Wahrheiten der Geometrie. Es handelt sich bei diesen um Vernunftwahrheiten, d.h., dass diese Wahrheiten durch Analyse auf einfache Begriffe gebracht werden können, deren Wahrheit wiederum unmittelbar einsehbar ist. Das Verhältnis der geometrischen (und mathematischen) Begriffe wird durch Aussagen beschrieben, welche in diesem Zusammenhang auch notwendig genannt werden können.

“Die Wahrheiten des Vernunftgebrauchs sind notwendig und ihr Gegenteil ist unmöglich, die der Tatsachen aber sind kontingent und ihr Gegenteil ist möglich. Wenn eine Wahrheit notwendig ist, so kann man den Grund dafür durch Analyse finden, indem man sie auf Ideen und einfachere Wahrheiten zurückführt, bis man zu den ursprünglichen gelangt.”²⁷

Die Wahrheiten der Tatsachen sind die der aktuellen Welt, welche auch anders hätte sein können.²⁸ Hinzu kommt, dass Aussagen existieren, die – anders als notwendige – nicht mit einer Anzahl endlicher Schritte auf nicht weiter vereinfachbare Identitätssätze zu reduzieren sind. Diese nennt Leibniz „kontingent“ und meint damit nicht-notwendige Aussagen im Unterschied zu notwendigen, die durch das endliche Verfahren der Vereinfachung auf Identitätssätze zu bringen sind.²⁹ Das Notwendige und das Kontingente stehen in einem sich gegenseitig aufhebenden Gegensatz. Der konträre Gegensatz des Notwendigen ist allerdings das Unmögliche, dessen kontradiktorischer Gegensatz wiederum das Mögliche ist.

Das Kriterium für Möglichkeit und Notwendigkeit ist die Widerspruchsfreiheit, welche sich aufgrund der beschriebenen Analyse bestätigen oder nicht bestätigen lässt.

²⁵ Confessio philosophi in Poser, S. 52.

²⁶ Ebd.

²⁷ Leibniz, G.W.: *Monadologie*. Franz.-deutsche Ausgabe. Stuttgart: Philipp Reclam jun., 1998, S. 29.

²⁸ Durch die von Leibniz gedachte Aufspaltung in Tatsachen- und Vernunftwahrheiten würde die Erklärung der Notwendigkeit als physikalische Notwendigkeit wegfallen.

²⁹ Kontingente Begriffe, wie die eines aktual existierenden Menschen, können vom menschlichen Verstand nicht erkannt werden, da deren Analyse unendlich viele Schritte benötigen würde. Gott hingegen vermag auch die kontingenten Begriffe zu verstehen. Poser, S. 34ff.

Von den logischen Modalitäten sind die ontologischen zu unterscheiden, bei denen es um tatsächliche Wahrheiten und konkrete Gegenstände geht. Zuvor wurde angemerkt, dass Notwendigkeit etwas mit Existenz zu tun hat; dies trifft in beschränkter Weise auch auf Möglichkeit zu, wenn Leibniz sagt, dass alles Mögliche nach Verwirklichung strebt, „denn sonst würde gar nichts existieren“³⁰. Auf diese Weise werden logische Möglichkeiten zu ontologischen.

Dieses Streben ist nicht als Tätigkeit der Begriffe und Eigenschaften zu verstehen, sondern als ein Denkprozesse eines Gottes, der sich entschlossen hat, etwas zu erschaffen.³¹ Die möglichen Begriffe und Aussagen können zusammengefasst werden, sodass sie eine eigene mögliche Welt darstellen. Diese möglichen Begriffe und Aussagen müssen auch im ontologischen Sinne kompossibel sein und gemeinsam die „beste aller möglichen Welten“, wie Leibniz die Sammlung der maximal kompossiblen Begriffe nannte, bilden. Nur diejenige Sammlung aller möglichen Begriffe und Aussagen, welche diese maximale Kompossibilität aufweisen kann, kann auch potentiell aktual, d.h., von Gott erschaffen werden.

„Allein, da sich alles Mögliche nicht in ein und derselben Folge des einen Universums miteinander verträgt, so kann eben aus diesem Grunde nicht alles hervorgebracht werden, was möglich ist. [...] Man kann sagen, daß, sobald Gott etwas zu schaffen beschlossen hat, ein Streit zwischen all den Möglichkeiten entsteht, die allesamt nach Dasein verlangen, und daß dabei diejenigen, die in ihrer Verbindung miteinander die meiste Realität, die meiste Vollkommenheit, die meiste *Begreiflichkeit* erzeugen, den Sieg davontragen.“³²

So drängen alle Möglichkeiten in die Existenz. Aber bloß jene Möglichkeiten, die das maximal kompossibile System bilden, werden auch von Gott verwirklicht. Die übrigen möglichen Welten, die nicht aktualisiert wurden, bleiben weiterhin als mögliche stehen. Es gibt somit mehrere Welten, die hätten aktual sein können, aber es aufgrund ihrer mangelnden Kompossibilität nicht geworden sind. Das Kontingente wird hierbei relevant, indem es sich in seiner Eigenschaft, logisch möglich oder logisch nicht möglich sein zu können (laut Leibniz), entfaltet. Leibniz wendet allerdings den Begriff „kontingent“ auf „das Geschaffene“³³ an, wenn er von den Tatsachenwahrheiten spricht. In Bezug auf das Notwendige, das es selbst ist und nicht die Möglichkeit hat, unmöglich zu sein, unterscheidet Leibniz essentielle und existential Sätze: essentielle Sätze beinhalten immer logisch notwendige Wahrheiten, die mit der zuvor beschriebenen Methode der Vereinfachung auf Identitätssätze zurückzuführen sind, welche ewig gelten, und selbst dann gültig sind, wenn ein Schöpfergott eine andere mögliche Welt als die unsere aktual gemacht hätte. Das bedeutet, dass

³⁰ Poser, S. 62.

³¹ Poser, S. 63.

³² Leibniz, G.W.: *Die Theodizee. Von der Güte Gottes, der Freiheit des Menschen und dem Ursprung des Übels*. Hg. und übers. von Herbert Herring.- Frankfurt a.M.: Suhrkamp Verlag, 1965. S. 559.

³³ Hierbei wird aus dem Begriff des Kontingenten der Begriff des Notwendigen und der des Unmöglichen ausgeschlossen. Das Geschaffene kann nicht unmöglich sein, da es zuerst möglich sein muss, um aktual zu werden. Evers, S. 14.

notwendige Wahrheiten mit dem Schöpfergott, da sie aus seinem Verstand kommen, zusammenfallen. Existenziale Sätze hingegen beziehen sich auf alles, was geschaffen ist, auf die Dinge. Existenziale Sätze sind nicht ewig wahr, sondern nur zu bestimmten Zeitpunkten bzw. für endliche Zeiträume. Der Schöpfergott ist der Ursprung alles Möglichen und in seinem Verstand ist alles verankert, was möglich ist, auch wenn es nie als konkrete Existenz geschaffen wird. Mögliche Welten sind demnach jene, die ebenfalls existieren könnten, wenn Gott sich entschlossen hätte, sie zu realisieren. Leibniz meint damit, dass Gott andere Individuen und Naturgesetze als die in unserer Welt existierenden hätte erschaffen können. Diese Anderen, die Möglichen, sind in den jeweiligen möglichen Welten zuhause. Es gibt demnach eine Vielzahl von anderen Welten und Gegenstände, die hätten existieren können. Notwendige Aussagen werden in den Bereich dieser Welten, der auch unsere aktuelle Welt miteinschließt, verlegt: wenn eine Aussage in jeder möglichen Welt wahr ist, so ist sie notwendig wahr.

Dies ist der Ursprung der Mögliche-Welten-Semantik der Modallogik mit der ihr eigenen Interpretation von Möglichkeit und Notwendigkeit. Die Interpretation der möglichen Welten hat sich im Laufe der Zeit verändert und einige alternative Deutungsmodelle werden auch in der vorliegenden Arbeit vorgestellt werden. Die gängigste, oder für Gödels ontologischen Beweis relevanteste, ist die aktualistische Interpretation des Diskursuniversums der möglichen Welten, welche als Säkularisierung des Leibnizschen Modells angesehen werden kann.

Vorerst soll festgehalten werden, dass der Notwendigkeitsbegriff auf Widerspruchsfreiheit basiert, so wie es auch die Bedingung des Möglichen ist, keinen Widerspruch einzuschließen/zu implizieren; und: notwendig bedeutet "wahr in jeder möglichen Welt".

1.1.2 Zurück zur modernen Modallogik

Aufgrund der von möglichen Welten definierten Auffassung von Notwendigkeit lässt sich auch die Modalität der Möglichkeit erklären: eine Aussage ist möglich, wenn es nicht notwendig ist, dass sie falsch ist³⁴, eine Aussage ist hingegen unmöglich, wenn es notwendig ist, dass sie falsch ist, und kontingente Aussagen sind in manchen Welten wahr und in anderen falsch.

Möglichkeit und Notwendigkeit stehen nicht nur in Bezug auf mögliche Welten in einem logischen Verhältnis, welches erlaubt, einen Zustand durch den jeweils anderen auszudrücken: nicht möglich p entspricht notwendig nicht p , d.h., dass eine unmögliche Aussage notwendigerweise falsch ist und niemals wahr sein kann; nicht möglich, dass nicht p ist äquivalent zu notwendig p .

³⁴ Dies bedeutet: eine Aussage ist möglich, wenn sie in zumindest einer möglichen Welt wahr ist.

Die Gültigkeit modallogischer Aussagen kann nicht durch die Methoden der Prädikatenlogik³⁵ gewährleistet werden, sondern beruht auf logischen Verhältnissen und einem semantischen System. Das für die Modallogik gängige semantische Modell ist das bereits angesprochene der möglichen Welten. Sowohl durch das semantische Modell als auch auf formalem Weg sind unterschiedlich “starke” modallogische Systeme denkbar, wobei diese “Stärke” im semantischen Bereich auf der Beziehung der möglichen Welten und auf formaler Seite auf dem Verhältnis der Modaloperatoren zu einander beruht.

Eine weitere Variante zur Erklärung der Begrifflichkeit von Notwendigkeit über das Verhältnis der Modaloperatoren wird von Dirk Evers in *Gott und mögliche Welten* anhand der “strikten Implikation” von C.I. Lewis vorgestellt. Der “materialen Implikation” ist das Problem inhärent, beliebige Konsequenzen aus falschen Prämissen zu erlauben und gleichsam können aus beliebigen Prämissen wahre Konsequenzen gefolgert werden.³⁶ Der Grundgedanke der strikten Implikation von Lewis ist, dass diese eher einem logischen Schlussfolgern, ähnlich der umgangssprachlichen “wenn-dann” Situation, entsprechen sollte. Er erweiterte die Implikation durch den Möglichkeitsoperator: aus p folgt nur dann q, wenn es nicht möglich ist, dass p wahr, q aber falsch ist. Nur unter diesen Voraussetzungen wird q von p “strikt impliziert”. Aus dieser Betrachtung der Implikation heraus kann ein Konzept für Notwendigkeit definiert werden: Notwendigkeit einer Aussage bedeutet, dass ihr Gegenteil unmöglich ist. Darüber hinaus zeigt die strikte Implikation ein modales Verhältnis zwischen Antezedens und Konsequens.³⁷ “So kann man über den Möglichkeitsoperator den Notwendigkeitsoperator einführen mit $\Box p =_{df} \neg \Diamond \neg p$ ”³⁸. Das modale Verhältnis von Antezedens und Konsequens zeigt sich auch in der Form $p \rightarrow q := \Box(p \supset q)$, die besagt, dass es eine Modalität der Implikation selbst gibt.

Lewis stellte ein Axiomensystem für die Modallogik auf, mit dem Zusatz, dass weitere Systeme möglich sind, wenn diverse Ergänzungen der bereits in seinem System existierenden Axiome vorgenommen werden. Hieraus ergeben sich die bereits erwähnten Unterschiede in den “Stärken” der modallogischen Kalküle. Lewis selbst hat fünf Systeme (S_1 bis S_5) entwickelt, wobei das folgende System die jeweils vorhergehenden enthält. Die Systeme bauen somit logisch auf einander

³⁵ Wie Wahrheitstafeln- und Funktionen.

³⁶ Evers, S. 126.

³⁷ Die strikte Implikation ist nicht frei von Paradoxien (z.B. kann eine unmögliche Aussage eine andere Aussage strikt implizieren); um die Paradoxien auszuschließen, müssten Regeln und mit diesen in Zusammenhang stehende Theoreme aufgegeben werden, auf welche in einem möglichst umfangreichen logischen System nicht verzichtet werden kann. Aus diesem Grund war Lewis eher bereit, Probleme, die durch die strikte Implikation eingeführt wurden, zu akzeptieren. Konyndyk, S. 28.

³⁸ Evers, S. 126.

auf in der Hinsicht, dass jedes Folgesystem das ihm vorhergehende mitsamt dessen Axiomen enthält. In diesem Sinne ist K das System T + Ks Axiome, S₄ ist K + T + das Axiom S₄ usw.. Die Sätze der schwächeren Systeme sind somit auch immer in den Folgesystemen beweisbar, aber nicht umgekehrt, z.B. ist ein Theorem aus T auch in S₅ beweisbar, aber ein Theorem aus S₅ ist nicht in K beweisbar. Hinzu kommen Regeln in Bezug auf das Aneinanderreihen von Modaloperatoren.³⁹

Um welche Systeme der Modallogik geht es hier?

Das System T: $\Box p \rightarrow p$. Wenn eine Aussage notwendig wahr ist, dann ist sie auch wahr.

Das System K: $\Box(p \rightarrow q) \rightarrow (\Box p \rightarrow \Box q)$

Das System S₄: $\Box p \rightarrow \Box \Box p$. Wenn eine Aussage notwendig ist, so ist ihre Notwendigkeit notwendig.

Das System S₅: $\Diamond p \rightarrow \Box \Diamond p$. Wenn eine Aussage möglich ist, so handelt es sich um eine notwendige Möglichkeit.

Laut Konyndyk repräsentiert S₅ (zusammen mit der in S₅ enthaltenen charakteristischen Formel von S₄) am besten die Interpretation von Notwendigkeit anhand der Mögliche-Welten-Semantik. Die Erklärung der Modallogik anhand der Mögliche-Welten-Semantik macht die Systeme S₄ und S₅ plausibel und umgekehrt lassen sich die charakteristischen Formeln der beiden Systeme durch die Mögliche-Welten-Semantik erklären.

Jedes modallogische System erfordert seine jeweils eigene Mögliche-Welten-Semantik, in der je nach formalem System bestimmte Relationen der Welten zu einander gegeben sind. Die Beziehungen der möglichen Welten untereinander basieren auf "Zugänglichkeit"⁴⁰. Hierzu müssen folgende, einführende Bemerkungen angeführt werden:

- "wahr in einer möglichen Welt" bedeutet, dass eine Aussage wahr wäre, wenn die betreffende Welt aktual würde⁴¹,
- es muss Beziehungen zwischen den Welten zu einander geben im Sinne der angesprochenen "Zugänglichkeit" und
- es gibt mögliche Welten, die anderen nicht zugänglich sind.

³⁹ In den Systemen S₁ und S₂ ist die Anzahl der Modaloperatoren unbegrenzt, in den übrigen Systemen gibt es Regeln, welche die Reduktion der Operatoren ermöglichen.

⁴⁰ "accessibility"; Konyndyk, 55.

⁴¹ Dies stimmt nur im Rahmen einer "aktualistischen" Deutung der möglichen Welten, wobei auch andere Interpretationen dieser zulässig sind - hierzu später.

Im Sinne dieser Voraussetzungen bedeutet " $\diamond p$ " dann, dass p in einer möglichen Welt wahr ist und diese Welt der gegebenen zugänglich ist⁴². Dementsprechend bedeutet dies für die Aussage $\Box p$, dass diese erfüllt ist, wenn p in jeder zugänglichen Welt wahr ist. Aus den Beziehungen der Zugänglichkeit ergeben sich unterschiedliche Voraussetzungen dafür, was Notwendigkeit und Möglichkeit bedeuten: was für eine Welt möglich oder notwendig gilt, gilt nicht für eine andere. "The theorems of modal logic are generalizations about relationships of propositions within one array of possible worlds"⁴³.

So ist es möglich, für die einzelnen modallogischen Systeme spezifische Modelle von möglichen Welten mit jeweils eigenen Beziehungen dieser untereinander, aufzustellen: für das System T gibt es ein eigenes Modell, welches die Theoreme von S₄ nicht unterstützt; es gibt ein eigenes Modell für S₄, welches die Theoreme von S₅ nicht unterstützt, u.s.w.

Im Fall des Systems T mit seiner charakteristischen Formel $\Box p \rightarrow p$ bedeutet dies, dass es ein Modell von möglichen Welten geben muss, in dem eine Welt nur sich selbst zugänglich und $\Box p$ eine wahre Aussage ist. Wenn aber ein Feld von nur einer, nur sich selbst zugänglichen möglichen Welt verwendet wird, würde auch die Umkehrung der Formel $p \rightarrow \Box p$ gelten, was verhindert werden soll. Also wird i.A. ein System von zumindest drei möglichen Welten nötig sein, um ein zufriedenstellendes Modell für die Interpretation von T (und in weiterer Folge auch S₄ und S₅) liefern zu können. Dieses Diskursuniversum für T muss die Bedingung erfüllen, dass die Umkehrung der charakteristischen Formel des Systems in $p \rightarrow \Box p$ nicht möglich ist. In diesem Feld der möglichen Welten ist jede Welt reflexiv (weiß über sich selbst), und eine Welt weiß über genau eine andere Welt Bescheid, welche wiederum eine andere Welt weiß, nicht aber die, von der sie selbst gewusst wird: Welt1 weiß Welt2, Welt2 weiß Welt3 und Welt3 weiß Welt1. Es gibt in diesem Konzept der möglichen Welten für das System T weder Transitivität, noch Symmetrie.

Für S₄ wird dieses Diskursuniversum insofern modifiziert, dass Welt2 auch Welt1 sehen kann, Welt3 ist nur Welt1 zugänglich und wird selbst weiterhin nur von Welt2 gesehen. Das System S₅ erfordert ein Diskursuniversum, in dem jede Welt sich selbst und jeder anderen zugänglich ist und auch selbst jede andere Welt sehen kann. S₅ benötigt für die ihm eigenen Formeln ein symmetrisches Verhältnis zwischen den möglichen Welten. S₅ und das zu ihm gehörige

⁴² D.h., dass es zumindest eine andere Welt gibt, welche um die Welt, in der $\diamond p$ wahr ist, "weiß" bzw. "diese sehen kann".

⁴³ Konyndyk, S. 56.

Diskursuniversum zeigt eine weite, unbegrenzte Auffassung von logischer Notwendigkeit und Möglichkeit. Die in S_5 auftretende Notwendigkeit ist eine absolute Notwendigkeit.

“We assume that whatever is broadly logically necessary in the actual world is necessary in every possible world. But, as we have just observed, this does not imply anything about our ability to *know* whether or not a given proposition is necessary, nor does it imply that we can provide a completely reliable test by which we can discover whether a proposition is necessary.”⁴⁴

Diese Verhältnisse der möglichen Welten untereinander bedeuten speziell für S_4 und S_5 :

S_4 : Wir nehmen an, dass irgendeine Aussage p in jeder möglichen Welt wahr ist; in jeder möglichen Welt ist jede wahre Aussage dieser Welt; daraus folgt, dass jede Welt p enthält, zusammen mit der Aussage, dass p wahr ist in jeder Welt. Daraus lässt sich schließen: wenn in jeder Welt die Aussage “ p ist wahr in jeder Welt” wahr ist, dann ist es wahr in jeder Welt, dass p wahr ist in jeder Welt. Und dies kommt durch die charakteristische Formel von S_4 “ $\Box p \rightarrow \Box \Box p$ ” oder “es ist notwendig, dass p notwendig ist” zum Ausdruck.

S_5 : Wenn die Aussage p in einer Welt wahr ist, so ist es für alle möglichen Welten wahr, dass p in einer Welt wahr ist, denn eine Aussage, die in zumindest einer Welt wahr ist, kann nicht unmöglich für andere Welten sein. Daraus lässt sich schließen, dass wenn es möglich ist, dass p wahr ist, dann ist p auch in irgendeiner möglichen Welt wahr. Daraus folgt, dass es in jeder möglichen Welt wahr ist, dass p in zumindest einer möglichen Welt wahr ist. Etwas, das in jeder möglichen Welt wahr ist, ist notwendig wahr, daher ist es notwendig, dass p möglich ist, was die charakteristische Formel von S_5 “ $\Diamond p \rightarrow \Box \Diamond p$ ” ausdrückt. Da S_5 alle ihm vorhergehenden Systeme enthält, wird es das “stärkste” System genannt.

Die modallogischen Systeme unterscheiden sich von einander nicht nur in Bezug auf ihre Theoreme und bzgl. der Gültigkeit ihrer Schlussfolgerungen, sondern auch hinsichtlich der durch sie zum Ausdruck kommenden Interpretation von Notwendigkeit. Welches System ist dann das “richtige”? Richtig sind sie alle. Alle haben Axiome, Theoreme und Regeln für den Umgang mit diesen. Wenn man in einem weiteren Sinne als dem rein formalen nach Richtigkeit fragt, so muss die zum logischen System gehörende bzw. beabsichtigte Interpretation in die Überlegungen miteinbezogen werden. Nur in Bezug auf das, was durch das System repräsentiert werden soll, kann gesagt werden “dieses repräsentiert korrekt bzw. inkorrekt”.⁴⁵ Für die Auswahl des “richtigen” Systems sind die Deutungsmöglichkeiten, die im System vorhandenen Theoreme und der mögliche

⁴⁴ Konyndyk, S. 60f.

⁴⁵ Konyndyk spricht auch die Vereinbarkeit mehrerer Systeme an: es kann nicht ein System zugleich mit einem diesem widersprechenden System als korrekt angesehen werden.

Anwendungsbereich ausschlaggebend. Die Gültigkeit eines Systems auf dessen Interpretationsmöglichkeiten zu basieren bringt allerdings auch Schwierigkeiten mit sich, denn für einige Interpretationen mag das System brauchbar sein, für andere nicht.

1.1.3 Essentielle Eigenschaften

Es gibt einen Unterschied, ob durch einen Satz die Modalität einer Aussage oder die einer Sache bzw. eines Objektes ausgedrückt wird (auch in Bezug auf Modalität und Existenz in einer möglichen Welt).⁴⁶ Die Unterscheidung von de dicto und de re Aussagen wird in der formalen Schreibweise durch die Position des Modaloperators bestimmt. Formal sieht eine de dicto Aussage so $\diamond \forall(x) (Ax)$ und de re Aussage so $\forall(x) \diamond(Ax)$ aus.⁴⁷ Diese Unterscheidung der Ausdrucksweisen von Modalität mag auf den ersten Blick als irrelevant erscheinen. Doch ist anhand eines einfachen Beispiels aufzuzeigen, warum die Trennung der beiden Aussagenformen sinnvoll ist:

Wir betrachten ein Brettspiel wie z.B. Backgammon, in welchem aufgrund der Spielregeln festgelegt ist, dass ein Spieler am Ende Sieger und der andere Verlierer sein wird.⁴⁸ Diese Regel hat die Form einer de dicto Aussage: $\Box \exists(x) Gx$; oder “notwendig existiert ein Spieler, der Gewinner ist” und diese Aussage ist als wahr und notwendig erkennbar im Rahmen dieses Spiels. Die de re Aussage dazu wäre $\exists(x) \Box Gx$, was bedeutet, dass ein Spieler notwendigerweise gewinnen wird. Und die Wahrheit (oder sogar Notwendigkeit) dieser Aussage ist nicht unmittelbar aus dem Gesamtsystem des Spieles ableitbar, wie die vorher angeführte de dicto Aussage. Es wird im Falle der de re Form eine Aussage über die Beschaffenheit eines Individuums getroffen, welche sich nicht so leicht bestätigen oder widerlegen lässt, denn es spricht nicht so leicht etwas für die Notwendigkeit eines bestimmten Individuums, Gewinner des Spiels zu sein. Hinzu kommt die Eigenheit, dass die de re Aussage die Notwendigkeit des Gespieltwerdens impliziert. Damit ein Spieler notwendigerweise gewinnen kann, ist es auch notwendig, dass Backgammon gespielt wird. Der de dicto Aussage fehlt diese Implikation, denn auch wenn von nun an nie wieder jemand Backgammon spielt, bleibt die Notwendigkeit der Spielregeln von Backgammon bestehen.

Saul Kripke hat 1959 ein modallogisches Modell⁴⁹ vorgestellt, indem es möglich ist, de dicto mit de re Aussagen gleich zu setzen. Diese Thematik (besonders in Verbindung mit den Barcan Formeln)

⁴⁶ Konyndyk, S. 21f.

⁴⁷ Unabhängig vom verwendeten Quantor und Modaloperator.

⁴⁸ Für den sehr unwahrscheinlichen Fall eines “Unentschieden”, sehen die Spielregeln vor, dass so lange gewürfelt wird, bis ein Spieler Sieger ist.

⁴⁹ Kripkes System ist in S_5 angesiedelt.

wird in der vorliegenden Arbeit von Bedeutung sein, wenn die Deutungsmöglichkeiten des Gödelschen Beweises und die systematische Konsequenzen aus diesen besprochen werden.

Jedenfalls ist die Definition von Notwendigkeit als “wahr in allen möglichen Welten” und von Möglichkeit als “wahr in zumindest einer möglichen Welt” schlüssig, wenn es um die Modalität von Aussagen, also de dicto Sätzen, geht. Handelt es sich allerdings um die Modalität von Objekten und Individuen (de re Aussagen), muss erneut über die Definitionen von Notwendigkeit und Möglichkeit nachgedacht werden, da diese Modalitäten von der Existenz einzelner Individuen in einem Diskursuniversum handeln.

In diesem Zusammenhang muss auch die Natur von Eigenschaften bedacht werden. In diesem Rahmen wird eine Einteilung in mögliche (oder akzidentielle) und essentielle Eigenschaften getroffen. Bei Essenzen handelt es sich um jene Eigenschaften, die der Definition von Notwendigkeit “wahr in jeder möglichen Welt” genügen. Dieser Auffassung nach haben kontingente Individuen keine essentiellen Eigenschaften⁵⁰, und ein Satz “es ist notwendig, dass ich essentiell ein Mensch bin” wäre falsch, da ich eines der kontingenten Individuen bin, also nicht in jeder möglichen Welt existiere. Der Satz “es ist möglich, dass ich essentiell ein Mensch bin” ist hingegen zulässig, da die Aussage in zumindest einer Welt wahr ist. Doch diese Klassifizierung von Eigenschaften ist rein im Bezug auf de dicto Aussagen zulässig - über Eigenschaften selbst wurde hier noch nichts gesagt. Um Eigenschaften an sich definieren zu können, muss zuerst betrachtet werden, was es bedeutet, in einer Welt zu existieren und Eigenschaften zu haben.

