



universität
wien

DIPLOMARBEIT

Textaufgaben –
der Schrecken vieler Schülerinnen und Schüler

Verfasserin

Mag. Judith Beatrix MÄDL

angestrebter akademischer Grad

Magistra der Naturwissenschaften (Mag. rer. nat.)

Wien, 2013

Studienkennzahl lt. Studienblatt:

A 190 406 333

Studienrichtung lt. Studienblatt:

Lehramtsstudium UF Mathematik UF Deutsch

Betreuer:

Univ.-Doz. Dr. Günter Hanisch

In Liebe gewidmet...
meinen Kindern – Hansi und Linnéa
meiner Oma – Rosalia Demczuk

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	5
1. Bedeutung der Textaufgaben in Bezug auf den AHS-Lehrplan und die Bildungsstandards.....	8
1.1 AHS-Lehrplan.....	8
1.2 Bildungsstandards	10
2. Eine Studie zur Angst bzw. Freude von Schülerinnen und Schülern an Textaufgaben	11
3. Schwierigkeiten bei der Bearbeitung von Textaufgaben	14
3.1 Verständnisschwierigkeiten	14
3.2 Der multiplikative Umkehrfehler	16
3.3 Der additive Umkehrfehler.....	20
3.4 Weitere Fehler.....	21
4. In eigenen Worten	24
4.1 Mathe-Journale	25
4.2 Erdachte Dialoge	27
5. Weitere Übungsmöglichkeiten bei Textaufgaben – „Umkehraufgaben“ und Multiple Choice.....	31
5.1 „Umkehraufgaben“.....	31
5.2 Multiple Choice bei Textaufgaben	34
6. Lösungsanleitungen für Textaufgaben	36
6.1 Eine Lösungsstrategie von Dieter Baum und Hannes Klein	38
6.2 Tipps zu Textaufgaben in „MatheFit“	41
6.2.1 Tipps zu Textaufgaben in „MatheFit 2“	41
6.2.2 Tipps zu Textaufgaben in „MatheFit 4“	46
6.3 Lösungsanleitungen für Textaufgaben in „Das ist Mathematik“.....	49
6.3.1 Lösungsanleitung für Textaufgaben in „Das ist Mathematik 2“	49
6.3.2 Lösungsanleitung für Textaufgaben in „Das ist Mathematik 3“	52
6.4 Lösungsanleitung für Textaufgaben in „ganz klar: Mathematik 2“	58

6.5	Lösungsanleitungen in „Blickpunkt Mathematik“	61
6.5.1	Merkkasten zu Textaufgaben in „Blickpunkt Mathematik 2“	61
6.5.2	Lösungsanleitung in „Blickpunkt Mathematik 3“	64
6.6	Lösungsanleitung für Textaufgaben in „Lebendige Mathematik 4“	66
7.	Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit Mathematikschularbeitstexten – Erkenntnisse einer Dissertation	68
8.	Leseförderung als Aufgabe aller Unterrichtsfächer – auch der Mathematik	77
8.1	Leseförderung im Mathematikunterricht	80
8.2	Lesen von Texten im Mathematikunterricht	86
8.3	Lesestrategien	91
8.3.1	Lesestrategien nach Leisen	91
8.3.2	Die SQ3R-Methode	95
8.3.3	Selbstreguliertes Lesen bzw. Lernen	97
8.3.4	Anwendungsbeispiele zum Einsatz selbstregulierten Lesens und Lernens bei Textaufgaben.	104
8.3.5	Der Sinn des systematischen Trainings von Lesestrategien	114
8.4	Erkenntnisse der Lesbarkeitsforschung	115
	Schlussworte	117
	Abbildungsverzeichnis	120
	Literaturverzeichnis	122

Vorwort

In etlichen Nachhilfestunden, aber auch bei meinem eigenen Sohn musste ich immer wieder feststellen, wie schwer es vielen Schülerinnen und Schülern fällt, Textaufgaben zu bearbeiten. Es fällt ihnen nicht nur schwer, oft entwickelt sich eine regelrechte Aversion oder gar Angst gegenüber diesen Aufgaben. Kaum eine Textaufgabe vor Augen, stellt sich praktisch automatisch eine Abwehrhaltung ein. Woran liegt das? Wie kann man dem entgegenwirken?

Aufgrund dieser Beobachtungen habe ich es mir zum Ziel gesetzt herauszuarbeiten, mit welchen Schwierigkeiten Schülerinnen und Schüler bei Textaufgaben konfrontiert sind und welche Möglichkeiten es gäbe, diesen entgegenzuwirken.

Insbesondere war es mir ein Anliegen, den Fokus dabei nicht auf rechnerische Unzulänglichkeiten, sondern auf mangelhafte Umsetzung des Textes zu legen.

Darin liegt auch eine Chance auf eine sonst oft nicht leicht zu bewerkstellende Kooperation zwischen den Unterrichtsfächern Deutsch und Mathematik. Sei es durch fächerübergreifende Maßnahmen oder durch Integration von Methoden in den Mathematikunterricht, die sonst eher im Deutschunterricht Platz haben (sollten). Diesbezüglich wurden in dieser Arbeit besonders Methoden betrachtet, die der Bearbeitung von Sachtexten dienen, und deren mögliche Adaption für Textaufgaben hinterfragt sowie Anwendungsbeispiele hierzu vorgestellt.

Zu Beginn war mir aber zunächst eine Verortung der Bedeutung von Textaufgaben im Lehrplan bzw. bezüglich der Bildungsstandards wichtig. Demzufolge wurde herausgearbeitet, welchen Stellenwert Textaufgaben darin haben.

Die Autoren der PISA-Studie fordern eine „konsequente Leseförderung in allen Unterrichtsfächern und Schularten“¹, um eine Kompetenzsteigerung zu erreichen. Somit ist auch der Mathematikunterricht gefordert und speziell Textaufgaben bieten

¹ Ruch, Hermann (Hrsg.): ProLesen. Auf dem Weg zur Leseschule. Leseförderung in den gesellschaftswissenschaftlichen Fächern. Aufsätze und Materialien aus dem KMK-Projekt „ProLesen“. 2. Aufl. Donauwörth: Auer 2011, S. 5.

sich an, dieser Forderung gerecht zu werden. Man könnte also von einer Sprachförderung im Mathematikunterricht mittels Textaufgaben sprechen.

Im Zuge dieser Arbeit wurden verschiedene Ideen entwickelt, wie man Probleme im Umgang mit Textaufgaben angehen, wie man sie minimieren könnte, mit welchen Maßnahmen Verbesserungen erzielt werden könnten, wie man mittels eines kreativen Umgangs mit Textaufgaben die Berührungängste verringern und das Verständnis erhöhen könnte. Es hätte den Rahmen dieser Arbeit gesprengt, diese Ideen auch mithilfe von Schülerinnen und Schülern auszuprobieren und eingehender auf ihre Tauglichkeit zu prüfen bzw. herauszufinden, welche der vorgestellten Ideen am ertragreichsten ist. Vielleicht ergibt sich daraus aber auch die Möglichkeit für andere Studentinnen oder Studenten, sich einer diesbezüglichen Feldforschung anzunehmen, was sehr begrüßenswert wäre.

Des Weiteren habe ich unter die Lupe genommen, welche Anleitungen bzw. Hilfestellungen unterschiedliche Lehrbücher im Zusammenhang mit Textaufgaben bieten. Diese wurden einer kritischen Beurteilung unterworfen und ihre Nützlichkeit hinterfragt.

An dieser Stelle möchte ich auch noch einigen Menschen meinen Dank aussprechen. Allen voran meinen zwei Kindern, die mich in den letzten beiden Semestern besonders viel entbehren mussten, da ich mir den Abschluss gleich zweier Studien zum Ziel gesetzt hatte, was eine große Herausforderung – für alle – darstellte. Es war wirklich nicht einfach für mich, meine Kinder so sehr „vernachlässigen“ bzw. so viel „abgeben“ zu müssen, was hier noch einmal in aller Deutlichkeit gesagt sein soll. Diesbezüglich gilt mein Dank auch besonders meinem Mann, meinen Eltern und Schwiegereltern, die immer wieder die Betreuung der Kinder übernommen und mich auch anderweitig unterstützt haben.

Meinen Eltern danke ich für die Unterstützung und den Glauben an mich von klein auf. Dies gilt ebenso für meine Großeltern, allen voran für meine Oma, die mir von Geburt an zur Seite stand, mich hegte und pflegte, sich stets stolz über mich und meine Leistungen zeigte – auch heute noch. Sie war immer wie eine zweite Mutter für mich. Wenn sie auch jetzt, im hohen Alter, der Demenz geschuldet manchmal

nicht mehr richtig „zuordnen“ kann, welche Verwandtschaftsbeziehungen uns verbinden, so spürt man doch stets noch die innige Verbindung zwischen uns beiden, die sich nicht zuletzt in der Freude äußert, die sie jedes Mal ausstrahlt, wenn ich sie besuche. Danke für alles, Oma! Wie gerne hätte ich sie bei einer der Sponsionen dabei gehabt, sozusagen als Ernte der Früchte ihrer Bemühungen um und für mich, doch das wird ihr leider verwehrt bleiben. Daher habe ich beschlossen, ihr zumindest diese Arbeit zu widmen.

Zum Abschluss möchte ich noch herzlich meinem Betreuer Univ.-Doz. Dr. Günter Hanisch danken, der sich durch besondere Geduld ausgezeichnet hat, da ich der anderen Diplomarbeit aus diversen Gründen Vorrang geben musste, was er mir aber zu keinem Zeitpunkt übel nahm. Dies weiß ich sehr zu schätzen. Seine ermutigende Lockerheit und seine Weisheit, mich von zu gewagten Themen abzubringen, verdienen meinen besonderen Dank. Herzlichen Dank für alles!

1. Bedeutung der Textaufgaben in Bezug auf den AHS-Lehrplan und die Bildungsstandards

1.1 AHS-Lehrplan

Die Wichtigkeit von Textaufgaben für den Mathematikunterricht zeigt sich im Lehrplan an mehreren Stellen.

Nicht zuletzt ist im Lehrplan für Mathematik für die Unterstufe der AHS unter den Beiträgen zu den Bildungsbereichen vom „Umsetzen von Texten in mathematische Handlungen“ und vom „Konzentrieren von Sachverhalten in mathematische Formeln“ als Beitrag zum Bildungsbereich „Sprache und Kommunikation“ die Rede.² Auch die Bedeutung von „lebensweltlichen Fragestellungen“³ wird betont, die „Nützlichkeit der Mathematik in verschiedenen Lebens- und Wissensbereichen“⁴ soll erlebt werden, was insbesondere in Textaufgaben zum Tragen kommt. Ebenso sind es gerade die Textaufgaben, die die im Lehrplan geforderten Querverbindungen⁵ zu anderen Unterrichtsfächern ermöglichen. Wie später gezeigt wird, sind diesbezüglich sogar fruchtbringende Vernetzungen mit dem Unterrichtsfach Deutsch möglich.

Welche Bedeutung Textaufgaben innehaben, verdeutlicht auch der Lehrplan-Punkt „Lesen mathematischer Texte, Fachsprache“, in welchem der Umgang mit mathematischen Texten ab der 1. Klasse verlangt wird.⁶ Textaufgaben bieten sich regelrecht dazu an, sich von Beginn an auch im Mathematikunterricht mit Texten zu befassen und das geforderte eigenständige „Erarbeiten aus Musterbeispielen und Erklärungstexten“⁷ zu bewerkstelligen.

² <http://www.bmukk.gv.at/medienpool/789/ahs14.pdf>, S. 2, eingesehen am 17.04.2013.

³ <http://www.bmukk.gv.at/medienpool/789/ahs14.pdf>, S. 2, eingesehen am 17.04.2013.

⁴ <http://www.bmukk.gv.at/medienpool/789/ahs14.pdf>, S. 3, eingesehen am 17.04.2013.

⁵ <http://www.bmukk.gv.at/medienpool/789/ahs14.pdf>, S. 3, eingesehen am 17.04.2013.

⁶ <http://www.bmukk.gv.at/medienpool/789/ahs14.pdf>, S. 3, eingesehen am 17.04.2013.

⁷ <http://www.bmukk.gv.at/medienpool/789/ahs14.pdf>, S. 3, eingesehen am 17.04.2013.

„Aufgabenstellungen sind so zu wählen, dass sie in verständlicher Sprache und übersichtlicher Form abgefasst sind [...]“⁸ – ein Punkt, dem man besonders in Hinblick auf Textaufgaben Beachtung schenken sollte. Einer Altersadäquatheit der Sprache ist unbedingt Rechnung zu tragen, da eine für die jeweilige Altersstufe nicht bzw. nur schwer verständliche Sprache die Hemmungen bezüglich der Textaufgaben nur intensiviert. Die Rücksichtnahme auf die sprachliche Gestaltung sollte jedoch nicht übertrieben werden, denn das Erlernen der Fachsprache ist ebenso wichtig. Darauf wird in einem späteren Kapitel noch näher eingegangen.

Die Übersichtlichkeit sollte in Bezug auf Textaufgaben ebenfalls nicht übertrieben werden, sodass die Schülerinnen und Schüler die für die Rechnung zu entnehmenden Daten nicht durch Hervorhebungen oder dergleichen auf dem „Präsentierteller serviert“ bekommen, sondern diese durch eigenständige Leistung aus dem Text herausarbeiten.

Die erwünschten „praxisorientierten Aufgaben unter dem Aspekt der Modellbildung“⁹, die nach Möglichkeit auch fächerübergreifende Elemente beinhalten sollen, sind besonders gut in Textaufgaben umzusetzen. Hier tut sich ein reiches Feld an Bearbeitungsmöglichkeiten auf. Auch in der Oberstufe ist dieser Punkt von Bedeutung.¹⁰

Vor allem in der 1. und 2. Klasse der AHS soll in den Gebieten „Arbeiten mit Maßen und Zahlen“ sowie „Arbeiten mit Variablen“ der Grundstock für einen sicheren Umgang mit diesen in „Sachverhalten“ auch für die späteren Jahren gelegt werden.¹¹

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die Bedeutung von Textaufgaben im Lehrplan tief verankert ist.

⁸ <http://www.bmukk.gv.at/medienpool/789/ahs14.pdf>, S. 4, eingesehen am 17.04.2013.

⁹ <http://www.bmukk.gv.at/medienpool/789/ahs14.pdf>, S. 4, eingesehen am 17.04.2013.

¹⁰ http://www.bmukk.gv.at/medienpool/11859/lp_neu_ahs_07.pdf, S. 2, eingesehen am 17.04.2013.

¹¹ <http://www.bmukk.gv.at/medienpool/789/ahs14.pdf>, S. 5-6, eingesehen am 17.04.2013.

1.2 Bildungsstandards

Im Rahmen der Bildungsstandards sind Textaufgaben zum Kompetenzbereich „H1: Darstellen, Modellbilden“ zu zählen. Dieser ist wie folgt formuliert:

„Darstellen meint die Übertragung gegebener mathematischer Sachverhalte in eine (andere) mathematische Repräsentation bzw. Repräsentationsform.

Modellbilden erfordert über das Darstellen hinaus, in einem gegebenen Sachverhalt die relevanten mathematischen Beziehungen zu erkennen (um diese dann in mathematischer Form darzustellen), allenfalls Annahmen zu treffen, Vereinfachungen bzw. Idealisierungen vorzunehmen u. Ä.

Charakteristische Tätigkeiten sind z. B.:

- *alltagssprachliche Formulierungen in die Sprache/Darstellung der Mathematik übersetzen*
- *einen gegebenen mathematischen Sachverhalt in eine andere Darstellungsform (tabellarisch, grafisch, symbolisch/Rechnersyntax) übertragen; zwischen Darstellungen oder Darstellungsformen wechseln*
- *Zeichnungen (mit Lineal oder Freihandskizze) einfacher geometrischer Figuren und Körper anfertigen*
- *problemrelevante mathematische Zusammenhänge identifizieren und mathematisch darstellen*
- *geeignete mathematische Mittel (Begriffe, Modelle, Darstellungsformen, Technologien) und Lösungswege auswählen*
- *aus bekannten (z. B. auch elektronisch verfügbaren) mathematischen Modellen neue Modelle entwickeln (modulares Arbeiten)¹²*

Alle diese genannten Tätigkeiten können Teil der Bearbeitung einer Textaufgabe sein. Daraus und aus der Definition des Modellbildens lässt sich schließen, dass anhand von Textaufgaben ein zentraler Kompetenzbereich der Bildungsstandards trainiert werden kann.

Selbstverständlich tangieren Textaufgaben auch die anderen Kompetenzbereiche, jedoch ist der Kompetenzbereich H1 der für Textaufgaben zentrale und für diese Arbeit bedeutende.

Im Zusammenhang mit der Sprachförderung (auf diese wird später noch näher eingegangen), die auch im Mathematikunterricht stattfinden soll, kommen weiters die Kompetenzbereiche H3 (Interpretieren) und H4 (Argumentieren, Begründen) zum Tragen.

¹² https://www.bifie.at/system/files/dl/bist_m_sek1_kompetenzbereiche_m8_2013-03-28.pdf, eingesehen am 10.06.2013.

Daraus lässt sich erkennen, dass Textaufgaben auch im Zusammenhang mit den Bildungsstandards von großer Bedeutung sind.

2. Eine Studie zur Angst bzw. Freude von Schülerinnen und Schülern an Textaufgaben

Textaufgaben scheinen den Schülerinnen und Schülern eine größere Komplexität an Fähigkeiten abzufordern. Bei diesen Aufgaben geht es nicht darum, bereits in mathematischer Formalsprache gegebene Rechnungen auszuführen, sondern die Schülerin bzw. der Schüler muss erst herausfiltern, was gegeben, was gesucht, welche Informationen der Angabe in Hinblick darauf überhaupt relevant sind, und schließlich muss sie bzw. er sich für eine Vorgehensweise entscheiden, um an eine Lösung zu kommen.¹³ Es sind also mehrere Voraussetzungen zu erfüllen, bevor man das eigentliche Rechnen in Angriff nehmen kann, ja bevor ein Rechnen überhaupt möglich ist.

Gleichzeitig wohnt Textaufgaben grundsätzlich aber ein größerer Alltagsbezug inne, was das Interesse und die Motivation der Schülerinnen und Schüler stärker als z.B. reine Rechenaufgaben aktivieren kann.¹⁴

Was steht nun für Schülerinnen und Schüler in Bezug auf Textaufgaben im Vordergrund – der größere Aufwand bei der Bearbeitung oder das spannendere, ansprechendere Setting? Welchen Status nehmen Textaufgaben gegenüber reinen Rechenaufgaben ein?

Der Frage, was nun mehr Angst bzw. Freude hervorruft – Textaufgaben oder Rechenaufgaben (Kalkülaufgaben) –, widmeten sich Anne C. Frenzel, Simone Jullien und Reinhard Pekrun in einer empirischen Studie, für die 2409 Schülerinnen und

¹³ Siehe Frenzel, Anne C., Simone Jullien und Reinhard Pekrun: Thomas hat 60 Euro gespart... oder $\frac{1}{4}x + 60 = x$. Freude und Angst beim Bearbeiten von Text- und Rechenaufgaben. – In: mathematik lehren 135. Friedrich Verlag 2006, S. 57.

¹⁴ Siehe Frenzel, Anne C., Simone Jullien und Reinhard Pekrun: Thomas hat 60 Euro gespart... oder $\frac{1}{4}x + 60 = x$. Freude und Angst beim Bearbeiten von Text- und Rechenaufgaben. – In: mathematik lehren 135. Friedrich Verlag 2006, S. 57.

Schüler der 7. Jahrgangsstufe mittels Fragebogen befragt wurden, deren Ergebnis die Leiter der Studie 2006 in „mathematik lehren“ (Heft 135) präsentierten. Diese brachte das den im Artikel ebenfalls beschriebenen Reaktionen im Unterricht gegenläufige Ergebnis, dass sowohl bei Buben als auch bei Mädchen die Freude an Textaufgaben größer ist als jene an Rechenaufgaben, ebenso ist die Angst vor Textaufgaben geringer als jene vor Rechenaufgaben. Während sich die Angst bei besseren Schülerinnen und Schülern betreffend Text- bzw. Rechenaufgaben in etwa die Waage hält, ist diese bei schlechteren Schülerinnen und Schülern bei Rechenaufgaben deutlich massiver, was insofern überraschend ist, als dass zu erwarten gewesen wäre, dass ohnehin schwächere Schülerinnen und Schüler die zusätzliche Einbettung in einen Text nur noch mehr verunsichert.¹⁵

In Hinblick darauf, Textaufgaben als Basis des Modellierens anzusehen, ist dieses ein höchst erfreuliches Ergebnis. Ist der besagte Schrecken betreffend Textaufgaben unter Schülerinnen und Schülern doch nicht in dem Ausmaß gegeben, wie anzunehmen ist? Wie erklärten sich die Autorinnen und der Autor das Resultat ihrer Studie?

Diese vermuten im Unterricht eine Einordnung der Textaufgaben in die Kategorie „schwierig“, was die ablehnenden Äußerungen betreffend Textaufgaben im Unterricht auslöst. Der Alltagsbezug der Textaufgaben scheint einigen Schülerinnen und Schülern die Lösungsfindung spontaner zugänglich zu machen, wohingegen die Symbolsprache der Mathematik beim bloßen Anblick abschreckend wirken kann, auch wenn Text- und Rechenaufgabe von der Anforderung her gleich schwierig sind.¹⁶

Die Autoren empfehlen den vermehrten Einsatz von Textaufgaben im Unterricht, v.a. beim Üben, und betonen dabei, derartige Aufgaben nicht nur als „schwierige Kür“ einzusetzen. Zu achten sei dabei auf die bereits erwähnte einfache Sprache und das

¹⁵ Siehe Frenzel, Anne C., Simone Jullien und Reinhard Pekrun: Thomas hat 60 Euro gespart... oder $\frac{1}{4}x + 60 = x$. Freude und Angst beim Bearbeiten von Text- und Rechenaufgaben. – In: mathematik lehren 135. Friedrich Verlag 2006, S. 58.

¹⁶ Siehe Frenzel, Anne C., Simone Jullien und Reinhard Pekrun: Thomas hat 60 Euro gespart... oder $\frac{1}{4}x + 60 = x$. Freude und Angst beim Bearbeiten von Text- und Rechenaufgaben. – In: mathematik lehren 135. Friedrich Verlag 2006, S. 58-59.

Vermeiden von „ablenkenden Informationen“¹⁷, wobei ich diesbezüglich der Ansicht bin, dass auch dies sehr wohl trainiert werden soll – wichtige von unwichtigen Informationen zu unterscheiden. Auch zur Fachsprache sollte schrittweise hingeführt werden. Dies soll natürlich aufbauend erfolgen und es sollen nicht gleich zu Beginn komplexe Fragestellungen herangezogen werden, die verwirrend, demotivierend und damit abschreckend wirken. Eine sich steigernde Auseinandersetzung mit der Thematik „Welche Daten brauche ich, um an die Lösung zu kommen? Welche kann ich getrost vernachlässigen?“ scheint meines Erachtens als sinnvoll. Ebenso sinnvoll erachte ich den Einsatz von „Streichaufgaben“, wie sie in manchen Volksschulmathematiklehrbüchern vorkommen (aber durchaus auch in ähnlicher Form in AHS-Lehrbüchern, siehe Kapitel 6.5), bei denen die Schülerinnen und Schüler erkennen sollen, welche Aufgaben aufgrund der gegebenen Informationen nicht lösbar bzw. nicht sinnvoll sind.

Meine Haltung gegenüber dem Vermeiden von „ablenkenden Informationen“ ist also eine kritische. Mag diese Vermeidungshaltung in der Einführungsphase der jeweiligen Thematik wichtig sein und ihre Berechtigung haben, ist es darüber hinausgehend sogar als späteres Lernziel anzusehen, ebendiese „ablenkenden Informationen“ als solche zu erkennen. Meiner Ansicht nach handelt es sich hierbei gar um ein fächerübergreifendes Lernziel, Wichtiges von Unwichtigem unterscheiden zu können, in der Lage zu sein, Texten die relevanten Aspekte zu entnehmen. Dies ist auch ein wichtiger Punkt im Rahmen der Auseinandersetzung mit Sachtexten. Auch Fachsprache sollte meines Erachtens nicht gänzlich vermieden, sondern in zunehmendem Ausmaß eingesetzt, geübt und gefestigt werden.

Frenzel, Jullien und Pekrun raten zu einer schrittweisen Einführung schwierigerer Textaufgaben, bei denen eben angesprochenes Herausfiltern relevanter Informationen als „komplexe Fähigkeit“ gefordert wird, und dazu, solche nur als „schwierigere Kür“ anzusehen.¹⁸

¹⁷ Siehe Frenzel, Anne C., Simone Jullien und Reinhard Pekrun: Thomas hat 60 Euro gespart... oder $\frac{1}{4}x + 60 = x$. Freude und Angst beim Bearbeiten von Text- und Rechenaufgaben. – In: mathematik lehren 135. Friedrich Verlag 2006, S. 59.

¹⁸ Siehe Frenzel, Anne C., Simone Jullien und Reinhard Pekrun: Thomas hat 60 Euro gespart... oder $\frac{1}{4}x + 60 = x$. Freude und Angst beim Bearbeiten von Text- und Rechenaufgaben. – In: mathematik lehren 135. Friedrich Verlag 2006, S. 59.

Wirft diese Studie nun meine ganze geplante Arbeit über den Haufen? Bereiten Textaufgaben doch weniger Probleme, als man allseits hört?

Mag die Freude an Textaufgaben auf diese Studie Bezug nehmend größer sein als vermutet, bedeutet dies jedoch noch lange nicht, dass dadurch auch die Schwierigkeiten eliminiert wären, die sie vielen bereiten. Aufgrund dessen wird im Folgenden auf die in einigen Studien erarbeiteten Schwierigkeiten von Schülerinnen und Schülern im Umgang mit Textaufgaben bzw. mathematischen Texten eingegangen.

3. Schwierigkeiten bei der Bearbeitung von Textaufgaben

3.1 Verständnisschwierigkeiten

„Für die überwältigende Mehrheit der Schüler hat eine mathematische Fragestellung – ganz egal welche – keinerlei Sinn. Und das betrifft nicht etwa nur ihre ‚Lösung‘ – falls sie jemals gelöst wird –, nein, bevor sie überhaupt formuliert wird, ist die Frage bereits allen Sinns beraubt.“¹⁹

Als grundlegendes Problem bei der Bearbeitung von Textaufgaben können sich mangelnde Vorkenntnisse zur gegebenen Thematik erweisen. Daniela Eder erwähnt in ihrer Diplomarbeit als Beispiel die Begriffe „Nettopreis“, „Bruttopreis“ und „Mehrwertsteuer“, ohne deren Verständnis (sowohl hinsichtlich der Bedeutung als auch des Zusammenhangs) eine Aufgabe, die diese Begriffe beinhaltet, nicht gelöst werden kann. Als Beispiel nennt sie: *„Der Nettopreis einer Ware beträgt 140 DM. Man berechne den Bruttopreis bei 20% Mehrwertsteuer!“*²⁰ Dem ist entgegenzuhalten, dass derartige Aufgaben wohl kaum ohne vorangegangene Einführung in die Thematik im Unterricht eingesetzt werden.

¹⁹ Baruk, Stella: Wie alt ist der Kapitän? Über den Irrtum in der Mathematik. Basel/Boston/Berlin: Birkhäuser 1989, S. 31.

²⁰ Eder, Daniela: Schülerschwierigkeiten bei Textaufgaben mit Gleichungen in der Unterstufe. Diplomarbeit. Wien 2008, S. 22.

Anders verhält es sich mit der Verwechslung von mathematischen Begriffen, die Daniela Eder anhand eines Beispiels ebenfalls erwähnt. So kam es seitens der Schülerinnen und Schüler beim Ausfüllen ihres Fragebogens mehrmals zur Verwechslung der Begriffe „Division“ und „Differenz“²¹, also von Begriffen, die sich auf keine konkrete Thematik beziehen, sondern themenübergreifend „allgemeingültig“ sind. „Differenz“ ist ein Ausdruck, der auch in der Alltagssprache häufig auftritt und dessen dortige grundsätzliche Bedeutung („Unterschied“) auch für den Umgang in mathematischem Umfeld Gültigkeit hat. Jedoch ist der Begriff in der Mathematik enger gefasst und hat ein anderes Begriffsumfeld als in der Alltagssprache.

„Umgangs- und Fachsprache“ erfahren im Mathematikunterricht ein „rege[s] Wechselspiel“²², demzufolge muss es Ziel sein, diese verbinden, aber gegebenenfalls auch auseinanderhalten zu können und falsche Interferenzen zu vermeiden. Die Umgangssprache bietet hinsichtlich der Bedeutungen meist einen größeren Spielraum als die Fachsprachen.²³

Die Sicherheit im Umgang mit mathematischen und/oder fremdsprachlichen Ausdrücken scheint also oft nicht in gewünschtem bzw. gedachtem Ausmaß gegeben zu sein.

Aber nicht nur einzelne Begriffe, sondern auch alleine der Aufbau eines Textes kann einer Schülerin/einem Schüler das Verständnis verwehren.

Genau genommen handelt es sich bei all dem aber um keine mathematischen Probleme. Dennoch liegt genau hier der Punkt, der für diese Arbeit von besonderem Interesse ist, da mangelndes bzw. falsches Textverständnis letztendlich die Unmöglichkeit einer richtigen Lösung zur Folge hat.

²¹ Eder, Daniela: Schülerschwierigkeiten bei Textaufgaben mit Gleichungen in der Unterstufe. Diplomarbeit. Wien 2008, S. 68.

²² Barzel, Bärbel; Carola Ehret: Mathematische Sprache entwickeln. – In: mathematik lehren 156. Friedrich Verlag 2009, S. 4.

²³ Barzel, Bärbel; Carola Ehret: Mathematische Sprache entwickeln. – In: mathematik lehren 156. Friedrich Verlag 2009, S. 4.

So beobachtete auch Daniela Eder im Rahmen ihrer Untersuchung, dass die Schülerinnen und Schüler oft große Probleme mit dem Textverständnis oder der Wiedergabe der Texte mit eigenen Worten hatten und häufig kaum in der Lage waren, den Texten die für die Aufstellung einer Gleichung relevanten Informationen zu entnehmen.²⁴ Daniela Eder sieht in diesem Bereich sogar den größten Problembereich im Umgang mit Textaufgaben und den größten Nachholbedarf für den Mathematikunterricht.²⁵

Ein Grund mehr, genau hier anzusetzen und nach Möglichkeiten zu suchen, diesen Umstand zu ändern.

3.2 Der multiplikative Umkehrfehler

Rosnick und Clement sowie Lochhead bestätigten 1980 anhand einer Untersuchung unter Studentinnen und Studenten einerseits sowie unter Lehrerinnen und Lehrern und Universitätsprofessorinnen und Universitätsprofessoren andererseits einen häufig auftretenden Fehler, mit dem sich im Jahr zuvor schon Clement und Kaput befasst hatten, indem sie genannte Versuchspersonen folgende Aufgabe lösen ließen:²⁶

„Es sei S die Anzahl der Studenten und P die Anzahl der Professoren an einer Universität. Auf einen Professor kommen 6 Studenten. Drücken Sie die Beziehung zwischen S und P durch eine Gleichung aus!“²⁷

Etwa 40% der Befragten lösten diese Aufgabe falsch – fast ausnahmslos mit demselben Fehler. Sie gaben

$$P = 6S$$

statt der richtigen Lösung

²⁴ Eder, Daniela: Schülerschwierigkeiten bei Textaufgaben mit Gleichungen in der Unterstufe. Diplomarbeit. Wien 2008, S. 66.

²⁵ Eder, Daniela: Schülerschwierigkeiten bei Textaufgaben mit Gleichungen in der Unterstufe. Diplomarbeit. Wien 2008, S. 69.

²⁶ Malle, Günther: Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg & Sohn 1993, S. 93.

²⁷ Malle, Günther: Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg & Sohn 1993, S. 93.

$$S = 6P$$

zur Antwort.

Auch Untersuchungen in anderen Ländern brachten ähnliche Ergebnisse.²⁸

Rosnick und Clement nahmen sich einiger der irregegangenen Versuchspersonen an und unterwiesen sie ausführlich unter Zuhilfenahme unterschiedlicher Maßnahmen, um sie im Anschluss mit Hilfe einer anderen ähnlichen Aufgabe neuerlich zu testen. Diese neuerliche Testung hatte zum Ergebnis, dass trotz intensiver Auseinandersetzung mit der speziellen Thematik weiterhin 80% der Testpersonen, die schon beim ersten Test oben genanntem Fehler aufgesessen waren, diesen neuerlich begingen. Dieser Fehlertypus scheint demnach ein tief verankerter zu sein, der nicht durch ein paar bloße Erklärungen auszumerzen ist. Unterstrichen wird diese Vermutung zusätzlich dadurch, dass auf den Fehler hingewiesene Testpersonen auf ihrer falschen Lösung beharrten und diese verteidigten, einer Korrektur regelrecht abwehrend gegenüberstanden. Ein bloßes Versehen ist folglich auszuschließen.²⁹

Auch eine vermutete Verwirrung durch die verwendeten Variablen P und S kann ausgeschlossen werden, da Untersuchungen, bei denen anstelle von P und S die Buchstaben X und Y oder Sonstiges verwendet wurden, zu vergleichbaren Ergebnissen führten.³⁰

Interessant ist auch das Ergebnis einer anderen Studie (Seeger), wo der Großteil der untersuchten Schülerinnen und Schüler trotz falsch aufgestellter Formel bei Zahlenbeispielen zur richtigen Lösung kam.³¹

Worin kann nun die Ursache für das häufige Auftreten dieses Fehlers liegen?

²⁸ Malle, Günther: Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg & Sohn 1993, S. 93-95.

²⁹ Malle, Günther: Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg & Sohn 1993, S. 94-95.

³⁰ Malle, Günther: Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg & Sohn 1993, S. 95.

³¹ Malle, Günther: Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg & Sohn 1993, S. 96.

Eine Begründung ließe sich in der Wortstellung des Satzes „Auf einen Professor kommen 6 Studenten.“ finden. Wird P als Abkürzung für „Professor(en)“ gedeutet statt als Anzahl der Professoren und parallel dazu S als „Studenten“ sowie weiters das Gleichheitszeichen als Symbol des Ausdrucks „Auf einen ... kommen“ interpretiert, ergibt sich genau die falsche Lösung $P = 6S$. Dieser simplen Erklärung widersprechen allerdings Untersuchungen, wo die Wortstellung geändert oder mit Bildern operiert wurde und die dennoch zu vergleichbaren Anteilen an falschen Lösungen führten.³²

Davis versuchte 1980 den Umkehrfehler unter Anwendung eines „Zahlenschemas“ und eines „Einheitenschemas“ zu erklären. Betrachtet man C als die Anzahl der Zentimeter und D als jene der Dezimeter, dann ergibt sich $C = 10D$. Wenn nun aber C als Maßeinheit cm und D als Maßeinheit dm angesehen wird, gilt $D = 10C$. Umgemünzt auf das Studenten-Professoren-Beispiel ergibt sich die Erkenntnis, dass man zum richtigen Ergebnis gelangt, wenn S und P als Zahlen aufgefasst werden, dass es jedoch zur falschen Lösung führt, wenn man nach dem „Einheitenschema“ verfährt.³³

Malle hält diesen Erklärungsversuch für zu speziell, es wird wohl kaum jemand bei genanntem Beispiel an Maßeinheiten denken, jedoch beinhaltet er seiner Ansicht nach Entscheidendes, dem er verallgemeinernd nachging.³⁴

Um der Ursache auf den Grund gehen zu können, muss das Problem von vorne aufgerollt werden. Zunächst bedarf es der Einsicht, was beim Übersetzen eines Textes in eine Formel vor sich geht.

