



DIPLOMARBEIT

Titel der Diplomarbeit

Vergleich thermodynamischer Größen

Verfasserin

Julia Schöberl

angestrebter akademischer Grad

Magistra der Naturwissenschaften (Mag. rer. nat.)

Wien, 2012

Studienkennzahl laut Studienblatt: A 415

Studienrichtung laut Studienblatt: Meteorologie

Betreuerin / Betreuer: O. Univ. Prof. Dr. Reinhold Steinacker

Kurzfassung

Ziel dieser Arbeit war es, Studenten und Interessierten der Meteorologie bzw. der Naturwissenschaften eine klare und gut strukturierte Auflistung von thermodynamischen Größen zu liefern.

Diese Arbeit stellt einen detaillierten Überblick über die thermodynamischen Größen, welche in der Meteorologie in Verwendung sind, dar.

Dazu wurden diese Größen (sowohl messbare als auch abgeleitete Größen) präzise definiert und deren genaue Verwendung im meteorologischen Dienst beschrieben.

Zum einen wurde in der Arbeit beschrieben, dass man bei Wissen über die 1°C -Isolinie der Feuchttemperatur eine Aussage über die Schneefallgrenze treffen kann.

Zum anderen wurde erläutert, dass die äquivalentpotentielle Temperatur zur Bestimmung der Luftmasse geeignet ist (neben Schneefallgrenzenbestimmung).

Bei Betrachtung der Θ_e (850hPa)-Karte kann man somit bei Aufscheinen eines scharfen Gradienten auf die ungefähre Lage einer Front (Front ist als Luftmassengrenze definiert) schließen.

Zudem wurde versucht, Vergleiche unter den Größen anzustellen (z.B. Feucht- / Äquivalenttemperatur) um die Unterschiede genau zu erläutern.

Im meteorologischen Dienst sind häufig thermodynamische Diagrammpapiere im Einsatz. Anhand eines eigens programmierten Stüvediagramms wurde die Bestimmung der abgeleiteten Temperaturgrößen graphisch erläutert.

Als Zusatz wurden in Matlab Skripten geschrieben, die die abgeleiteten Temperaturen direkt bei vorgegebenen Anfangsbedingungen berechnen.

Abstract

The aim of this work is to present a clear and well-structured listing of thermodynamic quantities to students who are interested in meteorology or science.

This work illustrates a detailed overview of the thermodynamic quantities that are in use for meteorology.

Those very quantities (measurable as well as deduced ones) were precisely defined and their accurate application in Meteorological Service is described.

On the one hand the work shows that if you are in knowledge of the 1°C-isoline of the wet-bulb temperature you can give a statement about the snow line.

On the other hand it is illustrated that the equivalent potential temperature is suitable to characterize the air mass (besides determining the snow line).

When examining a Θ_e (850hPa)-chart one can suggest the approximate position of a front (front defined as boundary separating two air masses) when a sharp gradient exists.

Moreover, the paper draws comparisons between the quantities (e.g. wet-bulb / equivalent temperature) in order to explain the differences.

Meteorological Services often use thermodynamic diagrams. On the basis of a specially programmed Stüve graph the determination of deduced quantities of temperature is illustrated.

In addition, scripts were written in Matlab which calculate the deduced temperatures directly at given starting conditions.

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung und Gliederung der Arbeit	3
2 Symbolliste	5
3 Theorie der Thermodynamik	7
3.1 Einführung	7
3.2 Energieprinzip	9
3.3 Formen der Energie	9
3.4 Energieumwandlungen	12
3.5 Spezifische Wärmekapazitäten	14
3.6 Zustandsänderungen	15
4 Messbare Temperaturen	17
4.1 Einführung	17
4.2 Absolute Temperatur / Lufttemperatur	19
4.2.1 Geschichte	19
4.2.2 Messungen	20
4.2.2.1 Flüssigkeitsthermometer	20
4.2.2.2 Deformationsthermometer	20
4.2.2.3 Elektrische Thermometer	21
4.2.2.4 Akustische Thermometer	22
4.2.2.5 Radiometrische Thermometer	22
4.3 Barometrische Mitteltemperatur	23
4.3.1 Definition	23
4.3.2 Messung	23
4.3.3 Rolle in der Meteorologie	23
4.4 Taupunkt / Frostpunkt	24
4.4.1 Definition	24
4.4.2 Messung	25
4.4.3 Rolle in der Meteorologie	25

Inhaltsverzeichnis

4.5	Strahlungstemperatur	27
4.5.1	Definition	27
4.5.2	Messung	27
4.5.3	Rolle in der Meteorologie	28
5	Abgeleitete Temperaturen ohne Feuchte	31
5.1	Idee der abgeleiteten Temperaturbegriffe	31
5.2	Potentielle Temperatur	31
5.2.1	Definition	31
5.2.2	Herleitung	32
5.2.3	Verwendung	32
5.3	Windchill	37
5.3.1	Definition	37
5.3.2	Berechnung	37
5.3.3	Verwendung	38
6	Abgeleitete Temperaturen mit Feuchte	41
6.1	Hitzeindex	41
6.1.1	Definition	41
6.1.2	Berechnung	41
6.1.3	Verwendung	42
6.2	Feuchttemperatur	42
6.2.1	Definition	42
6.2.2	Herleitung	44
6.2.3	Messung	46
6.2.4	Rolle in der Meteorologie	47
6.3	Die virtuelle Temperatur	50
6.3.1	Definition	50
6.3.2	Herleitung	51
6.3.3	Rolle in der Meteorologie	52
6.4	Äquivalenttemperatur	55
6.4.1	Definition	55
6.4.2	Herleitung	56
6.4.3	Rolle in der Meteorologie	57
6.5	Feuchtpotentielle Temperatur	57
6.5.1	Definition	57
6.5.2	Herleitung	58

6.5.3	Verwendung in der Meteorologie	58
6.6	Virtuell potentielle Temperatur	60
6.6.1	Definition	60
6.6.2	Verwendung	60
6.7	Äquivalentpotentielle Temperatur	61
6.7.1	Definition	61
6.7.2	Herleitung	62
6.7.3	Rolle in der Meteorologie	63
6.8	Pseudopotentielle Temperatur	68
6.8.1	Definition	68
6.8.2	Herleitung	69
6.8.3	Rolle in der Meteorologie	70
7	Vergleich der Temperaturen	71
7.1	Feuchttemperatur	71
7.2	Äquivalenttemperatur	73
7.3	Äquivalentpotentielle und pseudopotentielle Temperatur	74
7.4	Vergleich aller Temperaturgrößen	76
7.5	Typische Werte	77
7.6	Auflistung der abgeleiteten Temperaturgrößen bezüglich ihrer konservativen Eigenschaften	78
8	Vertikales Temperaturprofil	79
8.1	Thermodynamisches Diagramm	79
8.2	Standardatmosphäre	83
8.3	Vertikaler Temperaturgradient	83
8.3.1	Trockenadiabatischer Temperaturgradient	83
8.3.2	Feuchtadiabatischer Temperaturgradient	84
8.4	Stabilität	87
8.4.1	Trockenstabile/trockenlabile Schichtung	87
8.4.2	Feuchtstabile/feuchtlabile Schichtung	88
9	Anwendungen	91
9.1	Ermittlung der abgeleiteten Temperaturen mittels Stüve-Diagramm	91
9.1.1	Potentielle Temperatur	91
9.1.2	Feuchttemperatur und potentielle Feuchttemperatur	93
9.1.3	Äquivalenttemperatur und äquivalentpotentielle Temperatur	94

Inhaltsverzeichnis

10 Zusammenfassung und Ausblick	95
Literaturverzeichnis	103

1 Einführung und Gliederung der Arbeit

Diese Arbeit wurde grob in messbare und abgeleitete Temperaturgrößen unterteilt.

Zu Beginn wird eine komprimierte Einleitung in die theoretischen Hintergründe der Thermodynamik gegeben. Weiters werden die unterschiedlichen Temperaturskalen und deren Zusammenhänge kurz erläutert.

Danach folgt eine Beschreibung der jeweiligen messbaren Temperaturen inklusive einer Definition, einem geschichtlichen Background und den verschiedenen Messprinzipien. Weiters wird die Verwendung in der Meteorologie beschrieben.

In den beiden Kapiteln 5 und 6 wird das Thema “abgeleitete Temperaturen” behandelt. Hierbei wird zunächst immer die genaue Definition der jeweiligen Größe in Worten sowie mit einer Formel mathematisch gegeben. Ein weiterer Punkt stellt die Herleitung der abgeleiteten Größen dar und eben wieder die Anwendung im meteorologischen Dienst.

Kapitel 7 dient zum Vergleich der Temperaturgrößen: Es wird zum Beispiel der Vergleich der isobaren zur adiabatischen Äquivalenttemperatur hergenommen. Weiters wird die Größenordnung der Temperaturgrößen anhand eines typischen Sommer- und Wintertags näher gebracht.

In Kapitel 8 wird eine kurze Beschreibung verschiedener Diagrammarten gegeben. Hauptaugenmerk wird jedoch auf das im deutschen Raum übliche Diagramm von Stüve gelegt. Darauf aufbauend wird im vorletzten Kapitel die graphische Ermittlung der einzelnen abgeleiteten Temperaturen anhand eines Stüvediagramms gezeigt.

Das letzte Kapitel soll Ansporn und Verbesserungsvorschläge für eine genauere Berechnung der Größen geben. Dies ist vor allem aufgrund der hohen Leistungskapazität der heutigen Computer erstrebenswert.

Zusätzlich enthält die Diplomarbeit eine DVD. Diese verfügt über Matlab-Funktionen, die zur Berechnung der jeweiligen abgeleiteten Temperaturgrößen dienen. Man muss nur die Eingangsgrößen für die jeweilige Temperatur kennen. Nähere Benutzung der Funktionen findet man auf der DVD.

2 Symolliste

Symbol	Bezeichnung	Einheit
α	spezifisches Volumen	$1/m^3$
ϵ	Emissionszahl	-
λ	Wellenlänge	m
μ	chemisches Potential	J
ρ	Luftdichte	kg/m^3
ρ_a	Dichte der trockenen Luft	kg/m^3
ρ_v	Dichte des reinen Wasserdampfes	kg/m^3
σ	Stefan-Boltzmannkonstante	W/m^2K^4
Γ_d	trockenadiabatischer Temperaturgradient	K/m
Γ_s	feuchtadiabatischer Temperaturgradient	K/m
Θ	potentialle Temperatur	K
Θ_e	äquivalentpotentielle Temperatur	K
Θ_f	feuchtpotentielle Temperatur	K
Θ_{ps}	pseudopotentielle Temperatur	K
Θ_v	virtuell potentielle Temperatur	K
Φ	Geopotential	m^2/s^2
c_p	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck	J/kgK
c_v	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen	J/kgK
e	Dampfdruck	Pa
e_s	Sättigungsdampfdruck	Pa
E	Energie	J
g	Schwerebeschleunigung	m/s^2
H	Enthalpie	J
HI	Hitzeindex	$^{\circ}C/^{\circ}F$
K	Kraft	$N = kgm/s^2$
l	Mischungsverhältnis für Wasser	dimensionslos
L	spezifische Verdampfungswärme von Wasser	J/kg
m	Mischungsverhältnis	dimensionslos / g/kg

2 Symbolelliste

m_s	Sättigungsmischungsverhältnis	dimensionslos / g/kg
M	Masse	kg
p	Luftdruck	Pa
p_0	Standardluftdruck	Pa
P	Impuls	$Ns = kgm/s$
q	spezifische Feuchte	dimensionslos / g/kg
r	Weg	m
r_E	Erdradius	m
rF	relative Feuchte	$\%$
R	universelle Gaskonstante	$J/molK$
R_l	individuelle Gaskonstante für trockene Luft	J/kgK
R_w	individuelle Gaskonstante für Wasserdampf	J/kgK
S	Entropie	J/K
S_E	Solarkonstante	W/m^2
T	Temperatur	K
T_d	Taupunkt	K
T_e	Äquivalenttemperatur	K
T_f	Feuchttemperatur	K
T_v	virtuelle Temperatur	K
\bar{T}_v	barometrische Mitteltemperatur	K
v	Geschwindigkeit	m/s
V	Volumen	m^3
$WCET$	Windchill-Temperatur	$^{\circ}C/^{\circ}F$

3 Theorie der Thermodynamik

3.1 Einführung

Oftmals werden in der Physik thermodynamische Systeme betrachtet. Diese werden definiert als bestimmte Teile einer Materie (z.B. Luft), welche physikalische Prozesse ausüben und mit der Umgebung in Wechselwirkung treten können. Prinzipiell kann man zwischen drei Systemarten unterscheiden: das offene, das geschlossene und das isolierte System. Bei einem offenen System kann es sowohl zu einem Massen- als auch Energieaustausch kommen. Davon unterscheidet sich ein geschlossenes System darin, dass hiebei nur ein Energieaustausch, aber kein Massenaustausch möglich ist. Von einem isolierten System spricht man, wenn jegliche physikalische Wechselwirkung nach außen hin verhindert wird – also weder Energie noch Masse ausgetauscht werden.

Um das System, das thermodynamische Prozesse ausführt, besser zu erläutern, verweist Etling in seinem Buch Theoretische Meteorologie auf das Beispiel eines Kühlschranks. Das Prinzip eines Kühlschranks ist wohl ziemlich einfach darzustellen. Der Kühlschrank führt einen thermodynamischen Prozess durch - er kühlt das vorhandene Luftvolumen in seinem Inneren ab. Die dafür benötigte Energie liefert ihm ein angestecktes Stromkabel, welches sich in der Umgebung, also außerhalb des Systems befindet.

Ein offenes System wird bei unserem Beispiel durch Öffnen der Kühlschranktür ermöglicht. Dadurch ist der Austausch von kalter Kühlschrankluft und warmer Raumtemperatur möglich. Das geschlossene System wird einfach durch das luftdichte Verschließen der Tür erreicht, die Energie wird weiterhin über das Stromkabel aus der Steckdose gespeist. Wird die Stromversorgung gekappt und ist die Kühlschranktür weiterhin luftdicht verschlossen, liegt ein isoliertes System vor.

Jedes System kann man mit physikalischen Größen (Druck, Temperatur, Volumen, Teilchenzahl, Masse, Energie ...) beschreiben. Falls sich diese Größen mit der Zeit nicht ändern, beschreiben sie im System einen Zustand und werden daher auch Zustandsgrößen genannt. Mit der Definition der Zustandsgrößen kann man ein System weiter unterteilen in:

3 Theorie der Thermodynamik

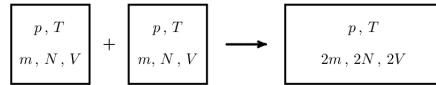


Abbildung 3.1.1: Mischung homogener Luftmassen [11, S.10]

- ein homogenes System, das sich durch gleichbleibende Zustandsgrößen im gesamten System auszeichnet
- ein inhomogenes System, bei dem die Zustandsgrößen nicht konstant sind (z.B. Atmosphäre → Änderung der Zustandsgrößen Druck und Temperatur mit der Höhe)

Eine weitere nützliche Einteilung von Größen, welche die physikalischen Eigenschaften eines Systems beschreiben, sind *extensive* (massenabhängige) und *intensive* (massenunabhängige) Größen.

Sobald sich der Zustand eines Systems ändert, also die Zustandsvariablen mit der Zeit nicht konstant sind, spricht man von einem Prozess. Im System Atmosphäre betrachtet man das in guter Näherung ideale Gas Luft, in dem verschiedene thermische Zustände erreicht werden. Der Zustand Z des Gases wird durch folgenden Ausdruck beschrieben: $Z = f(p, T, V)$. Diese Gleichung sagt aus, dass der Zustand durch den Druck p, die Temperatur T und das Volumen V beschrieben wird. Erreicht das System einen Gleichgewichtszustand, wird dies durch folgende Zustandsgleichung erläutert: $f(p, T, V) = 0$. Mit diesen drei Zustandsgrößen können wir auf die Zustandsgleichung für ideale Gase schließen. Den Zusammenhang jener Größen verdanken wir experimentellen Versuchen von Gay-Lussac, R. Boyle und E. Mariote. Der Erstgenannte entdeckte bei Experimenten, dass sich Gase bei steigender Temperatur und konstantem Druck ausdehnen.

$$V/T = \text{konstant} \text{ bei } p = \text{konstant}$$

Die anderen genannten Personen fanden den folgenden Zusammenhang der Zustandsgrößen unabhängig voneinander.

$$pV = \text{konstant} \text{ bei } T = \text{konstant}$$

Dieses Gesetz (Boyle-Marriotsche-Gesetz) sagt aus, dass bei einer Druckerhöhung das Volumen kleiner wird und umgekehrt (falls isotherme Zustandsänderung).

Fügt man diese beiden Erkenntnisse in eine Zustandsgleichung zusammen, so folgt daraus die Gasgleichung für ideale Gase, nämlich:

$$pV = MRT$$

3.2 Energieprinzip

Verwendet man das spezifische Volumen ($\alpha = V/M$), wobei α wiederum die reziproke Dichte darstellt, so kann man die Zustandsgleichung für ideale Gase wie folgt schreiben:

$$p = \rho RT$$

Nun haben wir es aber bei der Atmosphäre mit einem Gasgemisch (hauptsächlich Stickstoff, Sauerstoff und Argon) zu tun. Somit muss man die Zustandsgleichung für ideale Gase auf eine Zustandsgleichung für Gasgemische erweitern. Um dies zu erlangen, nutzen wir das Dalton'sche Gesetz - die Summe der Partialdrücke entspricht dem Gesamtdruck sowie die Summe der Partialvolumina ist gleich dem Gesamtvolumen. Mit der Definition der gemittelten Gaskonstante \bar{R} für das Gasgemisch. Mit all diesen Bedingungen gelangt man zur Zustandsgleichung für Gasgemische:

$$p = \rho \bar{R} T$$

[11, S.9ff.]

3.2 Energieprinzip

Die Energie als Zustandsgröße in einem physikalischen System spielt in der Meteorologie eine wichtige Rolle. Sie ist eine konservative, extensive Größe. Die Einheit der Energie heißt Joule, mit der Schreibweise [J], in SI-Einheiten [kgm^2s^{-2}] oder auch [Ws]. [21, S.89ff.], [14, S.65f.]

Der erste Hauptsatz der Thermodynamik besagt, dass die Energie in einem abgeschlossenen System erhalten bleibt. Es besteht nur die Möglichkeit, dass bei dynamischen Vorgängen die Energie transportiert wird und sie in unterschiedliche Formen umgewandelt wird. Eine wichtige Bedingung ist die Anwendung des Energieerhaltungssatzes nur auf die Gesamtenergie. Warum spielt das Energieprinzip in der Meteorologie eine wichtige Rolle? Die Atmosphäre stellt eine Wärmekraftmaschine dar, in der die Energie in ihre verschiedensten Formen umgewandelt wird. [14, S.65f.] Dies führt uns zu unserem nächsten Kapitel.

3.3 Formen der Energie

In diesem Kapitel werden nur die in der Meteorologie relevanten Energieformen behandelt:

3 Theorie der Thermodynamik

- Mechanische Energie

Mechanische Energie ist durch gespeicherte Arbeit definiert. Arbeit kann wiederum als das Skalarprodukt aus Kraft und Weg beschrieben werden:

$$dE = -\mathbf{K} \cdot d\mathbf{r} \quad (3.3.1)$$

- Kinetische Energie

Die kinetische Energie wird oftmals als die Energie der Bewegung beschrieben. Sie wird mathematisch definiert durch:

$$E_{kin} = \frac{M\mathbf{v}^2}{2} \quad (3.3.2)$$

Diese Form der Energie ändert sich, wenn sich die Geschwindigkeit ändert, das heißt, es tritt Beschleunigung auf. Um der Beschleunigung entgegenzuwirken tritt die Trägheitskraft auf:

$$\mathbf{K} = -M \frac{d\mathbf{v}}{dt} \quad (3.3.3)$$

Setzt man diese Formel in die Gleichung 3.3.1 ein und stellt den Skalar dt um, so folgt:

$$dE = M d\mathbf{v} \cdot \frac{d\mathbf{r}}{dt} \quad (3.3.4)$$

- Potentielle Energie

Die potentielle Energie wird auch Energie der Lage genannt. Man nimmt einen Körper mit der Masse M von $100kg$ an und will diesen um $1m$ im Schwerefeld heben. Es herrscht also folgende Kraft (= Schwerkraft):

$$\mathbf{K} = -M\mathbf{g} \quad (3.3.5)$$

Durch Einsetzung jener Gleichung in Formel 3.3.1 gelangt man zu:

$$dE = Mg dz \quad (3.3.6)$$

Das oben genannte Beispiel besagt also, dass man $1000J$ zuführen muss, um den Körper zu heben.

- Kompressionsenergie

Ein Kolben mit der Grundfläche A kann ein Volumen V mit dem Druck p komprimieren. Die Kraft, die vom Kolben auf das Gasvolumen ausgeübt wird,

entspricht:

$$K = pA \quad (3.3.7)$$

Setzt man diese Kraft wieder in Formel 3.3.1 ein:

$$dE = -pAdx = -pdV \quad (3.3.8)$$

Dabei entspricht dx dem vom Kolben zurückgelegten Weg. Wird das Gas komprimiert ($dx < 0$), so verringert sich sein Volumen und Energie wird zugeführt. Vergrößert sich hingegen sein Volumen, das heißt $dx > 0$, wird dem Gas Energie entzogen. Bei diesem Vorgang spricht man von Expansion. [14, S.66f.]

- Wärmeenergie

Die Wärmeenergie ist stark mit der Temperatur gekoppelt. Betrachtet man ein isoliertes System, welches von außerhalb erwärmt wird, so erhöht sich dessen Temperatur. In den vorigen Energiedefinitionen setzt sich die differentielle Energie immer aus einer intensiven und extensiven Größe zusammen, so auch bei dieser Energieform. Im Falle der Wärmeenergie ist die intensive (mengenunabhängige) Größe die Temperatur T und die dazugehörige extensive Größe die Entropie S :

$$dE = TdS \quad (3.3.9)$$

Um die Entropie besser zu verstehen, betrachten wir den Gay-Lussac'schen Drosselversuch. Beim Ablauf dieses Versuches beobachtet man eine konstant bleibende Temperatur und eine Zunahme der Wärmeenergie. Das bedeutet, dass man Temperaturerhöhung und Wärmezufuhr auseinanderhalten muss. [14, S.68f.]

Man betrachtet zwei Behälter mit gleichen Volumina, welche durch eine Trennwand voneinander abgesondert sind. Der eine Behälter hat die Zustandsgröße p_1 und T_1 und im zweiten Behälter ist Vakuum mit $p_2=0$. Entfernt man die Trennwand, so gleichen sich p_1 und p_2 aus, also $p_1=p_2$, die Temperatur ändert sich jedoch nicht, weil sich die mittlere kinetische Energie der Teilchen nicht ändert ($T_2=T_1$). Bei diesem Versuch sind also nur die beiden Energieformen Kompressionsenergie und Wärmeenergie beteiligt. In einem abgeschlossenen System ändert sich die Gesamtenergie nicht $dE = TdS - pdV = 0$. Mit Hilfe der idealen Gasgleichung, Um- schreibung und Integration gelangt man schließlich zu: $RM \log\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = S_2 - S_1$. Wie man sieht ist die Gleichung nicht mehr von der Temperatur abhängig. Es kommt aber zu einer Veränderung der Entropie. Die Gaskonstante R und die Masse M sind auf jeden Fall positiv, daher muss $S_2 > S_1$ sein. Mit der Entropie hat die Wärmeen-

3 Theorie der Thermodynamik

ergie zugenommen, die aus der verringerten Kompressionsenergie herröhrt.

Die Entropie ist eine extensive Zustandsgröße (mit der Einheit J/K) und keine Erhaltungsgröße. Die Natur ist immer zur Entropiezunahme bestrebt. Das bedeutet, dass alle Energieformen schlussendlich in Wärmeenergie umgewandelt werden. Bei spontan ablaufenden Prozessen, welche irreversibel sind, nimmt die Entropie immer zu → zweiter Hauptsatz der Thermodynamik. Ein Beispiel dafür ist die Vermischung von zwei Flüssigkeiten oder auch der Wärmefluss vom heißen zum kalten Körper. „Die Bedeutung der Entropie liegt darin, dass sie es ist, die beim Wärmeaustausch zwischen zwei Systemen übertragen wird und nicht die Temperatur“. [14, S.69]

- Chemische Energie

Um die Gesamtenergie weiter zu erhöhen, berücksichtigt man zusätzlich die Masse M . Die Masse ist eine extensive Größe und die dazugehörige intensive Größe ist das chemische Potential μ mit dessen Einheit [$J\text{kg}^{-1}$]. Das chemische Potential hängt sehr stark von der Art der Masse ab. Knallgas hat ein viel höheres chemisches Potential als beispielsweise Wasser.

$$dE = \mu dM \quad (3.3.10)$$

Diese Definition der chemischen Energie ist nur bei Betrachtung von homogenen Systemen möglich. Sollte die Konzentration der einzelnen Stoffe variieren, muss man die Gleichung mit einem Summenzeichen und einem Index für die einzelnen Stoffe versehen. [14, S.67, S.71]

3.4 Energieumwandlungen

In einem abgeschlossenen System entspricht die Änderung der Gesamtenergie der Summe der Energieänderungen unterschiedlicher Form:

$$dE = \sum x_i dX_i \quad (3.4.1)$$

Diese Formel wird Gibbs'sche Gleichung genannt. Willard Gibbs war ein amerikanischer Physiker, der diese fundamentale Gleichung im Jahr 1873 hergeleitet hat. [1, S.126]

Der Index i bezieht sich auf die im letzten Kapitel behandelten unterschiedlichen Formen der Energie. [14, S.69] Wendet man die Gibbs'sche Gleichung auf die mechanische Energie,

Wärmeenergie und chemische Energie an, so gelangt man zu:

$$dE = Md\Phi - pdV + \mathbf{v} \cdot d\mathbf{P} + TdS + \mu dM \quad (3.4.2)$$

Die Formel kann ohne weiteres um andere Energieformen, wie die elektrische Energie bei Untersuchung von Gewittern, erweitert werden. Das würde hier zu weit führen.

Falls sich eine Energieform ändert, so ändert sich auch die Gesamtenergie dE (in einem abgeschlossenen System) dadurch, dass sich eine oder auch mehrere Energieformen ändern. Welche Energie unterschiedlicher physikalischer Herkunft sich verändert, kann jedoch nicht nachvollzogen werden. Die einzige Möglichkeit die Gesamtenergie zu separieren, ist die Aufspaltung in eine innere und äußere Energie: Die innere Energie ergibt sich aus der Summe von Wärmeenergie, Kompressionsenergie und chemischer Energie, wohingegen die äußere Energie als die Summe von kinetischer und potentieller Energie definiert ist.

$$dE = dE_{innere} + dE_{äußere} \quad (3.4.3)$$

wobei

$$dE_{innere} = -pdV + TdS + \mu dM \quad (3.4.4)$$

$$dE_{äußere} = Md\Phi + \mathbf{v} \cdot d\mathbf{P} \quad (3.4.5)$$

In der Meteorologie wird gerne die spezielle Gibbs'sche Gleichung 3.4.6 verwendet. Sie beschreibt den Zusammenhang zwischen Wärmeenergie und der Kompressionsenergie. Dabei ist die wichtigste Erkenntnis dieser Gleichung, dass die beiden Energieformen nicht getrennt betrachtet werden können. [3, S.172]

$$dE = TdS - pdV \quad (3.4.6)$$

Diese Spezialform der Gibbs'schen Gleichung kann man auch anders ausdrücken: Sie gilt weiterhin für homogene thermodynamische Systeme und zusätzlich für Prozesse, bei denen keine Massenumwandlungen stattfinden. [3, S.175]

$$de = Tds - pd\alpha \quad (3.4.7)$$

Bei dieser Form der speziellen Gibbs'schen Gleichung 3.4.7 verwendet man spezifische Größen: die massenspezifische Energie e , die spezifische Entropie s und das spezifische Volumen α . Dabei werden die extensiven Größen E , S , V auf die Masse bezogen und einer Grenzwertbildung unterworfen. [14, S.72ff.]

3 Theorie der Thermodynamik

Enthalpie Neben der wichtigen Größe der spezifischen Energie definiert man eine weitere energetisch bedeutende Größe, die Enthalpie. Sie hat die gleiche Einheit wie Energie und ist wie die innere Energie eine extensive Größe. Die spezifische Enthalpie, auch Wärmefunktion genannt, ist wie folgt definiert:

$$h = e + p\alpha \text{ mit } dh = Tds + \alpha dp \quad (3.4.8)$$

[14, S.79] Sie wird als Maß für die Energie in einem thermodynamischen System verstanden. Die spezifische Enthalpie gibt einfach die in der Luft vorhandene Wärmemenge an. [64]

3.5 Spezifische Wärmekapazitäten

Führt man einer Gasmasse Wärme (also Energie) zu, so kann man dadurch die Temperatur jener Gasmasse erhöhen. Nun stellt sich die Frage, welche Wärmemenge nötig ist, um eine gewisse Masse des Gases um eine bestimmte Temperaturdifferenz zu erhöhen. [11, S.23]

$$C = \frac{dE}{dT} \rightarrow dE = CdT \quad (3.5.1)$$

C entspricht dabei der Wärmekapazität. Dividiert man C durch die Masse M, gelangt man zur spezifischen Wärmekapazität c. Nun koppelt man die Definition von C mit der Gibbs'schen Gleichung für homogene Systeme (Wechselspiel aus Wärmeenergie, Kompressionsenergie und chemischer Energie). Zusätzlich nimmt man ein konstantes Volumen ($dV=0$) und eine konstante Masse ($dM=0$) an, was die Gibbs'sche Gleichung auf folgende Form vereinfacht:

$$dE = TdS = C_VdT \quad (3.5.2)$$

C_V ist als die Wärmekapazität bei konstantem Volumen definiert. Um auf die spezifische Form der obigen Gleichung zu gelangen, dividiert man wieder durch die Masse. Die Größe c_v nennt sich spezifische Wärmekapazität für konstantes Volumen.

$$de = c_vdT \quad (3.5.3)$$

[14, S.79]

Die Größe c_v ist für ideale Gase konstant und nimmt für trockene Luft den Wert von 718 $\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$ an. Weiters erkennt man an Gleichung 3.5.3, dass die Änderung der inneren

Energie nur von der Temperatur abhängt. [3, S.175f.]

Betrachtet man die Änderung der spezifischen Enthalpie und die spezifische Entropie aus Gleichung 3.4.8 in Abhängigkeit von T und p, kann man die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck (entspricht c_p) einführen.

$$dh(T, p) = \frac{\partial h(T, p)}{\partial T} dT + \frac{\partial h(T, p)}{\partial p} dp \quad (3.5.4)$$

Dabei wird der Koeffizient von dT als spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck c_p bezeichnet. Weiters entfällt der Ausdruck $\frac{\partial h(T, p)}{\partial p}$ für ideale Gase und somit gilt:

$$dh = c_p dT \quad (3.5.5)$$

Die spezifische Wärme(kapazität) bei konstantem Druck für trockene Luft hat den Wert von $1005 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$. Auch die Enthalpie ist nur temperaturabhängig. [14, S.81] Die Enthalpie $h = c_p T$ wird als fühlbare Wärme deklariert. [3, S.176]

Es gibt einen essentiellen Zusammenhang zwischen den beiden spezifischen Wärmekapazitäten. Dieser gilt jedoch nur für ideale Gase:

$$c_p - c_v = R \quad (3.5.6)$$

[14, S.82f.]