Nehmen wir an, ein Individuum existiert in einer Welt, wobei es unmöglich ist, dass diese Welt aktual ist und dieses Individuum nicht existiert. D.h., dass ein Individuum eine Eigenschaft in einer Welt genau dann hat, wenn es unmöglich ist, dass diese Welt aktual ist und dieses Individuum diese Eigenschaft nicht hat. Dies ist eine mögliche Definition von Essenz bzgl. einer de re Aussage: eine Essenz ist eine Eigenschaft ohne die ein Individuum unmöglich existieren könnte. Das bedeutet, dass ein Individuum in jeder möglichen Welt, in der es existiert, diese Essenz haben *muss*. Anhand dieser Definition ist auch ausgeschlossen, dass Individuen in Welten nicht existieren, aber dennoch in diesen Eigenschaften besitzen. Essentielle Eigenschaften sind somit per Definition mit Notwendigkeit an die Existenz von konkreten Individuen gebunden. Können Essenzen dann dennoch als abstrakte Entitäten angesehen werden?

⁵⁰ Da sie keine Eigenschaft notwendig haben (im Sinne einer Essenz, siehe dazu später im Text), denn eine modale Beschreibung von Eigenschaften und Individuen ist nur in Form einer de re Aussage möglich.

Diese Definition der Essenzen legt nahe, dass alle existierenden Individuen essentiellerweise Existenz haben, da die Definition von Essenz so eng mit der von Notwendigkeit verbunden ist; bzw.: ein bereits existierendes Objekt kann nicht plötzlich die Eigenschaft "Existenz" verlieren und dennoch dasselbe Objekt sein.

Damit einhergehend stellt man mit einer solchen Interpretation Existenz auf die Seite der Eigenschaften, wobei festgehalten werden muss, dass "philosophers have found existence to be a peculiar property at best"⁵¹. So wird Existenz von Descartes und Leibniz als reine Eigenschaft angesehen, Kant schreibt ihr jedoch jede Verbindung zu Eigenschaften ab und meint, sie sei eine Position, die von einem Objekt eingenommen wird.

Mögliche (akzidentielle) Eigenschaften kommen einem Individuum kontingent hinzu. "Ich habe die mögliche Eigenschaft x" ist wahr, wenn ich in irgendeiner möglichen Welt, in der ich existiere, diese Eigenschaft x habe, in einer anderen möglichen Welt aber nicht.

Aus den Definitionen von essentiellen und akzidentiellen Eigenschaften kann gefolgert werden, dass kontingente Individuen, die in genau einer möglichen Welt existieren, alle ihre Eigenschaften essentiell haben, da hier essentielle und akzidentielle Eigenschaften zusammenfallen, und die akzidentiellen in den essentiellen Eigenschaften verschwinden würden. Alle Eigenschaften an jedem einzelnen (sogar kontingenten) Objekt würden notwendig werden, was der intuitiven Auffassung von Modalität widersprechen würde.

Durch diese Definition von Essenzen soll nicht gesagt werden, dass es Individuen gibt, die nicht existieren, sondern, dass es viele Systeme von Eigenschaften gibt, die exemplifiziert hätten sein können, wenn eine andere mögliche Welt aktual geworden wäre. Als Beispiel können hier fiktive Charaktere dienen: sie existieren nicht, aber die Gesamtheit ihrer Eigenschaften beschreiben mehr oder weniger gut Objekte; sie haben Namen, sind aber dennoch keine Individuen.

Bei der hier vorgestellten Interpretation von Eigenschaften und Essenzen handelt es sich um eine sehr vorsichtige Sichtweise, welche die Basis für weitere noch folgende Überlegungen sein wird. Festzuhalten ist, dass Essenzen jene Eigenschaften sind, welche Individuen notwendigerweise haben. Welche Auswirkungen dies auf Existenz und Notwendigkeit konkreter Individuen hat, wird noch deutlich werden.

⁵¹ Konyndyk, S. 89.

1.1.4 Was sind mögliche Welten?

Zuvor wurde kurz der Beginn des Denkens über mögliche Welten bei Leibniz vorgestellt und ich erinnere daran, dass dort mögliche Welten stark an Gedanken über einen Schöpfergott gebunden waren. Dieses ursprüngliche Verständnis von möglichen Welten ist im 20. Jahrhundert unzufriedenstellend geworden, und die Suche nach neuen Erklärungsmodellen wurde angestoßen.

1.1.4.1 Aktualismus

Die aktualistische Interpretation der möglichen Welten fordert die Erfüllung⁵² der folgenden Punkte:

“1. Es gibt nur eine aktuelle Welt. 2. Die einzig aktual existierenden Individuen sind jene, die in der aktuellen Welt existieren. 3. Individuen existieren in mehr als einer möglichen Welt. 4. Individuen, die nicht in der aktuellen Welt existieren, können in manchen möglichen Welten existieren. 5. Es gibt Individuen in der aktuellen Welt, die nicht in den möglichen Welten existieren. 6. Individuen haben manche Eigenschaften essentiell und manche zufällig. 7. Ein Individuum hat eine Eigenschaft essentiell, wenn es diese Eigenschaft in jeder Welt hat, in der es existiert. 8. Das de re Verständnis von ‘notwendig’ oder ‘□’ ist wie ‘essentiell’. 9. Individuen haben keine Eigenschaften in Welten, in denen sie nicht existieren. 10. Es gibt Namen für die Individuen, die auf diese Individuen verweisen, in jeder Welt, in der dieses Individuum existiert.”⁵³

Diese Punkte werden laut Konyndyk von aktualistischen modallogischen Modellen erfüllt.

Aktualismus bedeutet im Kontext der Modallogik “im Einklang mit der aktuellen Welt” in dem Sinne, dass das Diskursuniversum und die Regeln für logische Operationen in diesem in Bezug auf die aktuelle Welt gesehen bzw. festgelegt sind, um inkonsistente Zustände zu vermeiden.

Was sind mögliche Welten für einen Aktualisten? Sie sind vor allem Zustände⁵⁴. Es gibt vergängliche Zustände wie beispielsweise “jetzt ist Friede”, “damals war Krieg” oder “zukünftig ist der Weltuntergang” und permanente Zustände wie “die Winkelsumme des Dreiecks ist 180°” oder “2+2 = 4”. Es gibt Zustände, die nie waren und nie sein werden, wie z.B. “Napoleon ist ein großer Mann”⁵⁵. Eine mögliche Welt ist ein spezieller Zustand, hauptsächlich von möglichen Zuständen.

Für den Aktualisten müssen diese Zustände “maximal” sein; so gibt es einschließende⁵⁶ und ausschließende⁵⁷ Zustände. Ausschließend bedeutet hier, dass ein Zustand einen anderen unmöglich macht, wie z.B. der Zustand “Muttersein” den Zustand “Jungfrausein” ausschließt. Einschließend bedeutet, dass ein Zustand den anderen beinhaltet bzw. voraussetzt, wie z.B. der Zustand “90 Jahre

⁵² Bzw. sollen diese Punkte nicht durch das System ausgeschlossen werden.

⁵³ Konyndyk, S. 91. Übersetzung von mir.

⁵⁴ “states of affairs”; Konyndyk, S. 103.

⁵⁵ Ebd.

⁵⁶ “including”; Konyndyk, S. 104.

⁵⁷ “precluding”. Ebd.

alt sein” den Zustand “89 Jahre alt sein” einschließt. In der Sprache unserer modallogischen Überlegungen heißt das dann, dass:

- a) der Zustand S_1 den Zustand S_2 genau dann (und nur dann) einschließt, wenn es unmöglich ist, dass S_1 aktual ist, ohne dass auch S_2 aktual ist, und
- b) der Zustand schließt den Zustand S_2 genau dann (und nur dann) aus, wenn es unmöglich ist, dass sowohl S_1 und gleichzeitig S_2 aktual ist.

Aus diesen Voraussetzungen lässt sich nun der maximale Zustand definieren: “A state of affairs, M, is maximal just in case for any state of affairs, S, M either includes S or precludes S.”⁵⁸ D.h., dass der Zustand M den Zustand S entweder erlaubt oder verbietet. Es ist nicht möglich, dass S einen anderen Status als einen dieser beiden einnimmt oder einen unbekanntem Status hat. Es ist ebenfalls nicht möglich, einen weiteren Zustand S zu dem maximalen Status M hinzuzufügen, ohne inkonsistente Folgen zu verursachen. Ein Zustand, der alle Zustände einschließt, ist inkonsistent, so wie auch ein einzelner Zustand inkonsistent sein kann (z.B. der Zustand “ $3+5 = 177$ ”). Eine mögliche Welt ist auf Basis dieser Überlegungen ein maximaler, konsistenter Zustand und kann, zumindest laut Konyndyk, auf metaphysische Interpretationen verzichten. Mögliche Welten sind abstrakte Entitäten, wie auch Eigenschaften und Essenzen welche sind. Zu diesen abstrakten Wesen gehört auch die aktuelle Welt, nämlich in dem Sinne, dass die Existenz einer möglichen Welt in genau diesem Bereich der abstrakten Entitäten nicht von der der aktuellen Welt unterschieden ist. Nur hier hat die aktuelle Welt “dieselbe” Existenz wie mögliche Welten. Der Unterschied ist, dass die aktuelle Welt noch eine “andere” Form der Existenz kennt: “All of a huge number of possible worlds exist; at most one can be and is actual”⁵⁹. Die aktuelle Welt ist eine abstrakte Größe, die bloß aktual geworden ist. Diese Gedanken gehen mit Leibnizens Verständnis der möglichen Welten einher, welches besagt, dass auch die aktuelle Welt zuerst eine mögliche war, bevor der Schöpfergott sie in das, was wir Wirklichkeit nennen, gesetzt hat. Das beschriebene Prinzip der maximalen Zustände kann als analog zu Leibnizens maximaler Kompossibilität gesehen werden. Festzuhalten ist, dass mit “aktual” eine andere Form von “Existenz” gemeint ist.

Beim Aktualismus handelt es sich um einen Platonismus (oder zumindest um eine Spielart des Platonismus), was u.a. wie bereits besprochen mit dem Verständnis von Eigenschaften vereinbar ist.

⁵⁸ Ebd.

⁵⁹ Konyndyk, S. 105.

Die aktualistische Interpretation des Diskursuniversums entspricht den gängigen Deutungen von Gödels ontologischem Beweis⁶⁰.

1.1.4.2 Realismus

Der realistischen Auffassung nach handelt es sich bei möglichen Welten um reale Orte mit physischen Gegenständen wie diejenigen der aktuellen Welt. Die "Art" ihrer Existenz ist die gleiche wie die der aktuellen Welt, bloß an einem *anderen* Raum-Zeit-Gefüge. Das bedeutet nicht, dass eine mögliche Welt ein Teil unserer Welt ist, oder anders gesagt

"space, time and causation of that world are unconnected with the space, time and causation of this world. One cannot travel from here to there in space or time; nor can causal processes from here reach there, or vice versa."⁶¹

Aus dieser Erklärung bleibt allerdings die Frage offen, warum eine solche Welt mit einem anderen Raum-Zeit-Gefüge als mögliche Welt angesehen werden soll. Priest führt das Beispiel eines solchen Ortes an: angenommen es ist möglich, durch ein schwarzes Loch, ein Wurmloch oder was auch immer im Weltraum gegeben ist, in einen anderen Teil des Kosmos mit einem eigenen, vom Rest des Kosmos unterschiedenen Raum-Zeit-Gefüge, zu reisen, und der Weg würde sich nach der Reise verschließen. Man würde noch immer diese "Welt" als Teil der unseren, aktuellen ansehen und nicht als eine mögliche Welt, obwohl sie uns nicht mehr zugänglich ist.

Die realistische Sichtweise hat eine unschlüssige Konsequenz für das Verständnis der Modaloperatoren: warum sollte etwas als möglich betrachtet werden, bloß weil es zu einem anderen Zeitpunkt an einem anderen Ort möglich oder faktisch war? Priest bringt das Beispiel, dass wohl keiner erwartet, Kängurus in der Antarktis zu treffen, obwohl diese in Australien bereits gesehen wurden.

1.1.4.3 Meinongismus

Der Realismus sieht mögliche Welten als aktual existierende Gegenstände an, der Aktualismus sieht sie als abstrakt existierend wie Zahlen und Mengen. Eine weitere Interpretation ist, mögliche Welten als nicht-existierende anzusehen. Diese nicht-existierenden Welten und ihre Gegenstände sind ähnlich den erfundenen Charakteren der Literatur, Mythologie und Religion. Diese umstrittene Interpretation wurde von Meinong vorgestellt und vertreten. Eines der häufigsten Gegenargumente gegen den Meinongismus ist, dass man mit fiktiven Charakteren nicht interagieren kann und daher

⁶⁰ Was später deutlich werden wird.

⁶¹ Priest, S. 29.

nichts über sie weiß. Doch - so meint zumindest Priest - kann dies auch über aktualistisch oder realistisch interpretierte mögliche Welten gesagt werden. Über manche fiktiven Charaktere können zumindest einige Aussagen gemacht werden, weil diese festgelegt wurden: "Holmes lived in Baker Street – and not Oxford Street – because Conan Doyle decided it was so."⁶²

Die Interpretation der möglichen Welten durch den Meinongismus wirft eine interessante Frage auf, nämlich die nach der Konstruktion. Fiktive Charaktere haben ihre Eigenschaften bloß darum, weil ein real existierender Mensch diese festgelegt hat. So existiert eine große Zahl von Märchenbüchern, in welchen andere, von der aktuellen Welt abweichende Welten beschrieben sind. Diese fiktiven Welten wurden von Autoren, sei es zur Unterhaltung oder zu anderen Zwecken, konstruiert, und kaum jemand würde dies bezweifeln. Warum werden mögliche Welten für gewöhnlich nicht als reine Konstrukte, die bloß zu einem bestimmten Zweck dienlich sind, angesehen bzw. was würde für oder gegen eine solche Interpretation sprechen? Diesem Punkt nachzugehen würde zu viel Zeit und Platz in Anspruch nehmen und wird daher hier unerörtert stehen gelassen.

1.1.5 Quantifikation

In jedem vorgestellten modallogischen System ist es möglich, Quantoren zu verwenden. Auch wenn sich an den gängigen Rechenregeln für die Quantoreneinführung- und Beseitigung nichts ändert, so müssen in Bezug auf die Interpretation von \forall als "alle" oder "für jedes" und \exists als "es existiert zumindest eines" im Kontext der Mögliche-Welten-Semantik neue Überlegungen aufgestellt werden.

Quantoren brauchen einen Bereich⁶³, welcher bei ihrer Verwendung klar festgelegt sein muss. Daraus folgt die Lesart: \forall bedeutet, dass jedes Objekt des festgelegten Bereichs die Formel, über die quantifiziert wird, erfüllt bzw. \exists bedeutet, dass zumindest ein Objekt des Bereichs die Formel, über die quantifiziert wird, erfüllt. Nun verhält es sich im Diskursuniversum so, dass nicht alle Objekte in allen möglichen Welten existieren. Manche Objekte existieren in der möglichen Welt 1, aber nicht in der möglichen Welt 2; in der möglichen Welt 3 existieren die Objekte der möglichen Welt 1 und 2 usf. In möglichen Welten gibt es eine unendliche Zahl an Anzahlen und Kombinationen von Objekten.

Der einzig bekannte Bereich von kontingenten Objekten ist der der aktuellen Welt und deren

⁶² Priest, S. 31.

⁶³ "domain". Konyndyk, S. 105.

Unterbereichen. Da die aktualistische Interpretation von Konyndyk als die plausibelste angesehen wird, soll nur im Bezug auf die aktuelle Welt über Objekte der möglichen Welten quantifiziert werden, d.h., dass es nicht möglich sein soll, dass es in möglichen Welten Individuen gibt, über welche quantifiziert wird, die aber in der aktuellen Welt fehlen. Würde man über Individuen, die nicht aktual sind quantifizieren, hätte dies ungenießbare Folgen, wie z.B. dass über einen Bereich quantifiziert wird, den es nicht gibt, oder dass Individuen in Welten, in denen sie nicht existieren, plötzlich Eigenschaften haben, oder dass man sich mit dem Gedanken anfreunden muss, dass es Objekte gibt, die nicht existieren.

Die bereits angesprochene Interpretation der Quantoren soll in der Modallogik erhalten bleiben, aber gleichzeitig soll ein Modell eines Diskursuniversums mit Objekten, die es in der aktuellen Welt nicht gibt, möglich sein. Wie legt man dann den Bereich für die Quantifikation fest?

Die einzig mögliche Lösung für dieses Problem scheint, den Bereich der Quantifikation auf den der aktual existierenden Objekte einzuschränken. Die Einschränkung geht sogar noch weiter: die Objekte im Bereich der erlaubten Quantifikation müssen notwendigerweise existieren, um die oben genannten Vorschriften zu erfüllen. Konyndyk verweist in diesem Zusammenhang auf die "individuellen Essenzen" des Alvin Plantinga: wir erinnern uns an die Definition der Essenzen, welche besagt, dass eine Eigenschaft genau dann eine Essenz ist, wenn es unmöglich ist, dass ein Individuum existiert, und genau diese Eigenschaft nicht hat, oder modallogisch ausgedrückt "*a property is exemplified in a possible world if the proposition that something has that property would have been true had that world been actual*"⁶⁴. Die modallogische Definition der Essenzen ermöglicht die der individuellen Essenzen: eine Eigenschaft wird individuelle Essenz genannt, wenn sie in irgendeiner möglichen Welt exemplifiziert ist. Wenn diese Eigenschaft in anderen möglichen Welten von Objekten besessen wird, so haben diese verschiedenen Objekte dieselbe Eigenschaft essentiell, wobei es sich bei diesen Objekten um *ein und dasselbe* handelt und kein *anderes* Objekt diese Eigenschaft hat oder haben kann.

Individuelle Essenzen existieren gleich den anderen Essenzen und Eigenschaften in jeder möglichen Welt, wobei sie nicht in jeder exemplifiziert sein müssen, d.h., dass sie als abstrakte Wesen überall existieren, aber nicht notwendigerweise an einem Objekt sind. Das Konzept der individuellen Essenzen kann für die Quantifikation über Objekte im Diskursuniversum herangezogen werden. Zuerst muss aber das Prinzip der Coexemplifizierung geklärt werden:

⁶⁴ Konyndyk, S. 106.

“We will say that two properties are coexemplified with each other in a possible world when the proposition that something has both properties would have been true had that possible world been actual.”⁶⁵

Dieses “gemeinsame Exemplifiziertsein“ von Eigenschaften erlaubt es dem Aktualisten nun, über den Bereich von Essenzen zu quantifizieren und Ausdrücke wie z.B. $\forall(x) (x \text{ ist ein Mensch} \supset x \text{ ist sterblich})$ zu bilden. Dieses Beispiel wird übersetzt mit: jede beliebige (individuelle) Essenz, die aktual exemplifiziert ist, ist, wenn sie mit der Eigenschaft “Menschsein” coexemplifiziert ist, auch mit der Eigenschaft “Sterblichsein” exemplifiziert. Die Aussage $\exists(x) (x \text{ ist ein Mensch} \& x \text{ ist sterblich})$ heißt übersetzt, dass genau eine (individuelle) Essenz, die in dem Bereich der Essenzen, die in der aktuellen Welt exemplifiziert sind, auch mit den Eigenschaften “Menschsein” und “Sterblichsein” coexemplifiziert ist. Und dies erlaubt, über individuelle Essenzen im Diskursuniversum zu quantifizieren. Der Ausdruck $\diamond\forall(x) (x \text{ ist ein Mensch} \supset x \text{ ist sterblich})$ heißt dann in Bezug auf die Modallogik: in einer möglichen Welt ist jede individuelle Essenz, die exemplifiziert wäre, würde diese Welt aktual, coexemplifiziert mit der Eigenschaft “Sterblichsein”, wenn sie mit der Eigenschaft “Menschsein” coexemplifiziert ist. In Kombination mit dem Modaloperator \diamond wird z.B. der Ausdruck $\diamond\exists(x) Ax$ gelesen als: in irgendeiner möglichen Welt, gibt es eine individuelle Essenz, die mit A coexemplifiziert ist.

Bei den angeführten Beispielen handelt es sich um de dicto Sätze, d.h., es geht um die Wahrheit einer Aussage in einer möglichen Welt. Quantifizierte, modale de re Aussagen wie z.B. $\forall(x) \diamond(x \text{ ist ein Mensch} \supset x \text{ ist sterblich})$ oder $\exists(x) \diamond(x \text{ ist ein Mensch} \& x \text{ ist sterblich})$ handeln von Objekten der aktuellen Welt und besagen, dass diese Objekte⁶⁶ in allen möglichen Welten mit bestimmten Eigenschaften coexemplifiziert sind.

Auf dem Weg der individuellen Eigenschaften gelingt es, Quantoren in der Modallogik zu verwenden und gleichzeitig die beiden Forderungen (es soll nicht über nicht-existierende Objekte quantifiziert werden und in möglichen Welten soll es dennoch Objekte geben, die es in der aktuellen Welt nicht gibt) zu erfüllen.

1.1.6 Existenz, mögliche Existenz und notwendige Existenz

Die Definition der essentiellen Eigenschaft, welche besagt, dass ein Objekt eine Eigenschaft essentiell hat, wenn in jeder möglichen Welt ein eindeutig bestimmtes Objekt existiert, das diese Eigenschaft hat, legt die Annahme nahe, dass Existenz eine Essenz sei, da alles das existiert,

⁶⁵ Ebd.

⁶⁶ Exemplifizierte individuelle Essenzen der aktuellen Welt.

Existenz hat. Dies würde bedeuten, dass alles, das existiert, notwendig existiert, denn Essenzen sind bekanntlich jene Eigenschaften, welche notwendig an einem Individuum sind. Allerdings “it seems well-nigh axiomatic that many of the things that exist exist contingently”⁶⁷. Essentielle Eigenschaften verhalten sich zu akzidentiellen wie Notwendigkeit zu Kontingenz. Akzidentielle Eigenschaften wurden definiert als solche, die einem Objekt haben kann oder auch nicht, ohne ein anderes Objekt zu werden. Daraus lässt sich schließen, dass Existenz keine akzidentielle Eigenschaft sein kann. Dennoch erscheint die Existenz der Objekte in der aktualen Welt kontingent zu sein. Wie kann Existenz hier positioniert werden?

Konyndyk schlägt eine Trennung zwischen essentieller und notwendiger Existenz vor. Essentielle oder kontingente Existenz ist gegeben, wenn ein Objekt in manchen (zumindest einer) möglichen Welten existiert (“i.e. its essence is exemplified”⁶⁸). Wenn ein Objekt aber in jeder möglichen Welt existiert, dann handelt es sich um notwendige Existenz. “You exist, and therefore you exist essentially, but it does not follow that you exist necessarily.”⁶⁹

Analog dazu: essentielle Existenz kann durch eine de re Aussage beschrieben werden, da es sich um die Beschreibung eines konkreten Gegenstandes handelt.⁷⁰ Wenn man von notwendiger Existenz, also die Existenz eines Gegenstands in allen möglichen Welten, spricht, so tut man dies in Form von de dicto Aussagen.⁷¹ Diese Unterscheidung wird speziell in Bezug auf die Existenz Gottes in den Interpretationsformen von Gödels Beweis interessant werden.

1.1.7 Die weltübergreifende Identität

Dass Individuen in manchen möglichen Welten existieren und in anderen nicht, erlaubt die Definition der essentiellen und akzidentiellen Eigenschaften.⁷²

Aber nehmen wir an, es gibt dasselbe Individuum in mehr als bloß einer möglichen Welt, d.h., eine individuelle Essenz ist in mehr als einer möglichen Welt exemplifiziert und diese “Exemplifikationen” existieren. Wie ist es dann möglich, eine in mehr als einer möglichen Welt exemplifizierte individuelle Essenz zu identifizieren?

Akzidentielle Eigenschaften sind per Definition kontingent und somit austauschbar. Wenn ein und

⁶⁷ Konyndyk, S. 114.

⁶⁸ Ebd.

⁶⁹ Ebd.

⁷⁰ Zum Beispiel in der Form $\exists(x) \Box Ex$, wobei mit “E” Existenz gemeint ist.

⁷¹ Zum Beispiel in der Form $\Box \exists(x) Ex$.

⁷² Leibniz würde dieser Auffassung nicht zustimmen. Für ihn existieren Individuen in genau einer möglichen Welt, denn mögliche Welten sind maximal kompossibel und jedes Individuum in ihnen ist einmalig.

dieselbe individuelle Essenz in mehreren möglichen Welten exemplifiziert ist, so würden die nicht-essentiellen Eigenschaften dieser weltenübergreifenden Individuen "verschwimmen" und eine Identifizierung erschweren. Konyndyk bringt hierzu das Beispiel der beiden biblischen Figuren von Adam und Noah: wir nehmen an, dass Adam und Noah, wie wir sie aus der Bibel kennen, in der aktuellen Welt existieren (exemplifiziert sind). In der möglichen Welt 1 lebt Adam 950 und Noah 930 Jahre. In der möglichen Welt 2 lebt Adam 930 Jahre und zeugt Shem, Noah lebt 950 Jahre und zeugt Seth usw. "If we continue this long enough, the argument goes, we will no longer be able to tell who is Adam and who is Noah"⁷³, da ihre akzidentiellen Eigenschaften vertauscht wurden. Dieses Beispiel ermöglicht zwei Vermutungen: akzidentielle Eigenschaften haben mehr als ursprünglich angenommen mit den einzelnen Individuen zu tun, ähnlich den Essenzen. Diese Vermutung führt letztlich zu dem Schluss, dass alle Eigenschaften essentiell sind und den Individuen Identität geben. Dagegen spricht aber das intuitive Verständnis von akzidentiellen Eigenschaften: ob mein Haar schwarz oder blond ist, sollte nichts an mir als Individuum ändern, schon gar nicht wenn man, wie hier, so etwas wie individuelle Essenzen annimmt. Oder es trifft eher zu, dass akzidentielle Eigenschaften zur Identifizierung der Individuen nicht ausreichen.

Welches Kriterium soll dann zur Identifizierung von Individuen in unterschiedlichen Welten herangezogen werden? Individuelle Essenzen sollten hierzu dienlich sein, nur ist es leider auch nicht möglich, diese selbst genau zu identifizieren.

Das Problem der akzidentiellen und essentiellen Eigenschaften in Bezug auf Identifikation wirft zwei weitere Fragen auf: die nach unserer (Un-)Fähigkeit zu sagen, welche individuellen Essenzen in einem Objekt exemplifiziert sind, und die Frage nach unserer (Un-)Fähigkeit zu sagen, ob ein Objekt x in einer möglichen Welt dieselbe individuelle Essenz wie Objekt y in einer anderen möglichen Welt hat.

