



universität
wien

DIPLOMARBEIT

Titel der Diplomarbeit

Kointegration am Beispiel der
Gold-Silber-Relation

Verfasser

Bernhard Klaus

Angestrebter akademischer Grad

Magister der Sozial- und Wirtschaftswissenschaften
(Mag. rer. soc. oec.)

Wien, Mai 2012

Studienkennzahl lt. Studienblatt:

A 140

Studienrichtung lt. Studienblatt:

Diplomstudium Volkswirtschaft

Betreuer:

O. Univ.-Prof. Dr. Robert Kunst

Inhaltsverzeichnis

1 Überblick.....	4
1.1 Bisherige Untersuchungen.....	4
1.2 Problemstellung.....	5
2 Ökonometrische Grundlagen.....	7
2.1 Stationarität.....	7
2.2 Kointegration.....	8
2.3 Fehlerkorrekturmodelle.....	8
2.4 Der Engle-Granger-2-Step-Schätzer.....	9
2.5 Johansen-Schätzer.....	10
2.6 Granger-Kausalität.....	11
3 Daten.....	12
3.1 Der London PM Fix.....	12
3.2 Silberblase.....	12
3.3 Verwendete Daten.....	12
4 Modellierung mittels Granger-2-Step-Verfahren.....	15
4.1 Testen auf Stationarität.....	15
4.2 Modelle.....	16
4.3 Ergebnisse für Prognoseperiode.....	20
4.4 Tabellen und Abbildungen zu Kapitel 4.2 und 4.3.....	24
4.5 Fehlerkorrekturmodelle.....	31
4.6 Ergebnisse der Fehlerkorrekturmodelle.....	32
4.7 Vergleich der Ergebnisse in der Prognoseperiode.....	33
4.8 Tabellen zu Kapitel 4.6 und 4.7.....	36
5 Johansen-Methode.....	38
5.1 VAR- und VEC-Modell.....	38
5.2 Testen auf Granger-Kausalität.....	42
5.3 Prognose.....	43
6 Zusammenfassung und Schlussfolgerungen.....	47

Tabellenverzeichnis

Tab 1: Deskriptive Statistiken der Gold- und Silberpreise.....	13
Tab 2: Dummy-Variablen des Modells.....	15
Tab 3: ADF-Tests.....	16
Tab 4: ADF-Tests für 1. Differenzen.....	16
Tab 5: Modelle LM1, LM2 und LM3 für PG, Jän 68 - Dez 98.....	23
Tab 6: Abweichungen für die Prognose von PG von Jän 99 - Dez 00.....	23
Tab 7: Modelle LM1, LM2 und LM3 für LPG, Jän 68 - Dez 98.....	24
Tab 8: Abweichungen für die Prognose von LPG von Jän 99 - Dez 00.....	24
Tab 9: Modelle LM1, LM2 und LM3 für PS, Jän 68 - Dez 98.....	25
Tab 10: Abweichungen für die Prognose von PS von Jän 99 - Dez 00.....	25
Tab 11: Modelle LM1, LM2 und LM3 für LPS, Jän 68 - Dez 98.....	26
Tab 12: Abweichungen für die Prognose von LPS von Jän 99 - Dez 00.....	26
Tab 13: Fehlerkorrekturmodelle für Δ PG, Jän 68 - Dez 98.....	35
Tab 14: Abweichungsmaße für Prognose von Δ PG, Jän 99 - Dez 00.....	35
Tab 15: Fehlerkorrekturmodelle für Δ PS, Jän 68 - Dez 98.....	35
Tab 16: Abweichungsmaße für Prognose von Δ PS, Jän 99 - Dez 00.....	35
Tab 17: Fehlerkorrekturmodelle für Δ LPG, Jän 68 - Dez 98.....	36
Tab 18: Abweichungsmaße für Prognose von Δ LPG, Jän 99 - Dez 00.....	36
Tab 19: Fehlerkorrekturmodelle für Δ LPS, Jän 68 - Dez 98.....	36
Tab 20: Abweichungsmaße für Prognose von Δ LPS, Jän 99 - Dez 00.....	36
Tab 21: Johansen-Kointegrationstest für PG und PS.....	37
Tab 22: Johansen-Kointegrationstest für LPG und LPS.....	39
Tab 23: Kointegrationsvektor β und Ladungsvektor α , Modell ohne DB...	40
Tab 24: Kointegrationsvektor β und Ladungsvektor α , Modell mit DB.....	40
Tab 25: Granger-Kausalitätstests.....	42
Tab 26: Abweichungsmaße in der Prognoseperiode ohne DB.....	43
Tab 27: Abweichungsmaße in der Prognoseperiode mit DB.....	43

Abbildungsverzeichnis

Abb 1: Gold- und Silberpreis, Jän 68 - Dez 00	13
Abb 2: Logarithmierter Gold- und Silberpreis, Jän 68 - Dez 00	14
Abb 3: Goldpreis sowie die Modelle LM1, LM2 und LM3.....	17
Abb 4: PG sowie Prognosewerte für Modelle LM1 und LM2.....	22
Abb 5: Silberpreis sowie die Modelle LM1, LM2 und LM3.....	27
Abb 6: PS sowie Prognosewerte für Modelle LM1 und LM2.....	27
Abb 7: Log Goldpreis sowie die Modelle LM1, LM2 und LM3.....	28
Abb 8: LPG sowie Prognosewerte für Modell LM1 und LM2.....	28
Abb 9: Log Silberpreis sowie die Modelle LM1, LM2 und LM3.....	29
Abb 10: LPS sowie Prognosewerte für Modell LM1 und LM2.....	29
Abb 11: VEC-Modelle für den Goldpreis, Jän 68 - Dez 98	38
Abb 12: VEC-Modelle für den Silberpreis, Jän 68 - Dez 98	39
Abb 13: PG und Prognosewerte der VEC-Modelle.....	44
Abb 14: PS und Prognosewerte der VEC-Modelle.....	44

1 Überblick

Gold und Silber sind traditionelle Handelsgüter, die auch heute noch von entscheidender Bedeutung sind. Auf Grund ihrer vielseitigen Verwendungsmöglichkeiten sind sie in manchen Bereichen Substitutionsgüter, in anderen aber nicht. Zum Beispiel stellt Silber einen wichtigen Faktor in der industriellen Produktion wegen seiner chemischen und physikalischen Eigenschaften dar, während die Nachfrage nach Gold von den Nationalbanken und der Schmuckindustrie bestimmt wird.

Es gibt einige Arbeiten, die den Zusammenhang zwischen Gold- und Silberpreisen untersuchen. Sie unterscheiden sich vor allem in der Wahl der Methodik und der verwendeten Daten. Zu diesen Studien und deren Ergebnissen möchte ich eingangs einen Überblick geben.

1.1 Bisherige Untersuchungen

Chan und Mountain (1988) verwenden Wochendaten von 1980 bis 1983 und berücksichtigten zusätzlich zu Gold und Silber den Zinssatz für die Schatzanweisungen der Bank of Canada. Sie schätzen ein Zeitreihenmodell und testen auf Kausalität im Sinne von Granger (1969). Nicht untersucht wurde, ob mittels Kointegration ein Zusammenhang modelliert werden kann. Das Ergebnis ihrer Studie ist das Vorliegen von Kausalität zwischen Gold und Silber und die Prognoseeigenschaften ihrer Modelle erweisen sich als besser als die einfacheren Random Walks.

Einen anderen methodischen Zugang zu diesem Thema zeigen Escribano und Granger (1998) auf. Ihr Ansatz ist bestimmt durch den enormen Anstieg sowohl des Silber- als auch des Goldpreises während der Silberblase um 1979, 1980. Dafür verwenden sie Monatsdaten von 1971 bis 1994 und modellieren mittels Dummy-Variablen einen langfristigen Kointegrationszusammenhang. Für die kurzfristigen Abweichungen verwenden sie verschiedene Fehlerkorrekturmodelle. Ihre Erkenntnis ist, dass es Kointegration zwischen Gold und Silber gibt, dieser Zusammenhang allerdings ab 1990 abgenommen hat, beziehungsweise

verschwunden ist. Ciner (2001) untersucht Tagesdaten von Futures-Preisen vom Tokyo Commodity Exchange (TOCOM) von 1992 bis 1998 mittels Johansens (1991) Maximum-Likelihood-Kointegrationsanalyse; dadurch konnte er die Meinung von Escribano und Granger (1998) bestätigen. Seinen Ergebnissen folgend verschwand der Langzeitzusammenhang zwischen Gold und Silber und er argumentiert daher, dass die Märkte für Gold und Silber als getrennt zu betrachten sind.

Lucey und Tully (2003) untersuchen Cash- und Futures-Preise von Gold und Silber von 1978 bis 2002 mit Hilfe der von Hansen und Johansen (1992) entwickelten dynamischen Kointegrationsanalyse. Sie argumentieren, dass der Zusammenhang zwischen Gold und Silber noch immer Bestand hat, und dass in der Periode 1992 bis 1998, die Ciner (2001) untersucht hat, der Zusammenhang sehr schwach ausfällt.

Lucey und Tully (2006) behandeln dagegen Saisonalität in Tagesdaten von Cash und Futures für Gold und Silber. Sie finden einen negativen Montag-Effekt, der auch innerhalb eines GARCH-Modells signifikant ist.

Die neueste Arbeit, die den Zusammenhang zwischen Gold und Silber mittels Kointegration modelliert, stammt von Baur und Tran (2012). Sie gehen wie Escribano und Granger (1998) vor und schätzen ein Kointegrationsmodell zwischen Gold- und Silberpreisen für die Zeitspanne von 1970 bis 2011. Für die Korrektur möglicher Blasen nutzen sie Dummy-Variablen. Weiters verwenden sie in ihren Analysen verschiedene Fehler-Korrekturmodelle und Granger-Kausalitäts-Tests. Den Ergebnissen ihrer Arbeit folgend bestimmt der Goldpreis den Silberpreis, trotz der stärker vorhandenen Volatilität von Silber. Außerdem kommen sie in ihrer Studie wie Escribano und Granger (1998) zu dem Schluss, dass die Gold-Silber-Relation nicht beständig über die Zeit ist.

1.2 Problemstellung

Ziel dieser Arbeit ist es, den langfristigen Zusammenhang zwischen Gold und Silber zu modellieren. Dabei orientiere ich mich vor allem im ersten Teil der Arbeit an Escribano und Granger (1998). In ähnlicher Weise haben auch Baur und Tran (2012) gearbeitet. Es soll untersucht werden,

ob die Kointegrationsbeziehung zwischen Gold und Silber verschwindet (vgl. auch Ciner 2001) oder ob eine stabile Beziehung von 1968 bis 1998 modelliert werden kann. Da die hier vorliegenden Daten nicht wie bei Escribano und Granger (1998) bereits 1994 enden, sondern die Zeitreihe bis 2000 vorhanden ist, kann möglicherweise ein besserer Einblick in den weiteren Verlauf der Beziehung zwischen dem Gold- und Silberpreis geboten werden.

In Kapitel 2 wird ein Überblick über die verwendeten statistischen Methoden gegeben, insbesondere zum Konzept der Kointegration und zu Fehlerkorrekturmodellen. Kapitel 3 widmet sich der Beschreibung der Daten und ihren Eigenschaften. In Kapitel 4 werden mit dem Granger-2-Step-Verfahren drei mögliche langfristige Modelle für die Gold- und Silberpreise sowie deren logarithmierten Werten mittels Dummy-Variablen berechnet und deren Prognoseeigenschaften verglichen. Anschließend folgen die Fehlerkorrekturmodelle. In Kapitel 5 wird in ähnlicher Weise zu Kapitel 4 ein VEC-Modell mit der Johansen-Kointegrations-Methode berechnet, und auf Granger-Kausalität getestet. In Kapitel 6 werden die Ergebnisse zusammengefasst.

Vorauszuschicken ist, dass sämtliche Berechnungen dieser Arbeit im Softwarepaket R gemacht wurden.

2 Ökonometrische Grundlagen

Eingangs möchte ich einen Überblick über die ökonometrischen Grundlagen geben. Bei den folgenden Definitionen orientiere ich mich grundsätzlich an Banerjee et al. (1993) beziehungsweise Pfaff (2008).

2.1 Stationarität

Eine Zeitreihe $\{y_t\}$ ist schwach stationär falls:

$$\begin{aligned} E[y_t] &= \mu < \infty, \quad \forall t \\ E[y_t - \mu]^2 &= \Sigma_0 < \infty, \quad \forall t \\ E[(y_t - \mu)(y_{t+h} - \mu)] &= \Sigma_h, \quad \forall t, h \in \mathbb{T} \end{aligned}$$

In Worten ausgedrückt bedeutet dies: Eine Zeitreihe $\{y_t\}$ ist schwach stationär, wenn ein finiter Erwartungswert und eine finite Varianz existieren, und sowohl die Varianz als auch die Kovarianzen unabhängig von der Zeit sind. Die Kovarianz von zwei Realisationen y_t und y_{t-j} hängt daher nur von j , nicht aber von t ab.

Eine Zeitreihe $\{y_t\}$ ist strikt stationär falls zusätzlich

$$F\{y_1, y_2, \dots, y_t\} = F\{y_{(1+h)}, y_{(2+h)}, \dots, y_{(t+h)}\},$$

wobei $F\{ \cdot \}$ die gemeinsame Verteilungsfunktion $\forall t, h \in \mathbb{T}$.

Das heißt wenn zusätzlich noch die Verteilungsfunktion von $\{y_1, \dots, y_t\}$ gleich der Verteilungsfunktion von $\{y_{1+h}, \dots, y_{t+h}\}$ ist, so ist der stochastische Prozess strikt stationär.

Eine Zeitreihe $\{y_t\}$ ist integriert mit der Ordnung d (Engle und Granger 1987) $I(d)$, falls nach d -maligem anwenden des Differenzenoperators an $\{y_t\}$ die Zeitreihe stationär ist; kurz geschrieben: $\Delta^d y \sim I(d)$.

2.2 Kointegration

Engle und Granger (1987) definieren Kointegration folgendermaßen:

Die Elemente eines Vektors y_t sind kointegriert mit Ordnung d , b , geschrieben $y_t \sim CI(d,b)$, wenn zwei Voraussetzungen gegeben sind:

- (1) alle Elemente von y_t sind $I(d)$
- (2) ein Vektor $z_t = \alpha'y_t \sim I(d-b)$ existiert, $b > 0$.