3.6 Zustandsänderungen

Es verändern sich die Zustandsgrößen eines physikalischen Systems bei Zustandsänderungen. Jedoch ist nicht klar, durch welche thermodynamischen Prozesse (Wärmezufuhr, Kompression, ...) die Zustandsänderung auftritt. Man muss also zwischen Zustandsänderung und thermodynamischem Prozess unterscheiden:

$$\text{Zustandsänderung: } \int_1^2 dE = E_2 - E_1 \quad (3.6.1)$$

$$\text{thermodyn. Prozess } \int dE = \int TdS \quad (3.6.2)$$

[14, S.71]

3 Theorie der Thermodynamik

Eine Zustandsänderung kann auf unterschiedliche Weise herbeigeführt werden:

- isochor:

Zu einer sogenannten isochoren Zustandsänderung gelangt man, indem man einen Kolben festschraubt und das eingeschlossene Volumen heizt. Das heißt, dass sich Temperatur und Druck verändern dürfen, nicht aber das Volumen → $V=\text{konstant}$. Im täglichen Leben begegnen uns isochore Zustandsänderungen beim Kochen durch Verwenden eines Druckkochtopfes. [14, S.83f.], [11, S.26]

- isobar:

Eine isobare Zustandsänderung wird durch einen beweglichen Kolben und einer Heizung verwirklicht. Somit ändert sich die Temperatur und das Volumen so, dass der Druck konstant bleibt ($p=\text{konstant}$; $dp=0$). Daher kommt es bei Wärmezufuhr zu einem Druckanstieg, der durch Expansion (→ Vergrößerung des Volumens) ausgeglichen wird.

- isotherm:

Diese Zustandsänderung wird bewerkstelligt, indem man heizt und eine gezielte Bewegung des Kolbens ausführt – eben so, dass aus dem Zusammenwirken der Zustandsgrößen Druck und Volumen, die Temperatur gleich bleibt ($T=\text{konstant}$; $dT=0$). [14, S.82ff.]

- isentrop:

Ändert sich die Entropie (also die potentielle Temperatur, siehe Kapitel 5.2) nicht, so spricht man von einer isentropen Zustandsänderung. Ob solch eine Zustandsänderung vorliegt, ist leicht zu bestimmen: Man muss einfach die gemessenen Werte der potentiellen Temperatur vergleichen. [14, S.90f.]

- adiabatisch:

Es handelt sich um eine adiabatische Zustandsänderung, wenn aus dem Gasvolumen weder Wärme zu- noch abgeführt wird, also kein Wärmeaustausch stattfindet. [11, S.28] Dieser Begriff kommt aus der Laborphysik – es wird also mit abgeschlossenen Systemen gearbeitet. Somit ist der Begriff in offenen Systemen, wie die Atmosphäre eines ist, mit Vorsicht zu verwenden. [14, S.90]

4 Messbare Temperaturen

4.1 Einführung

Definition der Temperatur In der Thermodynamik entspricht die absolute Temperatur einer makroskopischen physikalischen Zustandsgröße, genauer einer Energiemenge. Um die Temperatur zu definieren verwendet man den Begriff des thermischen Gleichgewichts. Man betrachtet drei Körper (A, B, C), die sich jeweils im Gleichgewichtszustand befinden. Wenn nun Körper A mit Körper B im thermodynamischen Gleichgewicht und Körper B mit Körper C im thermodynamischen Gleichgewicht ist, so muss auch Körper A mit Körper C im thermodynamischen Gleichgewicht sein. Diese Betrachtungsweise ist im Nullten Hauptsatz der Thermodynamik zusammengefasst und sagt eben aus: Systeme, die sich im thermodynamischen Gleichgewicht befinden, besitzen die Eigenschaft der gleichen Temperatur. Diese Erkenntnis ist fundamental für die Messung der Temperatur. [25]

Dagegen wird die Temperatur in der statistischen Physik als Maß für die mittlere kinetische Energie angegeben. Die kinetische Energie ($\frac{m_i \cdot v_i^2}{2}$) der verschiedenen Molekülsorten ist in einem thermodynamischen Gleichgewicht für jedes i gleich. Es gilt:

$$\frac{3}{2} \cdot k \cdot T = \frac{m_i \cdot v_i^2}{2}$$

[12, S.208], [14, S.48f.]

Temperaturskalen Die Temperatur T wird in der SI-Einheit [K] angegeben. Der Name der Einheit wird nach dem schottischen Physiker W. Thompson, der ab dem Jahr 1892 Lord Kelvin genannt wurde, benannt. Die Zahlenskala legt man fest, indem man die Temperatur als Temperaturdifferenz von $100K$ festsetzt – zwischen der Temperatur eines Gases über einer siedenden Wasseroberfläche bei einem konstantem Druck (1bar) und bei der Schmelztemperatur von Eis ($p = 1\text{bar}$). Mit Hilfe des Gasgesetzes bei konstantem Druck ($\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$), Messung der beiden Volumina, Verwendung der Temperaturen beim Schmelz- und Siedepunkt sowie Berücksichtigung der Temperaturdifferenz $T_2 - T_1 = 100K$ lässt

4 Messbare Temperaturen

sich die Kelvinskala exakt definieren: $T_1 = T_{Schmelz}(H_2O \text{ bei } 1 \text{ bar}) = 273.15K$. [11, S.12f.]

Eine weitere, oft verwendete Temperaturskala, ist die Celsius-Skala. In dieser Skala ist der Schmelzpunkt von Eis gleich dem Nullpunkt, also: $0^\circ C = 273,15K$. Eine Temperaturdifferenz von $1K$ entspricht der Temperaturdifferenz von $1^\circ C$. Die Umrechnung von Kelvin in Grad Celsius ist einfach, es gilt der Zusammenhang: $K = ^\circ C + 273.15$.

In Amerika verwendet man üblicherweise die Fahrenheit-Skala. Bei dieser Skala liegt der Gefrierpunkt bei $32^\circ F$ und der Siedepunkt bei $212^\circ F$. Man verdankt diese Skala dem Physiker Daniel G. Fahrenheit, welcher sie im Jahr 1724 einführte. [35] Die Umrechnung von Fahrenheit in Celsius beziehungsweise Kelvin sieht wie folgt aus: $^\circ C = ^\circ F - 32$ und $K = \frac{5}{9} (^\circ F + 459.67)$. Dabei entspricht die Temperaturdifferenz von $1^\circ F$ gleich $\frac{5}{9}^\circ C$ oder $\frac{5}{9}K$. [28, S.15]

Es gibt weitere Temperaturskalen, welche jedoch nicht mehr gebräuchlich sind:

- Réaumur-Skala: Hier beträgt der Fundamentalabstand (entspricht dem Abstand zwischen Gefrierpunkt und Siedepunkt) 80 gleiche Teile. Somit liegt der Gefrierpunkt bei $0^\circ R$ und der Siedepunkt bei $80^\circ R$. [23, S.29]
- Rankine-Skala: Diese Skala wird von der Fahrenheit-Skala abgeleitet. Der absolute Nullpunkt liegt bei $0^\circ Ra$ und der Fundamentalabstand entspricht dem der Fahrenheit-Skala (Temperaturdifferenz von $1^\circ Ra$ ist gleich der T-Differenz von $1^\circ F$). [24, S.49]
- Delisle-Skala: Jene Temperaturskala war lange Zeit in Russland gebräuchlich und wurde 1732 von einem französischen Astronomen namens J. Delisle eingeführt. [36] Sie entspricht der entgegengesetzten Celsius-Skala, das heißt die Siedetemperatur liegt bei 0° und der Schmelzpunkt bei 100° . Grund für diese Einteilung der Skala war, dass man negative Temperaturwerte vermeiden wollte. [31, S.11]
- Newton-Skala: Um die Wende zum 18. Jahrhundert (1701) beschäftigte sich I. Newton mit Wärmeausdehnung. Dabei erfand er die 12° -Skala, dessen Bezugspunkte der Gefrierpunkt von Wasser (0°) und die Temperatur eines gesunden Menschen (12°) waren. Nach einiger Zeit definierte er die Skala um. Er ersetzte den 12° -Wert mit dem Siedepunkt von Wasser auf 33° . Daher kann man sagen, dass $1^\circ N$ etwa $3^\circ C$ entsprechen. [37]

4.2 Absolute Temperatur / Lufttemperatur

4.2.1 Geschichte

Der Begriff Temperatur tauchte das erste Mal im Bereich der Medizin auf. Im zweiten Jahrhundert nach Christus definierte ein Arzt namens Galen die Temperatur. Er erfand eine Skala aus acht Grad, wobei vier Grad für Wärme und die restlichen vier Grad für die Kälte standen. Um bei Menschen mit Fieber die Temperatur zu senken, verschrieb er Vermischungen von Arzneien. Hier kommt die Temperatur ins Spiel: Das Wort Temperatur hat seinen Ursprung aus dem Lateinischen und bedeutet “richtige Mischung”. Eine bestimmte Kombination von unterschiedlichen Arzneien versprach also eine Temperatursenkung im menschlichen Körper. Die Verwendung des Temperaturbegriffs hielt sich jedoch nicht lange und er geriet in Vergessenheit.

Erst im 17. Jahrhundert fing man an, die Temperatur so zu verwenden, wie wir es heutzutage gewohnt sind. Galileo Galilei war einer der ersten, der sich mit der Natur der Wärme befasste. Außerdem war ihm klar, dass es ohne exakte Messung von physikalischen Größen nicht möglich ist, wichtige Vergleiche anzustellen. Unter Berücksichtigung dieser beiden Ideen versuchte Galilei die Temperatur von Körpern zu messen. Er entwickelte ein Thermometer noch ohne Skalenangabe, das als Vorgänger des Fahrenheit-Thermometers diente. [31, S.3ff.]

Mit der Erfindung des Thermometers (mit entsprechender Skala) war es möglich, an bestimmten Orten die Temperatur zu messen und die Messergebnisse miteinander zu vergleichen. Den Menschen wurde bald bewusst, dass das Wissen der Temperatur an unterschiedlichen Orten eine wichtige Errungenschaft war. Heutzutage stellt das Studium der Temperaturverhältnisse in der Atmosphäre eine wichtige und notwendige Aufgabe der Meteorologie dar. Es müssen nicht nur bodennahe horizontale Temperaturverhältnisse berücksichtigt werden, auch die Bestimmung der Temperaturverhältnisse in der Erde (Strahlungsenergie wird absorbiert, reflektiert oder emittiert → unterschiedliche Erwärmung der darüberliegenden Luft → führt zu horizontalen, aber auch vertikalen Luftströmungen) spielt eine wichtige Rolle. Außerdem beeinflussen die bodennahen Temperaturverhältnisse das organische Leben auf der Erde, weshalb die Kenntnis davon unumgänglich ist. [21, S.28]

4 Messbare Temperaturen

4.2.2 Messungen

Es gibt vier Prinzipien, auf die Thermometer aufgebaut sein können:

- eine Veränderung der Temperatur verursacht **Längen- / Volumsänderungen** eines Körpers [21, S.28]
- **elektrische Spannungsdifferenz** beruht auf temperaturabhängiger Kontaktspannung zwischen zwei unterschiedlichen Metallen [19, S.94]
- **elektrische Widerstandsänderung** von Leitern und Halbleitern in Abhängigkeit zur Temperatur [21, S.28]
- **berührungslose Messmethode** wie das akustische oder radiometrische Thermometer [4, S.945ff.]

4.2.2.1 Flüssigkeitsthermometer

Diese Art des Thermometers nutzt die Volumsänderung einer Flüssigkeit bei Temperaturänderung. Üblicherweise wird Quecksilber verwendet. Der Verwendungsbereich von Quecksilber (Hg) liegt in einem Temperaturbereich von -38,9°C (jene T bei der Hg fest wird) und 356,7°C (Siedepunkt von Hg). Somit ist das Quecksilberthermometer für tiefe Temperaturen nicht geeignet – daher reicht die Skala normalerweise nur bis -37°C. [19, S.94] Man kann für niedrige Temperaturen entweder Alkohol, Toluol (Gefrierpunkte unter -100°C) oder eine Legierung aus Thallium und Quecksilber (genaue Messungen bis ungefähr -55°C möglich) verwenden. Diese Thermometer kann man auch als Minimum und Maximumthermometer zur Bestimmung der niedrigsten und höchsten Tagestemperatur verwenden. Ein Problem kristallisiert sich bei diesem Thermometertyp heraus: die Aufzeichnung der Temperaturwerte ist nur schwer möglich. [21, S.28f.]

4.2.2.2 Deformationsthermometer

Bimetallthermometer Es besteht aus zwei unterschiedlichen, fest miteinander verbundenen (verlötet) Metallen. Die beiden Metalle werden so gewählt, dass sich ihre Ausdehnungskoeffizienten (temperaturabhängig) sehr stark voneinander unterscheiden. [19, S.94] Es werden zum Beispiel Invar und Messing oder Zink und Stahl verwendet. Bei Temperaturänderung kommt es zur konträren Längenausdehnung der beiden Metallstreifen und dabei verändert sich der Doppelstreifen in seiner Krümmung. [21, S.29]

Bourdonrohr Dieses gekrümmte Metallrohr mit elliptischem Querschnitt ist mit einer Flüssigkeit (meist Alkohol, Toluol) gefüllt. Bei Veränderung der Temperatur ändert

4.2 Absolute Temperatur / Lufttemperatur

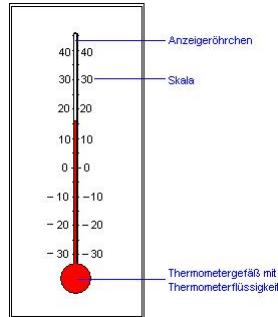


Abbildung 4.2.1: Prinzip eines Flüssigkeitsthermometers, [65]

Bei Erwärmung dehnt sich die Flüssigkeit in der dünnen Kapillare (Anzeigeröhrchen) nach oben hin aus. Die vorherrschende Temperatur kann an der geeichten Skala abgelesen werden.

sich die Krümmung des Rohres und man kann dadurch wieder auf den Temperaturwert schließen. [21, S.29]

Bei beiden Arten des Deformationsthermometers kann man die Temperaturwerte relativ leicht aufzeichnen. Dies geschieht mit einem Thermographen. Es wird die Deformation eines Bimetallstreifens oder eines Bourdonrohrs ausgenutzt, indem man die Bewegung mithilfe eines Schreibarms vergrößert. Dieser überträgt die Bewegung auf ein Registrierpapier, welches über eine Trommel mit Uhrwerk gedreht wird. Dadurch entsteht eine kontinuierliche Kurve. Auf dem Registrierpapier sind die Grade und die entsprechende Zeitauflösung bereits aufgetragen – man unterscheidet Tages-, Einwochen- und Zweiwochenstreifen. [21, S.29]

4.2.2.3 Elektrische Thermometer

Thermoelement Das Thermoelement beruht auf dem Prinzip der thermoelektrischen Spannung. Diese Kontaktspannung, auch als Seebeck-Effekt bekannt, entsteht zwischen zwei unterschiedlichen, temperaturabhängigen Metallen. [19, S.94] Das Konzept des Thermoelements ist folgendermaßen aufgebaut: Zwei Metalldrähte, meist aus Kupfer, werden an einem ihrer Enden mit einem Konstantandraht verlötet. An den anderen freien Enden der Kupferdrähte wird ein Messgerät – entweder ein Ampere- oder Voltmeter – angeschlossen. Somit liegt ein geschlossener Stromkreis vor. Herrscht nun an beiden Lötstellen die gleiche Temperatur, liegt an beiden Lötstellen eine gleich große, aber entgegengesetzt gerichtete Spannungsdifferenz vor. Daher heben sich die beiden Spannungswerte auf und es fließt kein Strom durch das Messgerät. Herrscht an den beiden Lötstellen hingegen eine unterschiedliche Temperatur, so kommt es zu Spannungsdifferen-

4 Messbare Temperaturen

zen, die einen Stromfluss durch das Messinstrument verursachen. Um das Thermoelement als Thermometer zu verwenden, muss eine Eichung durchgeführt werden, das heißt man führt einige Messungen bei vordefinierten Temperaturen durch. [21, S.30f.] Eine Lötstelle wird immer auf einer konstanten Temperatur gehalten (für gewöhnlich bei 0°C) und die zweite Lötstelle variiert. [38]

Widerstandsthermometer Bei diesem Messverfahren wird das Wissen ausgenutzt, dass sich der elektrische Widerstand mit der Temperatur verändert. Man unterscheidet zwischen PTC-Widerständen (Positive Temperature Coefficient) und NTC-Widerständen (Negative Temperature Coefficient). PTC-Widerstände sind Metalleiter, deren Widerstand in guter Näherung linear mit steigender Temperatur wächst. [16, S.773] Es werden meist Widerstände aus Platin verwendet. Ein PT-100-Widerstandselement hat eine Messgenauigkeit von $\pm 0,1^\circ\text{C}$ und einen Nennwiderstand von 100Ω bei 0°C. [19, S.94] NTC-Widerstände haben einen negativen Temperaturkoeffizienten. Sie sind Halbleiter und werden oft als Thermistoren bezeichnet. Bei den NTC-Widerständen nimmt der Widerstand mit steigender Temperatur exponentiell ab. Die Funktionsweise zur Bestimmung der Temperatur ist relativ einfach: Man muss den Widerstand einfach mit einem Ohmmeter messen. [21, S.31]

4.2.2.4 Akustische Thermometer

Das akustische Thermometer basiert auf einem berührungslosen Messverfahren. Es nützt das Wissen über die Temperaturabhängigkeit der Schallgeschwindigkeit. Es wird die Laufzeit des Schalls an zwei Punkten gemessen und man schließt von der Schallgeschwindigkeit auf die Temperatur. [4, S.945ff.]

4.2.2.5 Radiometrische Thermometer

Mittels Infrarotradiometer kann auf die Temperatur geschlossen werden. Ein Vorteil ist die berührungslose Messmethode. Bei Anbringung eines radiometrischen Thermometers an einem Satelliten kann die Temperatur auch in abgelegenen Gebieten, wo keine anderwertigen Messungen möglich sind, aufgezeichnet werden. Einen Nachteil stellt jedoch die nicht allzu genaue Messung dar.

Beachtung für korrekte Temperaturmessung Um die “wahre Temperatur” zu messen, muss man mögliche Faktoren, die die Temperatur verfälschen könnten, beachten. Im meteorologischen Dienst werden die Thermometer in einer sogenannten Klimahütte aufge-

stellt. Diese haben den Zweck den Strahlungsfehler zu verringern. Die Klimahütte besteht aus rolloartigen Holzwänden, damit der Wind auf natürliche Weise die Hütte ventilieren kann. Weiters wird die Hütte weiß gestrichen, um einer Überhitzung vorzubeugen. Es wird somit eine geringe Absorption der Sonnenstrahlung erzwungen. [21, S.31ff.]

4.3 Barometrische Mitteltemperatur

4.3.1 Definition

Die barometrische Mitteltemperatur ist jene virtuelle Temperatur \bar{T}_v , die zwischen zwei konstanten Druckflächen herrscht. Die mathematische Definition lautet:

$$\bar{T}_v = -\frac{\Delta\Phi}{R} \frac{1}{\log\left(\frac{p_2}{p_1}\right)}$$

[14, S.60f.]

4.3.2 Messung

Man kann durch das Wissen über das Druckfeld auf die barometrische Mitteltemperatur schließen. Üblicherweise legt man zwei Druckniveaus fest, nämlich jenes der bodennahen Druckfläche $p_1 = 1000\text{hPa}$ und jenes in der Höhe von $p_2 = 500\text{hPa}$. Je nach Temperatur verändert sich die geopotentielle Differenz $\Delta\Phi$ zwischen diesen beiden Druckflächen und damit auch die Höhendifferenz. Mit dem Wissen von $\Delta\Phi$ kann man auf den Temperaturwert in dieser Schicht schließen. [14, S.61]

4.3.3 Rolle in der Meteorologie

Die relative Topographie ist direkt proportional zur mittleren Temperatur in der Schicht. Die Schicht wird durch die beiden Druckniveaus $p_1 = 1000\text{hPa}$ und $p_2 = 500\text{hPa}$ festgelegt. Die mittlere Temperatur ist daher nur von der Schichtdicke, also der Geopotentialdifferenz zwischen den zwei angeführten Druckniveaus abhängig. Die relative Topographie gibt also einfach die Dicke der Schicht zwischen 1000hPa und 500hPa an. Je größer der Wert der Schichtdicke ist, desto höher ist die mittlere Temperatur in dieser Schicht und umgekehrt. Durch Betrachtung der relativen Topographie kann man die Nullgrad- oder Schneefallgrenze schließen. [41]

4 Messbare Temperaturen

Beträgt die Geopotentialdifferenz 548gpdam , so entspricht dies einer mittleren Temperatur von $\bar{T}_v = -3^\circ\text{C}$. Die Einheit [gpdam] wird geopotentielles Dekameter genannt. Bei einem Abstand von 4gpdam kann man in guter Näherung von einem Temperaturunterschied von $\Delta T = 2K$ ausgehen.

4.4 Taupunkt / Frostpunkt

4.4.1 Definition

Die Taupunkttemperatur ist jene Temperatur, die sich einstellt, wenn man ein Luftpaket bei konstant gehaltenem Druck und konstantem Wasserdampfgehalt abkühlt, damit Kondensation eintritt. In der englischen Sprache wird der Taupunkt als **dew point** bezeichnet.

Bei einer Temperatur unter 0°C spricht man vom Frostpunkt, im Englischen **frost point**. [42] Dies ist jene Temperatur auf die ein feuchtes Luftpaket abgekühlt werden muss, damit sich an der Bodenoberfläche Reif bildet. Es beruht also auf dem Prinzip der Resublimation, also dem Phasenübergang von gasförmig (Wasserdampf) auf fest (Eis) ohne dabei die liquide Phase (Wasser) zu durchschreiten. Es ist zu beachten, dass ein Taupunkt auch unter 0°C möglich ist. Das liegt daran, dass sich unterkühltes Wasser bilden kann. [21, S.45]

Eine alternative Definitionsform des Taupunkts lautet: Jene Temperatur, bei der der Sättigungsdampfdruck gleich dem tatsächlichen Dampfdruck (des enthaltenen Wasserdampfes) ist. Somit besteht folgender Zusammenhang zwischen Sättigungsdampfdruck, Dampfdruck über Wasser / Eis und Taupunkt / Frostpunkt:

$$e_{sw}(T_d) \equiv e ; e_{se}(T_d) \equiv e$$

Erfährt ein Luftpaket eine isobare Erwärmung oder Abkühlung, so ändert sich nichts an der Taupunkttemperatur, zumindest solange nicht, bis das Paket keine Wasserdampzfzufuhr/abfuhr erfährt. Somit ist der Taupunkt im Bezug auf solche Prozesse eine konservative Größe. Es ist jedoch zu beachten, dass der Taupunkt keine konservative Größe in Bezug auf Vertikalbewegungen ist.

Der Taupunkt von aufsteigender feuchter Luft nimmt mit einer Rate von nur etwa einem Fünftel des trockenadiabatischen Temperaturgradienten ab. [42]

4.4.2 Messung

Die Messung des Taupunkts kann entweder direkt durch ein Taupunkthygrometer erfolgen oder indirekt zum Beispiel durch Messung des Mischungsverhältnisses und dem daraus folgenden Schluss auf den Taupunkt. [42] Hauptaugenmerk wird an dieser Stelle auf die direkte Messmethode gelegt.

Das am häufigsten verwendete Messgerät ist der Taupunktspiegel. Dies ist ein Instrument mit einer polierten, metallischen und reflektierenden Oberfläche. Es kann elektrisch unter Verwendung des Peltier-Effekts erwärmt oder abgekühlt werden. Außerdem ist an der Unterseite dieses Spiegels ein Temperatursensor angebracht. [43] Das Prinzip des Messinstruments ist relativ einfach: Der Spiegel wird abgekühlt und es bildet sich, je nach Feuchtegehalt der Luft, bei einer bestimmten Temperatur an dieser Fläche Wasserkondensat. Diese bestimmte Temperatur entspricht der gesuchten Taupunkttemperatur. Die Bildung des Taus wird optisch erfasst. Hierzu wird Licht an den Spiegel zu einer Photodiode reflektiert. Der Tau beeinflusst das Reflexionsvermögen des Spiegels. Das Licht wird nämlich bei Taubildung diffus reflektiert: So gelangt das Licht mit weniger Intensität an die Diode. Die Veränderung der Lichtintensität regelt die Kühlung/Heizung des Taupunktspiegels. [44] Ein Problem stellt das Messen des Taupunkts knapp unter dem Gefrierpunkt dar. Hier weiß man oft nicht, ob man es mit dem Dampfdruck von Eis oder Wasser zu tun hat.

4.4.3 Rolle in der Meteorologie

Die Taupunkttemperatur ist in mehrerlei Hinsicht von großer Bedeutung.

Die aktuelle Temperatur kann nicht unter den Taupunkt sinken. Also gilt: $T \geq T_d$. Weiters muss festgehalten werden, dass der Taupunkt von der Temperatur der Luft und eben der relativen Luftfeuchte abhängig ist.

Die Differenz aus der aktuellen Lufttemperatur und dem Taupunkt stellt ein wichtiges Feuchtemaß dar. Es wird als **Spread** oder einfach als Taupunktdifferenz bezeichnet.

$$\text{Spread} [\text{°C}] = (T - T_d) [\text{°C}]$$

Je größer der Wert des Spreads ist, desto trockener ist die Luft. Je kleiner der Wert der Taupunktdifferenz, desto feuchtere Luft herrscht vor. Wenn der Spread den Wert 0 annimmt, entspricht die aktuelle Lufttemperatur dem Taupunkt. Das bedeutet, dass die Luft gesättigt ist. Somit liegt eine relative Luftfeuchtigkeit von 100% vor. [45]

4 Messbare Temperaturen

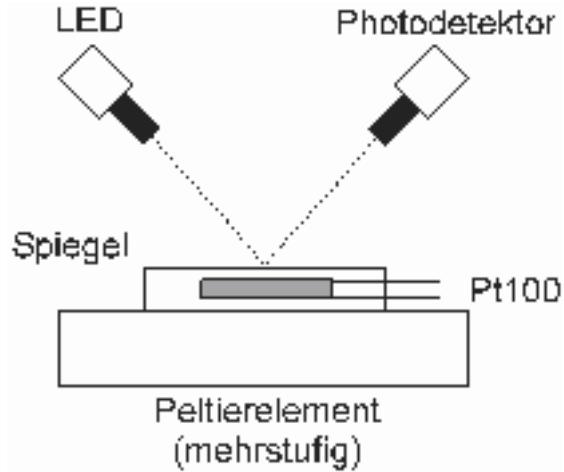


Abbildung 4.4.1: Theoretischer Aufbau eines Taupunktspiegels [72]

Das Messprinzip wurde bereits in Abschnitt 5.5.2 erläutert. Um eine genaue unverfälschte Messung zu gewährleisten, muss vor allem auf die Sauberkeit des Spiegels geachtet werden. Die Reinigung erfolgt zum Beispiel mit einer Flüssigkeit aus der Familie der Chlorkohlenwasserstoffe, dem Trichlorethan. [72], [68]

Man kann mit Hilfe einer empirischen Formel, die vom Taupunkt und von der Lufttemperatur abhängig ist, die ungefähre Höhe der unteren Wolkenbasis abschätzen.

$$H \text{ [km]} = \frac{(T - T_d)}{8} = \frac{\text{Spread} \text{ [°C]}}{8 \text{ [°C/km]}}$$

Dabei wird H als die Höhe der Wolkenbasis über dem Boden in [km] definiert. [46] Eine bei uns gängigere, jedoch identische Formel lautet:

$$H \text{ [m]} = (T - T_d) \text{ [°C]} * 125 \text{ [m/°C]}$$

Diesmal wird die Höhe der Wolkenbasis in [m] angegeben. Diese beiden Formeln sind nur unter bestimmten Annahmen richtig: Es muss eine gut durchmischte Grenzschicht vorherrschen. Dies wird näherungsweise durch einen trockenadiabatischen Temperaturgradienten (entspricht einer Temperaturabnahme von 9,8°C/1km) und einer Taupunktabnahme von 1,8°C/1km erfüllt. [46]

4.5 Strahlungstemperatur

4.5.1 Definition

Die Strahlungstemperatur entspricht jener Temperatur, die ein schwarzer Körper hätte, wenn dieser die gleiche Menge an Strahlung bei demselben Wellenlängenbereich wie der untersuchte Körper zeigt. [47] Jene Temperatur eines Körpers stellt sich aufgrund der Wärmestrahlung einer Oberfläche und dem spezifischen Emissionsvermögen des Oberflächenmaterials ein. [48]

Oftmals wird sie auch als Oberflächentemperatur bezeichnet und die englische Übersetzung dafür lautet **brightness temperature**. [47]

Besitzt ein schwarzer Körper eine Emissionszahl von $\epsilon = 1$, so werden 100% vom Körper emittiert. [13, S.588ff.]

Grundlage zur Bestimmung der Oberflächentemperatur sind die Strahlungsgesetze. Durch Integration des Planck'schen Strahlungsgesetzes über den Halbraum sowie über den ganzen Wellenlängenbereich erhält man das Stefan-Boltzmanngesetz:

$$E = \sigma T^4$$

Es beschreibt den Zusammenhang zwischen der abgestrahlten Strahlungsflussdichte E und der Temperatur des Strahlers. Der griechische Buchstabe σ beschreibt eine Konstante, die nach dem Erfinder dieses Gesetzes benannt wurde, nämlich Stefan-Boltzmannkonstante. Sie hat den Wert $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} W m^{-2} K^{-4}$. Aus diesem Gesetz lassen sich folgende wichtige Erkenntnisse ableiten:

- Jeder Körper, dessen Temperatur ungleich Null ist, sendet Strahlung aus
- Diese abgesandte Strahlung ist sehr stark von der Temperatur abhängig
- Man kann aus der gesamten Emission des Körpers auf seine Temperatur schließen [19, S.158ff.]

4.5.2 Messung

Die Strahlungstemperatur kann auf kontaktlose Art mit einem Strahlungspyrometer gemessen werden. Meist wird im roten Wellenbereich gemessen. Daher kommt auch die Bezeichnung Infrarotthermometer. Das Pyrometer misst die Strahlung des Körpers in einem engen Wellenlängenbereich. Dieser Wellenlängenbereich entspricht eben meist dem Infrarotbereich. Man muss beachten, dass das Stephan-Boltzmann-Gesetz für schwarze

4 Messbare Temperaturen

Körper gilt. Will man aber die Temperatur eines grauen Körpers, dessen Emissionszahl $\epsilon < 1$ ist, bestimmen, lautet jenes Gesetz: $E = \epsilon\sigma T^4$. Das heißt, wenn man die Temperatur eines Körpers angeben will, muss man dessen Emissionszahl kennen. [13, S.596ff.]

4.5.3 Rolle in der Meteorologie

Mit Umformung des oben genannten Stefan-Boltzmanngesetzes auf $T = \sqrt[4]{\frac{E}{\sigma}}$ kann man die Strahlungstemperatur der Erde berechnen. Dabei wird die abgestrahlte Strahlungsflussdichte durch folgende Größen beschrieben:

- Querschnittsfläche der Erde (πr_E^2), wobei r_E als der Radius der Erde gegeben ist.
- Solarkonstante S_E , definiert als die Strahlungsflussdichte der Sonne an der oberen Grenze der Erdatmosphäre mit dem Wert $1368 W m^{-2}$. Dabei wird jedoch noch der reflektierte Anteil (1-Albedo) der Solarkonstante berücksichtigt. Die Albedo ist definiert als der reflektierende Anteil der einfallenden Strahlung. Die Erde besitzt eine mittlere Albedo von 0,3 – das heißt, es werden 70% der einfallenden Sonnenstrahlung von der Erdoberfläche absorbiert und 30% davon eben reflektiert.
- Größe der Erdoberfläche ($4\pi r_E^2$).