Diese beiden Fragen bleiben in Konyndyks Einführung zur Modallogik unbeantwortet stehen. Er wiederholt lediglich, dass trotz dieser ungelösten Probleme kein Zweifel an der notwendigen Existenz der Eigenschaften besteht, dass daher individuelle Essenzen auch notwendig existieren, und diese exemplifiziert sein können und somit Objekte individuieren. Dass unsere Fähigkeit, Essenzen als in Objekten exemplifiziert zu erkennen, fraglich ist, scheint ihn nicht weiter zu stören, wenn er sagt:

⁷³ Konyndyk, S. 116.

“But this is not apt to confuse us about the nature of essence unless we insist on using the metaphor of visually peering at two incompletely known individuals in two possible worlds and supposing that we should be able to tell whether they have the same essence.”⁷⁴

1.2 Zusammenfassung: Wiederholung der wichtigsten Punkte

a) Mögliche Welten sind maximale (oder kompossible) Zustände von Aussagen. Ihre Existenz ist wie die der Zahlen und Eigenschaften.

b) Möglichkeit und Notwendigkeit setzen Widerspruchsfreiheit voraus. Im ersten Schritt sind sie durch die widerspruchsfreie Wahrheit der einfachen, nicht weiter analysierbaren und analysierbedürftigen Sätze, wie z.B. der Satz der Identität $A = A$, bestimmt; im zweiten Schritt durch die wahren Sätze im Diskursuniversum: notwendig wahr bedeutet, wahr in jeder möglichen Welt.⁷⁵ D.h., die einzelnen Welten dürfen einander im Falle der notwendigen Wahrheiten nicht widersprechen.

Hiervon abzugrenzen ist der Begriff der Kontingenz, welcher im Bereich des Existierenden (in der aktualen und den möglichen Welten) und somit des Möglichen angesiedelt ist. Die Form der kontingenten Existenz ist eine nicht notwendige und hätte genauso gut nicht sein können. Akzidentielle Eigenschaften können auch als Teil dieser Kontingenz angesehen werden: sie ändern nichts am Wesen eines Individuums, sie sind austauschbar.

c) Eigenschaften sind abstrakte Entitäten wie mögliche Welten und teilen sich in Essenzen und Akzidentien, wobei individuelle Essenzen eine Sonderform der Essenzen sind. Für alle Eigenschaften gilt, dass sie exemplifiziert sein können, aber nicht müssen, d.h., dass es nicht für jede Eigenschaft ein Ding geben muss, an dem sie ist.

Individuelle Eigenschaften haben eine Verbindung zur Existenz eines Objektes:

d) Mögliche Welten haben eine andere Art von Existenz als die aktuelle Welt, wobei die aktuelle Welt als Exemplifizierung einer zuerst möglichen Welt angesehen werden kann. Analog dazu hat auch jedes aktual existierende Objekt eine Existenz ohne seine aktuelle Existenz, nämlich in seiner individuellen Essenz, die unabhängig von ihrer Exemplifizierung existiert.

Im Falle der Eigenschaften und individuellen Essenzen gibt es somit drei Formen der Existenz: einmal in der rein abstrakten, nicht exemplifizierten Form (P), einmal als in möglichen Welten

⁷⁴ Ebd.

⁷⁵ Wenn man von Notwendigkeit außerhalb des Systems S_5 spricht, muss man “wahr in jeder zugänglichen möglichen Welt” sagen. Da das Diskursuniversum von S_5 ein symmetrisches Verhältnis aller möglichen Welten untereinander darstellt, bedeutet in ihm Notwendigkeit tatsächlich “wahr in jeder möglichen Welt”. Da Gödels Beweis (durch das Schlusstheorem) in S_5 geschrieben wird, werde ich die Definition der Notwendigkeit durch “wahr in allen möglichen Welten” beibehalten.

instanziiert ($\exists (x) Px$ in einer möglichen Welt), und weiteres Mal als in der aktuellen Welt instanziiert ($\exists (x) Px$ in der aktuellen Welt).

Individuelle Essenzen sind es, die einem Objekt Identität geben⁷⁶, unabhängig von akzidentiellen Eigenschaften, und das in den möglichen und in der aktuellen Welt.

Hinzu kommen die Überlegungen zur notwendigen und zur essentiellen Existenz, welche in Form von de dicto und de re Aussagen gedeutet werden können. Demnach bedeutet die de dicto Aussage $\Box \exists (x) Ax$, dass es in jeder möglichen Welt ein Individuum mit der Eigenschaft A gibt.

Die de re Aussage $\exists (x) \Box Ax$ besagt, dass es zumindest ein Individuum gibt, dass A notwendig und somit als Essenz hat.

Diese Überlegungen werden in Gödels ontologischem Beweis eine Rolle spielen, wenn die Interpretationen der Definitionen von Essenz und notwendiger Existenz des Beweises zu einer Ununterscheidbarkeit zwischen de dicto und de re Aussagen führen werden.

⁷⁶ Im Sinne einer Wesensbestimmung.

2. Historische Vorgänger zu Gödels Beweis

2.1 Der ontologische Beweis des Anselm von Canterbury

Anselms Beweis aus dem 11. Jahrhundert kann insofern als Vorläufer des Gödelschen Beweises gesehen werden, dass auch Anselm Existenz als Eigenschaft, welche einem Objekt zugeschrieben werden kann, annimmt. Im Unterschied zu Gödel ist Anselms Beweis politisch motiviert: die Verbreitung und Herrschaft des Christentums in Europa soll durch einen logisch-vernünftigen Beweis fundiert werden, und die auf diesem Wege „bewiesene“ Existenz eines Gottes muss so für alle vernünftigen Wesen nachvollziehbar sein. Anselm möchte Glaubenswahrheiten durch Vernunft und Philosophie absichern.

Anselm setzt Gott als ein Etwas, worüber hinaus nichts Größeres gedacht werden kann.⁷⁷ Dieses Wesen, so muss eingesehen werden, existiert zumindest im Verstand. Anselm unterscheidet gedachte Existenz mit realer durch „Größe“, wobei etwas, das in Wirklichkeit existiert „größer“ ist, als ein reines Gedankenkonstrukt. Real existierende Gegenstände haben die Qualität eines „Mehr“ im Unterschied zu rein gedachten Objekten. Wenn Gott als das, worüber hinaus nichts Größeres gedacht werden kann im Verstand existiert, so muss er auch in Wirklichkeit existieren, da es andernfalls möglich wäre, ein noch größeres zu denken. Die Nicht-Existenz dieses größten Wesens ist nicht denkbar, da es in diesem Fall nicht das wäre, worüber hinaus nichts Größeres denkbar ist. Die Existenz kommt dem gedachten größten Wesen somit notwendig hinzu. Das höchste Wesen ist nicht als nicht-existent zu denken, alle anderen Gegenstände der Wirklichkeit schon, da sie von Gott geschaffen und abhängig sind⁷⁸:

„Deshalb hast Du allein am wahrsten von allem und damit am meisten von allem das Sein, weil alles, was es sonst gibt, das Sein nicht derart wahrhaft und deshalb weniger hat.“⁷⁹,

spricht Anselm in seinem Gebet. Dieses „am meisten von allem Sein“ wiederholt nochmals die Auffassung, Existenz sei eine Eigenschaft, welche ein größtes⁸⁰ Etwas haben muss, um eben dieses Größte zu sein.

Fraglich an Anselms Konzept ist, ob ein so großes und komplexes Ding wie Gott überhaupt im Verstand eines Menschen gedacht werden kann, so muss Anselm selbst in einem späteren Kapitel

⁷⁷ „Bereits Anselm von Canterbury greift [...] auf modal Ausdrücke wie ‘(un)denkbar’ bzw. ‘kann (nicht) gedacht werden’ zurück. Mit solchen modalen Ausdrücken sagen wir, daß etwas möglich oder unmöglich ist.“ Anselm ist somit nicht nur in historischer Hinsicht oder in Bezug auf die Eigenschaften Gottes Gödels Vorgänger. Bromand, S. 381.

⁷⁸ Gott hat auch bei Anselm, obwohl sich dieser nicht modaler Ausdrücke bediente, etwas mit Notwendigkeit zu tun, i.U. zu anderen realen Gegenständen, die er für kontingent ansieht. Hier liegt ein Berührungspunkt Anselms mit Gödel.

⁷⁹ Canterbury, Anselm von: *Proslogion*. Lat.-dtische Ausg.- Stuttgart: Philipp Reclam jun., 2005, S. 25.

⁸⁰ Mit ein „größtes“ ist bei Anselm immer dieses „worüber hinaus nichts größeres gedacht werden kann“ gemeint.

sagen “demnach, Herr, bist Du nicht nur, über das hinaus Größeres nicht gedacht werden kann, sondern etwas Größeres, als gedacht werden kann”⁸¹. Dieser Satz stellt einerseits eine klarere Definition des Größenbegriffes dar, andererseits hebt Anselm hiermit seine eigene Prämisse wieder auf: mit Größe ist eine solche gemeint, die so groß ist, dass sie vom Menschen nicht gedacht werden kann. Dies widerspricht allerdings der Ausgangsbehauptung, dass dieses große Wesen im Verstand existiert. Wenn Größe z.B. die Summe aller Eigenschaften sein soll, so ist der Gottesbegriff bei Anselm nicht widerspruchsfrei denkbar, da die Elemente dieser Summe einander widersprechen oder sich gegenseitig ausschließen würden. Diese Anfälligkeit für einen Widerspruch in Anselms Gottesbegriff wurde bereits von Leibniz kritisiert⁸², wenn er einsieht, dass die Prädikate, die Gott zugesprochen werden, aus einfachen, einander nicht widersprechenden Begriffen gebaut sein müssen⁸³. Anselm selbst schreibt relativ detailliert über die Eigenschaften Gottes und versteht, dass Widerspruchsfreiheit notwendig ist für sein Gotteskonzept; so versucht er z.B., im Kapitel “*Wie er allmächtig ist, obwohl er vieles nicht kann*” das Fehlen schlechter Eigenschaften in Gott als Macht, schlechte Einflüsse von sich fern zu halten, zu interpretieren. Weiters gibt Anselm in Bezug auf die “Größe” Gottes das Charakteristikum seiner Beziehung zu Raum und Zeit an: “vielmehr bist Du weder gestern, nicht heute, noch morgen, sondern Du stehst schlechthin außer aller Zeit”⁸⁴ und “nichts umschließt Dich, Du aber umschließt alles”⁸⁵. Schließlich ist aber in Bezug auf die “Größe” Gottes keine der von Anselm aufgezählten Eigenschaften ausschlaggebend, sondern seine Existenz. Anselm beschreibt hier eine Wertigkeit von Existenz unter den Seienden, wobei Gott die höchste Stufe einnimmt.

2.2 Descartes’ Gottesbeweis

„Die ganze Kraft dieses Beweises liegt also in der Einsicht, daß ich nur dadurch so existiere, wie ich bin, nämlich mit der Vorstellung Gottes in mir, daß Gott auch wirklich existiert – derselbe Gott, den ich mir innerlich vorstelle, der also alle jene Vollkommenheiten besitzt, die ich mit meinem Bewußtsein nicht zu erfassen, sondern nur irgendwie zu berühren vermag.“⁸⁶

In seinem Werk *Meditationen über die Erste Philosophie* führt Descartes zwei zusammenhängende Gottesbeweise an. Der Ausgangspunkt der ersten Meditation ist die Annahme, dass der Mensch sich in all seinen Sinneswahrnehmungen täuschen kann. Es ist zum Beispiel nicht klar, ob man wacht oder schläft und träumt, erscheint uns doch auch im Traum Erlebtes als wahr und wirklich, ebenso real wie im Wachen Erlebtes. Auch wenn alle sinnliche Erfahrung Irrtum sein kann, so kann nicht

⁸¹ Canterbury, Anselm von, S. 49.

⁸² Röd, Wolfgang: *Der Gott der reinen Vernunft*.- München:Beck, 2009, S. 27.

⁸³ Dazu im Abschnitt über Leibniz.

⁸⁴ Canterbury, Anselm von, S. 57.

⁸⁵ Canterbury, Anselm von, S. 57.

⁸⁶ Descartes, René: *Meditationen über die Erste Philosophie*. -Stuttgart: Reclam, 2005, S. 135

bezweifelt werden, dass es hier ein Etwas gibt, das zweifelt: das zweifelnde Subjekt *ist*. Dieses Sein des zweifelnden und denkenden Ichs ist das Fundament seiner weiteren Schlussfolgerungen.

Aus dem denkenden Ich leitet Descartes ab, dass die Erkenntnisse, die aus der sinnlichen Wahrnehmung stammen, anfälliger für Irrtümer sind, als reine Gedankenoperationen. Zugegeben: auch ein reines Verstandesurteil kann falsch sein, doch ist es dies bloß, wenn es auf einen der sinnlichen Wahrnehmung zugänglichen Gegenstand weist. Reine Verstandesurteile wie die Sätze der Mathematik und der Geometrie hingegen sind „klar und deutlich“ und daher immer schlüssig und wahr. Es ist jedem denkenden Ich einleuchtend, dass ein Dreieck notwendigerweise drei Winkel und dass deren Summe 180 Grad ergeben muss, auch wenn dieses denkende Ich noch nie zuvor ein Dreieck gesehen hat. Diese Klarheit und Deutlichkeit fordert Descartes für jegliche Erkenntnis des Geistes ein.

Auch wenn das denkende Ich zu Verstandesurteilen gekommen ist, so ist noch immer ein gewisser Zweifel nicht ausgeschlossen. Immerhin besteht noch die Möglichkeit, von einem bösen Gott getäuscht zu werden. Diese Möglichkeit nimmt Descartes zum Anlass, um über die Existenz eines Gottes nachzudenken:

Hervorzuheben sind an diesem Punkt zwei wichtige Aspekte des Cartesianischen Beweises: 1. fügt Descartes von Anfang an dem Ding „Gott“ das Prädikat „Vollkommenheit“ hinzu und 2. sind Descartes Einteilungen der Vorstellungen in bestimmte Gattungen zu beachten: eingeboren, von außen kommend oder vom denkenden Ich selbst gebildete Vorstellungen. Wie verhält es sich mit den Vorstellungen und den Gegenständen der sinnlichen Erfahrungswelt? Als Beispiel führt Descartes an, dass man eine bestimmte Vorstellung von der Sonne haben kann. Nun erscheint der Gegenstand „Sonne“ tagsüber betrachtet als kleines Himmelsobjekt, in der Astronomie aber als ein vielfach größeres als die Erde; die sinnliche Wahrnehmung täuscht, die wissenschaftlichen Verstandeserkenntnisse sind wahr. Bei den Gegenständen der sinnlichen Wahrnehmung handelt es sich allerdings um endliche Substanzen. Wie verhält sich die eigene Vorstellung in Bezug auf unendliche Substanzen, also einen Gott?

Der Cartesianische Gott ist die Ursache von allem Seienden und hat als einziges existierendes Wesen alle Vollkommenheit⁸⁷ in sich. Von ihm selbst kommt die Vorstellung der Vollkommenheit in einem denkenden Ich, denn „in der vollständigen wirkenden Ursache [ist] mindestens ebensoviel

⁸⁷ Die Eigenschaft der Vollkommenheit schließt die Möglichkeit, bei Gott handle es sich um einen bösen, den Menschen täuschenden Gott aus, da Börsartigkeit und Vollkommenheit einander ausschließende Eigenschaften sind, „Lug und Trug aus einem Mangel entspringen“. Descartes, S. 135.

Realität enthalte[n]“⁸⁸ wie in seiner Wirkung. Descartes folgt hier nicht nur dem Satz vom Grunde, dass nichts ohne Ursache ist in Bezug auf die Gegenstände der Welt, sondern auch auf das Sosein Gottes und des Menschen; da das denkende Subjekt durch den allgemeinen Zweifel schnell erkennt, dass es unvollkommen und unwissend ist, muss es ein Vollkommenes geben, das uns eine Vorstellung von Vollkommenheit eingepflanzt hat. Wäre dem nicht so, so könnte sich der Mensch nicht als unvollkommen erkennen, denn

„wie könnte ich denn wissen, daß ich zweifle, daß ich begehre, d.h. daß mir etwas fehlt und daß ich unvollkommen bin, wenn in mir nicht die Vorstellung eines vollkommeneren Seienden wäre?“⁸⁹

Umgekehrt kann das vollkommene Wesen auch nicht ein reines Hirngespinnst eines unvollkommenen Menschen sein, da es einem unvollkommenen Wesen nicht möglich ist, ein Vollkommenes zu denken. Das denkende Ich hat lediglich die Vorstellung einer Vollkommenheit eingepflanzt bekommen. Die Vorstellung Gottes als Vollkommenheit ist dem Menschen somit durch Gott selbst angeboren. „Gleichwie ein Künstler seinem Werke sein Zeichen einprägt“⁹⁰, hinterlässt Gott eine Spur seiner Vollkommenheit im Menschen.

Die Vollkommenheit und Existenz Gottes meint Descartes somit klar und deutlich im Rahmen der Verstandesurteile abgesichert zu haben. In der fünften Meditation geht er noch mehr auf die tatsächliche Existenz Gottes ein.

Wie dem schon erwähnten Dreieck notwendigerweise das Prädikat „drei Winkel haben“ anhaftet, so ist dem vollkommensten Wesen das Prädikat „Existenz“ inhärent. Auch wenn es mir möglich ist, zu denken, dass ein Dreieck nicht existiert, so ist es mir nicht möglich, es ohne seine ihm anhaftenden Prädikate zu denken. Gott ist nicht als nicht existent denkbar, denn „die Notwendigkeit der Sache [nämlich der Existenz Gottes] zwingt mich, so zu denken“⁹¹. Wenn Gott alle Vollkommenheit ist, so hat er auch alle vollkommenen Prädikate. Da Existenz ebenfalls eine vollkommene Eigenschaft ist, so darf die Existenz auch dem vollkommensten Wesen nicht fehlen. So ist in dem vollkommensten Wesen die Existenz bereits inhärent und so existiert es. Die Vorstellung von Gott ist für Descartes „klar und distinkt“.

Descartes' Beweis oder Erkenntnis der Existenz eines Gottes wird allein aus Vernunftschlüssen gezogen und soll gleich den Sätzen der Mathematik nur durch Denken und innerhalb des Verstandes

⁸⁸ Descartes, S. 111

⁸⁹ Descartes, S. 123

⁹⁰ Descartes, S. 134

⁹¹ Descartes, S. 167

geführt werden⁹². Descartes hat somit (zwar zeitlich vor) nach der Aussage Gödels über die Klarheit der Mathematik und deren Anwendung auf “die Dinge der Wirklichkeit” gedacht. Allerdings ist Descartes Beweis genauso leicht durch vernünftiges Denken aufzulösen, wie er geführt worden ist. Der Satz vom Grund führt nicht zwangsläufig zu einem letzten absoluten Grund; vielmehr kann dagegegehalten werden, dass wenn jeder Grund auch Ereignis ist, dieser letzte Grund auch ein Ereignis sein muss, welches eines Grundes bedarf. Ein Absolutes im wörtlichen Sinne wäre nicht nur von seiner eigenen Begründung in einem anderen Ereignis losgelöst, sondern auch vom Weltgeschehen im Allgemeinen.

Ein Dreieck samt den ihm anhaftenden Prädikaten ist ein durch Vernunft definiertes Objekt, das in der Wirklichkeit nur eben so existiert: ein Mensch kann es aufzeichnen, messen und mit ihm rechnen ohne jemals “das Dreieck” gesehen zu haben. Das Dreieck existiert nur, wenn es gedacht, aufgezeichnet, gemessen und gerechnet wird. Es mag möglich sein, dass es auch in der Wirklichkeit irgendwo ein Dreieck gibt, alleine zu sagen “dem Dreieck als widerspruchsfrei gedachten Gegenstand haftet notwendigerweise seine Existenz an” macht es aber nicht real⁹³. In diesem Sinne kann man dagegehalten, dass Descartes’ Gott ein ebensolches Konstrukt der menschlichen Vernunft ist - auch dieser Gott existiert demnach nur dann, wenn ich ihn denke und nicht in der Wirklichkeit, selbst wenn man ihm das Prädikat “Existenz” zuschreibt.

2.3 Der Gottesbeweis nach Leibniz

Die Grundlage zu Leibnizens System und dem darin enthaltenen Gottesbeweis wurde bereits kurz unter Punkt 1.1.1 dargestellt. Zur Wiederholung:

Sowohl mögliche als auch notwendige Begriffe⁹⁴ lassen sich durch Analyse auf einfache Begriffe bringen, welche nicht weiter analysierbar sind, wie z.B. Identitätssätze. Dies bedeutet auch, dass die Wahrheit über ein Objekt erkannt werden kann, wenn all seine Prädikate erkannt werden. Das Objekt ist mit den Prädikaten identisch, und die Wahrheit über ein Objekt zu wissen heißt, diese Identität zu finden. “Eben dies ist geradezu das Wesen der Wahrheit, dass sie immer mit sich selbst identisch ist”⁹⁵. Ein konkreter Gegenstand wird genau dann erkannt, wenn alle Prädikate des ihm

⁹² Descartes’ Beweis beginnt beim universalen Zweifel; wie bereits zusammengefasst, kann jede Sinneswahrnehmung in Bezug auf ihren Wahrheitsgehalt hin angezweifelt werden, allein das Zweifeln und somit das Denken des Subjektes selbst ist als unbezweifelbar gesichert. Diese Überlegung ist der Ausgangspunkt für einen Gottesbeweis, der - gleich der Mathematik - rein in der Vernunft, also im Denken eines Subjektes geführt wird.

⁹³ Ein weiteres Argument gegen Descartes Urteile aus der Mathematik und Geometrie könnte sein, dass beide Konstrukte der Menschen sind und somit keine eigene Existenz haben. Es scheint legitim anzunehmen, dass Mathematik und Geometrie Abstraktionen aus der Anschauung sind. Doch dieser Punkt bedürfte einer eigenen umfassenden Bearbeitung.

⁹⁴ Ideen im weiten Sinne, auch alle Formen von Eigenschaften umfassend.

⁹⁵ Selbstgleichheit. Evers, S. 7.

entsprechenden Begriffs soweit analysiert wurden, sodass man auf nicht weiter analysierbare Prädikate gekommen ist. Oder anders gesagt: ein Individuum ist aus den ihm anhaftenden Eigenschaften heraus bestimmt und bestimmbar.⁹⁶ Notwendig wahre Begriffe und Aussagen über diese können vom menschlichen Verstand erkannt werden, da ihre Wahrheit und Existenz in ihnen ist und sie durch endliche Analyse in einfache Begriffe zerlegt werden können, wie z.B. die Sätze der Mathematik.

Im Anfangskapitel wurde auch kurz der Bereich der Tatsachenwahrheiten der geschaffenen Welt beschrieben, in welchem es dem menschlichen Verstand nicht möglich ist, kontingente Wahrheiten (und Falschheiten) zu verstehen, da dies einer unendlichen Analyse bedürfte. Dies bedeutet, dass wir zwar komplexe mathematische Begriffe und Sachverhalte verstehen und deren Wahrheit einsehen können, den Sessel auf dem wir gerade sitzen aber nicht.⁹⁷ Die Gegenstände der aktuellen Welt sind demnach für den Menschen nicht direkt einsichtig und begreifbar, da nie all ihre Eigenschaften (vergangene, gegenwärtige und zukünftige) gewusst werden können. Die einzige Möglichkeit, einen kontingenten Gegenstand zu wissen, liegt darin, ihn zu analysieren und eine Gesetzmäßigkeit ("Reihenbildung"⁹⁸) zu finden, welche annehmen lässt, dass obwohl die Analyse unendliche lange fortzusetzen wäre, man dennoch nicht auf einen Widerspruch stoßen würde. Wissen stellt in Bezug auf kontingente Gegenstände immer bloß eine Annäherung an die Identität zwischen Gegenstand und Eigenschaften dar. Was können wir dann über Gott sagen?

a) *Daß das vollkommenste Wesen möglich ist*⁹⁹

Analog zu den Gedanken über Begriffe und ihre Bildung aus untereinander verträglichen einfachen Begriffen, muss auch das "Ens Perfectissimum"¹⁰⁰ widerspruchsfrei denkbar sein. Wie bereits gesagt, sind Eigenschaften (Attribute) entweder analysierbar oder nicht analysierbar. Sind sie ersteres, so bedeutet dies, dass sie aus den einfachen Begriffen zusammengesetzt sind.

Wenn es zeigbar ist, dass diese einfachen Begriffe kompossibel sind, dann sind auch die "Aggregate"¹⁰¹ aus diesen untereinander verträglich.

⁹⁶ Diese Betrachtung von Gegenständen zielt auf mehr auf den Inhalt eines konkreten Objektes ab als auf dessen Umfang und ist somit auf den ersten Blick eine intensionale Auffassung eines Begriffes. Da Individuen immer nur mit sich selbst identisch und somit nur schwer in Klassen zusammenfassbar (ohne dass Wahrheit über diese verloren geht) sind, ist dieser Wahrheitsbegriff umfangreicher als der einer Kategorisierung von Individuen. Leibniz sieht daher Intension und Extension als gleich an.

⁹⁷ Die Wahrheiten der Mathematik haben logische und ontologische Notwendigkeit.

⁹⁸ Evers, S. 23.

⁹⁹ Leibniz 1676 in Bromand, Joachim: *Gottesbeweise. Von Anselm bis Gödel*. Hg. v. Joachim Bromand und Guido Kreis. - Berlin: Suhrkamp Verlag, 2011, S. 177.

¹⁰⁰ Ebd.

¹⁰¹ Ebd.

“Es wäre also bereits ausreichend zu zeigen, daß dasjenige Wesen gedacht werden kann, das alle ersten Attribute enthält, oder daß zwei beliebige erste Attribute untereinander verträglich sind.”¹⁰²

Dies bedeutet, dass die Gesamtheit aller Eigenschaften Gottes kompossibel sein muss, gleich der der komplexen Begriffe, der möglichen und aktuellen Welt(en). Leibniz beweist die Verträglichkeit aller einfachen Eigenschaften auf folgende Weise: die Voraussetzungen für den Beweis sind (i) alle Attribute sind mit einander verträglich und (ii) sie können zusammengesetzt werden. Angenommen A und B sind solche Attribute, und sind unverträglich, dann würde daraus folgen, dass der Satz “A und B können nicht gemeinsam in einem Gegenstand (“Zugrundeliegenden”¹⁰³) sein” eine notwendige Wahrheit darstellen. Notwendige Wahrheiten sind identisch und beweisbar¹⁰⁴. Der Satz “A und B können nicht gemeinsam in einem Gegenstand sein” enthält aber keine logischen Identitäten. Vielmehr sagt er, dass $A \vee B$ (exklusives oder) dieselbe Wahrheit ist wie $A = A$ oder $A = \neg B$. “Folglich würde das eine den Ausschluss des anderen ausdrücken”¹⁰⁵, was bedeutet, dass A die Negation von B oder umgekehrt sein müsste. Dies widerspricht aber der Ausgangsannahme, dass alle Attribute verträglich sind. $A \vee B$ ist aber nicht beweisbar, denn ein Beweis würde die Analyse beider Attribute erfordern. Da beide einfache, unanalysierbare Attribute sind, kann dieser Ausdruck nicht bewiesen werden. Die Unverträglichkeit von A und B kann somit nicht bewiesen werden, “und also sind zwei beliebige affirmative Eigenschaften verträglich, und als jede mit jeder. Ein Wesen, das alle Attribute aufweist, ist also möglich”¹⁰⁶.