Der Vektor α wird Kointegrationsvektor genannt.

Das Kointegrationskonzept bietet den Vorteil, dass zwischen zwei nicht stationären Variablen Langzeitgleichgewichte modelliert werden können, ohne dass dafür die Zeitreihen zuerst in stationäre transformiert werden müssen. Wenn man zum Beispiel eine Variable differenzieren muss, damit sie stationär wird, so verliert man gleichzeitig Information über sie. Ein großer Teil der ökonomischen Variablen ist nicht stationär, sondern integriert mit 1. Ordnung $I(1)$. Oft kann man aber eine lineare Kombination - einen Kointegrationsvektor - finden, die $I(0)$ ist. Testen kann man dies an den Residuen, denn diese müssen dafür stationär sein. Obwohl die einzelnen Zeitreihen nicht stationär sind, werden sie durch den Kointegrationsvektor verbunden. Es gibt Abweichungen vom langfristigen Gleichgewicht, aber nach einem Schock findet wieder eine Konvergenz zu diesem statt.

2.3 Fehlerkorrekturmodelle

Fehlerkorrekturmodelle verwendet man, um die kurzfristigen Abweichungen vom statischen Langzeitgleichgewicht zu erfassen. Engle und Granger (1987) definieren dies wie folgt:

Ein Vektor von Zeitreihen y_t hat eine Fehlerkorrektur-Repräsentation, wenn er dargestellt werden kann als: $A(B)(1-B)y_t = -\gamma z_{(t-1)} + u_t$, wobei u_t stationär multivariat verteilt ist, mit $A(0) = I$, $A(1)$ hat endliche Elemente, $z_\gamma = \alpha'y_\gamma$ und $\gamma \neq 0$.

Den Zusammenhang zwischen Kointegration und Fehlerkorrekturmodellen zeigt zuerst Granger (1981). In der Arbeit von Engle und Granger (1987) wird danach das Granger-Repräsentations-Theorem aufgestellt. Es sagt aus, dass jeder Kointegrationsvektor als Fehlerkorrekturmodell dargestellt werden kann.

2.4 Der Engle-Granger-2-Step-Schätzer

Engle und Granger (1987) entwickelten einen Schätzer für ein Kointegrationsmodell. In der Darstellung des Schätzers folge ich Pfaff (2008), allerdings betrachte ich nur den bivariaten Fall, da in dieser Arbeit nur zwei Variablen vorkommen. Wenn y_t und x_t die zwei $I(1)$ Variablen sind, so schätzt man im ersten Schritt den Kointegrationsvektor α mittels einer Regression,

$$y_t = \alpha x_t + \beta D + z_t \text{ für } t = 1, \dots, T.$$

wobei D für eine Dummy-Variable steht und z_t der Fehlerterm ist.

Engle und Granger haben gezeigt, dass dieser Schätzer konsistent ist. Allerdings entsteht eine endliche Verzerrung mit dem Ausmaß $O_p(T^{-1})$. Das bedeutet, dass die geschätzten Werte mit Rate T zu ihrem wahren Wert konvergieren. Von Stock (1987) stammt daher die Bezeichnung „Superkonsistenz“, da die normale Konvergenzrate für $I(0)$ Prozesse bei $O_p(T^{-1/2})$ liegt. Allerdings sind die Werte der t - und F -Statistiken nicht korrekt. Weiters müssen auch beim Testen auf Stationarität der Residuen mittels Augmented Dickey-Fuller-Tests die kritischen Werte neu berechnet werden. Man kann dafür die Tabellen von MacKinnon (2010) heranziehen.

Im zweiten Schritt wird ein Fehlerkorrekturmodell für die Differenzen geschätzt, um die kurzfristigen Abweichungen zu bestimmen:

$$\Delta y_t = \psi_0 + \gamma z_{(t-1)} + \sum_{i=1}^K \psi_{(1,i)} \Delta x_{(t-i)} + \sum_{i=1}^L \psi_{(2,i)} \Delta y_{(t-i)} + \varepsilon_t$$

Dabei ist z_t der Fehlerterm von der statischen Regression und ε_t ein White-Noise-Prozess. Die Interpretation des Fehlerkorrekturmodells ist, dass die Veränderungen in y_t durch die vergangenen Werte von y_t und x_t und den Abweichungen vom Langzeitgleichgewicht z_t bestimmt werden. Da der

Koeffizient γ die Geschwindigkeit angibt, mit der y_t zum Langzeitgleichgewicht konvergiert, muss das Vorzeichen von γ negativ sein, denn sonst würde y_t vom Langzeitgleichgewicht divergieren.

2.5 Johansen-Schätzer

Eine effiziente Alternative zum Engle-Granger-2-Step-Schätzer ist der Johansen-Maximum-Likelihood-Schätzer. Johansen (1988) sowie dieser gemeinsam mit Juselius (1990) entwickelten einen auf einem VAR-Modell aufbauenden Schätzer.

$$y_t = \Pi_1 y_{(t-1)} + \dots + \Pi_p y_{(t-p)} + e_t$$

wobei jedes der Π_i ($i=1,\dots,p$) eine $(K \times K)$ Matrix von Parametern darstellt. Als Fehler-Korrekturmodell sieht dies so aus:

$$\Delta y_t = T_1 \Delta y_{(t-1)} + \dots + T_{(p-1)} \Delta y_{(t-p+1)} + \Pi y_{(t-1)} + e_t$$

$$T_i = -(\Pi_{(i+1)} + \dots + \Pi_p), \quad i=1,\dots,p$$

$$\Pi = -(I - \Pi_1 - \dots - \Pi_p)$$

Dabei bezeichnet das Π Langzeitverhalten und die Matrizen T_i beschreiben das Kurzzeitverhalten. Für den Rang von Π gibt es drei Möglichkeiten:

- (1) $\text{rk}(\Pi) = K$. In diesem Fall wären alle Linearkombinationen der Variablen stationär und man bräuchte kein Fehlerkorrekturmodell, sondern könnte direkt das VAR-Modell berechnen.
- (2) $\text{rk}(\Pi) = 0$. Hier gäbe es keine linearen Kombinationen mit denen Πy_t stationär würde. Daher könnte man nur ein VAR-Modell für die ersten Differenzen bilden.
- (3) $0 < \text{rk}(\Pi) = r < K$. Dies ist der entscheidende Fall: Da die Matrix nicht vollen Rang hat, existieren zwei $(K \times r)$ Matrizen α und β für die gilt: $\Pi = \alpha\beta'$. Die Linearkombinationen $\beta'y_t$ sind stationär, β beinhaltet die Kointegrationsvektoren und wird daher als Kointegrationsmatrix bezeichnet, wobei r die Anzahl an Kointegrationsvektoren angibt. Die

Matrix α beinhaltet die Information über Abweichungen vom Gleichgewicht.

2.6 Granger-Kausalität

Wie es Lütkepohl und Krätzig (2004) beschreiben entwickelte Granger (1969) ein Kausalitätskonzept. Dabei ist eine Variable y_{2t} kausal für eine andere y_{1t} , falls die Hinzunahme von y_{2t} beiträgt, die Prognose für y_{1t} zu verbessern.

Betrachtet man dafür einen VAR(p)-Prozess der Form

$$\begin{bmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^p \begin{bmatrix} \alpha_{(11,i)} & \alpha_{(12,i)} \\ \alpha_{(21,i)} & \alpha_{(22,i)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} y_{(1,t-i)} \\ y_{(2,t-i)} \end{bmatrix} + u_t$$

so ist y_{2t} nicht Granger-kausal für y_{1t} , falls $\alpha_{12,i} = 0$, für $i = 1, 2, \dots, p$. Das bedeutet y_{2t} ist nicht Granger-kausal, falls keine Lags von y_{2t} in der Gleichung für y_{1t} vorkommen.

3 Daten

3.1 Der London PM Fix

Sowohl für den Gold-, als auch den Silberpreis werden täglich in London die Preise bestimmt. Während der Goldpreis einmal am Vormittag und einmal am Nachmittag fixiert wird, geschieht dies mit dem Silberpreis nur um 12 Uhr zu Mittag. Der Goldpreis wird in Pfund pro Feinunze angegeben, der Silberpreis in Pence pro Feinunze. Eine Feinunze entspricht circa 31 Gramm.

3.2 Silberblase

Die Gebrüder Hunt und andere versuchten Ende der 1970er Jahre, den Silbermarkt zu beherrschen. Sie kauften daher immer mehr Rechte am Silbermarkt und trieben damit Leute in die Enge, die Leerverkäufe getätigt hatten. Dadurch wurde erreicht, dass der Silberpreis von 2 Dollar im Jahr 1973 auf bis zu 50 Dollar im Jahr 1980 stieg. In derselben Zeit stieg auch der Goldpreis, wenn auch nicht so stark wie der Silberpreis, obwohl die Brüder Hunt in diesem Bereich nicht spekulierten. Aus diesem Grund folgerten Escribano und Granger (1998), dass die Märkte für Gold und Silber in irgendeiner Form zusammenhängen mussten.

3.3 Verwendete Daten

Die in dieser Diplomarbeit verwendeten Daten sind der Goldpreis vom Vormittag und der Silberpreis vom London PM Fix. Es handelt sich hierbei um Monatsdaten von Jänner 1968 bis Dezember 2000. Tabelle 1 gibt eine Übersicht über die deskriptiven Statistiken der Daten. Abbildung 1 zeigt die Verläufe des Gold- beziehungsweise Silberpreises, wobei die linke Achse für den Goldpreis und die rechte Achse für den Silberpreis steht. Wie man an der Abbildung sieht, sind die Verläufe sehr ähnlich. Auffallend ist aber der starke Anstieg um 1993 und später der Abfall des Goldpreises um 1997 herum, der sich beim Silberpreis nicht zeigt, und daher auch

modelliert werden muss. Einen Einblick in die deskriptiven Statistiken der Daten bietet Tabelle 1.

Tab 1: Deskriptive Statistiken der Gold- und Silberpreise

	Min.	Mean	Max.	Std. Abw.
PG	14.55	166.85	321.8	91.87
PS	52.57	324.45	1733.55	203.8

Da auch die logarithmierten Preise untersucht werden, sind diese ebenfalls abgebildet, einen Einblick in deren Verlauf gewährt Abbildung 2.

Zur Notation ist zu sagen, dass die folgenden Kurzbezeichnungen verwendet werden:

PG = Goldpreis

PS = Silberpreis

LX = log X

$\Delta X = 1$. Differenz von X

Abb 1: Gold- und Silberpreis, Jän 68 - Dez 00

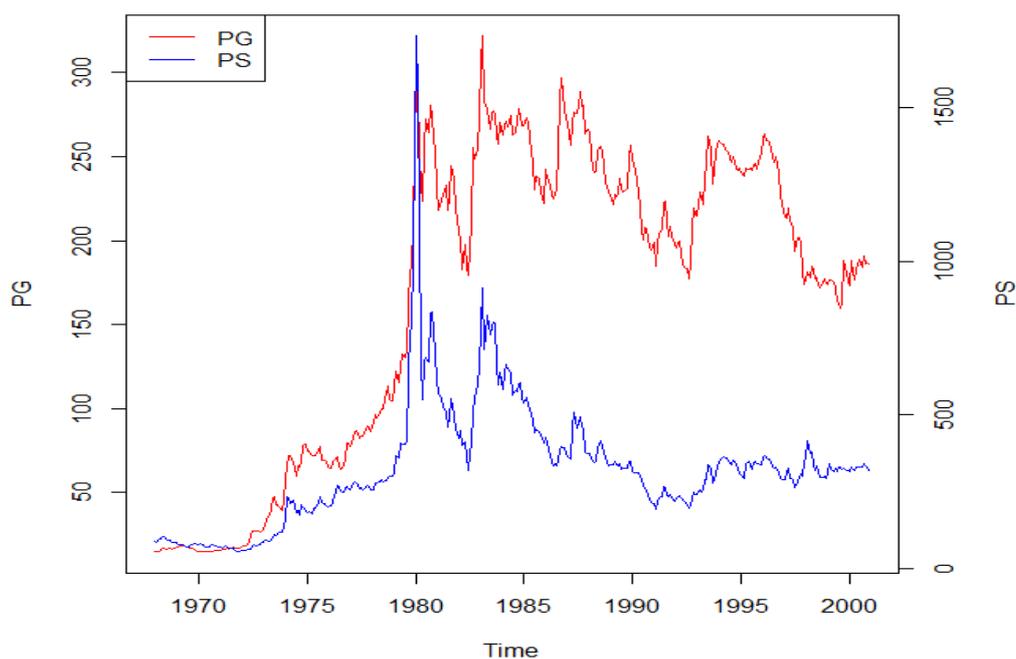
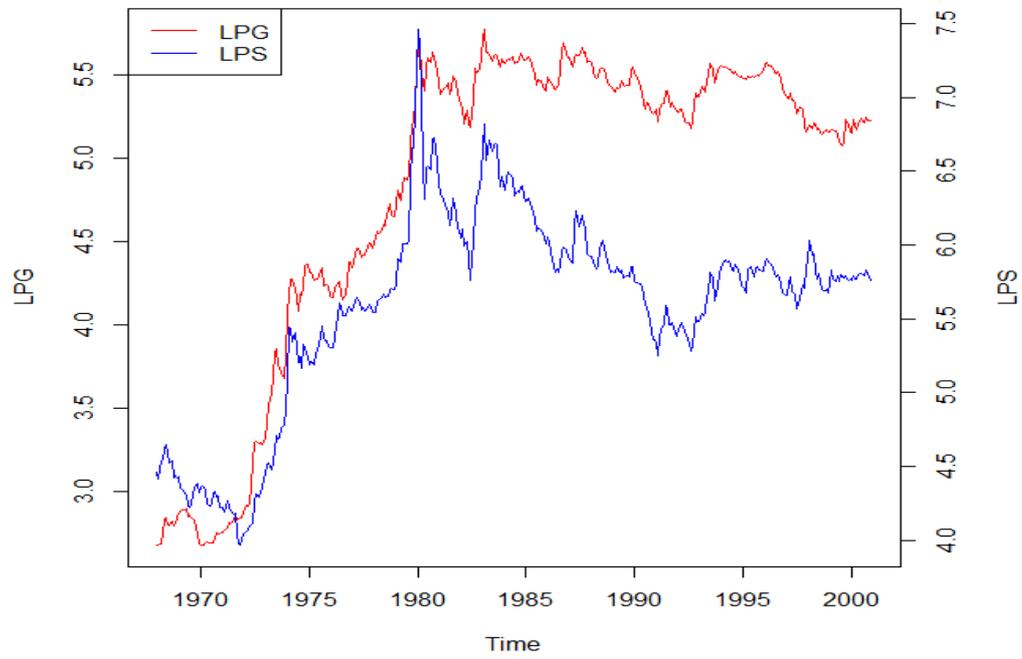


Abb 2: Logarithmierter Gold- und Silberpreis, Jän 68 - Dez 00



4 Modellierung mittels Granger-2-Step-Verfahren

In diesem Abschnitt wird untersucht, ob ein langfristiges Gleichgewicht zwischen Gold und Silber existiert, welches man mittels eines Kointegrationsmodells beschreiben kann. Zur Modellierung werden wie bei Escribano und Granger (1998) Dummy-Variablen benutzt, die bestimmte Zeitperioden beschreiben. Escribano und Granger argumentieren, dass der Verlauf beinahe linear ist, und sich fast nur im Niveau (im Achsenabschnitt) über die Zeit verändert. Ich versuche hier ein lineares Modell zu berechnen, bei dem nur in drei Perioden möglicherweise kein beziehungsweise nur ein schwacher Zusammenhang festzustellen ist. Für diese Perioden verwende ich drei Dummy-Variablen.