Somit lautet die entsprechende Formel zur Berechnung der Oberflächentemperatur der Erde:

$$T_E = \sqrt[4]{\frac{\pi r_E^2 (1 - \text{Albedo}) S_E}{4\pi r_E^2 \sigma}} = \sqrt[4]{\frac{(1 - \text{Albedo}) S_E}{4\sigma}}$$

Mit Einsetzen der einzelnen Werte gelangt man auf $T_E = 255K$. Auf den ersten Blick wundert man sich über diese geringe Temperatur. Dies entspricht nicht den Beobachtungen. Der Grund für diese deutliche Abweichung zur beobachteten Temperatur ist der nicht berücksichtigte Treibhauseffekt. [19, S.159ff.]

Außerdem kann man auch die Oberflächentemperatur der Sonne bestimmen. $T \simeq 5800K$.

Mit Hilfe des Wien'schen Verschiebungsgesetzes und dem Wissen über die eben erläuterten Strahlungstemperaturen kann man herausfinden, in welchem Wellenlängenbereich die Abstrahlung ihr Maximum hat. Das Wien'sche Gesetz erlangt man durch einmaliges Ableiten des Planck'schen Gesetzes und dessen Nullsetzung:

$$\lambda_{max} T = 2898 \mu mK$$

Die resultierenden Ergebnisse sind:

- Die Sonne hat bei einer Wellenlänge von etwa $500nm$ ihre maximale Intensität

4.5 Strahlungstemperatur

($T = 5800K$); sie strahlt also im sichtbaren Bereich aus und zwar im unteren Ende des grünen Sprektralbereichs

- Die Erde mit einer mittleren Temperatur von $288K$ (mit Berücksichtigung des Treibhauseffekts) erreicht bei einer Wellenlänge von $10\mu m$ ihr Strahlungsmaximum; sie strahlt also im Infrarotbereich ab, also im langwelligeren Bereich

[19, S.154ff.]

5 Abgeleitete Temperaturen ohne Feuchte

5.1 Idee der abgeleiteten Temperaturbegriffe

Die Vertikalbewegungen in der Atmosphäre, unter anderem ausgelöst von unterschiedlicher Erwärmung der Erdoberfläche, bringen Änderungen der Temperatur mit sich. Der Betrag der Temperatur hängt sowohl vom Feuchtegehalt der Luft als auch von der Schichtung der Atmosphäre ab. Damit man die thermischen Verhältnisse der Atmosphäre zwischen zwei unterschiedlichen Luftmassen oder in unterschiedlichen Höhen vergleichen kann, hat man Temperaturbegriffe eingeführt, die etwa bei Vertikalbewegungen gleich bleiben. Das heißt, es handelt sich um Temperaturdefinitionen, die eine konservative Größe gegenüber Vertikalbewegungen oder aber auch gegenüber Kondensation von Wasserdampf darstellen. [21, S.110f.]

5.2 Potentielle Temperatur

5.2.1 Definition

Die potentielle Temperatur, deren englische Bezeichnung **potential temperature** ist, wird mit dem griechischen Symbol Θ definiert. Θ ist jene Temperatur, die ein Luftpaket haben würde, wenn man das Paket von einer Höhe mit dem Druck p trockenadiabatisch auf die Höhe mit dem Druck von 1000hPa bringt. Die potentielle Temperatur stellt bei Vertikalbewegungen eine konservative Größe dar, nicht aber bei Prozessen, bei denen Kondensation oder Verdunstung auftreten. Das heißt, dass die potentielle Temperatur bei Vertikalbewegungen, bei denen Kondensation eintritt, keine konstanten Werte annimmt. [21, S.111ff.]

5 Abgeleitete Temperaturen ohne Feuchte

5.2.2 Herleitung

Die Herleitung der potentiellen Temperatur ist aus der Vorlesung Synoptische Meteorologie 1, aus dem Jahr 2010 entnommen.

Man startet mit folgender Form der Gibbs'schen Gleichung:

$$Tds = c_p dT - \alpha dp$$

Mit Annahme der Isentropie, das heißt, $ds = 0$, kann man die obige Gleichung schreiben:

$$c_p \frac{dT}{T} = \frac{\alpha}{T} dp$$

Mit Verwendung der Gasgleichung in der Form $\alpha = \frac{RT}{p}$ und anschließender Integration, gelangt man zu:

$$c_p \log\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = R \log\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$$

Schließlich entlogarithmiert man die Formel mit der Exponentialfunktion und löst nach T_2 auf:

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{R}{c_p}} \rightarrow \Theta = T \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{R}{c_p}}$$

Dabei wird als p_0 der Luftdruck 1000 hPa definiert. Die Größe $\frac{R}{c_p} = \kappa$ ist eine Konstante und hat den dimensionslosen Wert von näherungsweise $\frac{2}{7} \cong 0,286$.

5.2.3 Verwendung

Zusammenhang Luftdruck und Temperatur / thermische Schichtung Die in der Formel für die potentielle Temperatur beschriebene Relation zwischen Luftdruck und Temperatur wird auch als Adiabatengleichung bezeichnet. Sie beschreibt die Temperaturänderung eines Luftpakets in Abhängigkeit vom Luftdruck, wenn das Paket absinkt. Die Adiabatengleichung spielt eine wichtige Rolle in der Meteorologie, weil die potentielle Temperatur – in Abhängigkeit der Höhe – es möglich macht, eine Aussage über die thermische Schichtung der Atmosphäre zu treffen: [19, S.53ff.]

- Bei trocken stabiler Schichtung nimmt die potentielle Temperatur mit der Höhe zu
- Θ bleibt bei trockenindifferenter Schichtung mit der Höhe gleich
- Eine Abnahme der potentiellen Temperatur geht mit einer trocken labilen Schichtung mit der Höhe einher [21, S.112]

Entropie - potentielle Temperatur Eine der wichtigsten Erkenntnisse ist, dass die potentielle Temperatur direkt mit der Entropie gekoppelt ist. Der Zusammenhang dieser beiden Größen wird mathematisch herbeigeführt:

Man startet mit der Gibbs'schen Gleichung $dh = Tds + \alpha dp$. Nun löst man diese nach ds auf und verwendet $dh = c_p dT$ sowie die Gasgleichung in der Form $\alpha = \frac{RT}{p}$. Man gelangt dadurch zu:

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p}$$

Anschließend verwendet man die Größe $\kappa = \frac{R}{c_p}$, führt unspezifisierte Konstanten T_0 und p_0 ein, die T und p dimensionsfrei machen, und gestaltet die Formel entsprechend um zu $ds = c_p \left(\frac{dT}{T} - \kappa \frac{dp}{p} \right) = c_p \left(\frac{d(T/T_0)}{T/T_0} - \kappa \frac{d(p/p_0)}{p/p_0} \right)$. Aufgrund der dimensionslosen Größen kann man nun den Logarithmus bilden:

$$ds = c_p d \log \left[\frac{1}{T_0} T \left(\frac{p}{p_0} \right)^{-\kappa} \right]$$

Unter Verwendung der Formel $\Theta = T \left(\frac{p_0}{p} \right)^\kappa$ und Berücksichtigung von $dT_0 = 0$ gelangt man schließlich zu:

$$ds = c_p \frac{d\Theta}{\Theta} \quad (5.2.1)$$

Diese Formel stellt den wichtigen Zusammenhang der Entropieänderung mit der Änderung der potentiellen Temperatur dar. Hat man Informationen über die potentielle Temperatur, kennt man auch die Entropie. [14, S.85ff.] Man komprimiert ein System aus Luftteilchen mit den entsprechenden Größen p und T isentrop auf den Standarddruck p_0 . Aus Gleichung 5.2.1 folgt, dass $d\Theta = 0$, also Θ konstant ist. Daher hat das System beim Luftdruck p_0 die Temperatur $T = \Theta$. Die potentielle Temperatur (im Gegensatz zur Temperatur) ist also eine unveränderliche Größe bei Druckveränderungen und man kann sie daher zur Charakterisierung von Luftmassen nutzen. Um eine Änderung von Θ durch Zu- oder Abfuhr von Entropie zu erlangen, gibt es in der Atmosphäre nur zwei Möglichkeiten:

- Kondensation - Freisetzung latenter Wärme
- Strahlungsenergie wird absorbiert

[3, S.178]

Poissongleichung Man kann die adiabatische Zustandsänderung nicht nur mit der potentiellen Temperatur beschreiben, sondern auch mit der Poissongleichung. Zur Pois-

5 Abgeleitete Temperaturen ohne Feuchte

songleichung gelangt man durch Gleichsetzen von $\Theta_1 = \Theta_2$, und diese lautet schlussendlich:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^\kappa$$

[3, S.178]

In der Atmosphäre spielt sich folgendes Szenario ab: Beim Aufsteigen gerät das Luftpaket in geringeren Luftdruck und es dehnt sich daher aus. Dabei verliert es an innerer Energie und somit nimmt auch die ihr proportionale GröÙe Temperatur ab. An einem gewissen Punkt, an dem das Luftpaket schwerer als seine Umgebungsluft ist, sinkt das Paket wieder ab. Es gerät daher unter zunehmenden Luftdruck, und das hat wiederum die Kompression des Luftpakets zur Folge. Schlussendlich gewinnt es wieder an innerer Energie und die Temperatur steigt.

Diese Gleichung ist nur gültig, wenn kein Wärmeaustausch mit der Umgebung stattfindet. Weiters darf sich das betrachtete Luftpaket nicht mit der Umgebung vermischen. Das heißt, es ist als völlig isoliertes System anzusehen. [19, S.53ff.]

Thermodynamische Diagramme Schreibt man hingegen die Adiabatengleichung in einer nach T aufgelösten Form, so gelangt man zur Temperaturabnahme eines abgeschlossenen Luftpakets bei einem vertikalen Aufstieg:

$$T = \Theta \left(\frac{p}{p_0} \right)^\kappa$$

Ein kurzes Beispiel dazu: Man nimmt an, dass ein Luftpaket bei $p_0 = 1000\text{hPa}$ mit einer Temperatur von $280K$ auf einen Druck von 500hPa gebracht wird. Durch Einsetzen in die obige Formel gelangt man zu folgenden Temperaturwerten in den entsprechenden Druckniveaus: $T_{p=750\text{hPa}} = 259,2K$ und $T_{p=500\text{hPa}} = 232,5K$. Das Luftpaket kühlt pro 100hPa um etwa $10K$ ab. Zu beachten ist, dass die Abkühlung nicht linear mit dem Druck verläuft.

[19, S.55]

Mit Einführung eines thermodynamischen Diagramms, bei der verschiedene Hilfskurven zur Beschreibung der Atmosphäre herangezogen werden, kann man bei eingezeichnetem Aufstieg einer Radiosonde charakteristische Eigenschaften der Wetterlage feststellen. Dabei werden auf der x-Achse (Abszisse) steigende Werte der Temperatur T und auf der y-Achse (Ordinate) nach oben hin kleiner werdende Werte von $\left(\frac{p}{p_0} \right)^\kappa$ aufgetragen. In solch einem Diagramm dürfen folgende Hilfskurven nicht fehlen: Isobaren, Isen-

5.2 Potentielle Temperatur

tropen, Isothermen, Feuchtisentropen und Linien gleicher spezifischer Sättigungsfeuchte.
[3, S.178f.] In Kapitel 9 wird näher auf thermodynamische Diagramme eingegangen.

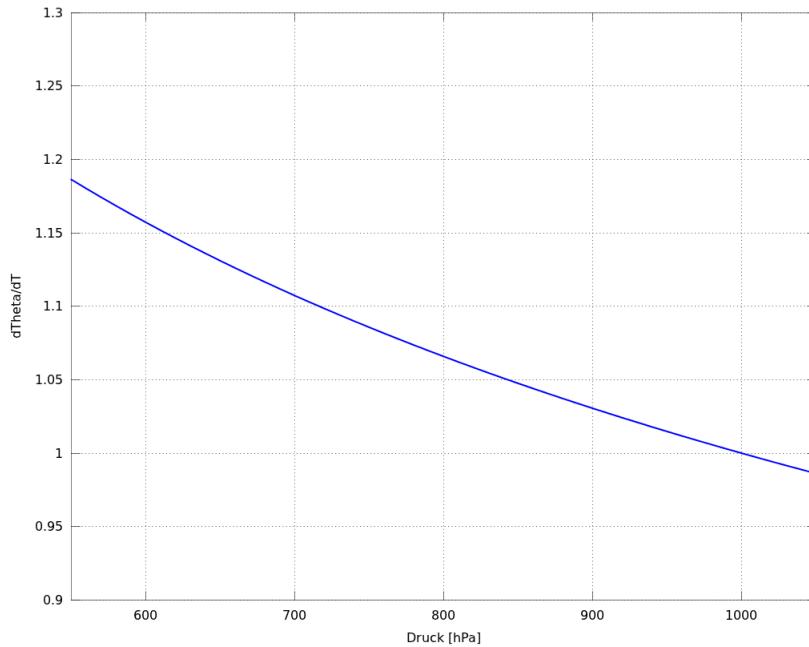


Abbildung 5.2.1: Abhängigkeit von $\frac{d\Theta}{dT}$ bei unterschiedlichen Druckwerten
 Die Ableitung der potentiellen Temperatur nach der Temperatur lautet wie folgt:

$$\frac{d\Theta}{dT} = -\kappa \cdot \left(\frac{p_0}{p}\right)^\kappa + \left(\frac{p_0}{p}\right)^\kappa$$
. Man erkennt, dass bei einem vorherrschenden Druck von 1000hPa die Änderung der potentiellen Temperatur gleich der Temperaturänderung ist.
 Bei einem Druck von 600hPa hingegen findet eine Erhöhung des Wertes der potentiellen Temperatur um das 1,2-fache im Gegensatz zur Temperatur statt.

5 Abgeleitete Temperaturen ohne Feuchte

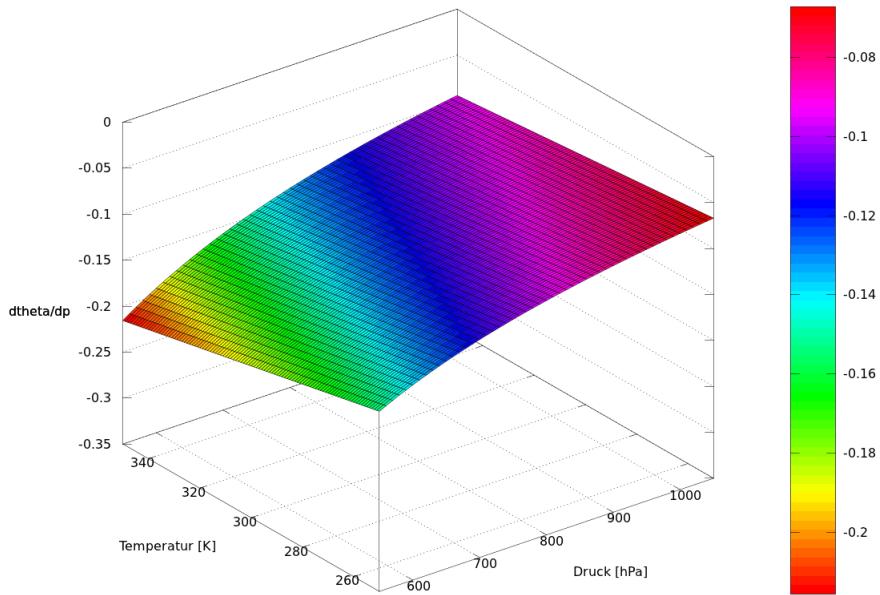


Abbildung 5.2.2: Abhängigkeit von $\frac{d\Theta}{dp}$ bei entsprechenden Druck- und Temperaturverhältnissen

Diese Abbildung zeigt einen 3D-Plot, wobei auf der Abszisse die Temperaturskala und auf der Ordinate die Druckskala aufgetragen sind. Die Ableitung ist auf der z-Achse mit entsprechender Farbskala gekennzeichnet. Die Ableitung der potentiellen Temperatur nach dem Druck lautet: $\frac{d\Theta}{dp} = -T \cdot \left(\frac{p_0}{p}\right)^\kappa \cdot \kappa \cdot \frac{1}{p}$. Je höher die Temperatur und tiefer der Druck sind, desto größer ist die Abhängigkeit von $\frac{d\Theta}{dp}$. Die Abweichung ist in hPa -Schritten angegeben.

5.3 Windchill

5.3.1 Definition

Das Kälteempfinden eines Menschen hängt von der Kombination aus Oberflächentemperatur und Windgeschwindigkeit ab, dem sogenannten Windchill-Faktor: Er beschreibt somit die Kühlung eines menschlichen Körpers, die durch die Luftbewegung verursacht wird, da der Wind die Wärmeübertragung vom Menschen an dessen Umgebungsluft beschleunigt. [49]

Die Windchill-Temperatur ist eine Maßeinheit, die den Windchill-Faktor beschreibt. Die Windchill-Temperatur ist also ein Maß der kombinierten Kühlwirkung von Wind und Temperatur. [50]

5.3.2 Berechnung

Die erste Formel beschrieben Siple und Passel am Beginn des 2. Weltkrieges. Sie entwickelten die Formel, um die Kälteeinwirkung auf Soldaten bei Manövern im Freien, insbesondere in der Antarktis, abzuschätzen. Die Formel basierte auf gesammelten Daten an einem kleinen, mit Wasser gefüllten Kunststoffzylinder. [27]

Seit 2001 beruht die Berechnung der Windchill-Temperatur auf der folgenden gültigen empirischen Formel. Sie wurde von dem amerikanischen Wetterdienst NWS (National Weather Service) definiert. Im Englischen wird dieser Index oft **windchill equivalent temperature** (WCET) genannt. Er basiert auf einem Modell, das einen menschlichen freiliegenden Kopf bei Gehgeschwindigkeit simuliert. Es verwendet eine einheitliche Norm für den Widerstand des Hautgewebes und es berücksichtigt keine Auswirkungen der Sonne (→Annahme klare Nacht). In dieses Modell gehen weitere Berücksichtigungen ein: Wärmeübertragungstheorie, der Wärmeverlust des Körpers zu seiner Umgebung bei kalten und/oder windigen Tagen. [52]

$$WCET = 13,12 + 0,6215 * T - 11,37 * v^{0,16} + 0,3965 * T * v^{0,16}$$

Die vorkommenden Zustandsgrößen Temperatur T wird in $^{\circ}\text{C}$ und die Windgeschwindigkeit v in km/h angegeben. Bei Verwendung dieser Formel mit den vorkommenden Größen Temperatur und Windgeschwindigkeit ergibt das einen Windchill-Faktor in der Einheit $[^{\circ}\text{C}]$. [9]

In Amerika werden für den WCET andere Einheiten verwendet: Die dort üblichen Einheiten der Temperatur $[^{\circ}\text{F}]$ und der Windgeschwindigkeit $[\text{mph}]$.

5 Abgeleitete Temperaturen ohne Feuchte

$$WCET = 35,74 + 0,6215 * T - 35,75 * v^{0,16} + 0,4275 * T * v^{0,16}$$

Die beiden Formeln sind ausschließlich unter bestimmten Bedingungen gültig:

- Die Lufttemperatur muss unter $10^{\circ}C$ bzw. $50^{\circ}F$ liegen
- Die Windgeschwindigkeit in einer Höhe von 10m muss höher als $4,8 \text{ kmh}^{-1}$ bzw. 3 mph sein

Diese Formel ist eine Zahlenwertgleichung. Bei Verwendung der richtigen Einheiten für die jeweilige Größe gelangt man zur Windchill-Temperatur mit der Einheit einer Temperatur [$^{\circ}C/^{\circ}F$].

[50]

5.3.3 Verwendung

In erster Linie wird Wärme vom Körper weggeführt und es kommt zur Senkung der Hauttemperatur, was Erfrierungen zur Ursache haben kann. Hält man sich länger in einer kalten, windreichen Gegend auf, so verringert sich die innere Körpertemperatur, und dies kann schlussendlich auch den Tod herbeiführen. Deshalb ist die Windchill-Temperatur für die Menschheit eine wichtige Größe. [50]

Die Verwendung des Windchill-Faktors ist besonders in Nordamerika verbreitet. Dort wurden eigens vorgefertigte Tabellen (siehe Abbildung 5.3.1 und 5.3.2) zu seiner Bestimmung angelegt. In kalten und windexponierten Lagen findet die Windchill-Temperatur oft Verwendung. Besonders Wintersportler im Gebirge sind an dieser Größe interessiert. [51]

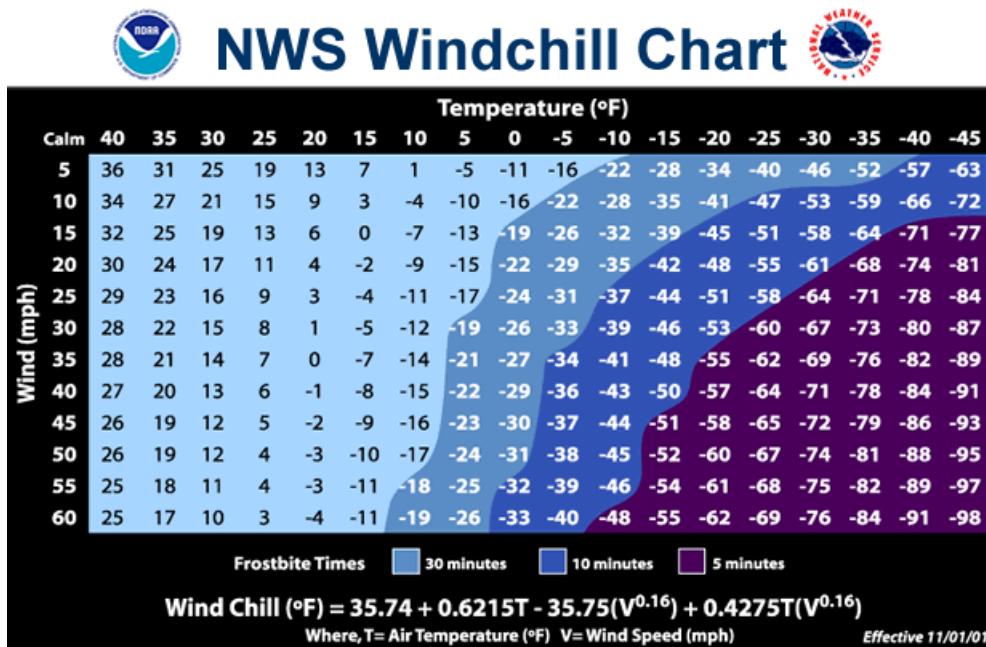


Abbildung 5.3.1: Windchill Tabelle; Quelle [53]

Aus der Abbildung des amerikanischen Wetterdienstes kann man ableiten:

- Im Bereich des mittleren Blautons kann es bei einem Menschen, der sich 30 Minuten unter solchen Bedingungen aufhält, zu Erfrierungen kommen.
- Ein Aufenthalt unter Bedingungen, wie sie im dunkelblauen Bereich herrschen, kann bereits innerhalb von 10 Minuten zu Erfrierungserscheinungen am Körper führen.
- Im violetten Bereich würde es nicht einmal 5 Minuten dauern, bis ein Mensch Erfrierungen erleidet.

[52]

5 Abgeleitete Temperaturen ohne Feuchte

v [km/h]	Windchill T [°C]															
	0	-1	-2	-3	-4	-5	-10	-15	-20	-25	-30	-35	-40	-45	-50	-55
6	-2	-3	-4	-5	-7	-8	-14	-19	-25	-31	-37	-42	-48	-54	-60	-65
8	-3	-4	-5	-6	-7	-9	-14	-20	-26	-32	-38	-44	-50	-56	-61	-67
10	-3	-5	-6	-7	-8	-9	-15	-21	-27	-33	-39	-45	-51	-57	-63	-69
15	-4	-6	-7	-8	-9	-11	-17	-23	-29	-35	-41	-48	-54	-60	-66	-72
20	-5	-7	-8	-9	-10	-12	-18	-24	-30	-37	-43	-49	-56	-62	-68	-75
25	-6	-7	-8	-10	-11	-12	-19	-25	-32	-38	-44	-51	-57	-64	-70	-77
30	-6	-8	-9	-10	-12	-13	-20	-26	-33	-39	-46	-52	-59	-65	-72	-78
35	-7	-8	-10	-11	-12	-14	-20	-27	-33	-40	-47	-53	-60	-66	-73	-80
40	-7	-9	-10	-11	-13	-14	-21	-27	-34	-41	-48	-54	-61	-68	-74	-81
45	-8	-9	-10	-12	-13	-15	-21	-28	-35	-42	-48	-55	-62	-69	-75	-82
50	-8	-10	-11	-12	-14	-15	-22	-29	-35	-42	-49	-56	-63	-69	-76	-83
55	-8	-10	-11	-13	-14	-15	-22	-29	-36	-43	-50	-57	-63	-70	-77	-84
60	-9	-10	-12	-13	-14	-16	-23	-30	-36	-43	-50	-57	-64	-71	-78	-85
65	-9	-10	-12	-13	-15	-16	-23	-30	-37	-44	-51	-58	-65	-72	-79	-86
70	-9	-11	-12	-14	-15	-16	-23	-30	-37	-44	-51	-58	-65	-72	-80	-87
75	-10	-11	-12	-14	-15	-17	-24	-31	-38	-45	-52	-59	-66	-73	-80	-87
80	-10	-11	-13	-14	-15	-17	-24	-31	-38	-45	-52	-60	-67	-74	-81	-88
85	-10	-11	-13	-14	-16	-17	-24	-31	-39	-46	-53	-60	-67	-74	-81	-89
90	-10	-12	-13	-15	-16	-17	-25	-32	-39	-46	-53	-61	-68	-75	-82	-89
95	-10	-12	-13	-15	-16	-18	-25	-32	-39	-47	-54	-61	-68	-75	-83	-90
100	-11	-12	-14	-15	-16	-18	-25	-32	-40	-47	-54	-61	-69	-76	-83	-90
105	-11	-12	-14	-15	-17	-18	-25	-33	-40	-47	-55	-62	-69	-76	-84	-91
110	-11	-12	-14	-15	-17	-18	-26	-33	-40	-48	-55	-62	-70	-77	-84	-91

Abbildung 5.3.2: Windchill-Tabelle in °C

6 Abgeleitete Temperaturen mit Feuchte

6.1 Hitzeindex

6.1.1 Definition

Der Hitzeindex, in englischer Sprache als **sultriness** bezeichnet und mit HI abgekürzt, wird manchmal auch als scheinbare Temperatur bezeichnet. Der HI ist ein Maß dafür, wie warm es sich anfühlt, wenn die relative Feuchte der Luft und die tatsächlich herrschende Lufttemperatur berücksichtigt werden. [55] Das intensive Empfinden der Schwüle tritt verstärkt bei ruhiger Luft (schwachem Wind) und bedecktem Himmel auf. [54]

6.1.2 Berechnung

Die Aufstellung der Hitzeindex-Formel geht auf Steadman zurück, der diese im Jahre 1979 entwickelte. Dabei wurden folgende Berücksichtigungen getroffen: Annahme über den menschlichen Körper mit durchschnittlicher Größe, Masse, Kleidung, Menge an körperlicher Aktivität, Blutdicke, Auswirkung der Sonnen- sowie UV-Strahlung auf den Körper und Windgeschwindigkeit. Dies führt wieder zu vielen Parametern, die in Abhängigkeit von der Temperatur und der relativen Feuchtigkeit, in die Formel einfließen. [29]

$$HI = p_1 + p_2 * T + p_3 * rF + p_4 * T * rF + p_5 * T^2 + p_6 * rF^2 + p_7 * T^2 * rF + p_8 * T * rF^2 + p_9 * T^2 * rF^2$$

Die Parameter p_1 bis p_9 werden in einer Tabelle angeführt. Die Temperatur T ist je nach Parameterverwendung in den Einheiten °C oder °F anzugeben und die relative Feuchte rF wird in Prozent angeführt. Die Formel ist für einen Temperaturbereich $T > 27^\circ\text{C}$ und einem relativen Feuchtbereich $rF > 40\%$ konzipiert.

Diese Formel stellt eine Zahlenwertgleichung dar. Bei Verwendung der richtigen Einheiten für die jeweilige Größe gelangt man zum Hitzeindex mit der Einheit einer Temperatur [°C/°F]. [55]

6 Abgeleitete Temperaturen mit Feuchte

Parameter	für HI in °C	für HI in °F
p_1	-8,784695	-42,379
p_2	1,61139411	2,04901523
p_3	2,338549	10,1433127
p_4	-0,14611605	-0,22475541
p_5	$-1,2308094 \cdot 10^{-2}$	$-6,83783 \cdot 10^{-3}$
p_6	$-1,6424828 \cdot 10^{-2}$	$-5,481717 \cdot 10^{-2}$
p_7	$2,211732 \cdot 10^{-3}$	$1,22874 \cdot 10^{-3}$
p_8	$7,2546 \cdot 10^{-4}$	$8,5282 \cdot 10^{-4}$
p_9	$-3,582 \cdot 10^{-6}$	$-1,99 \cdot 10^{-6}$

Tabelle 6.1: Parameter zur Benützung der Hitzeindex-Formel; Informationen aus [56] und [55]

6.1.3 Verwendung

Der Hitzeindex wird zur Beschreibung des Einflusses von T und rF auf das menschliche Empfinden verwendet. Oft wird er als hilfreiches Maß zur Entwicklung von Klimaanlagen berücksichtigt. [54] Aus der Hitzeindex-Tabelle kann man bestimmte Komfortzonen (für Klimaanlagen), aber vor allem Gefahrenzonen (für Aufenthalte im Freien) ausmachen. Die Abbildung 6.1.1 zeigt ein Beispiel des amerikanischen Wetterdienstes.

6.2 Feuchttemperatur

6.2.1 Definition

Man unterscheidet zwischen der isobaren und der adiabatischen Feuchttemperatur.

Adiabatische Feuchttemperatur Bei der adiabatischen Feuchttemperatur T_f handelt es sich um jene Temperatur, die ein Luftpaket annimmt, wenn es zuerst ohne äußeren Einfluss bis zur Kondensation aufsteigt und dann feuchtadiabatisch auf das ursprüngliche Druckniveau absinkt. Die adiabatische Feuchttemperatur hat immer einen geringeren Wert als die isobare Feuchttemperatur; im Regelfall handelt es sich um einen Bruchteil eines Grades Celsius. Die adiabatische Feuchttemperatur wird manchmal im Angelsächsischen als **pseudo wet-bulb temperature** bezeichnet. Sie ist mathematisch definiert mit:

$$T_f = T \cdot \exp \left[\frac{L \cdot (m - m_s(T_f))}{c_p \cdot T} \right] \quad (6.2.1)$$

T [°C]	Heat Index												
	relative Feuchte [%]												
	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
47	58												
43	54	58											
41	51	54	58										
40	48	51	55	58									
39	46	48	51	54	58								
38	43	46	48	51	54	58							
37	41	43	45	47	51	53	57						
36	38	40	42	44	47	49	52	56					
34	36	38	39	41	43	46	48	51	54	57			
33	34	36	37	38	41	42	44	47	49	52	55		
32	33	34	35	36	38	39	41	43	45	47	50	53	56
31	31	32	33	34	35	37	38	39	41	43	45	47	49
30	29	31	31	32	33	34	35	36	38	39	41	42	44
29	28	29	29	30	31	32	32	33	34	36	37	38	39
28	27	28	28	29	29	29	30	31	32	32	33	34	35
27	27	27	27	27	28	28	28	29	29	29	30	30	31

Abbildung 6.1.1: Hitzeindex-Tabelle nach [55]

Die Tabelle zeigt vier verschiedene Bereiche.