Die tatsächliche und notwendige Existenz des vollkommensten Wesens deutet Leibniz durch den Satz vom Grund an. Hierauf werde ich später zu sprechen kommen.

b) *Daß das vollkommenste Wesen existiert*¹⁰⁷

In dieser Schrift nennt Leibniz die eben besprochenen Attribute “Vollkommenheiten” und beschreibt sie durch die Eigenschaften rein gut, positiv, absolut und unanalysierbar. Da sie unanalysierbar sind, sind sie “durch sich selbst wahr”¹⁰⁸. Nach demselben Beweis wie in *Daß das vollkommenste Wesen möglich ist* spricht Leibniz nun von der notwendigen Existenz des vollkommensten Wesens, welche ihm inhärent ist, wenn er sagt “und von daher ist es offensichtlich,

¹⁰² Ebd.

¹⁰³ Ebd.

¹⁰⁴ Wie bereits dargestellt durch Analyse. Was genau unter “Beweisbarkeit” bei Leibniz zu verstehen ist, ist allerdings ein gesondertes Thema.

¹⁰⁵ Ebd.

¹⁰⁶ Ebd.

¹⁰⁷ Leibniz 1676 in Bromand, Joachim: *Gottesbeweise. Von Anselm bis Gödel*. Hg. v. Joachim Bromand und Guido Kreis. - Berlin: Suhrkamp Verlag, 2011, S. 178.

¹⁰⁸ Vgl. die notwendige Wahrheit der mathematischen Sätze. Ebd.

dass es auch existiert, weil in der Anzahl der Vollkommenheiten Existenz enthalten ist”¹⁰⁹. Existenz ist bei Leibniz, wie bereits bei Anselm und Descartes eine Eigenschaft. Sie ist eine besondere, da sie zu den “Vollkommenheiten” zählt, und die meisten möglichen Begriffe Existenz scheinbar nicht, oder zumindest in einer anderen Weise haben. Genau hier, in den Eigenschaften und der mit ihnen verbundenen Identität, ist der Grundstein für Gödels ontologischen Beweis gelegt.

c) Der ontologische Beweis in der *Monadologie*

In der *Monadologie* spricht Leibniz nicht mehr von Begriffen und Aussagen, sondern von Substanzen, die zusammengesetzt oder einfach sein können, wobei er die einfachen, die “ohne Teile” sind, “Monaden”¹¹⁰ nennt. Diese haben keine Ausdehnung und keine Form und sind die unteilbaren Bausteine aller Dinge, welche nur durch die Schöpfung existieren und nur durch den Willen Gottes wieder enden können. Alle anderen Substanzen hingegen haben ihren Anfang im Zusammensetzen von Monaden und ihr Ende, wenn sie in dieselbigen wieder zerfallen. Monaden sind dasjenige, welches einem Gegenstand seine Beschaffenheit und Identität gibt. Da alle Gegenstände von einander unterschieden und nur mit sich selbst identisch sind, muss es Unterschiede zwischen den einzelnen Monaden geben, da die Substanzen andernfalls nicht von einander zu unterscheiden und keine Veränderungen an ihnen zu beobachten wären. Leibniz nennt diese Unterschiede zwischen den Monaden “Qualitäten”¹¹¹.

Monaden sind “von außen her” nicht veränderbar, d.h., dass ihnen weder etwas hinzugefügt noch weggenommen werden kann. Innerlich sind sie allerdings wandelbar:

“Ich nehme außerdem als unbestritten an, daß jedes geschaffene Wesen und folglich auch die geschaffene Monade der Veränderung unterliegt, ja sogar, daß diese Veränderung in jeder Monade kontinuierlich ist [...] die Veränderungen der Monaden [rühren] von einem inneren Prinzip her”.¹¹²

Bei jeder Veränderung bleibt doch immer etwas gleich, sodass ein Etwas nie auf einen Schlag ein vollkommen Anderes wird. Auch in der Monade verhält es sich so. Deshalb nimmt Leibniz an, dass es eine Vielzahl an Relationen innerhalb jeder einzelnen Monaden gibt. Da diese aber nicht aus Teilen bestehen, kann es sich nicht um ein Wechselspiel unter einzelnen Bausteinen handeln. Es muss daher eine “Vielheit in der Einheit oder im Einfachen”¹¹³ geben, eine weitere Qualität, welche die große Zahl und die Unterschiedlichkeit der Monaden ausmacht.

¹⁰⁹ Leibniz 1676 in Bromand, S. 179.

¹¹⁰ Leibniz, *Monadologie*, S. 11.

¹¹¹ Leibniz, *Monadologie*, S. 13.

¹¹² Leibniz, *Monadologie*, S. 15.

¹¹³ Ebd.

Und diese Qualität ist die der “Perzeption”¹¹⁴, die einfache sinnliche Wahrnehmung. Monaden sind demnach wahrnehmende Einheiten, und durch ihre Wahrnehmungen ist ihre innere Vielheit und Veränderung begründet. Leibniz geht sogar so weit, zu sagen, dass “es [...] zudem überhaupt nur Perzeptionen und deren Veränderungen in einer einfachen Substanz [gibt]”¹¹⁵. Die Veränderlichkeit der Monaden besteht demnach darin, dass von außen etwas in sie kommt, aber nicht im den Sinne einer Zusammensetzung wie bei den anderen Substanzen, sondern durch ein Prinzip einer ersten Tätigkeit innerhalb der Monade selbst. Aus diesem Grund können Monaden als selbstständig bezeichnet werden, oder als “unkörperliche Automaten”¹¹⁶. Perzeptionen rühren immer von vorhergehenden Perzeptionen her, sie sind ständig hungrig nach mehr Wahrnehmung und bekommen diese auch.

Entsprechend ihren abstrakten Bauplänen bilden die Monaden die materielle Welt nach dem Willen Gottes.

d) Der kosmologische Beweis

Die Leibniz’sche Philosophie kennt einen Gott als Schöpfer, ein unbedingt notwendiges Wesen, das der zureichende Grund für alle kontingenten Gegenstände der wirklichen Welt ist und alle logisch möglichen Welten unter Hinzunahme bestimmter Kriterien verwirklichen könnte.

Die Vernunftkenntnis zeigt, dass eine Analyse, aus endlich vielen Schritten bestehend, zu einem letzten Grund (einfache Begriffe wie z.B. Identitätssätze) einer Sache führt. In Bezug auf das Geschaffene funktioniert dies nicht. Für jeden Grund gibt es einen Grund und diese Reihe ist unendlich lang fortzusetzen. Hier funktioniert die Analyse mit ihren endlichen Schritten nicht. Die Gegenstände der Welt können so sein oder auch anders. Warum ihre Gegenstände aber so sind, und nicht anders, warum diese mögliche Welt in ein Dasein getreten ist und nicht eine andere und warum überhaupt etwas ist und nicht vielmehr nichts, hat seinen Grund in einem Schöpfergott, denn die kontingenten Gegenstände der Welt können nicht aus sich selbst heraus existieren, sondern müssen einen Grund in einem Wesen haben, das aus sich selbst heraus existiert:

“So muß der letzte Grund der Dinge in einer notwendigen Substanz liegen, in der das Besondere der Veränderung nur eminent, wie in der Quelle enthalten ist, und dies nennen wir Gott.”¹¹⁷

¹¹⁴ Im Unterschied zur Apperzeption und anderen komplexen Tätigkeiten des Bewußtseins. Leibniz, *Monadologie*, S. 17.

¹¹⁵ Leibniz, *Monadologie*, S. 19.

¹¹⁶ Leibniz verwendet hier auch die Bezeichnung “Entelechie”, und sieht in der Tätigkeit der Monaden “eine gewisse Vollkommenheit”. Ebd.

¹¹⁷ Leibniz, *Monadologie*, S. 31.

Der zureichende Grund der kontingenten Gegenstände der kontingenten Welt liegt außerhalb dieser in einer ursprünglicheren Substanz. Der Satz vom letzten Grund ist in den Vernunft- und den Tatsachenwahrheit wahr.

Der Akt der Schöpfung selbst, das Übergehen von Möglichkeit in Existenz ist ein freier Akt Gottes, der nicht mit freier Willkür zu verwechseln ist. Auch Gott hat Regeln moralischer Natur, die für die Entscheidung, welche der untereinander konkurrierenden möglichen Welten nun realisiert werden soll, herangezogen werden müssen. Diese Regeln – so Leibniz – wurden nicht von Gott geschaffen, sondern sind „gleichursprünglich“¹¹⁸ mit ihm. Dazu kommt, dass auch Gott, als zureichender Grund, sich an den Satz vom Grunde halten muss: dasjenige *ist*, dass mehr Grund zu existieren hat.

Aus der Fähigkeit zur Schöpfung leiten sich drei Eigenschaften Gottes ab: Gott hat die Fähigkeit, mögliche Welten mit dem Verstand zu analysieren, er hat die Fähigkeit, die Verwirklichung einer Welt mehr zu wollen als die einer anderen, und er hat die Macht, die ausgewählte Welt zu realisieren. Die Gott von Leibniz zugeschriebenen Eigenschaften sind sehr „einfach“, um somit Widersprüche zu vermeiden (denn nur was widerspruchsfrei ist, ist auch möglich und in weiterer Folge notwendig).

Leibniz meint somit eine vollständige Klärung des Begriffes „Gott“ geleistet und auf diesem Wege seine Möglichkeit bewiesen zu haben. Diese bewiesene Möglichkeit eines Gottes ist die Voraussetzung, auf seine tatsächliche Existenz verweisen zu können. Leibniz verbindet den Begriff des notwendigen Wesens, das sich selbst der Grund seiner Existenz ist, mit dem Ausdruck der Vollkommenheit und meint, dass wenn ein vollkommenes Wesen wie Gott möglich ist, so muss es auch existieren, oder mit Leibniz gesagt:

“Denn es muß, wenn es eine Realität in den Essenzen oder Möglichkeiten oder in den ewigen Wahrheiten gibt, diese Realität fundiert sein in etwas Existierendem und Wirklichen und folglich in der Existenz des notwendigen Wesens, bei dem die Essenz die Existenz einschließt oder für das es zureicht, möglich zu sein, um wirklich zu sein.”¹¹⁹

Die Existenz Gottes meint Leibniz mit dem Satz vom zureichenden Grund a posteriori bewiesen zu haben, wohingegen die widerspruchsfreie Klärung des Gottesbegriffes aus der Vernunft heraus ein Erkennen Gottes a priori darstellt. Gott allein ist notwendig sobald er möglich ist durch die Vollkommenheit “Existenz”.

¹¹⁸ Evers, S. 32.

¹¹⁹ Leibniz, *Monadologie*, S. 35.

3. Gödels Ontologischer Beweis

Gödels ontologisches Argument wird im Allgemeinen als Weiterführung des Leibnizschen Gottesbeweises angesehen. John W. Dawson beschreibt in der Biographie *Kurt Gödel: Leben und Werk*¹²⁰ Gödels Studentenzeit in Wien. Aus dieser Zeit sind u.a. die Ausleihzettel der Universitätsbibliothek erhalten, welche zeigen, dass Gödel, wenn er sich mit Philosophie befasste, sich hauptsächlich auf Platon und Leibniz konzentrierte. Ebenfalls wurde unter anderem in Gödels Nachlass ein zwar ausgefüllter aber nicht versandter Fragebogen zu seiner Person gefunden, in welchem er auf die Frage nach seiner religiösen Einstellung antwortete „theistisch eher als pantheistisch, eher in der Tradition Leibniz’ als Spinozas.“¹²¹

In der Einleitung zum Beweis von 1970 in den *Collected Works* meint Robert M. Adams, dass Gödel Leibnizens Beweis gekannt haben muss.¹²² Leibniz vollzog nicht nur den Übergang von der Möglichkeit der Existenz Gottes auf dessen notwendige Existenz, sondern wollte (im Unterschied zu Descartes) auch die mögliche Existenz des höheren Wesens beweisen. Laut Adams soll Gödel insbesondere diesen Anspruch Leibnizens gekannt haben.

Gödels Beweis stellt eine Formalisierung, eine elegante Verkürzung, an manchen Stellen eine Verbesserung des Beweises Leibnizens dar. Ausgehend vom Zusammenspiel von Eigenschaften und Identität eines Individuums¹²³ beschreibt er in wenigen Seiten einen metaphysischen Gedankengang, der die Grenzen der Logik sprengt. Dies wird vor allem durch die dem Beweis vorangestellten Überlegungen zu Eigenschaften und möglichen Verbindungen dieser zu einem Gesamtsystem deutlich. Sowohl bei der Grundlage als auch beim Ziel des Beweises handelt es sich um Gegenstände, welche nur mangelhaft mit dem “Werkzeug” der Logik beschrieben werden können.

Im Folgenden werden die Voraussetzungen für das Verständnis des Beweises dargestellt, insbesondere hinsichtlich der Begriffe Eigenschaft, Notwendigkeit, Existenz und Identität. Darauf folgt der ontologische Beweis selbst mit meiner Interpretation, gefolgt von den Interpretationen von Bromand, Adams und Sobel. Eine Verbindung dieser Deutungsmöglichkeiten wird auf die Problematik der beiden Definitionen von Essenz und notwendiger Existenz im Beweis hinweisen.

¹²⁰ Dawson, John W: *Kurt Gödel: Leben und Werk.*- New York: Springer Verlag, 1999.

¹²¹ Kurt Gödel, unversandte Antwort auf einen Fragebogen von Burke D. Grandjean, 1975. (GN 010729) in Dawson, S. 4.

¹²² Adams, Robert Merrihew: *Introductory Note to *1970.* in Gödel, Kurt: *Collected Works. Unpublished Essays and Lectures. Volume 3.* Hg. v. John W. Dawson Jr., Solomon Feferman, Warren Goldfarb, Charles Parsons, Robert N. Solovay.-Oxford: Oxford University Press, 1995, S. 389ff.

¹²³ Diese Identität meint eine Wesensbestimmung anhand von Eigenschaften und Identität im Sinne einer Selbstgleichheit.

3.1 Positive Eigenschaften (und ihre Verbindung zum Sein)

Die ersten Aufzeichnungen zum ontologischen Beweis sind mit 1941 datiert; dabei handelt es sich allerdings nicht um den Beweis, der gemeint ist, wenn im Allgemeinen von Gödels ontologischem Argument gesprochen wird. Erst die Fassung von 1970 wird bekannt. Da Gödel glaubte, er würde bald sterben, zeigte er den Beweis seinem Kollegen in Princeton, Dana Scott, welcher den Beweis in leicht modifizierter Form als erstes bekannt machte.

Was sind positive Eigenschaften?

Zum Gottesbeweis von 1970 schreibt Gödel "Positive means positive in the moral aesthetic sense (independent of the accidental structure of the world). Only then [are] the axioms true."¹²⁴ Auf den ersten Blick scheint diese Erklärung mehr zu verbergen als preiszugeben, und bedarf daher einer näheren Betrachtung.

Vorerst sei Folgendes festgehalten: eine positive Eigenschaft ist z.B. nicht "kleine Ohren haben", wenn man ein Polarfuchs ist, obwohl dem Polarfuchs die kleinen Ohren durchaus dienlich sind und somit mit der Wertung "positiv" versehen werden können. Dem Wüstenfuchs hingegen wären kleine Ohren eine Qual. "Große Ohren haben" ist somit keine positive Eigenschaft in einem umfassenden Sinn. Sowohl der Polarfuchs als auch der Wüstenfuchs sind kontingente Gegenstände in einer kontingenten Welt. Dies ist die "accidental structure of the world"¹²⁵, welche kein Maßstab für Positivität von Eigenschaften sein kann. Positive Eigenschaften sollen unabhängig von Kontingenz und daher immer und überall notwendig positiv sein. Wenn man es modallogisch ausdrücken will, kann man sagen, dass positive Eigenschaften in jeder möglichen Welt positiv sind.

In den Notizen zum Ontologischen Beweis von 1941 schreibt Gödel, dass mit "positiv" nicht einfach "gute Eigenschaft" ("d.h., einer mit positivem Wert"¹²⁶) gemeint sein kann. Der "positive Wert" wäre jener der "kleine Ohren haben" aus unserem Beispiel mit den Füchsen. Aber darum geht es nicht, da dieser Wert einer kontingenten Schwankung unterworfen ist, und "der größte Vorteil + dem kleinsten Nachteil negativ ist"¹²⁷. Neben dieser Absage an die Interpretation von positiven Eigenschaften als "gut" im Sinne einer Wertung stellt Gödel zwei weitere Kriterien auf, anhand derer positive Eigenschaften zu beurteilen sind.

¹²⁴ Gödel, S. 404.

¹²⁵ Ebd.

¹²⁶ Gödel, S. 434.

¹²⁷ Ebd.

a) Man kann Positivität als “Perfective”¹²⁸, als “rein gut”¹²⁹ verstehen:

“Eine Eigenschaft ist eine Perfective, dann und nur dann wenn sie keine Negation einer Perfectiven impliziert: neben diesem braucht man nur noch die Axiome: Die Notwendigkeit einer Perfectiven ist eine Perfective und das Sein ist eine Perfective.”¹³⁰

Das Axiom “Sein ist eine Perfective” kehrt im Beweis von 1970 als Axiom 4 wieder, welches besagt, dass notwendige Existenz eine positive Eigenschaft ist.

In den Fußnoten zu den Notizen von 1941 steht weiters als Bemerkung zu diesem Axiom über das Sein “Es gibt eine Perfective. Daraus folgt, daß das Sein eine Perfective ist, da es die Möglichkeit dieser Perfectiven impliziert”¹³¹, was bedeutet, dass dadurch, dass das Sein eine Perfective ist, erst die mögliche Existenz anderer Perfectiven begründet wird. Weil es dieses rein gute Sein gibt, ist es möglich, dass auch andere rein gute “Dinge”¹³² sind. Das Sein ist die Seinsgrundlage aller anderen Perfectiven. Schwächer ausgedrückt: Sein kann andere Existenzen nicht unmöglich machen. Angenommen A existiert und in seinem Wesen liegt es, die Existenz von B unmöglich zu machen. In diesem Falle kann A keine Perfective sein, da es das Sein (eine Perfective) eines anderen verhindert. Das Sein kann nur die Möglichkeit der seienden Gegenstände nach sich ziehen, mit Sicherheit aber nicht deren Nicht-Sein. So beinhaltet das Sein weder die Negation anderer Perfectiven, noch seine eigene.

Anhand des Beispiels über das Seins als Perfective in Kombination mit dessen Unfähigkeit, sich selbst oder andere Perfectiven zu negieren, können positive und negative Eigenschaften auf folgende Weise interpretiert werden: “[die] positiven als Assertionen (+ Tautologien), die negativen als Privationen (+ Kontradiktionen)”.¹³³ Das bedeutet, dass Aussagen, die auf wahre, einfache, nicht weiter analysierbare und analysierbedürftige Sätze zurückgehen¹³⁴, die positiven Eigenschaften bilden. Privationen, welche widersprüchlich sind, bilden die negativen Eigenschaften.

Nicht-Sein kann keine Perfective sein, da es die Perfective “Sein” negiert. Wären Sein und Nicht-Sein gleichsam Perfectiven würde ein Widerspruch entstehen, und auf Widerspruch kann keine Perfective gegründet sein. Hierauf basierend sieht Gödel auf formale Weise die Bedingungen der Perfectiven, Negationen weder in sich noch zur Folge zu haben, und im Speziellen die Konzeption des Seins als Perfective, erklärt.

¹²⁸ und weist damit deutlich in die Richtung Leibnizens;

¹²⁹ Ebd.

¹³⁰ Ebd.

¹³¹ Ebd.

¹³² Mit “Dingen” sind in erster Linie nicht Objekte im klassischen Sinn gemeint, sondern abstrakte Entitäten wie Eigenschaften oder Ideen. Erst in einem zweiten Schritt, nämlich durch die Instanzierung dieser abstrakten Entitäten, gibt es dann vielleicht auch rein gute Objekte.

¹³³ Ebd.

¹³⁴ Und dieser Punkt erinnert wieder an Leibniz.

b) Gödel bietet in seinen Notizen von 1941 eine weitere alternative bzgl. der Deutung von positiven und negativen Eigenschaften an. In dieser sind positive Eigenschaften durch die Unterscheidung “p besser als $\neg p$ ”¹³⁵ gestiftet. Diese Definition gemeinsam mit Axiomen begründen den ontologischen Beweis:

- “1. Logische Äquivalente haben den gleichen Wert (daher immer entweder ϕ oder $\neg\phi$ positiv).
 - 2. Wenn p,q negative Werte haben, so auch $p\vee q$.
 - 3. Np, Mp negativ, wenn p negativ.
 - 4. Das Sein ist positiv.
- Dann folgt, I. daß logische Folgen aus positiven positiv sind;
 II. daß notwendige Existenz positiv ist, weil nämlich:
 $x = x.(\exists y) \phi(y) \equiv \phi(x) \vee [(\exists y)\phi(y).x = x]$
 Die positiven und die wahren Sätze sind aus verschiedenen Gründen dasselbe.”¹³⁶

Die Notwendigkeit und Möglichkeit einer negativen Eigenschaft sind ebenfalls negativ, sowie die Disjunktion negativer Eigenschaften wiederum negativ ist. Analog dazu sind die Verbindungen (oder Folgen) aus positiven Eigenschaften positiv, und die Notwendigkeit dieser selbst positiv. Auch an dieser Stelle wird wieder für den Schluss von der Positivität der Existenz auf die Positivität der notwendigen Existenz argumentiert. Für den weiteren Verlauf dieser Arbeit soll das Konzept, dass Positivität wiederum Positivität impliziert im Gedächtnis bleiben:

Gödel widmet einen Kommentar den eben angesprochenen Verbindungen von Eigenschaften hinsichtlich ihrer Positivität. Die Gesamtheit aller positiven Eigenschaften, oder irgendein System von positiven Eigenschaften, ist immer notwendigerweise positiv, wenn ihre Elemente durch logische Operationen¹³⁷ miteinander verknüpft sind. “Die positiven Eigenschaften sind genau die, welche aus den elementaren durch Anwendung der Operationen $\&$, \vee , \supset gebildet werden können.”¹³⁸ Es handelt sich also nicht um “einfache Addition der Elemente”¹³⁹, im Unterschied zu Leibnizens Verbindung der einfachen Eigenschaften durch Konjunktion. Aus positiven Eigenschaften folgen nur positive Eigenschaften.¹⁴⁰ Die positiven Eigenschaften sollen so ein maximal kompatibles System bilden.

Im Beweis von 1970 schrieb Gödel: Axiom 2 “ $P(\phi) \vee P(\sim \phi)$. Exclusive or”¹⁴¹ und Axiom 3 “ $P(\phi) \supset NP(\phi)$ [und] $\sim P(\phi) \supset N \sim P(\phi)$ ”¹⁴². D.h., dass eine Eigenschaft immer entweder positiv oder

¹³⁵ Gödel, S. 432.

¹³⁶ Ebd.

¹³⁷ Mit Ausnahme der Negation.

¹³⁸ Dieser Satz ist mit der Anmerkung “Theorem” versehen; Gödel, S. 436.

¹³⁹ Ebd.

¹⁴⁰ Negationen sind in einem solchen System (wie in dem Leibnizens) ebenfalls nicht erlaubt. Die Konstruktion eines Systems positiver Eigenschaften mit Negationen wird im Unterkapitel über Adams besprochen werden.

¹⁴¹ Gödel, S. 403.

¹⁴² Ebd.

negativ ist, und nicht weder noch sein kann. Eine Eigenschaft hat den Zustand “positiv” oder “negativ” notwendig. Das bedeutet, dass eine Eigenschaft ihren Zustand nicht wechseln kann. Erinnern wir uns an das Beispiel mit den Füchsen: im Rahmen der Bestimmung von positiven Eigenschaften als Perfectiven, wie sie Gödel 1941 vorgeschlagen hat, gibt es kontingente Eigenschaften wie die der “kleine Ohren haben” und diese Eigenschaft ist weder positiv noch negativ in einem umfassenden oder notwendigen Sinn. Perfectiven sind Sonderformen von Eigenschaften, welche anderen Formen von Eigenschaften, wie z.B. kontingenten, ihren Platz lassen. Das Axiom 2 im Beweis von 1970 bewirkt allerdings, dass kontingente Eigenschaften nicht existieren können. In diesem System haben alle Eigenschaften Notwendigkeit in Bezug auf ihren Status, entweder positiv oder negativ zu sein. Daraus folgt die Frage, was es nun mit der Eigenschaft “kleine Ohren haben” auf sich hat. Ist diese Eigenschaft nun positiv oder negativ? Und diese Frage ist auf Basis des Axioms 2 nicht beantwortbar. Zusätzlich schränkt Axiom 2 die Bestimmung der positiven Eigenschaften als “positive in the moral aesthetic sense (independent of the accidental structure of the world)”¹⁴³ in dem Sinne ein, das der Teil über die zufällige Struktur der Welt genauso gut hätte weggelassen werden können, denn Axiom 2 erkennt genau diese Zufälligkeit nicht an.

Gehen wir zurück zum ersten Satz dieses Unterkapitels und der Bestimmung der Positivität durch einen moralischen und ästhetischen Sinn - auf welche Moral und Ästhetik könnte sich Gödel hier beziehen?

Wie bereits dargestellt, kann in Leibnizens System eine mögliche Welt nur dann aktualisiert werden, wenn sie maximal kompossibel ist. Leibniz spricht in diesem Zusammenhang von einem “Streit der Möglichkeiten” und meint damit Gottes Abwägen dieser. Gottes Verstand ist jener, “der nicht umhin kann, auf die vollkommenste Weise zu handeln und demzufolge das Beste zu wählen”¹⁴⁴. Gott kann zwar laut Leibniz nicht zur Schöpfung gezwungen werden, hat aber bestimmte Regeln, an welche er sich im Falle einer Schöpfung halten muss, wie z.B. die der Kompossibilität. Abgesehen von dieser bestehen allerdings auch moralische Handlungsregeln, sodass er

“durch eine moralische Notwendigkeit gezwungen [ist], die Dinge so zu schaffen, daß es nicht besser geschehen kann, denn sonst würden nicht nur andere Anlaß haben, das zu tadeln, was er tut, sondern [...] Gott selbst würde nicht mit seinem Werk zufrieden sein.”¹⁴⁵

¹⁴³ Gödel, S. 404.

¹⁴⁴ Leibniz, *Die Theodizee*, S. 559.

¹⁴⁵ Gödel, S. 403.