Die erste Dummy-Variable DB deckt die Silberblase von September 1979 bis März 1980 ab und damit den starken Anstieg im Gold- und Silberpreis. Ein weiterer Dummy D2 beschreibt die kurze Periode mit einem starken Anstieg des Goldpreises ab August 1986, wobei hier der Anstieg des Silberpreises eher schwach ist. Wie schon weiter oben erwähnt sieht man in Abbildung 1, dass der Goldpreis ab Dezember 1993 zuerst stark ansteigt, und Ende 1996 wieder fällt. Der Silberpreis verändert sich auch während dieser Zeit nur schwach. Für die Modellierung dieser Periode wird eine dritte Dummy-Variable in das Modell eingeführt, bezeichnet mit D3. Zusammengefasst sind die hier verwendeten Dummy-Variablen in der folgenden Tabelle 2.

Tab 2: Dummy-Variablen des Modells

Dummy-Variable	Wert = 1 wenn t =	Wert = 0
DB	Sept 1979 bis März 1980	sonst
D2	Aug 1986 bis Dez 1987	sonst
D3	Nov 1993 bis Okt 1997	sonst

4.1 Testen auf Stationarität

Zu Beginn wird nun mit Hilfe der Augmented Dickey-Fuller-Tests (ADF-Tests) überprüft, ob die Daten stationär sind. Wie man anhand der

Tabelle 3 sieht, sind sowohl die Preise von Gold und Silber als auch deren Logarithmen nicht stationär, sondern I(d). Im Gegensatz zu Tabelle 3 sind die ersten Differenzen der Daten stationär, wie in Tabelle 4 zu sehen ist, und damit sind die Daten integriert mit erster Ordnung I(1). Damit liegt die erste Voraussetzung für die Verwendung eines Kointegrationsmodells vor, welches in der weiteren Folge berechnet wird.

Tab 3: ADF-Tests

Daten	ADF-Test	p-Wert
PG	-1.3222	0.8635
PS	-2.2814	0.4584
LPG	-0.961	0.9443
LPS	-1.4413	0.8132

Tab 4: ADF-Tests für 1. Differenzen

Daten	ADF-Test	p-Wert
Δ PG	-6.67	0.01
Δ PS	-8.01	0.01
Δ LPG	-6.15	0.01
Δ LPS	-6.92	0.01

Die p-Werte in Tabelle 4 sind kleiner als 0.01, werden allerdings mit dem Test so im Programm ausgegeben.

4.2 Modelle

Die hier verwendeten Modelle folgen Escribano und Granger (1998), indem mittels der oben beschriebenen Dummy-Variablen versucht wird, eine Kointegrationsbeziehung zwischen dem Gold- und dem Silberpreis zu beschreiben. Die Modelle werden mit den gleichen Spezifikationen auch für die logarithmierten Preise berechnet.

Modell LM1 stellt dabei ein einfaches lineares Modell dar, bei dem ohne Dummy-Variablen der Verlauf von PG durch PS und einer Konstanten geschätzt wird. LM2 beinhaltet zusätzlich die Dummy-Variablen der Perioden, in denen womöglich kein oder eben nur ein schwacher Zusammenhang vorhanden sein könnte, und in Modell LM3 sind außerdem noch die Interaktionsterme zwischen den Dummy-Variablen

und (im Modell für PG) dem Silberpreis vorhanden. Die gleichen Modelle werden auch für PS mit PG als erklärender Variable und natürlich analog auch für die logarithmierten Daten geschätzt. Beispielhaft für die anderen Variablen PS, LPG und LPS beschreibe ich hier die Modelle für PG:

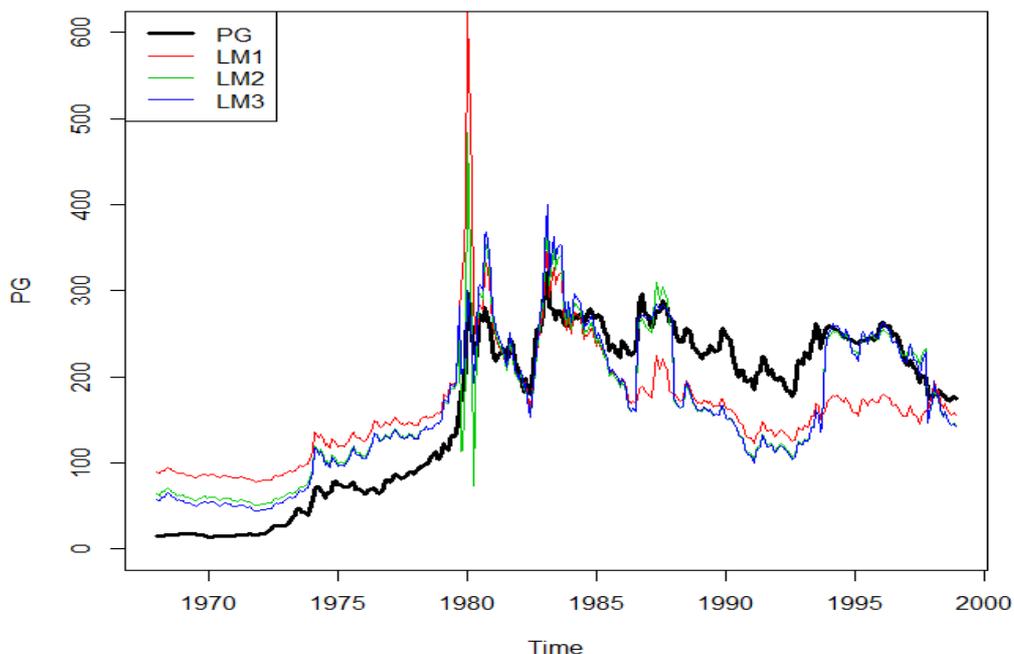
$$\text{LM1: } PG_t = \alpha_0 + \alpha_1 PS_t + z_t$$

$$\text{LM2: } PG_t = \alpha_0 + \alpha_1 PS_t + \alpha_2 DB + \alpha_3 D2 + \alpha_4 D3 + z_t$$

$$\text{LM3: } PG_t = \alpha_0 + \alpha_1 PS_t + \alpha_2 DB + \alpha_3 D2 + \alpha_4 D3 + \alpha_7 DB PS_t + \alpha_8 D2 PS_t + \alpha_9 D3 PS_t + z_t$$

Dabei ist z_t jeweils der Fehlerterm und DB sowie D2 und D3 sind wie oben in Tabelle 2 beschrieben die Dummy-Variablen. Beispielhaft dargestellt werden hier im Text nur die drei Modelle für PG in der Abbildung 3. Die Abbildungen für PS, LPS und LPG sind in Kapitel 4.4 zu finden.

Abb 3: Goldpreis sowie die Modelle LM1, LM2 und LM3



Für die Langzeitbeziehung werden die oben genannten Modelle LM1, LM2 und LM3 für PG, PS als auch in weiterer Folge für LPG und LPS aus dem

Datensatz von Jänner 1968 bis Dezember 1998 berechnet und Stationaritätstests an den Residuen der Regressionen vorgenommen. Falls ein Kointegrationszusammenhang zwischen Gold und Silber besteht, müssen die Residuen stationär sein. Für die kritischen Werte der ADF-Tests verwende ich die Werte von MacKinnon (2010), da die standardmäßig in den Programmen implementierten Werte hier nicht zutreffend sind und daher nicht verwendet werden können. Escribano und Granger (1998) folgend ist die Anzahl der erklärenden Variablen eins, vier beziehungsweise sechs.

Beispielhaft sei hier die Vorgehensweise für die Berechnung der kritischen Werte aus den Tabellen von MacKinnon (2010) beschrieben. Für 95% ist der kritische Wert mit einer erklärenden Variable ohne Deterministische Terme: $-1.94100 - 0.2686/372 - 3.365/372^2 + 31.223/372^3 = -1.941746$. Die Bezeichnung N_{max} sind die kritischen Werte für die Anzahl der erklärenden Variablen in den Dickey-Fuller-Regressionen. Die Anzahl ist hier eben eins für LM1, vier für LM2 und sechs für LM3. Danach werden die Modelle für die Daten der letzten zwei Jahre berechnet und überprüft, ob diese eine gute Beschreibung des weiteren Verlaufs bieten können.

Tabelle 5 zeigt die Ergebnisse für den Goldpreis. Bei Modell LM1 wird die $H(0)$ - unter der die Residuen nicht stationär, sondern $I(1)$ sind - klar verworfen, da die Teststatistik kleiner als der kritisch Wert ist. Mit dem zweiten Modell LM2, bei dem die Dummies ohne Interaktionsterme inkludiert sind, ist ebenfalls die Teststatistik der erklärenden Variablen klar signifikant. Es existiert daher ein Kointegrationszusammenhang. Anzumerken ist, dass sich im Unterschied zu Baur und Tran (2012) bei den hier vorliegenden Daten das Vorzeichen von α_1 , welches die langfristige Beziehung zwischen PG und PS beschreibt, nicht verändert. Der geschätzte Wert in LM1 für α_1 ist 0.323, steigt bei LM2 auf 0.42 und bleibt daher positiv.

Das letzte Modell LM3 schließlich inkludiert neben den Dummy-Variablen auch die Interaktionsterme mit PS. Im Fall von LM3 wird die Existenz eines Kointegrationszusammenhangs verneint, man sieht allerdings auch an dem nur knapp höheren R^2 , dass dieses Modell nicht entscheidend zur

besseren Erklärung beiträgt. Insbesondere auffallend ist auch, dass die berechnete ADF-Teststatistik nur knapp größere Werte ausweist als die für LM2, daher scheint ein Modell, das nur den Achsenabschnitt mittels Dummy-Variablen modelliert, sinnvoller zu sein, als eines in dem zusätzlich noch Trendänderungen inkludiert sind.

In Tabelle 7 sind die Resultate für die logarithmierten Goldpreise enthalten. Auch hier werden wieder die Modelle LM1 bis LM3 berechnet. LM1 ist wieder das einfache lineare Modell ohne Dummy-Variablen, LM2 das Modell mit den drei Dummy-Variablen DB, D2 und D3 und LM3 wie LM2 mit den zusätzlichen Interaktionstermen. Auffallend ist, dass das R^2 bei LM1 viel höher ist als bei PG. Daher ist auch der mögliche Zugewinn an Information durch die Dummy-Variablen eher gering. Die ADF-Statistiken sind bei allen Modellen geringer als in Tabelle 4. Für das Modell LM1 wird mit dem ADF-Test - berechnet ohne Konstante und Trend auf einem 5% Niveau die H_0 verworfen. Sowohl für die Modelle LM2 als auch LM3 sind die Tests insignifikant, wobei anzumerken ist, dass die Spezifikation von LM3 sogar einen niedrigeren Testwert aufweist als die von LM2.

Abschließend ist zu den Modellen für LPG zu sagen, dass - falls es eine Kointegrationsbeziehung zwischen LPG und LPS gibt - diese nicht mit Hilfe der hier verwendeten Dummy-Variablen (die mögliche Schocks, wie zum Beispiel die Silberblase 1979 - 1980, im Modell beschreiben) modelliert werden kann. Im Fall von LM1 würden diese Ereignisse gar keinen Einfluss haben, allerdings ist auch in diesem Modell der Zusammenhang eher schwach.

Als nächstes folgen die umgekehrten Modelle, bei denen die Silberpreise als zu erklärende Variable dienen, und die Goldpreise diese beschreiben. In Tabelle 9 sind wieder die Modelle LM1 bis LM3 dargestellt. Zuerst sieht man hier gleich deutlich, dass die ADF-Statistiken für alle drei Modelle höher ausfallen als dies für den Goldpreis der Fall ist. Trotzdem ist auch hier klar, dass beim Modell LM3 keine stationären Residuen vorliegen. Bei LM2 ist zu sehen, dass der Koeffizient für PG fast gleich bleibt, DB ein positives Vorzeichen hat, während die zwei späteren

Dummys D2 und D3 ein negatives Vorzeichen aufweisen. D2 und D3 fallen in die Zeit der späten 1980er Jahre beziehungsweise späten 1990er Jahre und zeigen daher, dass dem Preisanstieg im Goldpreis ein eher schwacher Anstieg im Silberpreis gegenübersteht. Dies würde sich mit den Ergebnissen von Escribano und Granger (1998) beziehungsweise Baur und Tran (2012) decken, die jeweils argumentieren, dass sich die Märkte für Gold und Silber auseinander bewegen.

Zuletzt folgen nun die Ergebnisse für die logarithmierten Silberpreise LPS, die in Tabelle 11 zu finden sind. Diese decken sich ziemlich genau mit den Ergebnissen von LPG für LM1, allerdings sind auch hier die ADF-Testwerte etwas höher als bei jenen in Tabelle 7. Hierbei käme als Kointegrationsmodell nur das ohne Dummy-Variablen in Betracht, nämlich LM1. Bei der ADF-Teststatistik auf 5% Niveau, wird die H_0 der nicht stationären Residuen klar verworfen.