Eine direkte, „rezeptartige“ Übersetzung eines Textes ist kaum (allenfalls bei ganz simplen Texten) möglich und wird umso unmöglicher, je komplexer der Text aufgebaut ist. Malle sieht den Weg vom Text zur Formel als Prozess mit mehreren Zwischenschritten, in welchen „kognitive Konstruktionen“ vonstattengehen, die als

³² Malle, Günther: Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg & Sohn 1993, S. 95.

³³ Malle, Günther: Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg & Sohn 1993, S. 96-97.

³⁴ Malle, Günther: Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg & Sohn 1993, S. 97.

„Endprodukt“ zu einer von ihm so genannten „Wissensstruktur“ führen. „Eine Wissensstruktur enthält schematisches, vernetztes Wissen in Bezug auf einen bestimmten Bereich, das unter bestimmten Bedingungen konstruiert wurde und eventuell im Langzeitgedächtnis abgespeichert wird, von wo es wieder abgerufen werden kann“³⁵ und ist als solches rein theoretischer Natur, weswegen es nicht direkt beobachtet werden kann.³⁶

Malle sieht diesen Prozess des Übersetzens eines Textes in eine Formel als dreigliedrigen Vorgang an. Im ersten Schritt erfolgt seitens der Schülerin/des Schülers die Konstruktion einer (oder das Aufrufen einer bereits im Langzeitgedächtnis abgespeicherten) Wissensstruktur, die Malle „konkret-anschauliche Wissensstruktur“ nennt, bestehend aus im Text befindlichen und möglicherweise weiteren hinzugefügten Informationen, denen die Schülerin/der Schüler Relevanz beimisst (Texterfassung). Im folgenden zweiten Schritt nimmt die Schülerin/der Schüler eine Umänderung dieser Struktur hinsichtlich der mathematischen Gegebenheiten vor und gelangt dadurch zu einer „abstrakt-formalen Wissensstruktur“ (mathematische Auffassung und gegebenenfalls Uminterpretation). Im dritten Schritt findet schließlich die Übersetzung dieser Struktur (oder von Teilen darauf) in eine algebraische Formel statt (Übersetzung in mathematische Symbolsprache). Schritt zwei und drei greifen oft ineinander über. Generell kann nur von einem vereinfachten Modell bzw. einer idealisierten Vorstellung des Vorgangs gesprochen werden.³⁷

Schülerinnen und Schüler zeigen besonders im zweiten Schritt Probleme, weswegen sie häufig diesen Schritt überspringen und gleich vom ersten Schritt zu einer Formel übergehen wollen, was grundsätzlich nicht (richtig) gelingt.³⁸

Entscheidend ist, dass sich die Schülerinnen und Schüler von den konkreten Objekten und deren Zusammenhängen loslösen und stattdessen die Anzahlen der

³⁵ Malle, Günther: Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg & Sohn 1993, S. 98.

³⁶ Malle, Günther: Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg & Sohn 1993, S. 97-98.

³⁷ Malle, Günther: Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg & Sohn 1993, S. 98-99.

³⁸ Malle, Günther: Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg & Sohn 1993, S. 99-100.

Objekte in Betracht ziehen. Dieser Schritt muss gelingen, um ein befriedigendes Ergebnis zu ermöglichen. Erschwerend erweist sich hierbei der unbewusste Einsatz des „Entsprechungsschemas“ (Objekte einer Art stehen Objekten anderer Art gegenüber oder entsprechen diesen) bei der Formelaufstellung, das meist nicht einmal als Schema erkannt wird, wodurch die Variablen (in unserem Beispiel P und S) schlicht als Objekte aufgefasst werden.³⁹

3.3 Der additive Umkehrfehler

Oben behandelte multiplikative Umkehrfehler hat auch eine additive Entsprechung, die ebenfalls gehäuft auftritt. Auch dieser kommt vor allem dadurch zustande, dass durch Auslassung des zweiten Schrittes, aufgrund des Mangels an einer abstrakt-formalen Wissensstruktur, ein direkter Übergang zu einer Formel versucht wird, der im Allgemeinen schiefgeht. In Zusammenhang damit bergen Formulierungen wie „älter als“ oder „mehr als“ großes Fehlerpotential, worauf auch Malle anhand zweier Beispiele eingeht.⁴⁰

Daniela Eder hat im Rahmen ihrer Diplomarbeit 353 Schülerinnen und Schüler einen Fragebogen zum Thema Textaufgaben ausfüllen lassen, im Zuge dessen auch Gleichungen aufzustellen waren. Eine klassische Ausformung des additiven Umkehrfehlers zeigte sich dabei bei folgender Aufgabe:

„Ein Viertel einer Zahl ist um 25 größer als ein Fünftel dieser Zahl.“⁴¹

Etwa ein Fünftel (71) der befragten Schülerinnen und Schüler stellte dabei folgende falsche Gleichung auf, die den additiven Umkehrfehler beinhaltet:⁴²

³⁹ Malle, Günther: Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg & Sohn 1993, S. 100-101.

⁴⁰ Malle, Günther: Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg & Sohn 1993, S. 102-103.

⁴¹ Eder, Daniela: Schülerschwierigkeiten bei Textaufgaben mit Gleichungen in der Unterstufe. Diplomarbeit. Wien 2008, S. 42.

⁴² Eder, Daniela: Schülerschwierigkeiten bei Textaufgaben mit Gleichungen in der Unterstufe. Diplomarbeit. Wien 2008, S. 43.

$$\frac{x}{4} + 25 = \frac{x}{5}$$

Offensichtlich wurde „größer als“ gleichgesetzt mit „plus“, wonach „größer als“ unmittelbar mit einer Addition assoziiert wird. Dies lässt auf einen „rezeptartigen“ Umgang mit derartigen Texten schließen, ohne sinnerfassende Herangehensweise an den Text. Anders ist schwer zu erklären, wie eine bereits um 25 größere Zahl durch die Addition von weiteren 25 noch mehr vergrößert wird.

Das bedenklich häufige Auftreten dieses Fehlers verdeutlicht, dass diesbezüglich Handlungsbedarf besteht. Dass aber selbst gezielte Maßnahmen oft wenig fruchten, zeigt sich an oben erwähnter Untersuchung Rosnicks und Clements den multiplikativen Umkehrfehler betreffend, wo trotz zielgerichteter Schulung weiterhin 80% der zunächst Irregegangenen ein weiteres Mal denselben Fehler begingen. Ein Grund, von vornherein das Handtuch zu werfen?

Schwerer zu erklären ist die Umsetzung von „größer als“ als Multiplikation. Etwa 4,5% (16) der teilnehmenden Schülerinnen und Schüler deuteten „um 25 größer als“ als Multiplikation und stellten folgende Gleichung auf.⁴³

$$\frac{x}{4} = 25 \cdot \frac{x}{5}$$

3.4 Weitere Fehler

In jedem von Malle genannten Schritt können Fehler auftreten, auch in mehreren zugleich.

Der erste Schritt stellt meist noch die geringste Fehlerquelle dar. Am ehesten treten hier Sprachprobleme auf. Es kommt beispielsweise zu Uminterpretationen oder zum

⁴³ Eder, Daniela: Schülerschwierigkeiten bei Textaufgaben mit Gleichungen in der Unterstufe. Diplomarbeit. Wien 2008, S. 43.

Hinzufügen zusätzlicher Informationen seitens der Schülerinnen und Schüler, die nicht im Text verankert sind. Malle nennt hierbei als Beispiel den Text „Astrid hat um 5 Briefmarken mehr als Claudia“, welchen eine 11-jährige Schülerin bei einer Untersuchung dahingehend interpretierte, dass Claudia 5 Marken an Astrid abgibt.⁴⁴

Im zweiten Prozessschritt, bei welchem von einer konkret-anschaulichen zu einer abstrakt-formalen Wissensstruktur übergegangen werden soll, besteht die größte Schwierigkeit für Schülerinnen und Schüler „im Übergang von einer Entsprechung konkreter Objekte zu einer Beziehung zwischen Zahlen bzw. Größen, die diesen konkreten Objekten zugeordnet werden“.⁴⁵ Aber auch wenn Schülerinnen und Schüler wissen, dass sie Beziehungen zwischen Größen bzw. Zahlen auffinden müssen, unterlaufen ihnen Fehler, etwa durch die Konstruktion ungeeigneter Zahlenbeziehungen.⁴⁶

Im dritten Schritt schließlich, wo ein Ausdrücken des Sachverhalts in algebraischer Symbolsprache gefragt ist, sind von den Schülerinnen und Schülern sowohl syntaktische als auch semantische Konventionen zu berücksichtigen. Malle geht insbesondere auf die semantischen Konventionen und deren Fehlerquellen ein und unterscheidet hierbei vier Konventionen.⁴⁷

Zunächst die „Objekt-Zahl-Konvention“, die besagt:

„In der elementaren Algebra bedeuten Buchstaben nicht die zugrundeliegenden konkreten Objekte, sondern gewisse diesen Objekten zugeordnete Zahlen (bzw. Größen).“⁴⁸

In Bezug auf die Professoren-Studenten-Aufgabe steht z.B. P eben nicht für einen Professor, sondern für die Anzahl der Professoren, ebenso S nicht für die Studenten,

⁴⁴ Malle, Günther: Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg & Sohn 1993, S. 104.

⁴⁵ Malle, Günther: Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg & Sohn 1993, S. 106.

⁴⁶ Malle, Günther: Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg & Sohn 1993, S. 107.

⁴⁷ Malle, Günther: Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg & Sohn 1993, S. 108.

⁴⁸ Malle, Günther: Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg & Sohn 1993, S. 108.

sondern für die Anzahl der Studenten. Ähnliches tritt bei Schülerinnen und Schülern bei Kartoffeln – Preis der Kartoffeln, Vater – Alter des Vaters u.Ä. auf.⁴⁹

Die „Prozess-Resultat-Konvention“ lautet:

„Ein algebraischer Ausdruck kann sowohl einen Prozeß als auch das Resultat dieses Prozesses darstellen.“⁵⁰

Schülerinnen und Schülern fällt es oft schwer, Ausdrücke wie $x + 4$ als Prozesse aufzufassen, sondern sie sehen sie eher als Rechnungen an, die noch nicht ausgeführt wurden, und anerkennen sie nicht als Namen für Zahlen.⁵¹

Die „Handlungs-Beziehungs-Konvention“ sagt Folgendes aus:

„Ein algebraischer Ausdruck kann sowohl eine Rechenhandlung als auch eine Beziehung zwischen Zahlen (Größen) bedeuten.“⁵²

Hier ist die Problematik ähnlich gelagert wie bei der „Prozess-Resultat-Konvention“. Betrachtet man etwa die Gleichung $S = 6 \cdot P$ aus der Professoren-Studenten-Aufgabe, so verstehen viele Schülerinnen und Schüler $6 \cdot P$ eher als Rechenaufforderung denn als Zahl.

Als Letztes beschreibt Malle die „Konvention der Bedeutungskonstanz“:

„Die Bedeutung von Buchstaben darf innerhalb eines algebraischen Ausdrucks oder eines bestimmten Argumentationskontextes nicht geändert werden.“⁵³

Wenn etwa in einer Aufgabe ein Grundstück dreimal so lang wie breit sein soll, ist die Übersetzung in den Term $3 \cdot l = l$ nicht erlaubt, auch wenn der von Malle beschriebene Schüler die durchaus richtige Auffassung von einem in drei Quadrate unterteilten Rechteck gehabt hat, wobei die Seitenlänge der Quadrate mit l benannt

⁴⁹ Malle, Günther: Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg & Sohn 1993, S. 109.

⁵⁰ Malle, Günther: Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg & Sohn 1993, S. 109.

⁵¹ Malle, Günther: Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg & Sohn 1993, S. 100-110.

⁵² Malle, Günther: Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg & Sohn 1993, S. 110.

⁵³ Malle, Günther: Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg & Sohn 1993, S. 111.

wurde.⁵⁴ Die Übersetzung in die Formalsprache muss dennoch als falsch beurteilt werden.

Dass bei gewissen Aufgaben bzw. bei verschiedenen Unternummern einer Aufgabe ein und dieselbe Variable dennoch für Unterschiedliches stehen kann, dazu mehr in Kapitel 6.2.1.

Eine weitere Fehlerquelle ist, dass viele Schülerinnen und Schüler das Gleichheitszeichen mit einer „Entsprechung“ identifizieren, was u.a. auf einer Verwendung im Alltag in ähnlichem Sinne beruht. Oft – aber nicht immer – bemerken Schülerinnen und Schüler ihren Fehler, wenn sie bei entsprechenden Aufgaben Zahlen einsetzen, etwa bei der Professoren-Studenten-Aufgabe. Das Bemerkten des Fehlers geht aber nicht immer mit dem Begreifen des Irrtums einher, da sie die Korrektur oft unreflektiert in Form eines Mechanismus vornehmen. Dennoch empfiehlt Malle das Zahleneinsetzen als wirksame Kontrollstrategie.⁵⁵

4. In eigenen Worten

Eine Wiedergabe des Textes in eigenen Worten durch die Schülerinnen und Schüler hat oft episodischen Charakter, erfolgt also oft im Rahmen des Erzählens einer Geschichte bzw. eines Handlungsablaufes, was manche Kinder (besonders im Volksschulalter) zum völligen Abschweifen vom Ursprungstext verleitet und dadurch „ungehemmte Assoziationen“ ermöglicht. Dieses Phänomen nimmt jedoch mit dem Alter ab.⁵⁶

„[...] ein genaues Textverständnis [ist] immer das Ergebnis einer aufwendigen Konstruktion [...]. Dabei genügt es bei weitem nicht, dass der Leser die Textinformation in seine eigene Sprache ‚übersetzt‘ (sie paraphrasiert). Ausgehend von der expliziten Textinformation, muss er vielfältige Beziehungen herstellen, und zwar sowohl zwischen einzelnen Textinformationen als auch zwischen Textinformationen und Weltkenntnissen.“⁵⁷

⁵⁴ Malle, Günther: Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg & Sohn 1993, S. 111.

⁵⁵ Malle, Günther: Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg & Sohn 1993, S. 111-113.

⁵⁶ Malle, Günther: Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg & Sohn 1993, S. 105.

⁵⁷ Krammer, Marion von der: Wege zum Text. Sechzehn Unterrichtsmethoden für die Entwicklung der Lesekompetenz. Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren 2004. (= Langer, Günter, Werner Ziesenis (Hrsg.): Deutschdidaktik aktuell. Bd 18), S. 13.

Bezüglich Textaufgaben gibt es einige interessante Methoden, wie man eigene Formulierungen der Schülerinnen und Schüler konstruktiv und kreativ in den Unterricht einbinden kann.

Oft zeigt sich im dritten Schritt, dass den Schülerinnen und Schülern die Fragen „Was soll ein Symbol enthalten?“, „Welche Symbole sollen verwendet werden?“ und „Wie sollen die Symbole angeordnet werden?“ unklar sind. Manchmal kommt es zur Anwendung überflüssiger Symbole.⁵⁸

Letzendlich stellt Malle fest, dass der Schüler/innenphantasie keine Grenzen gesetzt sind und man nie davon ausgehen kann, alle Schwierigkeiten vorweggenommen zu haben.⁵⁹

4.1 Mathe-Journale

Eine mögliche Verbesserung der Umsetzung eines Textes in eine Gleichung könnte eine Verschriftlichung mathematischer Inhalte im Sinne eines „Mathe-Journals“ bringen, wie Erika Bieri es in „mathematik lehren 164“ vorstellt. Wenn bei der Bearbeitung von Textaufgaben im Unterricht vermehrt darauf Wert gelegt wird, dass die Schülerinnen und Schüler die Erkenntnisse in ihren eigenen Worten formulieren und niederschreiben, kann dies zum Ziel haben, dass gewisse Fehler nicht mehr so gehäuft auftreten. Wird etwa im Unterricht die bereits genannte Aufgabe *„Ein Viertel einer Zahl ist um 25 größer als ein Fünftel dieser Zahl.“* behandelt, könnte eine mögliche Schüler/innennotiz dazu folgendermaßen aussehen: „Bei ‚größer als‘ muss ich von der größeren Zahl was abziehen.“ Oder: „Wenn ‚größer als‘ steht, ist das, was danach kommt, kleiner. Also muss ich dort was dazuzählen.“ Hat eine Schülerin/ein Schüler diese Fehlerquelle selbst begriffen und die für sich geeignete Lösung gefunden und schriftlich in eigenen Worten, in „schüler/innengerechter Sprache“ formuliert, steigt die Wahrscheinlichkeit, die Problematik auch in zukünftigen Aufgaben zu erkennen und richtig zu behandeln. „Notizen, welche sie

⁵⁸ Malle, Günther: Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg & Sohn 1993, S. 113.

⁵⁹ Malle, Günther: Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg & Sohn 1993, S. 115.

auf ihre spezifischen Probleme abgestimmt haben, helfen wiederkehrende Probleme anzupacken⁶⁰. Über das dabei oft auftretende „holprige Deutsch“, das Erika Bieri anspricht, kann hinweggesehen werden, da der wesentliche Aspekt darin liegt, das eigentliche Problem zu erfassen, und nicht darin, es möglichst ausgeformt zu formulieren, was möglicherweise erst recht wieder das Gegenteil des Erwünschten, nämlich das fehlende Verständnis, zur Folge hätte.

Der eventuelle größere Zeitaufwand ist nicht außer Acht zu lassen, aber in dieser Hinsicht meiner Ansicht nach zu rechtfertigen, da der Effekt größer ist als die „verlorene“ Zeit.

„Erfahrungen mit dem Einsatz des Forschungsheftes in verschiedenen Jahrgangsstufen zeigen, dass die meisten Schülerinnen nicht nur eine umfangreichere Fachkompetenz gewinnen, sondern ebenfalls Kernkompetenzen wie Problemlösen und Argumentieren intensiver ausbilden. Die Schülerinnen verfolgen ihren eigenen Lernprozess gewissenhaft, wissen die meiste Zeit, wo sie stehen, und können ihre Stärken und Schwächen besser einschätzen. Darüber hinaus geht die beklagte Vergesslichkeitsrate wesentlich zurück.“⁶¹

Erkenntnisse, die für den Einsatz dieser Methode sprechen.

Auch Günther Malle betont die Wichtigkeit der im Unterricht oft vernachlässigten schriftlichen Formulierungen seitens der Schülerinnen und Schüler und besonders auch deren Kontrolle, sieht aber Schwächen bei den „mathematischen Tagebüchern“. Einerseits verhelfen sie den Schülerinnen und Schülern zu einem „persönlichen Zugang zu den mathematischen Inhalten“, jedoch leidet darunter die mathematische Sprache, die dadurch nicht ausreichend erlernt wird. Umso wichtiger wäre dahingehend, wenn diese selbst erstellten Unterlagen von den Lehrpersonen regelmäßig kontrolliert und den Schülerinnen und Schülern Rückmeldungen gegeben würden.⁶²

Gerade bei Textaufgaben ist die Übertragung in „eigene Worte“ jedoch als sehr wichtig zu erachten und auch umgangssprachlichere Formulierungen sollten hier ihren Platz haben. Oft ist es ja gerade die mathematische Sprache, die zu

⁶⁰ Bieri, Erika: Theorie in eigene Sprache fassen. Mit Lernenden im Mathe-Journal Erkenntnisse sichern. – In: mathematik lehren 164. Friedrich Verlag 2011, S. 41.

⁶¹ Hußmann, Stephan: Lerntagebücher – Mathematik in der Sprache des Verstehens. – In: Leuders, Timo (Hrsg.): Mathematik-Didaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II. Berlin: Cornelsen 2003, S. 86.

⁶² Malle, Günther: Mathematiker reden in Metaphern. – In: mathematik lehren 156. Friedrich Verlag 2009, S. 15.

Verständnisschwierigkeiten führt. In Bezug auf Textaufgaben besteht daher meiner Ansicht nach die größere Wichtigkeit darin, einen Text zu verstehen und die Fragestellung in eigenen Worten ausdrücken zu können, als mathematisch korrekt zu formulieren. Dies kann in einem weiteren, späteren Schritt erfolgen.

Ähnlich sieht dies Stephan Hußmann, Professor für Mathematik und Didaktik der Mathematik in Karlsruhe, der die Erwünschtheit freier Formulierungen in diesem Zusammenhang betont und die Beurteilung sprachlicher Kompetenzen in diesem Fall ablehnt, da dies dem Ziel gegenläufig wäre.⁶³

Ebenso erkannte Tobias Jaschke die Probleme, die sich im Zusammenspiel von Alltagssprache und mathematischer Fachsprache ergeben können, und er fordert nicht nur die gezieltere Forderung und Förderung der mündlichen Kommunikation im Unterricht, sondern auch der Verschriftlichung der Gedanken seitens der Schülerinnen und Schüler, wodurch Rückmeldungen, auch hinsichtlich fachsprachlicher Kompetenzen, besser möglich seien und ein kompetenterer Umgang mit der mathematischen Fachsprache gefördert würde.⁶⁴

4.2 Erdachte Dialoge

Das Verschriftlichen in Worten ist also ein wesentlicher, wenn im Mathematikunterricht leider oft nur nebensächlicher Prozess, der auch zu einem kompetenteren Umgang mit Textaufgaben führen kann. Ein diesbezüglich interessanter Ansatz sind selbst erdachte Dialoge, wie Annika M. Wille sie in einem Artikel beschreibt.⁶⁵ Dabei verschriftlichen Schülerinnen und Schüler fiktive Dialoge zu mathematischen Themen zwischen zwei Schülerinnen oder Schülern. Vereinzelt im Textaufgabenunterricht eingesetzt, können solche Dialoge eine durchaus fruchtbare Ergänzung zum Unterricht sein. Nimmt man etwa besonders „gefinkelte“

⁶³ Vgl. Hußmann, Stephan: Lerntagebücher – Mathematik in der Sprache des Verstehens. – In: Leuders, Timo (Hrsg.): Mathematik-Didaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II. Berlin: Cornelsen 2003, S. 90.

⁶⁴ Jaschke, Tobias: Klammern verstehen. Kontexte nutzen, um Fachsprache zu entwickeln. – In: mathematik lehren 156. Friedrich Verlag 2009, S. 46.

⁶⁵ Siehe Wille, Annika M.: Selbst erdachte Dialoge. Mit virtuellen Gesprächen das Gelernte vertiefen.– In: mathematik lehren 156. Friedrich Verlag 2009, S. 22-26.

Textaufgaben her, über die sich die fiktiven Schülerinnen bzw. Schüler in den Dialogen unterhalten sollen, werden die (realen) Schülerinnen und Schüler zum Nachdenken über die Schwierigkeiten der jeweiligen Textaufgabe angeregt. Sie müssen aber nicht nur darüber nachdenken, sondern diese Schwierigkeiten auch schriftlich ausdrücken, was den Lerneffekt zusätzlich intensiviert. Die Schülerinnen und Schüler werden gleichzeitig dazu angeregt, Möglichkeiten zur Bewältigung dieser Schwierigkeiten zu finden und diese in Worten zu Papier zu bringen. Auch für die Lehrkraft können derartige Dialoge sehr aufschlussreich sein, da bei der (dringend erforderlichen) Durchsicht der Dialoge Gedankengänge, Problempunkte, (Denk-, Arbeits-, Problembewältigungs-) Strategien u.Ä. der Schülerinnen und Schüler zu Tage kommen und im Unterricht konkret darauf eingegangen werden kann.

Betrachten wir dazu folgende Aufgabe aus Hanisch, Günter u.a.: MatheFit 4. Lehrer/innenausgabe. Wien: Besseres Buch 2011, S. 163:

Bei einer Klassensprecher/innen-Wahl hatte die Gewählte 2 Stimmen mehr erhalten als die Hälfte der abgegebenen Stimmen, hingegen alle übrigen Bewerber/innen zusammen 2 Stimmen mehr als der dritte Teil der abgegebenen Stimmen beträgt. Wie viele Schüler/innen hat die Klasse?

Hier könnte ein erdachter Dialog folgendermaßen aussehen:

S1: Hm, das klingt wirklich schwierig. Könntest du mir dabei vielleicht helfen?

S2: Na klar, gerne!

S1: Super, danke! Ich habe schon mal keine Ahnung, was genau die Unbekannte ist. Die Stimmen, die die Klassensprecherin erhalten hat?

S2: Hast du dir den Text überhaupt genau durchgelesen? Lies ihn noch einmal gut durch!

S1: Ok, am Schluss steht die Frage, wie viele Schüler/innen die Klasse hat. Liege ich richtig in der Annahme, dass das dann die Unbekannte ist?

S2: Wenn du mit „das“ die Anzahl der Schüler/innen meinst, ja. Nicht immer nimmt man die gefragte Größe als Unbekannte, aber hier passt es.

- S1: Ok, dann wäre das ja mal geklärt. Dafür nehme ich jetzt einen Buchstaben, oder? Aber welchen? Ein x ?
- S2: Genau, du wählst einen beliebigen Buchstaben als Variable, das muss aber kein x sein. Such dir was aus!
- S1: Hm, dann nehme ich s für „Schüler/innen“.
- S2: Gute Wahl!
- S1: Und jetzt weiter?
- S2: Überleg mal!
- S1: Ich weiß nicht, wo ich anfangen soll!
- S2: Gehen wir mal Schritt für Schritt voran. Beginne mal von vorne laut zu lesen!
- S1 (*liest den Text*): ... Hälfte der abgegebenen Stimmen...
- S2: Stopp! Jetzt schauen wir uns den ersten Teil mal genauer an. Die Gewählte hat 2 Stimmen mehr erhalten als die Hälfte der abgegebenen Stimmen, steht da.
- S1: Puh, das ist schon so viel Info...
- S2: „2 Stimmen mehr“ – was heißt das?
- S1: Irgendwo werden zwei Stimmen dazugezählt, vielleicht?
- S2: Genau. Mehr als was?
- S1: Als die Hälfte der abgegebenen Stimmen.
- S2: Richtig.
- S1: Und was sind jetzt diese abgegebenen Stimmen?
- S2: Denk an den Anfang zurück, als wir die Variable festgesetzt haben!
- S1: Aha! Abgegebene Stimmen = Schüler/innenanzahl?
- S2: Exakt! Das bringt uns schon einen großen Schritt weiter. Wie kann man jetzt die Hälfte der abgegebenen Stimmen bzw. der Schüler/innenanzahl ausdrücken?
- S1: Das weiß ich sogar: $\frac{s}{2}$.
- S2: Vollkommen richtig! Sehr schön! Und was war jetzt mit den „2 Stimmen mehr“?
- S1: Ok, dann $\frac{s}{2} + 2$.
- S2: Gut, und was drückt das dann aus?
- S1: Lass mich nochmal nachlesen. (*liest*) Die Anzahl der Stimmen, die die Gewählte bekommen hat, richtig?

- S2: Richtig! Damit haben wir den ersten Teil der Textaufgabe, bis wohin du gelesen hattest, schon mal ausgedrückt. Lies weiter!
- S1 (*liest*): Hingegen ... dritte Teil der abgegebenen Stimmen beträgt...
- S2: Stopp!
- S1: Der dritte Teil? Das klingt aber komisch.
- S2: Das ist nur ein anderer Ausdruck für „ein Drittel“.
- S1: Ach so! Dann weiß ich auch schon, wie man's ausdrückt: $\frac{s}{3}$.
- S2: Na bitte, du machst Fortschritte! Da steht aber noch mehr.
- S1: Wieder „2 Stimmen mehr als“, also wieder „+2“, korrekt?
- S2: Korrekt! Also insgesamt wird die Stimmenanzahl der restlichen Bewerber/innen dann wie ausgedrückt?
- S1: $\frac{s}{3} + 2$.
- S2: Und wie kommst du jetzt zur Gesamtzahl der Schüler/innen?
- S1: Na die war doch s !
- S2: Ja, aber so kommst du ja zu keiner Gleichung, die dich zur Lösung führt. Du hast jetzt die Stimmenanzahl der Klassensprecherin und die Stimmenanzahl der restlichen Bewerber/innen ausgedrückt. Wie lautet dann die Gesamtanzahl der Stimmen?
- S1: Lass mich mal sehen... $\frac{s}{2} + 2 + \frac{s}{3} + 2$.
- S2: Ganz genau! Und was haben wir vorhin festgestellt? Die Stimmenanzahl entspricht...
- S1: ... äh, der Schüler/innenanzahl?
- S2: Genau! Also können wir sie auch mit der Schüler/innenanzahl gleichsetzen.
- S1: Also dann: $\frac{s}{2} + 2 + \frac{s}{3} + 2 = s$
- S2: Du hast es erfasst! Jetzt musst du nur mehr die Gleichung nach s lösen und dann weißt du, wie viele Schüler/innen die Klasse hat.
- S1: Das sollte klappen. Gleichungen lösen kann ich. Also was für s herauskommt, ist dann die Anzahl der Schüler/innen... Danke nochmal!
- S2: Gern geschehen!

So oder so ähnlich könnte ein erdachter Dialog zu einer Textaufgabe aussehen. Der von mir erdachte Dialog ist zugegebenermaßen recht lang geworden, Schüler/innen würden sich vermutlich kürzer fassen. Auf jeden Fall wird deutlich, wie mögliche Probleme oder Missverständnisse angeschnitten und bewältigt, wie Lösungsanleitungen gegeben werden können. Wesentlich interessanter sind natürlich von Schülerinnen und Schülern erstellte Dialoge, die aufzeigen, worin ihrer Meinung nach die Probleme liegen und welche Lösungen sie anbieten. Auf diese Dinge kann die Lehrperson schließlich gezielt im Plenum, aber auch in Einzelgesprächen oder im Falle von Gruppenarbeiten im Gespräch mit Gruppen eingehen.

5. Weitere Übungsmöglichkeiten bei Textaufgaben – „Umkehraufgaben“ und Multiple Choice

Ein Modell, das Tobias Jaschke in Zusammenhang mit dem Üben der Klammersetzung vorstellt, welches aber auf Textaufgaben allgemein verallgemeinert werden kann, wird im Folgenden beschrieben.

Im Prinzip unterscheidet er drei Aufgabentypen. Im ersten soll eine Situation, eine Aufgabe zu einem gegebenen Term gefunden werden, im zweiten liegt ein Text vor, aus einer Auswahl von Termen muss der richtige/müssen die richtigen identifiziert werden. Beim dritten sind schließlich zu gegebenen Aufgaben selbst die Terme (mit Klammern) zu finden. Der dritte Aufgabentypus wird außer Acht gelassen, da es sich hierbei im Prinzip um „normale“ Textaufgaben handelt. Von Interesse sind insbesondere Aufgabentyp 1 und 2 in Hinblick darauf, wie sie zum besseren Verständnis von Textaufgaben führen können.

5.1 „Umkehraufgaben“

Aufgabentyp 1 könnte man als „Umkehraufgabe“ bezeichnen. Der Text ist hierbei nicht gegeben, sondern die Lösung/der Lösungsweg liegt vor und die Schülerin bzw.

der Schüler soll nun einen passenden Text dazu erfinden. Diese Umkehrung der Gegebenheiten kann zu einem tieferen Verständnis beitragen und kann für Fehlerquellen und Schwierigkeiten sensibilisieren.

Auch Malle erklärt, dass bei derartigen Aufgaben die Übersetzung in umgekehrter Richtung erfolgt, demnach das Dreischritt-Modell in umgekehrter Richtung durchlaufen wird, womit Fehler auch auf ähnliche Art erklärt werden können.⁶⁶

Für Aufgabentyp 1 wählte Jaschke als Beispiel folgenden Term:

$$5 \cdot (78 + 5)$$

Als Musterlösung nannte er diesen Text:

„Fünf Erwachsene wollen mit dem ICE fahren. Dabei setzt sich der Preis einer Fahrkarte aus einem Grundpreis von 78,- € und einem Zuschlag von 5,- € zusammen. Wie lautet ein Term zur Berechnung des gesamten Fahrpreises aller Erwachsener?“⁶⁷

In weiterer Folge werden die Schülerinnen und Schüler dazu aufgefordert, nun für andere Terme eigene Geschichten bzw. Aufgaben zu erfinden, etwa für $3 \cdot (4 + 5)$, $(288 + 35 + 49 + 125) : 2$ oder $(24 - 2 \cdot 4) \cdot 25$.⁶⁸

Was hier bei Jaschke v.a. der Übung der Klammersetzung (und deren Bedeutung) dient, kann im Sinne der Übung des Verständnisses von Textaufgaben ausgebaut werden. Hierbei ist besonders der Schritt weg von reinen Zahlentermen hin zu Termen, die eine oder mehrere Variablen beinhalten, als besonders wichtig zu erachten. Wenn wir diesbezüglich insbesondere an die in Kapitel 3.2 und 3.3 ausgeführten multiplikativen und additiven Umkehrfehler denken, können derartige Umkehraufgaben ein wichtiger Ansatzpunkt sein, um diese Fehler einzuschränken

⁶⁶ Malle, Günther: Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg & Sohn 1993, S. 117.

⁶⁷ Jaschke, Tobias: Klammern verstehen. Kontexte nutzen, um Fachsprache zu entwickeln. – In: Mathematik lehren 156. Friedrich Verlag 2009, S. 49.

⁶⁸ Jaschke, Tobias: Klammern verstehen. Kontexte nutzen, um Fachsprache zu entwickeln. – In: Mathematik lehren 156. Friedrich Verlag 2009, S. 49.

bzw. die Schülerinnen und Schüler dafür zu sensibilisieren. Nun ist es die Schülerin bzw. der Schüler, die/der Ausdrücke wie „das Dreifache“ oder „größer als“ verwenden und damit in umgekehrter Weise richtig deuten muss. Dies trägt zweifellos zu einer tiefergehenden Bedeutungserfassung bei.

Nehmen wir als Beispiel jenen Term, der bei Daniela Eders Fragebogen bei einer der Aufgaben eine richtige Lösung gewesen wäre:

$$\frac{x}{4} - 25 = \frac{x}{5}$$

Der Text zu diesem Term lautete:

„Ein Viertel einer Zahl ist um 25 größer als ein Fünftel dieser Zahl.“⁶⁹

Welche möglichen anderen Texte ließen sich zu diesem Term finden?

Eine mögliche Lösung wäre: „Subtrahiert man 25 vom Viertel einer Zahl, so erhält man ein Fünftel dieser Zahl.“ Durchaus denkbar und sehr kreativ wären auch Geschichten zu so scheinbar trockenen Termen wie: „Frau Müller hebt ein Viertel ihres Ersparnen vom Konto ab und gibt davon 25,- € ihrer Tochter als Taschengeld, wonach sie noch ein Fünftel des Ersparnen zum Einkaufen in ihrer Geldbörse hat.“

Zu vermeiden sind Lösungstexte à la: „Eine Zahl durch vier minus 25 ist gleich eine Zahl durch fünf.“ Hier unterbliebe mit Sicherheit auch der erwünschte Lerneffekt, da es sich hierbei mehr oder weniger nur um eine Rechenanleitung handelt.

Es zeigt sich, dass diese Art von Umkehraufgaben auch eine hervorragende Möglichkeit ist, das etwa von Malle so geforderte Training der mathematischen Fachsprache auch und v.a. im Schriftlichen vorzunehmen. Die Schülerinnen und Schüler müssen sich Gedanken über den Zusammenhang von Symbol- und Fach- bzw. Alltagssprache machen und gewinnen dadurch neue Einsichten und Erkenntnisse.

⁶⁹ Eder, Daniela: Schülerschwierigkeiten bei Textaufgaben mit Gleichungen in der Unterstufe. Diplomarbeit. Wien 2008, S. 42.

Von Jaschkes vorgestellten Aufgabentypen im Zusammenhang mit der Klammersetzung erscheint mir dieser Typus am geeignetsten und am fruchtbringendsten, auf Textaufgaben im Allgemeinen ausgeweitet zu werden.