Die Gegenstände der Welt(en) müssen auch im moralischen Sinne kompossibel sein. In diesem Kontext könnte Gödels Bestimmung der positiven Eigenschaften in einem moralischen und ästhetischen Sinne verstanden werden, wenn es ein allumfassendes moralisches Gesetz gibt, welches ebenfalls die Modalitäten von Möglichkeit und Notwendigkeit kennt.¹⁴⁶

Anzumerken ist, dass Gödels Notizen über Eigenschaften und deren Stellung im ontologischen Beweis auf eine Auffassung von Eigenschaften als abstrakten Entitäten hinweisen, auch wenn Gödel selbst diesen Standpunkt nicht explizit im Rahmen seines Beweises angeführt hat. Würde er nämlich Eigenschaften in Bezug auf deren Existenz als von konkreten Individuen abhängig verstehen, gelänge die Unterscheidung von positiven und negativen Eigenschaften nicht. Wie das Beispiel von den Füchsen gezeigt hat, sind Eigenschaften (speziell in Hinblick auf deren Positivität) etwas "Allgemeineres" als faktische Objekte.

3.2 Notwendigkeit

Gödels Notwendigkeitsbegriff geht, wie der Leibnizens, von der Widerspruchsfreiheit aus. Dies wird deutlich, wenn er von der notwendigen Existenz spricht: nur etwas, das keine Widersprüche in sich hat, kann notwendig sein. Das Sein kann nicht das Nicht-Sein, seine eigene Negation, generieren und ist somit ohne Widerspruch zu denken. Aus diesem Grund ist es möglich, dass es notwendige Existenz gibt, und dies wird in den Notizen im Satz "Wenn der Begriff der notwendigen Existenz widerspruchsfrei ist, so gibt es Dinge, für die er gilt"¹⁴⁷ zusammengefasst. Welche weiteren Bestimmungen nötig sind, um von notwendiger Existenz zu sprechen, wird ein eigenes Problem im Zusammenhang mit Gödels Beweis darstellen.

Ob Gödel Notwendigkeit auch als "wahr in jeder möglichen Welt" ansieht, ist bisher noch nicht herausgekommen. Es gibt allerdings gute Gründe anzunehmen, dass diese Interpretation von Gödel vertreten wurde. Auf einem losen Zettel mit der Überschrift "My Philosophical Viewpoint", der in Gödels Nachlass gefunden wurde, stehen unter anderem die Punkte "4. There are other worlds and rational beings of a different and higher kind. 5. The world in which we live is not the only one in which we shall live or have lived."¹⁴⁸ geschrieben. Dieses Fragment lässt annehmen, dass Gödel an ein Diskursuniversum dachte, als er seine Notizen und seinen Beweis schrieb.

¹⁴⁶ Dies entspricht der Definition der Notwendigkeit als moralischer Notwendigkeit aus dem ersten Kapitel der vorliegenden Arbeit.

¹⁴⁷ Gödel, S. 430.

¹⁴⁸ Wang, Hao: *A Logical Journey: From Gödel to Philosophy*.- Cambridge, Mass: The MIT Press. 1996.

Um von Möglichkeit auf Notwendigkeit zu schließen, was Gödel in seinem Beweis von 1970 tut¹⁴⁹, benötigt man das stärkste modallogische System S_5 , welches genau diese Interpretation von Notwendigkeit unterstützt. Notwendige Existenz wäre somit die Existenz eines Individuums in allen möglichen Welten, inklusive der aktuellen.

3.3 Existenz

Einige Bemerkungen in Gödels Notizen bemühen sich nicht so sehr wie die zuvor vorgestellten, einem strengen Argumentationsverlauf zu folgen:

“der Grundbegriff ist die Ursache [...]. Das Bejahen des Seins ist die Ursache der Welt. Das erste Geschöpf: es kommt zum Sein das Bejahen des Seins dazu. Daraus folgt, daß möglichst viele Sein entstehen werden - und dies ist der letzte Grund der Verschiedenheit [...] Die Harmonie bedeutet mehr Sein als Disharmonie, denn der Gegensatz der Teile hebt ihr Sein auf.”¹⁵⁰

Man kann annehmen, dass der Aspekt der Harmonie, geschaffen durch die Kompatibilität der Teile, in die Richtung von Leibnizens Konzept der Kompossibilität der möglichen Welten und der maximalen Kompossibilität der aktuellen Welt weist. Scheinbar sieht Gödel, so wie Leibniz, die beste aller möglichen Welten verwirklicht. Auf der anderen Seite rückt die durch widersprüchliche und somit einander negierende Konzepte gestiftete Disharmonie in die Nähe der Unmöglichkeit.

In den Notizen von 1941 über die positiven Eigenschaften, genauer gesagt im Abschnitt über die Perfectiven, steht

“Daß die Notwendigkeit einer positiven Eigenschaft positiv ist, ist die wesentliche Voraussetzung für den ontologischen Beweis. Wenn man annimmt $\varphi(x) \supset N \varphi(x)$ (weil aus dem Wesen von x folgend), dann ist es leicht beweisbar, daß es für jedes kompatible System von Eigenschaften ein Ding gibt, aber das ist *der schlechte Weg*. Vielmehr will $\varphi(x) \supset N \varphi(x)$ erst aus der Existenz Gottes folgen.”¹⁵¹

Wenn es aus dem Wesen eines Individuums folgt, dass es notwendig eine bestimmte Eigenschaft hat, dann haben wir es mit einer Essenz zu tun; denn Essenzen wurden als die einzigen Eigenschaften bestimmt, die ein Individuum notwendig hat. Im ersten Kapitel der vorliegenden Arbeit wurden zwei Definitionen des Essenzbegriffs vorgestellt: Konyndyk sprach von Essenzen im Rahmen einer aktualistischen Deutung, welche besagt, dass eine Eigenschaft genau dann eine Essenz ist, wenn ein Objekt diese in einer möglichen Welt hat und es undenkbar ist, dass diese Welt aktual würde und dem Objekt genau diese Eigenschaft fehlte. In weiterer Folge wurde Plantingas Konzept der individuellen Essenzen besprochen, welches von Essenzen als notwendige

¹⁴⁹ Gödel verwendet hier das sogenannte “Beckers Prinzip”, welches die Operation $\diamond \square p \supset \square p$ erlaubt. Czermak, Johannes: *Abriss des ontologischen Argumentes*. in Kurt Gödel. *Wahrheit und Beweisbarkeit*. Band 2. Hg. v. Eckehart Köhler u.a.- Wien: öbv & hpt Verlag, 2002, S. 313.

¹⁵⁰ Gödel, S. 433.

¹⁵¹ Gödel, S. 434.

Eigenschaften an einem Objekt in einem Diskursuniversum sprach. Demnach ist eine Eigenschaften genau dann eine individuelle Essenz, wenn sie in einer möglichen Welt instanziiert ist. Wenn diese Eigenschaft zusätzlich auch in anderen möglichen Welten von Objekten besessen wird, so haben diese verschiedenen Objekte dieselbe Eigenschaft essentiell und es handelt sich bei diesen Objekten um dasselbe Objekt. Es handelt sich bei Konyndyks und Platningas Definitionen um zwei relativ vorsichtige Bestimmungen von Essenzen. Beide Deutungen versuchen lediglich zu beschreiben, wie es möglich sein kann, Essenzen in einem modallogischen System zu verwenden. D.h., über die tatsächliche Existenz von Essenzen im Sinne ihrer Instanziiierung wurde nur im Rahmen von Individuen im Diskursuniversum gesprochen, wenn Konyndyk über die Möglichkeiten von de dicto und de re Aussagen nachdachte¹⁵², oder Plantinga einen Bereich für die Verwendung von Quantoren im Diskursuniversum festlegen wollte.¹⁵³

Gödels Beschreibung vom Wesen eines Objektes erscheint um einiges stärker und enger, als jene von Konyndyk und Plantinga. Hinzu kommt die Definition der Essenzen aus dem Beweis vom 1970, welche in die Bestimmung der Essenzen auch die akzidentiellen Eigenschaften mit einbezieht, wenn Gödel sagt " $\varphi\text{Ess}.x \equiv (\psi)[\psi(x) \supset N(y)[\varphi(y) \supset \psi(y)]]$ "¹⁵⁴.

Zusammen mit der oben angeführten Stelle über das konkrete "Ding" für "jedes kompatible System von Eigenschaften" ergibt sich eine Verbindung zwischen Eigenschaften und aktueller Existenz. Dies wird unter anderem in der Definition über notwendige Existenz aus dem Beweis von 1970 deutlich, welche besagt " $E(x) \equiv (\varphi)[\varphi \text{ Ess } x \supset N(\exists x)\varphi(x)]$ "¹⁵⁵. Die Problematik dieser beiden Definitionen, insbesondere im Hinblick auf die in ihnen auftretende Bindung von Eigenschaften an die Existenz konkreter Individuen, wird im Detail in einem der folgenden Kapitel besprochen werden.

3.4 Identität

Eigenschaft, Existenz, Notwendigkeit und Identität sind in Gödels Argument eng miteinander verknüpft, wobei sich Existenz und Identität allein aus den Eigenschaften ableiten. Eigenschaften können als Ursprung von Identität und Existenz konkreter Individuen angesehen werden, besonders dann, wenn sie individuelle Essenzen bilden. Es hat den Anschein, dass Eigenschaften allein die Basis der Objekte in ihrer Identität und Existenz sind. Es wurde bereits angesprochen, dass Eigenschaften eine Form der abstrakten Existenz haben, ehe sie sich zusammenschließen, um das

¹⁵² Punkt 1.1.3

¹⁵³ Punkt 1.1.5

¹⁵⁴ Gödel, S. 403.

¹⁵⁵ Ebd.

Konzept eines Gegenstandes zu bilden. Eigenschaften sind somit die Bausteine der Identität eines jeden Objektes.

Notwendigkeit spielt eine Rolle in Bezug auf den Status (positiv oder negativ) der Eigenschaften, bzw. nimmt Gödel an, dass einzelne Eigenschaften etwas mit Notwendigkeit zu tun haben, wenn er von notwendiger Existenz spricht. Diese ist auch die einzige Eigenschaft Gottes, die Gödel beim Namen nennt. Obwohl Gödel notwendige Existenz nicht explizit als Essenz Gottes anführt, kann diese als wesentliche Eigenschaft angesehen werden, denn ohne sie wäre Gott nicht derjenige, der er ist, denn er würde nicht in jeder möglichen Welt inklusive der aktuellen existieren. Und dies gilt auch für alle anderen seiner Eigenschaften, wenn Gödel im Beweis von 1970 Essenzen durch Definition 2 $\varphi_{\text{Ess}.x} \equiv (\psi)[\psi(x) \supset N(y)[\varphi(y) \supset \psi(y)]]$ ¹⁵⁶ beschreibt. Da Gott keine kontingenten Eigenschaften hat, d.h., dass all seine Eigenschaften notwendig an ihm sind, ist auch notwendige Existenz eine seiner notwendigen Eigenschaften und somit eine seiner Essenzen.

Die notwendigen Eigenschaften sind es, die die Identität Gottes stiften, wenn Gödel sagt, es gibt ein Etwas, das nur positive Eigenschaften hat, das alle positiven Eigenschaften hat. Genauer gesagt wird die Göttlichkeit aus den positiven Eigenschaften abgeleitet. Die Identität als Wesensbestimmung besteht aus den sie begründenden Eigenschaften, d.h. zuerst sind die Eigenschaften, welche ein (in Gottes Fall kompatibles) System bilden, dann schaffen diese durch ihre Instanziierung Individuen mit Identitäten. Positive Eigenschaften sind, wie bereits dargestellt, notwendig positiv; d.h. sie können ihren Zustand nicht wechseln. Hinzu kommt die Definition 2, welche besagt, dass alle Eigenschaften notwendigerweise Folgen aus den Essenzen eines Individuums sind. Ein Individuum, das Gott ist, hat somit keine zufälligen Eigenschaften. Gottes Bausteine sind nicht kontingent.

Die Identität Gottes ist somit unveränderlich und unterliegt weder Schwankungen noch Entwicklungen. Es gibt kein zufälliges Ereignis, dass die Eigenschaften Gottes verändern könnte. Er kann sich scheinbar auch nicht dazu entschließen, seine Eigenschaften zu wechseln und ein anderer zu werden. Man kann annehmen, dass Gott immer *so*¹⁵⁷ war und immer *so* sein wird, in jeder aller möglichen Welten der gleiche ist, unveränderlich, in Ewigkeit unbewegt.

Dies ist die Konsequenz aus Gödels Konzept von Eigenschaften und der Definition von Essenz und notwendiger Existenz. Die Identität Gottes als unveränderliche festzulegen ist erforderlich, wenn man das Individuum "Gott" in jeder möglichen Welt des Diskursuniversum eindeutig identifizierbar machen will. Das Beispiel mit Adam und Noah unter Punkt 1.1.7 hat gezeigt, dass die Identifikation

¹⁵⁶ Ebd.

¹⁵⁷ Ein Wesen aus rein positiven Eigenschaften.

anhand akzidentieller Eigenschaften nicht möglich ist. Auch die Identifikation anhand individueller Essenzen scheint zu scheitern, da kein genaues Kriterium der Erkenntnis dieser Essenzen angegeben werden kann. Die Darstellung Konyndyks aus Punkt 1.1.7 ist im Vergleich zu Gödels Deutung von Essenzen und Identität gleichsam vorsichtig wie uneindeutig.

Im Beweis von 1970 wird im Rahmen des Axioms 5 gesagt “ $P(\varphi). \varphi \supset_{N\psi} \supset P(\psi)$, which implies $x = x$ is positive; $x \neq x$ is negative”¹⁵⁸, d.h., “mit sich selbst gleich sein” ist eine positive und “nicht mit sich selbst gleich sein” ist eine negative Eigenschaft. Gödel sieht scheinbar nicht nur Existenz, sondern auch Identität im Sinne von “Selbstgleichheit” als Eigenschaft an.¹⁵⁹ Bevor ich eine mögliche Deutung dieses Axioms vorstelle, soll festgehalten werden:

Dieses Axiom besagt, dass positive Eigenschaften nur positive Eigenschaften implizieren. Dies bedeutet, dass das System der Eigenschaften Gottes ein kompatibles ist. Axiom 5 besagt somit, dass sich die hier angesprochene Selbstgleichheit in Form des Identitätssatzes $x = x$ aus einem kompatiblen System von Eigenschaften *ableitet*.¹⁶⁰

Wie kann dieses Axiom interpretiert werden bzw. wie kann ein Gegenstand nicht mit sich selbst gleich sein? Nicht mit sich selbst identisch sein, könnte bedeuten “ein anderer als man selbst zu sein”. Dies würde aber heißen, dass man mit einem anderen identisch ist, und dieser wäre wiederum mit sich selbst identisch. Dies kann Axiom 5 also nicht bedeuten.

Möglicherweise ist dieser Gedanke der Eigenschaft “mit sich selbst identisch sein” an Existenz geknüpft. Erinnern wir uns in diesem Zusammenhang auch an das Zitat “4. Das Sein ist positiv”¹⁶¹ aus dem Abschnitt über Eigenschaften, und stellen wir uns die Frage “wie kann ich nicht ich sein?”- indem ich nicht bin. Meine Essenz zusammen mit all meinen Eigenschaften existiert dann *bloß* als abstrakte Entität und ist nirgends instanziiert, sodass es nichts gibt, das ich ist und somit bin ich nicht mit mir gleich.

Diese Deutung kann allerdings aus zwei Gründen auch nicht die richtige sein, denn 1. so ich existiere, müsste die Gleichheitsformel dieser Deutung nach auf $x = a$ umgeschrieben werden, wobei x das System meiner Eigenschaften und a mich als aktual existierende Person darstellt; und 2. kann die Gesamtheit meiner Eigenschaften unabhängig von meinem konkreten Dasein existieren. Hinzu kommt, dass das System der Eigenschaften konkreter Gegenstände in der Zeit veränderlich

¹⁵⁸ Gödel, S. 403.

¹⁵⁹ Sobel nennt diese eine “generous interpretation of property” in Sobel, S. 243ff

¹⁶⁰ Dies wurde analog hierzu bereits unter Punkt 1.1.1 dargestellt, als über das Zusammenspiel von Identität als Wesensbestimmung und als Selbstgleichheit bei Leibniz gesprochen wurde.

¹⁶¹ Gödel, S. 432.

zu sein scheint. Die Fixierung von $x = x$ kann in Bezug auf aktuelle und kontingente Objekte nur einen Ausschnitt in deren Existenz darstellen, sodass diese Selbstgleichheit der Gesamtheit ihrer Eigenschaften nur zu den einzelnen Zeitpunkten ihres Daseins Gültigkeit hat.

Über Gott wurde allerdings gesagt, dass seine Identität, das System seiner Eigenschaften, für immer fixiert und er dadurch unveränderlich ist. In Bezug auf Gott kann daher das Axiom $x = x$ als gültig angesehen werden, da es die Gleichheit eines Systems von Eigenschaften mit sich selbst außerhalb der Veränderungen in der Zeit wiedergibt. Gott hat notwendige Existenz, und diese sogar essentiellerweise. Er ist immer mit sich selbst gleichgesetzt und das in jeder möglichen Welt. Und diese weltübergreifende Identität hat zur Folge, dass für Gott auch die Äquivalenz von $x = a$ gilt. Da notwendige Existenz als positive Eigenschaft definiert wurde, und Gott in jeder möglichen Welt der gleiche sein muss (weil er nach Definition 2 keine kontingenten Eigenschaften haben darf), ist seine Selbstgleichheit sowohl im Sinne von $x = x$, als auch im Sinne von $x = a$ eine seiner Eigenschaften.

Gödel hat mit diesem "Axiom der Selbstgleichheit" einen Identitätssatz geschaffen, welcher prinzipiell nicht weiter analysierbar und analysierbedürftig sein sollte, wenn man in diesem Zusammenhang Leibnizens Theorie von den einfachen Wahrheiten folgen möchte. Doch zeigt gerade dieses Axiom, wie komplex Identitätssätze aufgebaut sein können. Das x , welches durch die Gesamtheit seiner Eigenschaften bestimmt ist, trägt bereits ein System unzähliger und komplex verbundener Teile in sich, sodass seine Wahrheit nicht unbedingt unmittelbar einsichtig sein muss. Die Äquivalenz von $x = x$ ist daher gar nicht so leicht beweisbar, wie es auf den ersten Blick erscheinen mag.

Deutlich wird an dieser Darstellung, dass Identität bei Gödel (im Unterschied zu Leibniz) eine dreifache ist:

Als erstes gibt es die Gesamtheit der Eigenschaften, welche eine Identität ausmachen¹⁶², dies wäre im Axiom 5 das einzelne " x ". Die Selbstgleichheit dieser Gesamtheit ist die zweite Form der Identität im Sinne von $x = x$. Und die dritte Erscheinungsform der Identität ist die des tatsächlich instanziierten Systems von Eigenschaften der Form $x = a$. Gottes Identität ist somit dreimal festgelegt worden.

¹⁶² Im Sinne einer Wesensbestimmung.

3.5 Gödels Beweis (Original 1970)

“ $P(\varphi)$ φ is positive (or $\varphi \in P$)

Axiom 1. $P(\varphi).P(\psi) \supset P(\varphi, \psi)$. [And for any number of summands.]

Axiom 2. $P(\varphi) \vee P(\sim \varphi)$. [Exclusive or].

Definition 1. $G(x) \equiv (\varphi)[P(\varphi) \supset \varphi(x)]$ (God)

Definition 2. $\varphi_{\text{Ess.}x} \equiv (\psi)[\psi(x) \supset N(y)[\varphi(y) \supset \psi(y)]]$. (Essence of x)
 [Any two essences of x are necessarily equivalent.]
 $p \supset_{Nq} = N(p \supset q)$. Necessity

Axiom 3. $P(\varphi) \supset NP(\varphi)$

$\sim P(\varphi) \supset N \sim P(\varphi)$

because it follows from the nature of the property.

Theorem. $G(x) \supset G_{\text{Ess.}x}$.

Definition. $E(x) \equiv (\varphi)[\varphi_{\text{Ess.}x} \supset N(\exists x)\varphi(x)]$. (necessary Existence)

Axiom 4. $P(E)$.

Theorem. $G(x) \supset N(\exists y)G(y)$,

hence $(\exists x)G(x) \supset N(\exists y)G(y)$;

hence $M(\exists x)G(x) \supset MN(\exists y)G(y)$.

$M(\exists x)G(x) \supset N(\exists y)G(y)$.

$M(\exists x)G(x)$ means the system of all positive properties is compatible.

This is true because of:

Axiom 5. $P(\varphi).\varphi \supset_{N\psi} \supset P(\psi)$, which implies

$x = x$ is positive

$x \neq x$ is negative.”¹⁶³

Adams schreibt im Vorwort zu Gödels Beweis in *Collected Works*, dass Gödel in der Definition 2 nicht angegeben hat, dass ein Objekt die Essenz auch haben muss¹⁶⁴. In Verbindung mit der Definition über die notwendige Existenz könnte dann gezeigt werden, dass es kein Objekt gibt, das notwendige Existenz als Essenz hat, was der Absicht eines solchen Beweises widersprechen würde. Im Allgemeinen wird das Weglassen des $\varphi(x)$ auf der rechten Seite der Definition als Flüchtigkeits- oder Schreibfehler angesehen, zumal Gödel selbst in seinen Notizen vor 1970 dieselbe Definition samt der Konjunktion mit $\varphi(x)$ zeigte.¹⁶⁵

3.6 Gödels Beweis informal

Aufgrund der unter Punkt 2.2.2 angeführten Erläuterungen werde ich den Beweis anhand der Mögliche-Welten-Semantik interpretieren. Andere Interpretationsmöglichkeiten werden aber noch vorgestellt werden.

Axiom 1: Die Konjunktion (aller) positiver, zusammen bestehender Eigenschaften ist selbst eine positive Eigenschaft.

¹⁶³ Gödel, S. 403.

¹⁶⁴ Sodass Definition 2 folgende Form hat: $\varphi_{\text{Ess.}x} \equiv \varphi(x) \wedge ((\psi)[\psi(x) \supset N(y)[\varphi(y) \supset \psi(y)]]$.

¹⁶⁵ Gödel, S. 430.

- Axiom 2: Eine Eigenschaft ist entweder positiv oder negativ. Das Komplement einer positiven Eigenschaft ist negativ. Eine Eigenschaft kann nicht positiv und negativ bzw. "neutral" sein.
- Definition 1: Ein Individuum hat genau dann "Gott" als Eigenschaft, wenn es auch alle positiven Eigenschaften hat.
- Definition 2: Eine Eigenschaft ϕ eines Individuums ist eine Essenz, wenn alle weiteren Eigenschaften notwendige Konsequenzen von ϕ sind.
- Axiom 3: Positive Eigenschaften sind notwendig positiv. Nicht positive Eigenschaften sind notwendig nicht positiv. Eine Eigenschaft kann nicht ihren Zustand ändern, weil es so in ihrer Natur liegt.
- Theorem: Wenn ein Individuum die Eigenschaft "Gott" hat, dann hat sie diese als Essenz. Dieses Theorem ist die Folge der Definition 2: ein Individuum mit der Eigenschaft "Gott", hat diese als Essenz und alle anderen Eigenschaften dieses Individuums sind notwendige Konsequenzen aus dieser Essenz. Gott hat keine kontingenten Eigenschaften.
- Definition: Ein Individuum hat genau dann notwendige Existenz, wenn für alle Eigenschaften gilt, dass wenn sie eine Essenz dieses Individuums sind, es notwendig ist, dass es zumindest ein Individuum gibt, das diese Essenz hat. D.h., für alle wesentlichen Eigenschaften existiert in allen möglichen Welten zumindest ein Individuum, welches jeweils eine dieser wesentlichen Eigenschaften hat, und das mit Notwendigkeit.
- Axiom 4: Notwendige Existenz ist eine positive Eigenschaft.
Wenn notwendige Existenz in der Gruppe der positiven Eigenschaften ist, dann muss auch Gott die Eigenschaft "notwendige Existenz" haben (Definition 1, Axiom 1).
- Theorem: Wenn ein Individuum die Essenz "Gott" hat, dann existiert notwendig in jeder möglichen Welt zumindest ein Individuum, das die Essenz "Gott" hat. (aus Definition der notwendigen Existenz, Theorem "Gott" ist eine wesentliche Eigenschaft und Axiom 4).
daher: Wenn Gott in einer möglichen Welt existiert, dann ist es notwendig, dass er in jeder möglichen Welt existiert.

daher: Wenn es möglich ist, dass Gott in irgendeiner Welt existiert, dann ist es möglich, dass er notwendig in allen Welten existiert..

Wenn es möglich ist, dass Gott in irgendeiner Welt existiert, dann ist es notwendig, dass Gott in allen Welten existiert.

“Es ist möglich, dass ein Individuum die Eigenschaft ‘Gott’ hat” bedeutet, dass das System aller positiven Eigenschaften kompatibel ist, wegen

Axiom 5: Positive Eigenschaften implizieren nur positive Eigenschaften ein. Eine “positive Eigenschaft”sein, ist wiederum selbst eine positive Eigenschaft. Dies impliziert: mit sich selbst identisch sein ist eine positive Eigenschaft und mit sich selbst nicht identisch sein, ist eine negative Eigenschaft.

Aus möglicher Notwendigkeit in einer Welt wird auf Notwendigkeit in allen Welten geschlossen. Das bedeutet, dass Gott in allen Welten das gleiche Individuum ist, und dass wir es hierbei mit einer notwendigen und nicht mit einer kontingenten Wahrheit zu tun haben.

3.7 Andere Interpretationsmöglichkeiten

3.7.1 Joachim Bromand

Bromands Interpretation ist der oben angeführten sehr ähnlich und unterscheidet sich im Wesentlichen nur in Bezug auf die Interpretation des Schlusstheorems, da Bromand hierfür nicht die Mögliche-Welten-Semantik verwendet, obwohl er diese für die Erläuterung einzelner Definitionen doch heranzieht. Ich möchte gerne einige interessante Bemerkungen aus Bromands Erläuterungen zu manchen Punkten im Beweis anführen:

Zu Axiom 2: “Entweder ϕ ist oder $\neg \phi$ ist positiv.”¹⁶⁶ Zu diesem Axiom wird angemerkt, dass sich diese sehr strikte Einteilung aller Eigenschaften in entweder positive oder negative problematischer gestaltet, als es auf den ersten Blick scheinen mag. Prinzipiell ist diese Teilung ein Klassiker der Gottesbeweise, der bereits von Anselm, Descartes und Leibniz verwendet wurde. Obwohl diese Teilung von vielen als notwendig oder zumindest als schlüssig betrachtet wird, bleibt die Frage nach kontingenten Eigenschaften bestehen.¹⁶⁷ Sind kontingente Eigenschaften von dieser Teilung ausgeschlossen, oder existieren sie nach dieser gar nicht?

Auch der Kommentar “in a moral and aesthetic sense” ist für Bromand rätselhaft:

¹⁶⁶ Bromand, S. 394.

¹⁶⁷ Wie bereits unter Punkt 3.1 dargestellt.

