

Masterarbeit

Titel der Masterarbeit

„Portfoliooptimierung nach Markowitz im Vergleich zur
Optimierung mit robusten Schätzern und naiver
Diversifikation“

Verfasser

Mag. Kevin Windisch

Angestrebter akademischer Grad

Master of Science (MSc.)

Wien, 2013

Studienkennzahl lt. Studienblatt: A 066 920

Studienrichtung lt. Studienblatt: Masterstudium Quantitative Economics, Management and
Finance

Betreuer: ao. Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. Erhard Reschenhofer

Abstract

Die Arbeit versucht die Effizienz der Portfoliooptimierung nach Markowitz zu überprüfen. Zuerst wird die Geschichte der Portfoliotheorie aufgearbeitet und das von Harry M. Markowitz entwickelte Modell vorgestellt. Danach werden das Single-Index-Model und das Capital-Asset-Pricing-Model in den Kontext gebracht. Der Hauptteil der Arbeit ist aber empirischer Natur. Dabei wird das gleichgewichtete Portfolio gegen nach Markowitz optimierte Portfolios getestet. Als Risikomaße werden neben der klassischen Kovarianz einige robuste Schätzer wie der Minimum Covariance Determinant Estimator, der Nearest-Neighbor Variance Estimator und der Spearman Rank Correlation Coefficient eingesetzt. Die Ergebnisse zeigen, dass das gleichgewichtete Portfolio sehr stabile und zufriedenstellende Ergebnisse erzielt. Die optimierten Portfolios liefern, bis auf eine Ausnahme, oft schlechte Resultate. Es wirkt manchmal wie eine Form der Lotterie, wie sich die Renditen entwickeln. Die mit dem Spearman Rank Correlation Coefficient erstellten Portfolios haben mit den gewählten Datensätzen annehmbare bis gute Renditeentwicklungen, zumindest verglichen mit dem gleichgewichteten sowie mit den anderen optimierten Portfolios.

Danksagung

Lange habe ich auf diesen Moment gewartet. Jetzt tut es mir fast ein bisschen weh die Studienzeit hinter mir zu lassen. Viele Eindrücke, Erlebnisse, Bekanntschaften, Freunde, Probleme, Erfolge, ...

Auf diesem Weg bin ich nie alleine gewesen. Manche waren länger an meiner Seite, manche kürzer. Aber die Zeitspanne tut oft wenig zur Sache. Deswegen ist es mir ein besonderes Anliegen hier an dieser Stelle meinen Dank auszusprechen.

Ein besonderes Dankeschön möchte ich meinem hervorragenden Betreuer Erhard Reschenhofer aussprechen, der mich nicht nur bei jedem unserer Treffen neu motivieren konnte, sondern mich fast im Alleingang in die tiefen Sphären der Statistik eingeführt hat. Jederzeit ein guter Rat, auf jede Frage eine hilfreiche Antwort, die Zusammenarbeit war für mich ein schönes Erlebnis.

Der wichtigste Mensch in meinem Leben, meine Frau, hat mich große Teile meines Studienlebens begleitet. Nicht nur meine Ernährung, sondern auch meine Motivation hat sich seitdem wesentlich verbessert. Mit ihrem Fleiß und ihrem Einsatz war sie mir ein gutes Vorbild und hat mir in den entscheidenden Phasen meines Studiums den notwendigen Halt und die notwendige Unterstützung gegeben. Danke für die Geduld und deinen unermüdlichen Einsatz.

Nicht zuletzt haben auch meine Eltern einen großen, wenn nicht den größten Anteil an diesem Abschluss. Inspiriert durch meinen Vater und motiviert durch meine Mutter habe ich mich im Jahr 2011 entschieden noch ein Masterstudium zu absolvieren. Sie haben mich nicht nur finanziell großzügig unterstützt, sondern waren mir auch in allen Momenten eine große Stütze, vor allem bei meinen Tiefschlägen. Ich danke euch von Herzen.

Darüber hinaus gibt es eine Vielzahl an Studienkollegen und Freunden, die mich über die Jahre hinweg begleitet haben, ohne die mein Leben nur halb so schön gewesen wäre. Christoph L., David L., Philip G., David St., Peter M., Malte D., Guntram K., ich danke euch für alle Stunden, die ich mit euch verbringen durfte. Ihr seid der Grund, warum ich das Studium jetzt schon vermisse.

Zum Schluss möchte ich mich auch noch bei meinem himmlischen Vater für seinen Beistand, seinen Segen und seine Führung bedanken. Alles vermag ich durch den, der mich stark macht. Alles vermag ich durch Jesus Christus.

Inhaltsverzeichnis

1.	Einleitung.....	6
2.	Portfoliotheorie	7
2.2.	Frühe Geschichte	9
2.3.	Markowitz 1952.....	11
2.4.	Weiterentwicklungen der Portfoliotheorie.....	16
2.4.1.	Robuste Schätzer.....	16
2.4.2.	Single-Index-Model.....	18
2.4.3.	Capital Asset Pricing Model (CAPM).....	20
2.5.	Kritik.....	23
3.	Angewandte Portfoliooptimierung.....	27
3.1.	Methoden.....	27
3.2.	Daten	29
3.3.	Ergebnisse	33
3.3.1.	Klassische Kovarianz.....	33
3.3.2.	Robuste Schätzer für Kovarianz.....	41
3.3.3.	Zufällige Portfolios.....	50
3.4.	Kritik.....	52
4.	Fazit.....	53
5.	Literaturverzeichnis.....	54

1. Einleitung

US-Ökonom Harry Markowitz hat schon in den 50er Jahren seine Portfoliotheorie formuliert. Er zeigte Investoren bzw. Anlegern einen Weg, Erträge zu erwirtschaften und gleichzeitig das Risiko zu minimieren. Sein Ausgangspunkt war die Beobachtung, dass die Wertentwicklungen von unterschiedlichen Anlageobjekten unterschiedliche Auslöser haben können. Dazu zählen der Konjunkturverlauf, das Zinsniveau, das Wetter und viele weitere Punkte. Umso weniger die Auslöser miteinander zu tun haben, oder anders ausgedrückt, je geringer die Korrelation zwischen den einzelnen Anlagen ist, umso niedriger ist die Wahrscheinlichkeit, dass einzelne Ereignisse den Wert des Portfolios stark dezimieren. (MM, 2010)

Die Idee von Markowitz war revolutionär. Er hat dafür im Jahr 1990 den Nobelpreis der Wirtschaftswissenschaften erhalten. Die Frage ist, ob diese über 50 Jahre alte Theorie heute noch den geforderten wissenschaftlichen Normen entspricht. Es gab in der Vergangenheit einige Weiterentwicklungen und neue Ansätze zur Portfoliooptimierung. Vor allem die Frage der Korrelation einzelner Anlageobjekte wird oft hinterfragt. Ist es überhaupt zulässig, die Abhängigkeit zweier oder mehrerer Objekte immer auf einen linearen Zusammenhang zu reduzieren? Denn wenn nicht, gibt es vielleicht bessere Maße als die klassische Kovarianz.

Im ersten Teil dieser Arbeit werde ich die historische Entwicklung der Portfoliotheorie erörtern. Angefangen bei Markowitz (1952) werde ich auch einige Weiterentwicklungen präsentieren. Der zweite Teil wird sich mit der Anwendung der Theorien beschäftigen. Ich werde mich mit der Frage beschäftigen, wie effizient die Portfoliooptimierung nach Markowitz verglichen mit naiver Diversifikation ist. Mit Hilfe realer Finanzdaten werde ich verschiedene Portfolios auf ihre Rendite und ihr Risiko untersuchen.

2. Portfoliotheorie

Die Portfoliotheorie beschäftigt sich zum einen mit der Frage der richtigen Kapitalverteilung bzw. Portfolio-Strukturierung, zum anderen mit der Untersuchung von Investitionsverhalten an Kapitalmärkten. Schon vor hunderten Jahren haben Investoren von der richtigen Verteilung des persönlichen Besitzes gesprochen. Lange Zeit war die Diversifizierung, das bedeutet die richtige Streuung des zu investierenden Betrages, nur ein empirisch getesteter Gedanke. Erst Anfang der 50er Jahre wurde diese Idee von Harry Markowitz quantifiziert. Einige Jahrzehnte später bekam er schließlich den Nobelpreis für diese Entdeckung. Die zugrundeliegende Idee beschäftigt sich mit zwei Aspekten, die für Investoren die größte Bedeutung haben. Dabei soll die erwartete Rendite, der zu erwartende Ertrag, maximiert werden und das bei möglichst geringem Risiko. Wie man die erwartete Rendite und das Risiko berechnet, sind die bis heute wohl umstrittensten Themen der Portfoliotheorie. Diese Arbeit wird keinen Vorschlag für die Berechnung des Erwartungswertes der Rendite machen, aber auf die Problematik der Wahl des richtigen Risikomaßes eingehen. Hauptsächlich wird die Arbeit aber von einem Gedanken getrieben: Wie effizient ist die aktuelle Portfoliotheorie? Dies ist eine durchaus wesentliche Frage. Gibt es zum komplexen mathematisch ausgeklügelten Modell eine gleichwertige simple Alternative? Ist es notwendig, mit Computerprogrammen die richtige Gewichtung des optimalen Portfolios zu berechnen, oder ist es möglich mit, zum Beispiel, der naiven Diversifizierung ähnliche Ergebnisse zu erzielen? Diese und noch andere Fragen werden auf den folgenden Seiten behandelt.

2.1. Diversifikation

Was versteht man eigentlich genau unter Diversifikation? Prinzipiell geht es darum, dass Aktienkurse nicht synchron verlaufen. Natürlich kann man auch nicht davon sprechen, dass sie zufällig sind. Es gibt zum Beispiel Zeiten der Krise, wo fast alle Kurse fallen, um sich (meistens) danach wieder zu erholen. In Abbildung 1 sieht man drei Aktienkurse (blau, grün, rot). Die schwarze Linie stellt das gleichgewichtete Portfolio dar. Ein Portfolio ist eine gewichtete Zusammensetzung verschiedener Anlagen, die zusammen ein Investment bilden. Gleichgewichtet bedeutet in diesem Zusammenhang, dass in alle drei Aktien der gleiche Anteil investiert wurde. Was man erkennen kann, ist, dass die schwarze Linie von den

anderen eingebettet wird. Die Schwankungen sind kleiner als bei den einzelnen Aktien. In der Portfoliotheorie wird angenommen, dass eine Anlage ein größeres Risiko hat, je größer die Schwankung des Kurses ist.

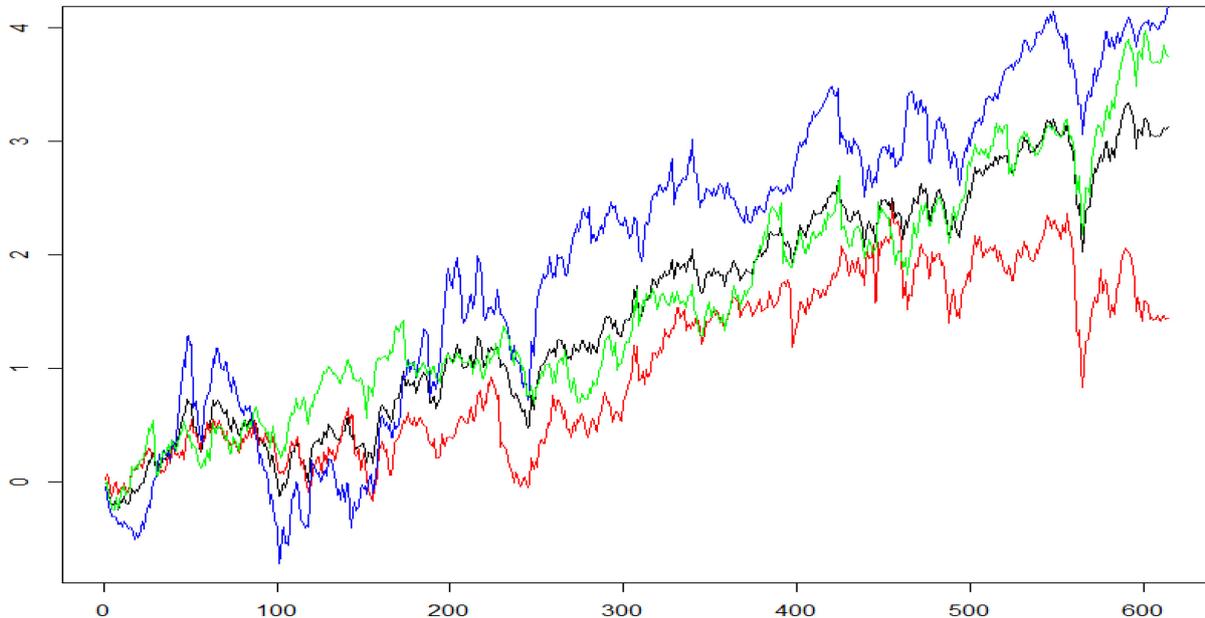


Abbildung 1

Erhöht man nun die Anzahl an Aktien, in die (gleichmäßig) investiert wird, kann man so den Effekt der Diversifikation erhöhen. Grundvoraussetzung ist dabei, dass die Kurse nicht perfekt korrelieren. Am stärksten ist der Effekt dann, wenn die Korrelation bei null bzw. nahe bei null ist. Bei einer Korrelation von eins würde das Risiko der Investition gleich bleiben. Bei negativer Korrelation von minus eins würden sich die Renditen gegenseitig aufheben. Somit ist es intuitiv klar, dass der optimale Nutzen der Diversifikation bei möglichst geringer Korrelation eintritt.

In Abbildung 2 sind neun verschiedene Aktienkurse (alle rot) zu sehen. Die schwarze Linie stellt wieder das gleichgewichtete Portfolio bzw. naive Portfolio dar.

Es ist schön zu sehen, wie sich die Rendite entwickelt. An jedem Zeitpunkt ist die schwarze Linie der gleichgewichtete Durchschnitt der anderen neun Aktien. Somit hat man eine durchaus interessante Renditeentwicklung bei vergleichsweise sehr geringem Risiko, wie man an der relativ schwachen Kursschwankung erkennen kann.

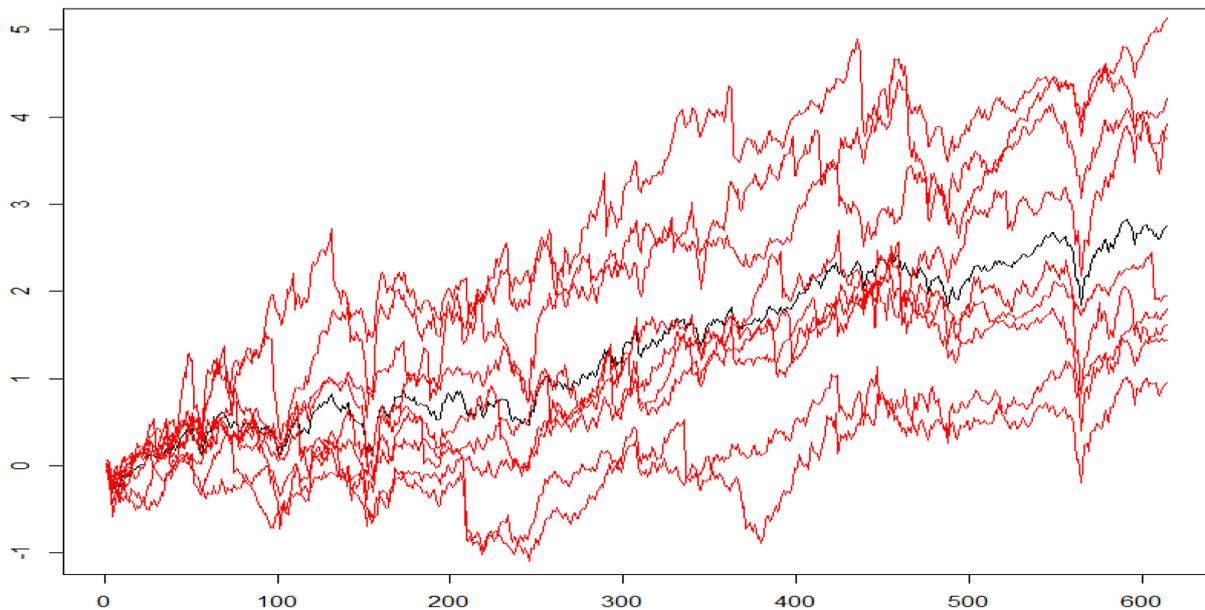


Abbildung 2

Selbst wenn eine der Aktien abstürzen würde, hätte das Portfolio, gestützt von den anderen acht, eine annehmbare Rendite.

Es ist jedoch nicht möglich, alle Risiken weg zu diversifizieren. Wie man in Abbildung 2 am Ende der Zeitreihe gut erkennen kann, gibt es einen Punkt, an dem alle Kurse abstürzen, was auch einen Einbruch des naiven Portfolios bewirkt. Solche Kursstürze stellen ein sogenanntes systematisches Risiko dar, vor dem niemand gefeit ist. Risikominimierung funktioniert daher nur soweit es das System zulässt. Das unsystematische Risiko ist das Risiko der einzelnen Aktie, das von anderen nicht geteilt wird. Dieses Risiko lässt sich tatsächlich durch immer stärkere Diversifikation gänzlich eliminieren. Wenn eine Krise, wie 2007/08 auftritt, wird man aber auch bei solch einem Portfolio temporäre Verluste erleiden.

2.2. Frühe Geschichte

Schon lange bevor sich die Wirtschaftswissenschaft mit dem Thema Portfoliooptimierung auseinandergesetzt hat, war die Diversifikation von Kapitalanlagen eine gängige Praxis. König Salomo schreibt im Buch Prediger ca. 1000 v. Chr.: „Verteile deinen Besitz auf sieben oder acht Stellen, denn du weißt nicht, welches Unglück über das Land kommen wird.“

(Prediger 11,2). Die über 1500 Jahre alte Regel aus dem babylonischen Talmud sagt: „*Stets teile ein Mensch sein Geld in drei Teile: ein Drittel in Grundbesitz, ein Drittel in Waren und ein Drittel in seiner Hand.*“ Es gibt zu dieser Regel keine Erklärung. Auch einige andere Sprichwörter, wie zum Beispiel: „*Vertraue nicht all deine Waren einem einzigen Schiff an.*“ geben Hinweise auf eine lange Tradition von Diversifikation (siehe Zhou, 2010, Seite 205).

Selbst William Shakespeare schrieb um 1600 im Kaufmann von Venedig (Akt 1, Szene1):

*Glaubt mir, das nicht; ich dank es meinem Glück:
Mein Vorschuss ist nicht einem Schiff vertraut,
Noch einem Ort; noch hängt mein ganz Vermögen
Am Glücke dieses gegenwärtigen Jahrs;
Deswegen macht mein Handel mich nicht traurig.*

Nicht nur, dass Shakespeare offensichtlich über Diversifikation Bescheid wusste, er verstand auch auf einer intuitiven Ebene das Prinzip der Kovarianz. (siehe Markowitz, 1999, Seite 5)

Eine bis heute noch beliebte Handlungsweise stellt die sogenannte 1/N – Regel oder naive Diversifikation dar. Dabei wird der gewünschte Betrag in gleichmäßigen Teilen in alle N Anlageobjekte investiert. Damit die Diversifikation aber grundsätzlich den gewünschten Effekt, nämlich Risikominimierung, erzielt, müssen die verschiedenen Anlageobjekte eine möglichst schwache Korrelation haben. Das bedeutet, dass die Kursbewegungen der verschiedenen Anlagen nicht zusammenhängen bzw. unabhängig voneinander passieren. Mehr dazu im angewandten Teil der Arbeit.

Im Jahr 1938 veröffentlichte John Burr Williams seine Überlegung zum Wert einer Investition. Er stellte fest, dass die zukünftige Rendite bzw. die Zinsen einer Anleihe ungewiss sein können. Er sagte, dass jedem möglichen Fall eine Wahrscheinlichkeit zugeordnet werden und der Mittelwert über diese Werte als Sicherheit angenommen werden soll. Darüber hinaus versicherte er dem Leser seines Artikels, dass, wenn man nur in genug Anlagen investiere, man das Risiko sehr stark reduzieren, wenn nicht sogar eliminieren könne (siehe Markowitz, 1999, Seite 13).

Im selben Jahr führte Jacob Marschak Indifferenzkurven im Mean-Variance-Raum (siehe Pennacchi, 2013, Seite 43-44) für Investitionen ein. Diese Entwicklung wurde später vor allem im CAPM (siehe Kapitel 2.3.2) aufgegriffen und in die Portfoliotheorie implementiert. Entscheidend war die Idee der Indifferenzkurven deswegen, weil das erste Mal ein

Zusammenhang zwischen dem Erwartungswert und dem Risiko einer Rendite in Form von Mittelwert und Varianz hergestellt wurde. Investoren müssen einen Kompromiss zwischen Renditen und Risiko eingehen. Je mehr Risiko, desto höher der erwartete Ertrag und umgekehrt. Der Artikel von Marschak (1938) kann deswegen auch als richtungsweisend für die Entwicklung der Portfoliotheorie gesehen werden, obwohl er sich nicht mit Portfolios beschäftigt (siehe Markowitz, 1999, Seite 12).

Dickson Hammond Leavens schrieb 1945, dass er auf seiner Literaturrecherche bezüglich Investment bei fast allen Artikeln auf die Diversifikation gestoßen sei. Diversifikation schien in aller Munde zu sein, wobei niemand klar sagen konnte, wieso. Es wurde sehr generell darüber gesprochen. Klare Hinweise, warum Diversifikation so begehrt sei, gab es nicht. Leavens begründete seine Überlegungen über die Vorteile von Diversifikation durch die Behauptung, dass Risiken voneinander unabhängig seien. Er selbst räumte jedoch ein, dass die Unabhängigkeit nicht in allen Fällen gegeben sei. Firmen innerhalb einer Industrie können das Risiko, das die ganze Industrie betrifft, nicht kompensieren. Genauso wenig kann man Faktoren eliminieren, die industrieübergreifend Einfluss nehmen. Leavens verstand also intuitiv, dass es zwischen verschiedenen Anlageobjekten in einer gewissen Form eine Kovarianz gibt und dass diese für Investments relevant ist. Die Überlegungen fanden aber keinen Einzug in seine formalen Berechnungen (siehe Markowitz, 1999, Seite 14).