- Der weiße Bereich, in der linken unteren Ecke ersichtlich, wird mit folgenden Gefahren versehen: Bei längerer Aktivität im Freien kann es zu Müdigkeit und in weiterer Folge zu Krämpfen führen. Es ist Vorsicht geboten. Dies ist bei einem HI zwischen $27^{\circ}\text{C} - 31^{\circ}\text{C}$ der Fall.
- Der Bereich zwischen $HI = 32^{\circ}\text{C} - 41^{\circ}\text{C}$ ist mit besonderer Vorsicht bedacht. Es kann zu Sonnenstichen, Muskelkrämpfen und bei langen Aufenthalten beziehungsweise körperlichen Aktivitäten zum Hitzeschlag kommen.
- HI-Temperaturen zwischen 42°C und 54°C sind mit Gefahr betitelt. Es kommt zu Sonnenstichen, Krämpfen und in weiterer Folge zum Hitzeschlag.
- Falls $HI > 54^{\circ}\text{C}$, ist hohe Gefahr gegeben. Das Auftreten eines Hitzeschlags ist wahrscheinlich.

[55]

6 Abgeleitete Temperaturen mit Feuchte

[63] Dabei ist L die Verdampfungswärme und $m_s(T_f)$ das Sättigungsmischungsverhältnis bei der Feuchttemperatur T_f . Diese Formel ist nicht analytisch lösbar und kann nur mit numerischen Modellen berechnet werden. Daher wurden empirische Gleichungen zur Berechnung der Feuchttemperatur entwickelt. [30, S.24ff.]

Isobare Feuchttemperatur Die isobare Feuchttemperatur definiert sich wie folgt: Sie entspricht jener Temperatur, die sich einstellt, wenn man ein Luftpaket adiabatisch bis zur Kondensation abkühlt. Dabei wird der Druck durch Evaporation von Wasser konstant gehalten. Die isobare Feuchttemperatur ist jene Temperatur, die von einem feuchten Thermometer abgelesen werden kann. In der englischen Sprache nennt man T_f **wet-bulb temperature**. [63], [21, S.111]

Mathematisch wird die isobare Feuchttemperatur durch folgende Formel beschrieben:

$$T_{if} = T + \frac{L(m - m_s(T_f))}{c_p} \quad (6.2.2)$$

[8, S.113], [63]

6.2.2 Herleitung

Zunächst stellt man sich folgenden Aufbau eines Versuchs vor, um die Feuchttemperatur zu bestimmen: einen Zylinder mit einem frei beweglichen Kolben, der einen konstanten Druck im Gefäß ermöglicht. Zuzüglich wird Wasser in den Zylinder gefüllt. Ist die eingeschlossene Luft im Zylinder nicht mit Wasserdampf gesättigt, so wird aus der Schicht Wasser verdampfen bis die Luft gesättigt ist. Dabei wird der Wasserschicht Energie entzogen und dies führt eben dazu, dass sich diese Schicht abkühlt und folgedessen auch die eingesperrte Luft. Wie viel sich die Gleichgewichtstemperatur abkühlt, hängt von der hinzugefügten Wassermenge ab. Je mehr Wasser eingefüllt wird, desto höhere Werte nimmt die Gleichgewichtstemperatur an. Bei mehreren Versuchswiederholungen und bei jeweiliger Erniedrigung der Flüssigwassermenge entspricht die niedrigste Gleichgewichtstemperatur der gesuchten Feuchttemperatur.

Es wird von einem adiabatisch-isobaren Prozess ausgegangen, bei dem die Enthalpie erhalten bleibt. Der Index d steht für trocken (dry), v für Wasserdampf (vapor) und w beschreibt flüssiges Wasser (water).

$$H_{di} + H_{vi} + H_{wi} = H_{df} + H_{vf} + H_{wf} \quad (6.2.3)$$

6.2 Feuchttemperatur

Aus der Definition der latenten Wärme $l_v = \int_{flüssig}^{gasförmig} dH = H_g - H_f$ folgt $L_{vi} = h_{vi} - h_{wi}$ und $L_{vf} = h_{vf} - h_{wf}$. Weiters bleibt die Masse des Wassers $m_{vf} + m_{wf} = m_{vi} + m_{wi} = m_{tw}$ und die der trockenen Luft $m_d = m_{di} = m_{df}$ erhalten (abgeschlossenes System). In spezifischer Schreibweise von Formel 6.2.3 und den soeben erläuterten Gleichungen gelangt man zu:

$$m_d (h_{di} - h_{df}) = m_{tw} (h_{wf} - h_{wi}) + m_{vf} L_{vf} + -m_{vi} L_{vi} \quad (6.2.4)$$

Wie bereits in Kapitel 4.5 erwähnt, kann man die spezifische Enthalpie mit $h = c_p T$ definieren. Dies führt uns in unserem speziellen Fall zu:

$$h_{di} - h_{df} = c_{pd} (T_i - T_f) \quad (6.2.5)$$

$$h_{wi} - h_{wf} = c_{pw} (T_i - T_f) \quad (6.2.6)$$

Mit Vernachlässigung der Temperaturabhängigkeit der latenten Wärme ($L_{vi} = L_{vf} = L$) und Kombination von Gleichung 6.2.4 mit 6.2.5 und 6.2.6 gelangt man zu:

$$(m_d c_{pd} + m_{tw} c_{pw}) (T_i - T_f) = L (m_{vf} - m_{vi}) \quad (6.2.7)$$

Durch Division dieser Gleichung mit m_d und Verwendung der Definition des Mischungsverhältnisses ($m = \frac{\rho_v}{\rho_d} = \frac{m_v}{m_d}$) kann man 6.2.7 folgendermaßen umschreiben:

$$\left(\frac{c_{pd} + \frac{m_{tw}}{m_d} c_{pw}}{L} \right) (T_i - T_f) = m_f - m_i \quad (6.2.8)$$

T_i entspricht im beschriebenen Versuch der vorherrschenden Temperatur im Zylinder. Eine weitere bekannte, messbare Größe ist das Mischungsverhältnis der Luft m_i . Damit man die Gleichgewichtstemperatur und somit die gesuchte Feuchttemperatur bekommt, muss Formel 6.2.8 umgeformt werden. Das Wasserdampfmischungsverhältnis m_f stimmt im Versuch mit dem Sättigungsmischungsverhältnis bei der Feuchttemperatur überein ($m_f = m_s(T_f)$). Auf der linken Seite von Formel 6.2.8 ist erkennbar, dass die Feuchttemperatur von der Gesamtmasse des Wassers beziehungsweise von dem Verhältnis m_{tw} zur Gesamtmasse der Luft abhängt. Um die Gleichung 6.2.8 zu lösen wird der Schnittpunkt der (dimensionslosen) Funktionen (linke Seite $f(T_f)$ und rechte Seite $g(T_f)$) ermittelt. Siehe zugehörige Abbildung.

6 Abgeleitete Temperaturen mit Feuchte

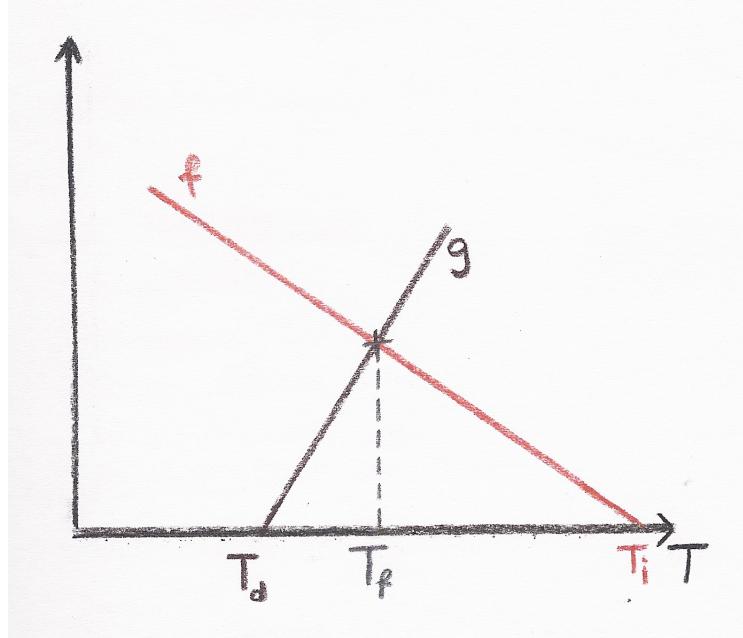


Abbildung 6.2.1: Ermittlung der Feuchttemperatur [8, S.112]

Aufgrund der Tatsache, dass $T_f \leq T_i$ sind beide Funktionen positiv. Aus $f(T_f) = 0$ folgt $T_f = T_i$ und aus $g(T_f) = 0$ folgt $T_f = T_d$. Je größer das Massenverhältnis $\frac{m_{tw}}{m_d}$, desto höhere Werte nimmt die Feuchttemperatur an. Den niedrigsten Wert der Feuchttemperatur wird erreicht, wenn dieses Verhältnis gegen Null geht. Da die Gesamtmasse des Wassers nicht Null sein kann, muss die Masse der Luft gegen unendlich gehen.

Mit dem Gleichsetzen von $T_i = T$ und $m_i = m$ sowie einer Durchführung einer Umformung gelangt man schlussendlich zur endgültigen Form:

$$T_f = T + \frac{L(m - m_s(T_f))}{c_p} \quad (6.2.9)$$

[8, S.112ff.]

6.2.3 Messung

Aspirationspsychrometer nach Aßmann

Beim Aßmann-Psychrometer handelt es sich um ein Instrument, das die Messung der Lufttemperatur und der isobaren Feuchttemperatur ermöglicht. Es existiert seit 1892 und wurde von Richard Aßmann unter Mithilfe eines Luftschiffkonstrukteurs (H. Bartsch



Abbildung 6.2.2: Psychrometer nach Aßmann [66]

von Sigfeld) konstruiert. [39] Diese Art des Psychrometers besteht aus zwei Thermometern (meist Quecksilberthermometer), welche nebeneinander montiert werden. Das eine Thermometer misst die gewöhnliche Lufttemperatur. Das zweite Thermometer wird mit einem dünnen Strumpf umzogen, wobei der Strumpf mit destilliertem Wasser getränkt wird. Es misst also die Feuchttemperatur. Um eine zuverlässige Messung beider Größen zu bekommen, muss das Psychrometer ventiliert werden. Beste Messungen werden bei einer Ventilationsgeschwindigkeit von 3 bis 4 m/s erreicht.

Die Feuchttemperatur ist also jene Temperatur, die sich einstellt, wenn ein um ein Thermometer gewickeltes feuchtes Tuch trocknet. Je nach Feuchtegehalt in der Luft ändert sich die Temperatur dementsprechend, bis sich ein Gleichgewicht einstellt. Verdunstet das Wasser aus dem nassem Strumpf beziehungsweise Tuch, sinkt die Temperatur, da für die Evaporation Wärmezufuhr notwendig ist. Daher kann die Feuchttemperatur nie größer als die Lufttemperatur sein. Daher: $T_f \leq T$. Falls die Lufttemperatur der Feuchttemperatur entspricht, also $T_f = T$ vorliegt, erfolgt keine Verdunstung mehr und es herrscht gesättigte Luft vor. Somit liegt die Luftfeuchtigkeit bei 100%. [21, S.32, S.47f.]

6.2.4 Rolle in der Meteorologie

Feuchtemaß In einer Wetterhütte befindet sich standardmäßig ein Aßmann-Aspirationspsychrometer, das die Messung der beiden meteorologischen Größen Lufttemperatur und Feuchttemperatur ermöglicht. Die Differenz dieser beiden Größen ($T - T_f$) stellt ein wichtiges Maß dar, welches den Feuchtegehalt in der Luft angibt. Im Englischen wird dieses Feuchtemaß oft als **wet-bulb depression** beschrieben. [40]

Exakte Bestimmung durch Messung Eine weitere Errungenschaft stellt die Bestimmung der Luftfeuchtigkeit mithilfe der trockenen Temperatur (Lufttemperatur) und der Feuchttemperatur dar. Dafür wurden theoretisch und experimentell abgeleitete Psy-

6 Abgeleitete Temperaturen mit Feuchte

chrometertabellen erstellt. Die dabei verwendete Formel stellt einen linearen Zusammenhang zwischen Sättigungsdampfdruck des Wasserdampfes (bei der Temperatur T_f), vorherrschendem Luftdruck, den beiden Temperaturwerten und einer konstanten Größe (Berücksichtigung der Ventilation) dar. Besondere Vorsicht ist bei Temperaturen unter 0°C geboten. Hierbei gefriert der Strumpf und das Eis verdunstet. Da die Verdampfungswärmen von Wasser und Eis nicht den gleichen Wert haben, muss man anstatt des Sättigungsdampfdrucks des Wasserdampfes (über Wasser), jenen über Eis verwenden. Daher muss man, je nachdem, ob ein gefrorener oder ein in Wasser getränkter Strumpf vorliegt, die entsprechende Tabelle verwenden. [30, S.24ff.]

Es gibt eine Internetseite, die einem das Erstellen eines Psychrometerdiagramms bei gewünschtem Druck ermöglicht (siehe Abbildung 6.2.3). [70]

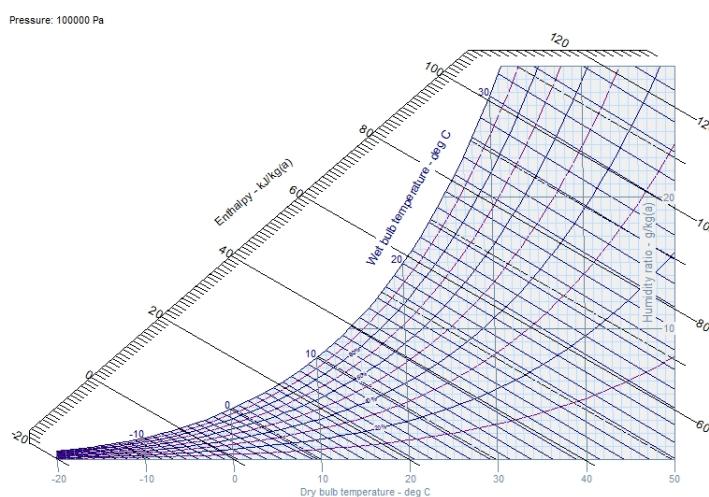


Abbildung 6.2.3: Psychrometerdiagramm bei 1000hPa, erstellt mit CYTsoft2.2 (Testversion)

Man liest die Feuchttemperatur bei gemessener Temperatur und relativer Feuchte folgendermaßen ab: Ausgangspunkt ist der Temperaturwert, von welchem man der vertikalen Isothermen folgt. Diese Isolinie verfolgt man solange, bis die Isolinie der relativen Feuchte geschnitten wird. Ab diesem Schnittpunkt folgt man der schrägen Isolinie der Feuchttemperatur. Zum Beispiel beträgt die Feuchttemperatur bei einer Lufttemperatur von 15°C, einer relativen Feuchte von 60% und einem Druck von 1000hPa etwa 11°C.

Bei abnehmender relativer Luftfeuchtigkeit nimmt die Verdunstung am Feuchtthermometer zu und somit wächst auch der Unterschied zwischen den beiden Temperaturwerten. Ebenso kommt es bei gleicher relativer Luftfeuchtigkeit, jedoch bei höherer Temperatur, zu stärkerer Verdunstung. [21, S.47]

Bestimmung von T_f durch empirische Formeln Eine weitere Möglichkeit zur Bestimmung der Feuchttemperatur stellen empirische Formeln dar, wenn die Feuchttemperatur nicht direkt an den Messstationen gemessen wird. Eine häufig verwendete Formel, da im Internet allgemein zugänglich gemacht, ist folgende Gleichung. Sie wurde im Jahr 1998 in den USA entwickelt.

$$\begin{aligned} T_f = & -5,806 + 0,672 \cdot T - 0,006 \cdot T^2 + (0,061 + 0,004 \cdot T + 0,000099 \cdot T^2) \cdot rF + \\ & + (-0,000033 - 0,000005 \cdot T - 0,0000001 \cdot T^2) \cdot rF^2 \end{aligned} \quad (6.2.10)$$

Die Temperatur T ist in $^{\circ}\text{C}$ und die relative Feuchte rF ist in % anzugeben. [30, S.24ff.]

Es gibt auch noch andere empirische Gleichungen, die der Berechnung der Feuchttemperatur dienen. Der Meteorologe Heppner hat eine empirische Formel entwickelt, in welcher man bloß die Werte von Temperatur und Taupunkt benötigt. Diese ist sehr gebräuchlich, weil an jeder synoptischen Messstation diese Größen aufgezeichnet werden. Es liegt ein linearer Zusammenhang zwischen Temperatur T und Taupunkt T_d bei der Bestimmung der Feuchttemperatur vor:

$$T_f = T_d + 0,57(T - T_d) \quad (6.2.11)$$

Formel 6.2.11 ist nur für einen Temperaturbereich von -7°C bis $+4^{\circ}\text{C}$ und einen Druck von 1000hPa zu verwenden. [15]

Schneefallgrenze Bei lang anhaltendem Niederschlag wird durch ständiges Verdunsten der Niederschlagspartikel die Luftfeuchtigkeit erhöht. Gleichzeitig sinkt aber die Temperatur. Dahingegen bleibt die Feuchttemperatur konstant. Aufgrund dieser Tatsache steht die Feuchttemperatur in engerer Beziehung zur Schneefallgrenze als die gewöhnliche Temperatur. Dies zeigt auch eine fünfjährige Beobachtungsreihe (mit 425 Terminbeobachtungen bei Niederschlag in einem Temperaturbereich zwischen -2°C bis $+7^{\circ}\text{C}$ in Innsbruck): Bis zu einer Temperatur von $+6^{\circ}\text{C}$ trat Niederschlag in Form von Schneefall auf. Demgegenüber trat Schneefall nur bis zu einer Feuchttemperatur von $+2^{\circ}\text{C}$ auf. Die Übergangszone zwischen festem und flüssigem Niederschlag liegt zwischen einem Bereich der Feuchttemperatur von 0°C - 2°C . Falls Radiosondendaten vorhanden sind, so kann man die T_f in den verschiedenen Höhen berechnen. Dabei nimmt man jene Höhe als Schneefallgrenze an, bei der die Feuchttemperatur einen Wert von 1°C erreicht.

Oftmals sind jedoch nur Bodenstationsmessungen verfügbar, da die Radiosondenaufstiege räumlich sehr weit voneinander entfernt sind. Daher wurde eine Formel entwickelt, um

6 Abgeleitete Temperaturen mit Feuchte

aus Stationsdaten die Schneefallgrenze über Grund zu bestimmen:

$$\Delta h [m] = \frac{(T_{f(Boden)} - 1)}{0,006} [m]$$

Angenommen die Feuchttemperatur an der Bodenstation in der Stadt Salzburg (mit einer Seehöhe von 424m) beträgt $+7^{\circ}C$, so liegt die Schneefallgrenze in etwa 1400m Seehöhe. [32]

6.3 Die virtuelle Temperatur

6.3.1 Definition

Die virtuelle Temperatur T_v ist als jene Temperatur definiert, die trockene Luft haben müsste, um bei gleichem Druck dieselbe Dichte zu besitzen wie feuchte Luft. Im Englischen wird sie entweder als **virtual temperature** oder als **density temperature** bezeichnet. [57] In meteorologischen Kreisen wird die virtuelle Temperatur auch Dichte der feuchten Luft genannt. Da man in einem feuchten Luftquantum den Wasserdampf als Komponente mitberücksichtigen muss, kann man daraus schließen, dass feuchte und trockene Luft nicht dieselbe Dichte haben. Mit Hilfe der universellen Gasgleichung bekommt man das Verhältnis zwischen der feuchten Dichte ρ_w und der trockenen Dichte ρ_l bei gleichem Druck p und gleicher Temperatur T .

$$\rho_w R_w = \rho_l R_l \rightarrow \rho_w = 0,622 \rho_l$$

Aus der Formelzeile ist ersichtlich, dass Wasserdampf bei gleicher T und gleichem p immer eine geringere Dichte als trockene Luft aufweist. Daraus kann man schlussfolgern, dass auch feuchte Luft eine geringere Dichte hat als trockene Luft (bei Gleichheit von p & T). Damit bei gleichem Druck die trockene und feuchte Luft dieselbe Dichte aufweisen, muss die trockene Luft eine höhere Temperatur als die wasserdampfhältige Luft haben. Diese höhere Temperatur wird in der Meteorologie eben als virtuelle Temperatur definiert. [21, S.46]

6.3.2 Herleitung

Es wird zunächst ein Gemisch aus trockener Luft (Index l) und Wasserdampf (Index w) betrachtet. Die Gasgleichung für die jeweilige Komponente lautet:

$$p_l = \rho_l R_l T \text{ und } p_w = \rho_w R_w T$$

R_l und R_w entsprechen den individuellen Gaskonstanten, mit den Werten $R_l = 287 \text{ J/kgK}$ und $R_w = 460 \text{ J/kgK}$. Laut Dalton'schem Gesetz darf man die Partialdrücke, nämlich p_l und p_w , addieren. Weiters wird im letzten Schritt die Formel mit der massenspezifischen Dichte ($\rho = \rho_l + \rho_w$) erweitert:

$$p = p_l + p_w = T (R_l \rho_l + R_w \rho_w) = T \rho \left(\frac{R_l \rho_l + R_w \rho_w}{\rho_l + \rho_w} \right)$$

Der Klammerausdruck entspricht der massenspezifischen Gaskonstante R . Zusätzliche Veränderung von R erlangt man durch Addition und Subtraktion von $R_l \rho_w$:

$$R = R_l + (R_w - R_l) \frac{\rho_w}{\rho}$$

Dabei wird der Quotient $\frac{\rho_w}{\rho}$ als spezifische Feuchte q eingeführt. Dies ergibt für die Gaskonstante R wiederum:

$$R = R_l \left(1 + \frac{R_w - R_l}{R_l} q \right)$$

Dabei hat der Ausdruck $\frac{R_w - R_l}{R_l}$ einen ungefähren Wert von 0,6. Durch Wiedereinsetzen von R in die ideale Gasgleichung gelangt man zu:

$$p = R_l \rho (1 + 0,6q) T$$

Obwohl der Faktor in der Klammer eigentlich der massenspezifischen Gaskonstante zugeschrieben werden müsste, wird er der Temperatur zugeordnet. Die virtuelle Temperatur wird definiert als:

$$T_v = (1 + 0,6q) T$$

Die Gasgleichung kann man nun in folgender Form schreiben:

6 Abgeleitete Temperaturen mit Feuchte

$$p = R_l \rho T_v$$

[14, S.51f.][3, S.160]

6.3.3 Rolle in der Meteorologie

Die virtuelle Temperatur zeichnet sich vor allem durch ihre Verwendung in der Gasgleichung aus. Dadurch wird nämlich die Luftfeuchtigkeit berücksichtigt, die ja, wie schon oben erwähnt, keine zu vernachlässigenden Einfluss auf die Luftdichte ausübt. [20, S.76ff.] Die virtuelle Temperatur selbst ist aber kein Feuchtemaß. Vielmehr kann aber der virtuelle Temperaturzuschlag ΔT als Feuchtemaß angesehen werden. Dieser ist als Differenz zwischen virtueller und aktueller Temperatur definiert und somit:

$$\Delta T = T_v - T = T \cdot 0,6 \cdot q$$

Der virtuelle Temperaturzuschlag ist keine Erhaltungsgröße (im Gegensatz zur z. B. potentiellen Temperatur). Typische Werte von ΔT liegen zwischen 0 und 4K. Die virtuelle Temperatur ist also immer um ΔT höher als die Temperatur der trockenen Luft. [14, S.63]

Die Definition der virtuellen Temperatur mit der Formel $T_v = T (1 + 0,6q)$ ist zwar für feuchte, aber nur ungesättigte Luft gültig. Nun hat man das Problem, dass die Luft nicht immer im ungesättigten Zustand ist, wie zum Beispiel in einer Wolke. Dann kann man diese Formel nicht mehr anwenden. Man muss diese um das Mischungsverhältnis für Wasser l erweitern. Dieses ist als das Verhältnis zwischen der Masse von Wasser und der Masse von trockener Luft bezogen auf eine Volumeneinheit Luft definiert (Einheit: $[kg kg^{-1}]$). Für gesättigte Luft ist folgende Gleichung zu verwenden: $T_v = T (1 + 0,6m_s - l)$. [5] Dabei wird m_s als Sättigungsmischungsverhältnis angegeben, dem Mischungsverhältnis gesättigter Luft bei einer bestimmten Temperatur und Druck. [58]

Der virtuelle Temperaturgradient wird gerne zur Abschätzung der statischen Stabilität verwendet. [5]

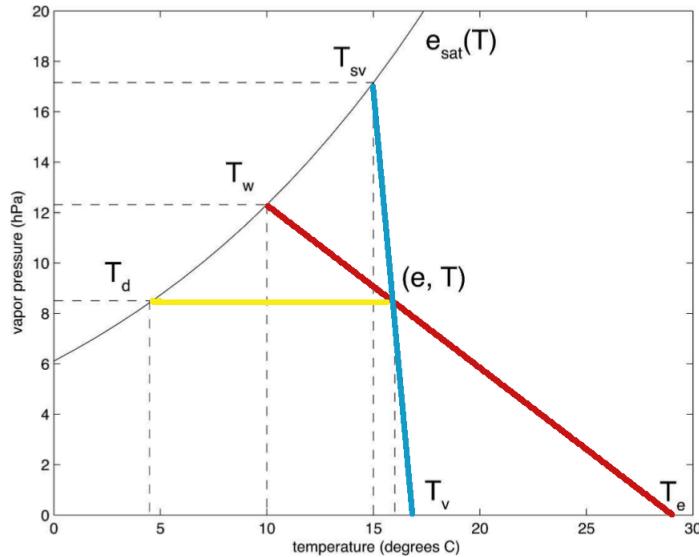


Abbildung 6.3.1: Dampfdruck vs. Temperatur Diagramm von [2]

Die Abbildung 6.3.1 zeigt ein Diagramm, an dessen x-Achse die Temperatur in °C und an dessen y-Achse der Dampfdruck aufgetragen ist. Die geschwungene (exponentielle) schwarze Kurve spiegelt den Sättigungsdampfdruck, also den maximal möglichen Dampfdruck, wider. Die horizontal strichlierten Linien stellen Linien gleichen Dampfdrucks dar. Die Isothermen, Linien gleicher Temperatur, sind durch die vertikal strichlierten Linien ersichtlich. Die farblich markierten Striche beschreiben unterschiedliche thermodynamische Prozesse. Die gelbe Linie repräsentiert den Prozess, bei dem ein Luftpaket bei bestimmter Temperatur T mit gewissem Dampfdruck e isobarisch auf den Taupunkt T_d abgekühlt wird. Die rote Linie ausgehend von dem Punkt $P(e,T)$ beschreibt das isobarische anfeuchten bzw. trocknen des Luftpakets bis zur Feuchttemperatur (hier T_w) bzw. Äquivalenttemperatur T_e . Die türkise Linie skizziert den Virtualisierungsprozess. Dabei wird ein Luftpaket zu seiner virtuellen Temperatur T_v abgetrocknet beziehungsweise das Paket bis zur Sättigung angefeuchtet – nämlich bis zur gesättigten virtuellen Temperatur T_{sv} . T_v wird eben erreicht durch Erwärmung des Luftpakets bis zu jener Temperatur, während der Wasserdampf unter isochoren, isobaren Bedingungen mit der äquivalenten Masse an trockener Luft ausgetauscht wird. Umgekehrt wird ein gesättigtes Luftpaket diabatisch durch Abkühlen des Pakets auf T_{sv} beim Austausch trockener Luft mit der äquivalenten Masse von Wasserdampf (unter isobaren, isochoren Verhältnissen) gebracht. Betts und Bartlo (1991) definieren die eben beschriebene T_{sv} als density temperature, aber das Glossar für Meteorologie (Glickmann 2000) definiert die Bezeichnung später als gleichwertig mit der virtuellen Temperatur T_v . [2]

6 Abgeleitete Temperaturen mit Feuchte

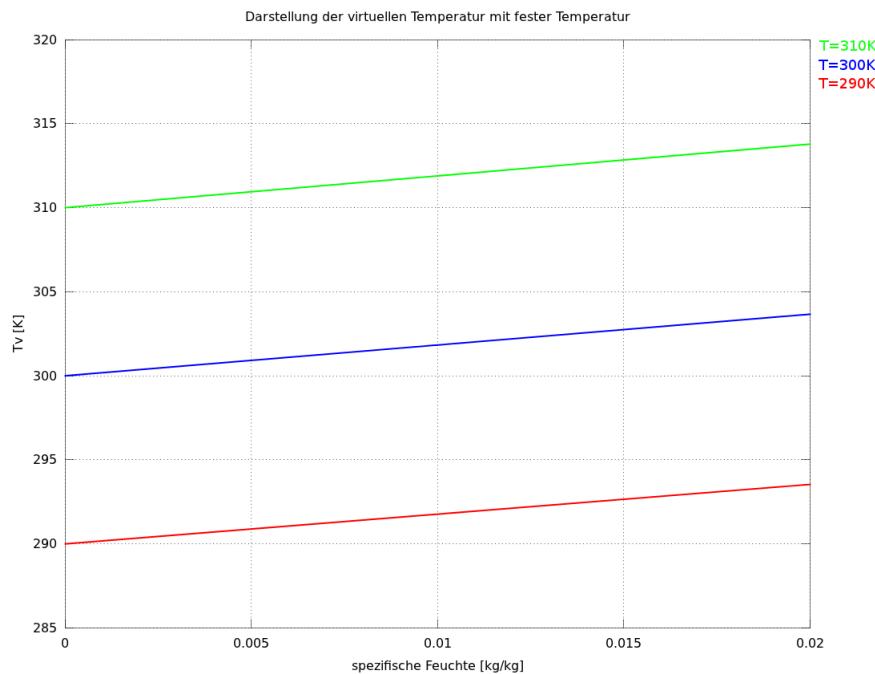


Abbildung 6.3.2: Darstellung der virtuellen Temperatur

Auf der x-Achse ist die spezifische Feuchte q in der Einheit kg/kg und auf der y-Achse die Temperatur. Die Abbildung zeigt bei drei unterschiedlichen Temperaturen und variierndem q die virtuelle Temperatur. Diese ist immer größer als die vorgegebene Temperatur aufgrund des Virtuellzuschlags, der laut Definition immer etwas Positives ist. Je größer die spezifische Feuchte (je feuchter die Luft), desto höher fällt der virtuelle Zuschlag aus. Bei der (grünen, blauen, roten) Linie wurde mit einem Temperaturwert von $(310K, 300K, 290K)$ gerechnet.

6.4 Äquivalenttemperatur

6.4.1 Definition

Man muss in der Meteorologie zwischen zwei definierten Äquivalenttemperaturen unterscheiden, und zwar zwischen der isobaren und der adiabatischen Äquivalenttemperatur. Die Äquivalenttemperatur T_e wird im Englischen **equivalent temperature** oder aber auch **pseudoequivalent temperature** genannt.