“Dann ist aber keineswegs klar, daß etwa eine der beiden Eigenschaften ‘rothaarig zu sein’ oder ‘nicht rothaarig zu sein’ positiv sein sollte, da die Haarfarbe zumindest aus moralischer Perspektive irrelevant sein sollte.”¹⁶⁸

Bromand zieht daraus den Schluss, dass darüber nachgedacht werden müsste, die strikte Dichotomie von positiven und negativen Eigenschaften aufzugeben, und manche Eigenschaften als weder-noch zu betrachten. Dies ist ein interessanter Gedanke, doch müsste genauer bedacht werden, welche logischen Konsequenzen diese Aufgabe der Einteilung in Positivität und Negativität für das ontologische Argument hätte.

Zu Definition 2: “Die Eigenschaft ϕ ist eine Essenz eines Objektes x genau dann, wenn x die Eigenschaft ϕ besitzt und alle Eigenschaften des Objekts “Konsequenzen” von ϕ sind.”¹⁶⁹

Eigenschaften werden von Essenzen impliziert und Essenzen selbst werden nicht impliziert. Angenommen α ist eine Essenz eines Individuums x , β und γ sind andere Eigenschaften, dann sind β und γ Konsequenzen aus α laut Definition 2. Wäre nun γ auch eine Essenz, so wäre plötzlich α eine Konsequenz aus γ , was bedeutet, eine Essenz wäre eine Konsequenz einer anderen Essenz. Dies würde zu einem Widerspruch führen, weshalb in Definition 2 auch festgelegt ist, dass “zwei Essenzen einer Entität x notwendigerweise äquivalent sind”¹⁷⁰.

Zu Axiom 3: “Positive (bzw. negative) Eigenschaften sind in allen möglichen Welten positiv (bzw. negativ).”¹⁷¹

Hier verwendet Bromand die Mögliche-Welten-Semantik mit dem charakteristischen Verständnis von Notwendigkeit in S_5 . Was hieran interessant ist, ist dass er dieses Axiom in Verbindung mit Gödels Bestimmung von Positivität “in a moral and aesthetic sense” bringt. Die moralischen Gesetze sind in jeder möglichen Welt dieselben und somit notwendig wahr. “Was moralisch ist und was nicht, steht ein für allemal fest und ändert sich nicht mit der Beschaffenheit der Welt.”¹⁷² Moralische Gesetze müssten demnach eigene abstrakte Entitäten ähnlich den Eigenschaften und den Zahlen sein.¹⁷³

¹⁶⁸ Ebd.

¹⁶⁹ Bromand, S. 395.

¹⁷⁰ Ebd.

¹⁷¹ Bromand, S. 396.

¹⁷² Ebd.

¹⁷³ Vgl. hierzu auch Punkt 3.1 der vorliegenden Arbeit: hier wurde etwas näher auf die moralischen Regeln bei der Schöpfung in Leibnizens Philosophie eingegangen.

Zu Definition 3¹⁷⁴: “Eine Entität x existiert notwendig ($E(x)$) genau dann, wenn jede ihrer Essenzen notwendigerweise exemplifiziert (bzw. in jeder möglichen Welt ‘verwirklicht’) ist.”¹⁷⁵

Dies ist eine unproblematische, und daher sehr nahe liegende, Interpretation von notwendiger Existenz anhand des Diskursuniversums und der Notwendigkeit nach S_5 , wenn man das “notwendigerweise exemplifiziert” und das “bzw.” wegstreicht, sodass nur der Teil in den Klammern übrig bleibt. Lässt man aber den Teil in den Klammern weg, nähert sich diese Deutung der meinen an und hört auf, unproblematisch zu sein.

Es handelt sich hierbei um zwei unterschiedliche Übersetzungen, die zwei vollkommen verschiedene Dinge aussagen. Einmal die leichte: “ein Individuum existiert genau dann notwendigerweise, wenn es in jeder möglichen Welt wahr ist, dass es existiert”. Dies entspricht der Definition von notwendiger Existenz in S_5 aus dem Kapitel über Modallogik¹⁷⁶. Die andere Lesart ist “ein Objekt x existiert genau dann notwendig, wenn ihre Essenz notwendig instanziiert ist” und diese Interpretation widerspricht allem, was bisher dargestellt wurde. Denn bis zu diesem Punkt wurde immer gesagt, dass Eigenschaften unabhängig von Objekten, in welchen sie instanziiert sind, existieren. Eigenschaften müssen nicht einmal instanziiert sein, und es gibt solche, die nie an einem Objekt waren, sind und sein werden. Warum sollte dann plötzlich eine Eigenschaft, eine Essenz, notwendigerweise in einem Individuum exemplifiziert sein?

Die Lösung des Problems, welche Lesart die richtige ist, kommt durch die Beantwortung der Frage: handelt es sich bei dieser Definition $E(x) \equiv (\varphi)[\varphi \text{ Ess } x \supset N(\exists x)\varphi(x)]$ um eine de dicto oder eine de re Aussage? Aber zuerst gehen wir ein wenig weiter mit den Philosophen und ihren Interpretationen, um nach einiger Zeit zu diesem Punkt zurückzukehren.

Zu Theorem 2:

“(i) Wenn etwas göttlich ist, dann ist es notwendig, daß etwas Göttliches existiert; (ii) Wenn etwas Göttliches existiert, dann ist es notwendig, daß etwas Göttliches existiert; (iii) Wenn es möglich ist, daß etwas Göttliches existiert, dann ist es möglicherweise notwendig, daß etwas Göttliches existiert; (iv) Wenn es möglich ist, daß etwas Göttliches existiert, dann ist es notwendig, daß etwas Göttliches existiert.”¹⁷⁷

Bromand verwendet in der Interpretation des Schlusstheorems, wie bereits erwähnt, nicht die Definition von Möglichkeit und Notwendigkeit anhand der Mögliche-Welten-Semantik. Es handelt sich bei den in Theorem 2 angeführten Formeln um de dicto Aussagen, was in Bezug auf das

¹⁷⁴ Gödel hat in seinem Beweis nur die ersten beiden Definitionen nummeriert, die dritte nicht. Wenn in der Sekundärliteratur (und im Folgenden auch in dieser Arbeit) über Definition 3 gesprochen wird, wird damit $E(x) \equiv (\varphi)[\varphi \text{ Ess } x \supset N(\exists x)\varphi(x)]$ gemeint.

¹⁷⁵ Ebd.

¹⁷⁶ Punkt 1.1.6 der vorliegenden Arbeit.

¹⁷⁷ Bromand, S. 397.

Diskursuniversum bedeutet, dass es um die Modalität von Aussagen in möglichen Welten geht und nicht um Gegenstände in diesen. Die Interpretation des Theorems mit der Mögliche-Welten-Semantik erscheint daher vom logischen Aspekt her problemlos zu sein.

3.7.2 Robert M. Adams

Adams bietet keine detaillierte Interpretation des formalen Beweises, sondern spricht hauptsächlich über Gödels Standpunkt zu Eigenschaften, positiven Eigenschaften, Essenzen und Möglichkeit, wobei er sich sehr um die Darstellung der Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen Leibniz und Gödel bemüht.

In diesem Zusammenhang spricht Adams von den Definitionen von positiven Eigenschaften, wobei Leibniz positive Eigenschaften so gebaut sieht, dass Negation keine Rolle in deren internen Strukturen spielt.¹⁷⁸ Gödels positive Eigenschaften oder Perfectiven sind ebenfalls über ihre innere Widerspruchsfreiheit, aber zusätzlich noch darüber, was sie implizieren, definiert.¹⁷⁹ Gödels Eigenschaften weisen eine weitere Eigenart auf, welche sie von denen Leibnizens unterscheidet:

“Gödel’s definition of G and E, and his syntactical treatment of them and of $x = x$ and $x \neq x$, suggest that he was pretty generally willing here to postulate properties corresponding to propositional functions of a single individual variable.”¹⁸⁰

Dies wird von Sobel als “großzügige Interpretation von Eigenschaften” bezeichnet.

Aus diesen Bestimmungen der Eigenschaften kann Gödel deren Kompatibilität ableiten und meint, somit die Möglichkeit der Existenz Gottes bewiesen zu haben. Leibnizens Befürchtung, aus der Konstruktion der Eigenschaften könnten Widersprüche in Form von Negationen auftreten, ist hier ausgeschlossen worden, und die Kompatibilität der positiven Eigenschaften nimmt im Beweis von 1970 die Form des Axioms 5 an, welche hier die gesamte Beweislast der Kompatibilität des Eigenschaftssystems trägt. Adams verweist in diesem Zusammenhang auf die älteren Notizen Gödels, wenn er über die Verbindung der positiven Eigenschaften mittels Disjunktion und Negation spricht. Diese Konzeption sieht Adams als den größten Unterschied zu Leibnizens Konstruktion des Systems positiver Eigenschaften an: bei Gödel genügt eine positive Eigenschaft, um das gesamte System positiv zu machen.

“The central idea of the suggested proof is presumably that there is no way in which properties can be mutually inconsistent if the disjunctive normal form of each, in terms of elementary properties, contains at least one member without negation. It must be assumed here that the elementary properties are positive.

¹⁷⁸ Adams meint hier scheinbar die miteinander verträglichen Monaden Leibnizens. Monaden selbst können nicht in sich widersprüchlich sein, da sie aus nichts als sich selbst bestehen und daher nicht aus anderen Teilen, welche einander widersprechen könnten, zusammengesetzt sind (wie unter Punkt 2.3 dieser Arbeit dargestellt).

¹⁷⁹ Wie unter Punkt 3.1 ausgeführt.

¹⁸⁰ Adams, S. 395.

[...] Gödel sees all other properties as constructed out of them by operations of disjunction (*inclusive disjunction must be meant here*) and negation.”¹⁸¹

Die elementaren Eigenschaften in Gödels Konzept entsprechen dabei den Leibnizschen einfachen Begriffen oder Monaden. Doch in Bezug auf deren Verbindung zu einem Gesamtsystem besteht der Unterschied zwischen beiden darin, dass Gödel Negationen im System zulässt. Nur eine Eigenschaft muss positiv oder “rein gut” sein, also keine Negation in seiner Konstruktion enthalten, um die Widerspruchsfreiheit des Gesamtsystems zu gewährleisten. Adams sieht in Gödels Bestimmungen für ein Eigenschaftensystem eine deutliche Verbesserung der Leibnizschen Konzeption. Gleichzeitig sieht er allerdings die Annahme, dass Probleme bzgl. der Verträglichkeit der Eigenschaften rein auf formalen Widersprüchen basieren sollen, als fragwürdig an.

3.7.3 Jordan Howard Sobel

In der Einführung zu seinem Aufsatz über Gödels ontologisches Argument verspricht Sobel, einen durch den Beweis verursachten “Kollaps der Modalität”¹⁸² vorzustellen. Der Kollaps besteht darin, dass alle Wahrheiten durch Gödels System zu notwendigen Wahrheiten werden, es keine kontingenten Gegenstände gibt und alle möglichen Welten gleich sind, indem sie dieselben Gegenstände beherbergen. In Sobels Interpretation des Beweises wird das Zusammenspiel von Eigenschaften, Identität und notwendiger Existenz bei Gödel durch die Definition 3 deutlich gemacht.

Sobel verwendet eine andere Variante des Beweises, welche eine Mischung aus dem Original, der Version von Dana Scott und eigenen Interpretationen ist.¹⁸³ Ich beschränke mich in dieser Arbeit darauf, die für die Überlegungen zu Eigenschaften, Existenz und Identität relevanten Stellen aus Sobels Text anzuführen.

Sobel verweist auf die Definition von notwendiger Existenz aus Gödels Beweis: “NE(x) $\leftrightarrow \forall \varphi [\varphi \text{ Ess } x \rightarrow \Box \exists x \varphi(x)]$ ”¹⁸⁴ und übersetzt diese in die Alltagssprache mit

“According to Def NE, a thing has necessary existence if, for each essence of it, it is necessary that something has this essence. I note that if it is necessary that in the system things have unique essence-’ $\varphi \text{ Ess } x \wedge \psi \text{ Ess } x \rightarrow \Box \varphi = \psi$ ’ [...] - and one can say that a thing has necessary existence if it is necessary that something has its essence.”¹⁸⁵

¹⁸¹ Adams, S. 398.

¹⁸² “collapse of modality”. Sobel, S. 241ff.

¹⁸³ Im Anhang zum Aufsatz ist das verwendete Material von Gödel und Scott angeführt; wenn Sobel im Text eine eigene Interpretation oder Ableitung des Beweises verwendet, weist er darauf hin.

¹⁸⁴ Sobel, S. 244.

Im Originalbeweis wurde die Definition der notwendigen Existenz als $E(x) \equiv (\varphi)[\varphi \text{ Ess } x \supset N(\exists x)\varphi(x)]$ geschrieben.

¹⁸⁵ Sobel. S. 245.

Hier verbindet Sobel drei Punkte aus Gödels System:

- a) "Unique essence" bedeutet, dass es in einer Welt nicht zwei unterschiedliche Gegenstände mit gleicher Essenz geben kann. Wenn ein Objekt x in einer Welt die Essenz ϕ hat, und y in derselben Welt die Essenz ϕ hat, dann muss x gleich y sein. Es handelt sich hierbei um die individuelle Essenz, welche im ersten Kapitel der vorliegenden Arbeit vorgestellt wurde.¹⁸⁶
- b) Die Definition der notwendigen Existenz besagt, dass wenn etwas eine Essenz hat, dann muss es auch notwendig ein Objekt geben, das diese Essenz hat. Sobel verwendet hierfür den Ausdruck der "notwendigen Instanziierung".
- c) In Gödels System gibt es weiters die Eigenschaft eines jeden Dinges, mit sich (mit seiner Essenz) identisch zu sein¹⁸⁷ und diese Eigenschaft zählt Sobel zu den Essenzen eines Gegenstandes.¹⁸⁸

Mit der Definition der notwendigen Existenz wird deutlich, dass "it itself have its essence and exists with this essence in every world"¹⁸⁹. Diese drei Punkte zusammen ergeben für Sobel die Hauptaussage aus Gödels Beweis, nämlich die Definition der notwendigen Existenz, welche besagt, dass wenn ein Objekt eine Essenz hat (die gleichzeitig die Identität des Gegenstandes darstellt), dann existiert dieses Objekt notwendig¹⁹⁰ und somit auch in der aktuellen Welt.

Wie bereits an mehreren Stellen dargestellt stiftet die Gesamtheit der positiven Eigenschaften, so ihre Elemente kompatibel sind, die Möglichkeit der Existenz eines Wesens mit genau diesen Eigenschaften. Zusammen mit der Definition der notwendigen Existenz kann aus der möglichen Existenz Gottes auf die Notwendigkeit seiner Existenz geschlossen werden. Sobel vollzieht diesen Schluss sehr ausführlich und auf formelle Weise. Er geht von einem Theorem 1 " $P(\phi) \rightarrow \diamond \exists x \phi(x)$ "¹⁹¹ aus, welches bedeutet: "Wenn ϕ eine positive Eigenschaft ist, dann ist es möglich, dass es ein x gibt, das ϕ hat". Nach diversen Rechenschritten ergibt Theorem 1 das Theorem 4: " $P(\phi) \rightarrow \square \exists x \phi(x)$ "¹⁹². Diese Schreibweise stellt den Einfluss der positiven Eigenschaften auf den Schluss "wenn möglich, dann notwendig" deutlicher dar, als dies in Gödels Beweis geschieht. Im Originalbeweis bleibt im Schlusstheorem nur noch die Eigenschaft "G" als kompatibles System

¹⁸⁶ ab Punkt 1.1.3

¹⁸⁷ "for each thing, there is the property of being identical with it, this property will be part of a thing's essence". Ebd.

¹⁸⁸ Im Sinne von $x = a$.

¹⁸⁹ Ebd.

¹⁹⁰ Im Sinne der Notwendigkeit in S_5 .

¹⁹¹ Sobel, S. 242.

¹⁹² Sobel, S. 248.

aller positiven Eigenschaften stehen. Sobel versucht den Übergang vom Konzept der positiven Eigenschaften zur realen Existenz eines Individuums, welche diese positiven Eigenschaften hat, klarer herauszuarbeiten, insbesondere unter Berücksichtigung der Definition von notwendiger Existenz.

Da das Theorem $\diamond \exists xG(x) \supset \square \exists xG(x)$ bewiesen wurde, muss es für alle positiven Eigenschaften wahr sein, dass es notwendig zumindest ein Objekt gibt, das sie hat. Oder anders gesagt: wenn G als Zusammenschluss aller positiven Eigenschaften instanziiert ist, dann sind somit auch alle positiven Eigenschaften instanziiert. Diese Aussage mag redundant klingen, eröffnet allerdings die Frage, ob die positiven Eigenschaften nur in Gott notwendig instanziiert sind, oder ob diese auch vereinzelt in anderen Gegenständen notwendig instanziiert sein können. Eine weitere, damit in Zusammenhang stehende Frage ist jene, die uns bereits bei Bromand begegnet ist: wie soll die Definition über die notwendige Existenz (bzw. über die notwendige Instanzierung von Eigenschaften) verstanden werden? Doch auch an dieser Stelle muss die Bearbeitung dieser Frage verschoben werden.

Sobels Kritik an Gödel setzt bei den Eigenschaften an. Einerseits daran, welche konkreten Prädikate nun gemeint sein könnten, wenn Gödel von positiven Eigenschaften spricht.

“Any *real* being [...] that possessed all and only *positive* properties and thus only *necessarily instantiated* properties, would not be red, blue, or, indeed, any color at all”¹⁹³.

Weder kann die Eigenschaft “wirklich und rot sein” eine logische Notwendigkeit darstellen, noch kann die Aussage, dass wirkliche rote Dinge hätten sein können (im Sinne einer möglichen Welt), als notwendig betrachtet werden. Da das göttliche Wesen nur notwendig instanziierte Eigenschaften hat, muss es allerdings “Rotsein” nicht als Eigenschaft haben. Dagegen kann aber angenommen werden, dass ein göttliches Wesen “empfindsam und/oder bewusst” (“sentient or cognizant”¹⁹⁴) sein sollte. Die gegenteilige Annahme, das Fehlen dieser Eigenschaften in einem göttlichen Wesen, hält Sobel für verstörend. Doch kann man annehmen, dass es mögliche Welten gibt, in welchen es weder empfindsame, noch bewusste Gegenstände gibt. “There could, I am convinced, have been nothing other than earth, air, fire [...] and water”¹⁹⁵. Darin sieht Sobel zumindest eine logische Möglichkeit. Eine Welt ohne Gegenstände mit Bewusstsein ist wahrnehmbar und möglich. Man könnte hiergegen die Frage einwenden: warum sollte es eher notwendig sein, dass ein bewusster und empfindsamer Gegenstand existiert als ein roter?

¹⁹³ Sobel, S. 249.

¹⁹⁴ Ebd.

¹⁹⁵ Ebd.

Sobel beruft sich auf "Intuition". Intuitionen sind keine Argumente¹⁹⁶, sondern stellen Annahmen dar, welche Argumentationslasten erschaffen. In Sobels Beispiel hätte derjenige die Argumentationslast zu tragen, der die Annahme es sei "logisch notwendig, dass es wirkliche rote Gegenstände gibt" vertritt; gleichzeitig gibt es scheinbar keinen Grund, Argumente für die gegenteilige Annahme zu suchen oder gar zu finden, weil diese intuitiv richtig ist. Analog dazu ist es einleuchtend¹⁹⁷ anzunehmen, dass ein Diskursuniversum ohne empfindsame und bewusste Gegenstände durchaus im Bereich des Möglichen liegt, bzw. auch eine solche Welt hätte aktual sein können. Und für dieses Möglichkeitsargument muss Sobel, seiner intuitiven Ansicht nach, keine Argumente vorbringen.

Auf Basis einer intuitiven Zugangsweise spricht Sobel nun gegen die spezielle Konzeption der Eigenschaften in Gödels Beweis: Gödels Argument behauptet, dass jeder Gegenstand (auch Gott) "has for every property either it or its negation"¹⁹⁸. Gödels System in Verbindung mit traditionellen religiösen Ansichten über Gott¹⁹⁹ zeigt dann, dass Eigenschaften, die von religiöser Bedeutung sind, Negationen der Eigenschaften von Gödels Gott wären. Gödels Gott wäre nicht allwissend, nicht allmächtig und auch nicht gütig. "[The God of the system] would indeed lack every 'attribute of God' that might recommend it as an object of worship"²⁰⁰. Ein solches Wesen würde dem allgemeinen Gebrauch des Wortes "Gott" nicht entsprechen. Dies ist aber ein eigener Streitpunkt, der uns hier nicht weiter interessieren soll.

3.7.3.1 Der modale Kollaps

Sobel will zeigen, dass die gegebene Interpretation von Eigenschaften in Verbindung mit dem kompatiblen System der Eigenschaften Gottes in Gödels System die notwendige Existenz von jedem Existierenden und die notwendige Wahrheit jeder Wahrheit impliziert.

Da ein göttliches Wesen nur notwendig instanziierte Eigenschaften hat, folgt im System, dass was auch immer wahr ist, es auch notwendigerweise ist und, dass was auch immer existiert, notwendigerweise existiert.

Um dies zu zeigen verwendet Sobel das Konzept der individuellen Essenz und nimmt an, dass jeder Gegenstand eine solche Essenz hat: " $\forall x \exists \phi \phi \text{ Ess } x$ ". Dieses Prinzip der individuellen Essenzen sieht Sobel im Originalbeweis impliziert, auch wenn es in diesem nicht explizit angeführt ist. In

¹⁹⁶ Sobel, S. 250.

¹⁹⁷ "obvious". Ebd.

¹⁹⁸ Ebd.

¹⁹⁹ Sobel weist nicht aus, von welchen Traditionen er spricht.

²⁰⁰ Ebd.

Zusammenhang mit individuellen Essenzen stellt Sobel die Frage nach kontingenten Gegenständen. Im Allgemeinen werden (manche) kontingente Gegenstände für Objekte ohne Essenzen gehalten, da sie kein komplettes Konzept, wie das der positiven Eigenschaften und der Identität Gottes in Gödels Beweis haben. Wenn allerdings jeder beliebige Gegenstand eine eigene Essenz hat, dann macht ihn diese nach der Definition der notwendigen Existenz zu einem notwendig existierenden Wesen. Gödels Definitionen der Essenzen erlauben keine "free agents"²⁰¹, keine zufällig existierenden Objekte. Es ist demnach *nur eine* Essenz an einem Objekt nötig, damit die Definition der notwendigen Existenz an diesem Objekt angewendet werden kann.

Hinzu kommt das Axiom, dass mit sich selbst (im Sinne von $x = a$) und nicht mit einer anderen Essenz identisch sein eine positive und damit eine Eigenschaft Gottes ist. Hieraus ergeben sich zwei Annahmen, nämlich a) jeder nicht-göttliche Gegenstand hat eine Essenz und b) Gott hat dies als Eigenschaft. Da alle Eigenschaften Gottes notwendig instanziiert sind, sind die Essenzen aller nicht-göttlichen Gegenstände notwendig existent.²⁰² Und somit kann Sobel sagen "so every existent being has necessary existence"²⁰³, indem er das Theorem " $\forall y NE(y)$ "²⁰⁴ beweist. Vielleicht hat Gödel dies gewusst, als er in seinen Notizen von 1941 über die Instanziierung kompatibler Systeme von Eigenschaften schrieb, dass "es leicht beweisbar wäre"²⁰⁵, dass für jedes dieser Systeme ein reales Objekt existiert. Er nannte diese Überlegung allerdings "schlecht" und meinte "Vielmehr will $\varphi(x) \supset N \varphi(x)$ erst aus der Existenz Gottes folgen"²⁰⁶. Dass es für jede Essenz - so man Gödels Gott akzeptieren will - ein konkretes Objekt gibt, hat Sobel gezeigt.

Auf dieser Basis meint Sobel herauslesen zu können, dass eine weitere Eigenschaft Gottes "in der Gegenwart aller Wahrheiten sein"²⁰⁷ ist. Hier verwendet Sobel wiederum die Definition der notwendigen Existenz, wenn er sagt, dass auch diese Eigenschaft als Eigenschaft Gottes notwendig instanziiert sein muss, was er auch in der Folgerung des Schlusstheorems $N(\exists y)G(y)$ repräsentiert sieht. Daraus folgt, dass alle Wahrheiten notwendige Wahrheiten sind. Die Kontingenz ist somit in Gödels System abgeschafft.

Genau hier liegt der große Unterschied zwischen Leibniz und Gödel:

²⁰¹ Ebd.

²⁰² Sobel zeigt dies auf formalem Wege sehr ausführlich ab S. 252f.

²⁰³ Sobel, S. 253.

²⁰⁴ Sobel, S. 252.

²⁰⁵ Gödel, S. 434.

²⁰⁶ Ebd.

²⁰⁷ Sobel, S. 253.

“The necessity that Leibniz was so concerned to avoid obtains in Gödel’s system. In it everything that is true is necessarily true [...] And this necessity obtains whether or not it is stipulated that every individual has an essence in the Leibnizian sense, a complete individual concept.”²⁰⁸

Der modale Kollaps besteht somit darin, dass die Modalitäten überflüssig geworden sind. Wenn alles Existierende notwendig existiert und jede Wahrheit eine notwendige Wahrheit ist, so sind Gedanken über Möglichkeit und Notwendigkeit hinfällig geworden, und es bleibt das reine Sein der Gegenstände und Wahrheiten übrig. Die semantische Konsequenz hieraus ist, dass auch mögliche Welten nicht mehr zu gebrauchen sind, denn sie sind alle gleich geworden. Laut Sobel löst Gödel mit seinem Beweis die Form, in welcher dieser geführt wird, auf.

Sobel zeigt das Verhältnis zwischen Eigenschaften (in Form von Essenzen) und Identität in Gödels Beweis auf: Gottes Identität, welche das Resultat eines abgeschlossenen Konzeptes von Eigenschaften ist, ist gleichsam der Ursprung aller anderen aus Eigenschaften gebauten Identitäten. Und alle diese sind notwendig existent und notwendig wahr.

3.8 Zusammenfassung der wichtigsten Punkte

- a) Eigenschaften sind entweder positiv oder negativ, und das mit Notwendigkeit. Positiv bedeutet hier in einem moralisch-ästhetischen Sinn. Eigenschaften können ein kompatibles System bilden und somit die Identität eines Objektes stiften.
Mit sich selbst identisch sein ist wiederum eine positive Eigenschaft.
- b) Gödels Begriff der Notwendigkeit enthält den der Widerspruchsfreiheit (im Sinne eines kompatiblen Systems von Eigenschaften) und bedeutet “wahr in jeder möglichen Welt”.
- c) Definition 2 beinhaltet auch die Ansicht, dass zwei unterschiedliche Essenzen eines Objektes notwendigerweise identisch sein müssen. Die Definition ist noch weiter interpretationsbedürftig hinsichtlich ihrer Aussage, dass alle Eigenschaften eines Objektes Konsequenzen aus dessen Essenz sind.
- d) Definition 3 ist problematisch einerseits hinsichtlich ihrer unterschiedlichen Deutungen in der Alltagssprache und der darin auftretenden Identität von de re und de dicto Aussagen; andererseits ist sie es in Bezug auf den modalen Zusammenbruch, welcher ein Gleichwerden von de dicto und de re Aussagen auf formaler Ebene ermöglicht.