In der weiteren Arbeit wird das Modell LM3 weder für die Gold- und Silberpreise, noch für deren Logarithmen berücksichtigt, da wie ich weiter oben argumentiert habe, nur niedrigere Teststatistiken bei den ADF-Tests vorlagen und damit die H_0 , nach der die Residuen nicht stationär sind, nie verworfen werden konnte. Ich beschränke mich daher auf Modell LM1 und LM2.

4.3 Ergebnisse für Prognoseperiode

Im nächsten Schritt werden die geschätzten Modelle LM1 und LM2 für die Prognoseperiode von Jänner 1999 bis Dezember 2000 berechnet. Anschließend vergleiche ich verschiedene Werte zur Beurteilung der Prognosegüte der einzelnen Modelle. Insbesondere wird damit auch gezeigt, ob die Verwendung der Dummy-Variablen in LM2 eine bessere Beurteilung der langfristigen Preisverläufe mit sich bringt, oder die Kointegrationsbeziehung auch durch solche Ereignisse nicht entscheidend beeinflusst wird.

Die hier verwendeten Abweichungsmaße beschreiben Hyndman und Köhler (2006), wobei ε_t der Fehlerterm zum Zeitpunkt t darstellt:

$$ME(\text{Mean Error}) = 1/T \sum_{t=1}^T \epsilon_t$$

$$RMSE(\text{Root Mean Squared Error}) = \sqrt{1/T \sum_{t=1}^T \epsilon_t^2}$$

$$MAE(\text{Mean Absolute Error}) = 1/T \sum_{t=1}^T |\epsilon_t|$$

$$MPE(\text{Mean Percentage Error}) = 1/T \sum_{t=1}^T 100\epsilon_t/Y_t$$

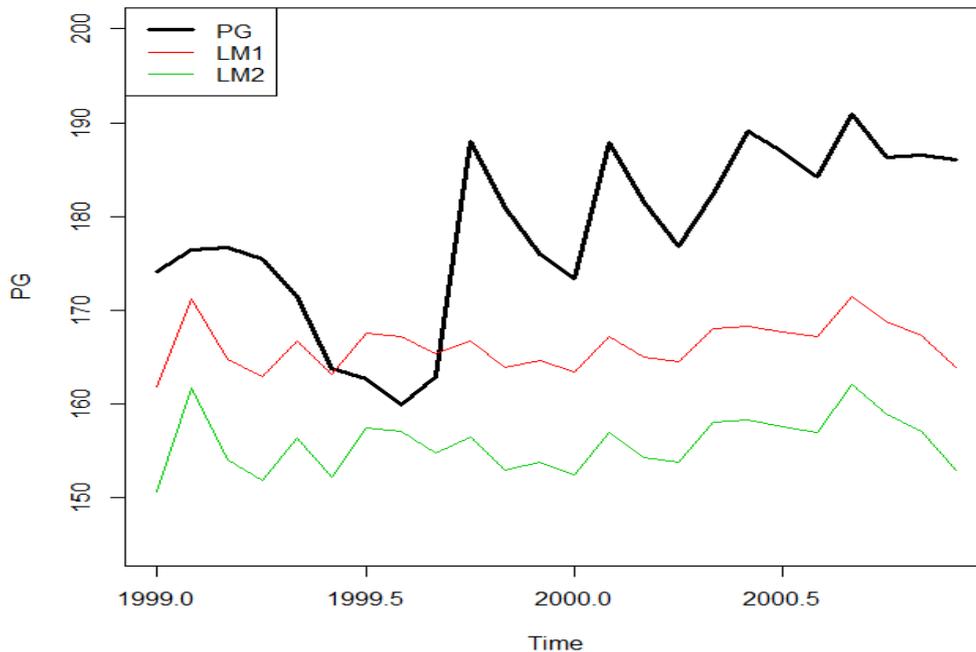
$$MAPE(\text{Mean Absolute Percentage Error}) = 1/T \sum_{t=1}^T |100\epsilon_t/Y_t|$$

Dabei ist Y_t der wahre Wert zum Zeitpunkt t .

Ich beginne wieder mit den Modellen für den Goldpreis in Tabelle 5 und 6. Wie man in Abbildung 1 sieht, sinkt allerdings während dieser Zeit der Goldpreis, während das für den Silberpreis nicht zutrifft. Da die Prognoseperiode nur 24 Werte enthält, kann natürlich auch eine Situation vorliegen, in der gerade keine beziehungsweise eben nur eine sehr schwache Kointegrationsbeziehung besteht und daher möglicherweise ein weiterer Dummy gebraucht würde. Dieser Fall kann aber natürlich nicht betrachtet werden, da die Daten mit Dezember 2000 enden, und man dafür eben eine längere Datenreihe verwenden müsste.

Betrachtet man nun die Abweichungsmaße in Tabelle 6, so ist sofort erkennbar, dass alle fünf für LM2 höhere Werte aufweisen, größtenteils sind diese bei LM2 doppelt so hoch wie für LM1. Daraus folgt die Argumentation, dass das Modell mit Dummy-Variablen nicht besser geeignet ist, den weiteren Verlauf der Zeitreihe zu beschreiben, als das einfache Modell LM1, das direkt den linearen Zusammenhang zwischen PG und PS darstellt. Allerdings unterschätzen beide Modelle klar die wahren Werte, wie auch in Abbildung 4 zu sehen ist. Das empirische Mittel für die wahren Werte von PG in der Prognoseperiode liegt bei 178.3415, während in Modell 1 der Wert bei 166.2066 liegt, und bei Modell 2 sogar bei nur 155.8047.

Abb 4: PG sowie Prognosewerte für Modelle LM1 und LM2



Nun betrachte ich die Prognosewerte in der Prognoseperiode bei LPG in Tabelle 8. Da hier die logarithmierten Preise herangezogen werden, sind klarerweise die Abweichungsmaße viel kleiner, und damit auch knapper beieinander als es für PG der Fall ist. Allerdings ist auch hier sofort ersichtlich, dass LM1 das bessere Modell darstellt, wobei auch dieses wieder die wahren Werte unterschätzt.

Für PS (in Tabelle 10) ist das Ergebnis nicht wesentlich unterschiedlich zu dem von PG weiter oben, allerdings werden hier die wahren Werte systematisch überschätzt. Die Abweichungen von den tatsächlichen Werten sind größer als bei PG, allerdings sind natürlich durch die andere Währungseinheit (Pence statt Pfund) die Werte größer. Dafür sind hier bei LM2 die Fehlermaße nur um ein Drittel größer als bei LM1, während dies bei PG circa das Doppelte war. Die prozentuellen Fehler für LM2 sind sogar bei PS geringer als bei PG.

Zum Abschluss dieses Kapitels betrachte ich nun noch die Prognosewerte für LPS in Tabelle 12. Auch hier sind alle Abweichungsmaße für LM1 geringer als jene für LM2 und werden ebenfalls wieder von beiden Modellen überschätzt.

4.4 Tabellen und Abbildungen zu Kapitel 4.2 und 4.3

Tab 5: Modelle LM1, LM2 und LM3 für PG, Jän 68 - Dez 98

	Const	PS	DB	D2	D3	DB*PS	D2*PS	D3*PS	Obs	a.R2	
LM1											
Est.	61.08	0.32							372	0.52	
Tstat	9.71	19.89									
LM2											
Est.	30.14	0.39	-217.89	83.58	82.93				372	0.72	
Tstat	5.72	26.53	-9.69	6.59	10.56						
LM3											
Est.	22.09	0.41	102.34	204.32	27.16	-0.31	0.30	0.17	372	0.74	
Tstat	4.26	28.41	1.83	2.17	0.32	-6.22	-1.33	0.65			
ADF- Test											
	Statistik			CV 5%, N = 1				CV 5%, Nmax			
LM1											
DF1	-3.051			-1.942				-1.942			
LM2											
DF1	-4.464			-1.942				-4.126			
LM3											
DF1	-2.483			-1.942				-4.753			

Tab 6: Abweichungen für die Prognose von PG von Jän 99 - Dez 00

	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	Obs
LM1	11.918	11.918	11.918	6.745	6.745	24
LM2	22.537	24.052	22.537	12.436	12.436	24

Tab 7: Modelle LM1, LM2 und LM3 für LPG, Jän 68 - Dez 98

	Const	LPS	DB	D2	D3	DB*LPS	D2*LPS	D3*LPS	Obs	a.R2
LM1										
Est.	-2.27	1.27							372	0.81
Tstat	-12.80	40.16								
LM2										
Est.	-2.41	1.28	-1.04	0.31	0.47				372	0.86
Tstat	-15.18	44.68	-7.18	3.31	8.13					
LM3										
Est.	-2.44	1.29	4.67	6.94	3.23	-0.83	-1.10	-0.48	372	0.86
Tstat	-15.43	44.96	1.64	1.61	0.89	-2.01	-1.54	0.00		
ADF- Test										
	Statistik		CV 5%, N = 1			CV 5%, Nmax				
LM1										
DF1	-2.516		-1.942			-1.942				
LM2										
DF1	-2.909		-1.942			-4.126				
LM3										
DF1	-2.525		-1.942			-4.753				

Tab 8: Abweichungen für die Prognose von LPG von Jän 99 - Dez 00

	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	Obs
LM1	0.126	0.135	0.126	2.421	2.42	24
LM2	0.177	0.184	0.177	3.407	3.407	24

Tab 9: Modelle LM1, LM2 und LM3 für PS, Jän 68 - Dez 98

	Const	PG	DB	D2	D3	DB*PG	D2*PG	D3*PG	Obs	a.R2
LM1										
Est.	59.37	1.60							372	0.52
Tstat	3.87	19.89								
LM2										
Est.	51.95	1.70	641.75	-103.31	-132.09				372	0.75
Tstat	4.64	26.53	15.73	-3.75	-7.56					
LM3										
Est.	55.87	1.67	-760.35	-348.11	-11.98	5.96	0.91	-0.49	372	0.78
Tstat	5.27	27.50	-3.67	-0.57	-0.07	6.88	0.41	-0.64		
ADF- Test										
	Statistik		CV 5%, N = 1			CV 5%, Nmax				
LM1										
DF1	-4.835		-1.942			-1.942				
LM2										
DF1	-6.215		-1.942			-4.126				
LM3										
DF1	-3.754		-1.942			-4.753				

Tab 10: Abweichungen für die Prognose von PS von Jän 99 - Dez 00

	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	Obs
LM1	-19.222	23.568	21.406	-5.941	6.607	24
LM2	-30.170	33.445	30.586	-9.312	9.438	24

Tab 11: Modelle LM1, LM2 und LM3 für LPS, Jän 68 - Dez 98

	Const	LPG	DB	D2	D3	DB*LPG	D2*LPG	D3*LPG	Obs	a.R2
LM1										
Est.	2.49	0.64							372	0.81
Tstat	31.93	40.16								
LM2										
Est.	2.44	0.66	0.92	-0.12	-0.26				372	0.86
Tstat	34.96	44.68	9.10	-1.75	-6.09					
LM3										
Est.	2.44	0.66	-3.64	-6.27	-1.28	0.84	1.10	0.19	372	0.86
Tstat	35.00	44.58	-1.26	-0.71	-0.51	1.57	0.69	0.40		
ADF- Test										
	Statistik		CV 5%, N = 1			CV 5%, Nmax				
LM1										
DF1	-2.720		-1.942			-1.942				
LM2										
DF1	-3.094		-1.942			-4.126				
LM3										
DF1	-2.756		-1.942			-4.753				

Tab 12: Abweichungen für die Prognose von LPS von Jän 99 - Dez 00

	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	Obs
LM1	-0.041	0.053	0.048	-0.705	0.835	24
LM2	-0.069	0.077	0.070	-1.192	1.216	24