2.3. Markowitz 1952

Als Harry Markowitz in den frühen 50er Jahren an seiner Dissertation arbeitete, wurde er von der Arbeit von Williams (siehe 2.2) maßgeblich beeinflusst (siehe Markowitz, 1999, Seite 8).

Markowitz wird wegen seiner im Jahre 1952 veröffentlichten Theorie oft auch der Vater der Portfoliotheorie genannt. Er teilte dabei den Ablauf bei der Wahl des richtigen Portfolios in zwei Teile.

Im ersten Schritt muss man durch Beobachtungen und Erfahrungen Schätzer für die Performance von gegebenen Anlageklassen erstellen. Dieser erste Schritt ist der wohl schwierigste Teil des Unterfangens. Bis heute sind sich Investoren und Wissenschaftler nicht einig, wie man „richtige“ Schätzer ermitteln kann. Dieser erste Schritt war nicht Teil der

ersten Überlegungen von Markowitz. Er beschränkte sich auf den zweiten Schritt, der mit schon gegebenen Schätzern startet und sich nur mit der Wahl der richtigen Gewichtung der Investition beschäftigt. (Erst später kamen auch Überlegungen zur Berechnung von Erwartungswert und Varianz der Rendite dazu.) Die Ausgangsüberlegung war, dass Investoren die zu erwartende Rendite maximieren wollen und das bei möglichst geringem Risiko. Markowitz nahm an, dass die Varianz ein gutes Maß für das Risiko einer Anlage sei und dass Investoren (bei gleicher erwarteter Rendite) Portfolios mit einer niedrigeren Varianz bevorzugen würden (siehe Markowitz, 1952, Seite 77).

An dieser Stelle können drei Kritikpunkte genannt werden:

- Die Konzentration auf Erwartungswert und Varianz macht insbesondere dann Sinn, wenn man annimmt, dass die Renditen in einem gewissen Intervall normalverteilt sind. Die Verteilung der tatsächlich beobachteten Renditen weicht aber signifikant von einer Normalverteilung ab, insbesondere für kürzere Zeitintervalle.
- Die Annahme gilt nur für risikoaverse Investoren.
- Die Annahme, dass eine hohe Varianz etwas Negatives sein muss, ist nur bedingt korrekt, da sehr starke Bewegungen nach oben auch eine hohe Varianz zur Folge haben können.

Die nächste Annahme von Markowitz war, dass es ein Portfolio mit einer minimalen Varianz gibt, die unter normalen Umständen nicht null ist. Dieses Portfolio wird Minimum-Varianz-Portfolio (MVP) genannt. Da das MVP im Normalfall nicht den maximalen Wert für die zu erwartende Rendite angibt, können Investoren entscheiden, ob sie in ein Portfolio investieren wollen, das eine höhere Rendite hat. Das Plus im Erwartungswert müssen sie aber mit einem höheren Risiko bezahlen. Diesen möglichen Trade-off zwischen Erwartungswert und Varianz kann man funktional beschreiben. Dadurch entsteht die sogenannte Portfoliofrontier oder Effizienzlinie, auf der sich alle effizienten Portfolios befinden. Ein Portfolio ist dann effizient, wenn es bei gleichem Risiko einen höheren Erwartungswert hat oder bei gleicher Renditeerwartung ein geringeres Risiko.

In Abbildung 3 kann man die Effizienzlinie aller möglichen Portfolios von Coca Cola und IBM sehen. Die Werte in Klammer stellen die Gewichtung der Investition dar. Die Frage ist nun, wie man die Effizienzlinie mathematisch darstellen kann.

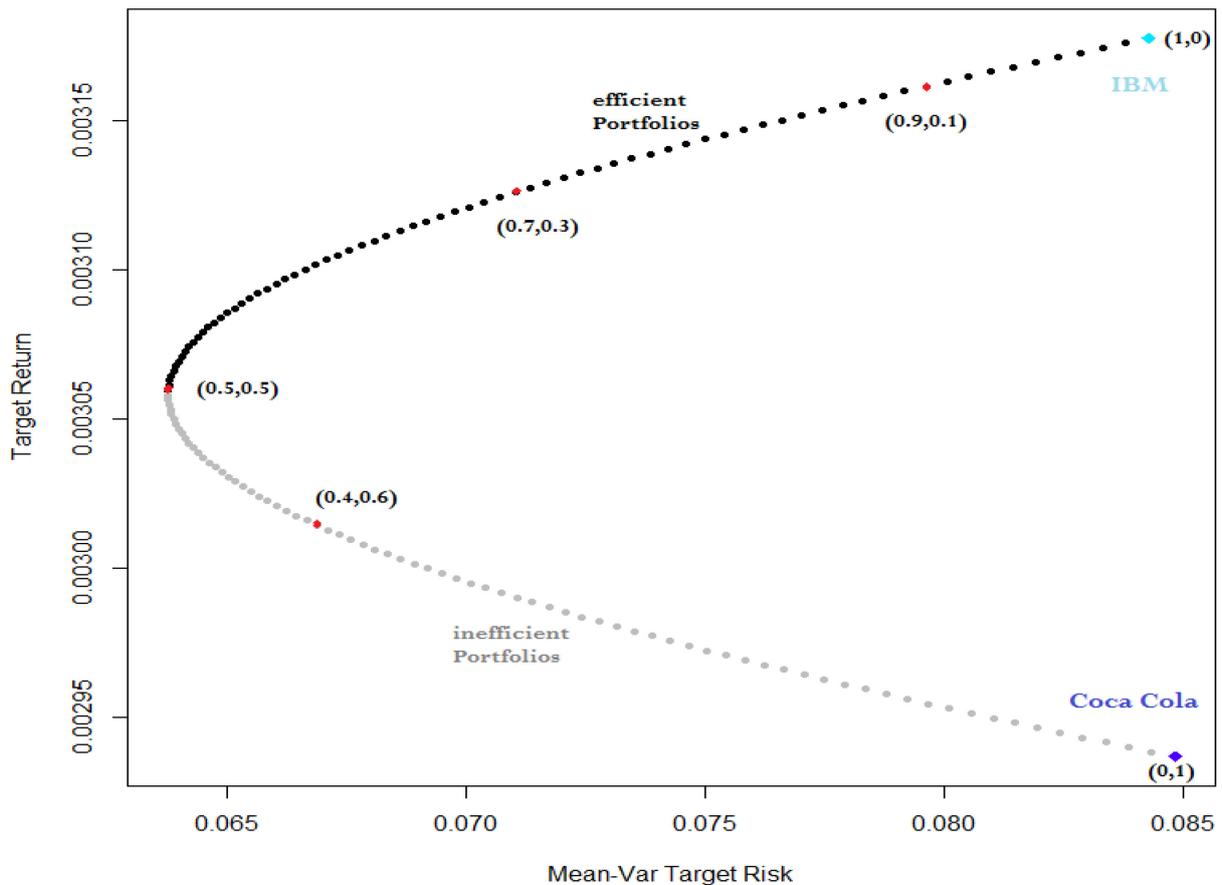


Abbildung 3

Die folgende Herleitung der Effizienzlinie ist aus dem Buch ‚Foundations for Financial Economics‘ von Huang und Litzenberger entnommen (siehe Huang, 1988, Seite 62-69):

Ein Portfolio p , das durch den N -dimensionalen Gewichtsvektor \mathbf{w}_p für $N \geq 2$ Assets definiert ist, ist auf der Effizienzlinie (effizientes Portfolio), wenn es die minimale Varianz unter allen Portfolios mit gleicher erwarteter Rendite hat. Ist V die positiv definite Varianz-Kovarianz-Matrix des N -dimensionalen Vektors \mathbf{r} der Renditen, dann liegt das Portfolio p nur dann auf der Effizienzlinie, wenn

$$\mathbf{Var}(\mathbf{w}_p^T \mathbf{r}) \leq \mathbf{Var}(\mathbf{w}^T \mathbf{r})$$

für alle $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^N$ mit $\mathbf{w}^T \mathbf{1} = \mathbf{1}$, und $\mathbf{E}(\mathbf{w}^T \mathbf{r}) = \mathbf{E}(\mathbf{w}_p^T \mathbf{r}) = E_p$

Mit Hilfe dieses quadratischen Programms kann man die Gewichte des Portfolios so wählen, dass bei gegebener erwarteter Rendite die Varianz minimiert wird und die Gewichte des

Portfolios summiert eins ergeben. Die einzelnen Gewichte, also die Werte von w , müssen nicht positiv sein. Das bedeutet, dass Leerverkäufe erlaubt sind. Mit Hilfe der Lagrange-Multiplikatorenregel kann man die optimalen Gewichte w_p des Portfolios p wie folgt berechnen:

$$\min_{\{w, \lambda, \gamma\}} \mathcal{L} = \frac{1}{2} \mathbf{w}^T V \mathbf{w} + \lambda (\mathbf{E}_p - \mathbf{w}^T \mathbf{e}) + \gamma (1 - \mathbf{w}^T \mathbf{1}).$$

Dabei ist $e = E(r)$. Mit Hilfe der partiellen ersten Ableitungen kann man folgende Lösungen für γ und λ ermitteln:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{w}} = V \mathbf{w}_p - \lambda \mathbf{e} - \gamma \mathbf{1} = \mathbf{0}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \gamma} = 1 - \mathbf{w}_p^T \mathbf{1} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = E[\tilde{r}_p] - \mathbf{w}_p^T \mathbf{e} = 0$$

Wobei $\mathbf{0}$ ein N -dimensionaler Nullvektor ist. Da V eine positiv definite Matrix ist, folgt, dass die ersten Ableitungen ausreichen, um das globale Optimum zu berechnen. Löst man das Gleichungssystem nach \mathbf{w}_p erhält man:

$$\mathbf{w}_p = \lambda (V^{-1} \mathbf{e}) + \gamma (V^{-1} \mathbf{1})$$

Aus $E[\tilde{r}_p] = \mathbf{w}_p^T \mathbf{e}$ folgt für γ und λ :

$$\gamma = \frac{B - A E[\tilde{r}_p]}{D}$$

$$\lambda = \frac{C E[\tilde{r}_p] - A}{D}$$

mit

$$A = \mathbf{e}^T V^{-1} \mathbf{1}$$

$$B = \mathbf{e}^T V^{-1} \mathbf{e}$$

$$C = \mathbf{1}^T V^{-1} \mathbf{1}$$

$$D = BC - A^2$$

Setzt man nun in die Gleichung $\mathbf{w}_p = \lambda (V^{-1} \mathbf{e}) + \gamma (V^{-1} \mathbf{1})$ ein, kann man die Parabelgleichung der Effizienzlinie herleiten.

$$\sigma^2(\tilde{r}_p) = \frac{1}{D} (C(E[\tilde{r}_p])^2 - 2A E[\tilde{r}_p] + B).$$

In Abbildung 4 wird die Parabel grafisch dargestellt.

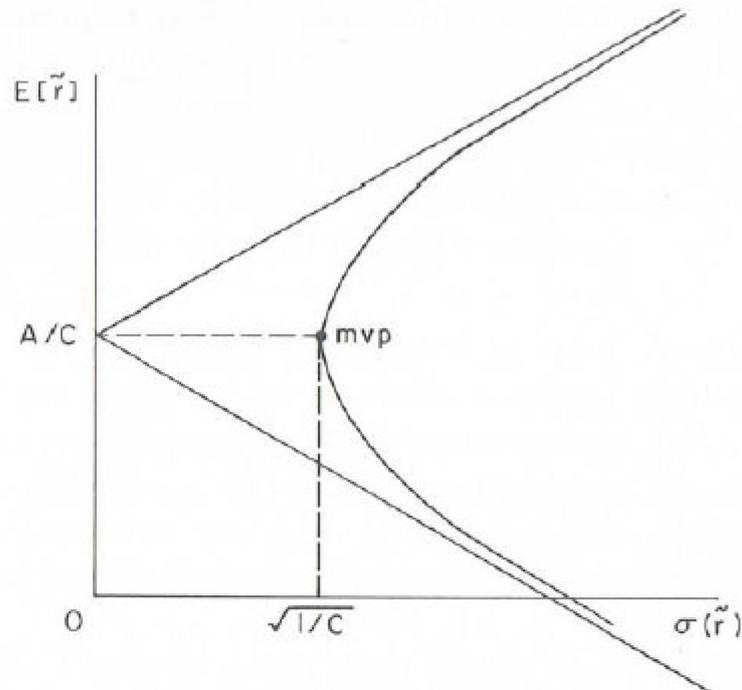


Abbildung 4

Die Effizienzlinie beginnt dabei beim Punkt.mvp (Minimum-Varianz-Portfolio) und folgt dann, nach oben hin, dem Verlauf der Parabel. Unmittelbar aus der Definition folgt, dass der untere Teil der Parabel die ineffizienten Portfolios darstellt.

Auf diese Art und Weise schaffte es Markowitz mit Hilfe der Erwartungswerte und der Varianzen bzw. Kovarianzen einen funktionalen Zusammenhang der effizienten Portfolios zu beschreiben. Bis heute wird diese Methode noch in verschiedenen Variationen verwendet. Die Unterschiede finden sich vor allem in der Berechnung des Erwartungswerts und der Varianz der Rendite.

Zu erwähnen ist noch, dass Markowitz die Schätzer für erwartete Rendite, Varianz und Kovarianz mit Hilfe von historischen Daten berechnet hat. Es ist nicht von vornherein klar, ob diese Vorgehensweise sinnvoll ist, insbesondere in Bezug auf die erwartete Rendite. Die Wahl des Zeitfensters spielt dabei jedenfalls eine entscheidende Rolle.

2.4. Weiterentwicklungen der Portfoliotheorie

Seit 1952 setzten sich viele namhafte Wissenschaftler wie Tobin (1958), Hicks (1962), Sharpe (1964), etc., mit dem Thema Portfoliotheorie und Portfoliooptimierung auseinander. Markowitz (1959) selbst schrieb von Problemen mit seinem ursprünglichen Artikel und hat sich das restliche Jahrhundert noch mit diesem Thema beschäftigt (Markowitz 1987, 2010). In diesem Unterkapitel werden einige Erweiterungen des Modells von 1952 erörtert.

2.4.1. Robuste Schätzer

Wie in Kapitel 2.3 erwähnt, war für Markowitz die Varianz ein geeignetes Maß, um das Risiko eines Portfolios zu beschreiben. Im Optimierungsprozess soll das Risiko des Portfolios minimiert werden. Dazu ist es notwendig die Kovarianzen zwischen den einzelnen Assets zu kennen. Es gibt mehrere Möglichkeiten, wie zeitgleiche Bewegungen miteinander verglichen werden können. Die klassische Kovarianz liefert bei „unauffälligen“ Zeitreihen aussagekräftige Werte. Wenn es aber große Ausreißer gibt, kann das Ergebnis verzerrt werden. Bei der Portfoliooptimierung ist aber bei der Berechnung der Korrelation äußerste Genauigkeit gefordert, da kleine Abweichungen vom Ergebnis einen großen Einfluss auf die Wahl des richtigen Portfolios haben können. Deswegen werden in diesem Unterkapitel einige robuste Alternativen zur Berechnung der Korrelation bzw. Kovarianz aufgezeigt. Im angewandten Teil werden die Schätzer auch auf ihre Tauglichkeit bei realen Daten überprüft.

In Abbildung 5 (siehe Verboven, 2003, Seite 439) kann man den Bereich der klassischen Kovarianz sehen, der 100% der Datenpunkte zur Berechnung verwendet. Der robuste Schätzer Minimum Covariance Determinant Estimator (MCD) berechnet die Kovarianz mit einem gewissen Prozentsatz der Daten. In diesem Fall sind es 97,5%. Der MCD erlaubt eine kleine Toleranz, um die Kovarianz-Struktur der Mehrheit der Daten zu beschreiben. Mit Hilfe dieser Methode können unerwünschte Ausreißer eliminiert werden. (siehe Rousseeuw, 2004, Seite 294).

Der MCD-Schätzer ist nur dann eine gute Wahl, wenn es sehr wenige Ausreißer in den Daten gibt. Der Nearest-Neighbor Variance Estimator (NNVE) wurde für Daten mit vielen Ausreißern gemacht. Der NNVE hat außerdem den Vorteil bei Daten, die nicht normalverteilt sind, bessere Ergebnisse als vergleichbare Alternativen wie der populäre Minimum Volume

Ellipsoid Estimator (MVE) zu liefern (siehe Wang 2002, Seite 1001). Finanzdaten sind, wie allgemein bekannt ist, nicht normalverteilt.

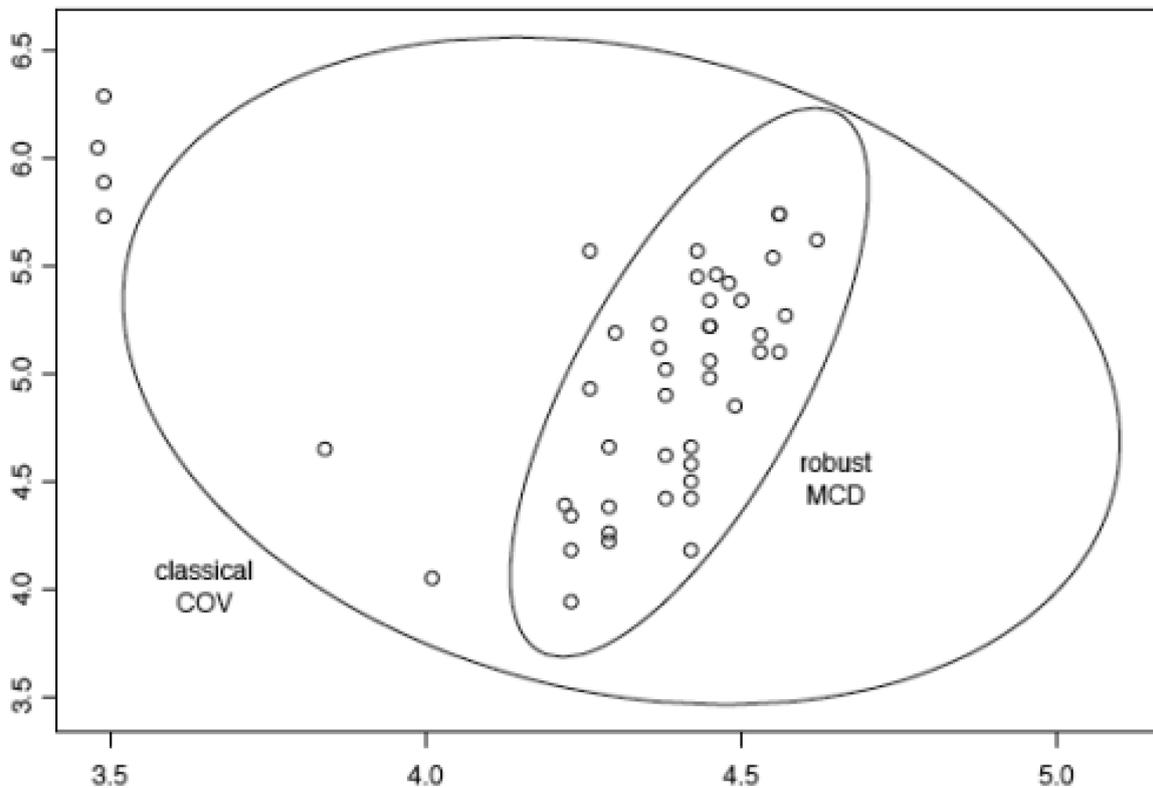


Abbildung 5

Ein dritter Schätzer ist der Spearman Rank Correlation Coefficient (Spearman). Der klassische Korrelationskoeffizient, der über die Kovarianz berechnet wird, liefert nur dann gültige Werte, wenn die Daten normalverteilt sind. Falls das nicht der Fall ist, kann man auf andere Schätzer ausweichen, um aussagekräftigere Ergebnisse zu bekommen. Der Spearman-Schätzer wird als so eine Alternative angesehen. Der Spearman-Schätzer gibt an, wie gut man die Beziehung zwischen zwei Variablen durch eine monotone Funktion beschreiben kann (siehe Szmidt, 2010).

2.4.2. Single-Index-Model

Ein weiteres Problem des Modells von Markowitz ist die riesige Anzahl von Inputfaktoren, die benötigt werden, um ein Ergebnis zu bekommen. Beim ursprünglichen Modell werden $(N+N+N(N-1))/2$ Inputfaktoren benötigt. Bei 50 Anlageobjekten hätte man zum Beispiel folgende Werte:

- 50 erwartete Renditen
- 50 Varianzen
- 1225 Kovarianzen

Das ist eine beträchtliche Menge. So gab es Überlegungen, wie man die Anzahl der benötigten Eingaben verringern könne. Ein Ergebnis ist das Single-Index-Model, das verglichen mit dem Markowitz-Modell einen sehr niedrigen Datenbedarf hat. Die prinzipielle Idee hinter dem Modell ist die Annahme, dass man die Einflüsse auf die Rendite eines Anlageobjekts in zwei Teile teilen kann. Ein systematischer Faktor, der durch den Erwartungswert und die Varianz der Rendite des Marktes dargestellt wird, und ein firmenspezifischer Faktor, der marktunabhängig ist.

Das Ziel des Single-Index-Modells ist es, nur einen Einflussfaktor zu haben, durch den Rendite und Risiko berechnet werden können.

Zu Beginn wird jede Rendite einer Anlage in Beziehung zum Markt gestellt. Als Repräsentant für den Markt kann zum Beispiel ein Index gewählt werden.

Das Modell für die Rendite der Anlage r_i besteht dabei aus drei Teilen (siehe Leydold, 2006, Seite 35):

- Ein konstanter Drift α_i
- Eine gemeinsame Komponente mit dem Marktindex $\beta_i r_M$, wobei r_M die Rendite des Marktes bezeichnet
- Ein zufälliger Teil ϵ_i , der mit dem Markt unkorreliert ist. ϵ_i hat Erwartungswert $E[\epsilon_i] = 0$ und Varianz $Var[\epsilon_i] = e_i^2$.

Die Rendite kann nun durch folgende Gleichung dargestellt werden:

$$r_i = \alpha_i + \beta_i r_M + \epsilon_i$$

Mit Hilfe des linearen Regressionsmodells und historischer Daten können Schätzer für $\alpha_i, \beta_i, \epsilon_i$ und ermittelt werden.