Isobare Äquivalenttemperatur Die isobare Äquivalenttemperatur T_{ie} entspricht jener Temperatur, die ein Luftpaket haben würde, wenn der gesamte Wasserdampf bei konstantem Druck kondensiert. Dabei wird die Enthalpie, also jene Energie, die während der Kondensation frei wird, zur Erwärmung der Luft verwendet. Solch ein Prozess ist in der Atmosphäre jedoch physikalisch unmöglich. Die isobare Äquivalenttemperatur ist definiert mit:

$$T_{ie} = T \cdot \left[1 + \frac{L \cdot m}{c_p \cdot T} \right] \quad (6.4.1)$$

Dabei ist T die Temperatur, L die latente Wärme, $m = \frac{0,622 \cdot e}{p - e}$ das Mischungsverhältnis (von Wasserdampf) und c_p die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck. [59] Üblicherweise kann man das Mischungsverhältnis mit der spezifischen Feuchte approximieren, somit lautet die Gleichung:

$$T_{ie} = T \cdot \left[1 + \frac{L \cdot q}{c_p \cdot T} \right] \quad (6.4.2)$$

[60]

Adiabatische Äquivalenttemperatur Ist jene (höhere) Temperatur, die erreicht wird, wenn während der Hebung eines Luftpakets der gesamte (im Paket befindliche) Wasserdampf kondensiert und ausfällt und anschließend trockenadiabatisch zu seinem Ursprungsniveau zurückgeführt wird. [21, S.94,S.111] Der genaue Vorgang, um auf diese Temperatur zu gelangen, muss folgende Prozesse durchlaufen: Zunächst trockenadiabatischer Aufstieg eines Luftpakets bis Kondensation eintritt – das heißt bis zu diesem Zeitpunkt expandiert das Paket. Danach steigt es feuchtisentrop weiter, bis die gesamte Feuchtigkeit ausgefallen ist. Anschließend sinkt das Paket trockenisentrop und wird dabei bis zum Ursprungsniveau komprimiert. Dabei wurde die gesamte latente Wärme des Wasserdampfes zur Erwärmung des Pakets verwendet. [59]

6 Abgeleitete Temperaturen mit Feuchte

T_{ae} wird auf diese Weise definiert:

$$T_{ae} = T \cdot \exp \left[\frac{L \cdot m}{c_p \cdot T} \right] = T \cdot \exp \left[\frac{L \cdot q}{c_p \cdot T} \right] \quad (6.4.3)$$

[59]

6.4.2 Herleitung

Die Herleitung der Äquivalenttemperatur wurde aus dem Skript Theoretische Meteorologie 1 entnommen.

Es wird zunächst ein System aus feuchter Luft (das heißt eine Mischung aus den beiden Gasen Luft (tiefgestellter Index a für die englische Bezeichnung für Luft air) und Wasserdampf (tiefgestellter Index v)) betrachtet und definiert für beide Gase getrennt die Enthalpie H .

$$H_a = c_{pa}M_aT \text{ und } H_v = c_{pv}M_vT \quad (6.4.4)$$

Die spezifische Enthalpie des Gasgemisches dh ergibt sich aus der Summe ihrer Enthalpien und der Normierung mit der Gesamtmasse der feuchten Luft. Weiters dividiert man den Zähler und Nenner gleich mit dem gemeinsamen Volumen V , damit man die Dichte $\rho = \rho_a + \rho_v$ ins Spiel bringt. Zusätzlich addiert man die Gleichung mit dem Ausdruck $c_{pa}\rho_v - c_{pa}\rho_v = 0$ und verwendet die spezifische Feuchte $q = \frac{\rho^d}{\rho}$.

$$h = \frac{c_{pa}M_aT + c_{pv}M_vT}{M_a + M_v} = c_{pa} \left(1 + \frac{c_{pv} - c_{pa}}{c_{pa}} \cdot q \right) T \quad (6.4.5)$$

Der Ausdruck $\frac{c_{pv} - c_{pa}}{c_{pa}} \cong 0,84$, wobei die spezifischen Wärmekapazitäten mit $c_{pa} = 1005J/kgK$ und $c_{pv} = 1846J/kgK$ festgelegt sind. Aufgrund des geringen Einflusses dieses Terms auf die gesamte spezifische Enthalpie approximiert man diese Größe zu: $h \cong c_{pa}T$.

Die spezifische Enthalpie ist eine Funktion der drei Parameter Temperatur T , Druck p und spezifische Feuchte q .

$$dh(T, p, q) = \frac{\partial h}{\partial T}dT + \frac{\partial h}{\partial p}dp + \frac{\partial h}{\partial q}dq \quad (6.4.6)$$

Dabei sind die differentiellen Ableitungen: $\frac{\partial h}{\partial q} = L$, $\frac{\partial h}{\partial T} = c_p$ und $\frac{\partial h}{\partial p} = 0$. Somit ergibt

sich durch Einsetzen in Formel 6.4.6 und einfache Umformungen:

$$dh(T, p, q) = c_p dT + L dq \quad (6.4.7)$$

$$dh = c_p d \left[T \cdot \left(1 + \frac{L \cdot q}{c_p \cdot T} \right) \right] \quad (6.4.8)$$

Der Ausdruck in der eckigen Klammer stellt die Äquivalenttemperatur dar. [14, S.101ff.]

6.4.3 Rolle in der Meteorologie

Die Äquivalenttemperatur stellt ein Enthalpiemaß dar. [28, S.31] Das Luftquantum gelangt wärmer zu seinem ursprünglichen Druckniveau nach abgeschlossener Hebung und Absinken. Außerdem hat es all seinen Wasserdampf verloren.

Die Äquivalenttemperatur ist also immer wärmer oder mit der Temperatur gleichzusetzen: $T_e \geq T$. Falls $T_e = T$ herrscht vollkommen trockene Luft vor. T_e drückt den Gehalt der Luft an sensibler und latenter Wärme aus. [21, S.99, S.111]

Da die isobare Äquivalenttemperatur physikalisch unmöglich ist, meint man mit der Bezeichnung der Äquivalenttemperatur immer die adiabatische Äquivalenttemperatur. [59]

6.5 Feuchtpotentielle Temperatur

6.5.1 Definition

Die adiabatische feuchtpotentielle Temperatur ist jene Temperatur, die ein Luftpaket haben würde, wenn es vom Ausgangspunkt (eines beliebigen Druckniveaus) adiabatisch bis zur Sättigung abgekühlt wird und anschließend feuchtadiabatisch auf das 1000hPa-Druckniveau gebracht wird. Im Englischen wird die feuchtpotentielle Temperatur als **wet-bulb potential temperature** oder aber auch als **pseudo wet-bulb potential temperature** bezeichnet. Sie stellt eine konservative Größe bezüglich reversiblen adiabatischen Zustandsänderungen dar. [67]

$$\Theta_f = \Theta_e - \frac{L}{c_p} \cdot m_s(\Theta_f) \quad (6.5.1)$$

Die Definition von Θ_e wird in Kapitel 6.7 beschrieben. [8, S.120ff.]

6 Abgeleitete Temperaturen mit Feuchte

6.5.2 Herleitung

Zunächst wird die Entropieänderung in einem feuchtadiabatischen Prozess durch folgende Gleichung beschrieben:

$$dS = \frac{c_p}{T}dT + \left(\frac{Lm_s}{T} \right) - \frac{R}{p}dp \quad (6.5.2)$$

Mithilfe der Definition der potentiellen Temperatur für ungesättigte Luft $\Theta = T \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{R}{c_p}}$ (siehe Abschnitt 6.2.1) lässt sich Formel 6.5.2 umformen in:

$$dS = c_p d(\ln \Theta) + d\left(\frac{Lm_s}{T}\right) = d\left(c_p \ln \Theta + \frac{Lm_s}{T}\right) \quad (6.5.3)$$

Aufgrund der Tatsache, dass wir einen reversiblen-adiabatischen (=isentropen) Prozess betrachten, ist $dS=0$. Weiters integriert man 6.5.3 von einem Anfangszustand zu einem Endzustand (gekennzeichnet mit dem Index i). T entspricht der Temperatur im Kondensationsniveau.

$$c_p \ln \frac{\Theta_i}{\Theta} = - \left(\frac{L(T_i) m_{si}}{T_i} - \frac{Lm_s}{T} \right) \quad (6.5.4)$$

Um zur feuchtpotentiellen Temperatur zu gelangen, wird ausgehend von Formel 6.5.4 als Anfangsbedingung der Zustand eines Pakets am LCL-Level genommen. Es gilt also: $\Theta_f = \Theta_i = T_i$

$$c_p \ln \frac{\Theta_f}{\Theta} = \frac{Lm_s}{T} - \frac{L(\Theta_f) m_s(\Theta_f)}{\Theta_f} \quad (6.5.5)$$

Diese Gleichung kann nur numerisch gelöst werden. Eine Näherungsformel zur Berechnung der feuchtpotentiellen Temperatur Θ_f lautet wie folgt:

$$\Theta_f = \Theta_e - \frac{L}{c_p} m_s(\Theta_f) \quad (6.5.6)$$

[8, S.114ff.]

6.5.3 Verwendung in der Meteorologie

Die potentielle Feuchttemperatur hat die positive Eigenschaft gegenüber Verdunstung bzw. Kondensation invariant zu sein. Wenn ein feuchtes Luftpaket gehoben / gesenkt wird, folgt Θ_f während seiner gesamten Hebung / Senkung der Feuchtadiabaten unabhängig davon, ob Kondensation bzw. Verdunstung stattfindet. Jene Temperaturgröße

wird erreicht, wenn man ausgehend von der Feuchttemperatur das Paket auf der Feuchtabadiabaten bis zum Standarddruck senkt. Dabei haben der Verlust oder Gewinn von Wasser in einem betrachteten Luftpaket keinen Einfluss auf die potentielle Feuchttemperatur. Sie ändert sich nur, wenn von außen Wärme an das Luftpaket abgegeben wird (Strahlung, Konvektion). Im Vergleich dazu stellen die Temperatur oder die potentielle Temperatur (invariant gegenüber Druckveränderungen) keine konstanten Größen dar. Mit den Eigenschaften der potentiellen Feuchttemperatur hat man also eine nützliche Größe gefunden, die man ausnutzen kann, um die Unterschiede der Herkunft von Luftmassen zu bestimmen. Eine direkte Anwendung der potentiellen Feuchttemperatur behandelte Norman in einer seiner Veröffentlichungen über das Phänomen Föhn. Er beschreibt einen typischen Ablauf folgendermaßen. Eine Luftmasse erfährt eine erzwungene Hebung über einer Bergkette. Dabei verliert die aufsteigende Luft fast den ganzen Wasserdampfinhalt durch Niederschlag auf der Luvseite des Hindernisses. Nach Passieren des Kamms senkt sich das Luftpaket wieder auf das ursprüngliche Niveau ab, wobei sich die Luft entlang des trockenadiabatischen Temperaturgradienten erwärmt. Die Lufttemperatur wird auf der Leeseite somit um einiges höher sein als auf dessen Luvseite. Somit eignet sich die normale Temperatur nicht zur Bestimmung der Herkunft von Luftmassen. Betrachtet man aber die potentielle Feuchttemperatur auf beiden Seiten der Bergkette, so besitzt diese dieselbe feuchtpotentielle Temperatur. Daher kann man mit Θ_f einen Zusammenhang zwischen der "warmen" trockenen Luft auf der Leeseite und der feuchten kälteren Luft auf der Luvseite herstellen. Um seine Überlegungen zu bestätigen, führte Norman reihenweise Messkampagnen durch und veröffentlichte die aussagekräftigste in einem Paper. Er führte in Berkeley, Kalifornien, in der Nähe der Berkeley Hills Messungen bei einem kurzlebigen Föhnaufkommen durch. Ein starker Ostwind ersetze den üblichen Westwind für eine halbe Stunde. Dabei stieg die Lufttemperatur innerhalb von 10 Minuten um beachtliche $12^{\circ}F$, während sich die relative Feuchte mehr als halbierte. Dagegen blieb die gemessene Feuchttemperatur von plötzlichen (nicht vorhersehbaren) Änderungen verschont. Daher schloss Norman, dass die Luftmasse unabhängig vom Windwechsel dieselbe potentielle Feuchttemperatur hatte. [7, S.68ff.]

Als zusätzliche Information sei hier vermerkt, dass die erste entsprechende thermodynamische Föhntheorie von Julius v. Hann bereits vor etwa 140 Jahren beschrieben wurde. [33]

Die feuchtpotentielle Temperatur ist auch zur Bestimmung von Luftmassen geeignet. Typische Werte von Θ_f (850hPa) für sehr warme und feuchte Luft liegen zwischen 15 bis $20^{\circ}C$. Für eine trockene und kalte Luftmasse reichen die Werte nicht über $10^{\circ}C$ hinaus. [71]

6 Abgeleitete Temperaturen mit Feuchte

Zeit [h]	Lufttemperatur [°F]	relative Feuchte [%]	Feuchttemperatur [°F]
7 $\frac{1}{2}$	52	99	52
7 $\frac{3}{4}$	63	49	53
8	56	90	54
8 $\frac{1}{4}$	56	95	55
9	61	85	58

Tabelle 6.2: Messkampagne bei Föhn, Kalifornien [7, S.91]

6.6 Virtuell potentielle Temperatur

6.6.1 Definition

Die virtuell potentielle Temperatur ist jene theoretisch potentielle Temperatur trockener Luft, die die gleiche Dichte hätte wie feuchte Luft. Ihre Gleichung setzt sich zusammen aus der virtuellen und potentiellen Temperatur. Sodass der Quotient aus der virtuellen Temperatur T_v und der virtuell potentiellen Temperatur Θ_v gleich dem Quotienten $\frac{T}{\Theta}$ ist. Sie wird also definiert mit:

$$\Theta_v = \Theta (1 + 0,6q)$$

Dabei ist Θ die tatsächliche potentielle Temperatur und q die spezifische Feuchte. Die Einheiten der vorkommenden Parameter sind für die Temperatur in K und für die spezifische Feuchte in g/g . Diese Formel ist für nicht gesättigte Luft gültig.

Eine alternative Schreibweise der virtuellen potentiellen Temperatur ist:

$$\Theta_v = T_v \left(\frac{1000hPa}{p} \right)^{\frac{R}{c_p}}$$

Im Englischen wird Θ_v mit **virtual potential temperature** bezeichnet. [61]

6.6.2 Verwendung

Die virtuelle potentielle Temperatur ist ein guter Stellvertreter für den Parameter Dichte bei Berechnungen des Auftriebs. Da Wasserdampf eine geringere Dichte als trockene Luft hat, hat feuchte Luft eine höhere Θ_v als trockene Luft. Bei Verwendung von Θ_v bei gesättigter Luft (Auftreten von Wolken) muss man die virtuelle Temperatur mit l , dem Mischungsverhältnis für Wasser, erweitern (siehe Abschnitt 6.2.4). Die Formel für bewölkte Luft definiert sich folgendermaßen: $\Theta_v = \Theta (1 + 0,6m_s - l)$; [61]

6.7 Äquivalentpotentielle Temperatur

6.7.1 Definition

Die äquivalentpotentielle Temperatur Θ_e ist die potentielle Temperatur, die ein Luftpaket annehmen würde, wenn seine gesamte Feuchtigkeit auskondensieren und die resultierende latente Wärme zur Erwärmung des Pakets verwendet werden würde. Die Temperatur eines Pakets kann auf folgende Weise zu seiner äquivalentpotentiellen Temperatur gebracht werden: Zunächst wird das Luftpaket von seinem Ursprungsniveau solange gehoben, bis der gesamte Wasserdampf kondensiert und ausgefallen ist. Anschließend wird das Paket trockenadiabatisch auf einen Druck von 1000hPa komprimiert. [20, S.160ff.] Man kann Θ_e auch folgendermaßen definieren: Wenn man ein Luftpaket mit der (adiabatischen) Äquivalenttemperatur T_e adiabatisch auf den Standarddruck 1000hPa bringt, handelt es sich hierbei um die äquivalentpotentielle Temperatur. [21, S.99] Die äquivalentpotentielle Temperatur wird somit durch eine Verknüpfung der potentiellen mit der Äquivalenttemperatur gefunden. [62]

Es gibt in der englischen Literatur mehrere Bezeichnungen für die äquivalentpotentielle Temperatur: **equivalentpotential temperature**, **adiabatic equivalent potential temperature**, **pseudo-equivalent potential temperature**.

Die mathematische Definition der äquivalentpotentiellen Temperatur schaut folgendermaßen aus:

$$\Theta_e = T_e \cdot \left(\frac{1000}{p} \right)^\kappa = \left(T + \frac{L \cdot m}{c_p} \right) \cdot \left(\frac{1000}{p} \right)^\kappa \quad (6.7.1)$$

$$\Theta_e = \Theta \cdot \exp \left(\frac{L \cdot m}{c_p \cdot T} \right) \approx \Theta + \frac{L \cdot q}{c_p \cdot T} \quad (6.7.2)$$

Dabei wurde in der Formel 6.7.2 die ungefähre Lösung der äquivalentpotentiellen Temperatur durch eine Taylorreihenentwicklung gewonnen (vergleiche isobare Äquivalenttemperatur, Abschnitt 6.4). Die ungefähre Lösungsformel ist gleichwertig mit Gleichung 6.7.1. Die enthaltenen Größen der Formel 6.7.2 sind: Θ ist die tatsächliche potentielle Temperatur in K . L entspricht der latenten Wärme (Kondensation) in J/kg , q der spezifischen Feuchte, c_p der spezifischen Wärmekapazität bei konstantem Druck und T der Temperatur in K . [28] Die Formel 6.7.1 ist die Definition nach J. Pelz und F. Möller (siehe [28] und [26]). Die Gleichung 6.7.2 stammt aus dem Buch Bergmann-Schäfer ([3]).

In der deutschsprachigen Literatur ist besondere Vorsicht bei der Bezeichnung äquivalente potentielle Temperatur geboten. Diese darf nicht mit der äquivalentpotentiellen

6 Abgeleitete Temperaturen mit Feuchte

Temperatur verwechselt werden. Bei der Bezeichnung äquivalent-potentielle Temperatur ist die potentielle Temperatur mit Äquivalentzuschlag gemeint. Diese unterscheidet sich sehr wohl von der äquivalentpotentiellen Temperatur. Die potentielle Temperatur mit Äquivalentzuschlag wird definiert als:

$$\Theta_{e,p} = T \cdot \left(\frac{1000}{p} \right)^\kappa + \frac{(L \cdot m)}{c_p} \quad (6.7.3)$$

[10, S.16], [26]

6.7.2 Herleitung

Die spezifische Enthalpie für feuchte Luft kann angeschrieben werden als:

$$dh = Tds + \alpha dp \quad (6.7.4)$$

Mit der Definition der spezifischen Enthalpie in Abhängigkeit von Temperatur, Druck und spezifischer Feuchte $dh(T, p, q) = c_p dT + L dq$ wird Gleichung 6.7.4 zu:

$$dh = Tds + \alpha dp = c_p dT + L dq \quad (6.7.5)$$

Nach Auflösen von Gleichung 6.7.5 nach der spezifischen Entropie ds gelangt man zu:

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - \frac{\alpha}{T} dp + \frac{L}{T} dq \quad (6.7.6)$$

Die ersten beiden Terme der rechten Seite von Formel 6.7.6 sind gleichzusetzen mit $c_p \frac{d\Theta}{\Theta}$. Zusätzlich erweitert man den letzten Term mit c_p und zieht die Temperatur in das Differential hinein (der dadurch entstehende Fehler ist gering):

$$ds \simeq c_p \frac{d\Theta}{\Theta} + c_p d \left(\frac{L \cdot q}{c_p \cdot T} \right) \quad (6.7.7)$$

Nach Integration von 6.7.7 und anschließendem Setzen des Exponenten kann man die äquivalentpotentielle Temperatur definieren.

$$\exp \left(\frac{s_2 - s_1}{c_p} \right) = \frac{\Theta_2 \cdot \exp \left(\frac{L \cdot q_2}{c_p \cdot T_2} \right)}{\Theta_1 \cdot \exp \left(\frac{L \cdot q_1}{c_p \cdot T_1} \right)}$$

$$\Theta_e = \Theta \cdot \exp\left(\frac{L \cdot q}{c_p \cdot T}\right)$$

[14, S.103ff.]

6.7.3 Rolle in der Meteorologie

Die äquivalentpotentielle Temperatur erlaubt einen besseren Vergleich zwischen den unterschiedlichen Äquivalenttemperaturen (da man sie ja einheitlich auf eine Druckfläche senkt). [21, S.111]

Θ_e ist eine scheinbare, nicht fühlbare Temperatur, mit der man zum Beispiel aufsteigende kondensierende Luftmassen beschreiben kann. [14, S.104f.]

Die spezifische Enthalpie für feuchte Luft ist definiert: $dh(T, p, q) = c_p dT + L dq$

Außerdem definiert man die spezifische Enthalpie für ein homogenes Gemisch (trockene Luft): $dh = T ds + \alpha dp$

Durch Kombination dieser beiden Formeln und Auflösen nach der Entropieänderung gelangt man zu:

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - \frac{\alpha}{T} dp + \frac{L}{T} dq$$

Mithilfe der Gasgleichung ersetzt man das spezifische Volumen α . Zusätzlich führt man die Näherung $\frac{L}{T} dq \simeq d \frac{Lq}{T}$ ein. Daraus ergibt sich:

$$ds \simeq c_p \frac{d\Theta}{\Theta} + c_p d \left(\frac{L \cdot q}{c_p \cdot T} \right)$$

Nach Integration obiger Gleichung und Verwendung der Formel für die äquivalentpotentielle Temperatur kann die spezifische Entropie wie folgt ausgedrückt werden:

$$ds = c_p \frac{d\Theta_e}{\Theta_e} = \frac{d\Theta}{\Theta} + c_p d \left(\frac{L \cdot q}{c_p \cdot T} \right)$$

Aus dieser Beziehung lässt sich erkennen, dass bei feuchtentropen Verhältnissen Θ_e konstant ist. Dies beruht auf der Tatsache, dass die Feuchtigkeit schon vor Eintreten der Kondensation berücksichtigt wurde. [14, S.103ff.], [3, S.187ff.]

Es lassen sich folgende Prozesse mit Hilfe von Θ und Θ_e erklären:

- Trockenisentrope Prozesse: spezifische Entropie $ds = 0$, spezifische Feuchteänderung $dq = 0$; Daher sind die potentielle und äquivalentpotentielle Temperatur

6 Abgeleitete Temperaturen mit Feuchte

bei diesen Bedingungen konstant.

- Feuchtisentrope Prozesse: $ds = 0$, aber $dq \neq 0$ und damit ist nur $\Theta_e = \text{konstant}$. Somit ist die äquivalentpotentielle Temperatur invariant gegenüber Kondensation und Verdunstung. [3, S.188f.]
- Feuchte statische Energie: Eine Alternative zu Θ_e , die manchmal in Studien zur Konvektion verwendet wird, ist die feuchte statische Energie. Man ersetzt in der Gleichung $Tds = c_p dT - \alpha dp + L dq$ αdp mit der statischen Gleichung. So erhält man: $Tds = c_p dT + d\Phi + L dq$. Dabei ist $\Phi + c_p T + L q$ als feuchte statische Energie definiert. Diese Größe ist bei isentropen Zustandsänderungen mit Kondensation genauso wie Θ_e konservativ. Bei starker Konvektion ist die statische Gleichung jedoch nicht gut erfüllt. Daher ist sie bei stark auftretender Konvektion nur näherungsweise eine konservative Größe. [17, S.290f.], [3, S.188f.]
- Feuchtabilität: Wenn Θ_e mit der Höhe zunimmt, ist die Atmosphäre stabil gegen feuchtisentrope Prozesse geschichtet; ansonsten ist sie feuchtlabil geschichtet.

Luftmassenklassifikation Durch die regelmäßigen und strukturierten meteorologischen Messungen in der Atmosphäre hat man bald bemerkt, dass es unterschiedliche Luftmassen gibt. Diese lassen sich durch die äquivalentpotentielle Temperatur unterscheiden. Zunächst definieren wir den Begriff Luftmasse. In der synoptischen Meteorologie bezeichnet man eine groß dimensionierte Luftmenge mit einheitlichen Eigenschaften als Luftmasse.

Der Charakter der Luftmasse wird beeinflusst durch:

Alter Die Luftmasse muss über einen längeren Zeitraum hinweg den gleichen Strahlungsbedingungen ausgesetzt sein.

Quellenart Ausschlaggebend ist die geographische Breite (äquatorial, tropisch, polar, arktisch), an der die Luftmasse entstanden ist, ihre Untergrundeigenschaft am Ursprungsort. Man geht den Fragen nach, ob die Luftmasse kontinentalen oder maritimen Ursprungs ist und ob sie sich über einer Eis- oder Schneedecke gebildet hat.

Verlagerung Wie verändert sich die Luftmasse bei Verlagerung? [21, S.258ff.], [19, S.233ff.]

Luftmassenklassifikation nach Scherhag

Richard Scherhag entwickelte neben der Bergener Meteorologenschule eine eigene Luftmassenklassifikation. Diese stammt aus dem Jahre 1948 und ist speziell für Europa gültig. Der deutsche Meteorologe definierte zunächst zwei Hauptluftmassen, die Polarluft sowie

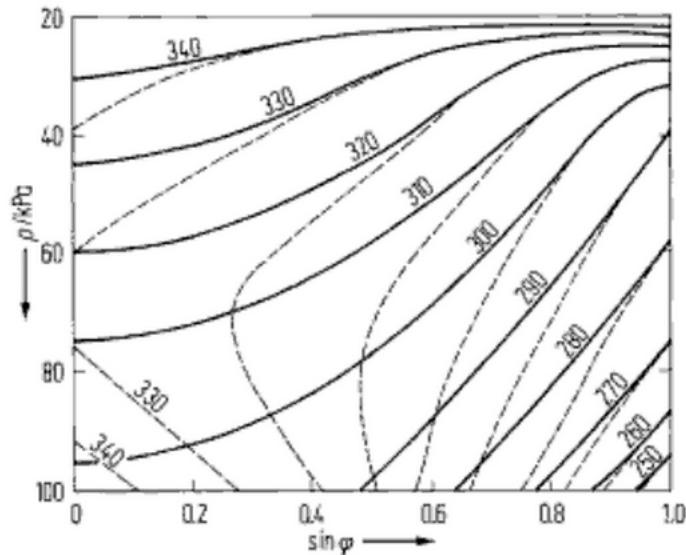


Abbildung 6.7.1: Äquivalentpotentielle und potentielle Temperatur im zonalen Mittel der Nordhalbkugel für Dezember-Januar-Februar [3, S.188]

Die Linien gleicher potentieller Temperatur entsprechen den durchgezogenen Linien und die konstanten Θ_e -Linien entsprechen den gestrichelten Linien. In großen Höhen der Atmosphäre nähern sich die Linien gleicher äquivalentpotentieller Temperatur den Linien gleicher potentieller Temperatur an (aufgrund der spezifischen Feuchte q , die hier gegen 0 geht).

1. Θ_e : Man erkennt, dass in der Höhe der Tropen und Außertropen die Atmosphäre feuchtstabil geschichtet ist, dagegen in der unteren tropischen Troposphäre feuchtblabil. Bei einer geographischen Breite von 10° ($\sin\varphi = 0,27$) beträgt an der Oberfläche die äquivalentpotentielle Temperatur zum Beispiel $330K$. In einem Druckniveau von $700hPa$ (entspricht einer Höhe von etwa $3km$) herrscht eine äquivalentpotentielle Temperatur von $320K$. Die äquivalentpotentielle Temperatur nimmt mit der Höhe somit ab, was gleichbedeutend mit einer feuchtblabilen Schichtung ist. In den Tropen kommt es daher zu hochreichender Konvektion.
2. Θ : Die Atmosphäre ist trockenstabil geschichtet.

[3, S.188]

6 Abgeleitete Temperaturen mit Feuchte

die Tropikluft. Die Luftmassen verharren jedoch nicht an ihrem Entstehungsort, sondern verlagern sich eben im Laufe der Zeit. Dabei passieren sie unterschiedlich temperierten Boden, der wiederum die Eigenschaften der Luftmasse modifiziert. Daher führte Scherhag weitere Unterteilungen durch: arktische Polarluft P_A , Polarluft P , gealterte Polarluft P_T , afrikanische Tropikluft T_s , Tropikluft T und gemäßigte Tropikluft T_P . Weiters differenzierte er, ob eine Luftmasse maritimen (Abkürzung m) oder kontinentalen (Abkürzung c) Ursprung hat. In der Abbildung 6.7.2 sieht man eine nähere Erläuterung der Luftmassenklassifikation. [19, S.233ff.]

Θ_e und Luftmasse Die äquivalentpotentielle Temperatur für Mitteleuropa, bezogen auf das 850hPa-Niveau in Abhängigkeit von der jeweiligen Luftmasse, schaut für die einzelnen Monate folgendermaßen aus: Ein scharfer Gradient der äquivalentpotentiellen Temperatur stellt eine Luftmassengrenze dar. Hier stoßen zwei verschiedene Luftmassen aufeinander. Somit kann man mithilfe einer $\Theta_e(850\text{hPa})$ -Karte, die einen scharfen Gradienten zeigt, die Lage einer Front entdecken.

Θ_e in 850hPa zur Bestimmung der Schneefallgrenze Durch die ähnliche Definition der Äquivalent- und Feuchttemperatur kann man folgende Beziehung zwischen diesen beiden Temperaturgrößen bestimmen:

$$T_e = T_f \cdot \exp\left(\frac{L \cdot m_s(T_f)}{c_p}\right) \quad (6.7.8)$$

Hierbei entspricht L der latenten Wärme, m_s dem Sättigungsmischungsverhältnis bei der Feuchttemperatur T_f und c_p der spezifischen Wärmekapazität von Luft bei konstantem Druck. Somit ist auch die äquivalentpotentielle Temperatur ein guter Indikator zur Bestimmung der Schneefallgrenze. Der Vorteil bei der Bestimmung der Schneefallgrenze mit Θ_e liegt darin, dass Wettermodelle Analyse- bzw. Prognosekarten von Θ_e im 850hPa-Niveau berechnen. Jedoch müssen drei Bedingungen erfüllt werden, damit diese Methode zur Schneefallgrenzenbestimmung verwendet werden darf:

- Die Luftmasse, in die der Niederschlag fällt, muss einheitlich sein; es muss also ein höhenkonstantes Profil der äquivalentpotentiellen Temperatur vorliegen: $\frac{\partial \Theta_e}{\partial z} = 0$.
- Die Schneefallgrenze muss zwischen 500m und 2500m liegen, damit ihre Abweichung vom 850hPa-Niveau ($\simeq 1500\text{m}$) gering gehalten wird.
- Die Schneefallgrenze muss mit der 1°C-Isotherme der Feuchttemperatur ident sein ($T_f = 1^\circ\text{C}$).