Abb 5: Silberpreis sowie die Modelle LM1, LM2 und LM3

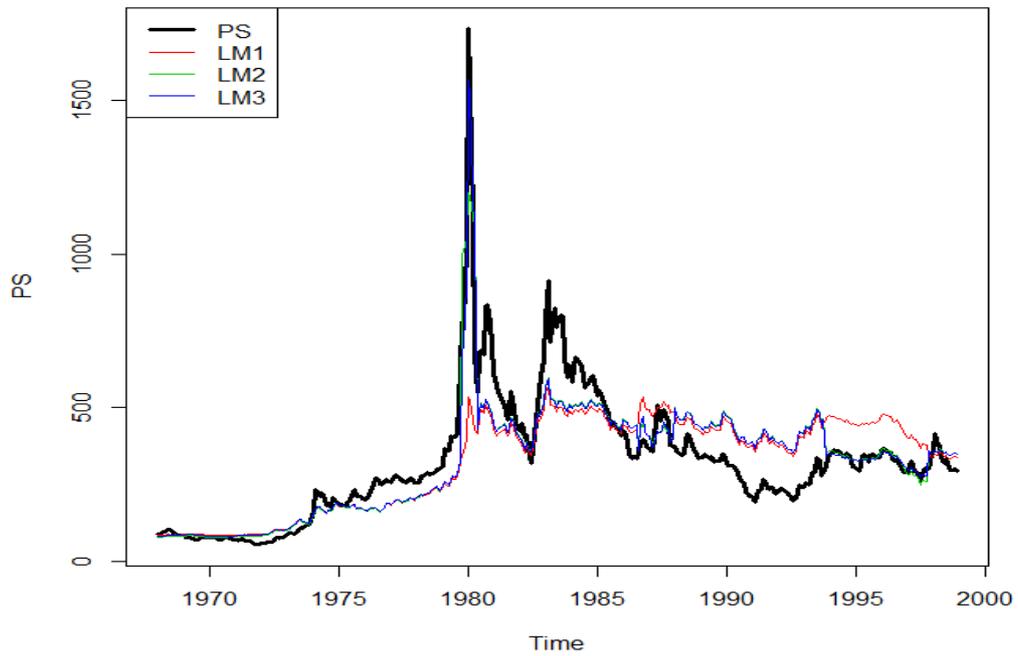


Abb 6: PS sowie Prognosewerte für Modelle LM1 und LM2

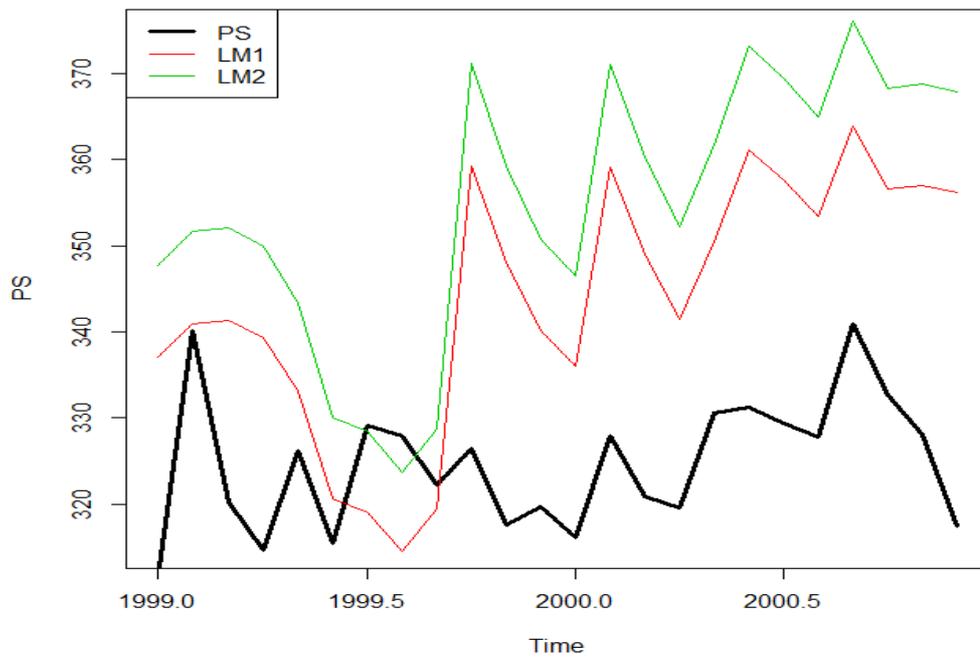


Abb 7: Log Goldpreis sowie die Modelle LM1, LM2 und LM3

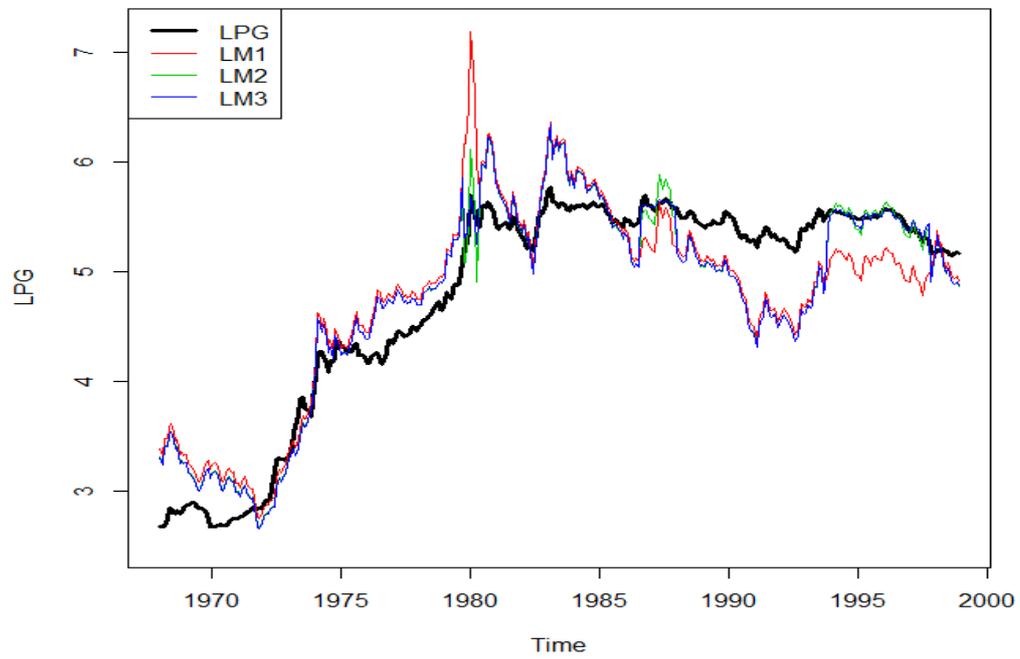


Abb 8: LPG sowie Prognosewerte für Modell LM1 und LM2

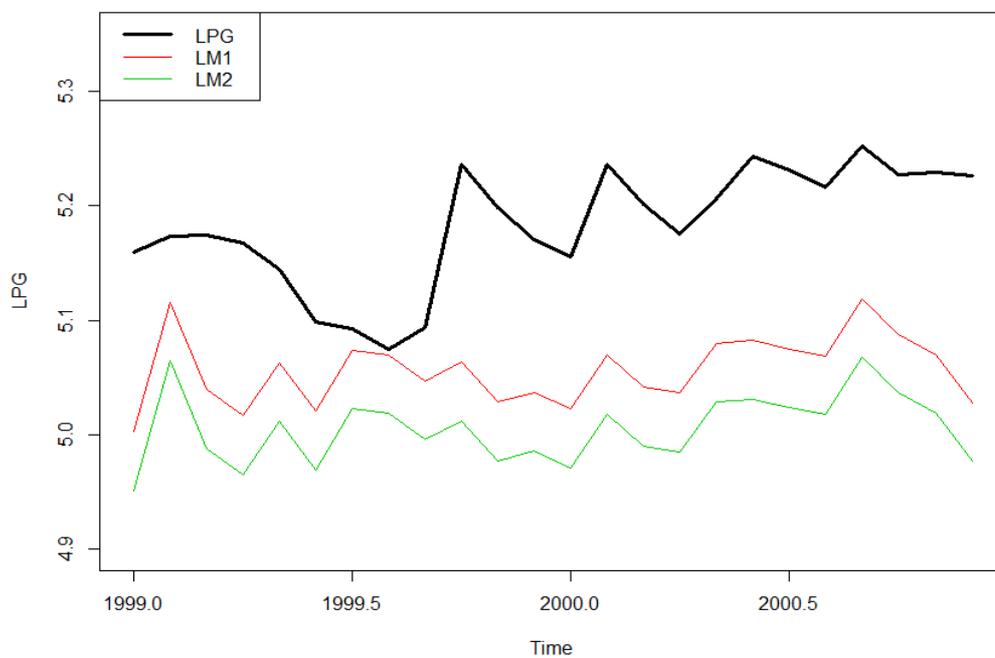


Abb 9: Log Silberpreis sowie die Modelle LM1, LM2 und LM3

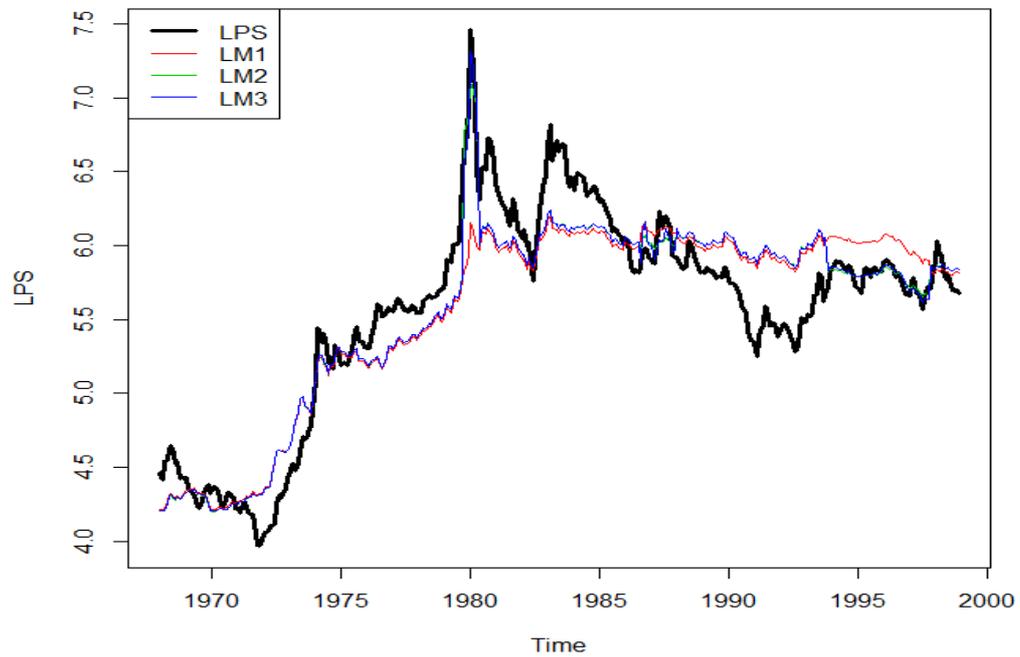
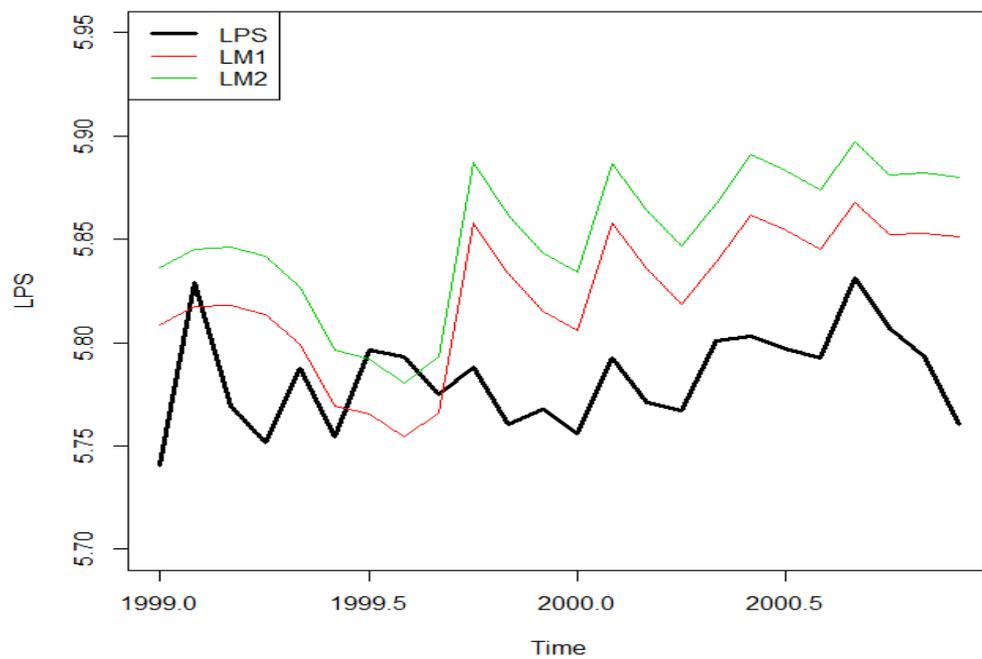


Abb 10: LPS sowie Prognosewerte für Modell LM1 und LM2



4.5 Fehlerkorrekturmodelle

In diesem Kapitel werden nun Fehlerkorrekturmodelle für die Modelle LM1 und LM2 berechnet. LM3 wird so wie in Kapitel 4.3 ausgeschieden, da es nicht entscheidend mehr Information als LM2 beinhaltet. Für die logarithmierten Preise wird überhaupt nur mehr das einfache Modell LM1 verwendet, da LM2 weder bei LPG noch bei LPS stationäre Residuen erzeugt hat. Die Abweichung vom langfristigen Gleichgewicht bilden die Fehlerterme z_t der Regressionen in Kapitel 4.2 ab. Um die Konvergenz zum Gleichgewicht zu beschreiben, werden nun die Fehlerkorrekturmodelle berechnet. Beispielhaft für PG:

$$\Delta PG_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^6 \beta_{(1,i)} \Delta PG_{(t-i)} + \sum_{j=1}^6 \beta_{(2,j)} \Delta PS_{(t-j)} + \gamma f(z_{(t-1)})$$

Zur Ermittlung der Länge der Lags von ΔPG , ΔPS beziehungsweise ΔLPG , ΔLPS werden Modelle mit bis zu sechs Lags geschätzt. In den Tabellen wiedergegeben sind die Modelle mit den maximalen Lags, in denen ein signifikanter Wert für den Fehlerterm gefunden werden konnte, welche dann auch für die Prognoseperiode berechnet werden. Daher ist natürlich die Aussage eine andere, als zum Beispiel bei Escribano und Granger (1998), die Modelle mit zwölf Lags schätzten und diese Ergebnisse analysierten. Vergleichbar mit deren Ergebnissen sind daher nur die Modelle in denen ich für die hier verwendete maximale Laglänge von sechs signifikante Werte für den Fehlerterm finden kann.

Zur Darstellung in den Tabellen ist zu sagen, dass aufgrund der Übersichtlichkeit nur die Werte für ΔPG_{t-1} beziehungsweise ΔPS_{t-1} wiedergegeben werden. Von entscheidender Bedeutung ist natürlich der Koeffizient des Fehlerterms z_{t-1} , da dieser angibt, wie rasch eine Abweichung vom Gleichgewicht wieder korrigiert wird. Der Koeffizient sollte daher ein negatives Vorzeichen haben, weil andernfalls keine Konvergenz zum Gleichgewicht vorhanden wäre. Im Gegensatz zu Escribano und Granger (1998) wird jeweils nur ein einfaches Fehlerkorrekturmodell geschätzt und keine nicht-linearen

Fehlerkorrekturmodelle, wie zum Beispiel mit quadratischen beziehungsweise kubischen Termen.

$$M1: f(z_t) = c_1 z_{t-1}$$

M2: nur Konstante im Modell, kein $f(z_t)$

Der Koeffizient c_1 beschreibt, wie weiter oben schon vorweggenommen, wie schnell eine Abweichung vom Gleichgewicht korrigiert wird. Im Gegensatz dazu ist M2 als Maßstab für die Modelle in der Prognoseperiode gedacht. Dafür wird nur eine Konstante geschätzt, dies ohne Verwendung des Fehlerterms oder von Lags der Zeitreihen. Die Überlegung ist, ist ein Modell geeignet, die Dynamik darzustellen, sollte es nämlich in den Abweichungsmaßen kleinere Werte aufweisen, als eine horizontale Gerade.

Wie schon in Kapitel 4.2 werden nun die Modelle für die Periode von Jänner 1968 bis Dezember 1998 geschätzt, und anschließend die Prognosewerte für die Periode von Jänner 1999 bis Dezember 2000 berechnet.