Mit Hilfe dieser Koeffizienten kann man nun folgenden Zusammenhang festhalten. Abhängig von der erwarteten Rendite μ_M des Marktes kann man die erwartete Rendite der Anlage nun wie folgt beschreiben:

$$\mu_i = \alpha_i + \beta_i \mu_M$$

Die Varianz bzw. das Risiko der Anlage wird, abhängig von der Varianz des Marktes σ_M^2 und der Varianz des zufälligen Anteils e_i^2 , durch folgende Gleichung dargestellt:

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_M^2 + e_i^2$$

Nun kann aus diesen Bestandteilen ein Portfolio gebildet werden. Die erwartete Portfoliorendite μ_p und deren Varianz σ_p^2 sind:

$$\mu_p = \alpha_p + \beta_p \mu_M$$

$$\sigma_p^2 = \beta_p^2 \sigma_M^2 + \frac{\sum_{i=1}^N e_i^2}{N}$$

mit $\alpha_p = \sum_{i=1}^n w_i \alpha_i$, $\beta_p = \sum_{i=1}^n w_i \beta_i$, $\mu_M = E[r_M]$ und $N = \#Anlagen$.

Die Volatilität der Portfoliorendite σ_p^2 lässt sich in zwei Teile zerlegen. Zum einen gibt es das systematische Risiko $\beta_p^2 \sigma_M^2$, das nicht „weg-diversifiziert“ werden kann und das diversifizierbare Risiko, das mit dem zufälligen Anteil ϵ_i verbunden ist. Der zweite Teil wird immer kleiner, je größer die Anzahl der Anlagen ist.

Wenn alle α_i, β_i und e_i^2 berechnet sind, kann man nun entweder einen fixen Wert für die erwartete Rendite wählen und unter dieser Bedingung das Risiko minimieren oder man maximiert den erwarteten Ertrag unter gegebenem Risiko.

Die benötigten Inputfaktoren sind vergleichsweise niedrig. Bei 50 Anlageobjekten hätte man in diesem Fall:

- 1 Markt Rendite
- 1 Varianz der Marktrendite

- 50 α
- 50 β
- 50 Varianzen

In Summe wären das 152 Daten, was eine starke Reduktion verglichen mit dem ursprünglichen Modell bedeutet.

2.4.3. Capital Asset Pricing Model (CAPM)

Das Capital Asset Pricing Model wurde von Sharpe (1964), Lintner (1965) und Mossin (1966) entwickelt und basiert auf einer hypothetischen Welt, die durch die folgenden sechs Punkte definiert wird:

1. Investoren sind risikoavers und maximieren den erwarteten Nutzen ihres Vermögens.
2. Investoren sind Preisnehmer und haben homogene Erwartungen über die erwarteten Renditen der Assets, die normalverteilt sind.
3. Es gibt ein risikoloses Asset, in das Anleger zu einem bestimmten Zinssatz unlimitiert investieren oder das sie zu denselben Bedingungen leihen können.
4. Alle verfügbaren Assets können ohne Einschränkung ge- und verkauft werden und sind vollständig teilbar, wobei die Anzahl der Assets fixiert ist.
5. Information ist kostenlos und allen Investoren simultan verfügbar.
6. Es gibt keine Steuern, Regulierungen oder Einschränkungen auf Leerverkäufe am Markt.

Angetrieben von Markowitz (1959) entwickelten sie ein Modell, das den Kompromiss zwischen Rendite und Risiko beschreiben sollte (siehe Shih, 2013, S.2).

Ein wesentlicher Punkt dabei war das im Punkt 3 genannte risikolose Asset. Zusammen mit der Effizienzlinie von Markowitz entwickelte sich ein neuer Gedanke. Was passiert, wenn man ein Portfolio aus einer Linearkombination eines effizienten Portfolios und des risikolosen Assets erstellt? Abbildung 6 beschreibt das Szenario.

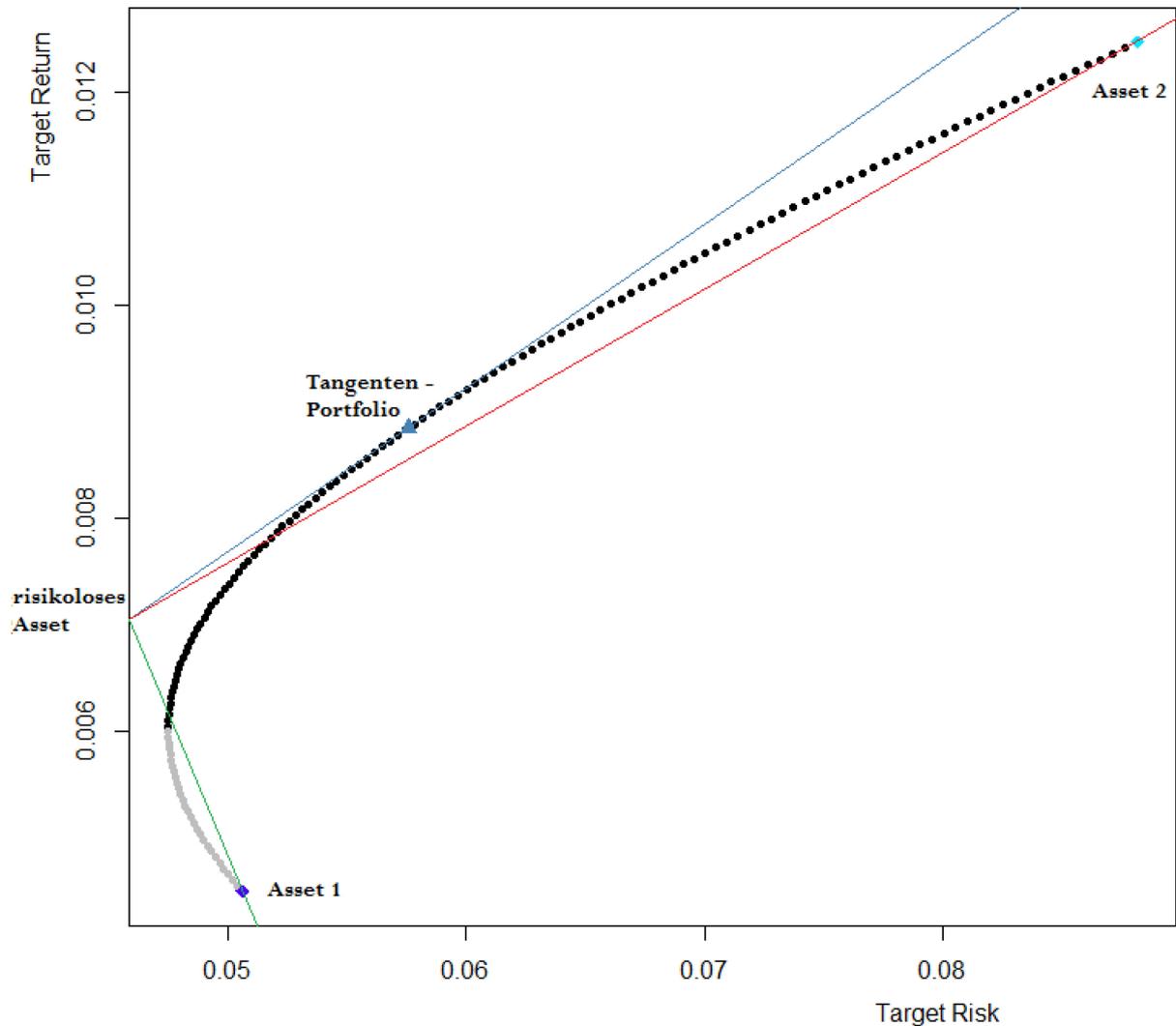


Abbildung 6

Asset 1, Asset 2 (risikobehaftete Anlageobjekte) und das risikolose Asset sind gegeben. In welches dieser Assets wird ein Investor sein ganzes Vermögen investieren? Mit der Rationalitätsannahme kann man Asset 1 von vornherein ausschließen. Ob ein Investor sich für das risikolose Asset oder Asset 2 entscheidet, hängt von seiner Risikotoleranz ab. Unter den oben gemachten Annahmen ist es möglich einen Teil in Asset 2 und einen Teil in das risikolose Asset zu investieren. Die dadurch entstehenden Möglichkeiten der Portfoliozusammenstellung sind auf der roten Linie in Abbildung 6 dargestellt. Wie man erkennen kann, liegt der größte Teil dieser Strecke unterhalb der Effizienzlinie und stellt somit kein optimales Investment dar. Wählt man statt Asset 2 aber ein anderes Portfolio auf der Effizienzlinie, verändert sich damit auch die Wahl der Portfolios, die durch Linearkombination entstehen. Die rote Linie wird dabei immer weiter nach oben geschoben,

bis man beim sogenannten Tangentenportfolio T angelangt ist. Tangentenportfolio heißt es deswegen, weil die Linie dann eine Tangente der Effizienzlinie ist. Die Steigung dieser Linie wird auch als Sharpe-Ratio bezeichnet und berechnet sich durch folgende Gleichung:

$$\text{Sharpe Ratio} = (E_T - r_f) / \sigma_T.$$

Die erwartete Rendite des Tangentenportfolios minus des risikolosen Zinssatzes dividiert durch das Risiko des Tangentenportfolios wird als Sharpe Ratio bezeichnet.

Die Linie, die durch das risikolose Asset und das Tangentenportfolio geht, heißt Kapitalmarktklinie. Die dadurch entstehenden Portfolios liegen alle über der Effizienzlinie und sind somit bessere Investmentoptionen (siehe Perold, 2004, S.1-12).

Im Capital Asset Pricing Model geht man davon aus, dass alle Investoren in ein Portfolio mit denselben Gewichten wie das Tangentenportfolio investieren. Das Tangentenportfolio hat in diesem Fall folgende Gewichte: 0.45 von Asset 1 und 0.55 von Asset 2. Abhängig von ihrer Risikoaversion verändert sich nur der Anteil, den sie in das Portfolio bzw. das risikolose Asset investieren. Sie bewegen sich, naiv gesprochen, auf der Kapitalmarktklinie und, abhängig von ihrer Indifferenzkurve, investieren an dem Punkt, wo sie den größten Nutzen haben. Alle Investoren halten in derselben relativen Proportion Anteile am riskanten Portfolio. Da im CAPM von einem Marktgleichgewicht ausgegangen wird, folgt, dass das Tangentenportfolio gleichzeitig das Marktportfolio M sein muss (siehe Perold, 2004, S.13-14).

Um den Sharpe Ratio zu erhöhen, kann man neue Assets in das Portfolio aufnehmen. Man muss nur darauf Acht geben, dass der Sharpe Ratio auch tatsächlich größer wird. Dabei ist es notwendig das neue Asset mit dem Marktportfolio zu vergleichen.

Ist ein Asset a mit dem Markt unkorreliert, dann muss folgende Bedingung erfüllt sein, wenn der Sharpe Ratio sich erhöhen soll:

$$E_a - r_f > 0.$$

Wenn man ein Asset gegeben hat, das perfekt mit dem Markt korreliert, dann gilt folgender Zusammenhang:

$$E_a - r_f = \alpha + \beta_a(E_M - r_f).$$

Der Faktor β ist als der Quotient aus der Kovarianz des Assets a zum Marktportfolio M und der Varianz des Marktportfolios definiert:

$$\beta_a = \frac{Cov(r_M, r_a)}{\sigma_M^2}$$

Eingesetzt erhält man:

$$E_a - r_f = \alpha + \frac{\sigma_M \sigma_a}{\sigma_M^2} (E_M - r_f)$$

daraus folgt

$$\frac{E_a - r_f}{\sigma_a} = \alpha + \frac{(E_M - r_f)}{\sigma_M}$$

Den größten Sharpe Ratio erhält man daher für $\alpha = 0$. Daraus folgt, wenn der Markt im Gleichgewicht ist, ist die erwartete Rendite eines Portfolios p durch folgende Formel gegeben:

$$E_p = r_f + \beta_p (E_M - r_f).$$

Diese Formel war es, die Sharpe, Lintner und Mossin erfolgreich gesucht haben. Es geht, wie bei Markowitz, um die Beziehung zwischen erwarteter Rendite und Risiko, die das Verhalten der Investoren beschreiben soll. Wenn die Formel des CAPM nicht stimmt, dann können Investoren den Markt übertreffen. In anderen Worten, sie können einen höheren Sharpe Ratio erzielen. Wenn genügend Investoren das machen, wird der Markt aber wieder in ein Gleichgewicht kommen, wo das CAPM gilt.

Bis heute gibt es viele Debatten über das CAPM (Johnstone, 2013; Smith, 2013).

2.5. Kritik

Richard Michaud (2008) stellte fest, dass das gleichgewichtete Portfolio oft einen besseren Rendite/Risiko-Wert aufweist als das optimale Portfolio aus der Theorie von Markowitz. Ein Jahr später testete Levy (2009) die naive Diversifikation gegen die Markowitz-Regel. DeMiguel (2009) verglich gleichgewichtete Portfolios mit sämtlichen Erweiterungen des Markowitz-Modells. So fand man heraus, dass die naive Diversifikation nicht nur oft bessere Ergebnisse liefert, sondern auch, dass man mit Portfolios nach Markowitz sogar gelegentlich

Verluste relativ zur Startinvestition gemacht hätte. Das führt zu der Frage, wie nützlich die vorher untersuchten Theorien tatsächlich sind. (siehe Zhou, 2010, S.205)

Ein weiterer Kritikpunkt ist die Wahl des Risikomaßes. Markowitz nahm an, dass die klassische Kovarianz ein geeignetes Werkzeug zur Bestimmung des Risikos sei. Wie in Kapitel 2.4.1 dargestellt gibt es die Möglichkeit die Kovarianz dahingehend zu modifizieren oder besser gesagt robustifizieren, damit die Werte auch dem tatsächlichen korrelierten Verlauf der Zeitreihen entsprechen. Einzelne Ausreißer können sonst die Werte stark beeinflussen und die Ergebnisse so verfälschen. Es sind jedoch nicht nur Ausreißer, die Schwierigkeiten machen. Der Grundgedanke hinter der Kovarianz ist, dass man den linearen Zusammenhang zweier Zufallsvariablen beschreiben möchte. Was aber, wenn ein linearer Zusammenhang nicht gegeben ist? Wenn die Verteilung der Punkte nicht dem Muster entspricht, wie es sein müsste, um die Kovarianz einzusetzen? Abbildung 7 zeigt zwei mögliche Fälle. Im linken Bild sieht man die Verteilung zweier Variablen, bei denen der Korrelationskoeffizient als geeignetes Mittel erscheint, um die Abhängigkeit zu beschreiben.

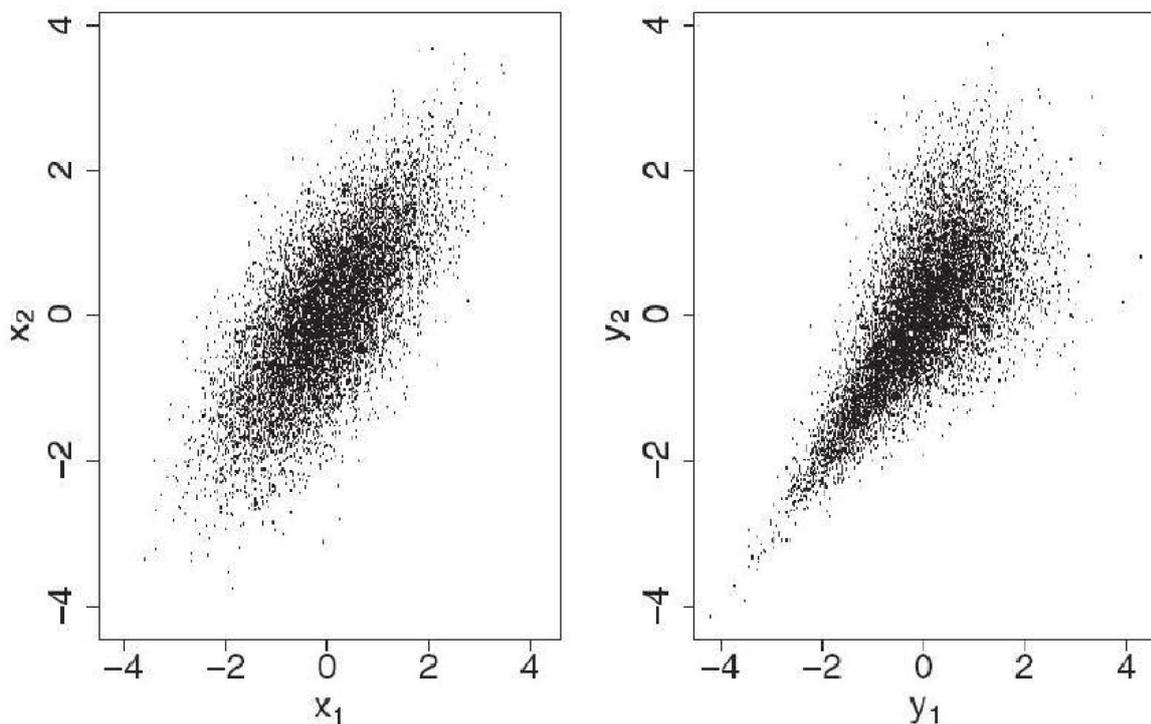


Abbildung 7

Im rechten Bild wäre das Ergebnis nicht optimal, da die Korrelation nach unten um einiges stärker ist als nach oben. Hier kommt wieder die Frage des geeigneten Risikomaßes ins Spiel. Wann ist starke Korrelation für das Portfolio schlecht? Je stärker die Korrelation nach unten ist, umso größer ist auch das Risiko eines Verlustes. Wenn zwei Assets nach oben stark

korrelieren, ist das für den Investor erfreulich. Deswegen kann man davon ausgehen, dass der Korrelationskoeffizient aus dem Datensatz des rechten Bildes aus Abbildung 7 kein gutes Risikomaß darstellt. Daher müsste man hier andere Ansätze probieren. Zwei Möglichkeiten sind ‚Copulas‘ und ‚Value at Risk‘.

In Abbildung 8 sind die Verteilungen von verschiedenen Copula-Funktionen abgebildet. Vergleicht man das rechte Bild aus Abbildung 7 mit den Verteilungen aus Abbildung 8, sieht man, dass die Clayton Copula die Struktur der Punkte sehr gut beschreibt. Mit Hilfe der Randverteilungen der Copula Funktion könnte man daher die Korrelation gut beschreiben.

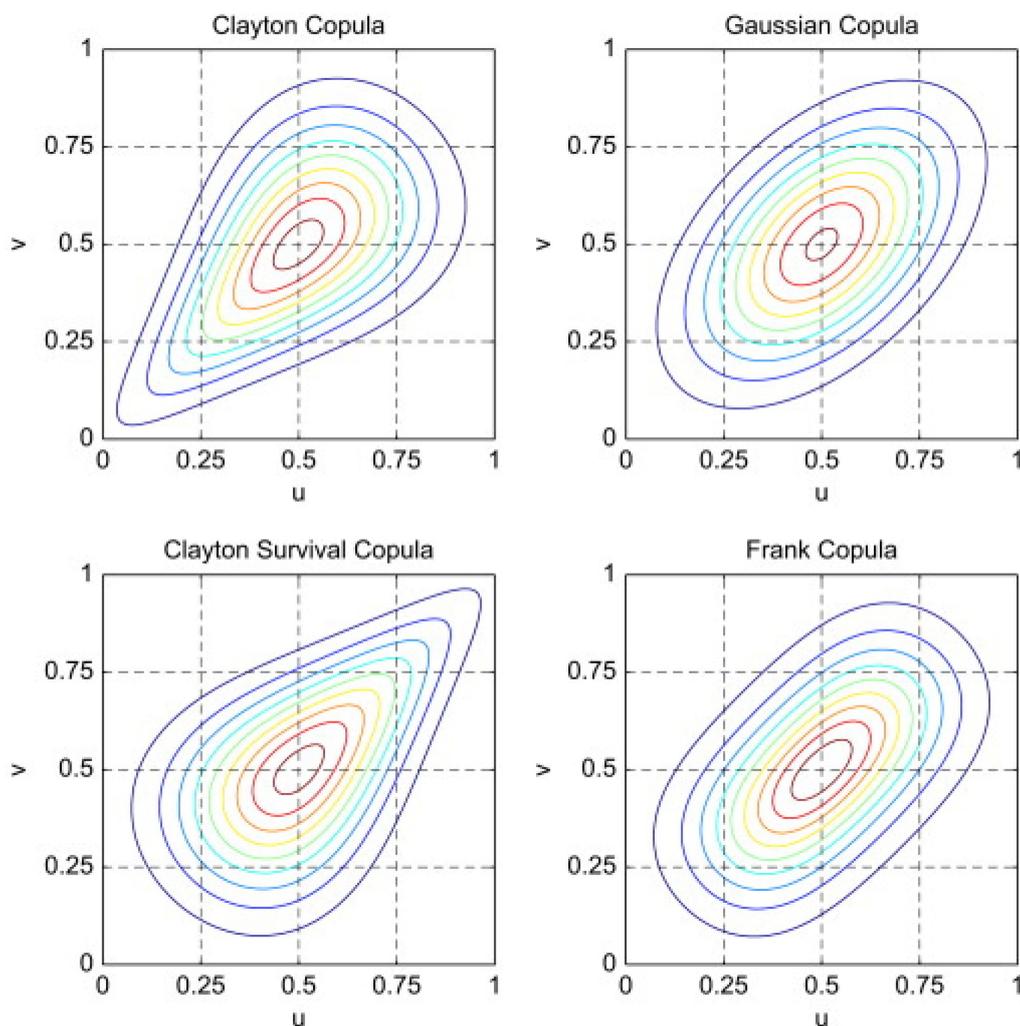


Abbildung 8

Bei der Value at Risk Methode wird von normalverteilten Daten ausgegangen. Die Ausgabe ist eine Wahrscheinlichkeit für einen gegebenen Verlust. Die Methode erscheint deswegen

sinnvoll, da das Risiko nur auf den Verlust reduziert wird. Dass Finanzdaten nicht normalverteilt sind, ist ein Kritikpunkt für den Einsatz des Value at Risk.