6.7 Äquivalentpotentielle Temperatur

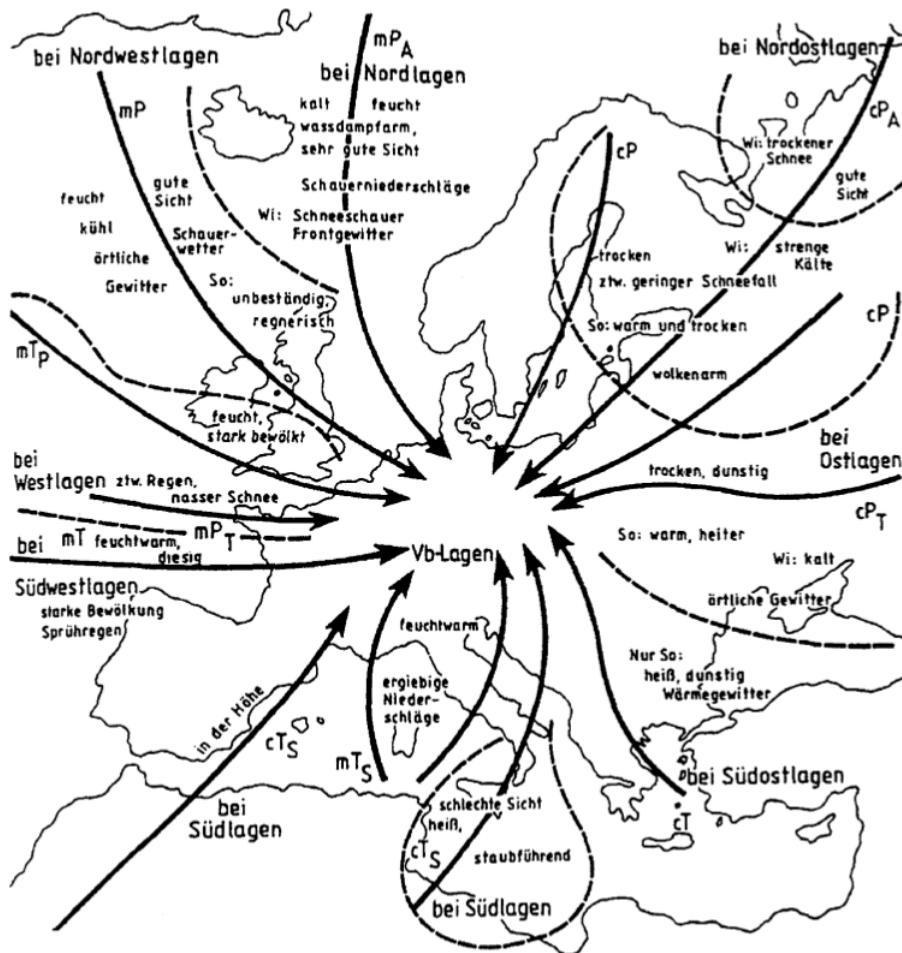


Abbildung 6.7.2: Luftmassen in Europa [19, S.236]

In der folgenden Tabelle werden die wichtigsten Erkenntnisse aus dieser Abbildung für die unterschiedlichen Luftmassen zusammengefasst.

Hauptluftmasse	Luftmasse	Ursprung	Eigenschaften	Wetterlage; Weg nach Zentraleuropa
arktische Polarluft PA	cPA	(N-) Sibirien	sehr trocken, kalt	NO-Lage; über NO-Europa
	mPA	Arktis	feucht, sehr kalt	N-Lage; über norwegisches Meer
	cP	W-Russland	(sehr) kalt	NO-Lage; über NO-Europa
	mP	Arktis	feucht, kalt	NW-Lage; über britische Inseln
gealterte Polarluft PT	cPT	Arktis, Sibirien	trocken	O-Lage; über O-Europa
	mPT	Arktis	feucht	W-Lage; über Azoren
	cTS	Sahara	trocken, heiß	S-Lage; über Balkan
	mTS	Afrika	extrem schwül	S-Lage; über Mittelmeer
afrikanische Tropikluft TS	cT	Naher Osten	trocken, heiß	SO-Lage; über SO-Europa
	mT	Azoren	feucht, warm	SW-Lage, über W-Europa
	cTP	Mitteleuropa	trocken, warm	-
gemäßigte Tropikluft TP	mTP	N-Atlantik	feucht, warm	NW-Lage; über Großbritannien

[19, S.233ff.]

6 Abgeleitete Temperaturen mit Feuchte

Unter diesen Voraussetzungen gelangt man nach Gleichung 6.7.8 zu einer Äquivalenttemperatur von $12^{\circ}C$ als Kriterium für die Schneefallgrenze. Hat die äquivalentpotentielle Temperatur im Druckniveau von $850hPa$ einen Wert von etwa $24^{\circ}C$, so liegt die Schneefallgrenze bei ungefähr $1000m$. Dies wurde anhand folgender Formel bestimmt:

$$h [m] = \frac{(\Theta_e(850) - 12) [^{\circ}C]}{0,012 [^{\circ}C/m]} \quad (6.7.9)$$

Dabei wird die Höhe h in m und Θ_e in $^{\circ}C$ angegeben. [32]

6.8 Pseudopotentielle Temperatur

6.8.1 Definition

Die pseudopotentielle Temperatur ist eine fiktive, nicht fühlbare Temperatur mit folgender Definition: Zunächst wird ein Luftpaket vom Ursprungsniveau solange angehoben bis der gesamte Wasserdampf des Pakets kondensiert und ausfällt. Dabei findet beim Aufstieg die Kondensation sukzessive statt. Anschließend wird es trockenadiabatisch auf den Standarddruck von $1000hPa$ gesenkt. [28]

Auch bei der pseudopotentiellen Temperatur spalten sich in der englischen Literatur bei der Bezeichnung die Meinungen. Sie wird (**isobaric equivalent potential temperature**) oder als **pseudo-equivalent potential temperature** genannt. Die Bezeichnung **equivalent potential temperature** sorgt immer wieder für Verwirrung mit der im Deutschen definierten äquivalentpotentiellen Temperatur Θ_e , die sich aber von der pseudopotentiellen Temperatur sehr wohl unterscheidet. Die mathematische Beschreibung der pseudopotentiellen Temperatur Θ_{ps} lautet wie folgt:

$$\Theta_{ps} = T \cdot \left(\frac{1000}{p} \right)^{\kappa} + \frac{L}{c_p} \int_{\pi=p, m_s=m_s}^{\pi=0, m_s=0} \left(\frac{1000}{\pi} \right)^{\kappa} \cdot dm_s \quad (6.8.1)$$

π entspricht dem Druck, der von der ständig veränderlichen Variablen m_s abhängt. Es gilt stets: $0 < \pi < p$. Die Variable p entspricht dem üblichen Druck der Ausgangslage (Kondensationsdruck).

Die folgenden zwei Gleichungen stellen jeweils eine geeignete Näherung zur Berechnung der pseudopotentiellen Temperatur dar. Die Formel 6.8.2 ist der Definition der äqua-

lentpotentiellen Temperatur sehr ähnlich.

$$\Theta_{ps} = T \cdot \left(\frac{1000}{p} \right)^\kappa \cdot \exp \left(\frac{L \cdot m_s}{c_p \cdot T_{LCL}} \right) \quad (6.8.2)$$

$$\Theta_{ps} = \left(\left(\frac{1570 \cdot e}{p} \right) + T \right) \cdot \left(\frac{1000}{p} \right)^\kappa \quad (6.8.3)$$

[28]

6.8.2 Herleitung

Die approximierte Form der Θ_{ps} -Gleichung (siehe 6.8.2) leitet sich von der Entropieform des 1. Hauptsatzes der Thermodynamik ab. Eine Kombination aus $c_p \frac{D \ln \Theta}{Dt} = \frac{J}{T} = \frac{Ds}{Dt}$ und $J = -L \frac{Dq_s}{Dt}$ ergibt:

$$c_p \frac{D \ln \Theta}{Dt} = -\frac{L}{T} \frac{Dq_s}{Dt}$$

Dabei ist J die diabatische Heizungsrate, q_s das Sättigungsmischungsverhältnis und L die latente Wärme. Für ein gesättigtes Luftpaket, das einen adiabatischen Aufstieg erfährt, ist die Änderungsrate in q_s (nach der Bewegung) viel größer als die Änderungsrate in T oder L . Daraus folgt: $D \ln \Theta \approx -d \left(\frac{L \cdot q_s}{c_p \cdot T} \right)$ Durch Integration dieser Formel vom Ausgangspunkt (Θ, q_s, T) zu einem Zustand, an dem $q_s \approx 0$, erhält man:

$$\ln \frac{\Theta}{\Theta_e} = -\frac{L \cdot q_s}{c_p \cdot T}$$

Dabei ist Θ_e die potentielle Temperatur im Endzustand, also in sehr guter Näherung die definierte pseudopotentielle Temperatur. Somit ist Θ_e für ein gesättigtes Paket gegeben durch:

$$\Theta_e \approx \Theta \cdot \exp \left(\frac{L \cdot q_s}{c_p \cdot T} \right)$$

Diese Formel kann auch zur Berechnung für ein ungesättigtes Luftpaket verwendet werden. Voraussetzung dafür ist, dass die entsprechende Temperatur T des Pakets jene wäre, die adiabatisch bis zur Sättigung (also bis zu T_{LCL} = vorherrschende Temperatur im Lifting Condensation Level) gebracht wird. Außerdem muss q_s mit dem tatsächlichen Mischungsverhältnis des Anfangszustands ersetzt werden. [17, S.290ff.]

6.8.3 Rolle in der Meteorologie

Die pseudopotentielle Temperatur nimmt einen höheren Wert an als die potentielle Temperatur. Aus der Differenz dieser beiden Temperaturgrößen kann man auf die Erwärmung eines Luftpakets schließen. In der Natur kann man dies bei Föhn beobachten. Weiters kann sie wie die äquivalentpotentielle Temperatur zur Kennzeichnung einer Luftmasse dienen. Sie ist konservativ gegenüber Hebung / Senkung mit Kondensation / Verdunstung. [10, S.15f.] Bei irreversiblen, pseudoadiabatischen Prozessen bleibt zwar die pseudopotentielle Temperatur konstant, nicht aber die Entropie. Somit stellt Θ_{ps} kein Entropiemaß dar. [28]

7 Vergleich der Temperaturen

7.1 Feuchttemperatur

Der Temperaturbereich für die berechnete Feuchttemperatur liegt zwischen -2 und 7°C. Die x-Achse stellt die Temperaturachse dar und auf der y-Achse ist die Differenz zwischen der berechneten Formel und dem Tabellenwert abgebildet. Die Abweichungen wurden für vier verschiedene Druckniveaus (farblich unterschiedliche Balken) berechnet.

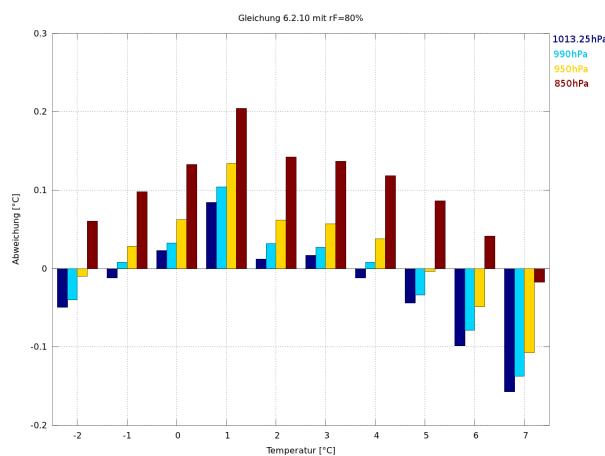


Abbildung 7.1.1: Abweichung der berechneten Feuchttemperatur 6.2.10 vom Tabellenwert bei einer relativen Feuchte von 80%

In diesem Temperaturbereich beträgt die maximale Abweichung zum Tabellenwert 0,2°C. Je geringer das Druckniveau sind, desto größer ist die Abweichung. Prinzipiell erzielt diese Formel ziemlich gute Werte, da die Differenzen zum Psychrometertabellenwert bei den getesteten Druckniveaus 1013,25hPa, 990hPa und 950hPa lediglich um $\pm 0,15^\circ\text{C}$ liegen. Es ist deutlich zu erkennen, dass die Formel 6.2.10 für ein Druckniveau um 850hPa deutlich schlechtere Ergebnisse einfährt.

7 Vergleich der Temperaturen

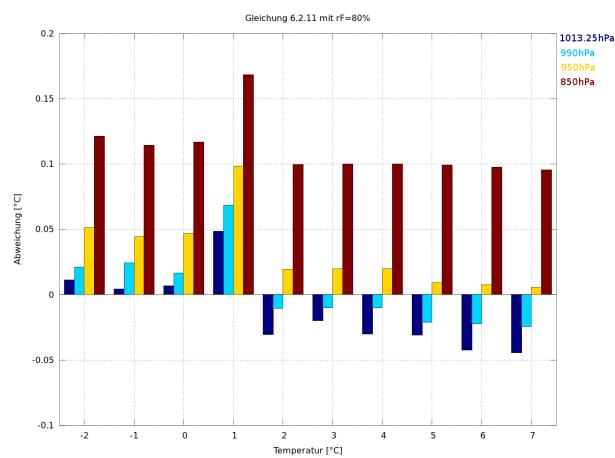


Abbildung 7.1.2: Abweichung der berechneten Feuchttemperatur 6.2.11 vom Tabellenwert bei einer relativen Feuchte von 80%

Formel 6.2.11 hat eine ähnliche Schwankungsbreite wie die vorher getestete Gleichung. Tendenziell kann man sagen, dass Druckniveaus, die kleiner als 950hPa sind, eine positive Abweichung bewirken. Das bedeutet, dass die Formel für die Feuchttemperatur stets zu hohe Werte berechnet. Es ist außerdem ersichtlich, dass im negativen Temperaturbereich die Abweichung größer ausfällt als im positiven – egal um welches Druckniveau es sich handelt.

7.2 Äquivalenttemperatur

In diesem Unterabschnitt wird die isobare mit der adiabatischen Äquivalenttemperatur verglichen.

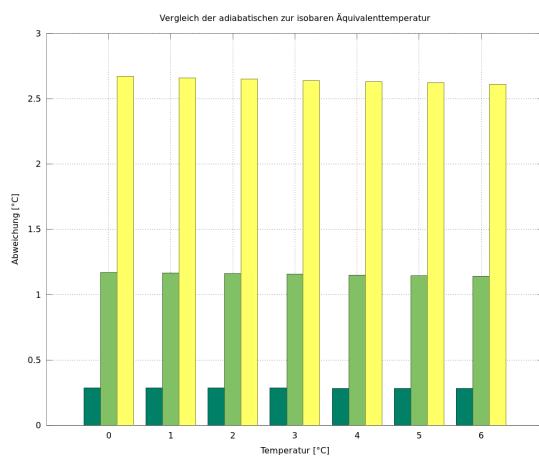


Abbildung 7.2.1: Differenz $T_{ae} - T_{ie}$ in einem T-Bereich von 0 bis 7°C

In obiger Abbildung ist auf der x-Achse die Temperatur aufgetragen. Dagegen sind auf der y-Achse die jeweiligen Differenzen aus der adiabatischen und isobaren Äquivalenttemperatur aufgetragen. Aufgrund der Tatsache, dass die adiabatische Äquivalenttemperatur immer größer ist als die isobare, liegt kein Balken im negativen Bereich. Für die Berechnung der Äquivalenttemperatur wurden die beiden Formeln, welche in Kapitel 6.4 beschrieben wurden, verwendet. Die unterschiedlichen Farben der Balken deuten auf die unterschiedlichen Werte der spezifischen Feuchte hin. Die dunkelgrünen Balken spiegeln die Differenz der adiabatischen zur isobaren Äquivalenttemperatur (im Temperaturbereich 0 – 7°C) mit einer spezifischen Feuchte $q = 0,005\text{kg/kg}$ (sehr trocken) wider. Der hellgrüne Balken spricht für $q = 0,01\text{kg/kg}$, der gelbe Balken für $q = 0,015\text{kg/kg}$. Es wurden keine größeren spezifischen Feuchten angenommen, da bei solch tiefen Temperaturen diese meteorologische Größe nicht über einen Wert von $q = 0,02\text{kg/kg}$ hinauskommt. Die maximale Abweichung der beiden Temperaturwerte liegt unter 3°C. Man erkennt, dass bei besonders trockenen Verhältnissen, die Differenz unter 0,5°C liegt.

7 Vergleich der Temperaturen

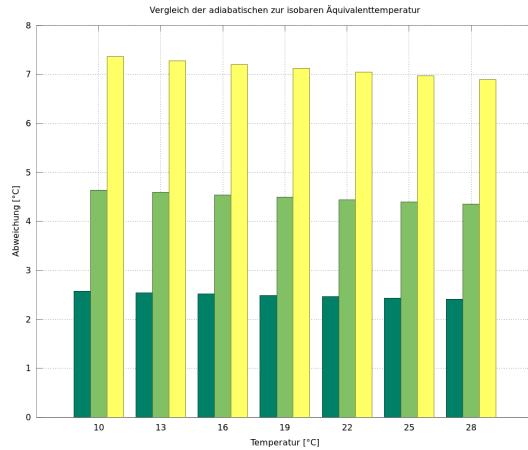


Abbildung 7.2.2: Differenz $T_{ae} - T_{ie}$ in einem T-Bereich von 10 bis 28°C

Diese Abbildung wurde nach dem gleichen Prinzip wie Abbildung 7.2.1 erstellt. Diesmal wird aber ein Temperaturbereich von 10 bis 28°C (mit Abständen von 3°C) dargestellt. Aufgrund der Tatsache, dass bei höheren Temperaturen die spezifische Feuchte q größere Werte annehmen kann, wurden die Werte folgendermaßen gewählt: Der dunkelgrüne Balken spricht für ein $q = 0,015 \text{ kg/kg}$, der hellgrüne Balken für $q = 0,02 \text{ kg/kg}$, der gelbe Balken für $q = 0,025 \text{ kg/kg}$. Aus der Abbildung lässt sich deutlich erkennen, dass bei hohen Werten der spezifischen Feuchte die Abweichung der beiden Temperaturen besonders hoch ist, wobei mit zunehmender Temperatur der Wert der Abweichung schwach abnimmt. Bei niedrigen Werten der spezifischen Feuchte liegt die Differenz unter 3°C . Daher ist die Verwendung der Formel für die isobare Äquivalenttemperatur bei niedrigen Werten von q durchaus vertretbar. Hingegen sollte bei großem q die Formel für die adiabatische Äquivalenttemperatur bevorzugt werden.

7.3 Äquivalentpotentielle und pseudopotentielle Temperatur

Da es häufig Definitionsschwierigkeiten dieser beiden Größen gibt, wird an dieser Stelle nochmals der Unterschied erläutert.

Die äquivalentpotentielle Temperatur wird durch folgende Schritte erreicht: Zunächst betrachtet man ein Luftpaket an einem bestimmten Ausgangspunkt mit dem Luftdruck p . Der Wasserdampf des Pakets soll nun augenblicklich durch einen Kondensationsprozess ausgefällt werden. Während des Prozesses wird die Wärmemenge $L \cdot m_s$ frei und die Temperatur wird auf die Äquivalenttemperatur erhöht. Anschließend wird es auf den Standarddruck von 1000 hPa gesenkt.

Dem gegenüber erreicht ein Luftpaket mit den anfänglichen Zustandsgrößen p , T und m_s die pseudopotentielle Temperatur folgendermaßen: Das Paket wird (ohne Wärmeaus-

7.3 Äquivalentpotentielle und pseudopotentielle Temperatur

p/T	$-20^{\circ}C$	$-10^{\circ}C$	$0^{\circ}C$	$10^{\circ}C$	Θ_e/Θ_{ps} in $^{\circ}C$
1000hPa	-17,6	-4,7	10,6	31,2	Θ_{ps}
	-18,0	-5,7	9,4	29,2	Θ_e
800hPa	-0,2	14,2	32,2	57,5	Θ_{ps}
	-0,6	13,5	30,8	54,4	Θ_e
500hPa	41,2	60,2	86,5	126,5	Θ_{ps}
	40,7	59,1	83,8	119,5	Θ_e

Tabelle 7.1: Θ_e und Θ_{ps} bei gegebener Temperatur und gegebenem Druck bei Sättigung

tausch mit der Umgebung) unter niedrigeren Druck gebracht und kühlt sich ab. Aufgrund der Abkühlung wird sich ab einem bestimmten Luftdruck der Wasserdampf verflüssigen. Ab diesem Zeitpunkt soll das verflüssigte Wasser schrittweise ausfallen. Dies wird solange fortgesetzt bis der gesamte Wasserdampfgehalt des Pakets verflüssigt und ausgefallen ist. Schlussendlich wird das Paket auf trockenadiabatischem Weg auf 1000hPa komprimiert.

Betrachtet man die Gleichungen 6.7.1 und 6.8.1 für diese abgeleiteten Temperaturgrößen, kann man folgenden Schluss daraus ziehen: Der Ausdruck $\left(\frac{1000}{p}\right)^{\kappa}$ ist immer kleiner als $\left(\frac{1000}{\pi}\right)^{\kappa}$. Wenn $p < 1000hPa$ ist, so ist der Term $\left(\frac{1000}{p}\right)^{\kappa} > 1$. Daher ist $\left(\frac{1000}{\pi}\right)^{\kappa} > \left(\frac{1000}{p}\right)^{\kappa} > 1$ und deshalb gilt unter denselben Bedingungen auch $\Theta_{ps} > \Theta_e$. Bei einem wenig größeren Ausgangsdruck als 1000hPa ist diese Aussage ebenfalls gültig.

In Tabelle 7.1 sind die Unterschiede der beiden Größen bei gegebenen Anfangsbedingungen ersichtlich. [26]

Definitionssache Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass es sich bei der mathematischen Definition von Θ_e in Abschnitt 6.7 (siehe Gleichung 6.7.2) eigentlich um die ursprünglich definierte pseudopotentielle Temperatur handelt. Die Formeln 6.7.2 und 6.8.2 beschreiben eine gute Näherung der pseudopotentiellen Temperatur (Unterschied dieser beiden ist, ob man mit der Ausgangstemperatur oder der Temperatur im Kondensationsniveau rechnet; siehe 6.7 bzw. 6.8). Beinahe alle neueren Bücher verwenden – egal ob es sich um englische oder deutsche Bücher / Papers handelt (siehe [17], [22], [6], [3], [14], [20]) – die Bezeichnung äquivalentpotentielle T. bzw im Englischen equivalent potential temperature, meinen dabei aber eigentlich die pseudopotentielle Temperatur. Eine Ausnahme stellen die neueren Bücher von Emeis bzw. Tsonis (siehe [10], [34]) dar, hier werden die ursprünglichen Definitionen von Θ_e und Θ_{ps} angegeben. In den älteren Unterlagen (siehe [26], [28]) wird noch verbreitet die ursprüngliche Definition verwendet. Somit möge mir der Leser verzeihen, dass im Abschnitt 6.7 und den darauffolgenden

7 Vergleich der Temperaturen

Kapiteln (anstatt der pseudopotentiellen T) die heutzutage übliche (eingebürgerte) Bezeichnung der äquivalentpotentiellen Temperatur verwendet wurde.

7.4 Vergleich aller Temperaturgrößen

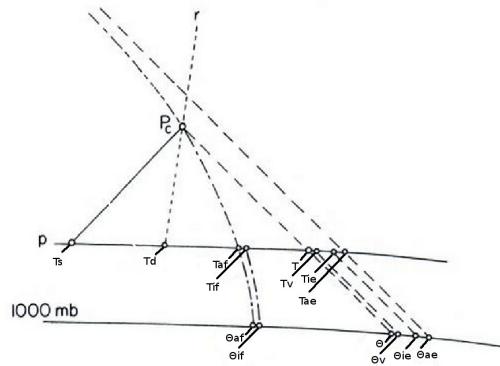


Abbildung 7.4.1: Vergleich der einzelnen Temperaturen [18, S.152]

Auf dieser Abbildung ist ersichtlich, in welcher Anordnung die einzelnen Temperaturgrößen stehen.

Es gilt: $T_d < T_{af} < T_{if} < T < T_v < T_{ie} < T_{ae}$

Weiters gilt für die potentiellen Temperaturgrößen: $\Theta_{af} < \Theta_{if} < \Theta < \Theta_v < \Theta_{ie} < \Theta_{ae}$

7.5 Typische Werte

Im Folgenden wurden beliebige Temperatur und Feuchtwerte angenommen. Aus diesen wurden die abgeleiteten Temperaturgrößen ermittelt und in den beiden Tabellen aufgelistet.

abgeleitete Temperaturgröße	Wert in °C
Taupunkt	19,10
pot. Feuchttemperatur	19,42
Feuchttemperatur	20,89
potentielle Temperatur	23,32
virtuell pot. Temperatur	26,85
virtuelle Temperatur	28,54
Äquivalentpot. Temperatur	73,25
Pseudopot. Temperatur	73,42
Äquivalenttemperatur	77,90

Tabelle 7.2: Annahme eines Sommertags; T=25°C, rF=70%, p=1020hPa

abgeleitete Temperaturgröße	Wert in °C
Taupunkt	-6,50
pot. Feuchttemperatur	0,34
Feuchttemperatur	0,57
potentielle Temperatur	4,60
virtuell pot. Temperatur	5,52
virtuelle Temperatur	5,91
Äquivalentpot. Temperatur	18,52
Pseudopot. Temperatur	18,61
Äquivalenttemperatur	18,81

Tabelle 7.3: Annahme eines Wintertags; T=5°C, rF=40%, p=1005hPa

7.6 Auflistung der abgeleiteten Temperaturgrößen bezüglich ihrer konservativen Eigenschaften

Größe	1	2	3	4
Dampfdruck/Taupunkt	K	NK	NK	NK
spezifische Feuchte/Mischungsverhältnis	K	NK	K	NK
Äquivalentt./Feuchtt.	NK	K	NK	NK
potentielle T.	NK	NK	K	NK
Äquivalentpotentielle T./feuchtpotentielle T.	NK	K	K	K

Tabelle 7.4: Gemeinsamkeiten/Unterschiede der abgeleiteten Größen

Die Abkürzung K beschreibt eine konservative Eigenschaft, NK hingegen eine nicht konservative Eigenschaft.

1. Konservativ bzw. nicht konservativ gegenüber isobarer Erwärmung bzw. Abkühlung ohne Berücksichtigung von Kondensation/Verdunstung.
2. Invariant bzw. nicht invariant gegenüber einem isobaren Prozess mit Kondensation oder Verdunstung.
3. Die 3. Spalte gibt an, ob die jeweilige Größe konservativ bzw. nicht konservativ gegenüber der adiabatischen Expansion (nicht gesättigt) ist.
4. Invariante / nicht invariante Eigenschaft gegenüber gesättigter adiabatischer Ausdehnung.

8 Vertikales Temperaturprofil

8.1 Thermodynamisches Diagramm

In einem thermodynamischen Diagramm werden Gesetze wie die barometrische Höhenformel beziehungsweise die statische Grundgleichung, die Gasgleichung sowie die Clausius-Clayperon'sche Gleichung und Adiabatengleichung verankert. Steht erstmal das Grundgerüst eines Diagramms, muss man nur mehr die gemessenen Werte (aus Radiosondeaufstiegen) und die daraus abgeleiteten Zustandsgrößen eintragen. Der Vorteil eines thermodynamischen Diagramms liegt darin, dass man mit einem geschulten Auge auf einen Blick den Zustand der Atmosphäre erkennt: Stabilität der Schichtung, Kondensationsniveau, Auslösetemperatur, Höhe und Stärke einer Inversion und vieles mehr. Das gängigste thermodynamische Diagramm ist das Stüve-Diagramm, das von Stüve aus Vorarbeit anderer Personen entworfen wurde und ab 1927 im meteorologischen Dienst verwendet wurde. [20, S.181ff.] Weitere Beispiele für thermodynamische Diagramme seien hier nur kurz erwähnt:

- Clapeyron'sches Diagramm (p - α -Diagramm): Darstellung von α auf der x-Achse und von p auf der y-Achse.
- Emagramm (Neuhoff Diagramm): Auf der x-Achse ist die Temperatur und auf der y-Achse ist der Logarithmus des Druckes aufgetragen. Die Isentropen sind schwach gekrümmte Linien.
- Skew T-log p Diagramm: Diese Art des Diagramms weist ein schiefes Temperaturprofil (daher skew=schräg) auf der x-Achse auf, und die y-Achse hat eine log-p Darstellung.
- Tephigramm: Das Tephigramm spiegelt auf der Abszisse die Temperatur und auf der Ordinate den Logarithmus der potentiellen Temperatur wider. Der Winkel zwischen Isothermen und Trockenadiabaten entspricht somit genau 90° . Die Isobaren stellen gekrümmte, schiefe Linien dar.
- Thetagramm: Hier wird die Temperatur auf der x-Achse und der Druck p auf der Ordinate aufgetragen. Dabei sind die Isentropen gekrümmte Linien.

8 Vertikales Temperaturprofil

Isolinienart	Beschreibung
Isothermen ($T=\text{konst.}$)	vertikal ausgerichtete gerade Linien
Isobaren ($p=\text{konst.}$)	horizontale gerade Linien, welche die Isothermen mit 90° schneiden
Trockenadiabaten ($\Theta=\text{konst.}$)	Geraden, die im Diagramm von links oben nach rechts unten verlaufen
Feuchtadiabaten ($\Theta_e=\text{konst.}$)	leicht gekrümmte Kurven, welche sich in großen Höhen den Trockenadiabaten annähern
Isohumen ($m_s=\text{konst.}$)	schwach gekrümmte Kurven, die nach links geneigt sind

Tabelle 8.1: Wichtige Parameter für das Stüve-Diagramm

Die große Anzahl der unterschiedlichen Diagramme benutzt dieselben Gesetzmäßigkeiten. Sie sind bloß mathematische Transformationen voneinander.

Wenn ein Luftpaket einen reversiblen bzw. irreversiblen Prozess durchläuft, wird dies auf dem Diagramm durch eine Kurve dargestellt. Bei Auftreten eines Kreisprozesses findet man eine geschlossene Kurve vor. [69]

Stüve-Diagramm Das Stüve-Diagramm entspricht einem p^κ, T -Diagramm. Dabei ist an der Abszisse die Temperatur in $^\circ\text{C}$ und an der Ordinate eine Potenzfunktion des Druckes ($p^{\frac{R_L}{c_p}}$) in hPa aufgetragen. Eine Besonderheit dieser Version der thermodynamischen Diagramme ist, dass die Trockenadiabaten (Linien mit konstantem Θ) Geraden sind. Ihre Linien verlaufen von links oben nach rechts unten (geneigt). Diese Tatsache hat man der Poissons-Gleichung zu verdanken. Zusätzliche nützliche Linien werden in ein Stüve-Diagramm eingezeichnet: Feuchtadiabaten, also Linie konstanter äquivalenter potentieller Temperatur und weiters Linien mit konstantem Sättigungsmischungsverhältnis. [20, S.181ff.], [10, S.12f.]

Das Stüve-Diagramm kann man auf vielfältige Weise nutzen.

Es dient zur Bestimmung von wichtigen meteorologischen Parametern:

- der gezwungenen sowie der ungezwungenen Kondensationshöhe
- der Flüssigwassermenge beim Kondensationsprozess
- Inversionen bzw. Frontflächen
- Temperaturverlauf bei Überströmen von Gebirgen
- Stabilität der Atmosphäre
- unterschiedlich abgeleiteter Temperaturgrößen [20, S.181ff.]

In dieser Arbeit wird besonderes Augenmerk auf die Ermittlung der einzelnen abgeleiteten Temperaturgrößen, welche in den Kapiteln 5 und 6 behandelt wurden, gelegt. Dies dient dazu, den Unterschied besonders deutlich hervorzuheben.