4.6 Ergebnisse der Fehlerkorrekturmodelle

Die Ergebnisse für die Differenzen des Goldpreises sind in Tabelle 13 zu finden. Für das Fehlerkorrekturmodell M1 zeigt sich, dass die Verwendung der Dummy-Variablen bewirkt, dass der Koeffizient von -0.015 zu 0.024 positiv wird, und daher keine Dynamik in Richtung des Gleichgewichts, sondern eine Divergenz vorhanden wäre. Die Koeffizienten für ΔPG_{t-1} als auch ΔPS_{t-1} sind positiv, allerdings ist ΔPS_{t-1} immer insignifikant. Das heißt ein Anstieg von ΔPG_{t-1} bewirkt einen Anstieg in der aktuellen Periode. Auffallend ist weiters, dass in Tabelle 13 nur sehr wenige Lags für ΔPS_{t-1} vorkommen, nämlich jeweils genau einer, da andernfalls der Koeffizient für z_{t-1} nicht signifikant wäre.

Tabelle 15 stellt die Ergebnisse für ΔPS_t als erklärte Variable dar. Als erstes fällt die Anzahl der Vorperioden auf, die bei den einzelnen Modellen berücksichtigt werden. Es sind hier mehr Lags von ΔPG_t vorhanden, als dies in Tabelle 13 für ΔPS_t der Fall war. Die Vorzeichen der Koeffizienten

für ΔPG_t sind alle negativ, aber insignifikant, während die von ΔPS_t immer positiv sind.

Im nächsten Absatz erläutere ich die Ergebnisse der Tabelle 17, in der ΔLPG die beschriebene Variable darstellt. Hierbei ist wie weiter oben schon erwähnt nur LM1 als Ausgangsmodell in Verwendung, da für LM2 und LM3 die ADF-Tests insignifikant waren, und daher keine Kointegrationsbeziehung vorliegt. Hierbei ist die Laglänge für ΔLPS_t eins und selbst dieser Koeffizient ist im Modell insignifikant. Allerdings hat der Fehlerkorrekturterm im Modell das richtige Vorzeichen und ist negativ, aber eben insignifikant. Das Vorzeichen für ΔLPG_{t-1} ist positiv. Es zeigt sich daher, wie schon aus den Ergebnissen in Kapitel 4.2 ersichtlich war, dass für die logarithmierten Goldpreise keine Kointegrationsbeziehung gefunden werden kann beziehungsweise zumindest keine Fehlerkorrektur über den Goldpreis erfolgt.

Zum Abschluss dieses Kapitels folgen nun die Ergebnisse für die Differenzen LPS in Tabelle 19. Hier sind wie auch schon bei PS wieder mehr Lags vorhanden als in Tabelle 17, sowohl für ΔLPG als auch für ΔLPS . Im Fall des einfachen Fehlerkorrekturmodells M1 ist der Fehlerterm mit berechnetem Wert von -0.029 und T-Statistik -2.129 klar signifikant.

Betrachtet man nun unter der maximalen Laglänge von sechs die Modelle, in denen signifikante Koeffizienten für eine Form der Fehlerkorrektur gefunden werden konnten, so sieht man, dass dies nie der Fall ist. Für ΔPG , ΔLPG als auch ΔLPS ist dies klar nicht der Fall, für ΔPS kann man zumindest bei fünf Lags für die Goldpreise und sechs Lags für die Silberpreise ein signifikantes Modell finden. Allerdings ist dieses nur unter der Spezifikation ohne Dummy-Variablen vorhanden. Daher kann man abschließend sagen, dass die hier berechneten Modelle Evidenz dafür bieten, dass nur über den Silberpreis eine Fehlerkorrektur erfolgt, und definitiv keine über den Goldpreis.

4.7 Vergleich der Ergebnisse in der Prognoseperiode

An dieser Stelle wird nun verglichen, wie gut die einzelnen Modelle geeignet sind, die Differenzen der Preise in der Prognoseperiode zu beschreiben. Zu diesem Zweck verwende ich wieder Abweichungsmaße, wie sie schon weiter oben beschrieben wurden. Vorrangig sind die ersten drei Abweichungsmaße interessant, da der Mean Percentage Error und der Mean Absolute Percentage Error für Werte nahe Null keine sinnvollen Ergebnisse liefern. Am meisten Gewicht wird auf die Werte des RMSE gelegt, da hierbei auch größeren Abweichungen mehr Bedeutung zukommt. Interessant ist natürlich auch der Vergleich zwischen den Modellen LM1 und LM2, da wie in Kapitel 4.3 gezeigt wurde LM2 klar schlechtere Ergebnisse erzielt hat als LM1. Prinzipiell wäre ja zu erwarten, dass LM2 die wahren Daten besser darstellen können sollte, da andernfalls die Verwendung der Dummy-Variablen keinen Sinn macht.

Da M2 ein einfaches Modell darstellt, bei dem nur eine horizontale Gerade geschätzt wird, sollten andere sinnvolle Modelle ein besseres Ergebnis liefern.

Im Falle der Prognosewerte von ΔPG in Tabelle 14 zeigt sich, dass M1 bessere Ergebnisse als M2 beim durchschnittlichen Fehler (ME) liefert, nicht aber beim RMSE oder dem durchschnittlichen absoluten Fehler (MAE). Da - wie weiter oben erwähnt - der RMSE hier die Basis für die Vergleiche ist, muss man sagen, dass kein hier verwendetes Modell bessere Ergebnisse liefert, als das primitive M2. Im Vergleich zwischen LM1 und LM2 zeigt sich immer ein besseres Ergebnis für LM2. Dies war zu erwarten, da die Dummy-Variablen Zeiträume abdecken sollen, in denen kein beziehungsweise nur ein schwacher Zusammenhang zwischen dem Gold- und dem Silberpreis vorhanden ist. Wie weiter oben erwähnt wurde dieses Ergebnis allerdings in Kapitel 4.3 nicht bestätigt.

Auch für die Prognosen von ΔPS in Tabelle 16 gilt, dass M2 das bessere Ergebnis in Bezug auf den RMSE liefert. Allerdings scheinen hierbei

Modell LM1 und LM2 nicht wirklich gut zu sein, da auch die anderen Abweichungsmaße mit Ausnahme des MPE bei LM1 schlechter als bei M2 sind. Beim Vergleich zwischen LM1 und LM2 zeigt sich, dass für den RMSE welches wie weiter oben beschrieben, das Hauptkriterium darstellt, LM2 ein besseres Ergebnis liefert, während bei den anderen Abweichungsmaßen keine Tendenz in eine Richtung zu erkennen ist.

Für die logarithmierten Werte wird wie weiter oben beschrieben nur die Fehlerkorrektur für das einfache Modell LM1 geschätzt. Daher gibt es natürlich auch nur dafür Abweichungsmaße, und der Vergleich dieser betrifft nun nur die Modelle M1 und M2 berechnet für LM1. Da die Werte hier sehr klein sind, gilt das gleiche natürlich auch für die Abweichungsmaße.

Für die Prognose Δ LPGs in Tabelle 18 zeigt sich, dass der RMSE und der MAE für M2 geringer sind. Für den durchschnittlichen Fehler (ME) bekommt man mittels des einfachen Fehlerkorrekturmodells M1 einen kleineren Wert.

Auch für Δ LPS sind schlussendlich die Ergebnisse nicht sonderlich von denen für Δ LPG zu unterscheiden. Wie in Tabelle 20 zu sehen ist bietet wieder M2 sowohl für den RMSE als auch für den MAE einen geringeren Wert.

Abschließend zu den Fehlerkorrekturmodellen ist zu sagen, dass diese anscheinend keine besseren Ergebnisse hervorbringen als die horizontale Gerade M2. Daher würde ich die hier verwendeten Modelle nicht als geeignet ansehen um zukünftige Preise zu prognostizieren. Im nächsten Kapitel erfolgt nun eine andere Herangehensweise der Modellierung, nämlich mit der Johansen-Kointegrations-Methode. Interessant wird dabei sein in wieweit sich bessere Ergebnisse sowohl für die Beschreibung der Daten als auch die Prognosen erzielen lassen.

4.8 Tabellen zu Kapitel 4.6 und 4.7

Tab 13: Fehlerkorrekturmodelle für ΔPG , Jän 68 - Dez 98

		cons	ΔPG_{t-1}	L	ΔPS_{t-1}	L	Z_{t-1}	R ²
M1,LM1	ΔPG_t	0.438	0.229	6	0.010	1	-0.015	0.126
M1,LM1	Tstat	0.892	2.851		0.767		-2.015	
M1,LM2	ΔPG_t	0.354	0.178	1	0.007	1	0.024	0.063
M1,LM2	Tstat	0.713	2.252		0.563		2.430	
M2,LM1	ΔPG_t	0.431						0.002
M2,LM1	Tstat	0.848						
M2,LM2	ΔPG_t	0.431						0.002
M2,LM2	Tstat	0.848						

Tab 14: Abweichungsmaße für Prognose von ΔPG , Jän 99 - Dez 00

		ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	Obs
M1,LM1	ΔPG_t	-0.0049	7.9305	5.6956	112.4141	179.2897	23
M1,LM2	ΔPG_t	0.0772	7.6584	5.4380	94.8843	122.6068	23
M2,LM1	ΔPG_t	0.0869	7.3043	5.1992	95.1736	107.4801	23
M2,LM2	ΔPG_t	0.0869	7.3043	5.1992	95.1736	107.4801	23

Tab 15: Fehlerkorrekturmodelle für ΔPS , Jän 68 - Dez 98

		cons	ΔPG_{t-1}	L	ΔPS_{t-1}	L	Z_{t-1}	R ²
M1,LM1	ΔPS_t	0.290	-0.658	5	0.437	6	-0.045	0.231
M1,LM1	Tstat	0.100	-1.326		5.243		-1.985	
M1,LM2	ΔPS_t	0.704	-0.665	1	0.348	1	-0.158	0.168
M1,LM2	Tstat	0.240	-1.427		4.646		-5.628	
M2,LM1	ΔPS_t	0.553						0.00008
M2,LM1	Tstat	0.174						
M2,LM2	ΔPS_t	0.553						0.00008
M2,LM2	Tstat	0.174						

Tab 16: Abweichungsmaße für Prognose von ΔPS , Jän 99 - Dez 00

		ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	Obs
M1,LM1	ΔPS_t	-0.4967	12.6729	10.4463	83.9867	181.2636	23
M1,LM2	ΔPS_t	-0.5873	10.7601	8.4299	108.7153	138.2897	23
M2,LM1	ΔPS_t	-0.2836	10.4759	8.2767	104.3561	104.3561	23
M2,LM2	ΔPS_t	-0.2836	10.4759	8.2767	104.3561	104.3561	23

Tab 17: Fehlerkorrekturmodelle für ΔLPG , Jän 68 - Dez 98

		cons	ΔLPG_{t-1}	L	ΔLPS_{t-1}	L	Z_{t-1}	R^2
M1,LM1	ΔLPG_t	0.005	0.381	2	-0.016	1	-0.008	0.127
M1,LM1	Tstat	2.032	5.145		-0.371		-1.314	
M2,LM1	ΔLPG_t	0.007						0.016
M2,LM1	Tstat	2.468						

Tab 18: Abweichungsmaße für Prognose von ΔLPG , Jän 99 - Dez 00

		ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	Obs
M1,LM1	ΔLPG_t	-0.0031	0.0445	0.0314	122.5969	174.9002	23
M2,LM1	ΔLPG_t	-0.0038	0.0414	0.0309	86.0794	152.2426	23

Tab 19: Fehlerkorrekturmodelle für ΔLPS , Jän 68 - Dez 98

		cons	ΔLPG_{t-1}	L	ΔLPS_{t-1}	L	Z_{t-1}	R^2
M1,LM1	ΔLPS_t	0.002	0.193	3	0.229	3	-0.029	0.115
M1,LM1	Tstat	0.519	1.714		2.755		-2.129	
M2,LM1	ΔLPS_t	0.003						0.001
M2,LM1	Tstat	0.731						

Tab 20: Abweichungsmaße für Prognose von ΔLPS , Jän 99 - Dez 00

		ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	Obs
M1,LM1	ΔLPS_t	-0.0026	0.0386	0.0312	93.2713	191.9461	23
M2,LM1	ΔLPS_t	-0.0024	0.0322	0.0259	108.3456	112.4564	23

5 Johansen-Methode

5.1 VAR- und VEC-Modell

Im nun folgenden Kapitel soll die Kointegrationsbeziehung zwischen den Gold- und Silberpreisen mittels der effizienten Methode von Johansen (1988) berechnet werden. Die Modellspezifikationen sehen ähnlich zu Kapitel 4 aus. Wieder wird ein Modell aus den Daten von Jänner 1968 bis Dezember 1998 geschätzt und danach überprüft, wie gut es die Prognoseperiode von Jänner 1999 bis Dezember 2000 beschreiben kann. Zuerst wird nun für Gold- und Silberpreise ein Johansen-Kointegrationstest durchgeführt. Zur Bestimmung der Lags von Gold und Silber werden für VAR(1) bis VAR(12) Informationskriterien geschätzt. Das Schwarz-Kriterium und das Hannan-Quinn-Informationskriterium würden drei Lags vorschlagen. Dem AIC hingegen folgend entscheide ich mich für sieben Lags, da bei Verwendung von weniger Lags Autokorrelation in den Residuen vorhanden wäre. Nun kann ich die von Johansen (1991) entwickelten Spur- und Maximal-Eigenwert-Teststatistiken berechnen. Diese sind in Tabelle 21 zu finden. Weiters berechne ich auch diese Statistiken unter Verwendung der Dummy-Variablen von Modell LM2 aus Kapitel 4. Da aber nur DB signifikant ist, lasse ich nur diesen Dummy in der Berechnung. Hierbei verwende ich wieder dem AIC folgend acht Lags. Die in R implementierten und daher hier verwendeten kritischen Werte für die Teststatistiken stammen von Osterwald-Lenum (1992).

Tab 21: Johansen-Kointegrationstest für PG und PS

	Dummys	Rang	Spur	Spur (0.95)	Maximal Eigenwert	Maximal Eigenwert (0.95)
PG _t , PS _t	nein	R ≤ 1	3.02	8.18	3.02	8.18
		R = 0	15.54	17.95	12.52	14.90
PG _t , PS _t	ja	R ≤ 1	3.01	8.18	3.45	8.18
		R = 0	26.59	17.95	23.58	14.90

Für den Fall, dass der Test falsch spezifiziert wäre, wurde ein Likelihood-Ratio-Test gemacht, bei dem die H_0 , unter der kein Trendterm inkludiert ist, nicht verworfen werden kann.