3. Angewandte Portfoliooptimierung

In diesem Kapitel wird es um die Frage gehen, inwieweit sich die Portfoliooptimierung nach Markowitz bzw. robuste Methoden in der Realität bewähren. Es gibt zu vielen Themen viele theoretische Überlegungen. Die Wissenschaft gibt sich jedoch (meist) nicht mit Überlegungen zufrieden, sondern stellt den Anspruch mit Hilfe von Versuchen die Aussagekraft der Theorien zu bekräftigen. In den folgenden Unterkapiteln wird dieser Versuch unternommen. Dabei wird vor allem die Performance des naiven Portfolios im Vergleich mit (robusten) optimierten Portfolios nach Markowitz im Vordergrund stehen. Abhängig von den Testergebnissen wird am Ende eine Zufallsmethode gewählt, die die Notwendigkeit der Portfoliotheorie in Bezug auf angewandte Portfoliooptimierung hinterfragen soll. Dabei wird das optimale Investment gewürfelt und mit der naiven Diversifikation und somit auch mit nach Markowitz optimierten Portfolios verglichen. Sollten gewürfelte Portfolios ähnliche Ergebnisse wie optimierte Portfolios liefern, ließen sich moderne Methoden der Portfoliooptimierung zumindest hinterfragen.

3.1. Methoden

Im Kapitel 2 wurden - neben der frühen Geschichte der Portfoliotheorie - einige Modelle zur Portfoliooptimierung präsentiert. Einige dieser Gedanken werden nun aufgegriffen und empirisch überprüft. Zuerst wird die Markowitz-Optimierung mit der klassischen Kovarianz gegen die naive Diversifikation getestet. Danach wird das Risikomaß durch robuste Schätzer ersetzt. Mit Hilfe des sogenannten ‚Rolling Portfolios‘ wird die Effizienz im Verhältnis zum gleichgewichteten Portfolio überprüft.

Bei einem Rolling Portfolio ist es notwendig mit einer gewissen Information zu starten. Man wählt ein bestimmtes (verfügbares) Intervall eines Datensatzes, um damit ein optimiertes Portfolio zu berechnen. Nun investiert man einen fiktiven Betrag, wie zum Beispiel 1€, und lässt die Investition bis zum nächsten verfügbaren Zeitpunkt laufen. Am Ende der Periode berechnet man, wie groß das neue Guthaben ist, verkauft alles, aktualisiert den Datensatz, berechnet mit Hilfe der aktualisierten Daten das neue optimale Portfolio und investiert den Gesamtbetrag, der sich aus dem Startkapital plus des erwirtschafteten Ertrages/Verlustes zusammensetzt. Wichtig dabei ist, dass sich das Zeitfenster der verfügbaren Daten, zur

Berechnung des neuen Portfolios, nicht ändert. Abbildung 9 veranschaulicht das Prinzip grafisch.

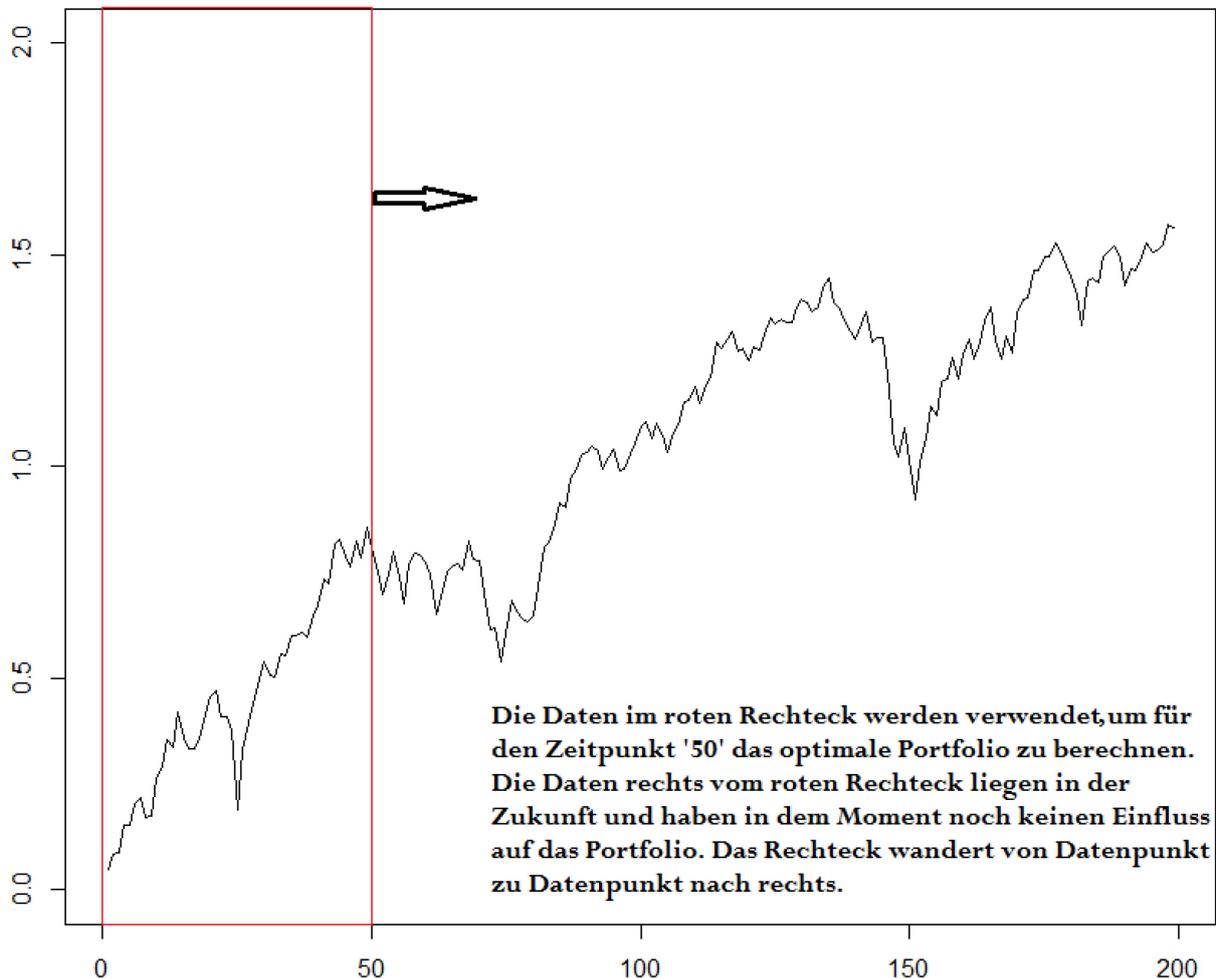


Abbildung 9

Der Pseudo-Code für die Programmierung kann noch etwas mehr Aufschluss geben:

```

x          ←   Einlesen der Zeitreihe
n          ←   Länge der Zeitreihe
PF[0]=0    ←   Initialisiere das Portfolio mit Startwert 0
history    ←   Länge des Zeitfensters, um optimales Portfolio (OP) zu berechnen
for ( i = history+1 bis n )
{
  data     ←   fixiertes Intervall, das nach "rechts wandert"
  OP       ←   Funktion, um optimales Portfolio zu berechnen
  w        ←   Berechne den Vektor der Portfoliogewichte
  PF[i]    ←   PF[i-1] + Ertrag der aktuellen Periode ### Der Wert des Portfolios zum
                Zeitpunkt i ergibt sich aus dem Wert der letzten Periode plus
                dem Ertrag der aktuellen Periode. ###
}

```

Der wichtigste Teil ist die Funktion, die das optimale Portfolio berechnet. An dieser Stelle werden, abhängig vom Modell bzw. der Konfiguration, verschiedene Funktionen eingesetzt, die dann mit dem naiven Portfolio verglichen werden.

Eine Randnotiz: Die Annahme, dass es keine Transaktionskosten beim Kauf und Verkauf gibt, ist notwendig, damit die Strategie nicht im Bankrott endet. Die Methode ist daher grundsätzlich kein gutes Investmenttool, eignet sich aber, um ein Modell auf seine Tauglichkeit/Effizienz zu überprüfen.

3.2. Daten

Die Wahl der Daten ist ein wichtiges Kriterium. Wie man Datensätze finden kann, die aussagekräftige Ergebnisse liefern, hängt von mehreren Faktoren ab.

Im Finanzbereich werden erst seit wenigen Jahrzehnten Aufzeichnungen gemacht. Hinzu kommt, dass viele Firmen, Produkte und Indizes erst vor wenigen Jahren gegründet bzw. entwickelt wurden. Somit ist die zeitliche Verfügbarkeit eine ungewisse Sache. Man kann nicht wahllos Unternehmen oder Indizes auswählen, da man sonst in der Gefahr steht, nur sehr kurze Zeitintervalle zur Verfügung zu haben oder aber auch unvollständige Daten.

Ein zweiter entscheidender Punkt ist die Abhängigkeit einzelner Anlageobjekte zueinander. Es liegt auf der Hand, dass die Wahl von Kellogg's, Kraft Foods und Nestlé keine gute Wahl bezüglich der in Kapitel 2.1 angesprochenen Diversifikation darstellt. Die Minimierung des Risikos eines Portfolios beginnt bei der Wahl der richtigen Anlageobjekte. Umso unabhängiger die Firmen/Indizes/etc. voneinander sind, umso größer ist die Wahrscheinlichkeit eines starken Effekts durch Diversifikation.

Aufgrund dieser Überlegungen wurde bei der Wahl der Daten vor allem auf zwei Punkte geachtet. Zum einen war die zeitliche Verfügbarkeit ein wichtiges Kriterium, zum anderen sollten die Assets weitestgehend unabhängig voneinander sein. Es wurden zwei Portfolios mit je neun Assets erstellt. Das erste Portfolio besteht nur aus Indizes und ist im Zeitraum von 1997 bis 2013 verfügbar. Das zweite Portfolio wurde aus Unternehmen zusammengestellt, wobei der Zeitraum von 1962 bis 2013 deutlich größer ist. In Tabelle 1 sind die Assets beider Portfolios zu finden:

Indizes

NASDAQ Bank (^IXBK)
NASDAQ Biotechnology (^NBI)
NASDAQ Insurance (^IXIS)
NASDAQ Telecommunications (^IXUT)
NASDAQ Transportation (^IXTR)
AMEX Gold Bugs Index (^HUI)
AMEX Oil Index (^XOI)
AMEX Pharmaceutical Index (^DRG)
PHLX Semiconductor (^SOX)

Unternehmen

Alcoa Inc. (AA)
The Boeing Company (BA)
Caterpillar Inc. (CAT)
E. I. du Pont de Nemours and Company (DD)
The Walt Disney Company (DIS)
General Electric Company (GE)
Hewlett-Packard Company (HPQ)
Int. Business Machines Corporation (IBM)
The Coca-Cola Company (KO)

Tabelle 1

Verwendet wurden jeweils Monatsdaten. Bei den Indizes ist es möglich ein Zeitintervall von 200 Monaten zu verwenden, bei den Unternehmen sind es 615 Monate. Für die Berechnung der Portfolios ist es vor allem wichtig das Intervall zu bestimmen, mit dem jeweils das optimale Portfolio berechnet wird. Abhängig von dieser Variable können die Ergebnisse stark variieren.

In Abbildung 10 findet man die Renditen der einzelnen Indizes über den verfügbaren Zeitraum. Die Reihenfolge ist mit Tabelle 1 ident:

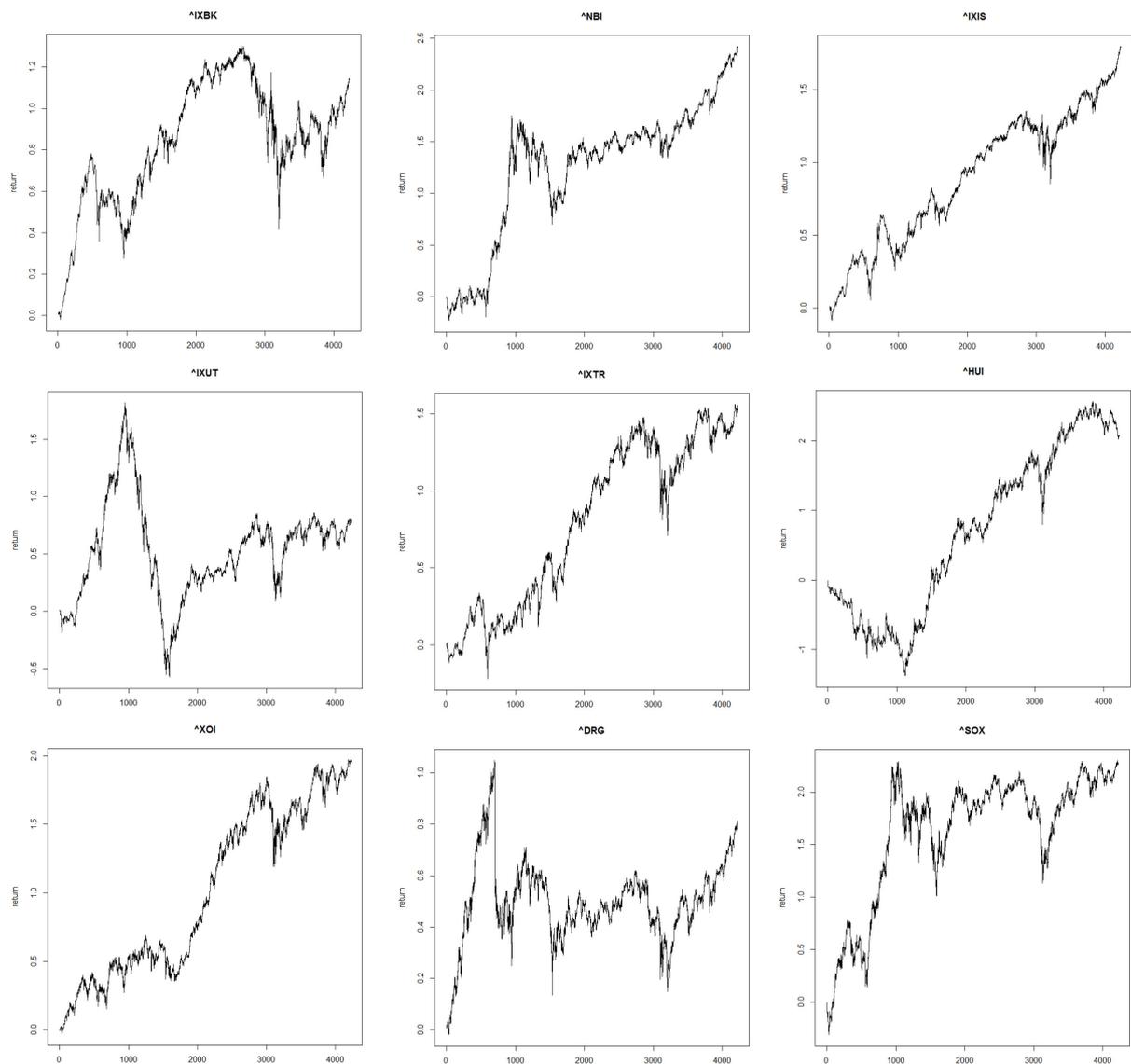


Abbildung 10

Eine erste Analyse zeigt, dass alle Indizes über die gesamte Zeitperiode betrachtet positiven Ertrag gebracht haben. Auch die Finanzkrise im Jahr 2007/08 ist sehr stark ausgeprägt, wie im letzten Viertel zu erkennen ist. Nur im zweiten Bild (^NBI) hat der Kurs in diesem Jahr kaum nachgegeben. Die größten Verluste findet man bei folgenden Indizes: ^IXBK (1.), ^IXTR (5.), ^DRG (8.) und ^SOX (9.). Man kann schon im Vorfeld sagen, dass auch im optimalen Portfolio an dieser Stelle ein Einbruch zu erwarten ist, da es sich in diesem Fall um ein systematisches Risiko handelt und der Verlust daher mit diesen Daten auch nicht durch Diversifikation verringert werden kann. Interessant ist auch der Einbruch des Telekommunikationsindex ^IXUT um die Jahrtausendwende. Das Platzen der Dotcom-Blase hatte einen großen Einfluss auf diesen Sektor. Auch die Pharmaindustrie (^DRG) musste am Ende des 20. Jahrhunderts kräftige Einbußen verkraften. Schuld war, neben einer Vielzahl an

auslaufenden Patenten, vor allem der Mangel an Verkaufsschlägern bei Medikamenten (siehe Spiegel 2002).

In Abbildung 11 sind die Renditen der Unternehmen dargestellt. Auch hier wurde die Reihenfolge aus Tabelle 1 eingehalten:

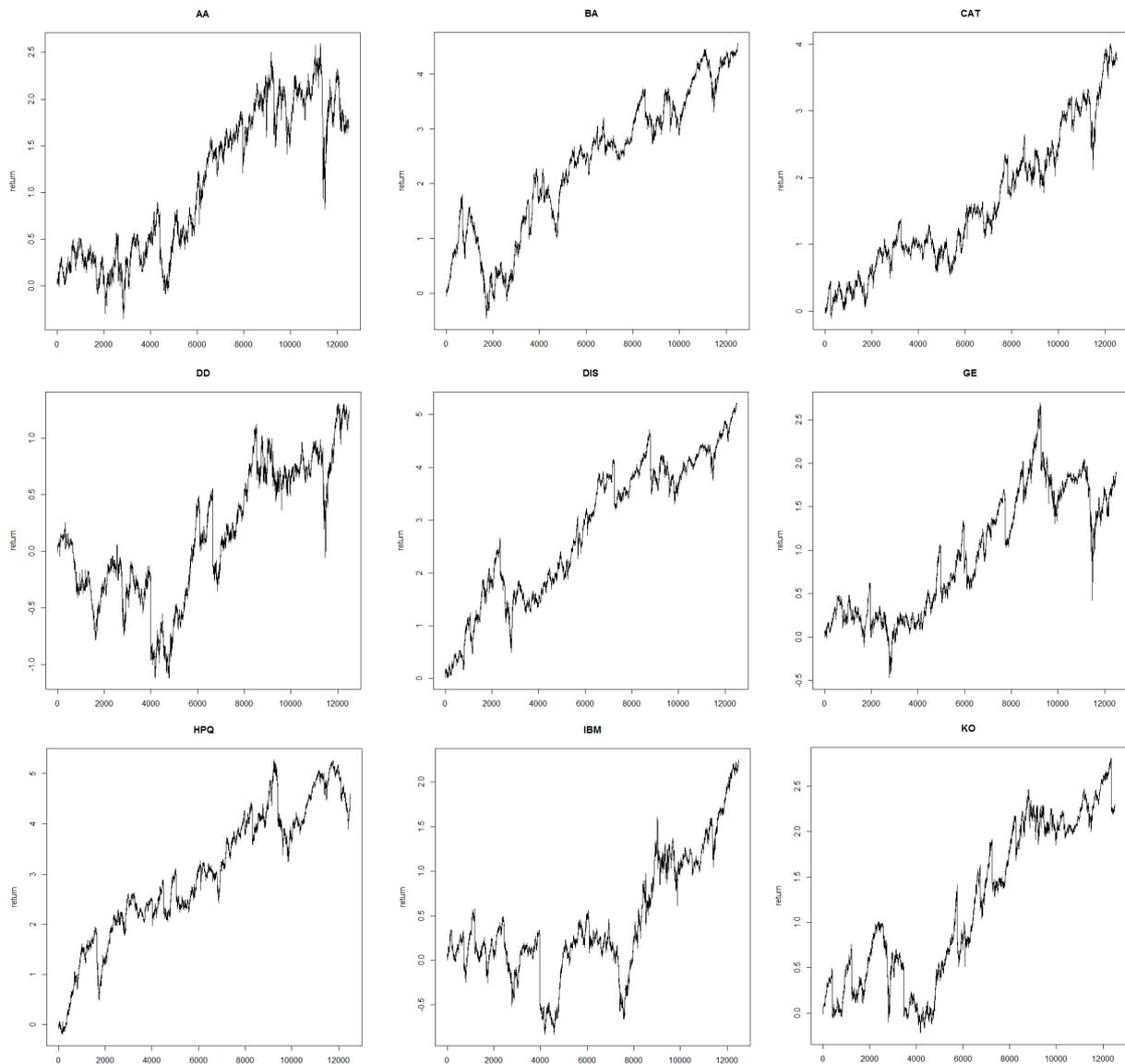


Abbildung 11

Auch bei den Unternehmen ist Krise 2007/08 nicht spurlos vorüber gegangen. Man kann am Ende des Zeitintervalls sehr gut die oft sehr tiefen Einbrüche erkennen. Trotzdem haben auch alle Unternehmen über die Zeit große Kursgewinne erzielt. Aufgrund dieser Bilder kann man für die Portfolios hohe Renditen erwarten.

3.3. Ergebnisse

Die im Folgenden gezeigten Bilder wurden mit dem Programm R produziert. Die Berechnungen rund um das nach Markowitz optimierte Portfolio wurden hauptsächlich mit dem Paket „fPortfolio“ durchgeführt. Ein besonderer Dank geht an dieser Stelle an das Team von Rmetrics und insbesondere an Diethelm Würtz für die aufwendige Gestaltung des Paketes, das sie für Forschungszwecke kostenlos zur Verfügung gestellt haben.

Für die Interpretation der Bilder ist es notwendig einige Details der Konfiguration zu kennen. Man muss als Nebenbedingung festlegen, ob Leerverkäufe erlaubt sind oder nicht. Weiter ist es notwendig einen sogenannten Target Return zu definieren, zu dem dann ein Portfolio mit möglichst niedrigem Risiko berechnet wird. Mit Hilfe des Rolling Portfolios kann man danach die Entwicklung dieser Portfolios über eine gewisse Zeitperiode betrachten. Wenn Leerverkäufe nicht erlaubt sind, ist man bei der Wahl der Target Returns etwas eingeschränkt, da man pro Periode nicht mehr Ertrag erwirtschaften kann, als das Asset mit der höchsten Rendite. Somit ist zwar der Spielraum etwas eingeschränkt, man hat aber dafür eine natürliche Grenze für das Risiko. Die farbliche Einteilung der Portfolios orientiert sich an den verwendeten Target Returns. Umso dunkler die Farbe ist, umso höher ist der Target Return, wobei die schwarze Linie immer das gleichgewichtete Portfolio darstellt.

3.3.1. Klassische Kovarianz

In diesem Kapitel wird die klassische Kovarianz immer als Risikomaß verwendet.

Zuerst wird das Portfolio mit den Indizes getestet. Das erste Bild wird ohne Leerverkäufe berechnet. In Abbildung 12 sieht man, wie sich die Portfolios von 2000 bis 2013 entwickelt haben. Die ersten 3,5 Jahre (42 Monate) werden verwendet, um das erste optimale Portfolio zu berechnen. Man kann erkennen, dass sich alle Portfolios in den ersten Jahren ähnlich entwickeln. Bei der Krise 2007 gehen die Werte stark nach unten. Nach der Krise erholen sich die Kurse aber wieder.