8.1 Thermodynamisches Diagramm

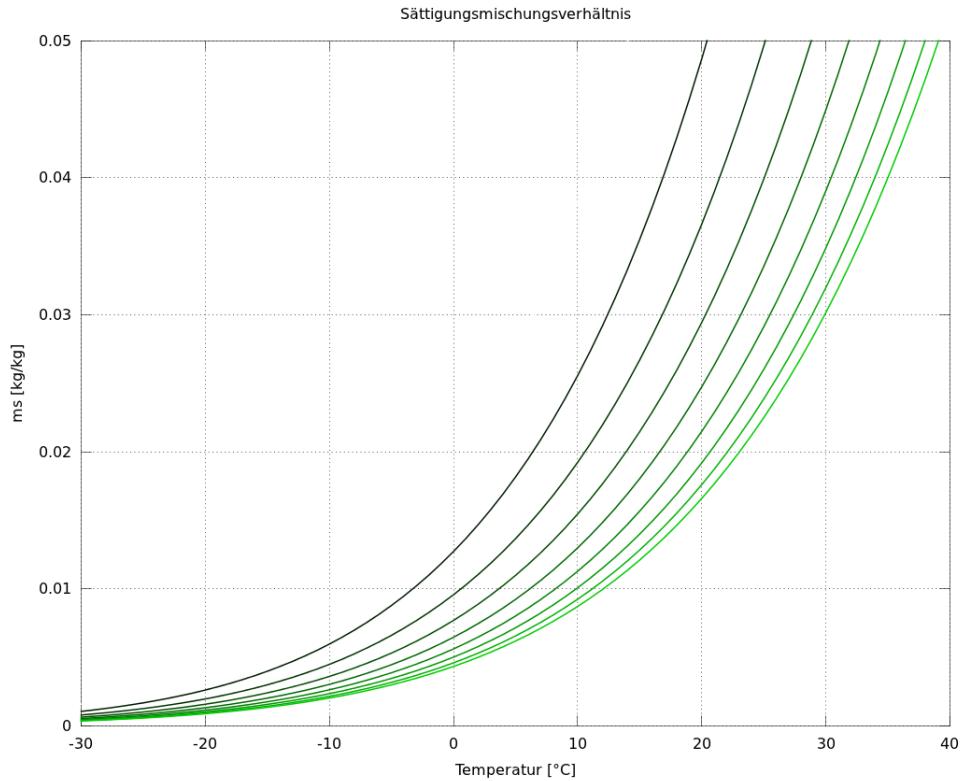


Abbildung 8.1.1: Sättigungsmischungsverhältnis

Das Sättigungsmischungsverhältnis m_s ist von den Parametern Druck und Temperatur abhängig. In Abbildung 7.1.1 ist auf der y-Achse das entsprechende Sättigungsmischungsverhältnis aufgetragen sowie auf der x-Achse die Temperatur. Jede einzelne Linie stellt m_s in einem bestimmten Druckniveau dar. Die oberste Linie (schwarz) entspricht dem 200hPa -Druckniveau, die nächste dem 300hPa -Niveau. Die letzte Kurve (hellgrün) stellt das Sättigungsmischungsverhältnis im 1000hpa -Druckniveau dar.

8 Vertikales Temperaturprofil

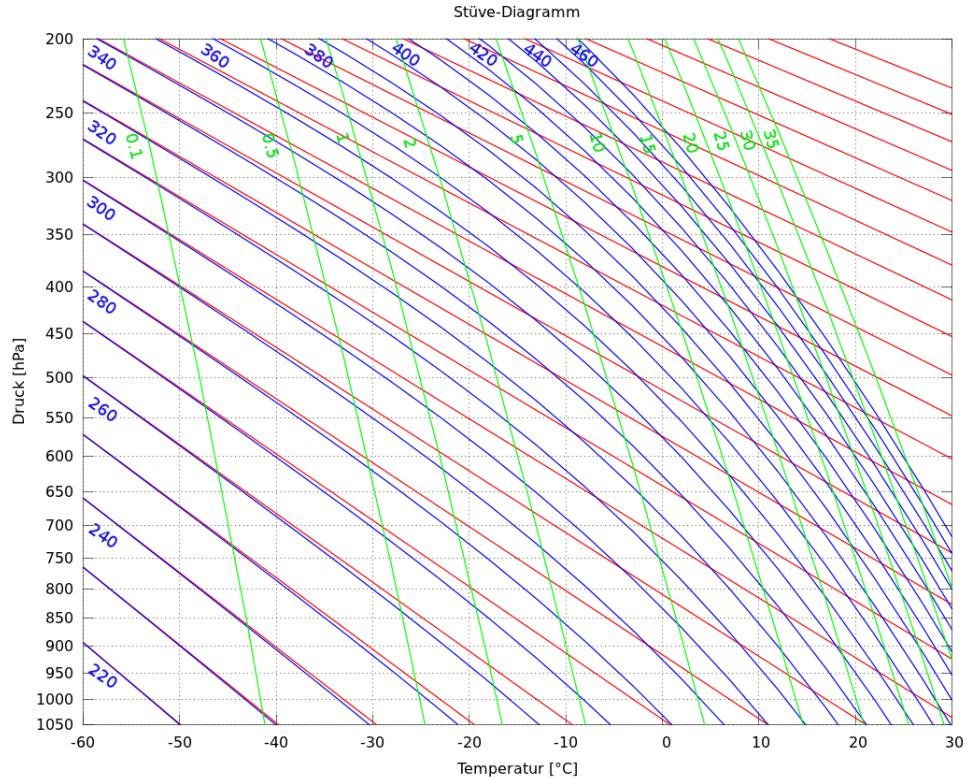


Abbildung 8.1.2: Klassisches Stüve-Diagramm

Auf der Ordinate ist der abfallende Druck mit der Höhe aufgetragen und auf der Abszisse die Temperatur. Die horizontal grau strichlierten Linien stellen Linien konstanten Drucks dar, wohingegen die vertikal ausgerichteten Geraden Isothermen bedeuten. Die Trockenadiabaten werden in dieser Abbildung als rote Geraden markiert. Die blau eingefärbten gekrümmten Kurven stellen die Feuchtadiabaten dar. Dabei wurde die verwendete äquivalentpotentielle Temperatur jeweils unter der blauen Kurve in der Einheit Kelvin angegeben. Die Grünen Kurven sind Linien mit konstantem Mischungsverhältnis. Hierbei wurden die Mischungsverhältnisse in der Einheit g/kg angeführt.

8.2 Standardatmosphäre

Aufgrund des enormen Interesses in den Gebieten des Luftverkehrs, der Raketentechnik oder der Satellitentechnologie (Übermittlung von Informationen durch elektromagnetische Wellen) am vertikalen Zustand der Atmosphäre wurden Standardatmosphären entwickelt. Diese Norm-Atmosphären geben über die Höhe gemittelte Werte der wichtigen meteorologischen Zustandsgrößen zur Beschreibung der Atmosphäre an. Man unterscheidet zwischen den wichtigen Standard-Atmosphären:

- ICAO Standard Atmosphere: diese Standardatmosphäre ist bis in eine geopotentielle Höhe von $32gpkm$ definiert.
- US Standard Atmosphere: identisch mit der ICAO Standard Atmosphere, jedoch wurde sie (zuletzt 1976) bis in eine geometrische Höhe von $1000km$ erweitert.
- CIRA = COSPAR International Reference Atmosphere: Angabe der wichtigsten meteorologischen Parameter zwischen 25 und $2000km$.

[20, S.143ff.]

8.3 Vertikaler Temperaturgradient

8.3.1 Trockenadiabatischer Temperaturgradient

Damit man den trockenadiabatischen Temperaturgradienten berechnen kann, muss folgende Annahme getroffen werden: Es wird ein Luftpaket betrachtet, dessen Temperatur der Temperatur der umgebenden Luft entspricht. Durch die Kombination des 1. Hauptsatzes der Thermodynamik bei Annahme eines isentropen Prozesses ($c_p \cdot dT = \alpha \cdot dp$) und der statischen Grundgleichung ($dp = -\rho \cdot g \cdot dz$) kann man die Temperatur in Abhängigkeit der Höhe $\frac{dT}{dz}$ ausdrücken.

$$c_p \cdot dT = -\alpha \cdot \rho \cdot g \cdot dz$$

Mit Wissen, dass das spezifische Volumen $\alpha = \frac{1}{\rho}$ ist, und Umformung gelangt man zum trockenadiabatischen Temperaturgradienten:

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{g}{c_p} = -0,0098K/m = -0,98K/100m \quad (8.3.1)$$

Der trockenadiabatische Temperaturgradient entspricht also einer Konstanten. [20, S.158ff.]

8 Vertikales Temperaturprofil

Wird die Luft in der Nähe des Bodens erwärmt, steigt ein fiktives Luftpaket, da es eine höhere Temperatur als seine umgebende Luft hat, auf. Mit Aufsteigen des Luftpakets kühlte sich dieses gemäß des trockenadiabatischen Temperaturgradienten ab. Damit die trockenadiabatische Temperaturabnahme mit zunehmender Höhe angenommen werden darf, darf keine Kondensation von Wasserdampf beim Abkühlen des Pakets auftreten. Analog führt ein Absinken eines Luftpakets zu einer Temperaturzunahme von etwa $1K/100m$.

Beim Aufsteigen eines Luftpakets wird jedoch die relative Feuchtigkeit erhöht und bei genügend Hebung erreicht diese sogar 100%, was eben Kondensation von Wasserdampf im betrachteten Luftpaket bewirkt und zur Bildung von Wolken führt. Ab Beginn der Kondensation wird latente Wärme des Wasserdampfes frei, die dem Luftpaket zugeführt wird. Dies bewirkt eine geringere Temperaturabnahme mit der Höhe und führt uns zum Begriff des feuchtadiabatischen Temperaturgradienten (siehe nächsten Abschnitt). [21, S.93ff.]

Im Angelsächsischen lautet die Bezeichnung **dry adiabatic temperature gradient** und das stellvertretende Symbol variiert je nach Literatur mit Γ_d oder γ_d .

Potentielle Temperatur Um die Änderung der potentiellen Temperatur nach der Höhe zu erhalten, geht man von folgender Formel aus: $c_p \cdot dT = -g \cdot dz$ Diese stellt eine Kombination des 1. Hauptsatz der Thermodynamik und der statischen Grundgleichung dar. Weiters wird Adiabasie angenommen. Nach Integration jener Gleichung und Gleichsetzung von $T_0 = \Theta$ erhält man: $c_p \cdot (T - \Theta) = -g \cdot (z - z_0)$. Das kann man schließlich umformen auf $\Theta = T + \frac{g}{c_p} \cdot (z - z_0)$ und nach der Höhe z differenzieren: $\frac{d\Theta}{dz} = \frac{dT}{dz} + \frac{g}{c_p}$. Mit Verwendung des trockenadiabatischen Temperaturgradienten erhält man für die Änderung der potentiellen Temperatur mit der Höhe $\frac{d\Theta}{dz} = 0$. Dieser mathematische Ausdruck beschreibt, dass bei trockenadiabatischen Prozessen die potentielle Temperatur unverändert bleibt. Sie stellt gegenüber Prozessen, bei denen Verdunstung oder Kondensation auftritt, eine konservative Größe dar. [20, S.157ff.]

8.3.2 Feuchtadiabatischer Temperaturgradient

Der feuchtadiabatische Temperaturgradient wird wieder mit Hilfe des 1. Hauptsatz der Thermodynamik hergeleitet, nämlich in der Form $Tds = c_p dT - \alpha dp + Ldm_s$. Der dritte Term Ldm_s beschreibt einfach den Prozess, der oberhalb des Kondensationsniveaus stattfindet. Dabei ist die Luft mit Wasserdampf gesättigt und daher findet dauernd weitere Kondensation statt, bei der Wärme (Kondensationswärme) frei wird. Mit Verwenden der

8.3 Vertikaler Temperaturgradient

statischen Grundgleichung und gelangt man zu: $Tds = c_p dT + gdz + Ldm_s$. Weiters setzt man wieder Isentropie ($Tds = 0$) voraus und löst nach $\frac{dT}{dz}$ auf, um den feuchtadiabatischen Temperaturgradienten zu definieren:

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{g}{c_p} - \frac{L}{c_p} \frac{dm_s}{dz} = -\Gamma_d - \frac{L}{c_p} \frac{dm_s}{dz} \quad (8.3.2)$$

[20, S.159ff.]

Wenn in der Luft hohe Temperatur vorherrscht, so ist diese in der Lage mehr Wasserdampf aufzunehmen, als dies bei geringerer Lufttemperatur der Fall wäre. Bei Annahme einer Hebung zweier Luftpakete (eines warm, das andere mit niedrigerer Temperatur) wird in dem Paket mit höherer Temperatur daher mehr Wasserdampf kondensieren. In Folge wird der Luft des warmen Pakets mehr Kondensationswärme zugeführt. Konsequenz dieser Überlegung ist folgende: Die feuchtadiabatische Temperaturabnahme ist in warmer Luft geringer als in kalter. Außerdem nähert sich der feuchtadiabatische Temperaturgradient bei sehr tiefen Temperaturen dem trockadiabatischen Gradienten an. Dies ist auch im thermodynamischen Diagramm (Stüve) in großen Höhen ersichtlich.

Der feuchtadiabatische Temperaturgradient wird meist dem griechischen Buchstaben Γ_s zugeschrieben. In den mittleren Breiten beträgt die feuchtadiabatische Temperaturabnahme mit der Höhe etwa $0,65^{\circ}\text{C}/100\text{m}$. Im Englischen wird er als **moist-adiabatic temperature gradient** bezeichnet. [21, S.95ff.]

Äquivalentpotentielle Temperatur Analog zu Kapitel 8.3.1 erfolgt nun eine Erläuterung, wie sich die äquivalentpotentielle Temperatur mit der Höhe bei feuchtadiabatischen Prozessen ändert. Es wird von der Formel, deren Herleitung bereits einige Zeilen weiter oben beschrieben worden sind, ausgegangen: $c_p \cdot dT + g \cdot dz + L \cdot dm_s$. Nach Integration derselben erhält man: $c_p \cdot (T - T_0) + g \cdot (z - z_0) + L \cdot (m_s - m_{s,0})$. Mit Verwendung der Definition $c_p \Theta_e = c_p T_0 + L m_{s,0}$ und entsprechender Umformung gelangt man schließlich zu $\Theta_e = T + \frac{g}{c_p} (z - z_0) + \frac{L}{c_p} m_{s,0}$. Nach Differentiation nach der Höhe gelangt man zu folgendem Ergebnis $\frac{d\Theta_e}{dz} = 0$. Somit stellt die äquivalentpotentielle Temperatur bei feuchtadiabatisch ablaufenden Prozessen eine konservative Größe dar. [20, S.157ff.]

8 Vertikales Temperaturprofil

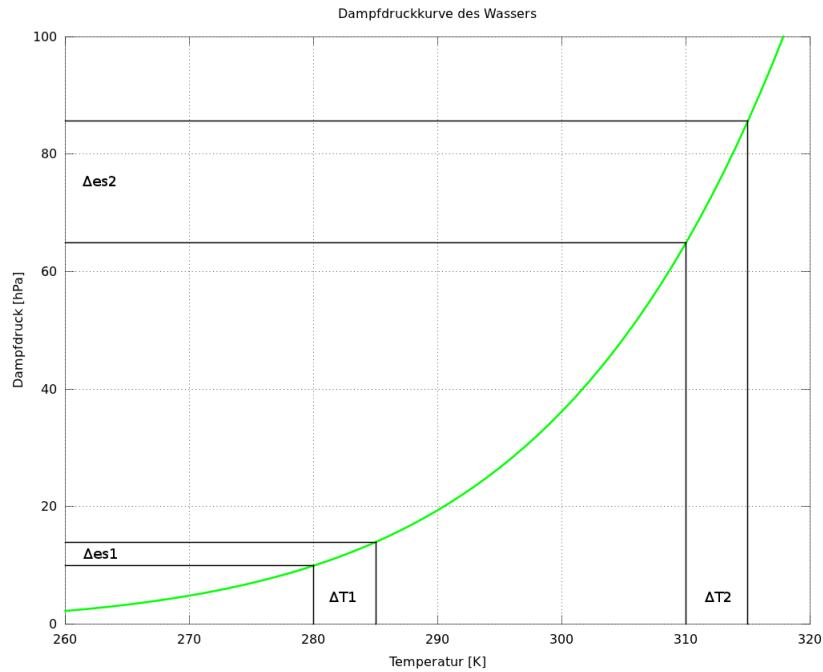


Abbildung 8.3.1: Dampfdruckkurve nach [20, S.74]

Es kann in einem Volumen Luft nicht beliebig viel Wasserdampf enthalten sein. Es gibt eine Obergrenze, bei der die Luft nicht mehr Wasserdampf aufnehmen kann. Wenn diese Obergrenze erreicht ist, ist der Wasserdampf gesättigt. Bei weiterer Zugabe von Wasserdampf beginnt der Wasserdampf (bei $T > 0^\circ\text{C}$) zu Wassertröpfchen zu kondensieren (Wasserdampf ist übersättigt). Der maximal mögliche Dampfdruck wird als Sättigungsdampfdruck bezeichnet, und ist nur von der Temperatur abhängig. Diese Abhängigkeit des Dampfdrucks von der Temperatur wird durch die Clausius-Clayperon'sche Formel beschrieben. Es gibt jedoch auch empirische Näherungsformeln wie zum Beispiel die Magnus-Formel, welche auch bei der Berechnung der Dampfdruckkurve in Abbildung 8.3.1 verwendet wurde. [10, S.18f.]

Bei Betrachtung der Dampfdruckkurve ist ersichtlich:

- Je höher die Temperatur ist, desto mehr Wasserdampf kann die Luft aufnehmen.
- Die Abbildung veranschaulicht ΔT_1 und ΔT_2 , wobei beide dieselbe Temperaturdifferenz von 5 K aufweisen ($\Delta T_1 = \Delta T_2 = 5\text{ K}$). Somit ist ersichtlich, dass bei gleicher Temperaturdifferenz bei niedrigeren Temperaturen das zugehörige Δes_1 kleiner ist als bei höheren Temperaturen das Δes_2 .

[20, S.74, S.161f.]

8.4 Stabilität

8.4.1 Trockenstabile/trockenlabile Schichtung

In Abschnitt 8.3.1 wurde der trockenadiabatische Temperaturgradient definiert. Diesen kann man in einem thermodynamischen Diagramm (Abszisse Temperatur, Ordinate Höhe) darstellen. Betrachtet man nun ein Luftpaket, das aus seinem Ursprungsniveau weg bewegt wird, so verändert das Paket seine Eigenschaften in bestimmter Weise. Dieser Umstand ist von wichtiger Bedeutung für die Entstehung von Vertikalbewegungen, Entstehung und Auflösung von Wolken usw. Je nach thermischer Schichtung wird es zum Beispiel entweder zur Ausgangslage zurückgelenkt oder es entfernt sich immer weiter von seinem Ursprungsniveau. Bei Auslenkung eines Luftvolumens aus seinem ursprünglichen Niveau ändert sich seine Temperatur (unterhalb des Kondensationsniveaus) entlang einer Geraden – der Trockenadiabaten. Dies entspricht im thermodynamischen Diagramm der Hebungskurve. Die Schichtungskurve zeigt die in der Atmosphäre vorherrschenden Temperaturverhältnisse an. Diese werden mithilfe der Radiosondenaufstiege bestimmt und in das Diagramm eingebunden.

Es kann zwischen drei Schichtungsarten unterschieden werden. Dabei werden immer die Hebungskurve (Temperaturkurve des betrachteten Luftpakets) und die Schichtungskurve (Temperatur der Umgebungsluft) betrachtet. Im Ursprungsniveau unterscheidet sich die Temperatur des Luftpakets nicht von der Temperatur der umgebenden Luft.

- **trockenstabile Schichtung:** Bei einer geringeren Temperaturabnahme in der Atmosphäre als $1^{\circ}\text{C}/100\text{m}$ (entspricht Γ_d) kommt das Luftpaket bei Hebung (Senkung) in eine Umgebung wärmerer (kälterer) Luft. Daher wirken bei Hebung (Senkung) abwärts (aufwärts) gerichtete Kräfte auf das Luftpaket ein. Die Kräfte wirken bei einer trockenstabilen Schichtung auf jeden Fall so, dass Vertikalbewegungen gedämpft werden.
- **trocken neutrale Schichtung:** Falls die Temperatur der Atmosphäre gemäß dem trockenadiabatischen Temperaturgradienten abnimmt, ist das Luftpaket immer im Gleichgewicht mit der umgebenden Luft.
- **trocken labile Schichtung:** Ist die atmosphärische Temperaturabnahme größer als der trockenadiabatische Temperaturgradient, so wird das Luftpaket bei Hebung von kälterer Luft umgeben. Dem archimedischen Prinzip zufolge erfährt das Paket somit eine Kraft, die das Paket weiter hebt und somit weiter von seinem Ursprungsort entfernt. Umgekehrt wird das Luftpaket bei Senkung aus dem Ausgangspunkt weiter abwärts bewegt. Liegt eine trockenlabile Schichtung vor, werden Vertikalbe-

8 Vertikales Temperaturprofil

wegungen gefördert.

[21, S.94f.]

8.4.2 Feuchtstabile/feuchtlabile Schichtung

Bei Betrachtung der Stabilität der Atmosphäre müssen auch die Höhenbereiche berücksichtigt werden, in denen Kondensation bzw. Verdunstung auftreten. Falls bei Hebung Kondensation eintritt, folgt das Luftpaket dem feuchtadiabatischen Temperaturgradienten (= Hebungskurve), der ja eine geringere Temperaturabnahme als der trockenadiabatische Temperaturgradient aufweist. Voraussetzung dieser Hebungskurve ist, dass das bei der Hebung kondensierte Wasser sowie jenes, welches bereits im Ausgangspunkt vorhanden war, die ganze Zeit dem betrachteten Paket folgt. Umgekehrt verfolgt das Luftpaket bei Absinken dieselbe Feuchtadiabate. Bei diesem (reversiblen) Prozess wird Wärme zugeführt, damit Wasser verdunstet.

Oberhalb des Kondensationsniveaus gelten folgende Kriterien für die vertikale Stabilität der Atmosphäre:

- feuchtstabile Schichtung: Bei einer geringeren Temperaturabnahme als dem feuchtadiabatischen Temperaturgradienten kommt das Luftpaket bei Hebung in eine Umgebung wärmerer Luft. Daher wirken die Kräfte abwärts und versuchen das Paket wieder in dessen Ausgangslage zu bringen. Genau umgekehrt gilt diese physikalische Überlegung bei Auslenkung des Pakets in Richtung des Bodens (aufgrund der aufwärts gerichteten Kräfte).
- feuchtnrale Schichtung: Hierbei entspricht die vertikale Temperaturabnahme der Atmosphäre gemäß der feuchtadiabatischen Temperaturabnahme. Das Luftpaket ist ständig im (thermodynamischen) Gleichgewicht mit der Umgebungsluft.
- feuchtlabile Schichtung: Wenn die Temperaturabnahme größer als der feuchtadiabatische Temperaturgradient ist, liegt eine sogenannte feuchtlabil geschichtete Atmosphäre vor.

Wie bereits im Vorfeld erwähnt, ist der feuchtadiabatische Temperaturgradient geringer als die trockenadiabatische Temperaturabnahme. In der Natur kann es aber durchaus vorkommen, dass die wirklich (gemessene) Temperaturkurve genau zwischen diesen beiden theoretischen Temperaturgradienten liegt. Das bedeutet, dass die Schichtung zur selben Zeit trockenstabil und feuchtlabil geschichtet ist. Physikalisch gesehen bedeutet dies, dass die Atmosphäre stabil geschichtet bleibt, (bei Hebung) keine Kondensation eintritt. Ab Beginn der Kondensation liegt eine labile Schichtung der Atmosphäre vor.

8.4 Stabilität

Wenn solche Verhältnisse vorliegen, spricht man von einer bedingt labilen Schichtung.
[21, S.98ff.]

9 Anwendungen

9.1 Ermittlung der abgeleiteten Temperaturen mittels Stüve-Diagramm

Die Grundlage zur Ermittlung der Temperaturgrößen entspricht einem eigens programmierten Stüve-Diagramm. Um den Weg der gesuchten Temperaturgröße besser nachvollziehen zu können, werden nur Ausschnitte des Stüve-Diagramms gezeigt. Die grauen Punkte markieren die Anfangsbedingungen von Temperatur T und Taupunkt T_d . Der orange / türkise Punkt entspricht der gesuchten Endtemperatur.

9.1.1 Potentielle Temperatur

Die schwarze Linie (gekennzeichnet mit 1 in Abbildung 8.1.1) beschreibt den Weg, welchen das Luftpaket auf dem Abstieg zu seiner potentiellen Temperatur durchschreiten würde. Das Luftvolumen weist anfänglich eine Temperatur von 15°C auf und befindet sich in einer Höhe von 850hPa bevor es trockenadiabatisch bis zum Standarddruck von 1000hPa abgesenkt wird.

9 Anwendungen

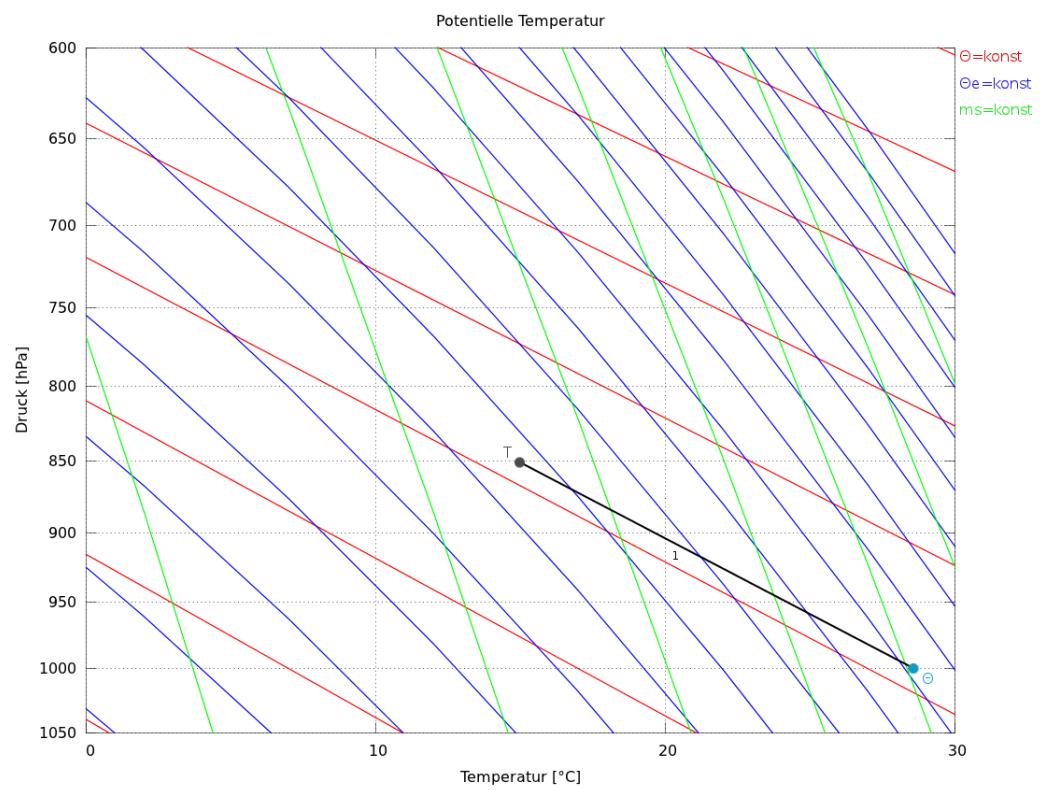


Abbildung 9.1.1: Ermittlung von Θ

9.1 Ermittlung der abgeleiteten Temperaturen mittels Stüve-Diagramm

9.1.2 Feuchttemperatur und potentielle Feuchttemperatur

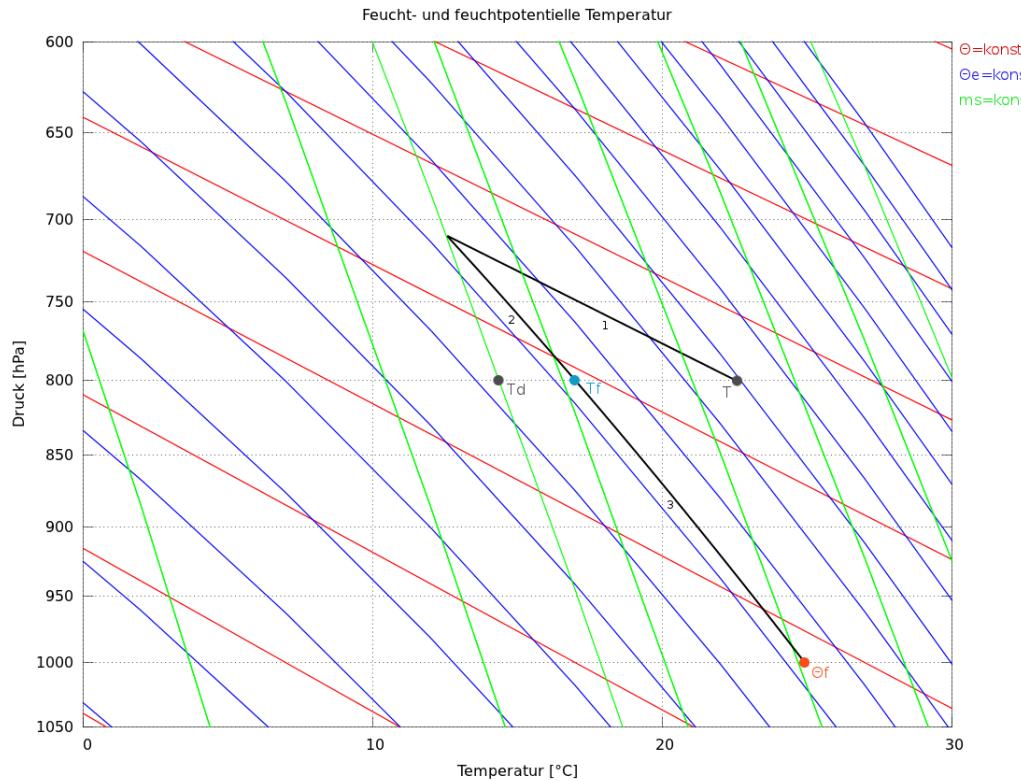


Abbildung 9.1.2: Ermittlung der Temperaturgrößen T_f und Θ_f

Unter der Annahme eines Luftpakets, dessen Temperatur $T = 23^\circ\text{C}$, Taupunkt $T_d = 15^\circ\text{C}$ und Druckniveau $p = 800\text{hPa}$ ist, gelangt man folgendermaßen zu dessen Feuchttemperatur und dessen feuchtpotentiellen Temperatur.

1. Das Luftpaket steigt zunächst trockenadiabatisch auf. Dies geschieht solange, bis Kondensation eintritt. Dieser Zustand wird erreicht, indem man die Linie konstanten Sättigungsmischungsverhältnisses vom bekannten Taupunkt am Boden ausgehend mit der Trockenadiabaten, ausgehend von der Temperatur, schneidet. Dieser Schnittpunkt wird in der Meteorologie auch als CCL (Cumulus Condensation Level bzw. Kumuluskondensationsniveau) bezeichnet.
2. Ab diesem Schnittpunkt wird das Luftpaket feuchtadiabatisch auf das Ursprungsniveau (in diesem Fall somit 800hPa) gesenkt. Mit dieser Vorgehensweise wurde soeben die Feuchttemperatur gefunden. Die Feuchttemperatur beträgt etwa 17°C .
3. Um zur feuchtpotentiellen Temperatur zu gelangen senkt man das Luftpaket (vom CCL aus) feuchtadiabatisch bis zum Standarddruck 1000hPa . Die Feuchttemperatur nimmt in diesem Beispiel einen Wert von 25°C an.