Wie man an den Ergebnissen der Tabelle 21 sieht, liegt nur bei der Modellspezifikation mit DB eine Kointegrationsbeziehung vor. Ohne die Variable DB kann im Gegensatz zu den Ergebnissen in Kapitel 4 kein Kointegrationszusammenhang gefunden werden.

Graphisch dargestellt sind die Modelle in Abbildung 11 für Gold und Abbildung 12 für Silber.

Abb 11: VEC-Modelle für den Goldpreis, Jän 68 - Dez 98

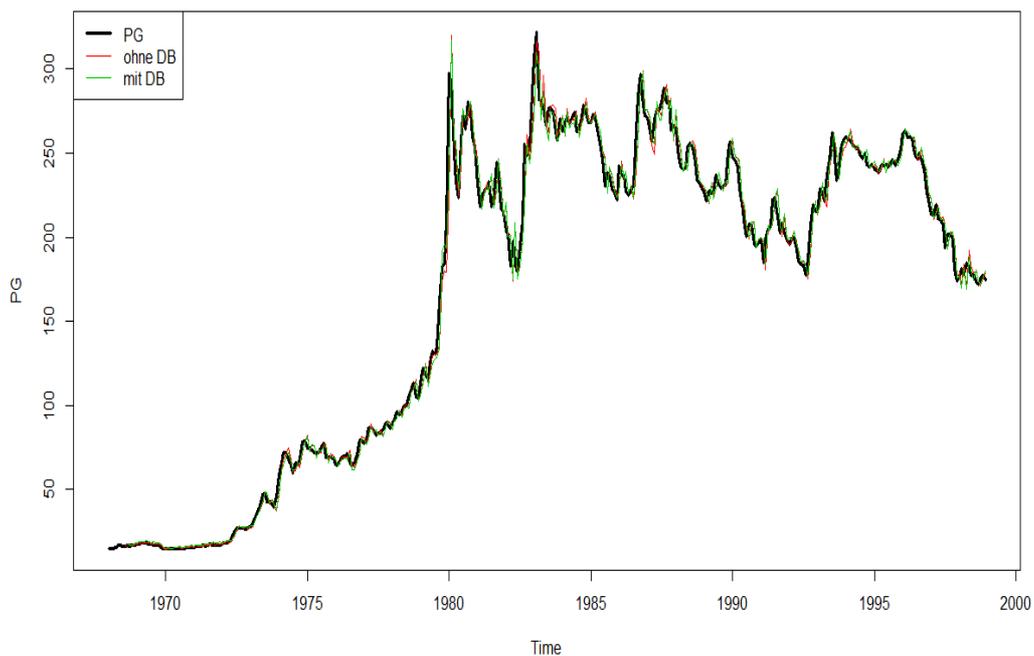


Abb 12: VEC-Modelle für den Silberpreis, Jän 68 - Dez 98

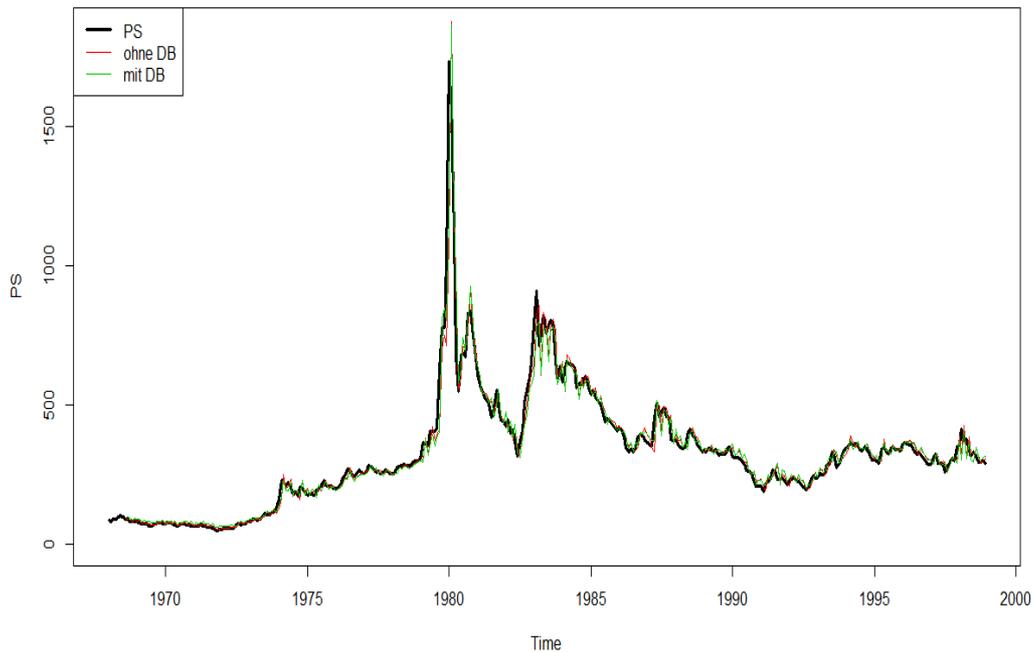


Tabelle 22 zeigt die Teststatistiken für die logarithmierten Gold- und Silberpreise, die wieder analog berechnet wurden. Bei der Lag-Berechnung wird hierbei von SC und HQ eine Länge von zwei als optimal betrachtet, während ich wieder - wie das AIC vorschlägt - acht verwende.

Tab 22: Johansen-Kointegrationstest für LPG und LPS

Dummys	Rang	Spur	Spur (0.95)	Maximal Eigenwert	Maximal Eigenwert (0.95)
LPG _t , LPS _t nein	R ≤ 1	3.43	8.18	3.43	8.18
	R = 0	12.22	17.95	8.79	14.9
LPG _t , LPS _t ja	R ≤ 1	3.2	8.18	3.2	8.18
	R = 0	11.09	17.95	7.89	14.90

Sowohl für die Spur-, als auch für die Eigenwert-Statistik, kann die H0 nicht verworfen werden, und daher liegt keine Kointegrationsbeziehung zwischen den logarithmierten Gold- und Silberpreisen vor. Insbesondere ist hier wieder die Statistik unter Verwendung der Dummy-Variablen niedriger als jene ohne Dummies. Das Ergebnis deckt sich daher mit Kapitel 4, in dem auch keine Kointegrationsbeziehung für LPG und LPS mit Dummy-Variablen Signifikanz hatte. Da hier allerdings auch die einfache Modellierung ohne Dummies insignifikant ist, werde ich in weiterer

Folge in diesem Kapitel nur mehr PG und PS verwenden. LPG und LPS finden daher keine Berücksichtigung mehr.

Nun berechne ich die Werte für die Fehlerkorrektur zuerst für PG und PS, und danach in gleicher Weise mit Inkludierung der Dummy-Variablen. Ich verwende hier auch weiter das Modell ohne Dummy-Variablen, da in Kapitel 4 für diese Spezifikation ein Kointegrationszusammenhang gefunden werden konnte, und im Hinblick auf die Prognoseperiode mit diesen Modellen bessere Ergebnisse zu erzielen waren, als mit Inkludierung der Dummy-Variablen.

Die Ergebnisse sind auf PS normiert, daher ist der erste Wert des Vektors β_1 gleich 1. Die Ergebnisse für β und α sind in Tabelle 23 zu finden.

Tab 23: Kointegrationsvektor β und Ladungsvektor α , Modell ohne DB

	β_1	β_2	α_1	α_2
Wert	1	-1.486	-0.042	0.002
Tstat	NA	-3.95	-1.846	0.448

Wie man schon in Tabelle 23 sieht ist der Koeffizient für α_2 0.002 mit T-Statistik von 0.448 klar insignifikant. Zu diesem Modell ist nicht sehr viel zu sagen, da es eben als Vergleich der Ergebnisse in der Prognoseperiode verwendet wird. Die VEC-Form sieht für dieses Modell ohne Dummy-Variablen folgendermaßen aus:

$$\begin{bmatrix} \Delta PS_t \\ \Delta PG_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.797 \\ 0.258 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.042 \\ 0.002 \end{bmatrix} [1, -1.486] \begin{bmatrix} PS_{(t-1)} \\ PG_{(t-1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.444 & -0.657 \\ 0.027 & 0.177 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta PS_{(t-1)} \\ \Delta PG_{(t-1)} \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} u_{(1,t)} \\ u_{(2,t)} \end{bmatrix}$$

Nun folgen die Berechnungen für das Modell mit Inkludierung von DB, wofür in Tabelle 24 die Werte von α und β wiedergegeben sind und wobei β wieder auf PS normiert ist.

Tab 24: Kointegrationsvektor β und Ladungsvektor α , Modell mit DB

Mit DB	β_1	β_2	α_1	α_2
Wert	1	-1.066	-0.110	-0.010
Tstat	NA	-4.204	-4.616	-2.574

Hierbei sind im Gegensatz zu dem Modell ohne Dummy-Variablen sowohl der Kointegrationsvektor β als auch alle Elemente des Ladungsvektors α signifikant. Da das Vorzeichen von α_1 negativ und β_1 positiv ist, existiert ein stabiles System, in dem Abweichungen vom Langzeitgleichgewicht korrigiert werden. Das bedeutet 11% von einer Abweichung des Gleichgewichts werden monatlich über die Änderungsrate des Silberpreises korrigiert und daher dauert es circa neun Monate bis ein Ungleichgewicht bereinigt ist. Da α_2 und β_2 zwar signifikant sind, allerdings beide ein negatives Vorzeichen haben, gibt es keine Konvergenz des Goldpreises. Allerdings ist der Koeffizient α_2 mit -0.01 auch sehr klein, und daher sollte die Konvergenz des Silberpreises für ein stabiles Gleichgewicht ausreichend sein.

Das VEC-Modell sieht folgendermaßen aus:

$$\begin{bmatrix} \Delta PS_t \\ \Delta PG_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13.613 \\ 1.403 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.110 \\ -0.010 \end{bmatrix} [1, -1.066] \begin{bmatrix} PS_{(t-1)} \\ PG_{(t-1)} \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} 0.280 & -0.357 \\ -0.0002 & 0.223 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta PS_{(t-1)} \\ \Delta PG_{(t-1)} \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} 156.368 \\ 25.722 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} DB \\ DB \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{(1,t)} \\ u_{(2,t)} \end{bmatrix}$$

Die kurzfristige Dynamik wird durch die Vorperioden der Terme von ΔPG_t und ΔPS_t bestimmt. Zu den geschätzten Koeffizienten ist zu sagen, dass generell in der Gleichung von ΔPG_t mit Ausnahme von ΔPS_{t-6} alle anderen Terme von ΔPS_t insignifikant sind, umgekehrt sind in der Gleichung für ΔPS_t die meisten Terme von ΔPG_t nicht signifikant. Wenn man nun die Werte des Fehler-Korrekturmodells M1 aus Kapitel 4 dazu vergleicht, so sieht man, dass auch dort die Vorzeichen für die Vorperioden bei ΔPS_{t-1} und ΔPG_{t-1} gleich sind.

5.2 Testen auf Granger-Kausalität

In diesem Abschnitt teste ich nun im VAR-Modell, ob Kausalität im Sinne der Definition von Granger (1969) vorliegt, und wenn ja, ob der Goldpreis den Silberpreis beeinflusst oder umgekehrt. Zur Berechnung verwende ich die von Toda und Yamamoto (1995) vorgeschlagene Methode. Dabei wird das VAR-Modell mit Laglänge $p+m$ berechnet, wobei p die optimale Länge

des VAR-Modells und m die Anzahl an Kointegrationsvektoren darstellt. Im hier vorliegenden Fall ist $p = 8$ und $m = 1$, wie in Kapitel 5.1 beschrieben.

Tab 25: Granger-Kausalitätstests

	Ohne Dummies	Mit Dummies
H0: PG \nrightarrow PS	17.3	21.3
p.val	0.015	0.0033
H0: PS \nrightarrow PG	21.5	35.4
p.val	0.0031	0.00001

Wie man sieht ist das Ergebnis, dass für das VAR-Modell sowohl ohne als auch mit der Dummy-Variable DB die Granger-Kausalität in beide Richtungen gegeben ist. Das bedeutet, dass sowohl der Goldpreis den Silberpreis als auch umgekehrt der Silberpreis den Goldpreis beeinflusst. Dieses Ergebnis unterscheidet sich von jenem von Baur und Tran (2012). Diese finden nur Granger-Kausalität von Gold zu Silber, aber keine in der umgekehrten Richtung. Dabei ist zu sagen, dass bei den hier vorliegenden Daten schon eine Verkürzung der Laglänge auf 7 ausreichen würde, um keine Granger-Kausalität von PG zu finden. Für PS ist die Granger-Kausalität auch dann immer noch gegeben, womit das Ergebnis unter dieser Lag-Spezifikation dann komplett gegensätzlich zu dem von Baur und Tran (2012) wäre. Allerdings haben sie eine andere Datenlänge und auch anders spezifizierte Dummy-Variablen verwendet und testen auch die Granger-Kausalität in den VEC-Gleichungen.

5.3 Prognose

Nun werde ich wie auch schon in Kapitel 4 mit den geschätzten Modellen für PG und PS in der Prognoseperiode berechnen und ihre Güte vergleichen. Die Ergebnisse in den Tabellen 26 und 27 zeigen auch hier wieder, dass ein Modell ohne Verwendung von Dummy-Variablen den weiteren Verlauf der Gold- und Silberpreise besser beschreibt als eines mit DB. Wenn man allerdings die Unterschiede der Abweichungsmaße

betrachtet, so sind diese hier vor allem für PG sehr klein im Vergleich zu der Schätzung in Kapitel 4. Insbesondere erkennt man zum Beispiel bei der Betrachtung der Prognosewerte für PG in Abbildung 5, dass hier die Werte nicht so stark unterschätzt werden. Für PS sieht es hingegen anders aus. Hier werden vor allem mit DB klar die wahren Werte unterschätzt. Dieses Resultat unterscheidet die Ergebnisse hier auch von Kapitel 4.3. Dort wurde der Silberpreis klar überschätzt. Graphisch Dargestellt sind die Prognosen für den Goldpreis in Abbildung 13 und für den Silberpreis in Abbildung 14.