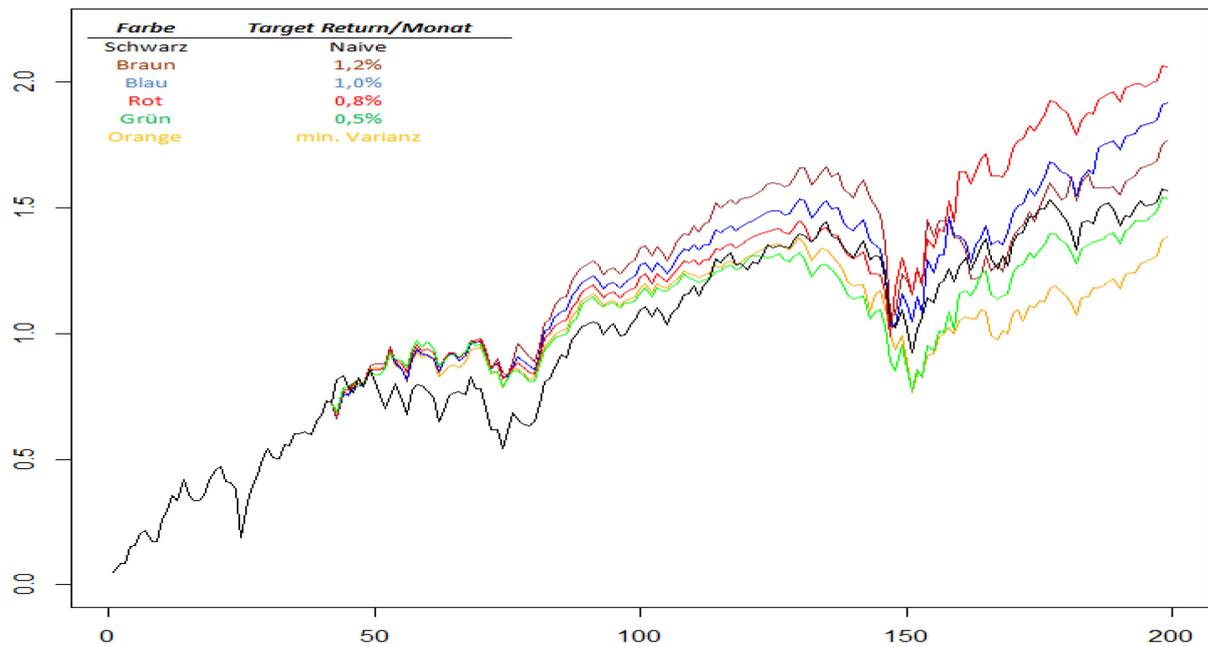


Abbildung 12

In Abbildung 13 sind die relativen Unterschiede im Bezug zum naiven Portfolio dargestellt. Hätte man in eines der drei Portfolios mit dem höchsten Target Return investiert, hätte man verglichen mit dem naiven Portfolio am Ende der Zeitperiode deutlichen Gewinn gemacht. Das braune, blaue und rote Portfolio liefern in den ersten Jahren eine konstant bessere Rendite. Erst als die Krise sich nähert, verlieren die Portfolios an Wert in Bezug zum gleichgewichteten Portfolio. Nach der Krise geht es wieder bergauf. Der Trend zeigt, wie zu Beginn des Berechnungsintervalls, nach oben. Beim grünen und orangen Portfolio fällt auf, dass diese sich nach der Krise nicht mehr bzw. kaum erholen. Das grüne Portfolio hat den geringsten Target Return und hat unter Umständen deswegen Performanceprobleme.

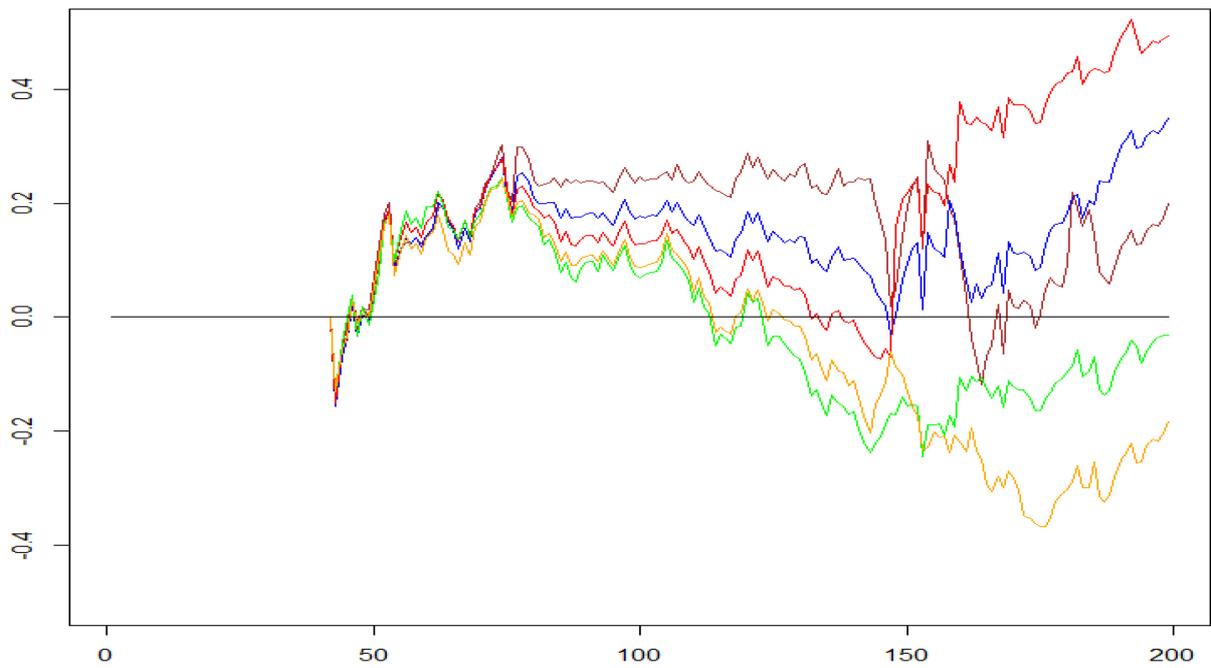


Abbildung 13

In Abbildung 14 sind die gleichen Daten und Target Returns nur mit Leerverkäufen dargestellt. Auffällig im Vergleich zum Bild ohne Leerverkäufe ist die kompakte Entwicklung der optimierten Portfolios. Das Minimum-Varianz-Portfolio (MVP) erholt sich nach der Krise schlechter, sonst liegen die effizienten Portfolios eng beisammen.

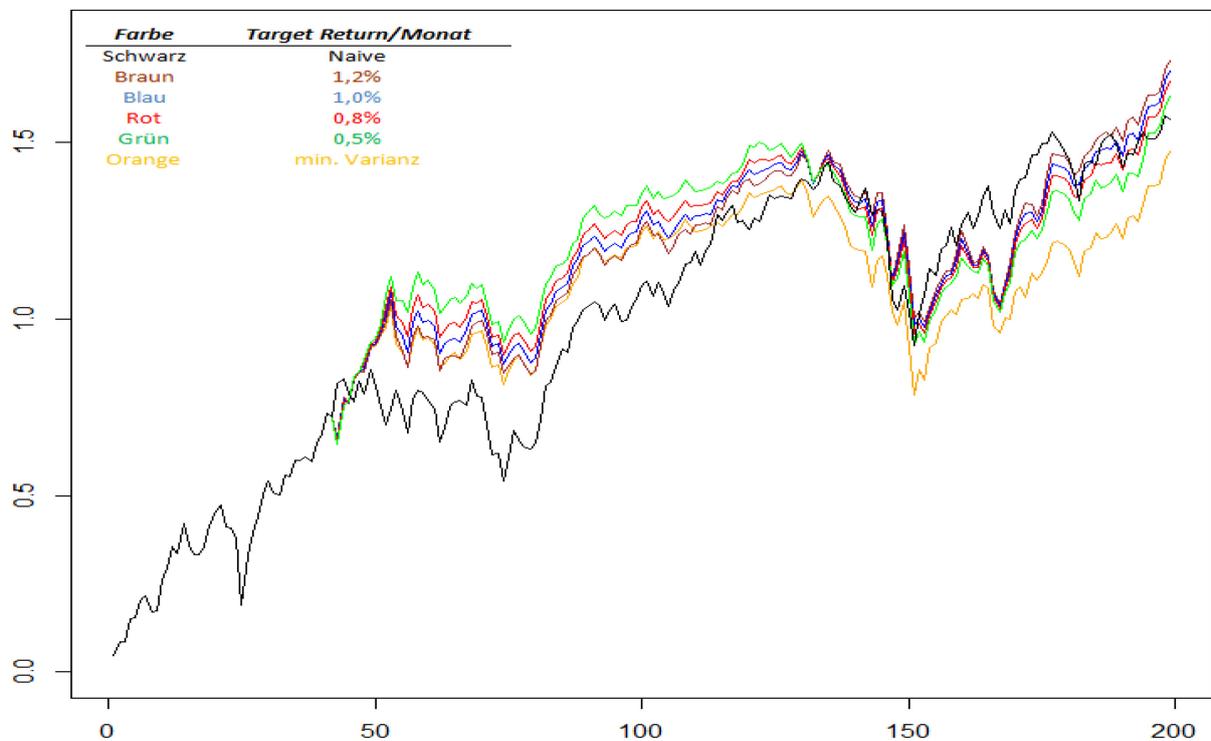


Abbildung 14

Abbildung 15 zeigt die relativen Renditen im Verhältnis zum naiven Portfolio. Über die ersten 80 Monate liefern die optimierten Portfolios einen höheren Gewinn als das gleichgewichtete Portfolio.

Wie bei den Ergebnissen ohne Leerverkäufe ändert sich das Bild aber, wenn es auf die Krise zugeht. Erst nach der Krise erholen sich die Kurse wieder. Auch das MVP entwickelt sich ähnlich mit bzw. ohne Leerverkäufe. Eine mögliche Interpretation wurde im Kapitel 2.1 angesprochen. Dadurch, dass Risiko im Markowitz-Modell mit Kursschwankungen gleichzusetzen ist, wird beim MVP die Schwankung so gut es geht minimiert. Das systematische Risiko kann nicht bzw. kaum abgefangen werden. Wenn es nach einer Krise wieder steil bergauf geht, wird aber dieser Aufstieg durch die Optimierung gehemmt. Dieser Effekt wird vor allem beim MVP deutlich sichtbar. Ob es beim anderen Datensatz zu einem ähnlichen Ergebnis kommt bleibt abzuwarten.

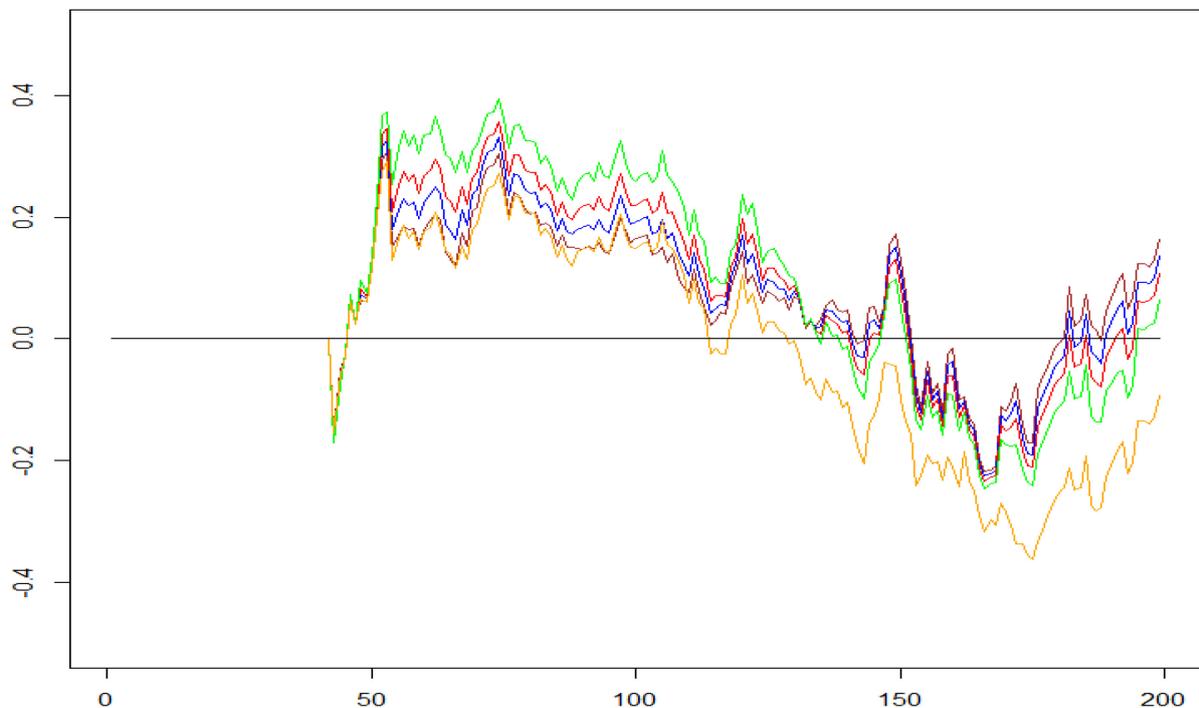


Abbildung 15

Festhalten kann man, dass die Optimierung mit Leerverkäufen bei diesen Daten kompaktere Ergebnisse liefert als bei der Berechnung ohne Leerverkäufe. Die Renditen schwanken, verglichen mit dem naiven Portfolio, im Intervall von -40% bis 40%, wie man in Abbildung 15 erkennen kann. Keines der Portfolios hebt sich von der Masse ab. Interessant ist, dass das grüne Portfolio, das den kleinsten Target Return hat, in den ersten 80 Monaten die besten

Ergebnisse liefert. Nach der Krise ändert sich aber das Bild. Die Optimierung funktioniert bei diesem Datensatz, solange es keine Systemkrise gibt.

In Abbildung 16 ist nun der Datensatz der Unternehmen zu sehen. Abgebildet sind sechs Portfolios mit den gleichen Target Returns wie bei den Indizes. Auch bei der Berechnung des optimalen Portfolios wurde das gleiche Intervall, nämlich 42 Monate, gewählt. Das Zeitintervall von 615 Monaten verspricht jedoch mehr Aussagekraft zumindest was langfristige Investments betrifft.

Interessant für diese Arbeit ist, dass das naive Portfolio am Ende den größten Return liefert. Die Frage, ob naive Diversifikation eine Alternative zu Methoden der Portfoliotheorie darstellt, würde sich nach diesem Bild nicht verneinen lassen. Was aber mehr zum Nachdenken anregen sollte ist die Performance der optimalen Portfolios. Nur der grüne Graf bleibt bis ins Jahr 2013 in der Nähe des gleichgewichteten Portfolios. Das ist vor allem deswegen interessant, weil das grüne Portfolio den niedrigsten Target Return hat. Eine mögliche Interpretation ist, dass die Monatsdaten der Unternehmen nicht so viel Return erwirtschaften konnten und somit das Risiko bei hohen Target Returns sehr stark gestiegen ist.

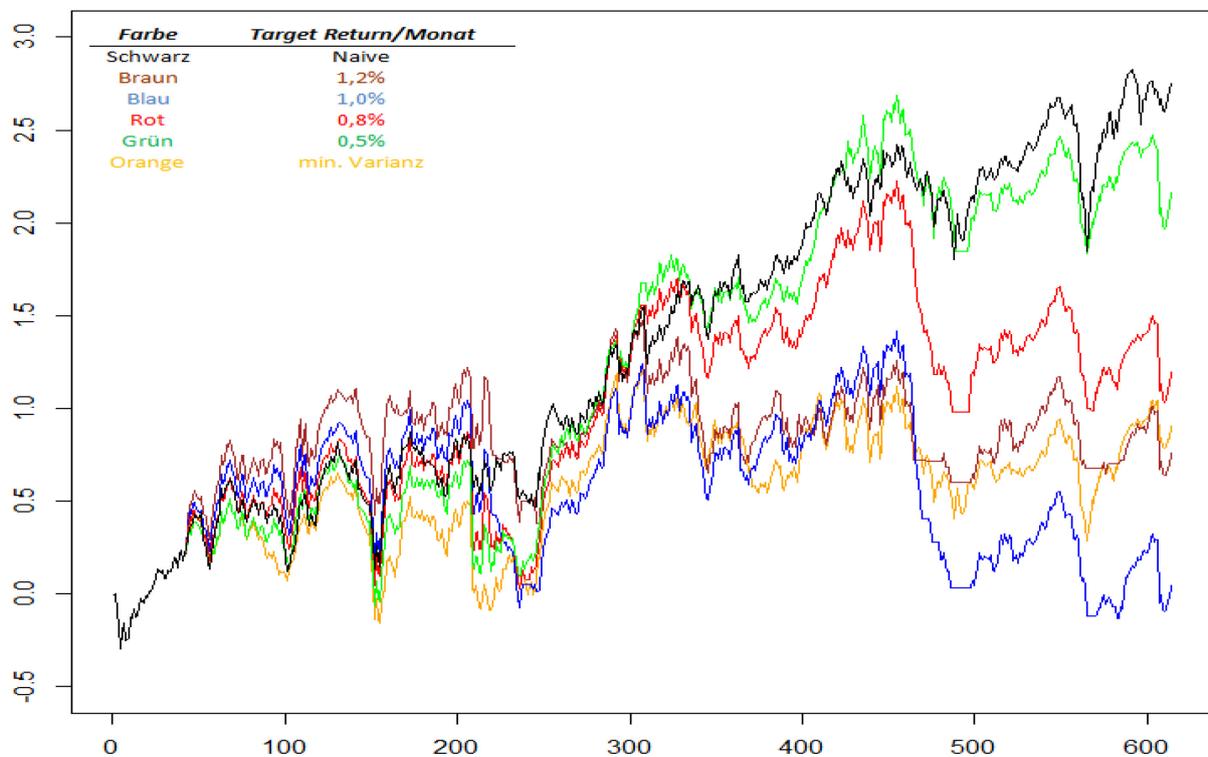


Abbildung 16

Das blaue Portfolio rutscht sogar unter das Startinvestment, was nach über 50 Jahren einen Wertverlust in Bezug zur Ausgangsinvestition bedeutet. Es ist also nicht von vornherein klar, ob ein Portfolio, das mit der Markowitz-Methode berechnet wurde, ein vernünftiges Ergebnis über die Zeit liefern kann.

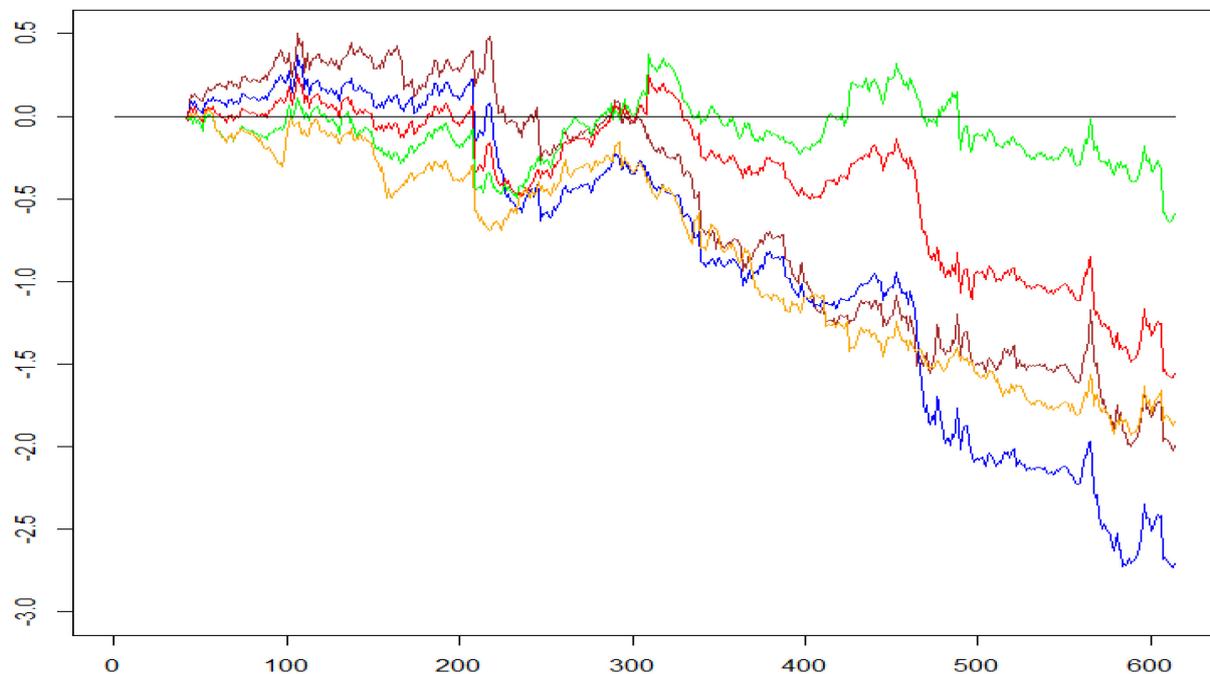


Abbildung 17

In Abbildung 17 wird der enorme Kursverlust relativ zum naiven Portfolio sichtbar. Die Optimierung liefert in den ersten 20 Jahren in manchen Fällen leicht bessere Ergebnisse. Danach brechen die Kurse aber ein. Das MVP verliert von Beginn an deutlich an Wert in Relation zum naiven Portfolio. Es gibt somit, wie bei den Indizes auch zu erkennen war, keine Investmentempfehlung. Abbildung 18 zeigt dieselben Daten mit Leerverkäufen. Auch hier lässt sich in den ersten Jahren nicht viel zu den Ergebnissen sagen. Ab Monat 300, was für die späten 80er Jahre steht, stagnieren die optimierten Portfolios und verlieren oft über die Zeit sogar an Wert. Das braune und orange Portfolio schließen in etwa am Nullpunkt. Das bedeutet, dass anfängliche 100€ nach mehr als 50 Jahren eine Rendite von 0%-10% abgeworfen hätten. Das ist mit dem momentanen Zinsniveau eines Girokontos vergleichbar. Wenige, wenn nicht keine Investoren, wären heute bereit in so ein Produkt zu investieren.