5.2 Multiple Choice bei Textaufgaben

Aber auch der zweite Typus, bei dem passende Terme erkannt werden sollen, ist als durchaus praktikabel auch bei anderen Textaufgaben anzusehen, die nicht unbedingt Klammern erfordern. Nicht zuletzt bei Textaufgaben, die die bereits intensiv ausgeführten multiplikativen und additiven Umkehrfehler herausfordern.

Jaschke bietet zu einer Textaufgabe fünf unterschiedliche Lösungsterme, von welchen der richtige bzw. die richtigen identifiziert werden sollen.

Die Textaufgabe lautet folgendermaßen:

„Paul berechnet die Kosten für einen Sonntagsausflug. Seine drei Geschwister, seine Eltern und er wollen mit dem Zug ins Erlebnisbad nach Schwäbisch Gmünd fahren. Die Zugkarten kosten für Erwachsene 10 €, für Kinder 6,50 €. Für den Eintritt ins Schwimmbad zahlt jeder Erwachsene 7,- €, Kinder zahlen die Hälfte. Für das Schwimmbad hat Paul außerdem von seinem Freund Sven eine Freikarte geschenkt bekommen ...

Welcher Term passt oder welche Terme passen dazu?^{70 71}

Jaschke stellt folgende Terme zur Auswahl:

- „
- a. $4 \cdot (6,50 + 3,50) + 2 \cdot (10,00 + 7,00)$
 - b. $6 \cdot 10,00 - 4 \cdot (10,00 - 6,50) + 3 \cdot (7,00 : 2) + 2 \cdot 7,00$
 - c. $6 \cdot 7,00 - 7,00 + 4 \cdot 6,50 + 10,00 + 10,00$
 - d. $(4 \cdot (6,50 + 3,50) + 2 \cdot (10,00 + 7,00)) - 3,50$
 - e. $3 \cdot (6,50 + 3,50) + 2 \cdot (10,00 + 7,00) + 6,50⁷²$

⁷⁰ Jaschke, Tobias: Klammern verstehen. Kontexte nutzen, um Fachsprache zu entwickeln. – In: *mathematik lehren* 156. Friedrich Verlag 2009, S. 49.

⁷¹ Angemerkt sei, dass die inkonsequente Handhabung der Schreibung der Geldbeträge mit Beistrich und Halbgeviertstrich bei „7,- €“ einerseits und ohne diese typographischen Zeichen bei „10 €“ andererseits dem Originaltext entnommen ist.

Hier ist schon ein ausgeprägtes Maß an „Rückübersetzungskönnen“ vonnöten, um zur richtigen Lösung zu gelangen. Es sind Stolpersteine eingebaut, wie etwa das Weglassen der letzten Information (Freikarte) bei Term a. Bei Term b muss man erkennen, dass die Zugkarte für Kinder nicht um 6,50 € *weniger* als die Karte für Erwachsene kostet. Bei Term c wurde zwar die Freikarte berücksichtigt, aber nicht der Schwimmbadhalbprijs für Kinder. In Term d findet sich schließlich eine richtige Lösung, ebenso in Term e.

Bei derartigen Aufgaben ist also ein ausgiebiges „Hin- und Herübersetzungsvermögen“ gefragt. Man muss die Symbolsprache in einen Text übersetzen können und umgekehrt. Anhand solcher Aufgaben können Schülerinnen und Schüler auch insbesondere für „kleine Übersetzungsfehler“ sensibilisiert werden. Klein nicht im Sinne von irrelevant oder nicht so wichtig, sondern im Sinne von Informationen im Text, die oft überlesen bzw. nach dem Lesen gleich wieder „vergessen“ werden, die womöglich beim Lesen nebensächlich wirken, für die richtige Lösung aber von durchaus großer Bedeutung sind, in dieser Aufgabe etwa die Information über die Freikarte.

Ein Nachteil solcher Aufgaben könnte sein, dass Schülerinnen und Schülern die Übersetzungsarbeit zu mühsam ist und sie daher wahllos vermeintlich richtige Terme ankreuzen bzw. erraten. Dahingehend ist darauf zu achten, dass die Schülerinnen und Schüler ihre Wahl mündlich oder schriftlich begründen, was wieder zu einer Förderung der mathematischen Fachsprache beitragen kann.

Auch Hanisch et al. arbeiten im Lehrbuch „MatheFit 2“ mit Multiple-Choice-Aufgaben, wenn auch in etwas anderer Form. In diesem Falle stehen fünf Lösungen zur Auswahl, allerdings keine Lösungsterme, sondern Lösungszahlen. In diesem Fall handelt es sich eigentlich um Känguru-Aufgaben, bei welchen die vorgegebenen Antwortmöglichkeiten der leichteren Korrigierbarkeit dienen:

⁷² Jaschke, Tobias: Klammern verstehen. Kontexte nutzen, um Fachsprache zu entwickeln. – In: mathematik lehren 156. Friedrich Verlag 2009, S. 49.



609 Ignaz Igel beschwert sich: „Wenn ich doppelt so viele Äpfel aufgehoben hätte, hätte ich um 24 Äpfel mehr.“ Wie viele Äpfel hat Ignaz Igel aufgehoben?

(A) 48 (B) 24 (C) 42 (D) 12 (E) 36



610 Wenn Jakob fünf Basketbälle kauft, bleiben ihm noch 10 € in der Geldtasche. Wenn er sieben Bälle kaufen will, muss er sich 22 € ausborgen. Wie viel kostet ein Basketball?

(A) 11 € (B) 16 € (C) 22 € (D) 26 € (E) 32 €



611 Eine Gruppe von Schülerinnen plant einen Ausflug. Wenn jede von ihnen 14 Euro für die Unkosten zahlt, hat die Gruppe um 4 Euro zu wenig zur Verfügung. Wenn jede Schülerin 16 Euro zahlt, so hat die Gruppe um 6 Euro mehr als sie braucht. Wie viel Geld sollte jede Schülerin bezahlen, damit die Unkosten genau gedeckt sind?

A) € 14,40 (B) € 14,60 (C) € 14,80 (D) € 15,00 (E) € 15,20



612 Rudi hat 30 Murmeln und Alois hat 20 Murmeln. Wie viele Murmeln muss Rudi Alois geben, damit sie beide gleich viele Murmeln haben?

A) 5 (B) 10 (C) 15 (D) 20 (E) 25

Abb. 1: Hanisch, Günter u.a.: MatheFit 2. Lehrer/innenausgabe. Wien: Besseres Buch 2009, S. 140.

6. Lösungsanleitungen für Textaufgaben

Annegret Nydegger betont die Wichtigkeit, bei Textaufgaben von konkreten Zahlenbeispielen ausgehend auf algebraische Terme überzugehen. Für das in ihrem Artikel vorgestellte Beispiel stellt sie einen vierteiligen Modellierungsprozess vor, der auch auf andere Textaufgaben ummünzbar ist:

- „Text und Sachverhalt verstehen (nachspielen, handelnd erschließen)
- Situation arithmetisch erfassen (mögliche Zahlenbeispiele finden)
- Zusammenhänge und Strukturen anhand der Zahlbeispiele entdecken (mit Worten beschreiben)
- Algebraischer Term als Kurzform der Struktur zuordnen

- Term durch Einsetzen überprüfen und in Situation übertragen (interpretieren)⁷³

Nydegger betont die Bedeutung eines „behutsamen Einstiegs“ und als solcher ist ihr Modell zu sehen – als Möglichkeit, die Bearbeitung von Textaufgaben Schritt für Schritt voranzutreiben. Als durchgängiges Modell, auf das bei Textaufgaben stets zurückgegriffen werden kann, ist es alleine schon aus Zeitgründen nicht geeignet. Nicht jede Textaufgabe kann nachgespielt oder mithilfe von selbstgefundenen Zahlenbeispielen verständlicher gemacht werden. Ziel ist, diese unterstützenden Maßnahmen schrittweise immer weniger nötig werden zu lassen.

Im Folgenden werden einige Lösungsstrategien bzw. Tipps zum Umgang mit Textaufgaben näher unter die Lupe genommen.

Letztlich bergen derartige „Anleitungen“ aber auch die Gefahr, dass Schülerinnen und Schüler wieder zu „rezeptartigem“, „formelhaftem“ Rechnen verleitet werden. Doch besonders die leistungsmäßig schwächeren Schülerinnen und Schüler schätzen es, wenn sie nach einem vorgegebenen Muster vorgehen können.

Es ist nicht abzustreiten, dass man durch derartige Anleitungen Gefahr läuft, das eigenständige Denken ein Stück weit zu unterdrücken. Jedoch liegt der Schwerpunkt dieser Arbeit ja darauf, den Schülerinnen und Schülern – und das betrifft insbesondere jene Schülerinnen und Schüler, die in Mathematik schwächere Leistungen aufweisen – den Schrecken vor Textaufgaben zu nehmen bzw. ihre Kompetenzen hinsichtlich Textaufgaben zu steigern, ihnen also auch Möglichkeiten zu bieten, wie sie an Textaufgaben herangehen können, ohne gleich verzweifelt das Handtuch zu werfen.

⁷³ Nydegger, Annegret: Wo wohnen wie viele Personen? Terme und Gleichungen aus Sachsituationen gewinnen. – In: mathematik lehren 169. Friedrich Verlag 2011, S. 13.

6.1 Eine Lösungsstrategie von Dieter Baum und Hannes Klein

Dieter Baum und Hannes Klein stellen in ihrem Artikel in „mathematik lehren“ fest, dass es vielen Schülerinnen und Schülern bei Textaufgaben an Lösungsstrategien fehlt. Ihr Anliegen war daher, eine Art Leitlinie zu erstellen, um die „Berührungspunkte“ mit Textaufgaben, die sie v.a. in der „mangelnde[n] Kompetenz im zielführenden Umgang mit Texten“ begründet sehen, zu minimieren.⁷⁴

In ihrem Lehrwerk „XQuadrat – Mathematik 6“ geben sie den Schülerinnen und Schülern folgende sieben Punkte umfassende „Lösungsstrategie für Textaufgaben“ als Hilfestellung:

1. *Was ist gesucht?*
2. *Variable festlegen*
3. *Text in mathematische Terme umformen*
Häufig ist die Darstellung in einer Tabelle oder eine Zeichnung hilfreich
4. *Gleichung aufstellen*
5. *Gleichung lösen*
Löse die Gleichung mithilfe von Äquivalenzumformungen.
Denke bei Bruchgleichungen an die Definitionsmenge.
6. *Ergebnis überprüfen und bewerten*
Kann das Ergebnis stimmen?
Mach bei möglichen Ergebnissen die Probe.
7. *Antwortsatz verfassen*⁷⁵

Überprüfen wir diese Hilfestellung nun auf ihre Tauglichkeit. Grundsätzlich bergen rezeptartige Lösungsanleitungen immer die Gefahr, an Aufgaben nur mehr unter Zuhilfenahme des einstudierten Schemas heranzugehen und solche Aufgaben,

⁷⁴ Baum, Dieter, Hannes Klein: Ein Blick ins Buch und los! Strategien zum Umgang mit Textaufgaben vermitteln. – In: mathematik lehren 158. Friedrich Verlag 2010, S. 46.

⁷⁵ Baum, Dieter, Hannes Klein: Ein Blick ins Buch und los! Strategien zum Umgang mit Textaufgaben vermitteln. – In: mathematik lehren 158. Friedrich Verlag 2010, S. 47.

welche dem Schema nicht entsprechen, nicht lösen zu können. Gleichzeitig fragen gerade leistungsmäßig schwächere Schülerinnen und Schüler oft nach Mustern, die sie bei der Lösung von Aufgaben zur Hand nehmen können, und gewinnen dadurch eine gewisse Sicherheit bzw. haben zumindest einen Anhaltspunkt, nach dem sie sich richten können.

Das genaue Lesen des Textes wird bei oben vorgestellter Lösungsstrategie offenbar vorausgesetzt bzw. könnte man behaupten, dass dies ohnehin in der Frage „Was ist gesucht?“ indirekt verlangt wird. Dennoch ist das Fehlen des Hinweises „Lies dir den Text genau durch“ meiner Ansicht nach problematisch, da Schülerinnen und Schüler oft dazu verleitet sind, den Text nur zu überfliegen und darin genannte Zahlen oft unüberlegt zum Rechnen zu entnehmen. (Man denke etwa an die sogenannten „Kapitänsaufgaben“, die gar nicht lösbar sind, wo dennoch wie selbstverständlich dem Text Zahlen zum Rechnen entnommen werden.) Meines Erachtens wäre demnach die Forderung des genauen Lesens als erster Punkt vorne anzustellen.

„Was ist gesucht?“ ist als einzige Frage zum Text als unzureichend anzusehen. Einerseits fehlt oben angesprochene Hinterfragung der Aufgabe, ob sie als solche überhaupt lösbar ist. Meiner Meinung nach sollte bei den Schülerinnen und Schülern auch diese Kompetenz geschult werden, zu erkennen, welche Aufgaben sinnvoll lösbar sind und welche nicht. Von vornherein davon auszugehen, dass alle gestellten Aufgaben lösbar sind, erscheint problematisch und diese Haltung schränkt gewiss den Denkradius der Schülerinnen und Schüler ein.

Des Weiteren fehlt bei der Frage „Was ist gesucht?“ der Hinweis, zu überlegen, welche Informationen des Textes man dafür benötigt und welche man vernachlässigen kann. Dies ist meiner Ansicht nach ein ganz entscheidender Punkt beim Umgang mit Textaufgaben. Oft enthalten Textaufgaben viele zusätzliche Informationen, auch Zahlen, die zur Lösung nicht notwendig sind. Imstande zu sein, die relevanten Aspekte herausfiltern und die irrelevanten getrost beiseiteschieben zu können, ist eine immens wichtige Kompetenz, die nicht außer Acht zu lassen ist.

Demzufolge wären die entscheidenden Ergänzungen ein neuer erster Punkt „Lies dir den Text genau durch!“ und eine Erweiterung des nun zweiten Punktes „Was ist

gesucht?“ um die Informationen „Was brauche ich dafür?“ und „Was kann ich vernachlässigen?“.

Diese Oberflächlichkeit der Lösungsstrategie von Baum/Klein beim Einstieg in die Textaufgabe, welcher für das Gelingen von wesentlicher Bedeutung ist, überrascht umso mehr, als bei den weiteren Punkten, wo es „nur mehr“ um das Rechnen geht, zahlreiche Hilfestellungen angemerkt sind (etwa der konkrete Hinweis auf die Definitionsmenge bei Bruchgleichungen).

Demgegenüber steht lapidar „Gleichung aufstellen“. Doch gerade dieser Punkt bereitet oft die größten Schwierigkeiten, wie etwa Daniela Eder in ihrer Diplomarbeit 2008 anhand einer Untersuchung mittels Fragebogen nachgewiesen hat. Das Rechnen an sich ist dann zumeist das geringste Problem.

Positiv hervorzuheben ist die Ergänzung „Kann das Ergebnis stimmen?“ bei Punkt 6, „Ergebnis überprüfen und bewerten“. Oft gelangen Schülerinnen und Schüler (nicht nur) bei Textaufgaben zu einem Ergebnis, welches bei kurzer Überlegung als völlig unmögliches Resultat erkannt werden müsste. Jedoch blenden sehr viele Schülerinnen und Schüler hierbei die „Logik“, ihren „Hausverstand“ aus, sind froh darüber, eine Lösungszahl zu haben, und verschwenden keinen Gedanken daran, dass etwa ein Ei unmöglich 27,50 Euro kosten kann. Demzufolge ist es wichtig, nach „getaner“ Arbeit, nach Lösung der Aufgabe, sein eigenes Werk kritisch zu betrachten (und gegebenenfalls die Probe zu machen) und sich selbst die Frage zu stellen, ob die erhaltene Lösung Sinn macht. Einen begangenen Fehler auf diese Art und Weise aufzuspüren, ist oft von immensem Wert für spätere Aufgaben, birgt großes Lernpotential und zeugt von logischer Kompetenz.

Der Fokus der Lösungsstrategie von Baum/Klein liegt eindeutig im rechnerischen Bereich, sie übergeht die wahren Problemzonen der Textaufgaben sträflich.

Als „Checkliste“ für bereits geübtere Textaufgabenbearbeiterinnen und -bearbeiter mag diese Lösungsstrategie durchaus ihre Berechtigung und ihren Wert haben. Um aber gerade diese Übung zu bekommen, fehlen einige wichtige Basics, die zu einem sichereren Umgang mit Textaufgaben führen könnten.

6.2 Tipps zu Textaufgaben in „MatheFit“

6.2.1 Tipps zu Textaufgaben in „MatheFit 2“

In „MatheFit 2“ von Günter Hanisch et al. findet sich im Kapitel zu Gleichungen ein Unterkapitel namens „Mit Gleichungen kann man Probleme lösen“. Dieses beinhaltet insgesamt vier Tipps, die sich auf Textaufgaben beziehen. Diese sind nicht nacheinander aufgelistet und nicht als Anleitung im Sinne von Baum/Klein zu verstehen, sondern die Tipps sind einzeln in die Beispielaufgaben eingebunden und dort in Form eines farbigen Kastens hervorgehoben. Ein fünfter Tipp bezieht sich auf Gleichungen allgemein und wird daher hier außer Acht gelassen.

Dem ersten Tipp ist eine Textaufgabe vorangestellt, im Anschluss folgt der Tipp, wie man grundsätzlich mit einer derartigen Aufgabenstellung umgeht:

An einem Sportfest nahmen insgesamt 180 Mädchen und Buben teil. Dabei waren es **a)** um 30 Mädchen mehr als Buben **b)** doppelt so viele Mädchen als Buben. Wie viele Mädchen und Buben waren es?

Tipp 7.6

Um so ein Problem durch eine Gleichung zu lösen, musst du den Angabetext in eine mathematische Form bringen („den **Ansatz** finden“). Dazu schreibst du (meist) für die gesuchte Größe (= **Unbekannte**) eine Variable, z. B. x .

Praktisch ist es, wenn du dir das aufschreibst, damit du es nicht vergisst.

Abb. 2: Hanisch, Günter u.a.: MatheFit 2. Lehrer/innenausgabe. Wien: Besseres Buch 2009, S. 139.

Dieser Tipp beinhaltet die grundsätzliche Herangehensweise an eine Textaufgabe, die Übertragung des Textes in eine mathematische Form inklusive der Wahl einer Variablen. Die wichtigen mathematischen Begriffe „Ansatz“ und „Unbekannte“, die auch die Überbegriffe für die zwei Hauptaktivitäten dieses Tipps und durchaus als Schlüsselwörter zu bezeichnen sind, sind fett hervorgehoben. Wie wichtig die

Erfassung der Bedeutung dieser beiden Begriffe ist, die in der Alltagssprache auch gebräuchlich sind, dort aber eine nicht unbedingt deckungsgleiche Bedeutung haben, darauf wird in einem späteren Kapitel (siehe Kapitel 7) genauer Bezug genommen.

Das sorgfältige Lesen, das zu Beginn einer Textaufgabe stehen sollte, wurde bei diesem Tipp ausgespart. Aber wie der Name schon sagt, handelt es sich um einen Tipp und nicht um eine Anleitung, die Schritt für Schritt zu befolgen ist. Daher ist das Weglassen des Hinweises auf genaues Lesen nicht vorzuwerfen.

Diesem Tipp bzw. dieser Erklärung, wie man in eine Textaufgabe „einsteigt“, folgt die Ausführung des Beispiels, das bei Punkt b) wieder „versteckt“, nämlich nicht hervorgehoben, da er sich nur konkret auf dieses Beispiel bezieht, einen Tipp enthält:

a) x ...Zahl der Mädchen $\Rightarrow x - 30$...Zahl der Buben

Es ist daher

$$\begin{aligned}x + x - 30 &= 180 & | + 30 \\2x &= 210 & | : 2 \\x &= 105\end{aligned}$$

Es sind 105 Mädchen und 75 Buben.

b) Hier ist es geschickter, die Zahl der Buben als Unbekannte zu wählen: x ...Zahl der Buben $\Rightarrow 2x$...Zahl der Mädchen

$$\begin{aligned}x + 2x &= 180 \\3x &= 180 & | : 3 \\x &= 60\end{aligned}$$

Es sind 60 Buben und 120 Mädchen.

Abb. 3: Hanisch, Günter u.a.: MatheFit 2. Lehrer/innenausgabe. Wien: Besseres Buch 2009, S. 139.

Dieser Hinweis, dass es bei b) vorteilhafter ist, die Anzahl der Buben als Unbekannte zu wählen, ist – so unscheinbar er wirken mag – sehr wichtig, denn so wird den

Schülerinnen und Schülern vor Augen geführt, dass eine Variable innerhalb einer Aufgabe bei unterschiedlichen Unternummern unterschiedliche Unbekannte bezeichnen kann bzw. dass man nicht auf die Beibehaltung einer Variablen bestehen muss, sondern diese je nach Gegebenheit ändern kann.

Es folgt in einem neuen Tipp der Hinweis auf die Probe und dass dafür der Angabetext herangezogen werden soll. Anschließend wird sowohl für a) als auch für b) die Probe durchgeführt:

Tipp 7.7

Vergiss nicht auf die Probe! Setze dazu die für x gefundene Zahl in den Angabetext ein!

Probe: **a)** $105 + 75 = 180$ und $105 - 75 = 30$

b) $60 + 120 = 180$ und $2 \cdot 60 = 120$

Abb. 4: Hanisch, Günter u.a.: MatheFit 2. Lehrer/innenausgabe. Wien: Besseres Buch 2009, S. 139.

Das Beispiel ist damit abgeschlossen und es folgt auf der nächsten Seite ein weiterer Tipp, der sich auf ein neues Beispiel bezieht.

Tipp 7.8

Es kann sein, dass es geschickt ist, nicht die gefragte Größe als Unbekannte zu nehmen. So ist es im folgenden Beispiel günstiger den Preis eines Wollknäuels als Unbekannte zu nehmen.

Sara möchte Wolle kaufen. Wenn sie fünf Knäuel kauft, bleiben ihr noch 5 € übrig. Wenn sie aber sieben Knäuel kaufen will, müsste sie sich noch 11 € ausborgen. Wie viel Geld hat sie mit?

x ... Preis eines Knäuels $\Rightarrow 5x$... Preis von fünf Knäueln

Es ist daher $5x + 5 = 7x - 11 \quad | -5x + 11$

$$16 = 2x \quad | :2$$

$$8 = x$$

$$x = 8$$

Der Preis eines Knäuels beträgt 8 €, sie hat daher 45 € mit.

Probe: $45 - 5 \cdot 8 = 5$ und $45 - 7 \cdot 8 = -11$.

Abb. 5: Hanisch, Günter u.a.: MatheFit 2. Lehrer/innenausgabe. Wien: Besseres Buch 2009, S. 140.

Dieser Tipp ist von großer Bedeutung, da Schülerinnen und Schüler ansonsten davon ausgehen könnten, dass die gesuchte Größe stets die Unbekannte darstellt. Dass dem nicht so ist bzw. dass es oft günstig ist, die Unbekannte anders zu wählen und erst nach Berechnung der Unbekannten die gefragte Größe auszurechnen, verdeutlicht das angeschlossene Beispiel.

Es ist grundsätzlich hervorzuheben, wie wichtig es ist, einen derartigen Tipp durch ein Beispiel zu untermauern. Der Tipp alleine würde vermutlich an den meisten Schülerinnen und Schülern vorbeigehen bzw. hätten sie keine Vorstellung davon, wie eine Aufgabenstellung aussehen könnte, auf die dies zutrifft. Weiters hervorzuheben ist, dass bei den Gleichungen in den Beispielen die einzelnen Schritte erklärt sind.

Es folgt noch ein letzter auf Textaufgaben bezogener Tipp, dem wiederum ein passendes Beispiel folgt:

Tipp 7.9

Wenn mehrere Zahlen unbekannt sind, so wähle nur eine von ihnen als Unbekannte x und drücke die anderen durch x aus.

Mutter und Tochter sind zusammen 50 Jahre alt. Wie alt ist die Mutter und wie alt ist die Tochter, wenn die Mutter um 30 Jahre älter ist als die Tochter?

$x \dots$ Alter der Tochter \Rightarrow Alter der Mutter $= x + 30$

$$x + (x + 30) = 50$$

$$2x + 30 = 50$$

$$2x = 20$$

$$x = 10$$

Die Mutter ist 40 Jahre und die Tochter 10 Jahre alt.

Probe: $40 + 10 = 50$ und $40 - 10 = 30$

Abb. 6: Hanisch, Günter u.a.: MatheFit 2. Lehrer/innenausgabe. Wien: Besseres Buch 2009, S. 142.

Dieser Hinweis inkl. Beispiel ist sehr wichtig, da viele Schülerinnen und Schüler Schwierigkeiten haben, wenn in einer Aufgabe mehrere Zahlen unbekannt sind. Wird hier für jede unbekannte Größe eine eigene Variable gewählt, steht man sehr schnell an. Die Vorgehensweise, nur eine von diesen unbekanntem Größen als Unbekannte zu wählen und die anderen durch diese auszudrücken, ist ein wichtiges Tool bzw. ein entscheidendes Wissen für den erfolgreichen Umgang mit Textaufgaben.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass die Tipps von Hanisch et al. keine Anleitung im Stile von Baum/Klein bieten, jedoch wichtige Tipps, untermauert durch Beispiele, liefern, die insbesondere auf „beliebte“ Stolpersteine eingehen und so Schülerinnen und Schülern diesbezüglich eine Hilfestellung leisten.

6.2.2 Tipps zu Textaufgaben in „MatheFit 4“

Günter Hanisch et al. präsentieren im Lehrbuch „MatheFit 4“ im Kapitel „Probleme lösen – Textgleichungen“ eine Reihe von Tipps für den Umgang mit Textaufgaben. Anders als bei Baum/Klein ist hierbei keine durchnummerierte Reihenfolge festgelegt, demnach sind die Tipps nicht als Leitlinie zum Lösen, nach der schrittweise vorgegangen werden kann, zu verstehen, sondern als Ratschläge, die man im Lösungsvorgang beachten kann bzw. soll. Im Gegensatz zu „MatheFit 2“ sind bei „MatheFit 4“ die Tipps sehr wohl in gesammelter Form, sozusagen als „gesammelte Tipps“, innerhalb eines Kastens aufgelistet.

„Bei Textaufgaben ist es das Schwierigste, den Ansatz zu finden, also die Textaufgabe in ein mathematisches Modell zu verwandeln [...]“⁷⁶, lautet die richtige Feststellung, die den Tipps vorangeht. Diese Einleitung geht mit den bisherigen Erkenntnissen konform – das Rechnen an sich ist meist das geringste Problem, wenn auch dort noch oft genug Fehler auftreten. Die größten Schwierigkeiten und die häufigsten Fehler treten jedoch bereits im Auffinden eines mathematischen Modells auf.

Besonders interessant ist, dass die Tipps bei „MatheFit 4“ größtenteils in eine ganz andere Richtung gehen als jene von Baum/Klein. Einerseits mag das der Tatsache geschuldet sein, dass in der 8. Schulstufe, für die „MatheFit 4“ vorgesehen ist, andere Dinge von Relevanz sind als in der 10. Schulstufe, für welche „XQuadrat 6“ konzipiert wurde. Andererseits werden wirklich in der Praxis auftretende Probleme der Schülerinnen und Schüler an der Wurzel gepackt und es wird dezidiert auf diese hingewiesen.

Folgendermaßen lauten die fünf Tipps von Hanisch et al.:

⁷⁶ Hanisch, Günter u.a.: MatheFit 4. Lehrer/innenausgabe. Wien: Besseres Buch 2011, S. 160.

Tipp 8.3

- Was ist gefragt? Dies ist meist die Unbekannte.
- Kann eine Zahl auf doppelte (oder mehrfache) Weise ausgedrückt werden? Das ist meist nicht die Unbekannte, sondern mit ihr kannst du die Gleichung aufstellen.
- Sind mehrere Zahlen unbekannt? Versuche die anderen durch eine von ihnen auszudrücken. Geht es nicht, dann musst du mit der Lösung des Problems auf Kapitel 10.1 warten.
- Überlege, ob du vielleicht eine Formel aus der Geometrie oder Physik anwenden kannst!
- Kommen verschiedene Einheiten vor, wie etwa m und cm oder auch Stunden und Minuten? Vereinheitliche sie in eine, sonst kann es dir wie beim Marsorbiter ergehen (siehe S. 161)!

Abb. 7: Hanisch, Günter u.a.: MatheFit 4. Lehrer/innenausgabe. Wien: Besseres Buch 2011, S. 160.

Der erste Tipp ähnelt noch stark dem 1. Punkt der Lösungsstrategie von Baum/Klein. Bei Hanisch et al. findet sich zur Frage „Was ist gesucht?“ aber noch die wichtige ergänzende Bemerkung „Dies ist meist die Unbekannte.“. Eine „kleine“ Bemerkung, die besonders leistungsmäßig schwächeren Schülerinnen und Schülern eine große Hilfe sein kann, da für sie oft nicht klar ist: „Was ist jetzt x ?“

Der zweite Tipp bietet eine große Hilfestellung, wie man das Aufstellen einer Gleichung überhaupt angehen kann. Oft ist den Schülerinnen und Schülern unklar, wie sie zu einer Gleichung gelangen. Das Lösen an sich stellt meist das geringere Problem dar. Dieser Tipp weist darauf hin, darauf zu achten, ob es mehrfache Darstellungsarten einer Zahl gibt, welche dann dem Aufstellen einer Gleichung dienen können. Weiters wird darauf aufmerksam gemacht, dass diese Zahl dann meistens eben nicht die Unbekannte ist, womit einem durchaus häufigen Fehler vorgebeugt wird.

Der dritte Tipp ist ein besonders wichtiger. Oft werden mehreren auftretenden unbekanntem Zahlen unterschiedliche Variable zugeteilt, wodurch die Gleichung

unlösbar wird oder zu keiner eindeutigen Lösung führt, anstatt mithilfe einer der Unbekannten die anderen auszudrücken. Hiermit wird ein Punkt, an dem viele Schülerinnen und Schüler beim Lösungsversuch „hängenbleiben“, angesprochen und eine Lösungsmöglichkeit angeboten.

Im gleichen Zuge wird darauf hingewiesen, dass es auch Fälle gibt, wo dies nicht möglich ist, und auf ein späteres Kapitel, welches sich mit linearen Gleichungen mit zwei Variablen befasst, vertröstet.

Um den vierten Tipp, „Überlege, ob du vielleicht eine Formel aus der Geometrie oder Physik anwenden kannst!“, umsetzen zu können, bedarf es mitunter einiges Fachwissens. Er kann aber ein entscheidender Hinweis sein, denn oft sind Textaufgaben nicht lösbar, wenn die erforderlichen Basics fehlen. Grundsätzlich ist dieser Tipp einzigartig in allen untersuchten Lehrbüchern.

Der fünfte und letzte Hinweis ist von immens großer Wichtigkeit. Das Nichtbeachten unterschiedlicher Einheiten tritt in allen Schulstufen sehr häufig auf und führt bei noch so gelungener Aufstellung eines Terms und bei noch so korrekter rechnerischer Leistung zu einem falschen Ergebnis. Hier wäre auch ein Querverweis zu Punkt 6 vom Modell von Baum/Klein im Sinne einer Selbstkontrolle interessant: „Kann das Ergebnis stimmen?“ Nimmt es die Schülerin/der Schüler einfach so hin, wenn man als Flächeninhalt eines Raumes 2400 m^2 erhält, weil übersehen wurde, dass die eine Seite in m, die andere aber in cm angegeben wurde? Ein Appell an den Hausverstand!

Alles in allem ist festzustellen, dass Hanisch et al. wichtige Impulse geben, die beim Lösen einer Textaufgabe zu beachten sind. Keinesfalls sind genannte Tipps vergleichbar mit einer „rezeptartigen Lösungsanleitung“. Es werden die gehäuft auftretenden Hürden und Stolpersteine angesprochen und deren Verhinderung bzw. Bewältigung erklärt.

6.3 Lösungsanleitungen für Textaufgaben in „Das ist Mathematik“

6.3.1 Lösungsanleitung für Textaufgaben in „Das ist Mathematik 2“

„Das ist Mathematik 2“ von Hans-Christian Reichel et al. bietet eine Lösungsanleitung ähnlich dem Modell von Baum/Klein, allerdings in wesentlich knapperer Form. Hier konnte etwas besonders Interessantes nachvollzogen werden, nämlich die Entwicklung bzw. Überarbeitung dieser „Anleitung“ vom Vorgängerlehrwerk „Lehrbuch der Mathematik und Aufgabensammlung 2“ zum aktuellen Werk „Das ist Mathematik 2“.

Die erste Version umfasst vier Punkte, die zweite fünf.

Die ursprüngliche Anleitung aus „Lehrbuch der Mathematik und Aufgabensammlung 2“:

„ *Lösen von Textaufgaben (Textgleichungen)*

Vorgangsweise:

1. **Übersetze den Text in die Sprache der Mathematik!**
2. **Löse die Gleichung!**
3. **Überprüfe, ob die Lösung zum Text passt! Vergiss die Probe nicht!**
4. **Formuliere eine (sinnvolle) Antwort!**⁷⁷

Im neueren, überarbeiteten Lehrwerk unter dem Namen „Das ist Mathematik 2“ heißt es:

„ **Lösen von Textaufgaben durch Gleichungen**

1. **Lies den Text genau durch!**
2. **Bezeichne die *gesuchte Zahl* oder Größe mit einer *Variablen*!**
*Übersetze den Text in die Sprache der Mathematik, indem du eine **Gleichung** aufstellst!*

⁷⁷ Reichel, Hans-Christian u.a.: Lehrbuch der Mathematik und Aufgabensammlung 2. Lehrerausgabe. 3. Aufl. Wien: hpt 1997, S. 91.

3. **Löse die Gleichung!**
4. **Überprüfe** noch einmal **am Text**, ob die Lösung zum Text passt und ob sie stimmt (Probe)!
5. **Schreibe eine (sinnvolle) Antwort auf!**⁷⁸

Welche Unterschiede weisen diese beiden Varianten auf? Als Erstes fällt die Ergänzung des Punktes „Lies den Text genau durch!“ als ersten Punkt bei der aktuellen Variante auf. Bei der Lösungsstrategie von Baum/Klein wurde das Fehlen genau dieses Anleitungsschrittes bemängelt. Umso erfreulicher, dass er bei „Das ist Mathematik 2“ berücksichtigt wurde.

Generell lässt sich eine Änderung der Formulierungen feststellen. Dies beginnt schon mit der Überschrift, weswegen diese auch zitiert wurden. Statt „Lösen von Textaufgaben (Textgleichungen)“ steht in der aktuellen Version „Lösen von Textaufgaben durch Gleichungen“. Dieses ergänzte „durch“ verdeutlicht, wie die Textaufgaben gelöst werden sollen, während in der ersten Version „Textgleichungen“ lediglich wie ein Synonym für „Textaufgaben“ erscheint und nicht ganz klar ist, dass die Gleichung erst aufgestellt werden muss.

In beiden Varianten fehlt der Hinweis, erst einmal zu überlegen, was gesucht ist – bei Baum/Klein sowie Hanisch et al. mit „Was ist gesucht?“ verdeutlicht. Offenbar wird vorausgesetzt, dass dies den Schülerinnen und Schülern ohnehin klar ist, bzw. beinhaltet in der neueren Version der Punkt „Lies den Text genau durch!“ unausgesprochen diese Frage.