Tab 26: Abweichungsmaße in der Prognoseperiode ohne DB

	Dummys	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	Obs
PG	nein	-0.62	7.43	5.66	-0.56	3.25	24
PS	nein	5.22	12.27	8.57	1.58	2.62	24

Tab 27: Abweichungsmaße in der Prognoseperiode mit DB

	Dummys	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	Obs
PG	Ja , DB	1.37	8.29	6.77	0.53	3.83	24
PS	Ja , DB	18.10	19.90	18.10	5.53	5.53	24

Sowohl für den Silber-, als auch den Goldpreis sind Im Vergleich der Prognosen die hier in Kapitel 5 geschätzten Modelle, klar besser im Sinn eines kleineren RMSE als die Modelle aus Kapitel 4. Abschließend ist allerdings zu betonen, dass die beste Prognose mit dem VEC-Modell ohne Dummy-Variablen erzielt wird, welches zumindest auf einem 95% Niveau insignifikant ist.

Abb 13: PG und Prognosewerte der VEC-Modelle

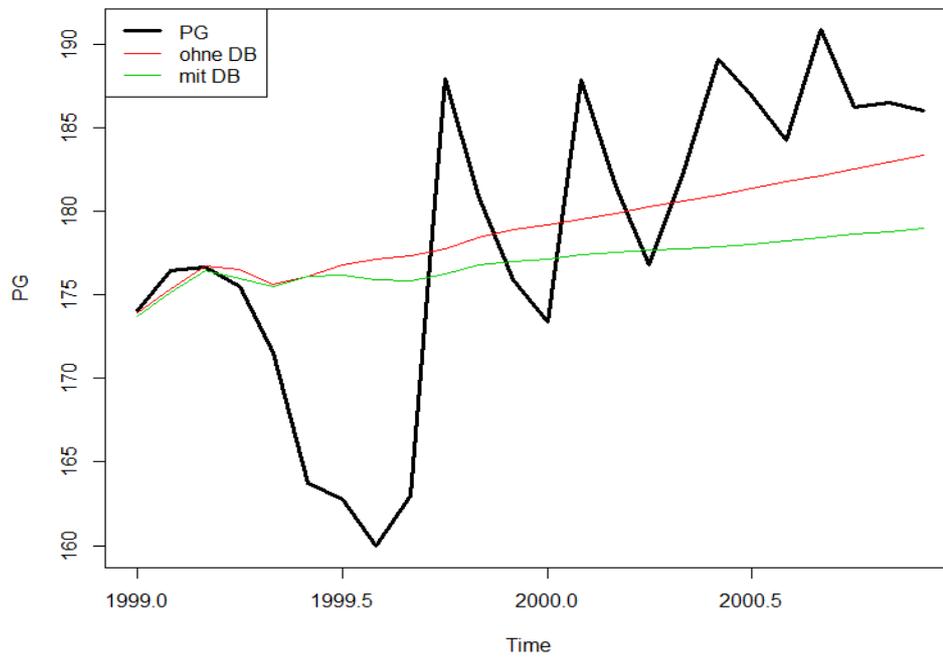
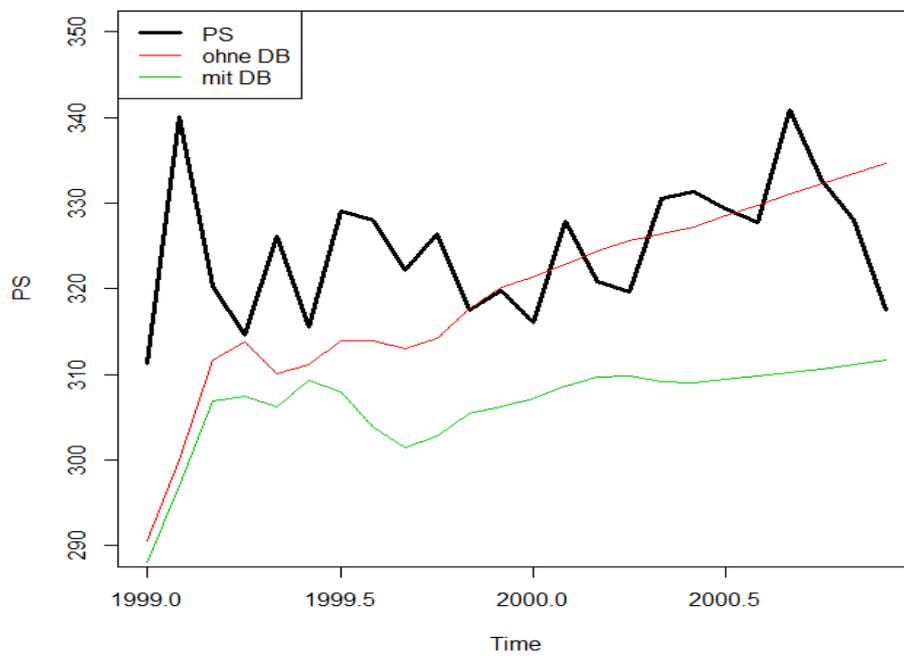


Abb 14: PS und Prognosewerte der VEC-Modelle



6 Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

Wie schon in der Einleitung erwähnt gibt es einige Studien, die den Zusammenhang zwischen dem Gold- und dem Silberpreis modellieren. Ziel dieser Arbeit war es, wie von Escribano und Granger (1998) vorgezeigt, diesen mittels eines Kointegrationsmodells nachzuweisen. Zu Beginn konnte gezeigt werden, dass sowohl der Gold- und Silberpreis, als auch deren logarithmierte Werte nicht stationär sind, und daher das Konzept der Kointegration sinnvoll ist. In weiterer Folge wurden drei verschiedene Modellspezifikationen mit und ohne Dummy-Variablen erstellt, mit denen versucht werden sollte, eine Kointegrationsbeziehung zu beschreiben.

Im ersten Teil wurden mittels des Granger-2-Step-Verfahrens folgende Ergebnisse berechnet: Sowohl das einfache Modell LM1 als auch das Modell mit Dummy-Variablen LM2 für die Gold- und Silberpreise stationäre Residuen. Für die logarithmierten Werte war dies nur bei LM1 der Fall. Weiters wurden auch die Modelle für die Prognoseperiode von Jänner 1999 bis Dezember 2000 berechnet, mit dem Ergebnis, dass die Prognosewerte des Goldpreises unterschätzt und die des Silberpreises überschätzt werden. Anschließend wurden Fehlerkorrekturmodelle geschätzt, um einen Einblick in die Dynamik zu erhalten. Klar ersichtlich ist, dass nur für den Silberpreis signifikante Fehlerterme unter der verwendeten Laglänge von sechs gefunden werden konnten. Die Interpretation dieses Ergebnisses ist, dass nur der Silberpreis Abweichungen vom langfristigen Gleichgewicht zwischen dem Gold- und Silberpreis korrigiert. Das bedeutet langfristig passt sich der Silberpreis dem Goldpreis an.

Im zweiten Teil der Arbeit wurden mittels des Johansen-Maximum-Likelihood Schätzers die gleichen Daten analysiert. Hierbei konnte nun ohne Verwendung der Dummy-Variablen keine Kointegrationsbeziehung für die Gold- und Silberpreisen festgestellt und für die logarithmierten Preise gar kein signifikantes VEC-Modell weder mit noch ohne Dummies

gefunden werden. Das VEC-Modell das hierbei gewählt wurde inkludiert nur die Dummy-Variable DB. D2 und D3 konnten nicht signifikant die Teststatistiken beeinflussen und wurden daher weggelassen. Das zentrale Ergebnis ist, dass der Silberpreis Abweichungen vom Gleichgewicht mit einer Rate von 11 % korrigiert während für den Goldpreis keine Konvergenz gefunden werden konnte. Um die Dynamik in dem Modell weiter zu untersuchen wurden Kausalitätstests gemacht, mit dem Ergebnis, dass für die kurzfristige Anpassung sowohl der Goldpreis den Silberpreis als umgekehrt der Silberpreis den Goldpreis beeinflusst. Zur Prognose mit dem VEC-Modell ist zu sagen, dass unter der Spezifikation mit DB vor allem für PS auch hier wieder die wahren Werte unterschätzt werden, und das insignifikante Modell ohne Dummy bessere Ergebnisse liefert.

Abschließend ist im Vergleich der Ergebnisse zu sagen, dass die langfristige Dynamik zu einem Gleichgewicht in beiden Modellen klar über den Silberpreis bestimmt ist. In Bezug auf die Prognosegüte liefen die VEC-Modelle aus Kapitel 5 bessere Resultate als die linearen Modelle. Generell scheint dieser Ansatz für die Beschreibung des wahren Verlaufs der Daten gut geeignet.

Da die in dieser Arbeit verwendeten Daten im Jahr 2000 enden, wäre es interessant, an Hand einer weiterführenden Zeitreihe die Untersuchung fortzusetzen. Insbesondere stellt sich die Frage, ob für die aktuelle Preisentwicklung der letzten Jahre auch ein signifikantes VEC-Modell gefunden werden kann, oder ob wie hier einige Perioden durch Dummy-Variablen beschrieben werden müssen.

Literaturverzeichnis

Banerjee, A., Dolado, J., Galbraith, J. W. und Hendry, D. F. (1993) *Co-Integration, Errorcorrection, and the econometric analysis of non-stationary data*. Oxford University Press.

Baur, D. G. und Tran, D. (2012) *The Long-Run Relationship of Gold and Silver and the Influence of Bubbles and Financial Crises*. Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=2016631>

Chan, M. W. und Mountain, C. (1998) *The Interactive and Causal Relationship Involving Precious Price Movements: An Analysis of the Gold and Silver Markets*. Journal of Business & Economic Statistics, Vol. 6, No.1, 69-77.

Ciner, C. (2001) *On the long run relationship between gold and silver prices A note*. Global Finance journal 12, 299-303.

Engle, R. F. und Granger, C. W. J. (1987) *Co-Integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing*. Econometrica, Vol. 55, No. 2, 251-276.

Engle, R. F. und Granger, C. W. J. (1991) *Long-run economic relationships readings in cointegration*. Oxford University Press.

Escribano, A. und Granger, C. W. J. (1998) *Investigating the Relationship between Gold and Silver Prices*. Journal of Forecasting, 17, 81-107.

Granger, C. W. J. (1969) *Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods*. Econometrica, 37: 424-438.

Granger, C. W. J. (1981) *Some Properties of Time Series Data and their Use in Econometric Model Specification* Journal of Econometrics, vol. 16, 121-130.

Hansen, H. und Johansen, S. (1992) *Recursive Estimation in Cointegrated Var Models*. University of Copenhagen Economics Working Papers.

Hyndman, R. J. und Koehler, A. B. (2006) *Another look at measures of forecast accuracy*. International Journal of Forecasting, 22(4).

- Johansen, S. (1988) *Statistical Analysis of cointegration vectors*. Journal of Economic Dynamics and Control 12, 231-254
- Johansen, S. und Juselius, K. (1990) *Maximum likelihood estimation and inference on cointegration – with applications to demand for money*. Oxford Bulletin of Economics and Statistics 52(2), 169 - 210
- Lucey, B. M. und Tully, E. (2003) *The Evolving Relationship between Gold and Silver 1978-2003: Evidence from Dynamic Cointegration Analysis*, IIS Discussion Paper Trinity College Dublin.
- Lucey, B. M. und Tully, E. (2006) *Seasonality, risk and return in daily COMEX gold and silver data 1982-2002*. Applied Financial Economics, 16:4, 319-333.
- Lütkepohl, H. und Krätzig, M. (2004) *Applied TimeSeries Econometrics*. Cambridge University Press.
- MacKinnon, J. G. (2010) *Critical Values for Cointegration Tests*. Queens Economics Department Working Paper No. 1227 <http://www.econ.queensu.ca/faculty/mackinnon/>
- Osterwald-Lenum, M. (1992), *A Note with Quantiles of the Asymptotic Distribution of the Maximum Likelihood Cointegration Rank Test Statistics*. Oxford Bulletin of Economics and Statistics, 55, 3, 461–472.
- Pfaff, B. (2008) *Analysis of Integrated and Cointegrated Time Series with R*. Springer Zweite Auflage.
- Stock, J. H. (1987) *Asymptotic properties of least squares estimators of cointegrating vectors*. Econometrica, 55, 1035-1056
- Toda, H. Y. und Yamamoto, T. (1995) *Statistical Inference in vector autoregressions with possibly integrated processes*. Journal of Econometrics, 66, 225-250.

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre hiermit an Eides Statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Die aus fremden Quellen direkt oder indirekt übernommenen Gedanken sind als solche kenntlich gemacht.

Die Arbeit wurde bisher in gleicher oder ähnlicher Form keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt und auch noch nicht veröffentlicht.

Wien, im Mai 2012

Bernhard Klaus

Zusammenfassung/Abstract

Zusammenfassung

Zahlreiche Studien untersuchen den Zusammenhang zwischen dem Gold- und dem Silberpreis. Ausgehend von Escribano und Granger (1998) wird in dieser Arbeit versucht, diesen mittels eines Kointegrationsmodells zu beschreiben. Für die verwendeten Monatsdaten von Jänner 1968 bis Dezember 2000 werden Kointegrationsmodelle im ersten Teil mit dem Engle-Granger-2-Step-Schätzer und im zweiten Teil mit dem Johansen-Maximum-Likelihood-Schätzer berechnet und deren Ergebnisse verglichen. Wesentliches Resultat ist, dass langfristig der Silberpreis dem Goldpreis anpasst und nicht vice versa.

Abstract

There are several studies which investigate the relationship between prices of gold and silver. Following the work of Escribano and Granger (1998) this thesis tries an cointegration approach to model the relationship. Using monthly data from January 1968 to December 2000 some cointegration-models are calculated with the Engle-Granger-2-Step-Estimator in the first part and with the efficient Maximum-Likelihood-Estimator in the second part. The main result is that in the long run the price of silver will adjust to the price of gold and not vice versa.

Lebenslauf

Angaben zur Person

Name: Bernhard KLAUS

Adresse: Wiedner Gürtel 28/9, 1040 Wien

E-Mail: bernhardklaus@hotmail.com

Staatsangehörigkeit: Österreich

Geburtsdatum: 28. August 1984

Ausbildung

Volksschule der Englischen Fräulein in Krems/Donau, 1990-1994

Realgymnasium BG/BRG Krems, Piaristengasse 2, 1994-2003

Diplomstudium der Volkswirtschaft und Statistik an der Universität Wien,
seit 2004