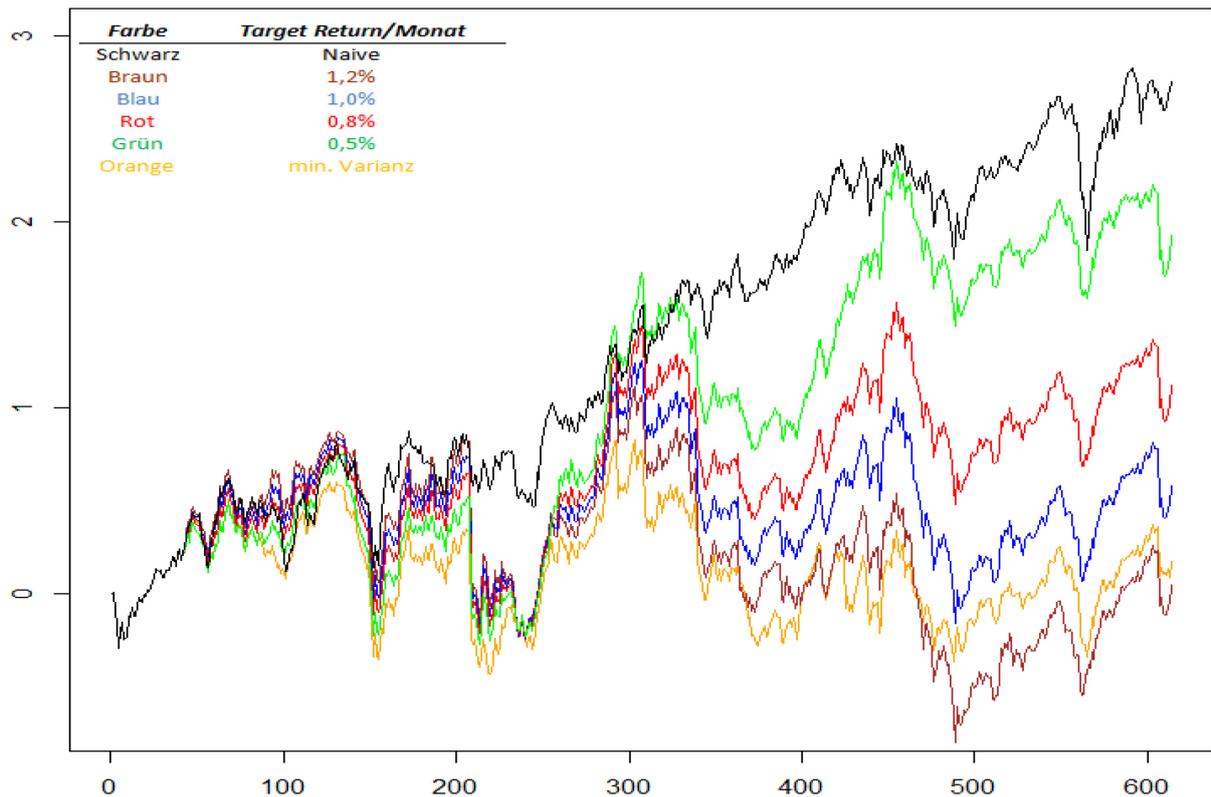


Abbildung 18

Abbildung 19 verdeutlicht erneut diese Annahmen. Ab den späten 1980er Jahren oder bei Zeitpunkt 300 hat das naive Portfolio die höchste Rendite. Nicht nur die Rendite, sondern auch die Kursschwankungen und somit das Risiko sind niedriger als bei den anderen Portfolios.

Vergleicht man die Ergebnisse der Indizes mit den Unternehmen, so kommen zwei verschiedene Seiten der Markowitzoptimierung ans Licht. Bei manchen Datensätzen und in speziellen Phasen eines Investments liefert die Berechnung tatsächlich bessere Ergebnisse. Allerdings kann genauso das Gegenteil der Fall sein. Fundierte Schlüsse kann man eigentlich nicht ziehen, denn es sieht sehr stark nach einer Form der Lotterie aus. Kapitel 3.3.4 wird sich mit zufälligen Portfolios auseinandersetzen. Die Ergebnisse dort werden etwas mehr Aufschluss über die Methoden der Portfoliotheorie geben. Vielleicht ist die naive Diversifikation eine sehr gute Methode, um sicheres und erfolgreiches Investment zu betätigen. Wenn allerdings auch gewürfelte Portfolios gleiche Ergebnisse liefern, ist die heutige Portfoliotheorie tatsächlich zu hinterfragen.

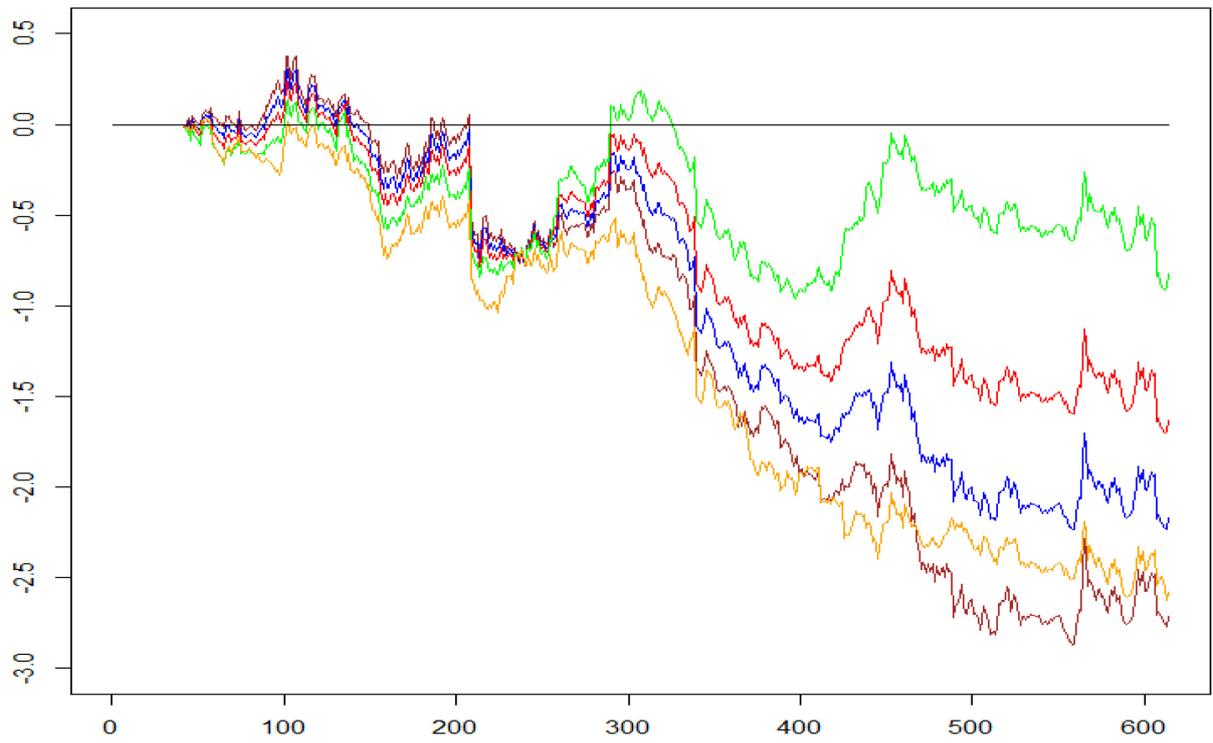


Abbildung 19

3.3.2. Robuste Schätzer für Kovarianz

Im Kapitel 2.4.1 werden drei robuste Schätzer für das Risiko vorgestellt. Die folgenden Abbildungen geben die Ergebnisse der Tests wieder, die mit diesen Schätzern gemacht wurden. Gegeneinander getestet werden jeweils die klassische Kovarianz, der Nearest-Neighbor Variance Estimator (NNVE), der Spearman Rank Correlation Coefficient (Spearman), der Minimum Covariance Determinant Estimator (MCD) und die naive Diversifikation. Im Kapitel 3.3.1 wird die klassische Kovarianz mit verschiedenen Target Returns getestet. Hier wird der Target Return fixiert und stattdessen werden die Risikomaße variiert. Die Bilder sollen Aufschluss geben, ob andere Risikomaße zuverlässigere Ergebnisse liefern können. Die Performance der optimierten Portfolios aus Kapitel 3.3.1 hat noch großes Entwicklungspotenzial. Gleich wie zuvor ist auch hier ein Intervall von 42 Monaten angenommen worden, um die optimalen Portfolios zu berechnen.

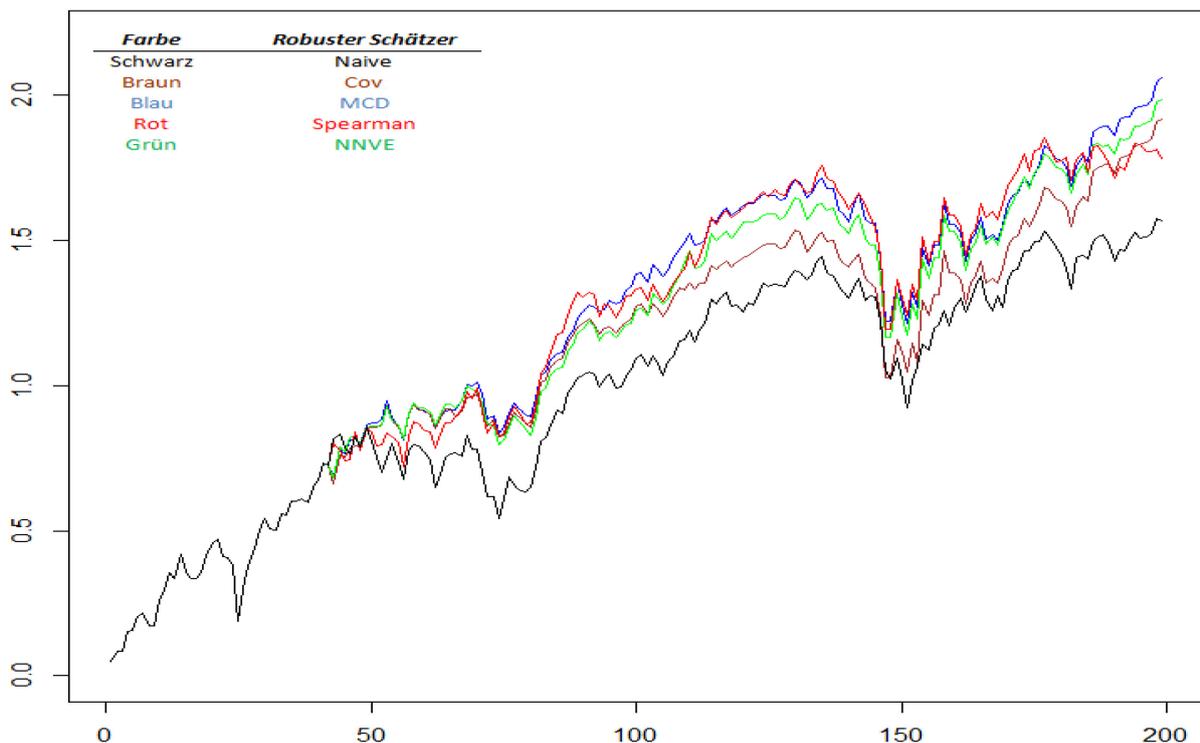


Abbildung 20

Abbildung 20 zeigt die Entwicklung der Portfolios mit einem Target Return von 1,0% ohne Leerverkäufe. Betrachtet man den ganzen Zeitraum, so befindet sich der Graf der klassischen Kovarianz die meiste Zeit unter den Linien der robusten Portfolios. Auch Abbildung 21

bestärkt diese Aussage. Festzuhalten ist, dass die Returns der optimierten Portfolios deutlich über dem des naiven liegen.

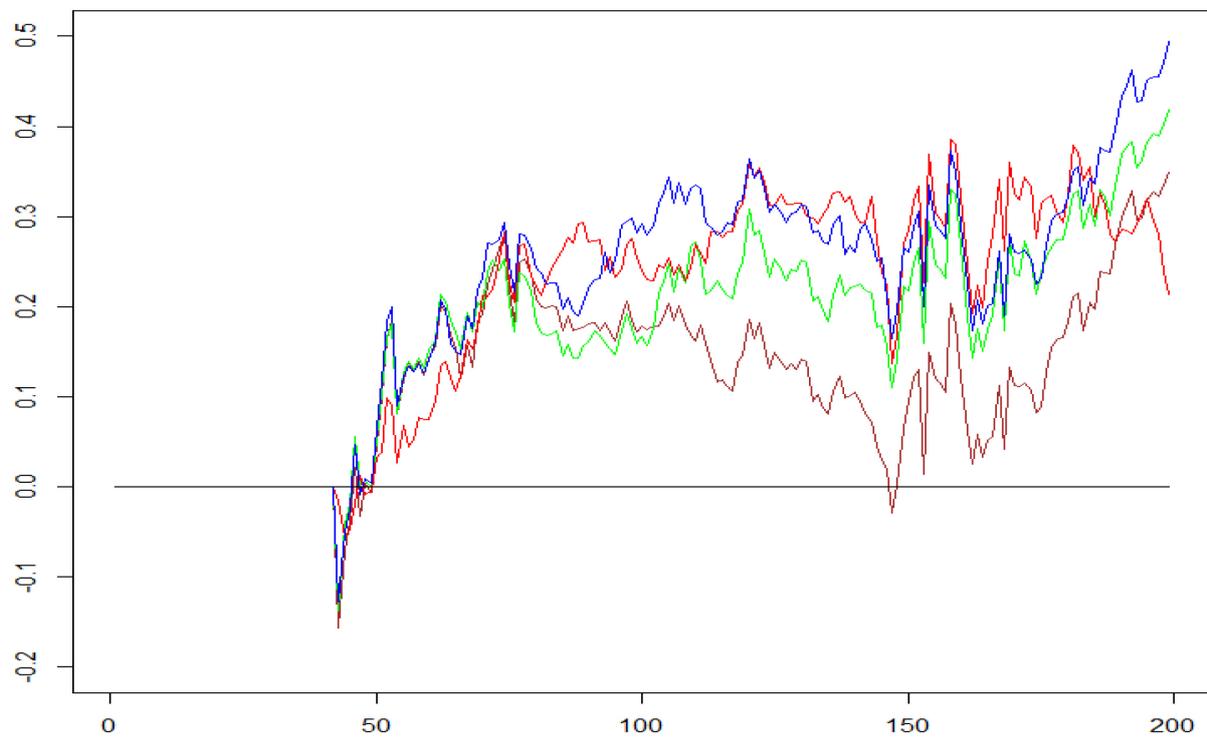


Abbildung 21

Die fallende Tendenz vor der Krise 2007/08 ist aber auch in diesem Bild zu erkennen. Die robusten Portfolios haben einen fast identen Verlauf und liefern ähnliche Ergebnisse. Es gibt keine Ausreißer oder besondere Merkmale.

Bezieht man nun Leerverkäufe mit ein, verändern sich die Grafen. Abbildung 22 spiegelt die Ergebnisse wider. Die rote Linie, die dem Spearman Rank Correlation Coefficient zuzuordnen ist, macht hier den stärksten Eindruck.

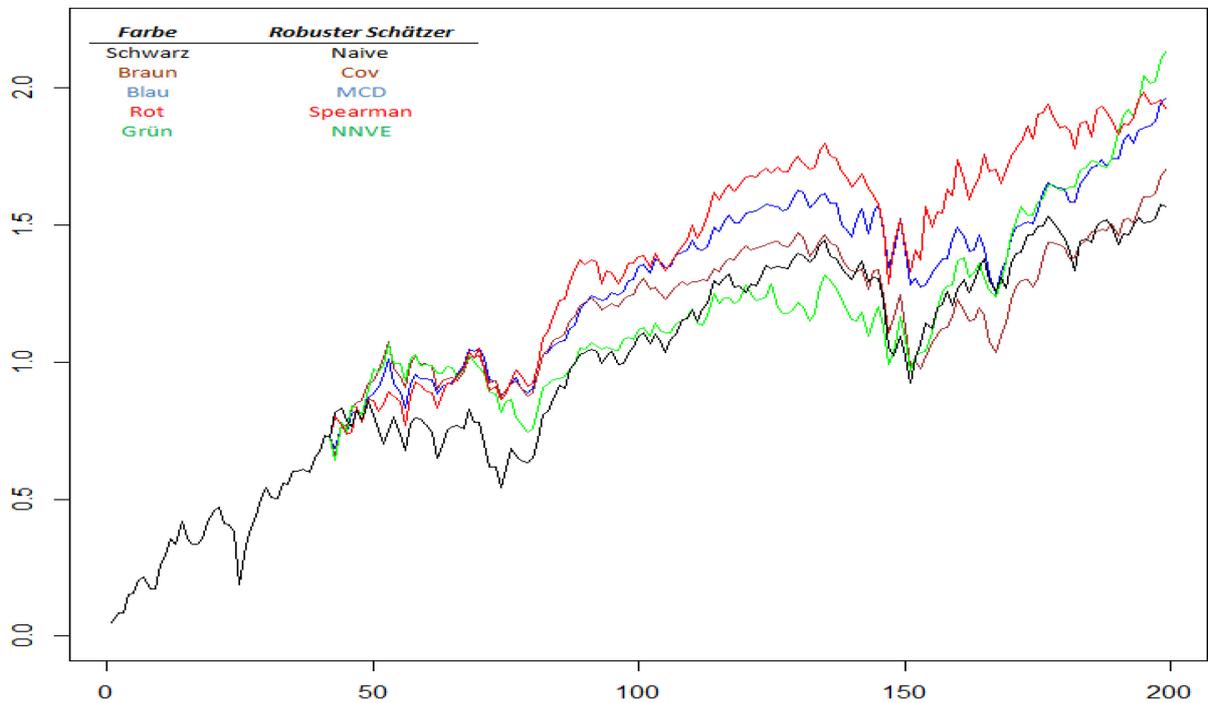


Abbildung 22

Auch Abbildung 23 bestätigt das. Am Ende liegt zwar das NNVE Portfolio voran, allerdings hat dieses verglichen mit dem roten Grafen ein deutlich höheres Risiko in Form von Kursschwankungen.

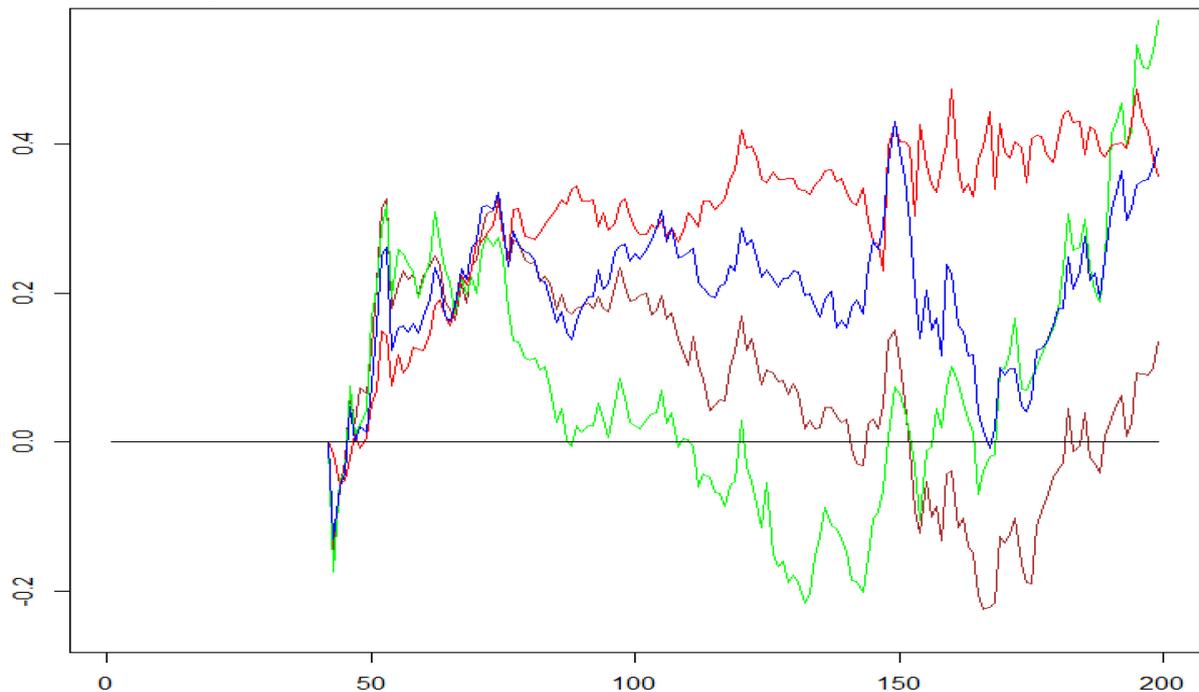


Abbildung 23

Das MCD und das Spearman Portfolio haben mit und ohne Leerverkäufe annehmbare Ergebnisse erzielt. Es bleibt abzuwarten, wie sich diese beiden Portfolios im zweiten Datensatz entwickeln werden. Zur Erinnerung: Die Markowitzoptimierung hat bei den Indizes mit der klassischen Kovarianz durchaus auch annehmbare Ergebnisse geliefert.