²⁰⁸ Sobel, S. 254.

3.9 Die problematische Äquivalenz von de dicto und de re Aussagen

Wie unter Punkt 1.1.3 der vorliegenden Arbeit dargestellt, wird die Unterscheidung von de dicto und de re Aussagen durch die Positionierung des Modaloperators ausgedrückt. Der Unterschied zwischen diesen beiden Aussagenformen liegt darin, dass im de dicto Fall die Modalität des Aussagens und im de re Fall die Modalität des Ausgesagten beschrieben wird. Nun verhält es sich in Gödels Beweis so, dass alle Modalitäten scheinbar in Form von de dicto Aussagen auftreten, was den Beweis hinsichtlich der Unterscheidung der beiden Aussagenformen unproblematisch macht. Ich habe an mehreren Stellen darauf hingewiesen, dass diese Unterscheidung (insbesondere im Falle der Übersetzung der Definitionen 2 und 3 in eine Alltagssprache) allerdings nicht immer so leicht aufrecht zu erhalten ist.

Auf dreifache Weise ergibt sich eine Äquivalenz von de dicto und de re Aussagen auf Basis des von Gödel verwendeten (oder erschaffenen) Systems: eine schwache Version dieser Äquivalenz tritt in der Übersetzung der Definitionen auf; eine mittelstarke in der Konzeption der Essenz und der mit ihr verbundenen Definition der notwendigen Existenz; und eine starke wird letztlich von Sobels modalem Kollaps gestützt, wenn ich behaupte, dass die Äquivalenz der beiden Barcan Formeln $\forall(x) \Box \phi x \equiv \Box \forall(x) \phi x$ in Gödels System gilt.

3.9.1 Die Angleichung von de dicto und de re Aussagen in der Übersetzung in die Alltagssprache

Wenn formale de dicto und de re Aussagen in die Alltagssprache übersetzt werden, so wird an mancher Stelle die Unterscheidung der beiden Beschreibungsformen weniger strikt gehandhabt, als dies in der formalen Form eingefordert wird.

Erinnern wir uns in diesem Zusammenhang an die Interpretation der Definition 3 $E(x) \equiv (\phi)[\phi \text{ Ess } x \supset N(\exists x)\phi(x)]$ bei Bromand “Eine Entität x existiert notwendig ($E(x)$) genau dann, wenn jede ihrer Essenzen notwendigerweise exemplifiziert (bzw. in jeder möglichen Welt ‘verwirklicht’) ist.”²⁰⁹ Hier wurde die Definition 3 einmal als de re Aussage (das wäre der Teil ohne die Klammern) und einmal als de dicto Aussage (das ist der Teil in den Klammern) übersetzt.

Sobel spricht im Allgemeinen von der “notwendigen Instanziierung” der Essenzen (Gottes), wenn er über Definition 3 spricht. Diese Übersetzung erweckt den Anschein, dass Essenzen an einem Objekt instanziiert sein müssen. In diesem Falle wäre es eigentlich gleichwertig, dieses Gesetz in de re oder de dicto Aussagen auszudrücken. Im Falle der Übersetzungen der formalen Ausdrücke in eine Alltagssprache nähern sich de dicto und de re Aussagen an.

²⁰⁹ Bromand, S. 396; Besprochen unter Punkt 3.7.1 der vorliegenden Arbeit.

3.9.2 Die versteckte de re Aussage in der de dicto Definition von Essenzen

Gödels Definition 2 $\varphi_{\text{Ess.x}} \equiv (\psi)[\psi(x) \supset N(y)[\varphi(y) \supset \psi(y)]]$ besagt, dass es notwendig gilt, dass alle kontingenten Eigenschaften eines Objektes Konsequenzen aus dessen Essenz sind, und dass zwei Essenzen eines Objektes immer gleich sind. Die Essenz “Gott-Sein” wurde definiert als “nur und alle positiven Eigenschaften haben”. Das Gesetz dieser Konsequenz ist eine de dicto Modalität, d.h. die Relation “akzidentielle Eigenschaften sind Folgen aus einer Essenz” ist wahr in jeder möglichen Welt. Dennoch kann man sich des Eindrucks nicht erwehren, dass Definition 2 alle akzidentiellen Eigenschaften eines Objektes zu notwendigen macht, und Gödel genauso gut hätte schreiben können $(y)[\varphi(y) \supset N\psi(y)]$.

Meine individuelle Essenz habe ich notwendigerweise. Ohne sie wäre ich nicht diejenige die ich bin, und aus ihr kommen alle meine zufälligen Eigenschaften, alle vergangenen, gegenwärtigen und zukünftigen. Sie sind kontingente Folgen aus etwas, das ich notwendigerweise habe. Doch wie kann man das verstehen?

Entweder sind Essenzen dann gottähnlich in dem Aspekt, dass sie fähig sind, aus ihrer eigenen Notwendigkeit heraus kontingente Dinge zu erschaffen, oder sie erschaffen wiederum notwendige Dinge, und meine zufälligen Eigenschaften werden auf diesem Wege ebenfalls notwendig. Wenn dies der Fall ist, dann wäre meine Eigenschaft “grüne Augen haben” eine notwendige Konsequenz aus meiner Essenz. Wenn meine Essenz dann in mehr als einer Welt instanziiert ist, dann hätte ich auch in allen anderen Welten als in der aktualen grüne Augen und auch alle anderen Eigenschaften, die ich jetzt habe, wären an meinen “Doppelgängern”. Alle Welten hätten, so mehrere individuelle Essenzen instanziiert sind, dieselben Individuen mit den genau selben Eigenschaften und alle möglichen Welten im Diskursuniversum wären mehr oder weniger gleich. Die Anwendung der Definition 2 an diesem konkreten Beispiel zeigt, dass bereits in Gödels Essenzbegriff das Zusammenfallen von de dicto und de re Aussagen enthalten ist, da alle akzidentiellen Eigenschaften eines Objektes durch ebendiese Definition zu notwendigen Eigenschaften gemacht werden.

Aber was genau kann als meine Essenz angesehen werden? Bisher habe ich von individuellen Essenzen, wie sie im ersten Kapitel der vorliegenden Arbeit dargestellt wurden, gesprochen. Sehe ich meine Essenz allerdings nicht als individuelle, sondern als Eigenschaft “Mensch-Sein”, wie Aristoteles es getan hätte, an, so müsste zugegeben werden, dass es sich bei “grüne Augen haben” um eine rein akzidentielle Eigenschaft handelt, da es mehr als eine Augenfarbe unter den Menschen gibt. Dann stimmt aber Gödels Definition nicht mehr, denn meine Eigenschaften würden nicht aus meiner Essenz abgeleitet. Es kann sich im Falle der individuellen Essenzen bei Gödel nicht um so

etwas wie “Mensch-Sein”, “Hund-Sein” oder dergleichen handeln, da diese Raum für kontingente Eigenschaften lassen.

Es ist unbestreitbar, dass die Gegenstände der aktualen Welt Veränderungen unterworfen sind, was die Idee der Notwendigkeit scheinbar akzidentieller Eigenschaften ins Schwanken bringt. Aufgrund dieser Überlegung wäre eine mögliche Alternative, dass Gödel die Definition 2 nicht auf nicht-göttliche Gegenstände angewendet wissen wollte. Dagegen spricht aber Gödels Notiz von 1941:

“Wenn man annimmt $\varphi(x) \supset N \varphi(x)$ (weil aus dem Wesen von x folgend), dann ist es leicht beweisbar, daß es für jedes kompatible System von Eigenschaften ein Ding gibt, aber das ist *der schlechte Weg*. Vielmehr will $\varphi(x) \supset N \varphi(x)$ erst aus der Existenz Gottes folgen.”²¹⁰

Diese Stelle aus Gödels Notizen legt nahe, dass Gödel tatsächlich, wie von Sobel interpretiert, an individuelle Essenzen dachte. Allerdings ist nicht gesagt, dass jedes existierende Ding ein kompatibles System von Eigenschaften oder gar eine Essenz hat. Die Notiz könnte auch lediglich besagen, dass es außer der göttlichen Gesamtheit von Eigenschaften auch andere Systeme gibt, welche instanziiert sein könnten, wie z.B. Geister, andere Götter oder Engel udgl..

Es kann aber auf Basis des von Sobel beschriebenen modalen Kollapses angenommen werden, dass jedes Objekt, wenn schon keine individuelle, dennoch *eine* Essenz hat:

Durch das Theorem $\forall y \square E(y)$ hat jeder Gegenstand Existenz notwendig und somit als wesentliche Eigenschaft, als Essenz. Wenn Existenz, wie in Gödels System angenommen, eine Eigenschaft ist, so wird sie in Sobels Theorem zu einer Essenz, denn hier wird deutlich, dass für alle Gegenstände gilt, dass sie die Eigenschaft “Existenz” notwendigerweise haben. Somit ist die Eigenschaft “Existenz” zu einer Essenz evolviert. In Gödels Beweis wird notwendige Existenz “nur” als Folge einer bestimmten Beziehung von (anderen) Essenzen und Existenz angesehen. Dennoch war es Sobel möglich, sein Theorem $\forall y \square E(y)$ aus Gödels System heraus abzuleiten. Ob Gödel selbst, wenn auch nicht explizit im Beweis von 1970, notwendige Existenz als Essenz ansah, ist nicht so leicht zu erkennen.²¹¹ Doch sobald ein Gegenstand eine Essenz hat, gilt für ihn die Definition 2, welche alle Eigenschaften zu Konsequenzen aus den Essenzen des Gegenstandes macht. Alle Eigenschaften sind somit Folgen aus der Essenz der notwendigen Existenz. Ich nehme daher an, dass Gödels Essenzbegriff mit der ihm eigenen Notwendigkeit akzidentieller Eigenschaften mit einem Seelenkonzeptes verglichen werden kann. Dies bewirkt, dass die Veränderungen meiner

²¹⁰ Gödel, S. 434.

Adams merkte zu dieser Notiz an, dass diese die Frage, was denn unter “Ding” zu verstehen ist, aufwirft. Sind mit “Ding” alle Gegenstände, also auch mögliche gemeint, oder nur aktuale? Adams, S. 400.

²¹¹ Vgl. hierzu Punkt 3.3 der vorliegenden Arbeit. An dieser Stelle habe ich die Essenzbegriffe bei Konyndyk und Plantinga aus Punkt 1.1.3 und Punkt 1.1.5 wiederholt und dem Gödels gegenüber gestellt, wobei die Annahme der Verwendung von individuellen Essenzen in Gödels System bereits angedeutet wurde.

scheinbar akzidentiellen Eigenschaften im Laufe meines Daseins bereits in der Gesamtheit meiner Eigenschaften enthalten sind. Meine Essenz macht damit all meine akzidentiellen Eigenschaften zu notwendigen, sodass ich zu jedem Zeitpunkt meines Lebens notwendigerweise *so* bin. Und dies gilt Dank Sobels Theorem $\forall y \Box E(y)$ für alle Gegenstände im Diskursuniversum.

Aufgrund des modalen Kollapses in Gödels System folgt tatsächlich die notwendige Existenz eines jeden Gegenstandes (mit dessen Eigenschaften) aus der notwendigen Existenz Gottes, und Gödels Anmerkung “Vielmehr will $\varphi(x) \supset N \varphi(x)$ erst aus der Existenz Gottes folgen”²¹² hat im Beweis von 1970 Gültigkeit.

Die zitierte Stelle bereitet (zusammen mit den Definitionen 2 und 3 des Beweis von 1970) den modalen Kollaps vor. Gödel muss sich demnach des Zusammenbruchs der Modalität in seinem System bewusst gewesen sein.

Weiters ist Sobels Ableitung des modalen Kollapses im System des Gödelschen Beweises insbesondere hinsichtlich der Deutung von Definition 3 (notwendige Existenz) interessant. Im Allgemeinen übersetzt Sobel $E(x) \equiv (\varphi)[\varphi \text{ Ess } x \supset N(\exists x)\varphi(x)]$ mit “notwendige Existenz bedeutet, dass Essenzen notwendig instanziiert sind”. Dieser Ausdruck der notwendigen Instanziiierung erinnert an Bromands Übersetzung der Definition “eine Entität x existiert notwendig ($E(x)$) genau dann, wenn jede ihrer Essenzen notwendigerweise exemplifiziert (bzw. in jeder möglichen Welt ‘verwirklicht’) ist.”²¹³ Wie bereits angesprochen, handelt es sich bei Bromand um zwei unterschiedliche Deutungsmöglichkeiten, wobei die eine besagt, dass notwendige Existenz genau dann besteht, wenn ein Objekt in jeder möglichen Welt existiert. Die andere sagt, dass ein Objekt genau dann notwendig existiert, wenn seine Essenz notwendig instanziiert ist.

Wie kann diese notwendige Instanziiierung von Essenzen, oder allgemeiner gesagt von Eigenschaften, gedeutet werden? Wie bereits im Eingangskapitel dargestellt, werden Eigenschaften als abstrakte Entitäten angesehen. Sie sind eigenständig in der Hinsicht, dass sie unabhängig von Objekten existieren. Im Falle der Essenzen widerfährt der Definition von Eigenschaften eine starke Einschränkung in der Form, dass Eigenschaften in dieser speziellen Version plötzlich eine Bindung an Objekte haben. Essenzen sind jene Eigenschaften an einem Objekt, ohne welche dieses nicht dasjenige wäre, das es ist, bzw. Essenz ist diejenige Eigenschaft, ohne die ein Objekt nicht denkbar wäre. Eine Essenz macht ein Objekt zu genau *dem* Objekt, sie gibt Identität, sie macht ein Individuum, genau in der Hinsicht, dass die Essenz nicht unter unterschiedlichen Individuen teilbar

²¹² Gödel, S. 434.

²¹³ Ebd.

ist. Dieser Aspekt der Unteilbarkeit ist in Gödels Beweis durch die Definition 2 vertreten, wenn Gödel sagt “ $\varphi \text{Ess.}x \equiv (\psi)[\psi(x) \supset N(y)[\varphi(y) \supset \psi(y)]]$ ”²¹⁴ und somit akzidentielle Eigenschaften notwendig an ein Objekt bindet.

Der Ausdruck über die notwendige Existenz in Definition 3 lautet: $N(\exists x)\varphi(x)$. Dies ist eine de dicto Aussage und heißt “es ist notwendig, dass es zumindest ein x gibt, das die Essenz φ hat”. Notwendig muss hier als “wahr in jeder möglichen Welt” angesehen werden, wenn man nicht Gefahr laufen will, in eine alltagssprachliche Deutung abzugleiten, welche diese de dicto Aussage zu einer de re Interpretation umwandelt. Ausführlicher müsste man sagen “es ist wahr in jeder möglichen Welt, dass es in jeder dieser zumindest ein x gibt, das die Essenz φ hat.” Analog dazu ist die de re Aussage $(\exists x)N\varphi(x)$ in der Alltagssprache “es existiert zumindest ein x , das die Eigenschaft φ notwendigerweise hat”. Diese de re Version erinnert an die Definition von Essenz als jener Eigenschaft, die ein Objekt notwendigerweise hat. In der de dicto Aussage $N(\exists x)\varphi(x)$ ist bereits eine de re Aussage versteckt, denn Essenzen sind als Eigenschaften definiert, welche notwendig an einem Objekt sind. Dies aber nicht im Sinne einer notwendigen Instanziierung, d.h., ein real existierendes Objekt hat seine Essenz notwendigerweise, aber dass dieses Objekt real existiert, ist nicht notwendig. $N(\exists x)\varphi(x)$ ist daher als “in allen möglichen Welten ist es wahr, dass es in jeder dieser zumindest ein x gibt, das φ notwendigerweise hat” zu übersetzen.

Warum stellt Gödel den Modaloperator an diese spezifische Stelle? Anstelle von $(\varphi)[\varphi \text{Ess } x \supset N(\exists x)\varphi(x)]$ hätte er auch $N(\varphi)[\varphi \text{Ess } x \supset (\exists x)\varphi(x)]$ schreiben können, was in die Alltagssprache rückübersetzt heißt “es ist notwendig für alle φ , dass wenn sie eine Essenz eines x sind, dann gibt es zumindest ein x , das φ hat”, und die gesamte Formel in eine reine de dicto Aussage verwandelt hätte. Doch diese de dicto Form verbessert das problematische Zusammenspiel von Existenz und Essenz leider nicht, denn auch diese sagt aus, dass Essenzen notwendig instanziiert sein müssen.

3.9.3 Die formale Äquivalenz von de dicto und de re Aussagen als Konsequenz des modalen Kollapses

Von einer strikteren, logischeren Seite als der der Übersetzung in die Alltagssprache betrachtet, werden de dicto und de re Aussagen gleich, wenn man den von Sobel beschriebenen modalen Kollaps in Gödels System annehmen will.

²¹⁴ Gödel, S. 403.

Im Abschnitt über Bromands Interpretation (Punkt 3.7.1) wurde bereits die Äquivalenz zweier Essenzen in einem Objekt aus der Definition 2 herausgearbeitet.

Sobel zeigte den modalen Kollaps anhand von der Definition 3 “ $E(x) \equiv (\varphi)[\varphi \text{ Ess } x \supset N(\exists x)\varphi(x)]$ ”²¹⁵, indem er aus dieser die notwendige Existenz aller Objekte mit notwendig instanziierten Essenzen ableitete und daher das Theorem $\forall y \Box E(y)$ ²¹⁶ beweisen kann. Eine Konsequenz aus diesem Theorem ist, dass alle Wahrheiten notwendige Wahrheiten und alle möglichen Welten gleich werden. Eine weitere Konsequenz des modalen Kollapses ist das generelle Gleichwerden von de dicto und de re Aussagen²¹⁷, was insbesondere anhand der Definition 3 und allen aus ihr entspringenden Probleme deutlich wird.²¹⁸

Wenn, so wie Sobel zeigt, alle möglichen Welten gleich sind, ist die Unterscheidung zwischen de re und de dicto Aussagen hinfällig, denn jedes Objekt existierte dann notwendig und notwendig mit seinen Eigenschaften.

Saul Kripke entwickelte 1959 ein System, welches die Identität von de dicto und de re Aussagen impliziert. Bewiesen wird die Äquivalenz $\Diamond(\exists x) Fx \equiv (\exists x) \Diamond Fx$ ²¹⁹. Kripkes System, welches ein modallogisches System S_5 ist, beinhaltet die beiden Barcan Formeln $\forall(x)\Box\varphi x \supset \Box\forall(x)\varphi x$ und $\Box\forall(x)\varphi x \supset \forall(x)\Box\varphi x$.²²⁰ Oder in Worten “aus ‘für alle x gilt, dass sie notwendig φ haben’ folgt ‘es ist notwendig für alle x , dass sie φ haben’”, und umgekehrt für die zweite Barcan Formel.²²¹ Sobels Theorem vom modalen Kollaps $\forall y \Box E(y)$ ist im System Kripkes, welches die Barcan Formeln zulässt äquivalent zu $\Box\forall y E(y)$. Welche semantischen Probleme können aus diesem System folgen, so es akzeptiert wird?

Eine Konsequenz dieses Systems wäre, dass alle möglichen Welten dieselben Individuen beherbergen, d.h., dass alle möglichen Welten gleich wären, denn Notwendigkeit im modallogischen System S_5 wurde als “wahr in jeder möglichen Welt” definiert. D.h., wenn jedes Objekt notwendig existiert, und jede Wahrheit ein notwendige Wahrheit ist, dann müssen diese

²¹⁵ Gödel, S. 403.

²¹⁶ Sobel schreibt Gödels “E” für notwendige Existenz in der Regel als “NE”. Daher kann angenommen werden, dass Sobel einfach “Existenz” meint, wenn er ein bloßes “E” anführt. Da “N” dem Notwendigkeitsoperator \Box entspricht, wäre die Schreibweise “ $\Box NE$ ” reduzierbar auf entweder “ $\Box E$ ” oder “NE”, da Sobels Theorem ebenfalls in S_5 und darin diese Reduktion von Modaloperatoren erlaubt ist.

²¹⁷ Nicht nur in Bezug auf die Definitionen 2 und 3.

²¹⁸ Wenn alle Gegenstände Existenz notwendigerweise und somit als Essenz haben, dann kann auf diese auch die Definition 2 angewendet werden. Eine Seltsamkeit daran ist, so man das Vorkommen von individuellen Essenzen in Gödels System ablehnt, dass alle anderen Eigenschaften aller Objekte Konsequenzen aus der einen Essenz NE sein müssen. Wie kann es dann sein, dass ein und dieselbe Essenz in jedem Gegenstand vertreten, immer wieder von einander unterschiedene Objekte generiert?

²¹⁹ Eine ausführliche Darstellung des Beweises findet sich in Konyndyk, S. 93f, und basiert auf Kripke, Saul Aaron: *A Completeness Theorem in Modal Logic.* - in *The Journal of Symbolic Logic.* V. 24/Nr. 1, Seiten 1-14. 1959.

²²⁰ Ebd.

²²¹ Die Verwendung von Quantifikation in der Modallogik ist genau wegen dieser beiden Formeln umstritten. Da Gödel aber in seinem Beweis das quantifizierte System S_5 verwendet, halte ich es für angebracht, die Barcan Formeln und Kripkes System von 1959 für die Überlegungen der de dicto und de re Aussagen in seinem Beweis heranzuziehen.

wahr in jeder möglichen Welt sein. Die Konsequenz unserer aktualistischen Interpretation des Diskursuniversums ist dann:

“Since the actual world is the standard for the things there are, the Barcan Formula [...] would have the effect of making it the case that no possible world has any individuals who do not exist in the actual world [...] we have the conclusion that exactly the same individuals exist in all possible worlds. But that implies, of course, that all individuals exist necessarily”²²²

Dieser Effekt kann mangelhaft ausgeglichen werden, indem man fragwürdige Annahmen trifft, wie z.B., dass nicht-existierende Individuen Eigenschaften haben.

De dicto und de re Aussagen verlieren durch die Übersetzung der beiden Definitionen in die Alltagssprache ihre Unterscheidbarkeit, welche scheinbar nur im Rahmen ihrer formalen Darstellung aufrechtzuerhalten ist. Eine genauere Betrachtung von individuellen Essenzen hat gezeigt, dass de re Aussagen bereits in den de dicto Aussagen der beiden Definitionen auftreten, und letztlich zeigte der Zusammenbruch des modalen Systems, dass de dicto und de re Aussagen in Gödels Beweis als äquivalent angesehen werden können.

Sobels Interpretation von Gödel legt nahe, dass man Gödels Beweis als im System von Kripke 1959 geführt ansehen kann. Aus dieser Annahme kann dann folgender Gedankengang abgeleitet werden:

Die Voraussetzung für diesen Gedanken sind die folgenden bereits bekannten Axiome und Theoreme:

- | | | |
|----------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|
| <p>1. $\forall y \Box E(y)$
[wobei “E” bei Sobel Existenz bedeutet]</p> | <p>Für alle Objekte gilt, dass sie notwendig existieren. Und das in Form einer de re Aussage, was bedeutet, dass diese Objekte “notwendige Existenz” als Essenz haben.</p> | <p>Sobels Theorem</p> |
| <p>2. $\forall (x) \Box \varphi x \equiv \Box \forall (x) \varphi x$</p> | <p>De dicto und de re Aussagen sind einander äquivalent.</p> | <p>Beide Barcan Formeln in Kripke 1959</p> |
| <p>3. $P(E)$
[wobei “E” bei Gödel “$\Box E$” bedeutet]</p> | <p>Notwendige Existenz ist eine positive Eigenschaft.</p> | <p>Gödels Axiom 4</p> |

²²² Konyndyk, S. 96f.

- | | | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|
| 4. $\varphi \text{Ess}.x \equiv (\psi)[\psi(x) \supset N(y)[\varphi(y) \supset \psi(y)]]$ | Verkürzt: alle Eigenschaften eines Objektes sind Konsequenzen aus dessen Essenz (wobei zwei Essenzen eines Objektes immer identisch sind). | Gödels Definition 2 |
| 5. $P(\varphi).\varphi \supset_{N\psi} \supset P(\psi)$ | Positive Eigenschaften implizieren nur positive Eigenschaften. | Gödels Axiom 5 |

Wenn ich also annehme, dass alle Objekte Sobels Theorem nach notwendig existieren (1), dann haben sie notwendige Existenz als Essenz: $P(E).\text{Ess}.x$, denn Sobels Theorem ist in Form einer de re Aussage geschrieben, welche Existenz zu einer notwendigen Eigenschaft und somit zu einer Essenz macht. Alle Objekte in allen möglichen Welten existieren notwendig gemäß einer de dicto und einer de re Modalität (2). Die Essenz eines Objektes impliziert alle "akzidentiellen"²²³ Eigenschaften dieses Objektes (4). Notwendige Existenz wurde von Gödel als positive Eigenschaft definiert (3). Positive Eigenschaften implizieren nur positive Eigenschaften (5).²²⁴ Daraus folgt, dass jedes Objekt im Diskursuniversum nur positive Eigenschaften hat und negative Eigenschaften nicht exemplifiziert sind.²²⁵ Welche Form der Existenz kann dann den negativen Eigenschaften zugesprochen werden? Existieren diese rein als abstrakte Entitäten, welche nicht instanziiert sein können? Dieser Schluss (so er stimmt) wirft wiederum neue Probleme auf.

Gödel hat (so mein Gedankengang stimmt) mit einem Schlag nicht nur mit dem von Sobel beschriebenen Kollaps der Modalität die Unterscheidung der de dicto und de re Aussagen, sondern auch die Existenz der negativen Eigenschaften obsolet gemacht.

²²³ Wobei man hier nicht mehr von akzidentiellen Eigenschaften sprechen kann.

²²⁴ Eine Essenz impliziert immer eine Eigenschaft oder deren Negation in der Form $\varphi \text{Ess}.x \supset [A(x) \vee \neg A(x)]$. Anhand Gödels System zeigt sich aber, dass letztlich die Implikation $\varphi \text{Ess}.x \supset A(x)$ gilt.

²²⁵ Ich möchte in diesem Kontext an den unter Punkt 3.3 dargestellten Begriff der Harmonie (bzw. Disharmonie) verweisen: an dieser Stelle wurde ausgeführt, dass Harmonie "mehr Sein" hat als Disharmonie, da Disharmonie auf einander negierenden Bauteilen beruht. So der von mir gezogene Schluss, dass nur positive Eigenschaften instanziiert sind, stimmt, hat Gödel mit seinem Beweis tatsächlich eine perfekte Welt geschaffen, welche weit über den Anspruch der maximalen Kompossibilität Leibnizens hinaus geht.