Während es in Version 1 noch lapidar „Übersetze den Text in die Sprache der Mathematik!“ heißt, wird diese Aufforderung in Version 2 etwas näher ausgeführt. In Zweiterer wird eben auf die Wahl einer Variablen für die gesuchte Größe hingewiesen und genauer erklärt, wie denn die „Übersetzung in die Sprache der Mathematik“ auszusehen hat. Hier wird nämlich erläutert, dass man eine Gleichung aufstellen soll. Dieser Hinweis fehlt in Version 1 gänzlich. Die Schülerin/der Schüler hat selbst zu wissen, wie die „Übersetzung in die Sprache der Mathematik“ auszusehen hat.

⁷⁸ Reichel, Hans-Christian u.a.: Das ist Mathematik 2. Wien: öbv 2008, S. 93.

Zu ergänzen ist hierbei, dass beide Lehrbücher unmittelbar vor der „Lösungsanleitung“ ein Lösungsbeispiel inkl. Gegenüberstellung des Textes und der mathematischen Sprache anführen, wobei hierbei bei der älteren Version die meines Erachtens bedeutenderen „übersetzten“ Begriffe gewählt wurden. Bei beiden wurde „Hälfte“ in mathematische Sprache übertragen, bei Version 1 weiters „das Dreifache“ und „vermindert“, bei Version 2 „dazugeben“ und „ergibt“. Meiner Ansicht nach haben Schülerinnen und Schüler mit „dazugeben“ weniger Assoziationsschwierigkeiten als etwa mit „vermindert“, da dies in ihrer Alltagssprache nicht unbedingt einen gewichtigen Platz einnimmt. Wie Daniela Eders Untersuchung (siehe Kapitel 3.3) zeigte, bereiten Begriffe wie „das Dreifache“ auch des Öfteren Probleme, sodass dessen Klärung als wichtiger zu erachten ist als die des Begriffes „ergibt“. Letztendlich wäre zu überlegen, ob man nicht generell eine längere „Übersetzungsliste“ als Hilfestellung anlegen sollte (siehe auch Kapitel 7), auf die die Schülerinnen und Schüler bei Bedarf immer wieder zurückgreifen können.

Zumindest sollte durch das vorangegangene Beispiel klar sein, wie die „Übersetzung in die Sprache der Mathematik“ aussehen soll bzw. was unter „Sprache der Mathematik“ verstanden wird. Der Hinweis von Version 2, dass die Übersetzung im Rahmen des Aufstellens einer Gleichung erfolgen soll, ist dennoch von großer Bedeutung und verdeutlicht zusätzlich, dass die Textaufgabe nicht etwa durch Raten oder Ausprobieren, sondern durch das Aufstellen und Lösen einer Gleichung bewältigt werden soll.

„Bei Textaufgaben ist die Übersetzung zwischen Alltagssprache und mathematischer Sprache wichtig, um zu einer Lösung zu gelangen.“⁷⁹

Der dem folgende Punkt ist in der Formulierung gleich geblieben: „Löse die Gleichung!“ Nur die Hervorhebung durch fetten Druck wurde verändert. Dazu später mehr.

Beim vorletzten Punkt geht es bei beiden Versionen um die Überprüfung der Lösung. Die neuere Version betont hier, dass die Überprüfung, „ob die Lösung zum Text passt“, am Text erfolgen soll. Aber auch auf die rechnerische Richtigkeit wird Wert gelegt, indem in beiden Fällen auf die Probe hingewiesen wird. „ob die Lösung zum

⁷⁹ Jaschke, Tobias: Klammern verstehen. Kontexte nutzen, um Fachsprache zu entwickeln. – In: mathematik lehren 156. Friedrich Verlag 2009, S. 47.

Text passt“ stellt eine etwas vage Formulierung dar, mit der etliche Schülerinnen und Schüler womöglich nichts anfangen können. „passen“ ist hier meines Erachtens ein etwas problematischer Begriff. Meiner Ansicht nach wäre hervorzuheben, ob die Sinnhaftigkeit der Lösung in Bezug auf den Text gegeben ist. In Verbindung damit wäre ein Hinweis, wie bei „MatheFit 4“ von Hanisch et al., auf das Beachten der Einheit der Einheiten wichtig.

Der letzte Punkt bezieht sich in beiden Fällen auf die zu gebende Antwort. Interessant ist hier, dass statt des ursprünglichen Begriffs „formulieren“ in der neueren Version „aufschreiben“ verwendet wurde, was am ersten Blick als weniger gelungene Wortwahl erscheinen mag. Die Formulierung „aufschreiben“ verhindert aber die missverständliche Annahme, dass eine mündliche Formulierung reicht, und betont die Wichtigkeit der Verschriftlichung.

Bemerkenswert ist auch der geringere Einsatz an fett Geschriebenem in Version 2. Eine weise Entscheidung, denn nun stechen die wichtigsten Schlagwörter viel deutlicher hervor als in der ursprünglichen Version. Hat man sich mit der Leitlinie schon einmal näher beschäftigt und nimmt man sie für die Lösung einer Aufgabe neuerlich zu Hand, reicht ein Blick, um sich die wichtigsten Punkte wieder in Erinnerung zu rufen.

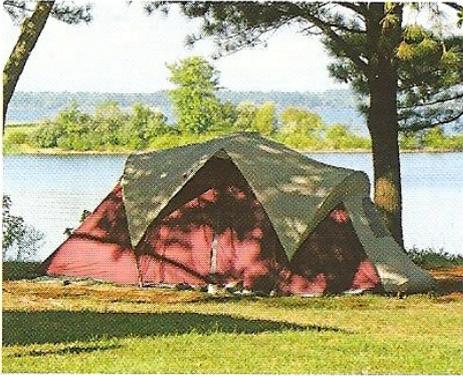
6.3.2 Lösungsanleitung für Textaufgaben in „Das ist Mathematik 3“

Reichel et al. legen den Schwerpunkt des Lösens von Textaufgaben in die 3. Klasse der AHS/NMS/HS. Im dritten Band der Lehrbuchreihe „Das ist Mathematik“ findet sich im Kapitel „Algebra“ im Unterkapitel „Gleichungen und Formeln“ ein eigenes Unterkapitel „Lösen von Textaufgaben“, welches wie im zweiten Band dieser Lehrbuchreihe eine fünf Schritte umfassende Anleitung zum Lösen von Textaufgaben beinhaltet, welche sich aber in Wortlaut, Ausführlichkeit und Inhalt eklatant vom Leitfaden des zweiten Bandes unterscheidet.

Der Leitfaden ist auf einer beispielhaften Textaufgabe aufgebaut und ist sehr ausführlich gestaltet, er nimmt eine ganze Seite ein. Die einzelnen Schritte werden

nicht einfach angeleitet, sondern anhand des Beispiels erfolgt ein musterhaftes Durcharbeiten des Beispiels in den einzelnen Schritten.

Zu Beginn steht zunächst die Beispiels-Textaufgabe:



Ernst, Herbert, Markus und Stefan haben von ihren Eltern für einen gemeinsamen Zelturlaub 1 200 € erhalten.

Hin- und Rückfahrt kosten für alle zusammen 100 €. Für Verpflegung und sonstige Ausgaben planen sie täglich insgesamt 80 € ein. Außerdem sind für jede Person pro Tag 8 € Campinggebühr zu bezahlen.

Wie viele Tage können sie höchstens bleiben?

Abb. 8: Reichel, Hans-Christian u.a.: Das ist Mathematik 3. Wien: öbv 2009, S. 105.

Als Nächstes folgen in übersichtlicher Form die fünf Schritte, wobei jeder Schritt eine Art Überschrift bzw. zusammenfassende Betitelung des Arbeitsvorgangs trägt.

So heißt der erste Schritt „Wahl der Unbekannten“. Dem ist zu entnehmen, dass gegenüber der Anleitung aus dem zweiten Band nicht das genaue Lesen als erster Schritt genannt ist, sondern dieses wird hier bereits vorausgesetzt bzw. wird angenommen, dass dies im Rahmen der davor abgedruckten Angabe erfolgt ist. Meiner Ansicht nach handelt es sich hierbei um ein Manko des Leitfadens. Man könnte ohne Weiteres dem Angabetext als ersten Schritt die Aufforderung zum genauen Lesen voranstellen oder, wenn die Textaufgabe an oberster Stelle stehen bleiben soll, als ersten Schritt etwa folgende Frage und Aufforderung einbauen: „Hast du den Text genau gelesen? Wenn nicht, erledige dies nun und lies den Text aufmerksam!“ Die Betonung des aufmerksamen Lesens und die Erinnerung daran sollte meiner Meinung nach ein zentraler Punkt jeder Lösungsanleitung sein, da das Fehlen dieses genauen Lesens viele Fehlerquellen in sich birgt.

Der „Schritt-Überschrift“ „Wahl der Unbekannten“ folgt eine Frage, die mit dem nächsten Satz sogleich beantwortet wird: „Welche Zahl oder Größe ist in der Aufgabe

gesucht? Es ist die Zahl der Urlaubstage. Wir wählen dafür einen Buchstaben, zum Beispiel d .⁸⁰

Die Frage leitet dazu an, wie man überhaupt herausfindet, welches die Unbekannte ist. Gelungen ist meiner Ansicht nach die schlichte Bezeichnung „Buchstabe“, der in der Alltagssprache der Schülerinnen und Schüler geläufig ist. Empfehlenswert wäre noch eine kurze Erklärung für die Wahl des Buchstabens d gewesen, da sich wohl viele Schülerinnen und Schüler fragen werden, warum nicht x gewählt wurde. Ein schlichtes „wie days“ in Klammern angeschlossen wäre hierfür ausreichend. Andererseits verdeutlicht die Wahl des Buchstabens d , dass man die Unbekannte nicht immer mit x oder y bezeichnen muss, sondern auch andere Buchstaben heranziehen kann. Diese Erkenntnis mag gering wirken, ist aber von durchaus großer Bedeutung.

Der zweite Schritt trägt die Überschrift „Aufstellen der Gleichung“.

2. Schritt: Aufstellen der Gleichung

Für d Tage betragen die Ausgaben $80 \cdot d$ € und die Campinggebühr $d \cdot (8 \cdot 4) = 32d$ €.

Die Gesamtausgaben sind daher $100 + 80d + 32d$; der zur Verfügung stehende Betrag ist 1200 €.

Die gesuchte Gleichung lautet daher: $100 + 80d + 32d = 1200$

Abb. 9: Reichel, Hans-Christian u.a.: Das ist Mathematik 3. Wien: öbv 2009, S. 105.

„Für d Tage betragen die Ausgaben $80 \cdot d$ € ...“⁸¹ Im Ausgangstext ist von „Verpflegung und sonstigen Ausgaben“ die Rede. Meines Erachtens könnte es bei dieser Anleitung zur Verwirrung beitragen, dass im Leitfaden nur von „Ausgaben“ die Rede ist, da die Schülerinnen und Schüler der Meinung sein könnten, dass diese „Ausgaben“ auch die Campinggebühr umfassen. Dies wäre durch die schlichte Ergänzung von „für Verpflegung und Sonstiges“ zu vermeiden.

⁸⁰ Reichel, Hans-Christian u.a.: Das ist Mathematik 3. Wien: öbv 2009, S. 105.

⁸¹ Reichel, Hans-Christian u.a.: Das ist Mathematik 3. Wien: öbv 2009, S. 105.

Die Formel für die Campinggebühr, $d \cdot (8 \cdot 4) = 32d$ €, bedarf meiner Ansicht nach auch genauerer Aufschlüsselung. Es sollte erläutert werden, dass 8 für die 8 € steht, die pro Tag zu entrichten sind, und 4 für die vier Freunde.

„Die Gesamtkosten sind daher $100 + 80d + 32d$ “ – hier fehlt die Erläuterung, woher die addierte Zahl 100 auf einmal stammt. Es handelt sich dabei um eine Information, die relativ zu Beginn des Aufgabentextes stand und möglicherweise mit dem weiteren Lesen in Vergessenheit geraten ist. Eine mögliche Verwirrung über die plötzlich auftretende Zahl 100, wo doch im Satz davor nur die Herkunft von $80d$ und $32d$ erklärt wurde, ließe sich mit einer kleinen Erweiterung des Satzes leicht vermeiden, z.B. durch die Formulierung „Die Gesamtausgaben inklusive der Reisekosten sind daher“ oder „Die Gesamtausgaben inklusive der Reisekosten von 100 € sind daher“ oder „Rechnet man noch die Reisekosten von 100 € hinzu, so sind die Gesamtausgaben“.

Hierbei handelt es sich um keine Pedanterie, sondern ein Lösungsleitfaden sollte möglichst genau jeden Schritt erklären und nicht noch mehr Fragen aufwerfen, v.a. wenn diese durch kleine Ergänzungen zu vermeiden wären.

Im Gegensatz zur Zahl 100, deren plötzliches Auftreten nicht erklärt wird, wird sehr wohl erläutert, woher die Zahl 1200 genommen wird. Der Rest dieses Lösungsschrittes ist demnach gelungen.

Im dritten Schritt wird nun vorgeführt, wie die Lösung der Gleichung erfolgt.

3. Schritt: Lösen der Gleichung

$$\begin{aligned} 100 + 80d + 32d &= 1200 \\ 100 + 112d &= 1200 & | -100 \\ 112d &= 1100 & | :112 \\ d &= 9,8\dots \end{aligned}$$

Abb. 10: Reichel, Hans-Christian u.a.: Das ist Mathematik 3. Wien: öbv 2009, S. 105.

Hier ist die Darstellung grundsätzlich gut verständlich und übersichtlich. Evtl. hätte man den ersten Schritt erklären können, dass hier $80d$ und $32d$ addiert werden bzw. addiert werden können, dass also zusammengefasst wird. Im Lehrbuch „Lebendige

Mathematik 4“ wird ein ähnlicher Schritt etwa durch den Vermerk „zusammenfassen“ erklärt.⁸²

Der vierte Schritt trägt die Bezeichnung „Überprüfen der Lösung“.

4. Schritt: Überprüfen der Lösung

Wir müssen überprüfen, ob die rechnerische Lösung auch Lösung unserer Textaufgabe ist. $d = 9,8\dots$ ist zwar **Lösung der Gleichung** (Probe!), aber **nicht Lösung der Textaufgabe**. Die gesuchte Anzahl der Urlaubstage muss eine natürliche Zahl sein.

Abb. 11: Reichel, Hans-Christian u.a.: Das ist Mathematik 3. Wien: öbv 2009, S. 105.

Dieser Schritt ist ein ganz wichtiger, denn viele Schülerinnen und Schüler hätten überhaupt keine Hemmungen, als Lösung anzugeben, dass die vier Freunde 9,8 Tage urlauben können. Sie sind oft viel zu sehr darauf versteift, auf eine Lösung der Gleichung zu kommen, und vergessen darüber, den Hausverstand einzuschalten, der ihnen besagen müsste, dass man keine 9,8 Tage verreisen kann, sondern dass die Anzahl der Urlaubstage nur als natürliche Zahl angegeben werden kann. Wichtig hierbei ist also die Unterscheidung zwischen „Lösung der Gleichung“ und „Lösung der Textaufgabe“. Diese beiden Begriffe sind nicht immer synonym zu verstehen, wie dieses Beispiel den Schülerinnen und Schülern anschaulich zeigt.

Dem nächsten Fehler, der nach der Erkenntnis, dass Urlaubstage nur in natürlichen Zahlen angegeben werden können, auftreten könnte, wird in der Lösungsanleitung ein eigener Schritt gewidmet bzw. wird das Problem, ob nun neun oder zehn Tage als Lösung anzugeben sind, in die Formulierung der Antwort ausgelagert.

Haben die Schülerinnen und Schüler erkannt bzw. verstanden, dass sie eine natürliche Zahl als Lösung angeben müssen, tendieren viele – wieder unter Nichtverwendung des Hausverstandes – dazu, mathematisch zu runden und bei einer Gleichungslösung von 9,8 auf 10 aufzurunden. Dass dies logisch betrachtet nicht stimmen kann bzw. dass in diesem Falle zu überlegen ist, ob auf- oder abgerundet wird, darauf wird im fünften Schritt „Beantwortung der Frage“ aufmerksam gemacht.

⁸² Siehe Wiltsche, Herwig u.a.: Lebendige Mathematik 4. Wien: öbv 2009, S. 91.

5. Schritt: Beantwortung der Frage

Wie viele Tage können die Freunde nun wirklich bleiben? 9 oder 10 Tage?

9 Tage kosten weniger als 1 200 €, es bleibt etwas Geld übrig. 10 Tage würden bereits mehr als 1 200 € kosten.

Antwort: Sie können höchstens **9 Tage** bleiben.

Textaufgaben können oft durch Probieren gelöst werden.

Bei schwierigeren Aufgaben musst du aber systematisch vorgehen.

Abb. 12: Reichel, Hans-Christian u.a.: Das ist Mathematik 3. Wien: öbv 2009, S. 105.

„Wie viele Tage können die Freunde nun wirklich bleiben? 9 oder 10 Tage?“⁸³

Dies sind die beiden Fragen, die die Schülerinnen und Schüler zum Nachdenken anregen sollen. Die Überlegungen, die sie dabei anstellen sollten, folgen sogleich in den nächsten Sätzen: „9 Tage kosten weniger als 1 200€, es bleibt etwas Geld übrig. 10 Tage würden bereits mehr als 1 200 € kosten.“⁸⁴

Als Nächstes steht dann bereits: „Antwort: Sie können höchstens 9 Tage bleiben.“⁸⁵

Sehr sinnvoll wäre vor dieser Antwort noch die Erläuterung bzw. der Hinweis gewesen, dass also nicht immer mathematisch gerundet wird, sondern dass die Rundung entsprechend der Fragestellung der Textaufgabe erfolgt.

Am Schluss des fünften Schrittes steht noch die Feststellung:

„Textaufgaben können oft durch Probieren gelöst werden.

Bei schwierigeren Aufgaben musst du aber systematisch vorgehen.“⁸⁶

Im Rahmen eines Merkkastens sind für das Lösen von Textaufgaben noch folgende beiden Dinge hervorgehoben:

⁸³ Reichel, Hans-Christian u.a.: Das ist Mathematik 3. Wien: öbv 2009, S. 105.

⁸⁴ Reichel, Hans-Christian u.a.: Das ist Mathematik 3. Wien: öbv 2009, S. 105.

⁸⁵ Reichel, Hans-Christian u.a.: Das ist Mathematik 3. Wien: öbv 2009, S. 105.

⁸⁶ Reichel, Hans-Christian u.a.: Das ist Mathematik 3. Wien: öbv 2009, S. 105.

Lösen von Textaufgaben

Das **mathematische Modell** einer Textaufgabe ist meist eine **Gleichung**.

Die **Lösung der Gleichung** muss **nicht automatisch** auch die **Lösung der Textaufgabe** sein.

Abb. 13: Reichel, Hans-Christian u.a.: Das ist Mathematik 3. Wien: öbv 2009, S. 105.

Besonders der zweite Punkt ist hier von großer Bedeutung, wie bei der Besprechung des vierten Schrittes bereits umfangreicher ausgeführt wurde.

Beschriebene Anleitung ist, wie die Erläuterungen verdeutlicht haben, auf einem Beispiel aufgebaut und somit nicht 1:1 auf jede beliebige Textaufgabe umzumünzen. V.a. die Schritt-Überschriften bieten aber Anhaltspunkte, wie man der Reihe nach beim Bearbeiten einer Textaufgabe vorgehen kann. Als größtes Manko ist das Fehlen des Hinweises auf genaues Lesen des Textes zu erachten. In diesem Schritt hätte man auch noch auf Stolpersteine wie unterschiedliche Einheiten bei den Angaben aufmerksam machen können.

Auch in „Das ist Mathematik 4“ findet sich eine Lösungsanleitung. Auf diese wird aber nicht näher eingegangen, da sie mit der Version aus „Das ist Mathematik 2“ nahezu ident ist. Sehr bemerkenswert ist, dass diese Lehrbuchreihe derart regelmäßig in dieser Form auf die Thematik Textaufgaben eingeht.

6.4 Lösungsanleitung für Textaufgaben in „ganz klar: Mathematik 2“

Im Lehrwerk „ganz klar: Mathematik 2“ liegt bereits im Kapitel „Brüche“ eine Anleitung für den Umgang mit Textaufgaben vor, nämlich im Rahmen eines eigenen Unterkapitels mit Textaufgaben, die Bruchzahlen beinhalten.

Die Autorinnen empfehlen, bei Textaufgaben immer nach folgenden Schritten vorzugehen:

- „
- a) **Lies** den Text genau durch!
 - b) **Stelle fest**, was auszurechnen ist!
 - c) **Schreibe** die Rechnungen an!
 - d) **Schätze** das Ergebnis ab und **rechne aus**!
 - e) **Überprüfe**, ob das Ergebnis stimmen kann!
 - f) Schreibe einen **Antwortsatz!**⁸⁷

Da diese Anleitung sich in einem Kapitel findet, wo Variable noch keine Rolle spielen, fehlt hier der Hinweis auf die Wahl einer Variablen und die Aufstellung einer Gleichung.

Grundsätzlich bemerkenswert ist die in Hinblick auf die anderen Lehrwerke untypische „Positionierung“ dieser Anleitung im Kapitel „Brüche“. Alle anderen untersuchten Lehrwerke platzierten ihre Anleitungen und Hinweise hinsichtlich der Textaufgaben im Kapitel „Gleichungen“. ⁸⁸ Prinzipiell ähnelt sie den anderen vorgestellten Leitlinien für Textaufgaben.

Die Hervorhebung durch Fettschreibung erfolgt ähnlich wie bei „Das ist Mathematik 2“. Nur die wichtigsten Schlagwörter sind markiert, sodass sie beim überfliegenden Lesen gleich ins Auge stechen.

Die Anleitung wirkt recht knapp, enthält aber alle zentralen Punkte und v.a. als erste der untersuchten Anleitungen alle als wichtig erachteten Punkte, wenn auch nur in kurzer Formulierung.

Als Erstes findet sich der nicht zu vernachlässigende Hinweis auf das genaue Lesen. Im Anschluss daran folgt jene Anweisung, die bei „Das ist Mathematik 2“ abgegangen ist – der Hinweis darauf, zunächst einmal zu überlegen bzw. festzustellen, was überhaupt auszurechnen, was gefragt ist. Die Wahl einer Variablen fällt in diesem Fall verständlicherweise weg, stattdessen ist das

⁸⁷ Achleitner, Renate u.a.: ganz klar: Mathematik 2. Wien: Jugend & Volk 2006, S. 54.

⁸⁸ Von der Lösungsstrategie von Baum/Klein lag mir allerdings nur die im „mathematik lehren“ veröffentlichte Fassung und nicht das Lehrwerk vor, sodass ich nicht mit Bestimmtheit sagen kann, in welchem Kapitel sich ihre Lösungsstrategie findet.

Anschreiben der Rechnung im nächsten Schritt Thema. „Schreibe die Rechnung an!“ entspricht auch einer „Übersetzung in die mathematische Sprache“, wie es vorhin bei Reichel et al. hieß. Diesem Punkt folgt ein sehr bedeutender Anleitungsschritt, nämlich jener, das Ergebnis zunächst abzuschätzen und dann auszurechnen. Dieses Abschätzen ist meiner Ansicht nach besonders bedeutend. Es geht Hand in Hand mit dem Überprüfen, ob eine gefundene Lösung Sinn macht. Schätzt man bereits im Vorhinein ab, wie die Lösung in etwa aussehen sollte, fallen völlig falsche Lösungen eher auf als ohne eine derartige Abschätzung. Auch ist ein möglicher Abschätzungsfehler bei gleichzeitig richtiger Rechnung denkbar. Hier sollte die Differenz zwischen Abschätzung und berechneter Lösung ebenso zur Überprüfung und Fehlersuche führen, was zum Lernprozess Positives beiträgt.

Der Abschätzung und Rechnung folgt die Anweisung zur Überprüfung, „ob das Ergebnis stimmen kann“, also jener Punkt, der vorhin in engem Zusammenhang mit dem Abschätzen gesehen wurde. Es fehlt hier ein genauere Hinweis, was genau überprüft werden soll (z.B. ob unterschiedliche Einheiten vorliegen etc.), ebenso der Hinweis auf die Probe. Meiner Ansicht nach steht aber bei Textaufgaben ohnehin die „inhaltliche Richtigkeit“, also sozusagen die „richtige Übersetzung in die mathematische Sprache“ im Vordergrund und nicht das richtige Ausrechnen. Dieses kann auch an anderer Stelle ausreichend geübt werden, wobei es natürlich auch bei Textaufgaben seine Berechtigung hat.

Das abschließende „Schreibe einen Antwortsatz!“ legt klipp und klar fest, die Antwort soll im Rahmen eines Satzes (und nicht mittels ein paar hingefetzter Wörter und Zahlen) erfolgen und verschriftlicht werden.

Alles in allem eine kurze, aber dennoch recht gelungene Leitlinie. Sie umfasst alle Punkte, die sich im Rahmen meiner Untersuchungen als wichtig gezeigt haben.

Im Kapitel über Gleichungen gibt es dann keine eigene Anleitung mehr für den Umgang mit Textaufgaben, bei denen eine Gleichung aufzustellen ist. Er wird lediglich auf Folgendes hingewiesen:



Textaufgaben kann man in eine Gleichung übersetzen und somit lösbar machen.

- 1) Für die unbekannte, gesuchte Größe setzt man eine Variable (Platzhalter), z. B. x, y, ... ein.
- 2) Die Aufgabe wird mithilfe von Variablen, Zahlen und Operationszeichen in eine Gleichung übersetzt.

Z. B.: Zu welcher Zahl muss man 9 addieren, um 31 zu erhalten?

$$\underline{x} \quad + 9 \quad = 31$$

Gleichung aufstellen: $x + 9 = 31$ | - 9

Gleichung lösen: $x = 31 - 9$

$$x = 22$$

Die gesuchte Zahl lautet 22.

Abb. 14: Achleitner, Renate u.a.: ganz klar: Mathematik 2. Wien: Jugend & Volk 2006, S. 174.

Interessant hierbei ist die „optische Erklärung“, wo mithilfe der roten Unterstreichungen und mathematischen Symbole und Zahlen die „Übersetzung in die mathematische Sprache“, wie es bei Reichel et al. heißt, dargestellt ist. Eine äußerst gelungene, gut verständliche Erläuterung, die bestimmt vielen Schülerinnen und Schülern sehr hilfreich ist.

6.5 Lösungsanleitungen in „Blickpunkt Mathematik“

6.5.1 Merkkasten zu Textaufgaben in „Blickpunkt Mathematik 2“

In „Blickpunkt Mathematik 2“ von Marianne Keller-Ressel et al. wird keine punktuelle Leitlinie zum Bearbeiten von Textaufgaben geboten. Es findet sich lediglich eine Art Merkkasten, wo wichtige Begriffe fett hervorgehoben sind:

„... vom Text zur Gleichung

*Textaufgaben kannst du oft mit Hilfe einer Gleichung lösen. Achte darauf, dass die **Lösung** der Gleichung **nicht immer eine sinnvolle Lösung** des ursprünglichen **Problems** ist! Führe die **Probe immer an Hand des Textes** durch! Beim Einsetzen in die Gleichung würden Fehler im Ansatz unentdeckt bleiben. Bei Textaufgaben musst du immer eine **Antwort** schreiben.*⁸⁹

Es handelt sich hierbei also um keine Anleitung im Sinne eines „Rezepts“, wie man eine Textaufgabe bearbeiten kann. Der Schwerpunkt dieses Merkkastens liegt

⁸⁹ Keller-Ressel, Marianne u.a.: Blickpunkt Mathematik 2. Wien: öbv 2003, S. 149.

bemerkenswerterweise auf der Überprüfung der Sinnhaftigkeit der Lösung, der in so manch anderer Anleitung wenig Beachtung geschenkt worden ist. Die Überprüfung dieser Sinnhaftigkeit wird hier besonders betont und v.a. auch, dass diese mithilfe des Textes erfolgen soll. Beeindruckend die ergänzende Erklärung, dass die Überprüfung anhand des Textes deshalb so wichtig ist, da Fehler im Ansatz nur so erkannt werden können. Eine schlichte rechnerische Probe ist hier nicht zielführend. Neben der Überprüfung der Sinnhaftigkeit wird noch die Wichtigkeit der Antwort betont.

Neben diesem Merkkasten ist ein Comic darunter interessant, wo es in der Sprechblase heißt: „Ah, ich verstehe! ... um 12 kleiner bedeutet, ich muss 12 addieren, um eine Gleichung zu finden!“⁹⁰ Ähnliche Feststellungen in schüler/innengerechter Sprache wurden in dieser Arbeit bereits in Kapitel 4.1 behandelt.



Abb. 15: Keller-Ressel, Marianne u.a.: Blickpunkt Mathematik 2. Wien: öbv 2003, S. 149.

Hier wird also Bezug genommen auf den häufig auftretenden additiven Umkehrfehler, der in Kapitel 3.3 Thema ist. Ein entscheidender Hinweis, der bestimmt der/dem ein oder anderen Schülerin/Schüler hilft, diesen Fehler zu vermeiden.

Hochinteressant sind die Textaufgaben, die bei „Blickpunkt Mathematik 2“ auf der nächsten Seite folgen. Es sind nämlich Aufgaben eingebaut, bei welchen man zwar ein Ergebnis errechnen kann, welches aber in der Realität nicht möglich ist. In

⁹⁰ Keller-Ressel, Marianne u.a.: Blickpunkt Mathematik 2. Wien: öbv 2003, S. 149.

diesem Falle sollen die Schülerinnen und Schüler anstelle einer Antwort schriftlich begründen, was bei der jeweiligen Aufgabe ihrer Meinung nach nicht stimmen kann.

Gleichungen und Formeln

Löse die Aufgaben **572** bis **580** mit Hilfe einer Gleichung!

Aber Achtung – einige dieser Textaufgaben stammen von Baron Münchhausen. Auch wenn du richtig gerechnet hast, ist das Ergebnis in Wirklichkeit nicht möglich! Schreib in diesem Fall statt einer Antwort eine Begründung, was hier nicht stimmen kann!

572
Lukas und Linda machen eine Radtour. Sie haben die Strecke in drei gleich lange Tagesetappen geteilt und legen insgesamt 126 km zurück. Berechne die Länge einer Tagesstrecke!

573
Moritz und Johanna gehen am Nachmittag reiten. Sie legen drei Runden auf der markierten Strecke zurück; das sind insgesamt 492 km. Wie lang ist eine Runde?

574
In der Autowerkstatt Flott können Kunden während des Sommers ihre Winterreifen lagern. Lehrling Nicki berichtet seinem Chef: „Heute war ich sehr fleißig, denn die 39 Reifen, die hier liegen, habe alle ich gewechselt!“ Bei wie vielen Autos hat Nicki die Reifen gewechselt, wenn jeweils alle vier Reifen gewechselt wurden?

575
Im Kino stellt der Platzanweiser fest: „Im großen Saal mit 156 Plätzen ist heute nur ein Platz mehr als ein Viertel der Sitze besetzt.“ Wie viele Personen sind im Kino?

576
Der Kutscher der Postkutsche erzählt dem Wirt: „Heute waren in meiner Kutsche, die elf Fahrgäste befördern kann, nur ein Drittel der Plätze vergeben.“ Wie viele Fahrgäste waren in der Kutsche?

577
Der Wirt der Pizzeria sagt: „Wenn noch drei Gäste kommen, ist mein Lokal mit 56 Plätzen schon halb voll.“ Wie viele Gäste sind in der Pizzeria?

578
Der Wirt der Dorfschenke stellt fest: „Gestern waren 37 Gäste hier. Wenn heute noch 12 Personen kommen, sind halb so viele Gäste wie gestern da.“ Wie viele Gäste sind zu diesem Zeitpunkt in der Dorfschenke?

579
Max hat auf seinem Fahrrad einen Tachometer montiert. Er überlegt: „Wenn ich mit gleichbleibender Geschwindigkeit weiterradle, lege ich in 5 Stunden 110 km zurück!“ Mit welcher Geschwindigkeit (in km/h) fährt Max zu diesem Zeitpunkt?

580
Baron Finsterburg hat ein neues Hobby. Er geht joggen und behauptet: „Ich laufe jeden Tag die gleiche Strecke. Dann bin ich in einem Jahr so viel gelaufen wie einmal rund um die Erde!“ Wie viel Kilometer läuft Baron Finsterburg pro Tag?

INFORMATION
Erdumfang am Äquator rund 40 000 km.



Abb. 16: Keller-Ressel, Marianne u.a.: Blickpunkt Mathematik 2. Wien: öbv 2003, S. 150.

Das Integrieren derartiger Aufgaben in das Umfeld einiger „gewöhnlicher“ Aufgaben ist nicht nur spannend, sondern äußerst wichtig. Damit kann einerseits geschult und andererseits überprüft werden, inwiefern die Schülerinnen und Schüler Verständnis zeigen, inwiefern sie auch die Logik und Sinnhaftigkeit überprüfen, und es zeigt sich, ob ohne Einschalten des „Hausverstandes“ stur drauflos gerechnet wird.

6.5.2 Lösungsanleitung in „Blickpunkt Mathematik 3“

In „Blickpunkt Mathematik 3“ findet sich im Kapitel „Terme, Gleichungen und Formeln“ ein unscheinbares, als „Hinweis“ betiteltes Kästchen, das sich bei genauerem Hinsehen als interessante Lösungsanleitung für Textaufgaben entpuppt.



HINWEIS

Lösen von Textaufgaben!

- 1 Lies den Text genau!**
Schreib das Wichtigste heraus oder markiere es!
Unterteile eventuell lange Sätze in sinnvolle Abschnitte!
- 2 Entscheide, für welche Größe du die Unbekannte verwendest!**
Überlege dazu, welche Größe oder Zahl gesucht ist!
- 3 Stelle die Gleichung auf!**
Übersetze dazu den Text in die Sprache der Mathematik.
- 4 Löse die Gleichung!**
- 5 Überprüfe die Lösung**
an Hand des Texts!
Nicht immer ist die Lösung der Gleichung für das gestellte Problem sinnvoll.
- 6 Beantworte die Frage!**

Abb. 17: Keller-Ressel, Marianne u.a.: Blickpunkt Mathematik 3. Wien: öbv 2005, S. 126.

Die Anleitung umfasst sechs Punkte und trägt die Überschrift „Lösen von Textaufgaben!“.

Das Wichtigste der einzelnen Punkte, wobei es sich immer um den ersten Satz bzw. um einen Teil des ersten Satzes handelt, ist jeweils fett hervorgehoben.

Der erste Punkt besagt „Lies den Text genau!“, womit auf die Grundvoraussetzung für das Gelingen der Aufgabe hingewiesen wird. Dieser wesentliche Aspekt wird in einigen Lehrbüchern vernachlässigt, weswegen dessen Berücksichtigung hier besonders hervorzuheben ist.

Noch bemerkenswerter jedoch sind die zusätzlichen Anweisungen, die dem ersten Punkt hinzugefügt sind. Es wird darauf hingewiesen, das Wichtigste herauszuschreiben oder zu markieren, und gar dazu angeleitet, eventuell lange Sätze in sinnvolle Abschnitte zu unterteilen, womit wichtige Lesetechniken bzw. -strategien angesprochen werden (siehe Kapitel 8.3). Derart bedeutende Hinweise, wie man das Wesentliche aus einem Angabetext herausarbeiten kann, finden sich in keinem anderen der untersuchten Lehrbücher.

„Entscheide, für welche Größe du die Unbekannte verwendest!“ – so nennt sich der zweite Punkt! Ergänzt wird er um die Erläuterung „Überlege dazu, welche Größe oder Zahl gesucht ist!“.