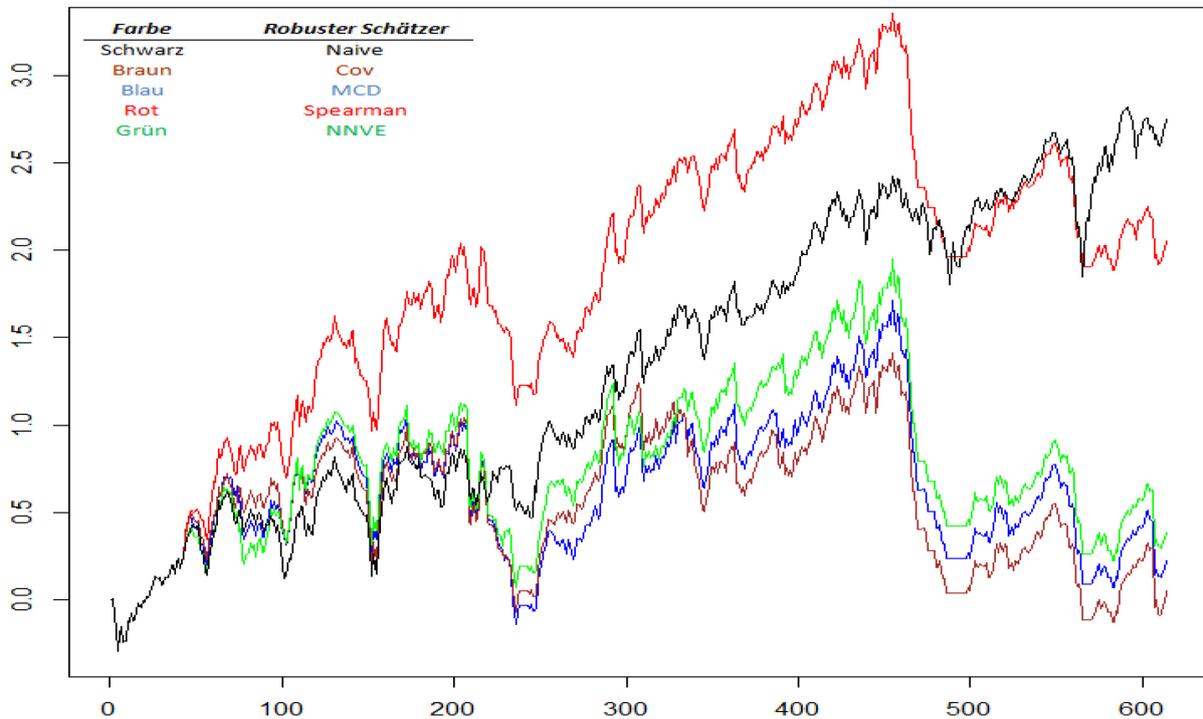


Abbildung 24

In Abbildung 24 sind Portfolios, die mit dem Datensatz der Unternehmen berechnet wurden, abgebildet. Der Target Return ist bei 1% pro Monat, wobei Leerverkäufe vorerst nicht erlaubt sind. Die Laufzeit der Anlagen beträgt in diesem Fall etwa 50 Jahre. Das ist eine sehr lange Zeit in einem oft schnelllebigen Geschäft. Auf den ersten Blick sieht man, dass nur zwei Portfolios den Ansprüchen von Investoren genügen. Das braune, blaue und grüne Portfolio liefern über ein halbes Jahrhundert eine Rendite zwischen 0% und 30%, ein inakzeptables Ergebnis. Auffällig dabei ist, dass es ein Ereignis zu geben scheint, bei dem alle optimierten Portfolios in etwa den gleichen Kurssturz haben. Der Zeitpunkt bei 450 Monaten ist die Jahrtausendwende. Deswegen kann man davon ausgehen, dass der enorme Verlust auf die Dotcom-Blase zurückzuführen ist. Was bedeutet das, wenn man sieht, wie sich das naive Portfolio fast unverändert weiter nach oben schraubt? Es ist kaum zu bezweifeln, dass das naive Portfolio ein geringeres Risiko aufweist als die optimierten Portfolios.

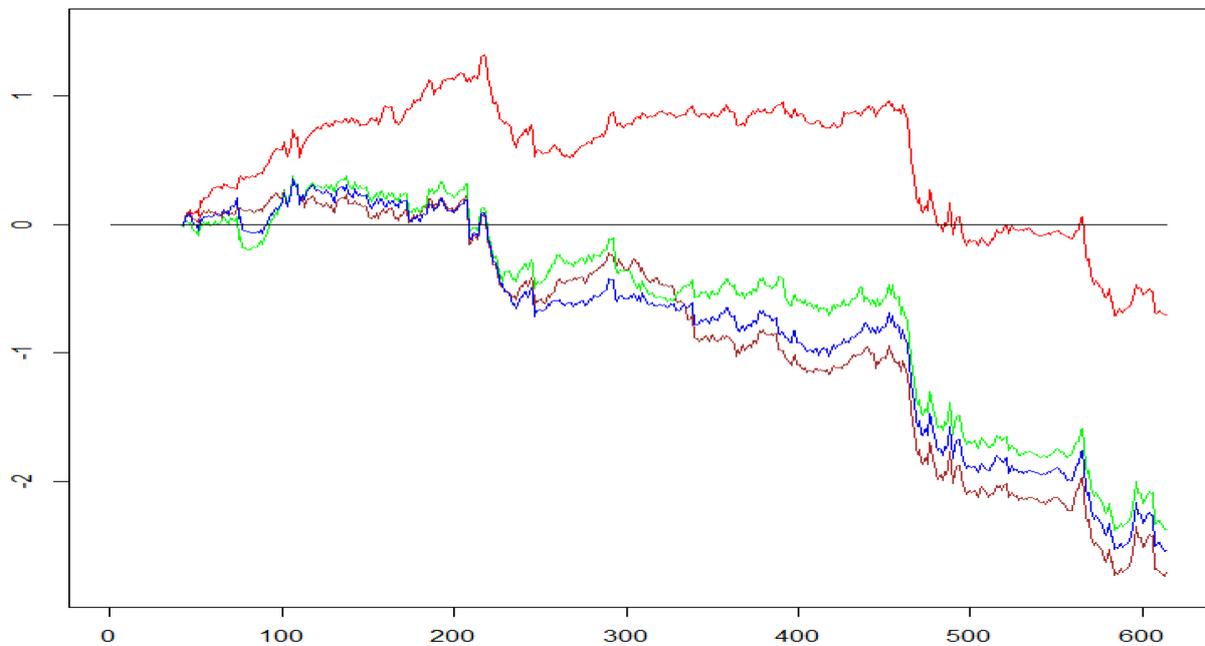


Abbildung 25

Bei der Optimierung werden größere Anteile in die Portfolios mit höherer Rendite investiert als in Portfolios mit niedrigem Ertrag. Somit wird der Effekt der Diversifikation kleiner und bewirkt größere Kursschwankungen. Diese werden vor allem in Zeiten der Krise schlagend, wo das Konzept Diversifikation offensichtlich gute Ergebnisse liefert. Abbildung 25 macht zusätzlich deutlich, dass nur das Portfolio, das mit dem Spearman Schätzer berechnet wurde, vergleichbare bzw. zum Teil sogar deutlich bessere Ergebnisse liefert. Vor allem in den ersten 15 Jahren macht das rote Portfolio beeindruckende Renditezuwächse im Vergleich zu den anderen. Bis zur Krise um die Jahrtausendwende bleibt der Vorsprung bei ca. 50% bis 100%. Trotzdem hat am Ende das naive Portfolio den höchsten Ertrag. Es ist interessant, wie sich eine Methode, die Jahrtausende alt ist, im Vergleich mit modernen Methoden bewährt. Schon an dieser Stelle lässt sich sagen, dass die naive Diversifikation zumindest eine ernst zu nehmende Alternative verglichen mit der Markowitz-Methode ist.

Die Frage ist nun, wie sich die Portfolios verhalten, wenn Leerverkäufe erlaubt sind. Auf der nächsten Seite findet man die Ergebnisse in Abbildung 26.

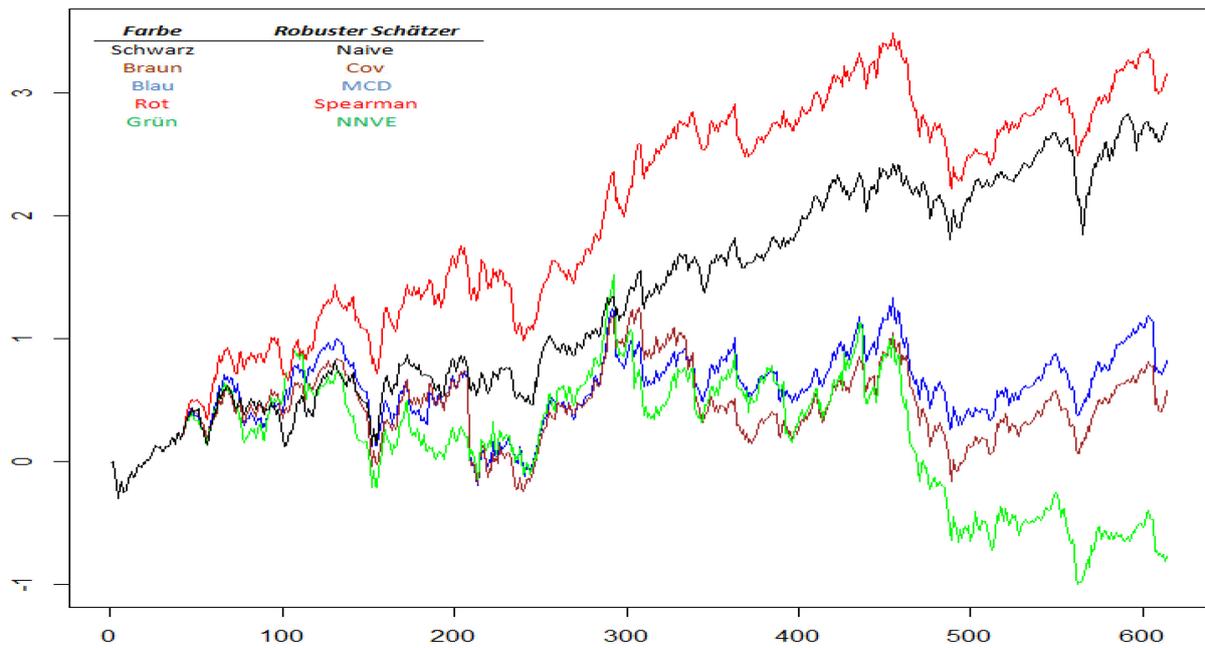


Abbildung 26

Auch hier liefert der Spearman Schätzer die stärksten Ergebnisse verglichen mit den anderen optimierten Portfolios. Dieses Mal übertrifft das Spearman Portfolio sogar das naive Portfolio. Abbildung 27 veranschaulicht außerdem, wie schwach die Ergebnisse der anderen Schätzer sind. Von Beginn an nimmt die Rendite relativ zum naiven Portfolio ab und endet, im Fall des NNVE, sogar bei einem Wert von -100% nach ca. 50 Jahren Investment.

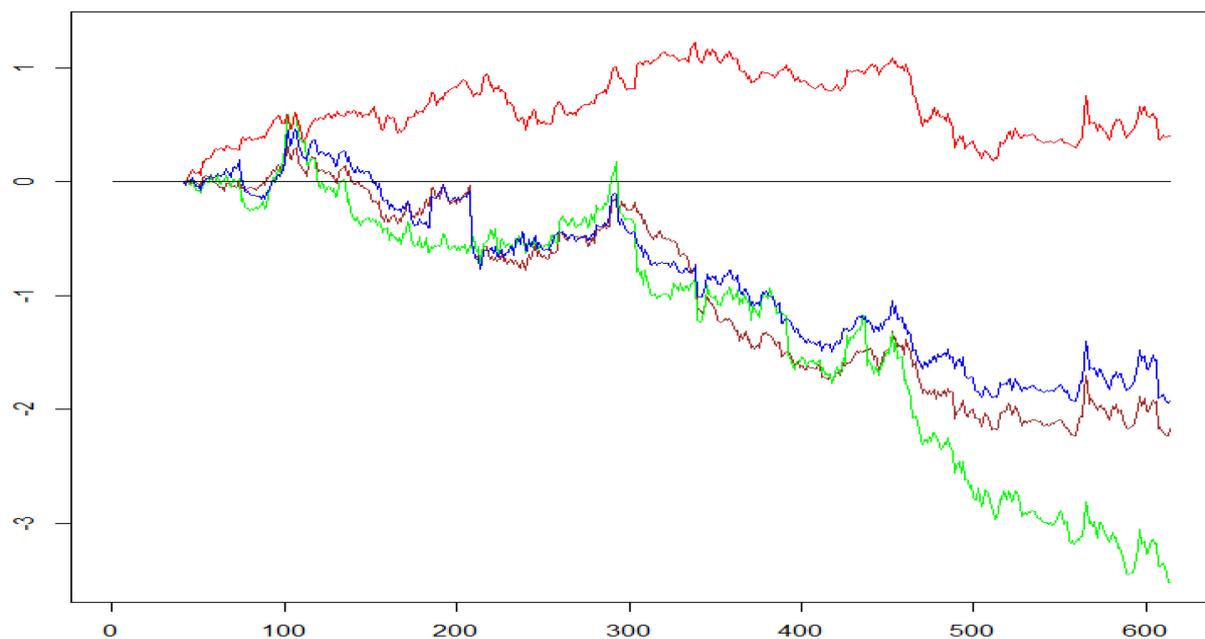


Abbildung 27

Aufgrund des großen Verlustes bei der Dotcom-Blase und der Vermutung, dass die Gewichte einzelner Anlagen sehr hoch waren, wird an dieser Stelle noch ein weiteres Bild mit veränderten Target Returns verwendet. Da das Portfolio mit dem Datensatz der Unternehmen aus Kapitel 3.3.1 mit Target Return 0,5% pro Monat das beste (optimierte) Ergebnis geliefert hat, wird dieser Target Return nun auch hier eingesetzt und getestet. Der Farbcode für die Portfolios bleibt der Gleiche, wie bei Abbildung 26.

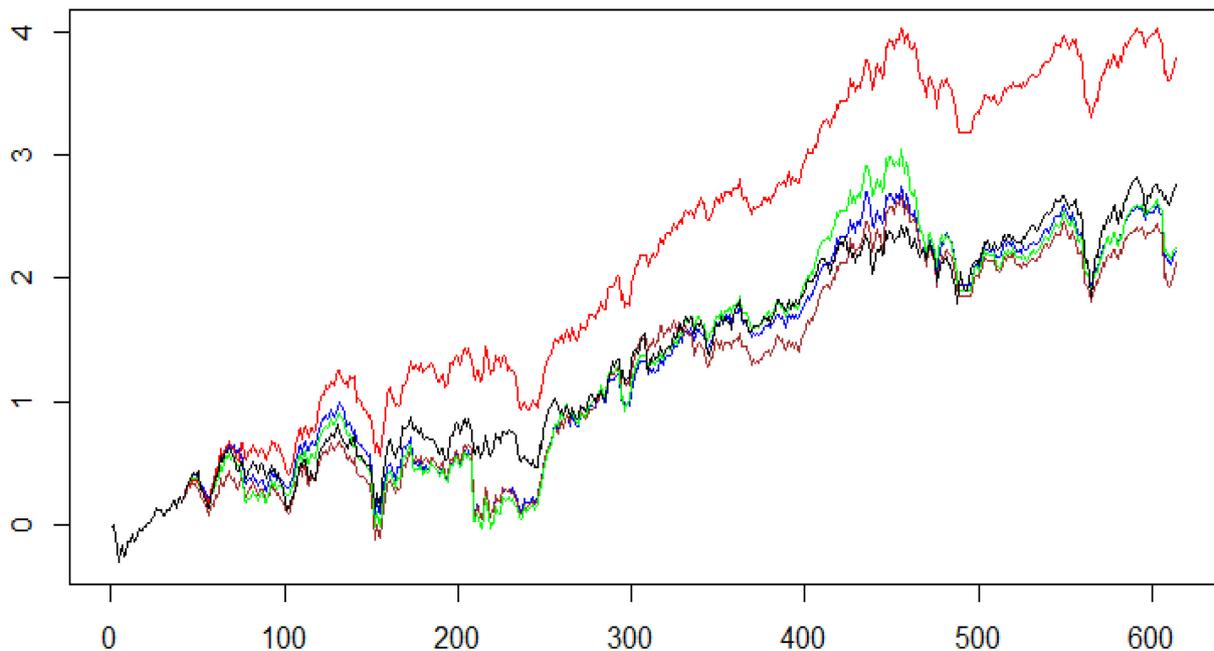


Abbildung 28

Abbildung 28 stellt die Ergebnisse ohne Leerverkäufe dar. Bis auf das Spearman Portfolio entwickeln sich die Renditen der anderen Portfolios sehr ähnlich. Abbildung 29 macht deutlich, dass es über die 50 Jahre nur kleine und kurzfristige Abweichungen zwischen den einzelnen Berechnungen gibt. Der rote Graf hebt sich aber deutlich von den anderen ab. Das Spearman Portfolio erzielt, wie schon in den anderen Versuchen, einen wesentlich höheren Ertrag, als die Portfolios der andern Schätzer. Auch der Ertrag des naiven Portfolios wird in diesem Fall weit übertroffen. Ein Plus von 100% bis 150% über 50 Jahre ist ein hervorragendes Ergebnis.

In Abbildung 29 ist auch zu erkennen, dass die optimierten Portfolios um die Jahrtausendwende in Relation zum naiven Portfolio sehr stark steigen. Das ist insofern interessant, als es bei der Berechnung mit 1% Target Return genau umgekehrt war. Der

niedrige Target Return hat es möglich gemacht die Kursverluste durch eine bessere Wahl der Gewichte zu kompensieren.

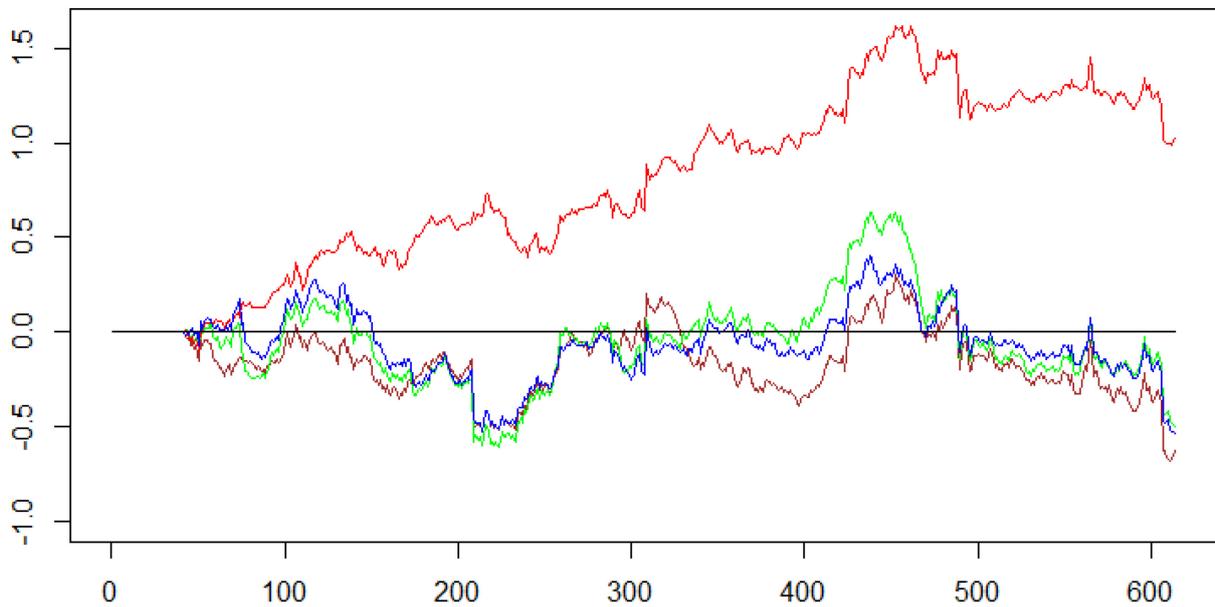


Abbildung 29

Abbildung 30 zeigt die Ergebnisse mit Leerverkäufen. Das Spearman Portfolio dominiert auch hier alle anderen Investitionen. Auffallend dabei ist die immer größer werdende Lücke zwischen dem roten und den anderen Grafen.

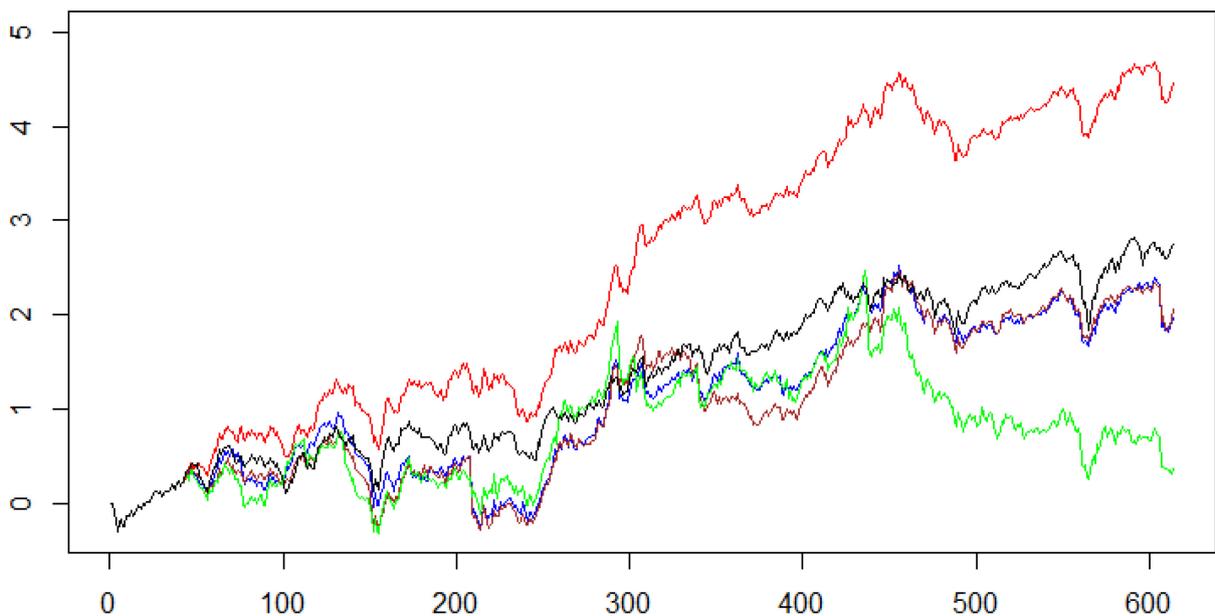


Abbildung 30

Die Rendite des Spearman Portfolios beträgt ca. 450% nach 50 Jahren. Das Portfolio, das mit dem NNVE Schätzer berechnet wurde, liefert am Ende der Zeitperiode einen Ertrag zwischen 0% und 50%.

Man kann festhalten, dass die Ergebnisse der robusten Risikomaße, mit Ausnahme des Spearman Schätzers, nicht besser als die des naiven Portfolios sind. Tatsächlich hat man über 50 Jahre eine deutlich stabilere Aussicht, wenn man in das gleichgewichtete Portfolio investieren würde.