9 Anwendungen

9.1.3 Äquivalenttemperatur und äquivalentpotentielle Temperatur

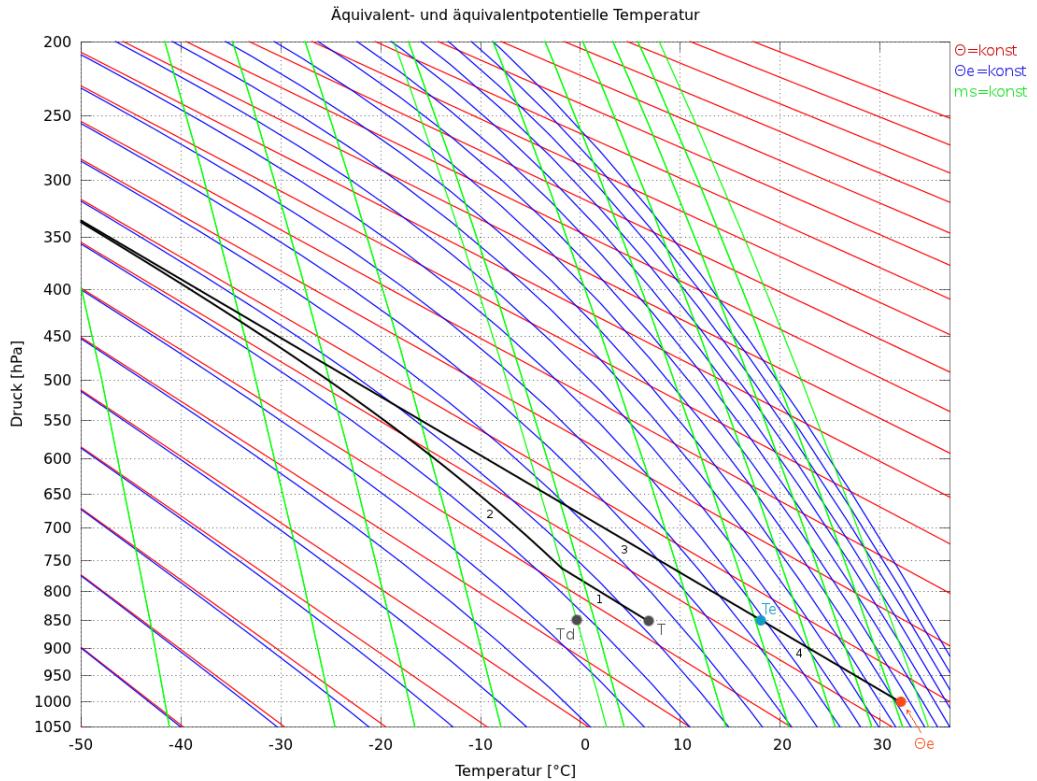


Abbildung 9.1.3: Ermittlung der beiden Temperaturgrößen T_e und Θ_e
 Das Luftpaket besitzt eine Temperatur von 7°C bei einer relativen Feuchte von 60% in einer Höhe von 850hPa . Aus diesen Anfangsbedingungen kann man schließen, dass der Taupunkt bei etwa $-0,5^\circ\text{C}$ liegt.

1. Das Luftpaket steigt trockenadiabatisch auf bis es das Kumuluskondensationsniveau erreicht.
2. Von diesem Punkt aus folgt das Luftvolumen der Feuchadiabaten. Dieser Aufstieg findet solange statt, bis die gesamte im Luftpaket befindliche Feuchtigkeit aus kondensiert ist. Das liegt normalerweise bei einer Temperatur von etwa -60°C und einer Höhe, in der der Druck etwa 200hPa entspricht, vor.
3. Nach Erreichen dieses Punktes komprimiert sich das Luftpaket während es trockenadiabatisch auf sein Ursprungsniveau ($p = 850\text{hPa}$) absinkt. Damit nimmt die Äquivalenttemperatur einen Wert von $T_e = 18^\circ\text{C}$ an.
4. Um zur äquivalentpotentiellen Temperatur zu gelangen, sinkt das Luftpaket weiter auf den Standarddruck $p_0 = 1000\text{hPa}$. $\Theta_e = 32^\circ\text{C}$.

[62], [59]

10 Zusammenfassung und Ausblick

Die in den Formeln als Konstanten angenommenen Größen latente Wärme L und spezifische Wärmekapazität c_p sind in Wirklichkeit von der Temperatur abhängig. Man nimmt die Vereinfachung in Kauf, weil es sich nicht drastisch auf die Ergebnisse auswirkt. Um jedoch genauere Ergebnisse zu bekommen, könnte man durchaus diese Temperaturabhängigkeit berücksichtigen. In der folgenden Abbildung wurde die latente Wärme als variabel angenommen. Diese Größe ist von der Temperatur abhängig und es besteht dieser bestimmte Zusammenhang zwischen L und T : $L(T) = 2,5 \cdot 10^6 - 2420 \cdot T [^\circ\text{C}]$ [10, S.15]

Eine weitere Erhöhung der Genauigkeit für die einzelnen abgeleiteten Temperaturgrößen kann man folgendermaßen erzielen: Man verwendet eine genauere Berechnung des Sättigungsdampfdrucks und des Dampfdrucks. In dieser Arbeit wurde stets die Magnusformel zur Berechnung von e_s bzw. e verwendet.

$$e_s(T) = 6,1078 \cdot \exp\left(\frac{c_1 \cdot T}{T + c_2}\right) \quad (10.0.1)$$

Die Konstanten c_1 bzw. c_2 sind je nach Temperatur unterschiedlich. In Tabelle 10.1 sind die Werte der beiden Konstanten aufgelistet. Es wurde für Temperaturen unter 0°C immer mit den Konstanten für unterkühltes Wasser gerechnet.

Es gibt jedoch eine noch präzisere (und dementsprechend auch längere) Formel, die sogenannte Goff-Gratch-Gleichung 10.0.2. In dieser Gleichung wird die Temperatur in $[K]$ verwendet.

Konstante	Eis $-50^\circ\text{C} < T < 0^\circ\text{C}$	unterkühltes Wasser $-50^\circ\text{C} < T < 0^\circ\text{C}$	Wasser $0^\circ\text{C} < T < 100^\circ\text{C}$
c_1	22,4429	17,8436	17,0809
c_2	272,44	245,425	234,175

Tabelle 10.1: zu verwendende Konstanten für die Magnusformel, Quelle: [30]

10 Zusammenfassung und Ausblick

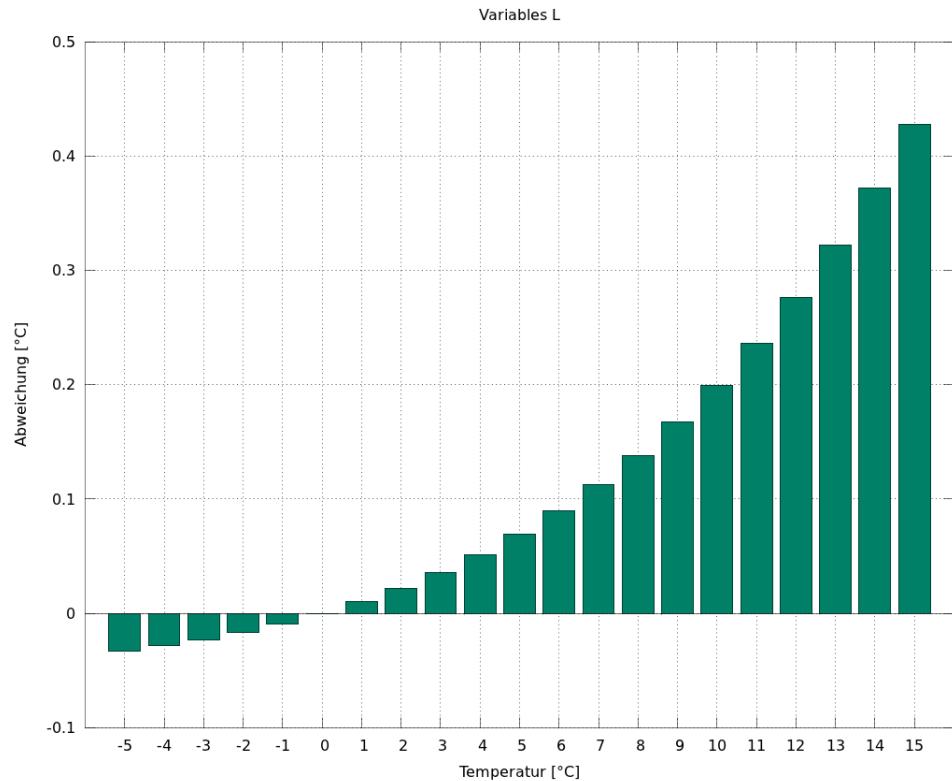


Abbildung 10.0.1: Differenz zwischen T_e mit konstant angenommenem L von T_e mit variablem L

In der Abbildung ist ersichtlich, dass im Temperaturbereich von -5°C bis -1°C eine negative Abweichung vorliegt. Das heißt bei Temperaturen unter dem Gefrierpunkt kommt es bei Nichtberücksichtigung der variablen latenten Wärme zur Überschätzung der Äquivalenttemperatur. Bei positiven Temperaturen kommt es hingegen zur Unterschätzung der Äquivalenttemperatur. Je mehr sich die Temperatur vom Gefrierpunkt entfernt, desto größer ist die Abweichung zu T_e mit gleichbleibendem L .

$$e_s(T) = \exp[24,8591 \cdot \left(1 - \frac{273,16}{T}\right) - 5,028 \cdot \ln\left(\frac{T}{273,16}\right) + 3,46481 \cdot 10^{-4} \cdot \left(1 - 10^{-8,2969 \cdot \left(\frac{T}{273,16} - 1\right)}\right) + 9,87187 \cdot 10^{-4} \cdot \left(10^{4,76955 \cdot \left(1 - \frac{273,16}{T}\right)} - 1\right) + 1,81016] \quad (10.0.2)$$

Es kann die Endtemperatur durchaus um einige Prozent verändern. All diese kleinen, aber feinen Annahmen (Vereinfachungen) manipulieren das Endergebnis durchaus. Nachstehend wird der Unterschied des Dampfdrucks zwischen der Goff-Gratch-Formel zur Magnusformel aufgezeichnet.

10 Zusammenfassung und Ausblick

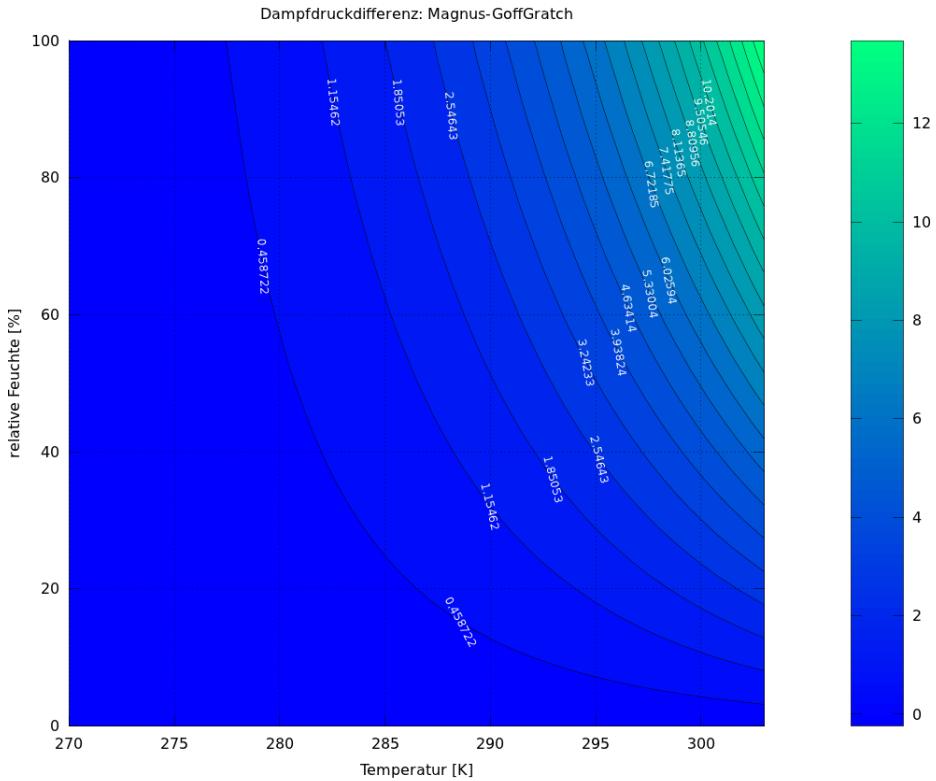


Abbildung 10.0.2: Dampfdruckdifferenz zwischen Magnus- und Goff-Gratch-Formel
Auf der x-Achse ist die Temperatur in einem Intervall von -3 bis +30°C und auf der y-Achse ist die relative Feuchte von 0 bis 100% aufgetragen. Das Diagramm zeigt die Dampfdruckdifferenz in hPa farblich. Dabei ist zu erwähnen, dass der berechnete Dampfdruck mittels Goff-Gratch-Gleichung von dem Dampfdruckwert der Magnus-Formel subtrahiert wurde. Daraus kann man erkennen, dass der Unterschied des Dampfdrucks bei einer Temperatur unter 12°C und einer variablen relativen Feuchte über die ganze Bandbreite geringer als 1.15hPa ist. Je höher die Temperatur und relative Feuchte sind, desto größer wird die Dampfdruckdifferenz. Bei einer vorherrschenden Temperatur von 25°C und einer relativen Feuchte von 80% liegt die Differenz des Dampfdrucks (Magnus-GoffGratch) etwa 8.1hPa. Weiters ist zu beobachten, dass die Differenzwerte jeweils positiv sind. Dies bedeutet so viel, dass die ungenauere Magnus-Formel die Dampfdruckwerte jeweils überschätzt. Je größer die Temperatur und relative Feuchte angenommen wird, desto größer ist die Überschätzung des Dampfdrucks.

Lebenslauf

Persönliche Daten

Name Julia Schöberl
Geburtsdatum 17.03.1989
Wohnsitz Bahnstr. 19, 7322 Lackenbach

Ausbildung

09/1995-06/1999 VS Lackenbach
09/1999-06/2007 AHS Oberpullendorf
seit 10/2007 Universität Wien, Meteorologie

Berufserfahrung

07/2008-08/2008 Ferialpraktikum, Raiffeisenlandesbank Burgenland, Eisenstadt
08/2011-09/2011 Ferialpraktikum, UBIMET GmbH, Wien
seit 02/2011 Tennistrainerin, Fit Vital

Weitere Kenntnisse & Fähigkeiten

Fremdsprachen Englisch und Französisch fließend in Wort und Schrift
EDV-Kenntnisse Windows, MS Office, Linux, Matlab
Hobbies Tennis, Roller Skaten, Wandern, Radfahren

Danksagung

Zu Beginn bedanke ich mich recht herzlich bei meinem Betreuer Herrn O. Univ. Prof. Dr. Reinhold Steinacker, der mir viele Anregungen und Hilfestellungen bezüglich meiner Arbeit gab.

Weiters gebührt Dr. DI. Mag. Dieter Mayer mein Dank, der mir das Thema dieser Arbeit schmackhaft machte und für meine Fragen und Probleme (egal ob programmiertechnischen oder meteorologischen Ursprungs) immer ein offenes Ohr hatte.

Ebenfalls danke ich für meteorologische Diskussionen und dem Korrekturlesen der Arbeit Bakk. C. Schönher, L. Tüchler, P. Kainrath, MMag. F. und K. Schöberl.

Besonderer Dank gilt natürlich auch meinen Eltern, die mich durch ihre finanzielle Unterstützung und viel Umsicht, das Studium und somit das Verfassen dieser Arbeit erst ermöglicht haben.

Abbildungsverzeichnis

3.1.1 Mischung homogener Luftmassen [11, S.10]	8
4.2.1 Prinzip eines Flüssigkeitsthermometers, [65]	21
4.4.1 Theoretischer Aufbau eines Taupunktspiegels [72]	26
5.2.1 Abhängigkeit von $\frac{d\Theta}{dT}$ bei unterschiedlichen Druckwerten	35
5.2.2 Abhängigkeit von $\frac{d\Theta}{dp}$ bei entsprechenden Druck- und Temperaturverhältnissen	36
5.3.1 Windchill Tabelle; Quelle [53]	39
5.3.2 Windchill-Tabelle in C	40
6.1.1 Hitzeindex-Tabelle nach [55]	43
6.2.1 Ermittlung der Feuchttemperatur [8, S.112]	46
6.2.2 Psychrometer nach Aßmann [66]	47
6.2.3 Psychrometerdiagramm bei 1000hPa, erstellt mit CYTsoft2.2 (Testversion)	48
6.3.1 Dampfdruck vs. Temperatur Diagramm von [2]	53
6.3.2 Darstellung der virtuellen Temperatur	54
6.7.1 Äquivalentpotentielle und potentielle Temperatur im zonalen Mittel der Nordhalbkugel für Dezember-Januar-Februar [3, S.188]	65
6.7.2 Luftmassen in Europa [19, S.236]	67
7.1.1 Abweichung der berechneten Feuchttemperatur 6.2.10 vom Tabellenwert bei einer relativen Feuchte von 80%	71
7.1.2 Abweichung der berechneten Feuchttemperatur 6.2.11 vom Tabellenwert bei einer relativen Feuchte von 80%	72
7.2.1 Differenz $T_{ae} - T_{ie}$ in einem T-Bereich von 0 bis $7C$	73
7.2.2 Differenz $T_{ae} - T_{ie}$ in einem T-Bereich von 10 bis $28C$	74
7.4.1 Vergleich der einzelnen Temperaturen [18, S.152]	76
8.1.1 Sättigungsmischungsverhältnis	81
8.1.2 Klassisches Stüve-Diagramm	82

Abbildungsverzeichnis

8.3.1 Dampfdruckkurve nach [20, S.74]	86
9.1.1 Ermittlung von Θ	92
9.1.2 Ermittlung der Temperaturgrößen T_f und Θ_f	93
9.1.3 Ermittlung der beiden Temperaturgrößen T_e und Θ_e	94
10.0.1Differenz zwischen T_e mit konstant angenommenem L von T_e mit variablen L	96
10.0.2Dampfdruckdifferenz zwischen Magnus- und Goff-Gratch-Formel	98

Tabellenverzeichnis

6.1	Parameter zur Benützung der Hitzeindex-Formel; Informationen aus [56] und [55]	42
6.2	Messkampagne bei Föhn, Kalifornien [7, S.91]	60
7.1	Θ_e und Θ_{ps} bei gegebener Temperatur und gegebenem Druck bei Sättigung	75
7.2	Annahme eines Sommertags; $T=25^\circ\text{C}$, $rF=70\%$, $p=1020\text{hPa}$	77
7.3	Annahme eines Wintertags; $T=5^\circ\text{C}$, $rF=40\%$, $p=1005\text{hPa}$	77
7.4	Gemeinsamkeiten/Unterschiede der abgeleiteten Größen	78
8.1	Wichtige Parameter für das Stüve-Diagramm	80
10.1	zu verwendende Konstanten für die Magnusformel, Quelle: [30]	95

Literaturverzeichnis

- [1] BAEHR, H. D. ; KABELAC, S.: *Thermodynamik - Grundlagen und technische Anwendungen*. 14. Aufl. Berlin : Springer, 2009. – ISBN 3642005551
- [2] BANNON, P. R.: Notes and Correspondence - Virtualization. In: *American Meteorological Society - Journal of the Atmospheric Sciences* 64 (2007), S. 1405–1409
- [3] BERGMANN, L. ; SCHAEFER, C. ; RAITH, W.: *Lehrbuch Der Experimentalphysik - Band 7: Erde Und Planeten*. 2. aktualis. A. Berlin : Walter de Gruyter, 2001. – ISBN 3110168375
- [4] BERNHARD, F.: *Technische Temperaturmessung*. 1. Aufl. Berlin Heidelberg : Springer, 2004. – ISBN 3-540-62672-5
- [5] BETTS, A. K. ; BARTLO, J.: The Density Temperature and the Dry and Wet Virtual Adiabats. In: *Monthly Weather Review - American Meteorological Society* 119 (1991), S. 169–175
- [6] BOLTON, D.: The Computation of Equivalent Potential Temperature. In: *Monthly Weather Review - American Meteorological Society* 108 (1980), S. 1046–1053
- [7] BRUNT, D.: *Physical and Dynamical Meteorology*. 2. Aufl. Cambridge : Cambridge University Press, 2011. – ISBN 978-1-107-60143-7
- [8] CURTIUS, J.: *Theoretische Meteorologie - Atmosphaerische Thermodynamik*. Oktober 2006. – URL http://www.staff.uni-mainz.de/curtius/J_Curtius_Vorlesungen.html. – Skript
- [9] DAANEN, H.: Manual Performance Deterioration in the Cold Estimated Using the Wind Chill Equivalent Temperature. In: *Industrial Health* 47 (2009), S. 262–270
- [10] EMEIS, S.: *Meteorologie in Stichworten*. Stuttgart : Borntraeger, 2000. – ISBN 3-443-03108-0
- [11] ETLING, D.: *Theoretische Meteorologie - Eine Einfuehrung*. 3. erw. u. aktualisierte Aufl. Berlin : Springer, 2008. – ISBN 3540759786
- [12] GERTHSEN, C. ; MESCHDE, D.: *Gerthsen Physik*. Springer, 2003 (Springer-Lehrbuch). – URL <http://books.google.at/books?id=pfpkxqB-jGoC>. – ISBN 9783540026228

Literaturverzeichnis

- [13] GERTHSEN, C. ; MESCHEDE, D.: *Gerthsen Physik*. 24. ueberarb. Aufl. Wiesbaden : Gabler Wissenschaftsverlage, 2010. – ISBN 978-3-642-12893-6
- [14] HANTEL, M. ; MAYER, D.: *Skriptum theoretische Meteorologie I*. 1. Aufl. Wien : Facultas Verlag, 2006. – ISBN 3850767582
- [15] HEPPNER, P.: Snow versus Rain: Looking beyond the 'Magic' Numbers. In: *American Meteorological Society - Forecaster's Forum* 7 (1992), S. 683–691
- [16] HERING, E. ; MODLER, K.: *Grundwissen des Ingenieurs*. 14. aktualisierte Auflage. Muenchen : Hanser Verlag, 2007. – ISBN 978-3-446-22814-6
- [17] HOLTON, J. R.: *An Introduction to Dynamic Meteorology*. 4th ed. Amsterdam, Boston : Academic Press, 2004. – ISBN 0-123-54015-1
- [18] IRIBARNE, J. ; GODSON, W.L.: *Atmospheric Thermodynamics*. 2nd ed. Holland : Kluwer Academic Publishers Group, 1981. – ISBN 90-277-1296-4
- [19] KLOSE, B.: *Meteorologie - Eine interdisziplinaere Einfuehrung in die Physik der Atmosphaere*. 1. Aufl. Wiesbaden : Gabler Wissenschaftsverlage, 2008. – ISBN 978-3-540-71308-1
- [20] KRAUS, H.: *Die Atmosphaere der Erde - Eine Einfuehrung in die Meteorologie*. 3. erw. u. aktualisierte Aufl. Berlin : Springer Verlag, 2004. – ISBN 3-540-20656-6
- [21] LILJEQUIST, G. ; CEHAK, K.: *Allgemeine Meteorologie*. 3. ueberarb. u. erw. Aufl. 1984. Nachdruck. Berlin : Vieweg, 1994. – ISBN 3528235551
- [22] LIN, Y.: *Mesoscale Dynamics*. 1. Aufl. Cambridge : Cambridge University Press, 2007. – ISBN 978-0-521-80875-0
- [23] LOMMEL, E.: *Wind und Wetter - gemeinfassliche Darstellung der Meteorologie*. Muenchen : R. Oldenbourg., 1873
- [24] LUCAS, K.: *Thermodynamik - Die Grundgesetze der Energie- und Stoffumwandlungen*. 7. korrigierte Aufl. Wiesbaden : Gabler Wissenschaftsverlage, 2008. – ISBN 978-3-540-68645-3
- [25] MAYRHOFER, D.: *Meteorologische Messungen*, Karl-Franzens-Universitaet Graz, Diplomarbeit, 2005
- [26] MOELLER, F.: Pseudopotentielle und aequivalentpotentielle Temperatur. In: *Meteorologische Zeitschrift* 56 (1939), S. 1–12
- [27] OSCZEWSKI, R. J.: The Basis of Wind Chill. In: *Arctic* 48 (1995), S. 372–382
- [28] PELZ, J.: *Zusammenfassung haeufig benoetigter Gleichungen und Konstanten*. Oktober 1972

- [29] R.G.STEADMAN: The Assessment of Sultriness. Part 1: A Temperature-Humidity Index Based on Human Physiology and Clothing Science. In: *Journal of Applied Meteorology* 18 (1979), S. 861–873
- [30] ROHREGGER, J. B.: *Methoden zur Bestimmung der Schneefallgrenze*, Universitaet Wien, Diplomarbeit, 2008
- [31] SMORODINSKIJ, J. ; ZIESCHE, P.: *Was ist Temperatur? - Begriff, Geschichte, Labor und Kosmos.* 1. Aufl. Thun, Frankfurt am Main : Harri Deutsch Verlag, 2000. – ISBN 978-3-817-11403-0
- [32] STEINACKER, R.: Diagnose und Prognose der Schneefallgrenze. In: *Wetter und Leben* 35 (1983), S. 81–90
- [33] STEINACKER, R. ; PROMET (Hrsg.): *Atmosphaere und Gebirge*. Deutscher Wetterdienst, Maerz 2006. – 3–10 S
- [34] TSONIS, A.: *An Introduction to Atmospheric Thermodynamics*. illustrated edition. Cambridge : Cambridge University Press, 2002. – ISBN 978-0-521-79676-7
- [35] WEBSITE: 2012.03.05. – URL <http://en.wikipedia.org/wiki/Fahrenheit>. – -
- [36] WEBSITE: 2012.03.07. – URL <http://de.wikipedia.org/wiki/Delisle-Skala>. – -
- [37] WEBSITE: 2012.03.10. – URL http://en.wikipedia.org/wiki/Newton_scale. – -
- [38] WEBSITE: 2012.03.29. – URL <http://www.google.at/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=2&ved=OCHOQFjAB&url=http%3A%2F%2Fwww.physik.tu-dresden.de%2Fpraktikum%2Fgpnp%2FAnleitungen%2FTH.pdf&ei=hyd0T6HNMslJhAeU7YmmBQ&usg=AFQjCNFDqI38FSYRNSY8cJpwa0dMhQi7PQ>. – -
- [39] WEBSITE: 2012.04.07. – URL http://de.wikipedia.org/wiki/Aspirationspsychrometer_nach_A%C3%9Fmann#cite_note-0. – -
- [40] WEBSITE: 2012.04.07. – URL <http://amsglossary.allenpress.com/glossary/search?p=1&query=wet-bulb+depression&submit=Search>. – -
- [41] WEBSITE: 2012.04.08. – URL http://www.deutscher-wetterdienst.de/lexikon/index.htm?ID=R&DAT=Relative_Topographie. – -
- [42] WEBSITE: 2012.04.09. – URL <http://amsglossary.allenpress.com/glossary/search?id=dewpoint1>. – -
- [43] WEBSITE: 2012.04.10. – URL <http://amsglossary.allenpress.com/glossary/search?id=dewpoint-hygrometer1>. – -
- [44] WEBSITE: 2012.04.10. – URL <http://www.pruemmfeuchte.de/index.php/produktinformationen/taupunktspiegel>. – -

Literaturverzeichnis

- [45] WEBSITE: 2012.04.11. – URL <http://at.wetter.tv/de/wetterlexikon/taupunktsdifferenz>. – –
- [46] WEBSITE: 2012.04.11. – URL <http://amsglossary.allenpress.com/glossary/search?id=dewpoint-formula1>. – –
- [47] WEBSITE: 2012.04.12. – URL <http://amsglossary.allenpress.com/glossary/search?p=1&query=brightness+temperature&submit=Search>. – –
- [48] WEBSITE: 2012.04.12. – URL <http://www.geodz.com/deu/d/Strahlungstemperatur>. – –
- [49] WEBSITE: 2012.04.17. – URL <http://amsglossary.allenpress.com/glossary/search?p=1&query=wind+chill&submit=Search>. – –
- [50] WEBSITE: 2012.04.17. – URL <http://www.nws.noaa.gov/om/windchill/windchillfaq.shtml#10>. – –
- [51] WEBSITE: 2012.04.17. – URL <http://de.wikipedia.org/wiki/Windchill>. – –
- [52] WEBSITE: 2012.04.18. – URL <http://www.nws.noaa.gov/om/windchill/index.shtml>. – –
- [53] WEBSITE: 2012.04.18. – URL <http://www.nws.noaa.gov/om/windchill/images/windchill.gif>. – –
- [54] WEBSITE: 2012.04.18. – URL <http://amsglossary.allenpress.com/glossary/search?p=1&query=sultriness&submit=Search>. – –
- [55] WEBSITE: 2012.04.19. – URL http://www.erh.noaa.gov/bgm/tables/heat_index.shtml. – –
- [56] WEBSITE: 2012.04.19. – URL <http://de.wikipedia.org/wiki/Hitzeindex>. – –
- [57] WEBSITE: 2012.04.20. – URL <http://amsglossary.allenpress.com/glossary/search?id=virtual-temperature1>. – –
- [58] WEBSITE: 2012.04.22. – URL <http://amsglossary.allenpress.com/glossary/search?p=1&query=saturation+mixing+ratio&submit=Search>. – –
- [59] WEBSITE: 2012.04.23. – URL <http://amsglossary.allenpress.com/glossary/search?id=equivalent-temperature1>. – –
- [60] WEBSITE: 2012.04.24. – URL <http://amsglossary.allenpress.com/glossary/search?id=specific-humidity1>. – –
- [61] WEBSITE: 2012.04.25. – URL <http://amsglossary.allenpress.com/glossary/search?id=virtual-potential-temperature1>. – –
- [62] WEBSITE: 2012.04.26. – URL <http://amsglossary.allenpress.com/glossary/search?id=equivalent-potential-temperatur1>. – –

- [63] WEBSITE: 2012.05.04. – URL <http://amsglossary.allenpress.com/glossary/search?id=wet-bulb-temperature1>. – –
- [64] WEBSITE: 2012.05.07. – URL <http://www.wetter.net/lexikon/enthalpie.html>.
– –
- [65] WEBSITE: 2012.05.08. – URL <http://www.lern-online.net/physik/waermelehre/temperatur//bilder/thermometer.jpg>. – –
- [66] WEBSITE: 2012.05.10. – URL <http://www.haustechnikdialog.de/SHKwissen/Images/Psychrometer.jpg>. – –
- [67] WEBSITE: 2012.05.10. – URL <http://amsglossary.allenpress.com/glossary/search?id=wet-bulb-potential-temperature1>. – –
- [68] WEBSITE: 2012.05.12. – URL <http://de.wikipedia.org/wiki/1,1,2-Trichlorethan>. – –
- [69] WEBSITE: 2012.05.16. – URL <http://amsglossary.allenpress.com/glossary/search?p=1&query=thermodynamic+diagram&submit=Search>. – –
- [70] WEBSITE: 2012.07.12. – URL <http://www.cytsoft.com/psychrometric%20chart.htm>. – –
- [71] WEBSITE: 2012.07.15. – URL http://meteorology.geography-dictionary.org/Meteorology-and-Weather-Dictionary/Wet_Bulb_Potential_Temperature. – –
- [72] WEBSITE: 2012.08.20. – URL <http://www.humidorbau.de/info/messprinzipien-fuer-feuchte.html>. – –