Dieser Punkt spricht an, was auch bei Hanisch et al. in „MatheFit 2“ in Form eines Tipps erwähnt wird – nicht immer ist es von Vorteil, die gesuchte Größe oder Zahl als Unbekannte anzunehmen. Daher ist die Formulierung, dass eine Entscheidung zu treffen ist, hier sehr gelungen. Bei der Wahl der Unbekannten ist stets zu bedenken, welche Größe oder Zahl gesucht ist, aber das bedeutet nicht, dass das Gesuchte zugleich die Unbekannte ist. Demzufolge ist Punkt 2 sehr treffend formuliert.

Punkt 3 trägt die Bezeichnung „Stelle die Gleichung auf!“, was durch die folgende Anweisung „Übersetze dazu den Text in die Sprache der Mathematik.“ näher erläutert wird. Damit ähnelt dieser Punkt entsprechendem Schritt der Anleitung in „Das ist Mathematik“ (Kapitel 6.3), wobei hier aber mehr das Aufstellen der Gleichung betont wird, wohingegen bei „Das ist Mathematik“ das Aufstellen der Gleichung nur als Erklärung für die Übersetzung in die Sprache der Mathematik steht. So gesehen wurde hier die Wertlegung umgekehrt. Diese Version wirkt als die

für Schülerinnen und Schüler verständlichere. Die Formulierung legt auf alle Fälle deutlich fest, was zu tun ist.

Der folgende vierte Schritt heißt schlicht „Löse die Gleichung!“ wie in „Das ist Mathematik“. Dies bedarf keiner ergänzenden Erläuterung.

Als nächster Schritt folgt die Überprüfung der Lösung anhand des Textes, wie es auch in den meisten Lösungsanleitungen zu finden ist. Positiv hervorzuheben ist die ergänzende Erklärung für den Sinn dieses Schrittes: „Nicht immer ist die Lösung der Gleichung für das gestellte Problem sinnvoll.“ Ein wichtiger Aspekt, auf den man die Schülerinnen und Schüler immer wieder hinweisen sollte, da die Sinnhaftigkeit der gefunden Lösung oft zu wenig bis gar nicht hinterfragt wird.

Zu bemängeln ist bei diesem Punkt lediglich die falsche Rechtschreibung von „anhand“ in Form von „an Hand“.

Als letzter Punkt steht die unmissverständliche Anweisung „Beantworte die Frage!“ Dass dies in schriftlicher Form erfolgen soll, wird hier nicht erwähnt, sollte den Schülerinnen und Schülern aber im Normalfall klar sein.

Alles in allem handelt es sich hierbei um eine sehr gelungene Anleitung, die alle als wichtig zu erachtenden Aspekte berücksichtigt und durch sinnvolle Ergänzungen näher erläutert.

6.6 Lösungsanleitung für Textaufgaben in „Lebendige Mathematik 4“

In der Lehrbuchreihe „Lebendige Mathematik 4“ findet sich erst im vierten Band eine Art Leitlinie zum Umgang mit Textaufgaben und zwar als Zusammenfassung am Ende des Unterkapitels „Textaufgaben“ im Rahmen des Kapitels „Gleichungen – Formeln“. Das heißt, die Bearbeitung der Textaufgaben erfolgte bereits zuvor und es soll nun nur noch zusammengefasst werden, wie vorgegangen werden kann.

Diese Zusammenfassung lautet wie folgt:

- „
1. **Lies** den Text der Aufgabe **sorgfältig** durch!
 2. Verwende zum **Aufstellen der Gleichung** zB eine Tabelle!
 3. Schreibe die einzelnen Textteile mit Hilfe einer **Variablen** an!
 4. Schreibe die **Gleichung** an! Beachte, ob Klammern zu setzen sind!
 5. Zur **Probe** setze in den Text ein!
- Es könnte sein, dass die Gleichung zwar richtig gelöst wurde, aber der Ansatz falsch war.*⁹¹

Der erste Punkt ist ein ganz wichtiger, der dennoch vielen Anleitungen fehlt. Umso beachtenswerter also, dass er hier berücksichtigt wurde.

Der zweite Punkt ist ein bislang neuer und ist wohl nur dann hilfreich, wenn der Einsatz einer Tabelle zuvor schon gezeigt wurde. Dies ist in diesem Lehrbuch davor schon mittels unterschiedlicher Musterbeispiele geschehen.

Der dritte Punkt ist ziemlich Verwirrung stiftend formuliert. Welche „einzelnen Textteile“ sollen es sein, die die Schülerinnen und Schüler unter Zuhilfenahme einer Variablen anschreiben sollen? Im Sinne einer im Nachhinein erstellten Übersicht, wie bei der Lösung vorgegangen wurde, kann diese Formulierung durchaus brauchbar sein. Aber als Anleitung für das Bearbeiten einer Textaufgabe ist dieser Schritt bzw. der so formulierte Schritt nahezu unbrauchbar. Es bleibt völlig unklar, welche Textteile herangezogen werden sollen und wie diese „Umformulierung“ in eine Variable vonstatten gehen soll.

Ebenso ist der vierte Schritt „Schreibe die Gleichung an!“ nur von Nutzen, wenn man sich im Nachhinein den Lösungsweg in Erinnerung rufen möchte. Als Hilfe zum Lösen einer zuvor noch nicht bearbeiteten Textaufgabe ist diese Formulierung wenig geeignet, besonders in Betracht des vorangegangenen noch unklarereren dritten Schrittes. Umso bemerkenswerter der Hinweis auf evtl. zu setzende Klammern, deren Vergessen zu Fehlern beim Lösen der Gleichung führen kann. Auf diesen Stolperstein wurde also hingewiesen, auf das Entscheidende, nämlich wie man

⁹¹ Wiltsche, Herwig u.a.: Lebendige Mathematik 4. Wien: öbv 2009, S. 96.

überhaupt zu einer Gleichung kommt, wurde wenig bzw. nur in unklarer Weise eingegangen.

Die Unklarheit mit sich bringenden Formulierungen setzen sich auch im fünften Schritt fort. „Zur Probe setze in den Text ein!“ – Wie soll hier vorgegangen werden? Sollen Angaben bzw. Wörter durchgestrichen und durch gewonnene Lösungszahlen ersetzt werden? Es bleibt völlig im Unklaren, wie dieses Einsetzen in den Text gemeint ist. Einen Hinweis mag vielleicht die ergänzende Erklärung „Es könnte sein, dass die Gleichung zwar richtig gelöst wurde, aber der Ansatz falsch war.“ geben, aber dies erklärt eher, warum die Probe anhand des Textes erfolgen soll und nicht anhand der gefundenen Gleichung. Dennoch trägt es nicht zum Verständnis bei, wie man „in den Text einsetzen“ soll.

Zusammenfassend liegt hier also eine unzureichende bzw. wenig hilfreiche Anleitung zum Lösen von Textaufgaben vor. Sie dient bestenfalls bereits geübten Schülerinnen und Schülern zum Vergegenwärtigen bereits ausgiebig gerechneter Aufgaben, was aber womöglich auch die Intention gewesen sein mag, da sie am Schluss des betreffenden Kapitels steht.

7. Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit Mathematikschularbeitstexten – Erkenntnisse einer Dissertation

Edith Tönies regt an, die Ursache für nicht verstandene Angabetexte nicht immer bei der Schülerin bzw. beim Schüler zu suchen, sondern auch bei der Lehrerin/beim Lehrer, die/der den Text verfasst.⁹² In weiterer Folge kann man dies auch für die Verfasserinnen und Verfasser von Lehrbüchern geltend machen.

Tönies sieht zwei Hauptgründe für schwer zu verstehende Formulierungen: einerseits die Verpflichtung zu mathematischer Exaktheit und andererseits die

⁹² Tönies, Edith: Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit Mathematikschularbeitstexten. Untersuchung der Formulierungen von Mathematikschularbeitstexten der ersten Klasse einer Wiener AHS. Diss. Wien: 1986, S. 3.

traditionell knappe Ausdrucksweise der mathematischen Literatur. „Dadurch entstehen stark ineinandergeschachtelte Satzgebilde hoher Komplexität, die vom Schüler nicht ohne Irrtümer entwirrt werden können [...]“⁹³, was natürlich insbesondere in Schularbeitssituationen gilt, wo Hilfestellungen von außen nicht möglich sind.

Tönies widmet sich in ihrer Arbeit im Speziellen dem sogenannten „Umsetzungsfehler“, der darin besteht, eine Aufgabe aufgrund von Schwierigkeiten mit dem Text falsch gelöst zu haben und nicht aufgrund mangelnder mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten.⁹⁴

Genau darin besteht auch das Interesse meiner Arbeit, welches weniger in mathematischen Fehlern beim Rechenvorgang, sondern in der Umsetzung einer Textaufgabe in ein mathematisches Modell liegt. In weiterer Folge stellt sich die Frage, wie man genannte Umsetzungsfehler vermeiden kann.

Anzumerken ist, dass Tönies sich nicht explizit mit Textaufgaben beschäftigte. Dennoch sind ihre Untersuchung und die daraus gewonnenen Erkenntnisse hochinteressant für meine Arbeit.

Bemerkenswert ist, dass Tönies' Untersuchung zufolge das Auftreten von Umsetzungsfehlern unabhängig von der Reihenfolge der Texte innerhalb einer Schularbeitsangabe ist. Ebenso zeigte sich kein Unterschied in der Häufigkeit des Auftretens von Umsetzungsfehlern in unterschiedlichen Phasen des Schuljahres, also etwa zu Schulanfang oder gegen Ende des Schuljahres.⁹⁵

Bei Tönies' Untersuchung führten 23% der 167 untersuchten Texte zu Umsetzungsfehlern, oft traten bei ein und demselben Text unterschiedliche

⁹³ Tönies, Edith: Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit Mathematikschularbeitstexten. Untersuchung der Formulierungen von Mathematikschularbeitstexten der ersten Klasse einer Wiener AHS. Diss. Wien: 1986, S. 3-4.

⁹⁴ Tönies, Edith: Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit Mathematikschularbeitstexten. Untersuchung der Formulierungen von Mathematikschularbeitstexten der ersten Klasse einer Wiener AHS. Diss. Wien: 1986, S. 46.

⁹⁵ Tönies, Edith: Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit Mathematikschularbeitstexten. Untersuchung der Formulierungen von Mathematikschularbeitstexten der ersten Klasse einer Wiener AHS. Diss. Wien: 1986, S. 67.

Umsetzungsfehler auf⁹⁶, wobei hier der Maximalwert bei acht unterschiedlichen Umsetzungsfehlern bei einem Text lag⁹⁷. 45% der Schülerinnen und Schüler, deren Arbeiten untersucht wurden, unterliefen im Laufe des Schuljahres bei mindestens einer Schularbeit ein Umsetzungsfehler, der Höchstwert lag bei vier Umsetzungsfehlern pro Schuljahr.⁹⁸ Jene Schülerinnen und Schüler, die zu Umsetzungsfehlern neigten, schnitten bei Mathematikschularbeiten auch im Jahresdurchschnitt schlechter ab als jene, die diese Neigung nicht aufwiesen.⁹⁹ Grundsätzlich führten Umsetzungsfehler zur jeweils schlechtesten Schularbeitsnote der jeweiligen Schülerin bzw. des jeweiligen Schülers.¹⁰⁰ 55% der Umsetzungsfehler hatten eine schlechtere Schularbeitsnote zur Folge.¹⁰¹ Prinzipiell scheinen Umsetzungsfehler geschlechtsunabhängig zu sein.¹⁰²

Auffallend ist, dass etwa die Hälfte jener Schülerinnen und Schüler, die Umsetzungsfehler begingen, im Jahreszeugnis im Unterrichtsfach Deutsch ein „Genügend“ hatten, während dies bei der Kontrollgruppe jener Schülerinnen und Schüler, denen keine Umsetzungsfehler unterliefen, nur bei einem Viertel der Fall war.¹⁰³ Daraus lässt sich vermuten, dass aus einer gewissen Schwäche im Fach Deutsch auch Probleme im Umgang mit mathematischen Texten resultieren. Nicht ins Bild passt die Tatsache, dass bei der Untersuchung jene Schülerinnen und Schüler, die einen Hang zu Textmissverständnissen hatten, einen relativ guten

⁹⁶ Tönies, Edith: Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit Mathematikschularbeitstexten. Untersuchung der Formulierungen von Mathematikschularbeitstexten der ersten Klasse einer Wiener AHS. Diss. Wien: 1986, S. 65.

⁹⁷ Tönies, Edith: Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit Mathematikschularbeitstexten. Untersuchung der Formulierungen von Mathematikschularbeitstexten der ersten Klasse einer Wiener AHS. Diss. Wien: 1986, S. 84.

⁹⁸ Tönies, Edith: Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit Mathematikschularbeitstexten. Untersuchung der Formulierungen von Mathematikschularbeitstexten der ersten Klasse einer Wiener AHS. Diss. Wien: 1986, S. 97.

⁹⁹ Tönies, Edith: Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit Mathematikschularbeitstexten. Untersuchung der Formulierungen von Mathematikschularbeitstexten der ersten Klasse einer Wiener AHS. Diss. Wien: 1986, S. 105.

¹⁰⁰ Tönies, Edith: Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit Mathematikschularbeitstexten. Untersuchung der Formulierungen von Mathematikschularbeitstexten der ersten Klasse einer Wiener AHS. Diss. Wien: 1986, S. 107.

¹⁰¹ Tönies, Edith: Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit Mathematikschularbeitstexten. Untersuchung der Formulierungen von Mathematikschularbeitstexten der ersten Klasse einer Wiener AHS. Diss. Wien: 1986, S. 108.

¹⁰² Tönies, Edith: Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit Mathematikschularbeitstexten. Untersuchung der Formulierungen von Mathematikschularbeitstexten der ersten Klasse einer Wiener AHS. Diss. Wien: 1986, S. 122.

¹⁰³ Tönies, Edith: Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit Mathematikschularbeitstexten. Untersuchung der Formulierungen von Mathematikschularbeitstexten der ersten Klasse einer Wiener AHS. Diss. Wien: 1986, S. 100.

Notendurchschnitt im Unterrichtsfach Deutsch aufwiesen.¹⁰⁴ Sehr auffallend ist die Tatsache, dass in der Umsatzfehlergruppe 46% der Mädchen, aber nur 6% der Buben im Jahreszeugnis in Deutsch mit „Sehr gut“ oder „Gut“ beurteilt wurden.¹⁰⁵ Damit ergibt sich, dass Mädchen, die zu Umsetzungsfehler neigten, im Jahreszeugnis im Unterrichtsfach Deutsch keine schlechteren Noten hatten als jene Mädchen, die keine Umsetzungsfehler begingen.¹⁰⁶

Tönies differenzierte sechs unterschiedliche Umsetzungsfehler:

- „
1. Textmißverständnisse,
 2. Vokabelfehler,
 3. Übersehen isoliert stehender Textteile,
 4. Übersehen integrierter Textteile,
 5. Lesefehler,
 6. Umsetzungsfehler, die auf Formulierfehler des Lehrers zurückgehen.“¹⁰⁷

Am häufigsten traten die ersten beiden Fehlertypen auf.¹⁰⁸ Lediglich der Vokabelfehler wurde von denselben Schülerinnen und Schülern wiederholt begangen. Ansonsten kam es äußerst selten vor, dass Schülerinnen und Schülern ein Umsetzungsfehler gleicher Art mehrmals unterlief.¹⁰⁹

Tönies nennt zwei Klassen von Fachausdrücken, die bei Schülerinnen und Schülern zu Schwierigkeiten führen können. Dies sind einerseits Fachausdrücke, die in der Alltagssprache nicht auftreten, und andererseits Fachausdrücke, die sehr wohl in der

¹⁰⁴ Tönies, Edith: Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit Mathematikschularbeitstexten. Untersuchung der Formulierungen von Mathematikschularbeitstexten der ersten Klasse einer Wiener AHS. Diss. Wien: 1986, S. 101.

¹⁰⁵ Tönies, Edith: Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit Mathematikschularbeitstexten. Untersuchung der Formulierungen von Mathematikschularbeitstexten der ersten Klasse einer Wiener AHS. Diss. Wien: 1986, S. 104.

¹⁰⁶ Tönies, Edith: Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit Mathematikschularbeitstexten. Untersuchung der Formulierungen von Mathematikschularbeitstexten der ersten Klasse einer Wiener AHS. Diss. Wien: 1986, S. 116-117.

¹⁰⁷ Tönies, Edith: Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit Mathematikschularbeitstexten. Untersuchung der Formulierungen von Mathematikschularbeitstexten der ersten Klasse einer Wiener AHS. Diss. Wien: 1986, S. 49.

¹⁰⁸ Tönies, Edith: Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit Mathematikschularbeitstexten. Untersuchung der Formulierungen von Mathematikschularbeitstexten der ersten Klasse einer Wiener AHS. Diss. Wien: 1986, S. 64.

¹⁰⁹ Tönies, Edith: Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit Mathematikschularbeitstexten. Untersuchung der Formulierungen von Mathematikschularbeitstexten der ersten Klasse einer Wiener AHS. Diss. Wien: 1986, S. 97.

Alltagssprache vorkommen, wo sich die Bedeutung in der Alltagssprache von jener in der Mathematik aber deutlich unterscheidet.¹¹⁰

Als alltagssprachenfremde Fachausdrücke, die zu Umsetzungsfehlern führten, konnte Tönies folgende Wörter ausmachen:¹¹¹

- Durchschnittsmenge
- Differenzwert
- Grundmenge
- Kreisring
- Komplementärmenge
- Lösungsmenge
- Minuend
- Mengendiagramm
- Quotient
- Rechteck
- Teilmengen
- Ungleichung
- Zahlenstrahl

In der Fachliteratur findet man als Beispiel etwa auch das Wort „rational“ genannt, welches umgangssprachlich in etwa „vernünftig“ oder „zweckbewusst“ bedeutet. Jedenfalls ist nicht leicht eine Beziehung zu den Bruchzahlen herzustellen. So gesehen kann umgangssprachliches Wissen hinderlich für den fachsprachlichen Gebrauch sein. Das Vorwissen ist aber nicht zu verleugnen und stellt die Basis jeder neuen Begriffsbildung dar. Ein Grund mehr, die Sprache im Unterricht explizit zu thematisieren. Ein Herausarbeiten der Parallelen und Unterschiede im alltäglichen

¹¹⁰ Tönies, Edith: Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit Mathematikschularbeitstexten. Untersuchung der Formulierungen von Mathematikschularbeitstexten der ersten Klasse einer Wiener AHS. Diss. Wien: 1986, S. 72.

¹¹¹ Tönies, Edith: Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit Mathematikschularbeitstexten. Untersuchung der Formulierungen von Mathematikschularbeitstexten der ersten Klasse einer Wiener AHS. Diss. Wien: 1986, S. 73.

bzw. mathematischen Gebrauch trägt zu einer besseren Bedeutungserfassung bei.¹¹²

Folgende Wörter mit divergierender Bedeutung in Alltags- und Fachsprache ermittelte Tönies als Fehlerquelle:

- Ansatz
- Buchstabenmenge
- Differenz
- Elemente
- gerade
- Mengen
- Nachfolger
- natürlich
- Produkt
- Platzhalter
- Strecken
- ungerade
- Vorgänger

Interessanterweise zeigten sich bei der Untersuchung keine wesentlichen qualitativen Unterschiede hinsichtlich der Verwendung problematischer Fachausdrücke von Texten, die zu Umsetzungsfehlern führten, gegenüber jenen, die keine Umsetzungsfehler zur Folge hatten. Tendenziell kamen aber in der Gruppe der Texte, die nicht zu Umsetzungsfehlern führten, weniger Fachausdrücke vor, die auch in der Alltagssprache auftreten, wohingegen mehr rein mathematische Fachausdrücke zur Anwendung kamen.¹¹³ Im Gegensatz dazu waren die Texte, die

¹¹² Vgl. Hußmann, Stephan: Umgangssprache – Fachsprache – In: Leuders, Timo (Hrsg.): Mathematik-Didaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II. Berlin: Cornelsen 2003, S. 69.

¹¹³ Tönies, Edith: Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit Mathematikschularbeitstexten. Untersuchung der Formulierungen von Mathematikschularbeitstexten der ersten Klasse einer Wiener AHS. Diss. Wien: 1986, S. 87.

nicht zu Umsetzungsfehlern führten, wesentlich weniger komplex formuliert als jene, die Fehler nach sich zogen.¹¹⁴

Jene Texte, die Textmissverständnisse zur Folge hatten, waren komplexer (vergleichsweise länger bzw. mit sehr verschränktem Satzbau¹¹⁵) und wiesen eine größere Anzahl an Ausdrücken auf, die in der Alltagssprache auch auftreten, dort aber eine andere Bedeutung haben. Insbesondere Letzteres galt auch für die Texte, die Vokabelfehler hervorriefen.¹¹⁶

Ein Zusammenhang zwischen einer Neigung zu Textmissverständnissen und schlechten Noten im Unterrichtsfach Deutsch konnte nicht nachgewiesen werden.¹¹⁷

Insgesamt zeigte sich, dass den Schülerinnen und Schülern anhand der mathematischen Texte ein höheres Sprachniveau abverlangt wurde, als es etwa im Deutschunterricht der (in diesem Fall) ersten Klasse üblich ist.¹¹⁸

Die Texte, bei denen ein einziges Wort zum Umsetzungsfehler führte, entstammten zum Großteil der Gruppe der Vokabelfehler. In diesen neun Texten konnte Tönies 17 Vokabelfehler ausfindig machen. In acht der 17 Fälle wurde die Addition gegenüber einer anderen Rechenart bevorzugt, worin sie den von Weaver 1971 beschriebenen Hang des Menschen zum Addieren bestätigt sieht.¹¹⁹

¹¹⁴ Tönies, Edith: Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit Mathematikschularbeitstexten. Untersuchung der Formulierungen von Mathematikschularbeitstexten der ersten Klasse einer Wiener AHS. Diss. Wien: 1986, S. 88.

¹¹⁵ Tönies, Edith: Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit Mathematikschularbeitstexten. Untersuchung der Formulierungen von Mathematikschularbeitstexten der ersten Klasse einer Wiener AHS. Diss. Wien: 1986, S. 119.

¹¹⁶ Tönies, Edith: Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit Mathematikschularbeitstexten. Untersuchung der Formulierungen von Mathematikschularbeitstexten der ersten Klasse einer Wiener AHS. Diss. Wien: 1986, S. 95-96.

¹¹⁷ Tönies, Edith: Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit Mathematikschularbeitstexten. Untersuchung der Formulierungen von Mathematikschularbeitstexten der ersten Klasse einer Wiener AHS. Diss. Wien: 1986, S. 119-120.

¹¹⁸ Tönies, Edith: Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit Mathematikschularbeitstexten. Untersuchung der Formulierungen von Mathematikschularbeitstexten der ersten Klasse einer Wiener AHS. Diss. Wien: 1986, S. 122.

¹¹⁹ Tönies, Edith: Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit Mathematikschularbeitstexten. Untersuchung der Formulierungen von Mathematikschularbeitstexten der ersten Klasse einer Wiener AHS. Diss. Wien: 1986, S. 76-77.

Tönies eruierte für die vier Grundrechnungsarten folgende Reizwörter, die seitens der Schülerinnen und Schüler fehlinterpretiert wurden:¹²⁰

Addition: vergrößern, Summe, vermehren, addieren

Subtraktion: Differenz, vermindern

Multiplikation: multiplizieren, Produkt

Division: dividieren

Es handelt sich hierbei keineswegs um schwer zu klassifizierende Begriffe. Dennoch hatten sie Verwechslungen zur Folge.¹²¹

Die von Tönies erstellte Tabelle, welche Grundrechnungsarten miteinander verwechselt wurden¹²², lässt vermuten, dass es sich in vielen Fällen um den bereits erwähnten (siehe Kapitel 3.2 und 3.3) Umkehrfehler gehandelt haben dürfte, etwa wenn Addition und Subtraktion oder Multiplikation und Division miteinander vertauscht wurden.

Tönies konnte mit ihrer Untersuchung und deren Interpretation zeigen, dass der Umgang mit mathematischen Texten vielen Schülerinnen und Schülern Schwierigkeiten bereitet, weswegen sie eine verstärkte Auseinandersetzung mit Textinterpretation im Mathematikunterricht fordert. Die Bedeutung von Texten im Mathematikunterricht muss stärker herausgearbeitet werden. Insbesondere betont Tönies die Wichtigkeit des Textverständnisses vor dem Rechenvorgang. Sprache und Sprachtraining soll im Mathematikunterricht mehr Raum geboten werden, um etwa Probleme mit gewissen Fachausdrücken zu verringern. Ebenso spricht sie die Bedeutung des Ausdrückens eines mathematischen Textes in eigenen Worten durch die Schülerin bzw. durch den Schüler an, wobei sie auch zur Partnerarbeit rät. Weiters schlägt sie die Zusammenstellung einer Liste von Schlüsselwörtern im

¹²⁰ Tönies, Edith: Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit Mathematikschularbeitstexten. Untersuchung der Formulierungen von Mathematikschularbeitstexten der ersten Klasse einer Wiener AHS. Diss. Wien: 1986, S. 77.

¹²¹ Tönies, Edith: Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit Mathematikschularbeitstexten. Untersuchung der Formulierungen von Mathematikschularbeitstexten der ersten Klasse einer Wiener AHS. Diss. Wien: 1986, S. 77.

¹²² Siehe Tönies, Edith: Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit Mathematikschularbeitstexten. Untersuchung der Formulierungen von Mathematikschularbeitstexten der ersten Klasse einer Wiener AHS. Diss. Wien: 1986, S. 76.

Rahmen des Unterrichts vor, die bestimmte Rechenarten signalisieren. Als Beispiele nennt sie „vergrößern“ und „reduzieren“.¹²³

Bezüglich des Gebrauchs von Fachausdrücken ist Folgendes sehr wichtig: „Je exakter der Sprachgebrauch, desto mehr Worte werden benötigt. Dies führt dazu, dass die Schüler sehr viele neue Begriffe lernen müssen.“ Nämlich 120 bis 200 neue Fachwörter, Symbole oder zusammengesetzte Terme pro Schuljahr.¹²⁴

Didaktiker Stephan Hußmann rät bezüglich der Fachausdrücke im Mathematikunterricht dazu, dass „[...] im] Unterricht [...] darauf geachtet werden [sollte], dass neu eingeführte fachsprachliche Ausdrücke und Symbole

- nicht nur unwesentliche Exaktifizierungen von schon eingeführten Wörtern sind (quantitative Reduktion von Fachwörtern),
- auch mehrere Bedeutungen besitzen können (Polysemie, Kontextabhängigkeit),
- hinsichtlich eines sicheren Umgangs mit ihnen auch im weiteren Unterricht häufig Verwendung finden (Permanenz der Nutzung),
- tatsächlich eine Vereinfachung für die Kommunikation darstellen.“¹²⁵

Tönies bezeichnet es als eine der zielführendsten Methoden, den Schülerinnen und Schülern mehr Verständnis im Umgang mit Textaufgaben zu verschaffen, sie selbst welche erfinden zu lassen. Insbesondere soll man sich dabei an Schülerinnen und Schüler richten, die im Unterrichtsfach Deutsch Schwierigkeiten haben. Es soll demnach eine Kooperation mit der Fachkollegin/dem Fachkollegen erfolgen, die/der in der jeweiligen Klasse Deutsch unterrichtet. Durch das Erstellen eigener Beispiele werde auch die Funktion oben genannter Schlüsselwörter besser erfasst, wodurch auch eine Rückübersetzung in die Sprache der Mathematik besser erfolgen soll. Auch erhält die Lehrperson dadurch bessere Einsicht darin, was bei Schülerinnen

¹²³ Tönies, Edith: Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit Mathematikschularbeitstexten. Untersuchung der Formulierungen von Mathematikschularbeitstexten der ersten Klasse einer Wiener AHS. Diss. Wien: 1986, S. 128-131.

¹²⁴ Hußmann, Stephan: Umgangssprache – Fachsprache – In: Leuders, Timo (Hrsg.): Mathematik-Didaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II. Berlin: Cornelsen 2003, S. 70.

¹²⁵ Hußmann, Stephan: Umgangssprache – Fachsprache – In: Leuders, Timo (Hrsg.): Mathematik-Didaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II. Berlin: Cornelsen 2003, S. 70.

und Schülern bei Textaufgaben zu Irrtümern und Missverständnissen führt, und kann konkret darauf eingehen.¹²⁶ (Siehe auch Kapitel 5.1.)

8. Leseförderung als Aufgabe aller Unterrichtsfächer – auch der Mathematik

In Bayern wurde Anfang 2008 als Reaktion auf die Ergebnisse der PISA-Studie das Projekt „ProLesen“ ins Leben gerufen, welches die Leseförderung als zentrale Aufgabe der Schule und somit als Aufgabe aller Unterrichtsfächer versteht.¹²⁷ Da das Lesen in vielerlei Hinsicht eine Schlüsselqualifikation darstellt, ist eine differenzierte Leseförderung Aufgabe aller Lehrerinnen und Lehrer auch abseits des Unterrichtsfaches Deutsch. Betont wird dabei auch die Besonderheit von Fachtexten, wie etwa komplexere Struktur, sprachliche Verdichtung oder Fachtermini, die den Schülerinnen und Schülern entweder (siehe auch Kapitel 7) nicht bekannt sind oder aber eine bezüglich der Alltagssprache verschiedene Bedeutung innehaben, die das Lesen und das Textverständnis erschweren¹²⁸ und somit eingehenderer Beschäftigung damit bedürfen. Auch die Grammatik der fachsprachlichen Texte unterscheidet sich von jener der Umgangssprache, was dem Verständnis ebenfalls hinderlich ist.¹²⁹

Fachsprachliche Texte können meist nicht so flüssig gelesen werden wie alltagssprachliche. Gründe dafür sind, wie bereits beschrieben, Wortschatz und Grammatik, aber v.a. auch die Informationsdichte, die im Text angestrebt wird. Letztere erschwert es, Alltagserfahrungen einzubinden und Redundanzen zu

¹²⁶ Tönies, Edith: Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit Mathematikschularbeitstexten. Untersuchung der Formulierungen von Mathematikschularbeitstexten der ersten Klasse einer Wiener AHS. Diss. Wien: 1986, S. 131-132.

¹²⁷ Ruch, Hermann (Hrsg.): ProLesen. Auf dem Weg zur Leseschule. Leseförderung in den gesellschaftswissenschaftlichen Fächern. Aufsätze und Materialien aus dem KMK-Projekt „ProLesen“. 2. Aufl. Donauwörth: Auer 2011, S. 7.

¹²⁸ Landesinstitut für Schulqualität und Lehrerbildung Sachsen-Anhalt (LISA) (Hrsg.): ProLesen – Auf dem Weg zur Leseschule. Konzepte und Materialien als Aufgabe aller Fächer. Köthen: Druckhaus Köthen 2010, S. 13; S. 71.

¹²⁹ Vgl. Hußmann, Stephan: Umgangssprache – Fachsprache – In: Leuders, Timo (Hrsg.): Mathematik-Didaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II. Berlin: Cornelsen 2003, S. 70.

verwenden, und verwehrt die Möglichkeit, den Text hermeneutisch zu lesen.¹³⁰

Beim Lesen von Fachtexten besteht der Anspruch an die Schülerinnen und Schüler vorrangig im Textverständnis. Das reine „Herunterlesen“ von Fachtexten zeugt noch von keiner diesbezüglichen Lesekompetenz.

Schon der Begriff Textverstehen beinhaltet, dass sich jemand, der einen Text verstehen möchte, Mühe machen muss. Das Textverstehen ist ein prinzipiell unabgeschlossener Prozess.¹³¹

Die Operation der Selektion ist im Rahmen des Textverstehens eine der wichtigsten Operationen. Nicht alle Textelemente sind für das Verständnis gleich wichtig.¹³² Eine Erkenntnis, die sich auch auf Textaufgaben übertragen lässt. Auch bei diesen ist die Selektion von immenser Bedeutung.

Gerade das sinnerfassende Lesen, das Entnehmen relevanter Informationen aus einem Text, die Auseinandersetzung mit dem Inhalt und die Umsetzung der Anforderungen des Textes sind Kompetenzen, die auch außerhalb der Schule und v.a. im späteren Leben von Bedeutung sind.¹³³

„Sachtexte behandeln einen spezifischen Ausschnitt aus dem Universum menschlichen Wissens und fordern, auf welchem Niveau auch immer, Vorwissen aus eben dieser Domäne ein, in das ihre neuen Informationen eingetragen werden sollen. Das Vorwissen in der jeweiligen Wissensdomäne ist eine zentrale Kategorie für die Verarbeitung von Sachtexten [...]“¹³⁴

¹³⁰ Vgl. Hußmann, Stephan: Umgangssprache – Fachsprache – In: Leuders, Timo (Hrsg.): Mathematik-Didaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II. Berlin: Cornelsen 2003, S. 71.

¹³¹ Krammer, Marion von der: Wege zum Text. Sechzehn Unterrichtsmethoden für die Entwicklung der Lesekompetenz. Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren 2004. (= Langer, Günter, Werner Ziesenis (Hrsg.): Deutschdidaktik aktuell. Bd 18), S. 5.

¹³² Vgl. Krammer, Marion von der: Wege zum Text. Sechzehn Unterrichtsmethoden für die Entwicklung der Lesekompetenz. Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren 2004. (= Langer, Günter, Werner Ziesenis (Hrsg.): Deutschdidaktik aktuell. Bd 18), S. 7.

¹³³ Vgl. Landesinstitut für Schulqualität und Lehrerbildung Sachsen-Anhalt (LISA) (Hrsg.): ProLesen – Auf dem Weg zur Leseschule. Konzepte und Materialien als Aufgabe aller Fächer. Köthen: Druckhaus Köthen 2010, S. 71.

¹³⁴ Vgl. Rosebrock, C.: Anforderungen von Sach- und Informationstexten, Anforderungen literarischer Texte. In: Lesekompetenz. Leseleistung. Leseförderung von A. Bertschi-Kaufmann (Hrsg.). Verlag Klett-Kallmeyer. Selze 2010, S. 54. – Zitiert nach: Ruch, Hermann (Hrsg.): ProLesen. Auf dem Weg zur Leseschule. Leseförderung in den gesellschaftswissenschaftlichen Fächern. Aufsätze und Materialien aus dem KMK-Projekt „ProLesen“. 2. Aufl. Donauwörth: Auer 2011, S. 14.

Auch bei Textaufgaben ist gewisses Vorwissen von Bedeutung. Generell sollte die Beschäftigung mit Texten auch im Mathematikunterricht ihren Platz haben. Textaufgaben sind dazu besonders geeignet.

Hußmann stellt bezüglich Fachtexten fest:

„Es macht einfach keinen Spaß [sic!] einen Fachtext zu lesen.

Die Darbietung mathematischer Inhalte im Mathematikunterricht sollte sich daher stärker an umgangssprachlichen Texten orientieren. Wenn möglich, sollten sie

- *Alltagserfahrungen einbinden,*
- *prägnant und präzise sein, aber auch*
- *Redundanzen enthalten,*
- *Antizipation und hermeneutisches Lesen ermöglichen.*¹³⁵

In der mathematischen Sprache gehen Exaktheit und Verständlichkeit offensichtlich nicht notwendigerweise Hand in Hand. „Will Mathematik mehr als ein System aus Rezepten und Regeln sein, darf man sich nicht dem Postulat der Eindeutigkeit und Exaktheit mathematischer Fachsprache in Gestalt der Darbietung verschreiben.“¹³⁶

Es hat sich gezeigt, dass Schülerinnen und Schüler, die selbst für andere Schülerinnen und Schüler Texte zu mathematischen Sachverhalten verfassen sollen, diese meist umgangssprachlich formulieren und nur eher selten Fachsprache verwenden, wodurch es jedoch in vielen Fällen an Exaktheit mangelt, sodass die anderen Schülerinnen und Schüler die Beschreibung nicht genau umsetzen können. Daraus können die Schülerinnen und Schüler lernen, wie wichtig Fachsprache ist, und entwickeln passende Kriterien dafür.¹³⁷

Ruf/Gallin sind der Meinung, dass man die fachsprachlichen Hindernisse, die mathematische Texte in sich bergen können, nicht vermeiden, sondern dass man die Schülerinnen und Schüler bewusst diesen aussetzen sollte. Es ist besser, sie stellen

¹³⁵ Hußmann, Stephan: Umgangssprache – Fachsprache – In: Leuders, Timo (Hrsg.): Mathematik-Didaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II. Berlin: Cornelsen 2003, S. 71.