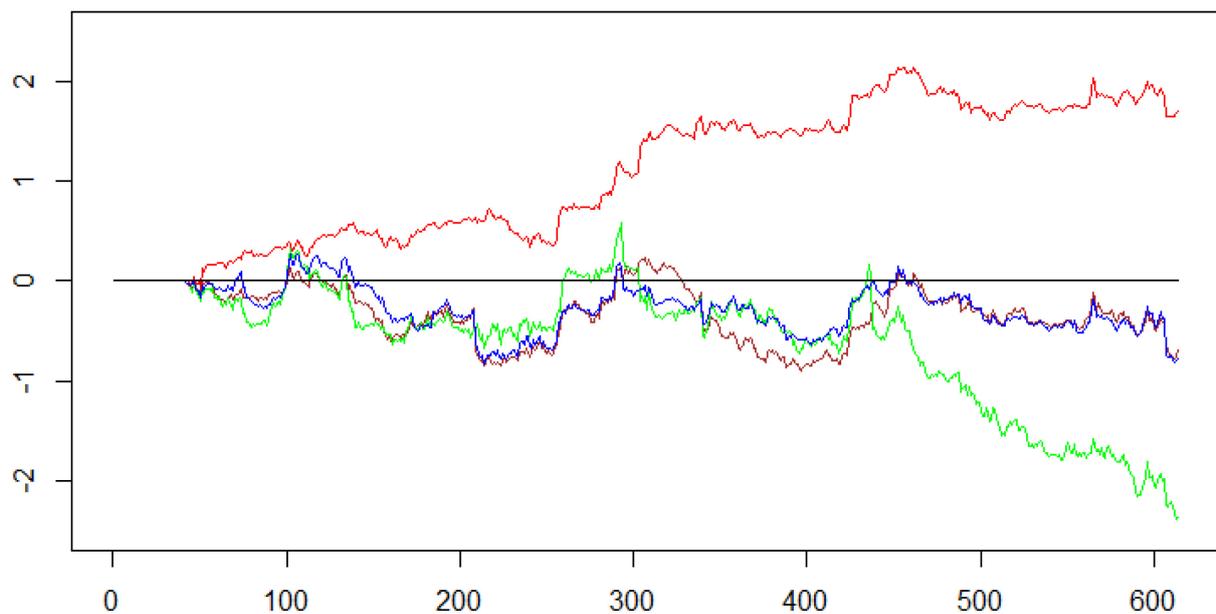


Abbildung 31

Abbildung 31 zeigt zum Abschluss aber noch einmal die wesentlich stärkere Entwicklung des Portfolios, das mit dem Spearman Schätzer berechnet wurde. Die Markowitz-Methode hat in diesen Tests also am Ende doch noch etwas Unterstützung bekommen. Die Ergebnisse des Spearman Schätzers heben sich so deutlich und regelmäßig von den anderen ab, dass es sich nicht um eine zufällige Erscheinung handeln kann.

3.3.3. Zufällige Portfolios

Dass eine gewisse Form der Streuung der Investments sinnvoll ist, kann schon aus Kapitel 2.1 abgeleitet werden. Portfoliooptimierung dreht sich aber mehr um die richtige Gewichtung in mehrere Anlageobjekte. Deswegen wird in diesem Kapitel auf die Frage eingegangen, inwieweit es überhaupt eine Rolle spielt, wie man seine Investition verteilt.

Um die Frage zu beantworten, wurde der Ansatz des Rolling Portfolios verwendet. Statt aber von Zeitpunkt zu Zeitpunkt das optimale Portfolio zu berechnen, wurde in diesem Fall einfach gewürfelt, wie die Gewichte zu verteilen sind.

Es gibt neun Assets, in die investiert werden kann. Daher wurde für jedes Asset ein Würfel geworfen, der einen Wert zwischen 0 und 900 annehmen kann. Jedes Einzelergebnis wurde durch die Summe der gewürfelten Augen dividiert, womit garantiert ist, dass die Summe der Gewichte genau 1 oder 100% ist.

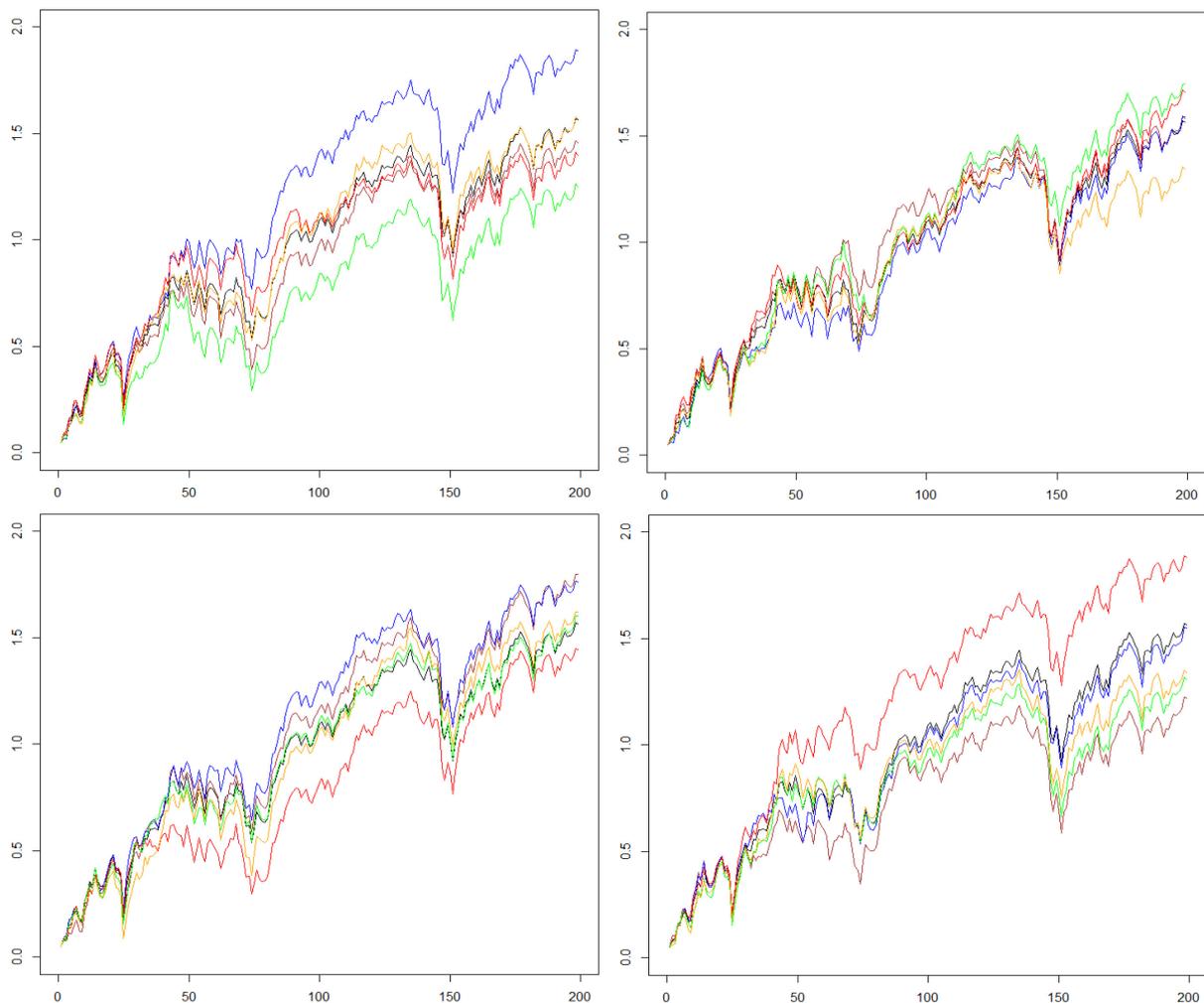


Abbildung 32

Pro Versuch wurden fünf zufällige Portfolios aufgezeichnet und zum Vergleich das naive Portfolio, das durch den schwarzen Grafen zu erkennen ist. Abbildung 32 enthält vier Bilder, die für vier hintereinander durchgeführte Versuche stehen und mit dem Datensatz der Indizes erstellt wurden. Links oben sieht man, dass das blaue Portfolio weit über den anderen liegt, das grüne dagegen deutlich darunter. Das Bild rechts oben hat kaum Ausreißer. Analysiert man alle vier Bilder, so kann man sagen, dass die Entwicklung in (fast) allen Fällen ähnlich wie beim naiven Portfolio ist. Vergleicht man die Ergebnisse mit Abbildung 12 (S.30) sieht man, dass es kaum einen Unterschied zu den optimierten Portfolios gibt.

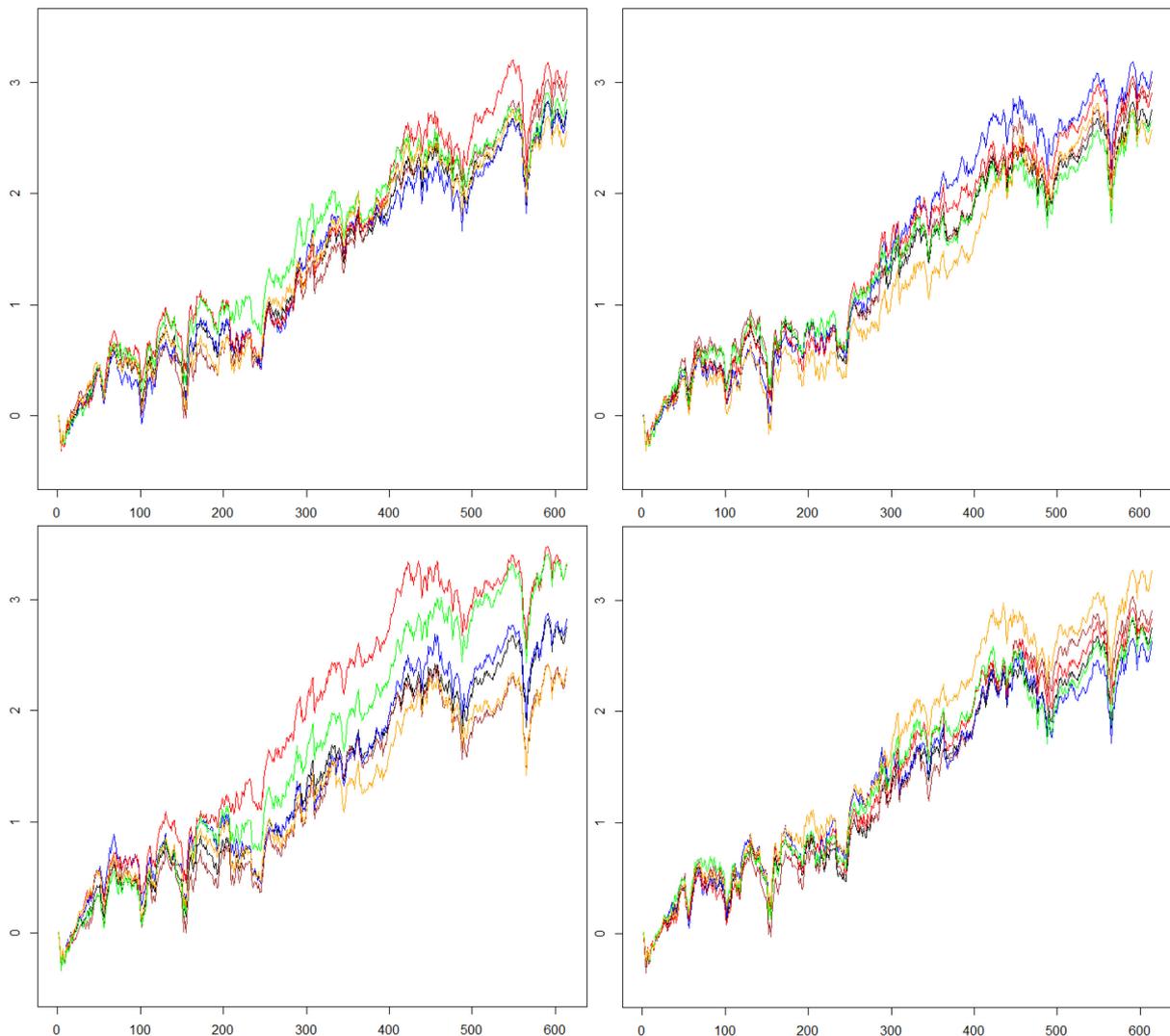


Abbildung 33

Abbildung 33 zeigt denselben Versuch nur mit dem Datensatz der Unternehmen. Auch hier kann man keine Ausreißer erkennen. Bei 20 gewürfelten Portfolios haben drei ein deutlich

besseres Ergebnis als das naive Portfolio. In den anderen Fällen ist die Entwicklung nahezu ident. Zu sehen sind auch keine großen Kurseinbrüche, wie bei den optimierten Portfolios. Durch die sich ständig ändernden Gewichte ist der Effekt der Diversifikation auch hier erkennbar. Offensichtlich ist es über eine längere Zeitperiode wichtiger eine breite Streuung im Investment zu haben, als auf eine hohe Rendite abzielen. Das Risiko ist bei zufälligen bzw. bei gleichgewichteten Portfolios definitiv niedriger als bei optimierten Portfolios.

3.4. Kritik

Um die Bilder zu produzieren, die in dieser Arbeit dargestellt sind, musste eine Auswahl der Konfiguration gemacht werden. Es ist nie möglich jedes Szenario mit jeder Setupvariation durchzuspielen und am Ende noch in einer Arbeit festzuhalten. Es liegt in der Natur der Sache, dass in dieser Arbeit nur ein kleiner Ausschnitt der Möglichkeiten präsentiert wurde. Es wurde das Intervall von 42 Monaten gewählt, um die optimalen Portfolios zu berechnen. Andere Intervalle würden andere Ergebnisse liefern. Dasselbe gilt auch für die Target Returns, sowie für die Auswahl der robusten Schätzer und der Datensätze. An diesen Punkten ließe sich die Arbeit noch verändern bzw. die Aussage überprüfen.

4. Fazit

Nachdem man diese Arbeit gelesen und die Testergebnisse gesehen hat, kann man auf die Frage: „Wie ineffizient ist die naive Diversifikation verglichen mit (robusten) Methoden der Portfoliooptimierung nach Markowitz?“ nur antworten, dass die naive Diversifikation eine gleichwertige Alternative zu den (von mir) getesteten Methoden darstellt. Die von Michaud (2008), Levy (2009) und DeMiguel (2009) getroffenen Aussagen über das gleichgewichtete Portfolio wurden bei meinen Tests bestätigt.

Die Idee von Markowitz ist dennoch nicht zu verwerfen, birgt sie ja eine Logik in sich, die man nicht von der Hand weisen kann. Man minimiere das Risiko bei gegebener Rendite oder man maximiere die Rendite bei gegebenem Risiko. Die Frage ist nur, wie welches Risikomaß man an dieser Stelle heranzieht. In Kapitel 2.5 habe ich zwei Alternativen zur Kovarianz bzw. robusten Schätzern der Kovarianz genannt. Copulas und Value at Risk können die Probleme vielleicht beheben. Vor allem nachdem die Ergebnisse mit dem Spearman Schätzer als deutliches Lebenszeichen der Portfoliooptimierung nach Markowitz gedeutet werden können. Interessant ist, dass der Spearman Schätzer hauptsächlich für nicht normalverteilte Daten entwickelt wurde. Der Hauptkritikpunkt an der Theorie von Markowitz ist ja, dass Finanzdaten nicht normalverteilt seien und Kovarianz somit nicht die richtigen Ergebnisse liefern könne. Der Spearman Schätzer bekräftigt auf der einen Seite diese Kritik, liefert aber eine Lösung dafür. Somit kann man festhalten, dass die Idee von Markowitz durchaus richtig ist, die Frage nach der Berechnung der Rendite und des Risikos aber noch hinreichend geklärt werden muss.

Die Hauptaussage dieser Arbeit ist jedoch, dass Diversifikation über längere Zeit stabile und robuste Ergebnisse liefert. Die Kursschwankungen sind verhältnismäßig gering und der Ertrag ist bei allen Versuchen in einem für Investoren vernünftigen Rahmen. Dass die Ergebnisse bei den gewürfelten Portfolios ähnlich wie beim Gleichgewichteten waren, ist eigentlich nicht verwunderlich. Durch die hohe Anzahl an neu gewürfelten Portfolios nähern sich die mittleren Gewichte pro Anlageobjekt $1/N$ an. Umso mehr Zeitperioden man hätte, umso näher wären die Ergebnisse am naiven Portfolio.

Ich schließe mit einem Zitat von Harry M. Markowitz:

„Diversifikation ist an der Börse das Einzige, was umsonst ist.“

5. Literaturverzeichnis

Gaunersdorfer 2011

Gaunersdorfer Andrea, Optimal Portfolio Selection and Risk Diversification, LV: Principles of Finance, WS 2011/12, Slide Set 5

Huang 1988

Huang Chi-fu, Litzenberger Robert H.: Foundations for financial economics, 1988, ISBN: 0-13-500653-8

Johnstone 2013

Johnstone D.J.: The CAPM Debate and the Logic and Philosophy of Finance, 2013, Abacus, Vol. 49

Lagrange-Multiplikator

<http://de.wikipedia.org/wiki/Lagrange-Multiplikator> [04.03.2013]

Leerverkauf

<http://de.wikipedia.org/wiki/Leerverkauf> [03.03.2013]

Levy 2009

Duchin, R., Levy, H.: Markowitz versus the Talmudic portfolio diversification strategies. Journal of Portfolio Management, 2009, Vol. 35, pp. 71–74

DeMiguel 2009

DeMiguel, V., Garlappi, L., Uppal, R.: Optimal versus naive diversification: how inefficient is the 1/N portfolio strategy? Review of Financial Studies, 2009, Vol. 22, pp. 1915–1953

Leydold 2006

Leydold Josef, 2006, http://statmath.wu.ac.at/courses/mmwi-finmath/Aufbaukurs/handouts/handout-3-Portfolio_Management.pdf [05.03.2013]

Lintner 1965

Lintner J.: The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets, 1965, Review of Economics and Statistics, Vol. 47, pp. 13-17

Markowitz 1952

Markowitz Harry M.: Portfolio Selection, The Journal of Finance; Mar 1952; Vol.7, pp. 77-91

Markowitz 1959

Markowitz Harry M.: Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investment, 1959, ISBN: 978-0-300-01372-6

Markowitz 1987

Markowitz Harry M.: Mean-Variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Markets, 1987, ISBN: 1883249759

Markowitz 1999

Markowitz Harry M.: The early history of portfolio theory: 1600-1960, Financial Analysts Journal; Jul/Aug 1999; 55, 4

Michaud 2008

Michaud, R.: Efficient Asset Management: A Practical Guide to Stock Portfolio Optimization and Asset Allocation, 2008, second ed. Oxford University Press, New York.

MM 2010

<http://www.manager-magazin.de/finanzen/alternativegeldanlage/0,2828,728830,00.html> [06.02.2013]

Mossin 1966

- Mossin J.: Equilibrium in a capital asset market, 1966, *Econometrica*, Vol. 34, pp. 768-783
- Pennacchi
<http://www.public.iastate.edu/~shanyang/FS/Pennacchi23> [04.03.2013]
- Perold 2004
 Perold André F.: The Capital Asset Pricing Model, 2004, *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 18, pp. 3-24
- Rousseeuw 2004
 Rousseeuw, P.J., Aelst, S.V., Driessen, K.V., Agullo, J.: Robust multivariate regression, 2004, *Technometrics*, Vol. 46, pp. 293–305
- Sharpe 1964
 Sharpe William F.: Capital Asset Prices: A Theory of market equilibrium under conditions of risk, *The Journal of Finance*, 1964, Vol. 19, pp. 425-442
- Shih 2013
 Shih Yi-Cheng, Chen Sheng-Syan, Lee Cheng-Few, Chen Po-Jung: The evolution of capital asset pricing models, 2013, *Review of Quantitative Finance and Accounting*, Vol. 40
- Smith 2013
 Smith Tom, Walsh Kathleen, Why the CAPM is Half-Right and Everything Else is Wrong, 2013, *Abacus*, Vol. 49
- Speidell 1989
 Speidell Lawrence S., Miller Deborah H., Ullman James R.: Portfolio Optimization: A Primer, *Financial Analysts Journal*; Jan/Feb 1989; 45, 1
- Spiegel 2002
<http://www.spiegel.de/spiegel/print/d-25776794.html> [26.03.2013]
- Szmidt 2010
 Szmidt E., Kacprzyk J.: The Spearman rank correlation coefficient between intuitionistic fuzzy sets, 2010, *Intelligent Systems*, July 2010, pp. 276-280
- Tobin 1958
 Tobin, J.: Liquidity Preference as Behavior Towards Risk, *The Review of Economic Studies*, 1958, Vol. 1, pp. 144-6
- Hicks 1962
 Hicks J.R.: Liquidity, *Economic Journal*, 1962, Vol. 72, pp. 787-802
- Verboven 2003
 Verboven S., Hubert M.: A robust PCR method for high-dimensional regressors, 2003, *Journal of Chemometrics*, Vol.17, pp. 438-452
- Wang 2002
 Wang, N., Raftery, A.: Nearest neighbor variance estimation (nnve): Robust covariance estimation via nearest neighbor cleaning, 2002, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 97, pp. 994–1019
- William Shakespeare
http://www.william-shakespeare.de/kaufmann_von_venedig/kaufmn11.htm
 [02.03.2013]
- Zhou 2010
 Zhou Guofu, Tu Jun: Markowitz meets Talmud: A combination of sophisticated and naive diversification strategies, *Journal of Financial Economics*; 2011; 99, 204-215

Lebenslauf

Bildungsweg

Seit Okt. 2011	Quantitative Economics Master (E) mit Schwerpunkt Finance an der Universität Wien
Mär. 2009 – Jun. 2011	Diplomstudium Lehramt Mathematik und Informatik an der Technischen Universität Wien
Okt. 2004 – Jan. 2009	Diplomstudium Lehramt Mathematik und Informatik an der Universität Salzburg
Okt. 2003 – Mai 2004	Grundwehrdienst im österreichischen Bundesheer
Sep. 1999 – Apr. 2003	ORG Seminar Schloss Bogenhofen (Matura: Juni 2003)
Sep. 1995 – Jul. 1999	Christian-Doppler-Gymnasium in Salzburg
Sep. 1991 – Jul. 1995	Volksschule II in Braunau/Inn

Arbeitserfahrung

Sep. 2011 – Aug. 2012	Lehrer am BG9 Wasagasse
Sep. 2012 – Aug. 2013	Lehrer am GRg10 Laaerbergstraße

Ehrenamtliche Arbeit

Jun. 2012 – Jun. 2013	Gemeindeleiter der Kirche der Siebenten-Tags-Adventisten, Wien Adventhaus
-----------------------	---