4. Die platonische Deutung der Mathematik

Dem vorgestellten ontologischen Beweis liegt eine bestimmte Deutung der Mathematik zugrunde. In (beinahe) jedem einleitenden Text zu Gödel wird gesagt, dass er Platoniker war. Dieser Platonismus wird im ontologischen Beweis deutlich, wenn Gödel von Eigenschaften und Identität spricht. Doch Gödels Platonismus bezieht sich auf die gesamte Mathematik und Philosophie. So sagt er im *Gibbs-Vortrag*, dass die Mathematik “eine nichtsinnliche Wirklichkeit beschreibt, die unabhängig sowohl von den Handlungen als auch von den Zuständen des menschlichen Geistes existiert”²²⁶. Die Mathematik ist ein abgeschlossenes System, das vom menschlichen Verstand erkannt werden kann, wenn auch nur “unvollständig”²²⁷. Analog zu den in der vorliegenden Arbeit vorgestellten Konzepten der Mögliche-Welten-Semantik und der Eigenschaften existiert auch die gesamte Mathematik als abstrakte Entität. Ihre Teilbereiche können durch den “Sinn” der Vernunft wahrgenommen werden, obwohl sie nichtsinnlich ist. Es gibt somit eine Erkenntnis der Mathematik durch das menschliche Denken, welches fähig ist, die notwendigen Wahrheiten der Mathematik und ihre komplexen Zusammenhänge wahrzunehmen. Wahrnehmung wird in diesem Zusammenhang als reine Verstandesleistung verstanden. Dieser Interpretation der Mathematik steht eine “aristotelische” Ansicht gegenüber, welche die Wahrnehmung der Mathematik anhand physikalischer und astronomischer Gegenstände und deren Relationen erklärt. Diese Seite wird von Gödel nicht vertreten, denn er meint, dass “der Platonismus die einzige Konzeption bleibt, die dem menschlichen Verstande zugänglich ist”²²⁸, denn würde die Mathematik von den Gegenständen der aktuellen Welt (welche kontingent sind) abgeleitet bzw. nur anhand dieser zugänglich sein, wäre es fraglich, ob sie tatsächlich den Anspruch einer notwendigen Wahrheit erfüllen kann. Die Mathematik soll von jeglicher Erkenntnis, die auf empirischer Wahrnehmung beruht, frei sein. Die Vernunft wird hier als zusätzlicher Sinn für die Wahrnehmung und Erkenntnis der Mathematik angesehen, welcher unabhängig von den körperlichen Sinnen operieren kann, und stellt eine “intellektuelle oder rationale Intuition”²²⁹ dar. Wenn die Vernunft als zusätzlicher Sinn angesehen wird, so können auch die Inhalte dieser Wahrnehmung als Sinnesdaten bezeichnet werden, obwohl sie außerhalb der und unabhängig von den körperlichen und somit der klassischerweise als “sinnlich” bezeichneten Vorgänge sind. Die Wahrnehmung der Mathematik vollzieht sich somit auf

²²⁶ Gödel, Kurt: *Gibbs-Vortrag* (Haupttextteil).- Gödel-Nachlass Inventar Nr. 04/93, S. 38f. in Köhler, Eckehart: *Gödels Platonismus*. in *Wahrheit und Beweisbarkeit. Kompendium zum Werk*. Hg. von Bernd Buldt, Eckehart Köhler u.a.- Wien: öbv & hpt Verlag, 2002. S. 341.

²²⁷ Ebd.

²²⁸ Gödel, *Gibbs-Vortrag* (Haupttextteil), S. 342.

²²⁹ Köhler, Eckehart: *Gödels Platonismus*. in *Wahrheit und Beweisbarkeit. Kompendium zum Werk*. Hg. von Bernd Buldt, Eckehart Köhler u.a.- Wien: öbv & hpt Verlag, 2002. S. 342.

der “Akzeptierbarkeit eines Sachverhaltes auf Grund eines Sinnesdatums, oder auf Grund von (deduktiven und induktiven) Schlüssen aus Sinnesdaten”²³⁰.

Gödel beschreibt in Bezug auf den “zusätzlichen Sinn” und die mit ihm verbundene Wahrnehmung zwei unterschiedliche Realitäten. Durch die Vernunft ist uns eine “zweite Wirklichkeit”²³¹ zugänglich, welche außerhalb und unabhängig vom Raum-Zeit-Gefüge unserer Wirklichkeit ist. Dieses ist die Wirklichkeit der Mathematik mit ihren allgemeinen Begriffen und deren Beziehungen. Diese zweite Wirklichkeit ist der Gegenstand des Sinnes Vernunft. Die Trennung der beiden Wirklichkeiten, sodass empirische und mathematische Wirklichkeit von einander strikt unterschieden sind, ist allerdings fragwürdig bis problematisch. Denn die Bereiche “Zahlen, Mengen, Funktionen,...” und empirische Gegenstände sind nicht so einfach auseinander zu halten, wie es hier den Anschein hat:

“Wenn ich morgen in die Spanische Hofreitschule gehe, könnte ich die Anwesenheit von acht Lipizzanern im Gehege feststellen, und zwar beim bloßen Schauen - und entdecke dabei *empirisch* eine Tatsache über die Zahl Acht. Natürlich kann der Mathematiker noch und noch Tatsachen über die Zahl Acht (ohne Augen, Ohren usw.) ausmachen. Dies schafft aber keine Unterscheidung, denn selbiges kann der Mathematiker genausogut über *Lipizzaner*.”²³²

Die mathematischen Wahrheiten sind uns somit rein auf Basis des Denkens, des Sinnes Vernunft, aber auch aufgrund empirischer Beobachtungen zugänglich. Welche Gründe sprechen nun dafür, eine dieser beiden Erkenntnismethode der anderen vorzuziehen?²³³ Ein weiteres Beispiel in Bezug auf die Mengentheorie ist, dass Mengen samt aller mit diesen in Verbindung stehenden Gesetzen in der empirischen Welt auffindbar sind. Die hier beschriebenen Gegenstände sind “extensional”²³⁴, Gödel will die Mathematik davon unterschieden als intensional begreifen. Was ist dann der Gegenstand der Mathematik, wenn Zahlen, Mengen und auch Funktionen Gegenstände der ersten Wirklichkeit sind? Es ist der Begriff.

Begriffe sind, anders als Gegenstände, nicht im Raum-Zeit-Gefüge der empirischen Wirklichkeit. Sind sie aber dennoch in der empirischen Wirklichkeit wahrnehmbar, ähnlich wie die oben beschrieben den Zahlen und Mengen?

²³⁰ Ebd.

²³¹ Gödel, *Gibbs-Vortrag* (Haupttextteil), S. 342.

²³² Köhler, S. 344.

²³³ In diesem Ausschnitt aus dem Aufsatz *Gödels Platonismus* spricht Köhler die Frage nach der Vorgängigkeit von empirischen Gegenstand oder Zahl an. Oder vereinfacht ausgedrückt: was war zuerst - die Zahl oder die gezählten Gegenstände? Im Zählen aufgrund unserer empirischen Sinne und der sinnlich gegebenen Gegenstände erkennen wir eine Wahrheit über die Zahl selbst. Welchen Grund hätten wir auch zum zählen, wenn wir nicht Dinge hätten, die wir zählen können. Der Platoniker würde darauf vielleicht antworten, dass sich die Zahl selbst als abstrakte Idee in unserem Denken instanziiert, wenn wir die Gegenstände der empirischen Welt betrachten.

²³⁴ Köhler, S. 345.

Die Mengen und Zahlen sind, obwohl auch durch die empirischen Sinne wahrnehmbar, Abstrakta, sind es in diesem Zusammenhang aber als von extensionalen Gegenständen "Abgezogene". Die Abstraktheit der Begriffe kann im Sinne einer Intensionalität verstanden werden: es geht um geistige Akte, wie "Definieren, Begreifen und Beweisen"²³⁵, welche es erlauben das "Wie und Was" der gegebenen Gegenstände zu kategorisieren. In dieser Abstraktheit der Begriffe liegt laut Gödel deren Eigenständigkeit. Mit diesem Prinzip spricht er sich gegen einen Aristotelischen Realismus aus, welcher ein wechselseitig bestimmendes Verhältnis zwischen Begriff und Gegenstand, im Sinne einer Subjekt-Prädikat-Beziehung postuliert.

Im Unterschied zu empirischen Gegenständen, Mengen und Zahlen sind Begriffe gar nicht sinnlich wahrnehmbar, da sie sich nicht auf der Ebene der extensionalen Gegenstände befinden. Köhler schlägt aus diesem Grund die Bezeichnung (den Begriff) der "metatheoretischen Gegenstände"²³⁶ für Begriffe vor. Begriffe können bei aller Abstraktheit dennoch auf extensionale Gegenstände angewendet werden oder auf diese verweisen, indem sie auf diesen "abgebildet bzw. 'reflektiert'"²³⁷ werden. Wenn man Begriffe im Reich der Ideen in einem platonischen Sinn angesiedelt verstehen will, so kann man nicht wollen, dass sie in irgendeiner Form im Bereich der Objekte vorkommen. Dieser Überlegung nach ist die im ersten Kapitel vorgestellte Definition der möglichen Welten mit ihren Bestimmungen von Möglichkeit und Notwendigkeit kein Platonismus, denn mögliche Welten wurden auf zwei Weisen als in einem Verhältnis zur aktuellen Welt gedacht: zuerst von Leibniz, wenn er sagt, dass auch die aktuelle Welt zuerst eine mögliche war, bevor sie schließlich geschaffen wurde; hinzu kommt, dass mögliche Welten kompossibel sein müssen und das immer schon im Hinblick auf ein mögliches Aktual-Werden. In diesem Sinne ist der Begriff schon immer an den Gegenstand gebunden, wenn auch nur hinsichtlich seiner Möglichkeit. Zum anderen ist es in der modernen Modallogik erwünscht, dass mögliche Welten maximale Zustände darstellen, ähnlich der maximalen Kompossibilität bei Leibniz, um keine Widersprüche zu erzeugen. Eine mögliche Welt müsste prinzipiell auch aktual sein können, auch wenn sie es niemals sein wird, und steht somit in einem Verhältnis zu einer gegenständlichen Welt.

"Hat damit der Aristotelische Standpunkt schon obsiegt?"²³⁸ - nein, denn Gödel verwendet einen Begriff von "Geist", welcher eng mit der Mathematik verbunden ist. Der Punkt in dieser Überlegung ist, dass der Geist nicht durch eine Maschine nachgebildet oder ersetzt werden kann,

²³⁵ Hier deckt sich Intensionalität mit Intentionalität. Fußnote 10 in Köhler, S. 346.

²³⁶ Köhler, S. 347.

²³⁷ Ebd.

²³⁸ Köhler, S. 348.

was Gödel auf folgende Weise argumentiert:

Angenommen wird, dass die Mathematik die natürliche Welt “übersteigt”²³⁹, in dem bereits beschriebenen Sinne ihrer Unabhängigkeit vom menschlichen Denken. Nun verhält es sich in der Mathematik so, dass

“für jedes korrekt definierte System von Axiomen und Regeln, ist insbesondere der Satz, der ihre Widerspruchsfreiheit behauptet [...], aus jenen Axiomen und Regeln nicht ableitbar, vorausgesetzt die Axiome und Regeln sind widerspruchsfrei und reichen dazu aus, einen gewissen Teil der finiten Arithmetik der natürlichen Zahlen abzuleiten.”²⁴⁰

Gödels Unvollständigkeitstheorem 1²⁴¹ besagt, dass ein mathematisches System, welches die elementare Zahlentheorie enthält, entweder widerspruchsfrei oder vollständig ist, aber nicht beides gleichzeitig sein kann. Grob gesagt, ist ein System entweder widerspruchsfrei aber “zu eng gefasst”, sodass die Mehrzahl der mathematischen Sätze in diesem System nicht darstellbar oder beweisbar sind; somit ist dieses System widerspruchsfrei und unvollständig. Oder man will die von diesem System ausgegrenzten Sätze nun doch beweisen und darstellen, so muss das System erweitert werden und wird damit zwar vollständig aber auch widersprüchlich.²⁴²

Das vorhergehende Zitat aus Gödels *Gibbs-Vortrag* besagt, dass die Widerspruchsfreiheit eines Systems nicht aus dessen Axiomen und Regeln abgeleitet werden kann, selbst dann nicht, wenn dieses tatsächlich widerspruchsfrei ist²⁴³, da das Mittel, um die Widerspruchsfreiheit zu beweisen, außerhalb des gegebenen Systems liegt. Dies ist eine “Einsicht”²⁴⁴ des menschlichen Geistes.

Versuchte man nun, diese Einsicht auf eine Maschine²⁴⁵ abzubilden, indem man dieser das gegebene konsistente System einspeist, so vermag diese nicht, die Widerspruchsfreiheit des Systems abzuleiten, denn: die Maschine ist selbst ein abgeschlossenes System und kann nur mit den in sie gespeisten Daten arbeiten. Sie kann die Konsistenz nicht beweisen, “weil keine Instanz verfügbar wäre, über finite Mathematik hinauszugehen”²⁴⁶. Die Maschine hat nicht den “Sinn” der Erkenntnis.

²³⁹ Köhler, S. 349.

²⁴⁰ Gödel, *Gibbs-Vortrag* (Haupttextteil), S. 10.

²⁴¹ Leider ist es hier nicht möglich, detailliert auf Gödels Unvollständigkeitstheoreme einzugehen. Es soll uns diese stark verkürzte und wahrscheinlich ungenau werdende Version genügen, benötigen wir diese ja “bloß”, um Gödels Konzeption des Geistes zu erklären.

²⁴² Erinnern wir uns an die aktualistische Deutung der möglichen Welten Semantik, welche von der Widerspruchsfreiheit des Diskursuniversums ausgeht. Mögliche Welten sind hier “state of affairs”, welche maximal sein müssen, was als “soweit vollständig, bis ein Widerspruch entstehen würde” gedeutet werden kann. In diesem Zusammenhang wurde auch festgehalten, dass ein Zustand, der alle Zustände einschließt, widersprüchlich wird.

²⁴³ Wie in Gödels Bsp. der Peanos Axiome und der Diophantischen Gleichungen.

²⁴⁴ Köhler, S. 350.

²⁴⁵ Turing-Maschine. Ebd.

²⁴⁶ “Finit” daher, weil das gegebene System widerspruchsfrei und vollständig ist. Finite Mathematik bezieht sich auf Systeme, deren Objekte durch endlich viele Schritte auf die natürlichen Zahlen zurückführbar sind. Gödel selbst bringt in seinem Gibbs-Vortrag das Beispiel der Peano-Axiome, welche ein solches finites System darstellen. Ebd.

Wie gelungen oder nicht-gelungen dieses Beispiel ist, soll dahingestellt bleiben. Jedenfalls zeigt Gödel aus dieser Überlegung zwei mögliche Schlüsse auf: entweder kann der menschliche Geist nicht rein auf eine organische Ebene bzw. auf die Funktionalität einer Maschine beschränkt werden, oder “die Mathematik ist nicht gänzlich vom Geiste geschaffen”²⁴⁷.

Zusätzlich zum ersten Schluss kann angenommen werden, dass ein Schöpfer alles über sein Werk weiß. Aber wie Gödels Beispiel zeigt, kann eine reine Maschine die Widerspruchsfreiheit des in sie eingespeisten Systems nicht erkennen. Daraus folgt, dass die Mathematik nicht von einer solchen Maschine oder dem reinen organischen Gehirn geschaffen sein kann.

Der zweite Schluss besagt, dass die Mathematik (zumindest teilweise) vom menschlichen Geist unabhängig ist, und dies ist ein Merkmal der platonischen Deutung der Mathematik. Wenn der erste Schluss stimmt, würde dies außerdem die “Nichtsinnlichkeit des Geistes”²⁴⁸ bedeuten und ebenfalls eine platonische Deutung bestärken. Eine weitere Möglichkeit ist, dass beide Schlüsse gleichzeitig gelten, was laut Gödel durchaus möglich ist.

Doch was genau ist mit “Geist” hier gemeint? Unter Geist versteht Gödel eine Intelligenz, die “1. feststellen kann, ob Begriffe erfüllt werden, und 2. Rechen- und Beweisregeln anwenden kann”²⁴⁹. Darüber hinaus ist Gödel der Auffassung, dass diese Intelligenz selbstbewusst ist. Begriffe sind z.B. mathematische Beweise und Funktionen. Dies bedeutet, dass der Geist über seine oben beschriebenen Fähigkeiten weiß. Wang beschrieb Gödels Konzeption des Geistes auf folgende Weise:

“Mit ‘Geist’ meint Gödel einen individuellen Geist von unbegrenzter Lebensdauer. Dieser unterscheidet sich noch vom kollektiven Geist der Species. ‘Man stelle sich eine Person vor, die sich mit einer ganzen Menge von Problemen befaßt’.”²⁵⁰

Dieses Selbstbewusstsein beinhaltet auch das Merkmal des Geistes, durch “Interessen (Gefühle, Strategien)”²⁵¹ bewegt zu werden.

Die Gesamtheit aller Geister ist hierarchisch geordnet in Bezug auf unterschiedliche Erkenntnisfähigkeiten. Ein mathematisches System kann von einem Geist erkannt und wahrgenommen werden. Es ist aber möglich, dass ein höheres mathematisches System als dieses, von der gleichen Intelligenz nicht verstanden wird. Laut Gödel gibt es aber doch eine Intelligenz, welcher dieses höhere System und das mathematische System der ersten Intelligenz einsichtig ist.

²⁴⁷ Köhler, S. 350.

²⁴⁸ Ebd.

²⁴⁹ Köhler, S. 351.

²⁵⁰ Köhler, S. 352.

²⁵¹ Ebd.

Jede Stufe der Mathematik hat somit ihre eigenen Intelligenzen, welchen sie zugänglich ist. Diese hierarchische Gliederung setzt sich unendlich lang fort.

“Wenn es nun für *jeden* Beweisbegriff ein entsprechendes Subjekt gibt, das alle möglichen Beweise nach Maßgabe des jeweiligen Beweisbegriffes führen kann, dann gibt es auch ein dem *absoluten* Beweisbegriff entsprechendes Subjekt, das noch mit der Objektivität völlig übereinstimmt - und sei dieses allerletzte Subjekt der rational unergründliche Gott”.²⁵²

Zusammen mit den Ausschnitten aus dem *Gibbs-Vortrag*, welche besagten, dass der menschliche Geist die Mathematik wahrscheinlich unvollständig wahrnimmt, bedeutet das Konzept über die hierarchische Ordnung der Intelligenzen dann, dass der menschliche Geist auf einer bestimmten Erkenntnisstufe steht, welche es ihm erlaubt, genau *jene* Einsichten in die Mathematik zu haben und keine anderen. Anders gesagt: eine niedrigere Intelligenz kann eine höhere nicht erkennen.

Diese Konzeption der Mathematik zusammen mit der stufenartigen Ordnung jener Subjekte, welche sie erkennen, erscheint verwunderlich in Bezug auf Gödels ontologischen Beweis. Wenn die Gesamtheit der mathematischen Begriffe letztlich von Gott allein erkannt wird, so muss es sich im Fall Gottes um eine weitaus höhere Intelligenz als der des Menschen handeln, immerhin vermögen wir laut Gödel nicht, alle Begriffe der Mathematik zu erkennen. Umso seltsamer erscheint es, dass Gödel dennoch annahm, einen so komplexen und hierarchisch über uns stehenden Geist anhand unserer einfachen Einsicht in die Begriffe beweisen zu können.

Verwunderlich ist es allerdings jetzt nicht mehr, dass sich der Mathematiker Kurt Gödel an einem Gottesbeweis versuchte, da Gott gut in Gödels Gesamtphilosophie der Mathematik und der sie erkennenden Intelligenzen passt.

²⁵² Köhler, S. 356.

Literaturverzeichnis

Adams, Robert Merrihew: *Introductory Note to *1970*. in Gödel, Kurt: *Collected Works. Unpublished Essays and Lectures. Volume 3*. Hg. v. John W. Dawson Jr., Solomon Feferman, Warren Goldfarb, Charles Parsons, Robert N. Solovay.-Oxford: Oxford University Press, 1995.

Dawson, John W: *Kurt Gödel: Leben und Werk*.- New York: Springer Verlag, 1999.

Descartes, René: *Meditationen über die Erste Philosophie*. -Stuttgart: Reclam, 2005.

Canterbury, Anselm von: *Proslogion*. Lat.-dtsche Ausg.- Stuttgart: Philipp Reclam jun., 2005.

Czermak, Johannes: *Abriss des ontologischen Argumentes*. in *Kurt Gödel. Wahrheit und Beweisbarkeit. Band 2*. Hg. v. Eckehart Köhler u.a.- Wien: öbv & hpt Verlag, 2002.

Gödel, Kurt: *Collected Works. Unpublished Essays and Lectures. Volume 3*. Hg. v. John W. Dawson Jr., Solomon Feferman, Warren Goldfarb, Charles Parsons, Robert N. Solovay.-Oxford: Oxford University Press, 1995.

Gödel, Kurt: *Gibbs-Vortrag* (Haupttextteil).- Gödel-Nachlass Inventar Nr. 04/93, S. 38f. in Köhler, Eckehart: *Gödels Platonismus*. in *Wahrheit und Beweisbarkeit. Kompendium zum Werk*. Hg. von Bernd Buldt, Eckehart Köhler u.a.- Wien: öbv & hpt Verlag, 2002.

Köhler, Eckehart: *Gödels Platonismus*. in *Wahrheit und Beweisbarkeit. Kompendium zum Werk*. Hg. von Bernd Buldt, Eckehart Köhler u.a.- Wien: öbv & hpt Verlag, 2002

Leibniz, G.W.: *Monadologie*. Franz.-deutsche Ausgabe. Stuttgart: Philipp Reclam jun., 1998.

Leibniz, G.W.: *Die Theodizee. Von der Güte Gottes, der Freiheit des Menschen und dem Ursprung des Übels*. Hg. und übers. von Herbert Herring.- Frankfurt a.M.: Suhrkamp Verlag, 1965.

Poser, Hans: *Zur Theorie der Modalbegriffe bei G.W. Leibniz*.- Wiesbaden: Franz Steiner Verlag, 1969.

Priest, Graham: *An Introduction to Non-Classical Logic. From If to Is*.- Cambridge: Cambridge University Press, 2008.

Röd, Wolfgang: *Der Gott der reinen Vernunft*.- München:Beck, 2009.

Sobel, Jordan Howard: *Gödel's Ontological Proof*. in *On Being and Saying*. Hg. von Judith Jarvis Thomson- Cambridge, Massachusetts: The MIT Press, 1987.

Wang, Hao: *A Logical Journey: From Goedel to Philosophy*.- Cambridge, Mass: The MIT Press. 1996.

Abstract (Deutsch)

In seinem ontologischen Beweis von 1970 geht der Mathematiker Kurt Gödel von einer Aufteilung aller Eigenschaften in positive und negative aus, um die Identität Gottes (im Sinne einer Wesensbestimmung) im Diskursuniversum fixieren zu können. Um diesen Anspruch in weiterer Folge durchzusetzen, definiert er Essenzen als notwendige Grundlage aller akzidentiellen Eigenschaften eines Objektes und notwendige Existenz als die weltensübergreifende Instanziierung dieser Essenzen. Diese Definitionen deuten einen untrennbar erscheinenden Zusammenhang von Eigenschaften, Identität und Existenz an.

Ausgehend von den beiden Definitionen im ontologischen Beweis wird in dieser Arbeit die Verbindung von Eigenschaften und Identität in Gödels Philosophie besprochen. Zuerst wird das zugrundeliegende modallogische System vorgestellt, insbesondere hinsichtlich der in diesem System auftretenden Definitionen von Möglichkeit und Notwendigkeit. In weiterer Folge werden die drei wichtigsten historischen Vorgänger zu Gödels Beweis besprochen. Da Leibnizens Philosophie im Allgemeinen als größter Einfluss auf Gödel in Bezug auf dessen Übergang eines Möglichkeitsbeweises zu einem Notwendigkeitsbeweis gesehen wird, liegt der Schwerpunkt dieses Abschnitts auf Leibnizens Gottesbeweisen, vor allem in Hinblick auf die Möglichkeit der Existenz Gottes basierend auf einer widerspruchsfreien Zusammenstellung von Eigenschaften. Danach wird zuerst Gödels Verständnis von Eigenschaften, Notwendigkeit, Existenz und Identität anhand des Beweises von 1970 und den Notizen von 1941 besprochen, bevor näher auf den tatsächlichen Beweis und dessen gängigste Interpretationen eingegangen wird. Ausgehend von einer sehr kritischen Deutung des Beweises durch Sobel, welcher den Zusammenbruch der Modalität in Gödels System und somit der Grundlage des Beweises herausarbeitet, soll dargestellt werden, dass wenn in dem von Gödel geschaffenen Diskursuniversum jedes Existierende mit Notwendigkeit existiert (wie Sobel festhielt), aus Gödels eigenen Definitionen und Axiomen folgt, dass jedes existierende Objekt nur positive Eigenschaften hat und negative Eigenschaften nicht im Diskursuniversum instanziiert sind. Das Schlusskapitel widmet sich Gödels platonischer Deutung der Mathematik. Ziel dieses Abschlusses ist ein Erklärungsmodell anzudeuten, warum ein Mathematiker versucht ist, einen Gottesbeweis zu schreiben.

Abstract (Englisch)

Gödel's Ontological Proof of 1970 is based on the distinction of properties into positive and negative. This dichotomy seems to be necessary in order to establish the sum of God's properties to be consistent and therefore possible. Furthermore, Gödel defines essence as that special property which entails all accidental ones, and necessary existence as the phenomenon, that the essence of an object is instantiated in all possible worlds. The distinction of properties into positive and negative together with the definitions of essence and existence show a rather special understanding of property and identity. It appears that Gödel understands identity as being created out of a certain combination of properties.

Based on the definitions of essence and existence, this paper explores Gödel's understanding of property and identity. The first chapter offers a small introduction to the underlying system of modal logic in order to adequately define possibility and necessity. The second chapter deals with three pre-Gödelian proofs with a main focus on Leibniz' so-called "possibility-proof" of God's existence, and the understanding of God's identity as a complete concept of properties. The third chapter explains Gödel's view of property, existence, necessity and identity based on his notes from 1941 and the 1970 proof; afterwards, the proof from 1970 itself and three possible interpretations are presented. One of these is a very strict critique by Sobel, who proves that all existing objects exist necessarily, and all truths are necessary truths if one wants to accept the system created by Gödel's proof. My thesis is based on Sobel's theorem and states that not only everything exists necessarily, but all existing objects only have positive properties, so that there are no negative properties instantiated in the universe of discourse. The final chapter offers an overview of Gödel's philosophy of mathematics, which shows a Platonic interpretation of an abstract and absolute mathematical system. This little insight into Gödel's philosophy implies that a God is very suitable for Gödel's general understanding of mathematics.

Lebenslauf

26.06.1980	geboren in Wien
1986-1990	Ferdinand Ebner Volksschule Gablitz
1990-1998	Bundesrealgymnasium Tulln
1998-2000	Studium der Klassischen Philologie an der Universität Wien
seit 2004	Studium der Philosophie an der Universität Wien