¹³⁶ Hußmann, Stephan: Umgangssprache – Fachsprache – In: Leuders, Timo (Hrsg.): Mathematik-Didaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II. Berlin: Cornelsen 2003, S. 73.

¹³⁷ Hußmann, Stephan: Umgangssprache – Fachsprache – In: Leuders, Timo (Hrsg.): Mathematik-Didaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II. Berlin: Cornelsen 2003, S. 74.

sich den Schwierigkeiten, anstatt sie zu verdrängen oder zu vertuschen. Es gilt demnach auch für die Lehrkräfte, ihre Schülerinnen und Schüler diesbezüglich nicht vollends zu „schonen“, denn dies wäre kontraproduktiv. Oft werden von den Lehrpersonen die möglichen Fehlerquellen oft falsch eingeschätzt. Die wahren Schwierigkeiten ergeben sich oft ganz woanders und es ist wichtiger, mit diesen tatsächlich auftretenden Problemen gut umzugehen, als im Vorhinein auf Verdacht mögliche Stolpersteine auszumerzen.¹³⁸ „Sind die Hürden erst einmal erkannt, so sind sie auch schon halbwegs überwunden, und begreifen unsere Kinder erst einmal, wie mathematische Texte funktionieren, wächst auch die Bereitschaft, tiefer in die Mathematik einzudringen“, auch wenn ein beträchtlicher Aufwand an Zeit und Geduld vonnöten sein mag.¹³⁹ Eine möglichst frühe Thematisierung der mathematisch-fachsprachlichen Eigenheiten ist von Vorteil.¹⁴⁰

8.1 Leseförderung im Mathematikunterricht

Christoph Hammer, akademischer Direktor an der Ludwig-Maximilians-Universität München, Lehrstuhl für Didaktik der Mathematik, widmet sich im Rahmen des Projektes „ProLesen“ besonders der Leseförderung innerhalb des Mathematikunterrichts. Er kritisiert, dass im Mathematikunterricht das Textverständnis oft vorausgesetzt wird und die Beseitigung diesbezüglicher Mängel als Aufgabe des Deutschunterrichts betrachtet wird. Er beruft sich auch auf die Korrelation der Bereiche Lesen, Mathematik und Naturwissenschaften und versucht deutlich zu machen, dass diese Bereiche einander beeinflussen und die Förderung eines Bereiches auch den anderen zugute kommt. Im Mathematikunterricht sollte demzufolge sowohl der passive als auch der aktive Sprachgebrauch gefördert und trainiert werden.¹⁴¹

¹³⁸ Vgl. Ruf, Urs, Peter Gallin: Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik. Bd 1. Austausch unter Ungleichen. Grundzüge einer interaktiven und fächerübergreifenden Didaktik. Seelze-Velber: Kallmeyer 1998, S. 294-295.

¹³⁹ Ruf, Urs, Peter Gallin: Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik. Bd 1. Austausch unter Ungleichen. Grundzüge einer interaktiven und fächerübergreifenden Didaktik. Seelze-Velber: Kallmeyer 1998, S. 301.

¹⁴⁰ Vgl. Ruf, Urs, Peter Gallin: Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik. Bd 1. Austausch unter Ungleichen. Grundzüge einer interaktiven und fächerübergreifenden Didaktik. Seelze-Velber: Kallmeyer 1998, S. 301.

¹⁴¹ Vgl. Hammer, Christoph: Lesen, Schreiben und Sprechen im Mathematikunterricht. – In: Ruch, Hermann (Hrsg.): ProLesen. Auf dem Weg zur Leseschule. Leseförderung in den

Auch Hammer betont die Schwierigkeiten, die sich bei mathematischen Texten durch Informationsdichte, Fachtermini und komplexe Struktur ergeben. Demnach sollte auch immer wieder in die „Muttersprache“, also in die Alltagssprache der Schülerinnen und Schüler, übersetzt werden.¹⁴²

Er nennt außerdem Textaufgaben als eine der typischen schriftlichen Textformen im Mathematikunterricht und geht explizit darauf ein. Diesbezüglich bestätigt er auch, dass Textaufgaben oft Schwierigkeiten mit sich bringen, obwohl sie vom Wortschatz her meist leicht verständlich sind. Einerseits müssen Hilfsmittel zur Ordnung und Strukturierung des Textes geboten werden, andererseits gilt es, „die Inhalte in das Wissensnetz des Lesers zu integrieren und dabei auch motivationale Aspekte zu berücksichtigen“¹⁴³.

Hammer formuliert die These, dass im Umgang mit Textaufgaben das Problem weniger im Textverständnis als in der „Übertragung der Sachsituation in die Sprache der Mathematik“ liegt.¹⁴⁴

Diese Problemstellung sieht er als Teil der mathematischen Kernkompetenz „Modellieren“, wie sie auch bei den österreichischen Bildungsstandards auftritt, mithilfe derer man reale Probleme mittels der Mathematik löst. Derartige Textaufgaben werden im Rahmen eines Kreislaufs bearbeitet, der in einem oder mehreren Zyklen durchlaufen wird.¹⁴⁵

gesellschaftswissenschaftlichen Fächern. Aufsätze und Materialien aus dem KMK-Projekt „ProLesen“. 2. Aufl. Donauwörth: Auer 2011, S. 307.

¹⁴² Vgl. Hammer, Christoph: Lesen, Schreiben und Sprechen im Mathematikunterricht. – In: Ruch, Hermann (Hrsg.): ProLesen. Auf dem Weg zur Leseschule. Leseförderung in den gesellschaftswissenschaftlichen Fächern. Aufsätze und Materialien aus dem KMK-Projekt „ProLesen“. 2. Aufl. Donauwörth: Auer 2011, S. 307.

¹⁴³ Hammer, Christoph: Lesen, Schreiben und Sprechen im Mathematikunterricht. – In: Ruch, Hermann (Hrsg.): ProLesen. Auf dem Weg zur Leseschule. Leseförderung in den gesellschaftswissenschaftlichen Fächern. Aufsätze und Materialien aus dem KMK-Projekt „ProLesen“. 2. Aufl. Donauwörth: Auer 2011, S. 308.

¹⁴⁴ Hammer, Christoph: Lesen, Schreiben und Sprechen im Mathematikunterricht. – In: Ruch, Hermann (Hrsg.): ProLesen. Auf dem Weg zur Leseschule. Leseförderung in den gesellschaftswissenschaftlichen Fächern. Aufsätze und Materialien aus dem KMK-Projekt „ProLesen“. 2. Aufl. Donauwörth: Auer 2011, S. 308.

¹⁴⁵ Vgl. Hammer, Christoph: Lesen, Schreiben und Sprechen im Mathematikunterricht. – In: Ruch, Hermann (Hrsg.): ProLesen. Auf dem Weg zur Leseschule. Leseförderung in den gesellschaftswissenschaftlichen Fächern. Aufsätze und Materialien aus dem KMK-Projekt „ProLesen“. 2. Aufl. Donauwörth: Auer 2011, S. 308.

Blum/Leiß haben diesen Modellierungskreislauf wie folgt dargestellt:

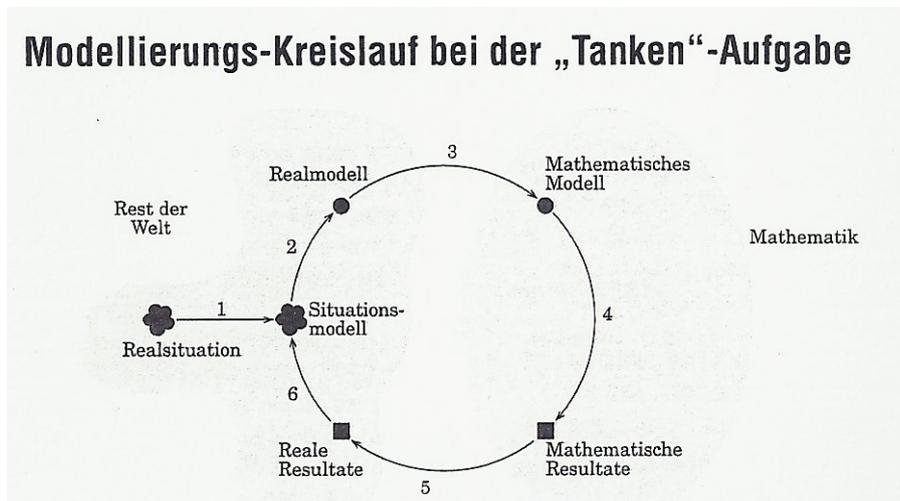


Abb. 18: Blum, Werner, Dominik Leiß: Modellieren im Unterricht mit der „Tanken“-Aufgabe. – In: mathematik lehren 128. Friedrich Verlag 2005, S. 19.

Die größte Schwierigkeit liegt im dritten Schritt, vom „Rest der Welt“ in die Mathematik zu „übersetzen“.¹⁴⁶

In diesem Zusammenhang ist auch Folgendes von Bedeutung:

„Algorithmen und Kalküle sind [...] nur Werkzeuge, um die Phänomene der realen Welt zu erklären und Mathematik in verschiedenen Situationen flexibel einzusetzen (Grundbildung). Das Lösen von Gleichungen oder die Bestimmung einer Ableitung setzt immer das Wissen um das ‚Warum tue ich das?‘ voraus. [...] Die Kraft der Mathematik liegt nun darin, dass die Kalküle von der konkreten Situation abstrahierbar sind und sich als ein universelles Werkzeug erweisen. Dies muss der Schüler aber selbsttätig erkennen.“¹⁴⁷

In einer zweiten These formuliert Hammer die Behauptung, dass die Textproduktion im Mathematikunterricht häufig zu kurz kommt, wo doch die Förderung der Lesekompetenz sowohl durch passiven als auch aktiven Sprachgebrauch erfolgt.¹⁴⁸

¹⁴⁶ Vgl. Hammer, Christoph: Lesen, Schreiben und Sprechen im Mathematikunterricht. – In: Ruch, Hermann (Hrsg.): ProLesen. Auf dem Weg zur Leseschule. Leseförderung in den gesellschaftswissenschaftlichen Fächern. Aufsätze und Materialien aus dem KMK-Projekt „ProLesen“. 2. Aufl. Donauwörth: Auer 2011, S. 309.

¹⁴⁷ Hußmann, Stephan: Umgangssprache – Fachsprache – In: Leuders, Timo (Hrsg.): Mathematik-Didaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II. Berlin: Cornelsen 2003, S. 71.

¹⁴⁸ Hammer, Christoph: Lesen, Schreiben und Sprechen im Mathematikunterricht. – In: Ruch, Hermann (Hrsg.): ProLesen. Auf dem Weg zur Leseschule. Leseförderung in den gesellschaftswissenschaftlichen Fächern. Aufsätze und Materialien aus dem KMK-Projekt „ProLesen“. 2. Aufl. Donauwörth: Auer 2011, S. 309.

Hammer nimmt sich auch des Themas der Motivation an und geht auf den Vorwurf ein, dass mathematische Aufgaben oft zu wenig lebensnahe seien. In diesem Zusammenhang macht er darauf aufmerksam, dass die Wirksamkeit des Praxisbezugs überschätzt wird. So nennt er als Beispiel, dass Aufgaben z.B. nicht alleine durch das Thema Handytarife attraktiv würden und dass gerade die Prozentrechnung, die vermutlich in allen Schultypen Thema ist, im Alltag jedes Menschen von Bedeutung ist und demnach große Praxisnähe aufweist, große Schwierigkeiten bereitet und mit massiven Defiziten konfrontiert ist. Wäre Praxisbezug alleine ausschlaggebend, würden wohl die meisten Menschen die Prozentrechnung beherrschen. Die Motivation muss demnach woanders begründet sein.¹⁴⁹

Hammers dritte These lautet, dass die Motivation vom „Anfangen“ kommt. Er sieht es als Herausforderung für die Lehrperson, die Schülerinnen und Schüler dazu zu bewegen, sich überhaupt auf eine Aufgabe einzulassen. Die Formulierung muss so gewählt werden, dass die Leser sich dafür interessieren und Verständnisschwierigkeiten zu Beginn möglichst vermieden werden. Hammer formuliert drei wesentliche Aspekte gut formulierter Texte:¹⁵⁰

- *„Der Einstieg soll allen Schülern einen Zugang zum Problem ermöglichen.*
- *Im Mittelpunkt steht eine gehaltvolle Problemstellung – der ‚Kern der Sache‘.*
- *Der dritte Aspekt eines guten Textes lädt zum Weiterdenken ein. Hier werden Verbindungen hergestellt, neue Strategien entwickelt oder Spezialfälle verallgemeinert.“¹⁵¹*

Als Beispiel stellt er zwei Texte von Gallin/Ruf einander gegenüber, die dasselbe Thema zum Inhalt haben:

¹⁴⁹ Vgl. Hammer, Christoph: Lesen, Schreiben und Sprechen im Mathematikunterricht. – In: Ruch, Hermann (Hrsg.): ProLesen. Auf dem Weg zur Leseschule. Leseförderung in den gesellschaftswissenschaftlichen Fächern. Aufsätze und Materialien aus dem KMK-Projekt „ProLesen“. 2. Aufl. Donauwörth: Auer 2011, S. 311.

¹⁵⁰ Vgl. Hammer, Christoph: Lesen, Schreiben und Sprechen im Mathematikunterricht. – In: Ruch, Hermann (Hrsg.): ProLesen. Auf dem Weg zur Leseschule. Leseförderung in den gesellschaftswissenschaftlichen Fächern. Aufsätze und Materialien aus dem KMK-Projekt „ProLesen“. 2. Aufl. Donauwörth: Auer 2011, S. 311.

¹⁵¹ Hammer, Christoph: Lesen, Schreiben und Sprechen im Mathematikunterricht. – In: Ruch, Hermann (Hrsg.): ProLesen. Auf dem Weg zur Leseschule. Leseförderung in den gesellschaftswissenschaftlichen Fächern. Aufsätze und Materialien aus dem KMK-Projekt „ProLesen“. 2. Aufl. Donauwörth: Auer 2011, S. 311.

Text 1:

„Der Schnittwinkel zweier Kreise ist der Winkel der beiden Tangenten in einem Schnittpunkt. Wie groß ist der Schnittwinkel zweier Kreise, wenn

- die beiden Radien, die in einem Schnittpunkt enden, dort einen Winkel von 140° einschließen?*
- die zu den beiden Schnittpunkten gezogenen Radien im Mittelpunkt des einen Kreises einen 70° - und im Mittelpunkt des anderen einen 40° -Winkel einschließen?“¹⁵²*

Text 2:

- „Zeichne [...] zwei schön geschwungene Linien [...], (die) sich mindestens einmal schneiden. Versuche, eine Vergrößerung der Kreuzungsstelle an einer anderen Stelle des Blattes zu zeichnen.*
- Unter welchem Winkel schneiden sich [sic!] die beiden Kurven? [...] Beschreibe, wo Probleme beim Messen auftauchen und welche Hilfslinien nützlich sein könnten.*
- Wie könnte man allgemein einen Winkel zwischen zwei krummen Kurven definieren? Und wie lässt sich so auch der Winkel festlegen und messen, unter dem sich [sic!] zwei Kreise schneiden?“¹⁵³*

Der erste Text wirkt eher abschreckend, wohingegen der zweite mehr zum Nachdenken einlädt. „Der zweite Text konzentriert sich auf den Kern der Sache und ermöglicht jedem Schüler einen motivierenden Einstieg.“¹⁵⁴

¹⁵² Hammer, Christoph: Lesen, Schreiben und Sprechen im Mathematikunterricht. – In: Ruch, Hermann (Hrsg.): ProLesen. Auf dem Weg zur Leseschule. Leseförderung in den gesellschaftswissenschaftlichen Fächern. Aufsätze und Materialien aus dem KMK-Projekt „ProLesen“. 2. Aufl. Donauwörth: Auer 2011, S. 311.

¹⁵³ Hammer, Christoph: Lesen, Schreiben und Sprechen im Mathematikunterricht. – In: Ruch, Hermann (Hrsg.): ProLesen. Auf dem Weg zur Leseschule. Leseförderung in den gesellschaftswissenschaftlichen Fächern. Aufsätze und Materialien aus dem KMK-Projekt „ProLesen“. 2. Aufl. Donauwörth: Auer 2011, S. 311.

¹⁵⁴ Hammer, Christoph: Lesen, Schreiben und Sprechen im Mathematikunterricht. – In: Ruch, Hermann (Hrsg.): ProLesen. Auf dem Weg zur Leseschule. Leseförderung in den

Hammer bringt mehrere Vorschläge, wie der aktive und passive Sprachgebrauch im Mathematikunterricht zunehmend gefördert werden kann. Diese sind auch beim Bearbeiten von Textaufgaben einsetzbar.

Zum einen nennt er Erläuterungen als besonders wichtigen Punkt. Die Schülerinnen und Schüler sollten möglichst oft dazu aufgefordert werden, ihre Überlegungen zu erklären, etwa anhand einer „Hausaufgabenfolie“. Hierbei bereitet eine Schülerin bzw. ein Schüler die Hausübung auf einer Folie vor und zeichnet sich in der folgenden Stunde verantwortlich für die Besprechung und Verbesserung dieser Aufgabe.¹⁵⁵ Erwähnenswert ist an dieser Stelle, dass modernere Schulen oft über keinen Overhead-Projektor mehr verfügen und die Vorbereitung einer Folie im eigentlichen Sinne daher überflüssig wäre. Die Folie kann hier durch das Einscannen der Hausaufgabe und das Mitbringen der eingescannten Fassung auf einem USB-Stick oder dergleichen erfolgen, wodurch die Hausübung dann mittels Beamer an die Wand projiziert werden kann.

Als nächsten wichtigen Punkt der Sprachförderung im Mathematikunterricht nennt Hammer Begründungen. Diese erscheinen ihm in einem verständnisorientierten Mathematikunterricht wichtiger als formale Beweise.¹⁵⁶

Der dritte von Hammers Punkten befasst sich mit Eigenproduktionen durch die Schülerinnen und Schüler. Ähnliches wurde im Rahmen dieser Arbeit schon in Kapitel 4.1 und wird im folgenden Kapitel 8.2 ausgearbeitet. Schülerinnen und Schüler sollten selbst – sowohl mündlich als auch schriftlich – Texte produzieren. Dies kann etwa im Rahmen der Formulierung eigener Aufgaben oder im Abfassen eines Lernberichts oder Lerntagebuchs (siehe Kapitel 4.1) erfolgen. Um zu Beginn eine Überforderung der Schülerinnen und Schüler zu vermeiden, kann man etwa

gesellschaftswissenschaftlichen Fächern. Aufsätze und Materialien aus dem KMK-Projekt „ProLesen“. 2. Aufl. Donauwörth: Auer 2011, S. 311.

¹⁵⁵ Vgl. Hammer, Christoph: Lesen, Schreiben und Sprechen im Mathematikunterricht. – In: Ruch, Hermann (Hrsg.): ProLesen. Auf dem Weg zur Leseschule. Leseförderung in den gesellschaftswissenschaftlichen Fächern. Aufsätze und Materialien aus dem KMK-Projekt „ProLesen“. 2. Aufl. Donauwörth: Auer 2011, S. 312.

¹⁵⁶ Hammer, Christoph: Lesen, Schreiben und Sprechen im Mathematikunterricht. – In: Ruch, Hermann (Hrsg.): ProLesen. Auf dem Weg zur Leseschule. Leseförderung in den gesellschaftswissenschaftlichen Fächern. Aufsätze und Materialien aus dem KMK-Projekt „ProLesen“. 2. Aufl. Donauwörth: Auer 2011, S. 312.

Satzanfänge oder Wortgeländer anbieten.¹⁵⁷

Hammers Ansicht nach bieten v.a. Zeitungen viele Möglichkeiten, die der kritischen Auseinandersetzung im Mathematikunterricht dienen können, z.B. graphische Darstellungen mit verzerrten Achsen, die häufig vorkommen. Hierbei bietet sich auch besonders die schriftliche Bearbeitung an, da die Schülerinnen und Schüler oft bemerkenswerte Argumente finden. Aber auch die Erstellung von Leserbriefen wäre denkbar.¹⁵⁸

8.2 Lesen von Texten im Mathematikunterricht

Auch Christina Drüke-Noe fordert eine stärkere Gewichtung der sprachlichen Kompetenz im Mathematikunterricht, auch in Schularbeiten. Der Entwicklung von mehr (fach-)sprachlicher Kompetenz sollte mehr Aufmerksamkeit geschenkt werden. Sie nennt drei Fragen, denen man beim Lesen von Texten im Mathematikunterricht Beachtung schenken sollte und die auch insbesondere für Textaufgaben von großer Bedeutung sind:

- „ - *Welche Angaben im Text benötige ich, um die gestellte Frage zu beantworten?*
- *Welche Begriffe kenne ich, welche sind noch unklar?*
- *Welche mathematische Frage fällt mir zu dem Text ein?*¹⁵⁹

Alle drei Fragen sind von immenser Wichtigkeit für den Umgang mit Textaufgaben.

Auf den ersten Punkt, das Herausfiltern der relevanten Informationen aus einem Text, wurde in dieser Arbeit schon mehrmals eingegangen. Oft entscheidet diese (fehlende) Kompetenz, ob eine Aufgabe gelöst werden kann oder nicht.

¹⁵⁷ Hammer, Christoph: Lesen, Schreiben und Sprechen im Mathematikunterricht. – In: Ruch, Hermann (Hrsg.): ProLesen. Auf dem Weg zur Leseschule. Leseförderung in den gesellschaftswissenschaftlichen Fächern. Aufsätze und Materialien aus dem KMK-Projekt „ProLesen“. 2. Aufl. Donauwörth: Auer 2011, S. 312.

¹⁵⁸ Hammer, Christoph: Lesen, Schreiben und Sprechen im Mathematikunterricht. – In: Ruch, Hermann (Hrsg.): ProLesen. Auf dem Weg zur Leseschule. Leseförderung in den gesellschaftswissenschaftlichen Fächern. Aufsätze und Materialien aus dem KMK-Projekt „ProLesen“. 2. Aufl. Donauwörth: Auer 2011, S. 312-313.

¹⁵⁹ Drüke-Noe, Christina: Mathematische Texte – auch in Klassenarbeiten. Anregungen zur Umsetzung und zur Bewertung. – In: mathematik lehren 156. Friedrich Verlag 2009, S. 52.

Unklare Begriffe können ebenso das Lösen einer Aufgabe verhindern. In Kapitel 3.1 wurde das Beispiel der Mehrwertsteuer erwähnt. Derartige Begriffe müssen geklärt sein bzw. werden, um eine Aufgabe lösen zu können.

Sehr interessant und wichtig erscheint die letzte Frage „Welche mathematische Frage fällt mir zu dem Text ein?“. Nicht nur das Verstehen eines Textes ist von Bedeutung, nicht nur das Herauslesen von Informationen, sondern auch das Vermögen, zu einem Text sinnvolle Fragen zu stellen.

Drüke-Noe stellt einige Partnerübungen vor, die die Kommunikation im Mathematikunterricht fördern und besonders für die Bearbeitung von Textaufgaben von großer Relevanz sind. Ihrer Erfahrung nach bewirken diese Übungen auch im Folgenden einen kritischeren Umgang mit Aufgabenstellungen.¹⁶⁰

Die erste von ihr vorgestellte Partnerübung fokussiert das Erkennen von für die Lösung relevanten Informationen sowie das Erstellen eines Textes bzw. einer Fragestellung. Es wird hier eine Methode angewandt, die auch oder v.a. im Deutschunterricht ihren Platz hat, das filternde Lesen.

Beide Schülerinnen bzw. Schüler erhalten den gleichen Text, der einige Zahlenangaben beinhaltet. Weiters bekommt jede/r der beiden Schülerinnen bzw. Schüler eine mathematische Frage zu dem Text, die sie/er ihrer/seiner Partner/in nicht zeigt. Jede/r der beiden markiert dann in seinem Text jene Angaben, die zur Beantwortung der eigenen Frage von Relevanz sind. Anschließend tauschen die beiden Schülerinnen bzw. Schüler die markierten Texte, nicht aber die Fragen.

Nun geht es darum, eine Frage schriftlich zu formulieren, zu deren Beantwortung die von der Partnerin/dem Partner markierten Angaben vonnöten sind. Haben beide Schülerinnen bzw. Schüler diesen Auftrag erfüllt, tauschen sie sich über ihre Ergebnisse aus. Es wird verglichen, ob die gefundenen Fragen mit den vorgegebenen übereinstimmen oder nicht. Ist dies nicht der Fall, wird kontrolliert, ob die gefundene Frage dennoch zu den unterstrichenen oder eingekreisten Angaben passt, oder es wird erarbeitet, wie die Frage abzuändern wäre, damit sie zu den

¹⁶⁰ Drüke-Noe, Christina: Mathematische Texte – auch in Klassenarbeiten. Anregungen zur Umsetzung und zur Bewertung. – In: mathematik lehren 156. Friedrich Verlag 2009, S. 53.

markierten Angaben passt. Auch wird bei beiden Texten überprüft, ob überhaupt die richtigen Angaben markiert wurden oder ob auch hier Änderungsbedarf entsteht.¹⁶¹

Mit dieser Übung wird eine Kernkompetenz für den Umgang mit Textaufgaben getroffen. Das Herausfiltern relevanter Informationen ist insbesondere bei der Angabe einer Fülle von Daten von großer Bedeutung. Das Trainieren dieser Fähigkeit, auch unter Zuhilfenahme von Methoden zur Steigerung der Lesekompetenz, das Sprechen und Diskutieren darüber festigt die Sicherheit im Umgang mit Textaufgaben, sensibilisiert für mögliche Unzulänglichkeiten, sichert eine der für Textaufgaben bedeutendsten Kompetenzen.

Man muss nicht immer eigene Aufgaben erstellen oder suchen, um diese Form der Partnerübung durchführen zu können. Auch in den meisten Lehrbüchern finden sich geeignete Aufgaben, die dafür herangezogen werden können.

Darüber hinausgehend kann man nun die Aufgabe anschließen, eigene Aufgaben zum Text schriftlich zu formulieren und auch eine Musterlösung niederzuschreiben. Ist dies erfolgt, werden Texte und Aufgaben getauscht und von der Partnerin/dem Partner bearbeitet. Die Musterlösung kann dabei zur Kontrolle dienen. Im Anschluss erfolgt wieder ein Austausch. – Stimmen Lösung und Musterlösung bzw. Aufgabe und Musterlösung überein? Gibt es Schwachstellen in der Aufgabenformulierung? Wenn ja, welche? Die Erfahrung zeigt, dass die Schülerinnen und Schüler sich hier sehr kritisch, aber auch sehr konstruktiv verhalten.¹⁶² Konstruktive Kritik ist ein gehaltvoller Schritt im Lernprozess.

Diese Übung kann auch unabhängig von der ersten vorgestellten Partnerarbeit anhand eines Textes, z.B. eines Zeitungsartikels, der mathematisch verwertbare Daten enthält, durchgeführt werden.

¹⁶¹ Drüke-Noe, Christina: Mathematische Texte – auch in Klassenarbeiten. Anregungen zur Umsetzung und zur Bewertung. – In: mathematik lehren 156. Friedrich Verlag 2009, S. 53.

¹⁶² Drüke-Noe, Christina: Mathematische Texte – auch in Klassenarbeiten. Anregungen zur Umsetzung und zur Bewertung. – In: mathematik lehren 156. Friedrich Verlag 2009, S. 53-55.

Haben Schülerinnen und Schüler einmal Erfahrung im Erstellen von Aufgaben gesammelt, kann man dies auch in Schularbeiten einbauen.¹⁶³

Als weitere Partnerübung mit verstärkter Förderung der Kommunikation stellt Drüke-Noe eine Übung vor, die auf einer graphischen, algebraischen oder tabellarischen Darstellung basiert. Da dies für diese Arbeit nicht von Relevanz ist, wird sie an dieser Stelle übergangen.

Drüke-Noe hat ein Beispiel gebracht (siehe nächste Seite), wie eine auf den beiden genannten Partnerarbeiten beruhende Aufgabe, die die Kommunikation zum Thema hat, in einer Schularbeit Platz finden kann. Die einzelnen Unterpunkte nehmen an Schwierigkeit zu. In der ersten Teilaufgabe ist nur zu unterstreichen, in der zweiten einzukreisen und gegebenenfalls sind fehlende Angaben zu ergänzen.

Der dritte Unterpunkt hat schließlich die Formulierung und Lösung einer eigenen Aufgabe zum Inhalt. Bei der Beurteilung der dritten Teilaufgabe sind besonders die Aspekte Verständlichkeit, Komplexität der entwickelten Aufgabe und Korrektheit von Bedeutung.¹⁶⁴

¹⁶³ Drüke-Noe, Christina: Mathematische Texte – auch in Klassenarbeiten. Anregungen zur Umsetzung und zur Bewertung. – In: mathematik lehren 156. Friedrich Verlag 2009, S. 55.

¹⁶⁴ Drüke-Noe, Christina: Mathematische Texte – auch in Klassenarbeiten. Anregungen zur Umsetzung und zur Bewertung. – In: mathematik lehren 156. Friedrich Verlag 2009, S. 56.

Folgendermaßen sieht dabei die Angabe aus:

Känguru

Vom australischen Beuteltier Känguru gibt es zahlreiche unterschiedlich große Arten. Die größte Art ist das Rote Riesenkänguru. Es kann eine Körperhöhe von 1,8m und ein Gewicht von 90kg erreichen. Eine deutlich kleinere Art ist das Zottel-Hasenkänguru, das zwischen 31 und 39cm groß wird und nur 0,8 bis 1,8kg wiegt. Die meisten Känguruarten bewegen sich hüpfend vorwärts. Daher sind ihre Hinterbeine meistens viel länger und stärker als die Vorderbeine. Kängurubabys kommen nach etwa 20 bis 40 Tagen Tragzeit zur Welt. Selbst beim Roten Riesenkänguru wiegt das Jungtier bei der Geburt nur erstaunliche 0,75g. In den ersten Lebensmonaten lebt ein Jungtier im Beutel seiner Mutter und verlässt diesen erst nach etwa sechs Monaten. Bis zum Alter von etwa einem Jahr wird ein Jungtier noch von seiner Mutter gesäugt.



→ AUFGABEN

- a. Wie viele Babys des Roten Riesenkängurus wiegen zusammen so viel wie ein ausgewachsenes Känguru dieser Art?
Unterstreiche nur die Angaben im Text, die du benötigst, um die gesuchte Anzahl zu ermitteln. Du brauchst die Frage nicht zu beantworten.

- b. Um wie viel wächst ein Rotes Riesenkängurubaby (in cm), bis es ausgewachsen ist?
Kreise alle Angaben im Text ein, die du brauchst, um dies auszurechnen. Gib an, welche Angabe noch fehlt, falls der Text nicht alle nötigen Angaben enthält.

- c. *Formuliere selbst eine weitere Aufgabe zu diesem Text über Kängurus und löse sie.*

Abb. 19: Drüke-Noe, Christina: Mathematische Texte – auch in Klassenarbeiten. Anregungen zur Umsetzung und zur Bewertung. – In: mathematik lehren 156. Friedrich Verlag 2009, S. 54.

Drücke-Noe liefert mit diesen Ideen bzw. Vorschlägen einen wichtigen Impuls, wie mit Textaufgaben sinnvoll fernab bloßen Ausrechnens umgegangen werden kann, wie der kommunikative Aspekt bei solchen Aufgaben in den Mittelpunkt gerückt werden kann, was dessen Bedeutung im Mathematikunterricht aufwertet.

Drücke-Noe betont aber auch, dass der Erwerb der Kompetenzen Kommunizieren und Argumentieren Zeit und Geduld braucht, dass sie Schülerinnen und Schülern schrittweise nähergebracht werden sollen.¹⁶⁵

Letztlich aber ein Aufwand, der sich mit Sicherheit lohnt.

8.3 Lesestrategien

Bekannte Techniken, die das Textverständnis fördern können, sind auch für den Einsatz bei Textaufgaben geeignet, z.B. Wörter oder Textpassagen zu unterstreichen oder anderwertig zu markieren, Bezugspfeile innerhalb des Textes zu setzen oder am Rand Notizen herauszuschreiben, wobei man hier zwischen „materiellen“ und „geistigen“ Aktivitäten unterscheiden kann, letztendlich steht aber hinter jeden materiellen Handlung eine geistige. Bei der später vorgestellten Fünf-Schritt-Lesemethode spricht man nicht von einer Technik, sondern von einer Strategie.¹⁶⁶

8.3.1 Lesestrategien nach Leisen

Nach Joseph Leisen werden folgende Lesestrategien im Umgang mit Sachtexten vorgestellt, die sich in der Praxis bewährt haben:

¹⁶⁵ Drücke-Noe, Christina: Mathematische Texte – auch in Klassenarbeiten. Anregungen zur Umsetzung und zur Bewertung. – In: mathematik lehren 156. Friedrich Verlag 2009, S. 57.

¹⁶⁶ Vgl. Krammer, Marion von der: Wege zum Text. Sechzehn Unterrichtsmethoden für die Entwicklung der Lesekompetenz. Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren 2004. (= Langer, Günter, Werner Ziesenis (Hrsg.): Deutschdidaktik aktuell. Bd 18), S. 60.

Strategie 1	Fragen zum Text beantworten
Strategie 2	Fragen an den Text stellen (Die Schülerin/der Schüler stellt selbst Fragen an den Text und beantwortet diese ggf. selbst.)
Strategie 3	den Text strukturieren (Der Lerner teilt den Text in Abschnitte und gibt diesen Überschriften.)
Strategie 4	den Text mit dem Bild lesen (Die Leserinnen und Leser werden zu einer vergleichenden Text-Bild-Lektüre angeleitet.)
Strategie 5	farborientiert markieren
Strategie 6	den Text in eine andere Darstellungsform übertragen
Strategie 7	den Text expandieren
Strategie 8	verschiedene Texte zum Thema vergleichen
Strategie 9	Schlüsselwörter suchen und den Text zusammenfassen
Strategie 10	das Fünf-Phasen-Schema zur Texterschließung anwenden: <ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Orientiere dich im Text.</i> 2. <i>Suche Verstehensinseln.</i> 3. <i>Erschließe abschnittsweise.</i> 4. <i>Suche den roten Faden.</i> 5. <i>Reflektiere abschließend.</i>

Abb. 20: Landesinstitut für Schulqualität und Lehrerbildung Sachsen-Anhalt (LISA) (Hrsg.): ProLesen – Auf dem Weg zur Leseschule. Konzepte und Materialien als Aufgabe aller Fächer. Köthen: Druckhaus Köthen 2010, S. 14-15.

Nicht alle diese Strategien können bei jedem Text angewandt werden. Wichtig ist aber v.a. das Üben der einzelnen Strategien. Weiters soll den Schülerinnen und Schülern der Nutzen der einzelnen Strategien bewusst gemacht werden.¹⁶⁷

Leisen schlägt zehn Leseübungen für Schülerinnen und Schüler mit schwacher Lesekompetenz vor, die zum Teil auch für den Umgang mit Textaufgaben wertvoll sein können:

1. *„Wörter suchen: Wörter einer vorgegebenen Wortliste im Text finden und unterstreichen,*
2. *Textlücken ausfüllen: im Text vorgegebene Textlücken ausfüllen,*
3. *Textänderungen vergleichen: zwei fast wortgleiche Texte miteinander vergleichen und Unterschiede erkennen,*

¹⁶⁷ Landesinstitut für Schulqualität und Lehrerbildung Sachsen-Anhalt (LISA) (Hrsg.): ProLesen – Auf dem Weg zur Leseschule. Konzepte und Materialien als Aufgabe aller Fächer. Köthen: Druckhaus Köthen 2010, S. 15-16.

4. *Zeichnungen und Bilder beschriften: Zeichnungen und Bilder mit den Begriffen aus dem Text beschriften und ergänzen,*
5. *Textpuzzle bearbeiten: verwürfelte Sätze im Text wiederfinden und unterstreichen oder den Text wieder herstellen,*
6. *Informationen suchen: explizit im Text angegebene Informationen suchen und herausschreiben,*
7. *Satzhälften zusammenfügen: vorgegebene Satzhälften zusammenfügen,*
8. *Richtigkeit prüfen: Aussagen oder vorgegebene Informationen mithilfe des Textes überprüfen,*
9. *Sätze aussuchen: aus einer Auswahl von Sätzen einen inhaltlich passenden heraussuchen und einfügen,*
10. *Überschriften zuordnen: vorgegebene Zwischenüberschriften Textpassagen zuordnen*¹⁶⁸

Welche dieser Leseübungen können nun sinnvoll für den Umgang mit Textaufgaben sein?

Ad 1.: Eine reine Wörtersuche erscheint auf den ersten Blick im Fall von Textaufgaben nicht sehr sinnvoll. Wenn man jedoch die Idee einer Liste von Schlüsselwörtern aufgreift, wie Tönies sie vorschlägt (siehe Kapitel 7), kann eine Suche und ein Unterstreichen dieser Schlüsselwörter durchaus Sinn machen. Hat man bereits eine solche Schlüsselwortliste erstellt, kann man diese heranziehen und die Schülerinnen und Schüler im Text nach auf der Liste befindlichen Wörtern suchen und diese unterstreichen lassen, etwa Begriffe wie „reduzieren“ oder „vergrößern“. Im Anschluss vergleicht man die Ergebnisse und bespricht für die einzelnen Begriffe, welchen Bedeutung sie in der Textaufgabe haben bzw. zu welcher Rechenoperation sie führen.

Ad 2.: Das Ausfüllen von Textlücken ist bei Textaufgaben eher nur bedingt einsetzbar, vorrangig als eine Art Spielerei, aber nicht unbedingt zielführend, um das Identifizieren von relevanten Informationen zu fördern.

¹⁶⁸ Landesinstitut für Schulqualität und Lehrerbildung Sachsen-Anhalt (LISA) (Hrsg.): ProLesen – Auf dem Weg zur Leseschule. Konzepte und Materialien als Aufgabe aller Fächer. Köthen: druckhaus köthen 2010, S. 15.

Ad 3.: Dieser Punkt, der Vergleich nahezu gleicher Texte oder in der Mathematik unter Umständen sogar ähnlicher Wörter und die Herausarbeitung der Unterschiede, ist wiederum als sehr wichtig und förderlich im Bearbeiten von Textaufgaben anzusehen. Hier kann man auch auf Begriffe eingehen, die öfters zu Verwechslungen führen, wie „Division“ und „Differenz“ (siehe Kapitel 3.1). Es ist von Bedeutung herauszuarbeiten, welche Änderungen am Text zu Änderungen im Ansatz führen und dafür zu sensibilisieren.

Ad 4.: Der vierte Punkt, das Beschriften von Zeichnungen und Bildern, ist in der Mathematik hauptsächlich im Umgang mit Graphiken oder Tabellen (wobei mit Letzterem über Zeichnungen und Bilder hinausgegangen wird) einzusetzen.

Ad 5.: Der Einsatz von Textpuzzles ist im Fall von Textaufgaben eher als Spielerei und daher als zu vernachlässigen anzusehen. Evtl. könnte man Derartiges in der Volksschule oder in der ersten Klasse einer AHS/NMS/HS als Unterrichtslockerung punktuell einsetzen, jedoch nicht zum längerfristigen Training des Textverständnisses bzw. des Herausfilterns von Informationen aus einer Textaufgabe.

Ad 6.: Nach Informationen zu suchen, ist eine für Textaufgaben sinnvolle, wenn nicht überhaupt *die* sinnvollste Tätigkeit. Letztendlich geht es bei der Fragestellung einer Textaufgabe darum, dem Text jene Informationen zu entnehmen, die man zur Beantwortung der Frage benötigt. Dies explizit bei Textaufgaben zu trainieren, ist äußerst sinnhaft.

Ad 7.: Das Zusammenfügen von Satzhälften hat für den Umgang mit Textaufgaben eine ähnliche Bedeutung wie Punkt 5 (Textpuzzles). Es ist eher als Spielerei anzusehen, die in niederen Schulstufen zur Auflockerung dienen kann, aber für einen längerfristigen Effekt im Sinne eines besseren Verstehens von Textaufgaben nicht zielführend ist.

Ad 8.: Der achte Punkt, gewisse Aussagen oder vorgegebene Informationen anhand des Textes zu überprüfen, ist als besonders interessanter und bedeutender Punkt zu erachten. Ein Üben in diese Richtung zeigt, ob der Text wirklich verstanden wurde,

und trägt – regelmäßig trainiert – mit Sicherheit längerfristig zu besserem Textverständnis bei.

Ad 9.: Punkt 9, das Einsetzen eines Satzes aus einer vorgegebenen Auswahl, fällt wieder in die Kategorie „Spielerei und Auflockerung“, kann aber durchaus zur Überprüfung und Verbesserung des Textverständnisses eingesetzt werden. Aus der Wahl des Satzes geht hervor, ob der vorangegangene Text verstanden wurde oder nicht.

Ad 10.: Das Zuordnen von (Zwischen-)Überschriften ist für die Bearbeitung von Textaufgaben eher ungeeignet.

8.3.2 Die SQ3R-Methode

Gut lesen zu können bedeutet auch, besser zu lernen. Dies spricht für ein Training von Lesetechniken. Für beides steht das Verstehen im Mittelpunkt. Vorausdenken, Mitdenken und Nachdenken ist gefragt. Dadurch wird auch geschult, Wichtiges von Unwichtigem zu unterscheiden. Die simpelste Methode, das Wichtigste hervorzuheben, ist das Unterstreichen. Wird dies im Unterricht geübt und wird im Anschluss daran über die unterschiedlichen Unterstreichungen gesprochen und welche Ursachen zu diesen Unterschieden führten, bringt dies einen weiteren Lerneffekt für die Schülerinnen und Schüler.¹⁶⁹

Die SQ3R-Methode bzw. 5-Schritte-Lernmethode, eigentlich für das einprägende Lernen gedacht, kann – an die Bedürfnisse der Textaufgaben angepasst bzw. in Auszügen – auch für die Bearbeitung von Textaufgaben von Nutzen sein:

„ a) *S (Survey): Überfliegen, sich einen Überblick verschaffen, d.h. die Kapitelüberschriften lesen, die Illustrationen betrachten, Vorwort und Zusammenfassungen überlesen, das Buch überblättern, Literaturverzeichnis, Register etc. ansehen.*

¹⁶⁹ Bamberger, Richard: Zur Auseinandersetzung mit Sachtexten und Schulbüchern – In: Beisbart, Ortwin u.a. (Hrsg.): Leseförderung und Leseerziehung. Theorie und Praxis des Umgangs mit Büchern für junge Leser. Donauwörth: Ludwig Auer 1993, S. 149.

b) Q (Questions): Fragen stellen: Was weiß ich von diesem Stoff? Was erwarte ich? Besonders gut ist es, die Frage auch niederzuschreiben. Die Wirkung der eigenen Fragen: Der Leser wird aktiviert, das Denken in bestimmte Bahnen gelenkt, Beziehungen zwischen angebotenen Stoff, eigenen Vorkenntnissen und Interessen werden hergestellt.

c) R (Read): Genau lesen, lesend erarbeiten auch im Hinblick auf gestellte Fragen, eventuell auch unterstreichen oder Zeichen an den Rand setzen.

d) R (Recite): Bericht über das Gelesene, Fragen beantworten, erste Wiederholung, sich das Eingeprägte bewußt machen, eigenständige Textverarbeitung.

e) R (Review): Nachprüfen, nach einigen Tagen wieder durchgehen, das Gemarkte überprüfen, die bei Punkt 2 gestellten Fragen beantworten, kurzes Wiederholen von a)-d).“¹⁷⁰

Punkt a) kann in Bezug auf Textaufgaben im Sinne eines Überfliegens vonnutzen sein. Sich zunächst einen Überblick zu schaffen, worum es geht, Graphiken, Diagramme oder dergleichen zu betrachten, bevor man den Text genauer liest, kann zum Verständnis beitragen (siehe Kapitel 8.4 Lesbarkeitsforschung).

Auf in Punkt b) Gefordertes, nämlich Fragen zu stellen, wurde in dieser Arbeit bereits mehrmals eingegangen. Eigenständig Fragen zu einer Textaufgabe zu formulieren, trägt viel zum Textverständnis bei.

Punkt c) ist wohl der wichtigste im Zusammenhang mit Textaufgaben. Genaues Lesen, insbesondere bezüglich gestellter Fragen, gepaart mit eventuellen Unterstreichungen oder sonstigen Markierungen ist von zentraler Bedeutung für eine positive Bewältigung einer Textaufgabe.

Rezitieren im Sinne von Punkt d) ist bei Textaufgaben wohl eher nicht so wichtig,

¹⁷⁰ Bamberger, Richard: Zur Auseinandersetzung mit Sachtexten und Schulbüchern – In: Beisbart, Ortwin u.a. (Hrsg.): Leseförderung und Leseerziehung. Theorie und Praxis des Umgangs mit Büchern für junge Leser. Donauwörth: Ludwig Auer 1993, S. 149-150.

jedoch könnte man diesen Punkt auf Textaufgaben umgemünzt so sehen, dass das Wiedergeben in eigenen Worten von großer Bedeutung ist. Ebenso das Beantworten von Fragen zum Text.

Ein Wiederholen, wie in Punkt e) beschrieben, kann man auf Textaufgaben übertragen so verstehen, dass man bei einer Textaufgabe erworbene Erkenntnisse später auch auf andere Textaufgaben übertragen kann, wo dies Sinn macht.

Die Wirksamkeit dieser Methode wurde wissenschaftlich belegt.¹⁷¹

Gierlich erweiterte diese Fünf-Schritte-Methode um zwei weitere Schritte, nämlich um das Aktivieren von Vorwissen und das Stellen von möglichen offenen Fragen, das beides noch vor dem überfliegenden Lesen stattfinden soll. Besonders die Aktivierung des Vorwissens hat sich im Unterricht etabliert.¹⁷²

8.3.3 Selbstreguliertes Lesen bzw. Lernen

Eine Möglichkeit der Förderung des Leseverständnisses ist die (optimalerweise systematische) Förderung des selbstregulierten Lesens.¹⁷³ Dieses beruht auf dem selbstregulierten Lernen, welches sogar als Schlüsselkompetenz¹⁷⁴ erachtet wird. Erwiesen ist, dass regelmäßiges und längerfristiges Training dieser Kompetenz effektiver ist als einzelne Unterrichtseinheiten oder -tage dazu. Die Schule eignet sich für ein frühes und derart systematisches Training optimal.¹⁷⁵

„Lernende mit einem hohen Maß an Selbstregulation [...]

- *analysieren selbstständig Aufgaben, bevor sie sie lösen;*

¹⁷¹ Vgl. Hiller, Florian: Sachtexte erschließen. Eine empirische Studie zur Förderung der Lesekompetenz. Freiburg im Breisgau: Fillibach 2010, S. 61.

¹⁷² Vgl. Hiller, Florian: Sachtexte erschließen. Eine empirische Studie zur Förderung der Lesekompetenz. Freiburg im Breisgau: Fillibach 2010, S. 61-62.

¹⁷³ Vgl. Philipp, Maik: Aus der Risikogruppe im Lesen selbstregulierte Leser machen – eine Einführung. – In: Philipp, Maik, Anita Schilcher (Hrsg.): Selbstreguliertes Lesen. Ein Überblick über wirksame Förderansätze. Seelze: Friedrich 2012, S. 13-15.

¹⁷⁴ Vgl. Stöger, Heidrun u.a.: Selbstreguliertes Lesen mit Sachtexten – ein Trainingsprogramm. – In: Philipp, Maik, Anita Schilcher (Hrsg.): Selbstreguliertes Lesen. Ein Überblick über wirksame Förderansätze. Seelze: Friedrich 2012, S. 139.

¹⁷⁵ Vgl. Stöger, Heidrun u.a.: Selbstreguliertes Lesen mit Sachtexten – ein Trainingsprogramm. – In: Philipp, Maik, Anita Schilcher (Hrsg.): Selbstreguliertes Lesen. Ein Überblick über wirksame Förderansätze. Seelze: Friedrich 2012, S. 139.

- formulieren eigenständig Ziele für sich, die anspruchsvoll, aber mit eigener Anstrengung realistisch erreichbar sind;
- beherrschen angemessene Strategien und verfügen über genügend Strategiewissen;
- reflektieren nach der Bearbeitung von Aufgaben über den eigenen Lernprozess;
- bewerten die eigenen Fortschritte und
- korrigieren wenn nötig das Vorgehen, um das eigene Lernen zu verbessern.¹⁷⁶

Diese Punkte lassen sich auch auf den Prozess des Bearbeitens von Textaufgaben übertragen, womit umso deutlicher wird, wie sehr selbstreguliertes Lesen bzw. Lernen für das Arbeiten mit Textaufgaben von Nutzen sein kann.

Das selbstregulierte Lernen umfasst drei zyklische Phasen, die schematisch wie folgt dargestellt werden können:



Abb. 21: Phasen und Subprozesse der Selbstregulation (Quelle: Philipp, Maik, Anita Schilcher (Hrsg.): Selbstreguliertes Lesen. Ein Überblick über wirksame Förderansätze. Seelze: Friedrich 2012, S. 51.)

¹⁷⁶ Philipp, Maik: Einige theoretische Grundlagen. – In: Philipp, Maik, Anita Schilcher (Hrsg.): Selbstreguliertes Lesen. Ein Überblick über wirksame Förderansätze. Seelze: Friedrich 2012, S. 50.

Das Leseverstehen kann als „Kern der Lesekompetenz“ angesehen werden.¹⁷⁷

„Das verstehende Lesen, das sich meist auf Sachtexte bezieht, meint die sinnorientierte Informationsverarbeitung, die ein Wechselspiel zwischen Vorwissen und Textinhalten beschreibt.“¹⁷⁸

„Die Lesestrategien bilden [...] im Leseprozess eine Art Klammer zwischen dem Text mit seiner angestrebten oder nötigen Rezeptionsform und der lesenden Person mit ihren kognitiven und motivationalen Eigenschaften.“¹⁷⁹ Sie zählen zu den Lernstrategien, weisen unterstützende Funktion für ein Ziel auf und erlauben einen bewussten Zugriff. Daneben gibt es die Lesefähigkeiten, wie etwa die Leseflüssigkeit, die für gewöhnlich automatisch und unbewusst ablaufen. Lesestrategien und Lesefähigkeiten sind oft schwer zu unterscheiden. Der hauptsächliche Unterschied findet sich in der Bewusstheit und Kontrollierbarkeit. „Im Leseprozess selbst besteht eine [...] Balance zwischen Lesefähigkeiten und -strategien.“¹⁸⁰

Bei den Lesestrategien werden im Allgemeinen kognitive, metakognitive und Stützstrategien unterschieden.¹⁸¹ Der beste Zeitpunkt zur Vermittlung von Lesestrategien ist Studien zufolge die Sekundarstufe.¹⁸²

¹⁷⁷ Vgl. Philipp, Maik: Einige theoretische Grundlagen. – In: Philipp, Maik, Anita Schilcher (Hrsg.): Selbstreguliertes Lesen. Ein Überblick über wirksame Förderansätze. Seelze: Friedrich 2012, S. 38.

¹⁷⁸ Vgl. Philipp, Maik: Einige theoretische Grundlagen. – In: Philipp, Maik, Anita Schilcher (Hrsg.): Selbstreguliertes Lesen. Ein Überblick über wirksame Förderansätze. Seelze: Friedrich 2012, S. 40.

¹⁷⁹ Vgl. Philipp, Maik: Einige theoretische Grundlagen. – In: Philipp, Maik, Anita Schilcher (Hrsg.): Selbstreguliertes Lesen. Ein Überblick über wirksame Förderansätze. Seelze: Friedrich 2012, S. 41-42.

¹⁸⁰ Philipp, Maik: Einige theoretische Grundlagen. – In: Philipp, Maik, Anita Schilcher (Hrsg.): Selbstreguliertes Lesen. Ein Überblick über wirksame Förderansätze. Seelze: Friedrich 2012, S. 43.

¹⁸¹ Vgl. Philipp, Maik: Einige theoretische Grundlagen. – In: Philipp, Maik, Anita Schilcher (Hrsg.): Selbstreguliertes Lesen. Ein Überblick über wirksame Förderansätze. Seelze: Friedrich 2012, S. 43.

¹⁸² Vgl. Philipp, Maik: Was wirkt? Zehn Prinzipien einer nachweislich effektiven Lese- und Schreibförderung. – In: Philipp, Maik, Anita Schilcher (Hrsg.): Selbstreguliertes Lesen. Ein Überblick über wirksame Förderansätze. Seelze: Friedrich 2012, S. 62.

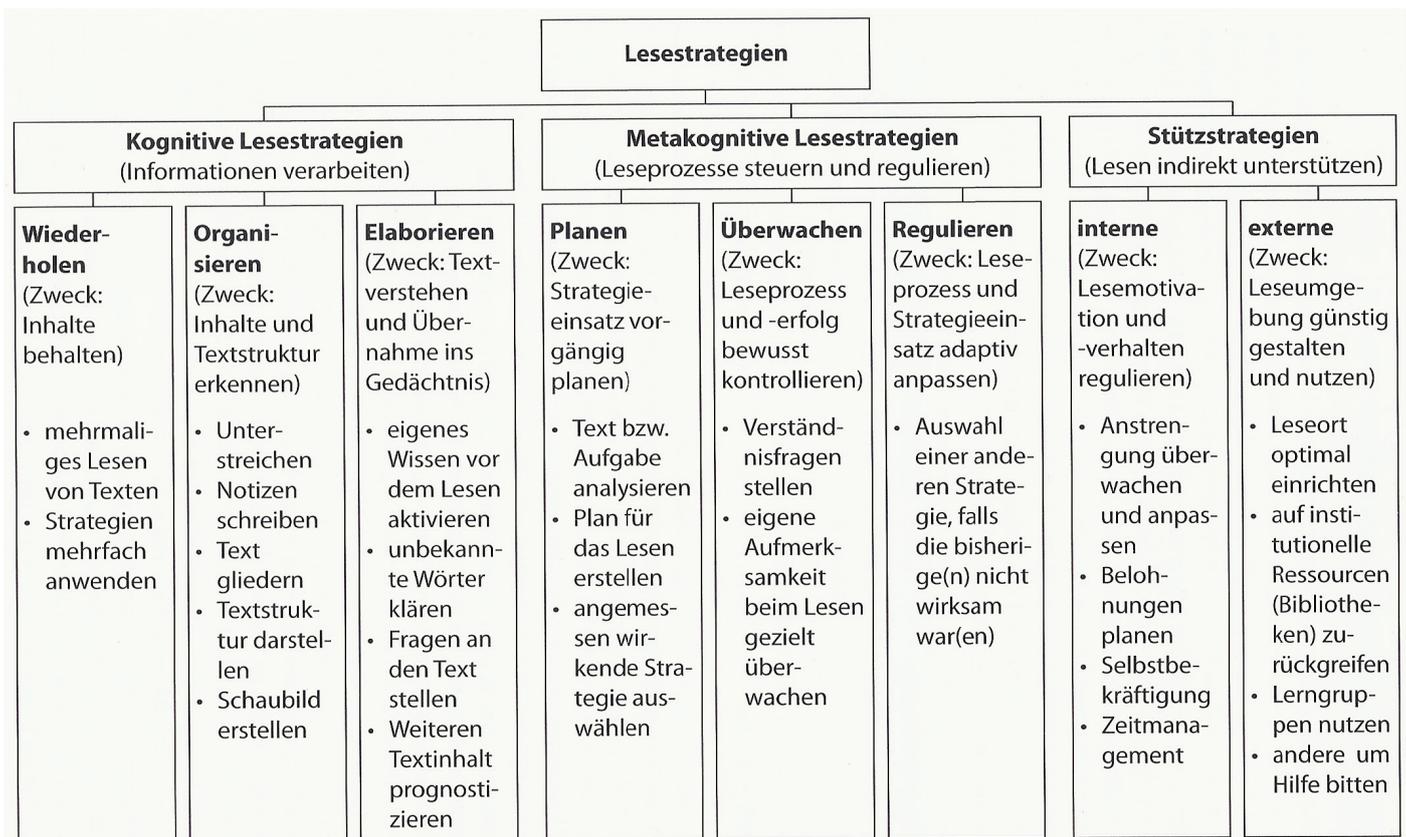


Abb. 22: Klassifikation von Lernstrategien am Beispiel Lesen mit Funktionen und Beispielen (aus: Philipp, Maik, Anita Schilcher (Hrsg.): Selbstreguliertes Lesen. Ein Überblick über wirksame Förderansätze. Seelze: Friedrich 2012, S. 45.)

Lese- und Schreibkompetenzen stimmen zwar nicht überein, jedoch können sie mit ähnlichen Methoden gefördert werden.¹⁸³ Eine Bestätigung der Forderung, auch vermehrt Schreibprozesse in den Mathematikunterricht einzubauen (siehe Kapitel 4).

Heidrun Stöger, Christine Sonntag und Teresa Greindl¹⁸⁴ haben ein siebenwöchiges Trainingsprogramm für das selbstregulierte Lesen von Sachtexten erstellt, welches im Regelunterricht in den unterschiedlichen Fächern teils im Unterricht selbst, teils bei den Hausübungen eingesetzt werden kann. Ein Hauptziel ist es, dass die Schülerinnen und Schüler am Ende des Programms in der Lage sind, Wichtiges von

¹⁸³ Vgl. Philipp, Maik: Was wirkt? Zehn Prinzipien einer nachweislich effektiven Lese- und Schreibförderung. – In: Philipp, Maik, Anita Schilcher (Hrsg.): Selbstreguliertes Lesen. Ein Überblick über wirksame Förderansätze. Seelze: Friedrich 2012, S. 59.

¹⁸⁴ Leider war es mir nicht möglich, die Originalliteratur von Stöger et al. zu beschaffen, sodass ich mich nur auf das Buch von Maik Philipp und Anita Schilcher (Hrsg.) berufen kann.

Unwichtigem zu unterscheiden¹⁸⁵, was insbesondere auch für Textaufgaben von großem Interesse ist.

Im Rahmen des Trainings werden kognitive Lernstrategien vermittelt, die von verschiedener Komplexität und aufeinander aufbauend sind, also „Strategien, die der Elaboration, Organisation und Nutzung der beim Lernen aufgenommenen neuen Informationen dienen“. Diese sind den Ordnungsstrategien entnommen und beruhen darauf, „Hauptaussagen“ zu unterstreichen und herauszuschreiben, Mindmaps zu zeichnen und Zusammenfassungen zu schreiben.¹⁸⁶ Bezüglich der Bearbeitung von Textaufgaben gilt das Interesse insbesondere der ersten Strategie. Aber auch eine Mindmap als graphische Darstellung des Textaufgabeninhalts kann für die erfolgreiche Bearbeitung von Nutzen sein, ebenso eine Zusammenfassung des Aufgabentextes im Sinne einer Wiedergabe in eigenen Worten.

Weiters werden die Schülerinnen und Schüler mit dem siebenstufigen Zyklus selbstregulierten Lernens von Ziegler und Stöger vertraut gemacht und trainieren diesen systematisch. Auf inhaltlicher Ebene wird ihnen Grundwissen unterschiedlicher Themen vermittelt. Ziel ist es auch, die erlernten Strategien auf andere Inhalte in möglichst vielen Fächern anzuwenden¹⁸⁷, was wiederum für eine Übertragung auf Textaufgaben spricht. Da oft zunächst eine unpassende Anwendung der Lernstrategien erfolgt, wird der Lernprozess so lange systematisch überprüft und angepasst, bis von einer größtmöglichen Beherrschung ausgegangen werden kann. Am Ende sollte eine Selbstbeurteilung durch die Lernenden möglich sein.¹⁸⁸

¹⁸⁵ Vgl. Stöger, Heidrun u.a.: Selbstreguliertes Lesen mit Sachtexten – ein Trainingsprogramm. – In: Philipp, Maik, Anita Schilcher (Hrsg.): Selbstreguliertes Lesen. Ein Überblick über wirksame Förderansätze. Seelze: Friedrich 2012, S. 139-140.

¹⁸⁶ Vgl. Stöger, Heidrun u.a.: Selbstreguliertes Lesen mit Sachtexten – ein Trainingsprogramm. – In: Philipp, Maik, Anita Schilcher (Hrsg.): Selbstreguliertes Lesen. Ein Überblick über wirksame Förderansätze. Seelze: Friedrich 2012, S. 140.

¹⁸⁷ Vgl. Stöger, Heidrun u.a.: Selbstreguliertes Lesen mit Sachtexten – ein Trainingsprogramm. – In: Philipp, Maik, Anita Schilcher (Hrsg.): Selbstreguliertes Lesen. Ein Überblick über wirksame Förderansätze. Seelze: Friedrich 2012, S. 141.

¹⁸⁸ Vgl. Stöger, Heidrun u.a.: Selbstreguliertes Lesen mit Sachtexten – ein Trainingsprogramm. – In: Philipp, Maik, Anita Schilcher (Hrsg.): Selbstreguliertes Lesen. Ein Überblick über wirksame Förderansätze. Seelze: Friedrich 2012, S. 141.

Im Trainingsprogramm von Stöger et al. geht es darum, einem Sachtext die zehn Hauptaussagen zu entnehmen. Dies geht nicht konform mit den Zielen, die in Bezug auf Textaufgaben von Bedeutung sind. Demzufolge werden dem Programm nur jene Schritte entnommen bzw. Adaptierungsmöglichkeiten für jene Schritte aufgezeigt, die für Textaufgaben wichtig sind.

Die sieben Stufen des Selbstregulations-Zyklus bauen sich wie folgt auf:

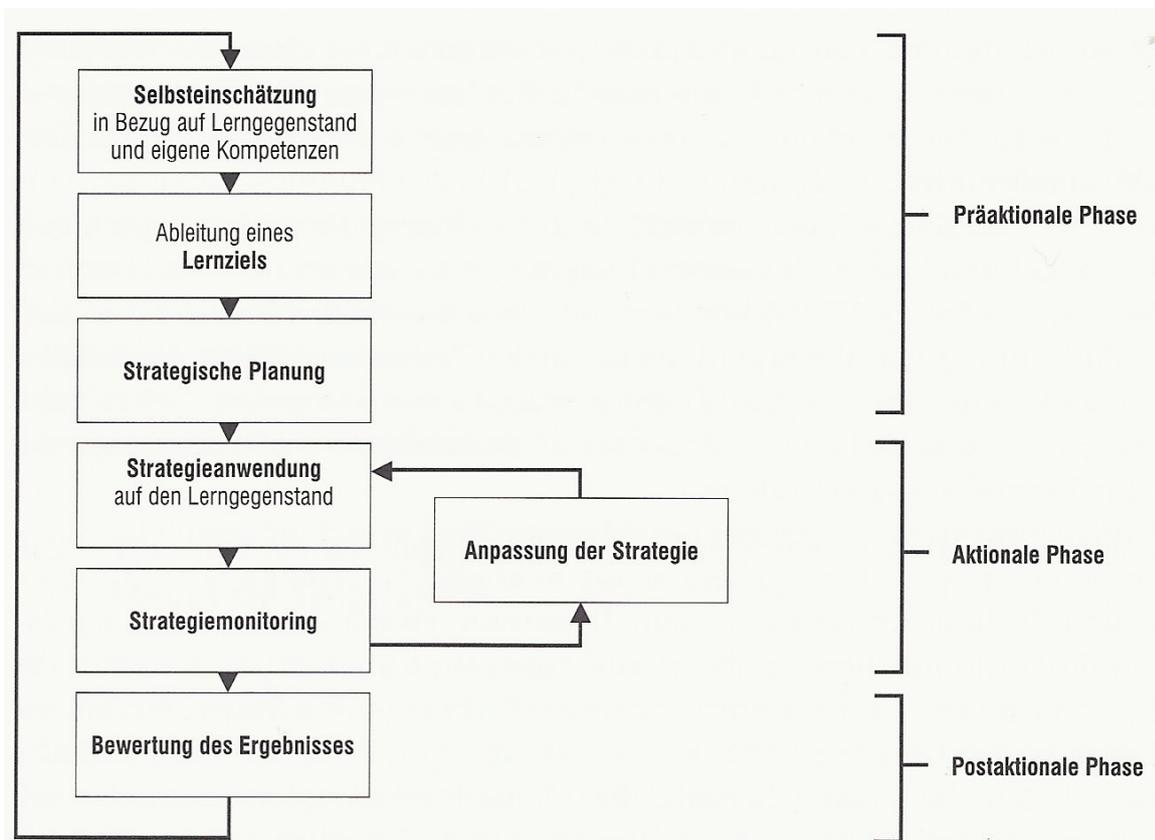


Abb. 23: Zyklus selbstregulierten Lernens von Ziegler und Stöger (Quelle: Philipp, Maik, Anita Schilcher (Hrsg.): Selbstreguliertes Lesen. Ein Überblick über wirksame Förderansätze. Seelze: Friedrich 2012, S. 142.)

Beim mehrmaligen Durchlaufen des Zyklus (Beispiele hierfür in Zusammenhang mit Textaufgaben siehe Kapitel 8.3.4) werden nicht nur die einzelnen kognitiven Lernstrategien geübt und automatisiert, sondern es werden ebenso metakognitive Strategien, wie sich selbst einzuschätzen, das Setzen von Zielen, etwas zu planen, zu überwachen, anzupassen und zu bewerten, trainiert. Während des Lernens sollen die Schülerinnen und Schüler immer wieder Verbindungen zwischen Lernen und Lernerfolg herstellen, wodurch für sie der Nutzen dieses strategischen Lernens besser erkennbar wird. Dies beugt auch dem Zurückfallen in das ursprüngliche

ungünstige Lernverhalten vor und es steigt die Wahrscheinlichkeit, dass die erlernten Strategien auch in Zukunft dauerhaft angewandt werden. Zusätzlich motivierend wirkt es, die Lernfortschritte sichtbar zu machen. Hauptziel soll eine Verbesserung sein, keine Optimierung, wodurch alle Erfolg haben können.¹⁸⁹

Im Training von Stöger et al. stehen zu Beginn zwei Informationswochen, die einführenden Charakter haben, woraufhin fünf Lernzykluswochen folgen, wobei in den ersten drei Wochen die anzuwendende Strategie vorgegeben ist. In den letzten beiden Wochen kann sie selbst gewählt werden. In den Informationswochen soll täglich eine Unterrichtsstunde aufgewandt werden, in den Lernzykluswochen sind ca. 20 bis 30 Minuten ausreichend (bezogen auf Textaufgaben vermutlich sogar weniger), wobei v.a. in der ersten Lernzykluswoche sollte den Schülerinnen und Schülern bei Bedarf mehr Zeit zugestanden werden. Ebenso sollte der „Wochenreflexion“ am letzten Unterrichtstag der Woche mehr Zeit gewidmet werden. Wichtig für das selbstregulierte Lernen ist, dass dieses auch im Rahmen von Hausübungen geübt wird. Pro Tag wird laut dem Programm nur ein Text behandelt, an vier von fünf Tagen geschieht dies zuhause. Im Anschluss an die Hausaufgabe erfolgt tags darauf eine Besprechung im Unterricht.¹⁹⁰ Da Textaufgaben für gewöhnlich nicht so umfangreich sind, kann man meiner Ansicht nach die Anzahl der pro Tag behandelten Texte in diesem Zusammenhang ohne Weiteres auf zwei oder drei pro Tag steigern. Die Besprechung im Unterricht ist insbesondere für eine Strategieüberwachung und -anpassung von großer Wichtigkeit.

Der Lernfortschritt kann auch in einem Lerntagebuch festgehalten werden¹⁹¹, was die Ergebnisbewertung unter Umständen erleichtert.

In Bezug auf den Mathematikunterricht ist es eher unrealistisch, dass ein Training an allen fünf Schultagen einer Woche möglich ist. Hier bietet sich eine Kooperation mit anderen Unterrichtsfächern an, auch insbesondere mit Deutsch, an.

¹⁸⁹ Vgl. Stöger, Heidrun u.a.: Selbstreguliertes Lesen mit Sachtexten – ein Trainingsprogramm. – In: Philipp, Maik, Anita Schilcher (Hrsg.): Selbstreguliertes Lesen. Ein Überblick über wirksame Förderansätze. Seelze: Friedrich 2012, S. 143-149.

¹⁹⁰ Vgl. Stöger, Heidrun u.a.: Selbstreguliertes Lesen mit Sachtexten – ein Trainingsprogramm. – In: Philipp, Maik, Anita Schilcher (Hrsg.): Selbstreguliertes Lesen. Ein Überblick über wirksame Förderansätze. Seelze: Friedrich 2012, S. 146-148.

¹⁹¹ Vgl. Stöger, Heidrun u.a.: Selbstreguliertes Lesen mit Sachtexten – ein Trainingsprogramm. – In: Philipp, Maik, Anita Schilcher (Hrsg.): Selbstreguliertes Lesen. Ein Überblick über wirksame Förderansätze. Seelze: Friedrich 2012, S. 148-149.

Das bringt mehrere Vorteile: „Auf diese Weise können Diskussionen über die optimale Durchführung des Trainings erfolgen, es stehen mehr Stunden zur Verfügung und die Schüler erkennen, dass die vermittelten Lesestrategien [...] auch in anderen Fächern relevant sind.“ Auch zeigte sich bei Versuchen durch die Kooperation ein Abnehmen des Aufwands und ab der zweiten Lernzykluswoche stellte sich ein Einspielen des Trainingsablaufs ein. Es kam auch zu keinem Nachlassen der Lernmotivation. Im Gegenteil stieg sie beim Mathematik-Training sogar an.¹⁹² Auch dem Textverständnis war der Einsatz des Trainingsprogramms für selbstreguliertes Lernen förderlich, wie eine Untersuchung zeigte. Diesbezüglich allerdings nur für Schülerinnen und Schüler ohne Migrationshintergrund.¹⁹³

Für ein längerfristiges Profitieren vom selbstregulierten Lernen ist wichtig, dass im Anschluss an das Trainingsprogramm die vermittelten Inhalte von den Lehrpersonen immer wieder aufgegriffen und angewandt werden, im Idealfall auch fächerübergreifend.¹⁹⁴

8.3.4 Anwendungsbeispiele zum Einsatz selbstregulierten Lesens und Lernens bei Textaufgaben.

Im Folgenden betrachten wir ein sehr ausführliches Beispiel, das zusätzlich zu den relevanten Angaben viele ergänzende Informationen enthält. Im Unterricht muss und soll nicht dauerhaft mit derart umfangreichen Aufgaben gearbeitet werden. Im Rahmen dieser Arbeit dient dieses Beispiel dazu, die Möglichkeiten des Einsatzes der genannten Strategien darzustellen.

Im Unterricht können derartige Aufgaben dafür sensibilisieren, dass nicht immer jede im Text enthaltene Information für die Lösung wichtig ist und man immer abwägen muss, was von Bedeutung für die Lösung ist und was nicht.

¹⁹² Vgl. Stöger, Heidrun u.a.: Selbstreguliertes Lesen mit Sachtexten – ein Trainingsprogramm. – In: Philipp, Maik, Anita Schilcher (Hrsg.): Selbstreguliertes Lesen. Ein Überblick über wirksame Förderansätze. Seelze: Friedrich 2012, S. 150.

¹⁹³ Vgl. Stöger, Heidrun u.a.: Selbstreguliertes Lesen mit Sachtexten – ein Trainingsprogramm. – In: Philipp, Maik, Anita Schilcher (Hrsg.): Selbstreguliertes Lesen. Ein Überblick über wirksame Förderansätze. Seelze: Friedrich 2012, S. 152-153.

¹⁹⁴ Vgl. Stöger, Heidrun u.a.: Selbstreguliertes Lesen mit Sachtexten – ein Trainingsprogramm. – In: Philipp, Maik, Anita Schilcher (Hrsg.): Selbstreguliertes Lesen. Ein Überblick über wirksame Förderansätze. Seelze: Friedrich 2012, S. 155.

Zu seinem 13. Geburtstag und weil er auf die letzten beiden Schularbeiten jeweils die Note 1 erhalten hat, darf Georg sich das Ziel für einen gemeinsamen Wochenendkurzurlaub mit seinen Eltern und seiner 8-jährigen Schwester Karina aussuchen. Da seine Eltern bald ihren 17. Hochzeitstag feiern, wählt er als Ziel jenen Ort, wo seine Eltern vor 17 Jahren ihre Hochzeitsreise verbracht hatten – das 102 km entfernte Villach.

Als Erstes besorgen seine Eltern Georg eine neue Reisetasche, da seine alte kaputt geworden ist. Die neue ist dunkelblau und hat 12 rote Streifen. Die Eltern zahlen dafür 32,90 Euro und fahren zur Tankstelle, die 2 Ortschaften entfernt ist, um vollzutanken. Der Dieselpreis beträgt derzeit 1,340 Euro pro Liter. Für die Hin- und Rückfahrt werden sie insgesamt ca. 15 Liter Diesel verfahren. An der Tankstelle kaufen sie auch gleich eine 10-Tages-Vignette um 8,30 Euro, die sie für die Nutzung der Autobahn auf der Reise benötigen. Für eine sichere Fahrt brauchen sie auch neue Scheibenwischerblätter, da die alten schon 3 Jahre alt und recht zerschlagen sind. Der neue Satz Wischerblätter kostet 22,30 Euro. Abschließend besorgen sie noch neue Schuhe für Karina, die Schuhgröße 33 hat, um 37,40 Euro, da sie sie für die Reise dringend benötigt.

Auf dem PC von Georgs Vater, den er vor 2 Jahren um 599,- Euro im Sonderangebot erstanden hat, bucht die Familie via Internet ein Hotel in Villach. Erwachsene zahlen dort 46 Euro pro Nacht, Kinder 30 Euro pro Nacht. Die Familie möchte 2 Nächte in dem Hotel verbringen.

Weiters plant der Vater, die Mutter am Hochzeitstag mit einem Blumenstrauß am Hotelzimmer zu überraschen. Dieser wird vom Hotelpersonal besorgt und ist daher wie die Nächtigungen mit dem Hotel zu verrechnen. Sein Preis beträgt 20,- Euro.

Der Proviant für die Fahrt kostet 16 Euro. Für das Essen am Urlaubsort und kleinere Snacks zwischendurch – Karina mag am liebsten Erdbeer- und Vanilleeis, Georg bevorzugt Sachertorte – plant die Familie 150,- Euro ein.

a) Welche Kosten muss die Familie insgesamt für die Reise inkl. Hin- und Rückfahrt und aller Nebenkosten aufwenden

b) Um wie viele Tage könnte die Familie den Aufenthalt verlängern, wenn sie für die Reise insgesamt 1100 Euro zur Verfügung hat und für jeden Tag der Verlängerung neben den Hotelkosten etwa 70 Euro für Essen und Sonstiges einzuplanen hat?

Mindmaps wurden in Bezug auf Textaufgaben in dieser Arbeit als eher nur am Rande wichtig bezeichnet. Anhand dieser Aufgabe lässt sich jedoch zeigen, wie sinnvoll Mindmaps auch in Zusammenhang mit Textaufgaben sein können.

Eine Mindmap zu dieser Aufgabe könnte etwa wie folgt aussehen:

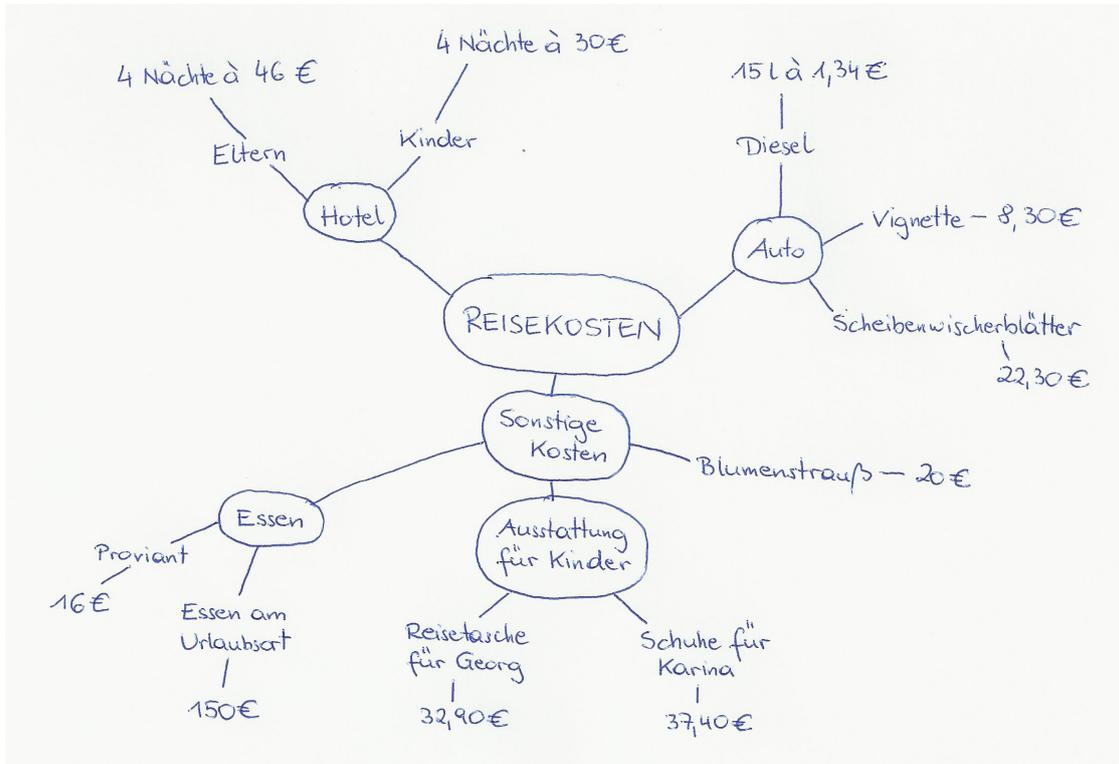


Abb. 24: Mindmap zu obiger Aufgabe (eigene Darstellung)

Eine andere Möglichkeit wäre folgende:



Abb. 25: Mindmap zu obiger Aufgabe (eigene Darstellung)

Beide Varianten sind sinnvoll und legitim und erleichtern in diesem Fall das Aufstellen der Rechnung enorm, da übersichtlich dargestellt wird, was bei der Berechnung zu berücksichtigen ist.

Für Frage *b)* wäre eine Ergänzung der ersten Mindmap um eine weitere ähnlich folgender sinnvoll:

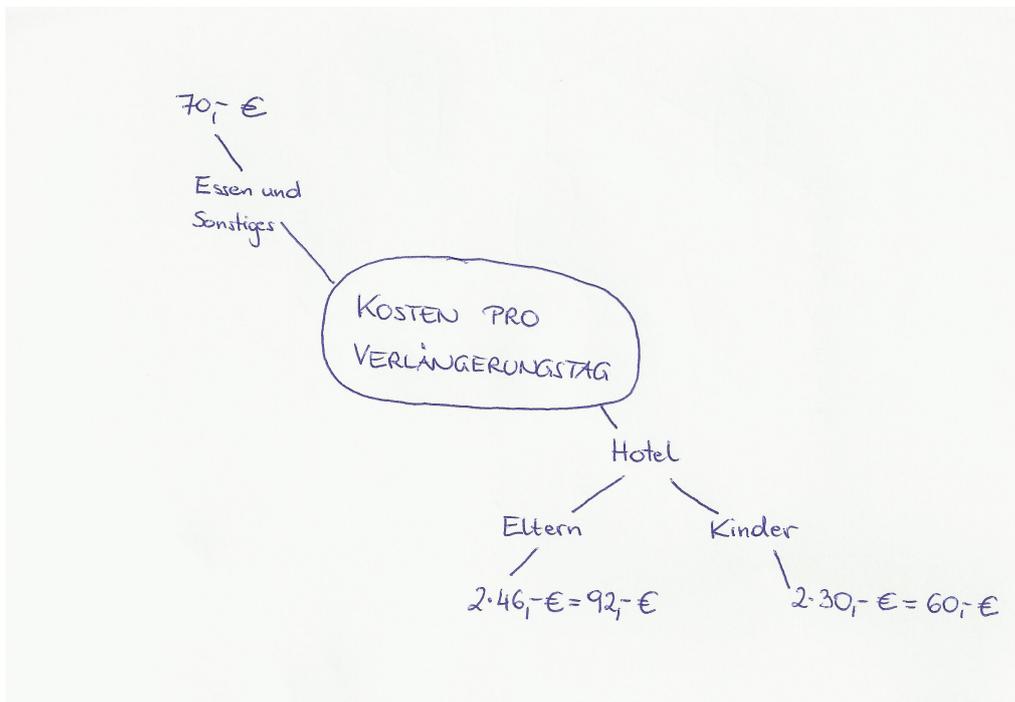


Abb. 26: Mindmap zu obiger Aufgabe (eigene Darstellung)

Mithilfe der Mindmaps ist ein Minimieren des Vergessens einzelner Komponenten bei der Berechnung zu erwarten. Die richtige Rechnung sollte zu den Ergebnissen 611,- Euro für die Reisekosten und 222,- Euro für die Kosten pro Verlängerungstag und in Folge für *b)* z.B. zu folgender Gleichung führen:

$$611 + 222d = 1100$$

Als für Textaufgaben besonders wichtige Strategie wurde das Unterstreichen genannt. In diesen Zusammenhang ist besonders zu beachten, dass vor dem Unterstreichen zunächst einmal der Text vollständig gelesen wird, ohne etwas zu unterstreichen. Ansonsten könnte es passieren, dass viel Irrelevantes unterstrichen wird – insbesondere deshalb, weil die Frage(n) für gewöhnlich erst am Ende des Textes steht/steht. Daher ist es wichtig, zunächst den Text und die Fragen genau durchzulesen und dann in einem zweiten oder möglicherweise auch dritten

Lesedurchgang jene Informationen zu unterstreichen, die für die Beantwortung der Fragen von Bedeutung sind.

Eine gelungene Unterstreichung könnte etwa wie folgt aussehen:

Zu seinem 13. Geburtstag und weil er auf die letzten beiden Schularbeiten jeweils die Note 1 erhalten hat, darf Georg sich das Ziel für einen gemeinsamen Wochenendkurzurlaub mit seinen Eltern und seiner 8-jährigen Schwester Karina aussuchen. Da seine Eltern bald ihren 17. Hochzeitstag feiern, wählt er als Ziel jenen Ort, wo seine Eltern vor 17 Jahren ihre Hochzeitsreise verbracht hatten – das 102 km entfernte Villach.

*Als Erstes besorgen seine Eltern Georg eine neue **Reisetasche**, da seine alte kaputt geworden ist. Die neue ist dunkelblau und hat 12 rote Streifen. Die Eltern zahlen dafür **32,90 Euro** und fahren zur Tankstelle, die 2 Ortschaften entfernt ist, um vollzutanken. Der **Dieselpreis** beträgt derzeit **1,340 Euro pro Liter**. Für die **Hin- und Rückfahrt** werden sie insgesamt ca. **15 Liter Diesel** verfahren. An der Tankstelle kaufen sie auch gleich eine **10-Tages-Vignette** um **8,30 Euro**, die sie für die Nutzung der Autobahn auf der Reise benötigen. Für eine sichere Fahrt brauchen sie auch neue Scheibenwischerblätter, da die alten schon 3 Jahre alt und recht zerschlissen sind. Der neue **Satz Wischerblätter** kostet **22,30 Euro**. Abschließend besorgen sie noch neue **Schuhe** für Karina, die Schuhgröße 33 hat, um **37,40 Euro**, da sie sie für die Reise dringend benötigt.*

*Auf dem PC von Georgs Vater, den er vor 2 Jahren um 599,- Euro im Sonderangebot erstanden hat, bucht die Familie via Internet ein **Hotel** in Villach. **Erwachsene** zahlen dort **46 Euro pro Nacht**, **Kinder 30 Euro pro Nacht**. Die Familie möchte **2 Nächte** in dem Hotel verbringen.*

*Weiters plant der Vater, die Mutter am Hochzeitstag mit einem **Blumenstrauß** am Hotelzimmer zu überraschen. Dieser wird vom Hotelpersonal besorgt und ist daher wie die Nächtigungen mit dem Hotel zu verrechnen. Sein Preis beträgt **20,- Euro**.*

*Der **Proviant** für die Fahrt kostet **16 Euro**. Für das **Essen am Urlaubsort** und kleinere Snacks zwischendurch – Karina mag am liebsten Erdbeer- und Vanilleeis, Georg bevorzugt Sachertorte – plant die Familie **150,- Euro** ein.*

a) Welche Kosten muss die Familie insgesamt für die Reise inkl. Hin- und Rückfahrt und aller Nebenkosten aufwenden?

b) Um wie viele Tage könnte die Familie den Aufenthalt verlängern, wenn sie für die Reise insgesamt 1100 Euro zur Verfügung hat und für jeden Tag der Verlängerung neben den Hotelkosten etwa 70 Euro für Essen und Sonstiges einzuplanen hat?

Das Herausschreiben der wichtigsten Informationen, z.B. am Rand des Textes oder aber auch auf einem eigenen Zettel, hat einen ähnlichen Effekt wie das Unterstreichen. Auch hier sollte zunächst das sorgfältige Durchlesen an erster Stelle stehen, bevor in einem weiteren Lesedurchgang die relevanten Informationen notiert werden. Auch eine Kombination von Unterstreichen und Herausschreiben ist denkbar und als durchaus sinnvoll zu erachten, etwa wenn das Unterstrichene in weiterer Folge in geordneter Form herausgeschrieben wird.

Folgendermaßen könnten Randnotizen zu dieser Textaufgabe aussehen (siehe nächste Seite):

Zu seinem 13. Geburtstag und weil er auf die letzten beiden Schularbeiten jeweils die Note 1 erhalten hat, darf Georg sich das Ziel für einen gemeinsamen Wochenendkurzurlaub mit seinen Eltern und seiner 8-jährigen Schwester Karina aussuchen. Da seine Eltern bald ihren 17. Hochzeitstag feiern, wählt er als Ziel jenen Ort, wo seine Eltern vor 17 Jahren ihre Hochzeitsreise verbracht hatten – das 102 km entfernte Villach.

Als Erstes besorgen seine Eltern Georg eine neue Reisetasche, da seine alte kaputt geworden ist. Die neue ist dunkelblau und hat 12 rote Streifen. Die Eltern zahlen dafür 32,90 Euro und fahren zur Tankstelle, die 2 Ortschaften entfernt ist, um vollzutanken. Der Dieselpreis beträgt derzeit 1,340 Euro pro Liter. Für die Hin- und Rückfahrt werden sie insgesamt ca. 15 Liter Diesel verbrauchen. An der Tankstelle kaufen sie auch gleich eine 10-Tages-Vignette um 8,30 Euro, die sie für die Nutzung der Autobahn auf der Reise benötigen. Für eine sichere Fahrt brauchen sie auch neue Scheibenwischerblätter, da die alten schon 3 Jahre alt und recht zerschlagen sind. Der neue Satz Wischerblätter kostet 22,30 Euro. Abschließend besorgen sie noch neue Schuhe für Karina, die Schuhgröße 33 hat, um 37,40 Euro, da sie sie für die Reise dringend benötigt.

Reisetasche
32,90 €

15 l Diesel
à 1,340 €

Vignette
8,30 €

Wischerblätter
22,30 €

Schuhe
37,40 €

Auf dem PC von Georgs Vater, den er vor 2 Jahren um 599,- Euro im Sonderangebot erstanden hat, bucht die Familie via Internet ein Hotel in Villach. Erwachsene zahlen dort 46 Euro pro Nacht, Kinder 30 Euro pro Nacht. Die Familie möchte 2 Nächte in dem Hotel verbringen.

Hotel:
Ers: 46 €/N.
Kind: 30 €/N.
→ 2 Nächte

Weiters plant der Vater, die Mutter am Hochzeitstag mit einem Blumenstrauß am Hotelzimmer zu überraschen. Dieser wird vom Hotelpersonal besorgt und ist daher wie die Nächtigungen mit dem Hotel zu verrechnen. Sein Preis beträgt 20,- Euro.

Blumen
20 €

Proviant
16 €

Der Proviant für die Fahrt kostet 16 Euro. Für das Essen am Urlaubsort und kleinere Snacks zwischendurch – Karina mag am liebsten Erdbeer- und Vanilleeis, Georg bevorzugt Sachertorte – plant die Familie 150,- Euro ein.

Essen
150 €

a) Welche Kosten muss die Familie insgesamt für die Reise inkl. Hin- und Rückfahrt und aller Nebenkosten aufwenden

b) Um wie viele Tage könnte die Familie den Aufenthalt verlängern, wenn sie für die Reise insgesamt 1100 Euro zur Verfügung hat und für jeden Tag der Verlängerung neben den Hotelkosten etwa 70 Euro für Essen und Sonstiges einzuplanen hat?

Abb. 27: Randnotizen zu obiger Textaufgabe (eigene Darstellung)

Eine Zusammenfassung zu schreiben, ist bei Textaufgaben eher nicht von Relevanz, im Sinne einer übersichtlichen Zusammenstellung aller relevanten Informationen aber durchaus sinnvoll. Auch eine mündliche Wiedergabe in eigenen Worten macht Sinn und ist als eine Art Zusammenfassung zu erachten.

Wie kann nun der Selbstregulations-Zyklus für genannte Aufgabe aussehen?

Erstes großes Ziel ist, die relevanten Informationen aus dem Text herausfiltern zu können. In weiterer Folge soll dann die korrekte Übersetzung in die mathematische Sprache erfolgen.

Zunächst soll die Schülerin bzw. der Schüler sich selbst einschätzen und dann daraus ein Lernziel ableiten. Wenn eine Schülerin oder ein Schüler meint: „Ich überlese oft Wichtiges und vergesse es dann bei der Rechnung einzubauen.“, könnte er bzw. sie als Lernziel formulieren: „Ich möchte möglichst nichts Wichtiges mehr übersehen.“ Als strategische Planung zur Erreichung dieses Ziels kann er bzw. sie folgenden Plan entwickeln: „Ich lese mir den Aufgabentext mehrmals genau durch und unterstreiche die für die Lösung wichtigen Informationen.“ Als Strategie wurde demzufolge das Unterstreichen gewählt. Wie in der Beschreibung des Trainingsprogramms vorgestellt, ist es in den ersten Wochen günstig, die Strategie vorzugeben. Später kann sie selbst gewählt werden. Anschließend wird die Strategie angewandt. Es folgt ein Monitoring durch die Lehrkraft und gegebenenfalls wird die Strategie angepasst. Beispielsweise könnte in diesem Fall zu viel unterstrichen worden sein, weil die Schülerin bzw. der Schüler gleich beim ersten Lesedurchgang zu markieren begonnen hat. Die Lehrperson kann in diesem Fall darauf aufmerksam machen, beim nächsten Mal zuerst alles einmal ohne Unterstreichen durchzulesen und erst im zweiten Durchgang zu unterstreichen zu beginnen. Dies entspricht dann der Anpassung der Strategie. Abschließend folgt ein Resümee des Erreichten.

Bei genannter Aufgabe könnte man z.B. das Herausfiltern der relevanten Informationen im Rahmen des Unterrichts vornehmen und die Berechnung als Hausaufgabe geben.

Im Rahmen des Trainingsprogrammes müssen bzw. sollen nicht stets derart ausführliche Textaufgaben behandelt werden. Aber es macht durchaus Sinn, in der Anfangsphase ein dermaßen überladenes Beispiel zu bringen, um den Schülerinnen und Schülern vor Augen zu führen, warum eine Sensibilisierung dafür, Wichtiges von Unwichtigem unterscheiden zu können, so bedeutend ist.

Bei kürzeren Beispielen können in Folge durchaus mehrere pro Tag (auch als Hausübung) durchgenommen werden.

Ein anderes mögliches Ziel könnte sein, weniger Fehler bei der Übersetzung in die mathematische Sprache zu begehen. Denkbar wäre auch das konkrete Eingehen auf Fehler, die einer Schülerin bzw. einem Schüler immer wieder unterlaufen. Begeht eine Schülerin bzw. ein Schüler gehäuft additive Umkehrfehler, könnte die Zielsetzung einer solchen Schülerin bzw. eines solchen Schülers sein, diese größtmöglich zu vermeiden.

Auch hierfür wird im Folgenden ein Beispiel angeführt.

Aus Reichel, Hans-Christian u.a.: Das ist Mathematik 2. Wien: öbv 2008, S. 95:

In der 2B-Klasse ist die Anzahl der Kinder, die auf die Mathematikschularbeit die Note 1 erhalten haben, um 1 größer als die Anzahl der Kinder, die auf die erste Englischschularbeit die Note 1 erhalten haben. Zusammen haben 17 Kinder die Note 1 auf eine der beiden Schularbeiten bekommen. (Kein Kind hat auf beide Schularbeiten die Note 1.) Wie viele Kinder haben auf die Mathematikschularbeit und wie viele auf die Englischschularbeit die Note 1 bekommen?

Diese Aufgabe eignet sich dafür zu zeigen, wie eine Schülerin bzw. ein Schüler an seiner Neigung zu additiven Umkehrfehlern arbeiten könnte.

Auch hier ist der Einsatz von Mindmaps denkbar.

Eine entsprechende Mindmap könnte z.B. wie folgt aussehen:

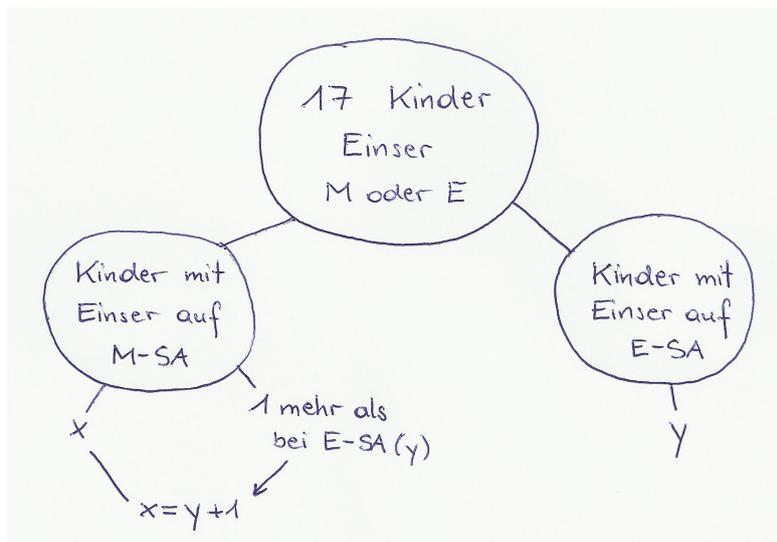


Abb. 28: Mindmap zu obiger Textaufgabe (eigene Darstellung)

Auch das Unterstreichen kann in diesem Fall eine nützliche Strategie sein:

In der 2B-Klasse ist die Anzahl der Kinder, die auf die Mathematikschularbeit die Note 1 erhalten haben, um 1 größer als die Anzahl der Kinder, die auf die erste Englischschularbeit die Note 1 erhalten haben. Zusammen haben 17 Kinder die Note 1 auf eine der beiden Schularbeiten bekommen. (Kein Kind hat auf beide Schularbeiten die Note 1.) Wie viele Kinder haben auf die Mathematikschularbeit und wie viele auf die Englischschularbeit die Note 1 bekommen?

Besonders sinnvoll erscheint hier eine Kombination mit Randnotizen:

Abb. 29: Kombination von Unterstreichung und Randnotizen zu obiger Textaufgabe (eigene Darstellung)

Der Selbstregulations-Zyklus und das Trainingsprogramm können hier ähnlich wie bei oben genannter Aufgabe ablaufen. Bei derartig kurzen Aufgaben können ohne Weiteres mehrere pro Tag durchgenommen werden. Wenn auf diese Weise mit einer gewissen Regelmäßigkeit trainiert wird, automatisiert sich die korrekte Übersetzung zusehends.

Auch ist vorstellbar, dass man für ein mehrwöchiges Trainingsprogramm jede Woche einen anderen gehäuft auftretenden Fehler besonders ins Auge fasst. Widmet man sich etwa in einer Woche dem additiven Umkehrungsfehler, könnte man sich in der nächsten dem multiplikativen Umkehrungsfehler zuwenden usw.

8.3.5 Der Sinn des systematischen Trainings von Lesestrategien

Wie etliche Untersuchungen zeigten, kann ein Training der Lesestrategien die Lesekompetenz von Schülerinnen und Schülern durchaus verbessern.¹⁹⁵ Im Rahmen eines Unterrichtsversuchs, der effizientes und nachhaltiges Training von Lesestrategien zum Inhalt hatte, kam Hanno Frey zu folgenden Ergebnissen:

1. Ein systematisches Training unter Anwendung von Strategiewissen begünstigt das Erkennen von Textzusammenhängen und verbessert die Leseleistung merklich.
2. Die Schülerinnen und Schüler setzen selbstständig einzelne Strategien beim Lesen zielorientiert und selektiv ein und reflektieren darüber.
3. Ungeklärt bleibt, ob bei der Anwendung der Strategien im Unterricht zeitaufwendiger ist oder ob ein solches Training nicht effektiv ist, d. h. dass einzelne Schülerinnen und Schüler damit kaum etwas anzufangen wissen.¹⁹⁶

¹⁹⁵ Vgl. Landesinstitut für Schulqualität und Lehrerbildung Sachsen-Anhalt (LISA) (Hrsg.): ProLesen – Auf dem Weg zur Leseschule. Konzepte und Materialien als Aufgabe aller Fächer. Köthen: Druckhaus Köthen 2010, S. 16.

¹⁹⁶ Frey, Hanno: Kann eine Vermittlung von Lesestrategien die Lesekompetenz verbessern? – In: Willenberg, H. (Hrsg.): Kompetenzhandbuch für den Deutschunterricht. Schneider Verlag Hohengehren. Badmünster 2007, S. 188-198.

8.4 Erkenntnisse der Lesbarkeitsforschung

„Um etwas zu verstehen, benötigen wir immer schon ein Vorverständnis dessen, was wir verstehen sollen [...]. [...] Textverständlichkeit ist eher ein Problem des Lesers als des Textes.“¹⁹⁷

Dennoch lag das Forschungsinteresse meist auf dem Text. Verschiedene Formeln, die den Grad der Lesbarkeit angeben sollen, wurden entwickelt, wobei bei diesen der Fokus hauptsächlich auf der Wort- und Satzlänge liegt.¹⁹⁸ Diese beiden Aspekte allein können aber in Bezug auf Textaufgaben nicht die Ursache für Schwierigkeiten sein.

Die Berücksichtigung weiterer Faktoren führte jedoch kaum zu Änderungen der bisherigen Ergebnisse bei literarischen Texten.¹⁹⁹ Für mathematische Texte darf dies aber bezweifelt werden. Wie etwa die Dissertation von Tönies (siehe Kapitel 7) zeigte, mündet bei mathematischen Texten oft weniger die Wortlänge als die Wortwahl (Fachtermini mit oder ohne Bezug zur Alltagssprache) in Problemen.

Ein nicht zu vernachlässigender Kritikpunkt an der Lesbarkeitsforschung ist, dass man sich auf den Text konzentriert und nicht auch die Leserin bzw. den Leser ins Auge fasst. „So wurden neben Leservariablen, wie Wissensstand, textbezogene Vorinformationen, Interessen, auch der situative Kontext bei der Textbegegnung und die Situation der Textwiedergabe als das Textverständnis beeinflussende und verändernde Faktoren nachgewiesen.“²⁰⁰

Marenbach zitiert hinsichtlich der Verständlichkeit Langer, Inghard u.a.: Verständlichkeit in Schule, Verwaltung, Politik und Wissenschaft. München/Basel: E. Reinhardt 1974, S. 25, folgendes Ergebnis empirischer Untersuchungen, das sich an

¹⁹⁷ Marenbach, Dieter: Probleme der Textverständlichkeit – In: Beisbart, Ortwin u.a. (Hrsg.): Leseförderung und Leseerziehung. Theorie und Praxis des Umgangs mit Büchern für junge Leser. Donauwörth: Ludwig Auer 1993, S. 39-40.

¹⁹⁸ Marenbach, Dieter: Probleme der Textverständlichkeit – In: Beisbart, Ortwin u.a. (Hrsg.): Leseförderung und Leseerziehung. Theorie und Praxis des Umgangs mit Büchern für junge Leser. Donauwörth: Ludwig Auer 1993, S. 40-41.

¹⁹⁹ Marenbach, Dieter: Probleme der Textverständlichkeit – In: Beisbart, Ortwin u.a. (Hrsg.): Leseförderung und Leseerziehung. Theorie und Praxis des Umgangs mit Büchern für junge Leser. Donauwörth: Ludwig Auer 1993, S. 41.

²⁰⁰ Marenbach, Dieter: Probleme der Textverständlichkeit – In: Beisbart, Ortwin u.a. (Hrsg.): Leseförderung und Leseerziehung. Theorie und Praxis des Umgangs mit Büchern für junge Leser. Donauwörth: Ludwig Auer 1993, S. 42-43.

den vier Dimensionen sprachliche Einfachheit, Gliederung-Ordnung, Kürze-Prägnanz und zusätzliche Stimulanz orientiert:

„Unter folgenden Bedingungen erfüllt der Text die wissenschaftlich gesicherten Bedingungen der Verständlichkeit: hohes Ausmaß an Einfachheit, hohes Ausmaß an Gliederung-Ordnung sowie mittleres bis mäßig hohes Ausmaß an Kürze-Prägnanz. Ferner – in Verbindung mit hoher Ausprägung in Gliederung-Ordnung – unter Umständen ein mittleres bis mäßig hohes Ausmaß an zusätzlicher Stimulanz.“²⁰¹

Bemerkenswert ist auch die Erkenntnis, dass für die Leserlichkeit Schriftgröße 10 Punkt bis 12 Punkt am besten geeignet ist.²⁰² So unbedeutend dieser Aspekt erscheinen mag, kann er doch zu besserer Lesbarkeit und in Folge zu besserem Verständnis beitragen. Die untersuchten Lehrbücher bewegen sich alle in diesem Schriftgrößenbereich.

Auch Illustrationen bzw. Diagramme und Graphiken können, dem Text vorangestellt, zu einem leichteren Textverständnis beitragen, wohingegen sie nachgestellt kaum Einfluss auf das Textverstehen haben²⁰³, was insbesondere bezogen auf Textaufgaben eine wichtige Erkenntnis ist. Es ist anzunehmen, dass Illustrationen bzw. Diagramme und Graphiken, die neben dem Text platziert sind, eine ähnliche Wirkung erzielen wie solche, die dem Text vorangestellt sind. Allgemein kann von einer Text-Bild-Leser-Interaktion gesprochen werden.²⁰⁴

²⁰¹ Marenbach, Dieter: Probleme der Textverständlichkeit – In: Beisbart, Ortwin u.a. (Hrsg.): Leseförderung und Leseerziehung. Theorie und Praxis des Umgangs mit Büchern für junge Leser. Donauwörth: Ludwig Auer 1993, S. 43.

²⁰² Marenbach, Dieter: Probleme der Textverständlichkeit – In: Beisbart, Ortwin u.a. (Hrsg.): Leseförderung und Leseerziehung. Theorie und Praxis des Umgangs mit Büchern für junge Leser. Donauwörth: Ludwig Auer 1993, S. 45.

²⁰³ Marenbach, Dieter: Probleme der Textverständlichkeit – In: Beisbart, Ortwin u.a. (Hrsg.): Leseförderung und Leseerziehung. Theorie und Praxis des Umgangs mit Büchern für junge Leser. Donauwörth: Ludwig Auer 1993, S. 46.

²⁰⁴ Marenbach, Dieter: Probleme der Textverständlichkeit – In: Beisbart, Ortwin u.a. (Hrsg.): Leseförderung und Leseerziehung. Theorie und Praxis des Umgangs mit Büchern für junge Leser. Donauwörth: Ludwig Auer 1993, S. 46.

Schlussworte

Wie im Zuge dieser Arbeit festgestellt werden konnte, gibt es nicht nur zahlreiche Schwierigkeiten mit Textaufgaben, sondern auch etliche Möglichkeiten, diese besser in den Griff zu bekommen. Die Lehrerinnen und Lehrer sind dazu angehalten, diese zu nutzen.

Die Lehrpersonen sollten sich mehr darauf einlassen, im Unterricht auch verstärkt kreative Methoden im Umgang mit Textaufgaben einzubauen. Es ist wichtig, den Schülerinnen und Schülern unterschiedliche Zugänge zu dieser Thematik zu bieten, ihnen die Vielfalt darzulegen, die sich in diesem Zusammenhang bietet.

Dies betreffend ist auch die Leseförderung von großer Bedeutung, die auch im Mathematikunterricht ihren Platz haben sollte und ihre Berechtigung hat. Textaufgaben eignen sich dazu besonders bzw. ist die Lesekompetenz im Sinne eines guten Textverständnisses Voraussetzung für eine gelungene Umsetzung einer Textaufgabe. Die Lehrkräfte sollten auch ihren diesbezüglichen Bildungsauftrag nicht vernachlässigen. Umgekehrt sollten aber auch die Lehrkräfte anderer Unterrichtsfächer (im Sinne des besseren Textverständnisses v.a. die Deutschlehrerinnen und -lehrer) vermehrt dazu angeregt werden, Texte mit mathematischen Inhalten verstärkt in ihren Unterricht einzubauen, um eine wünschenswerte Wechselwirkung zu erzielen.

Bei den unterschiedlichen angebotenen Lösungsanleitungen für Textaufgaben ist Vorsicht geboten. Nicht alle sind für jedermann geeignet bzw. weisen die meisten Schwachstellen auf, die bei so mancher Schülerin bzw. bei so manchem Schüler erst recht zu Schwierigkeiten führen können.

Zweifellos bieten Textaufgaben ein weites Feld an Einsatzmöglichkeiten und sollten nicht den Schrecken, sondern eine Bereicherung des Mathematikunterrichts darstellen. In diesem Zusammenhang wurden in dieser Arbeit zahlreiche Methoden vorgestellt, wie kreativ mit der Thematik Textaufgaben umgegangen werden kann, etwa das Erstellen erdachter Dialoge, „Umkehraufgaben“ oder die Partnerübungen von Drüke-Noe. Nicht alle präsentierten Methoden sind gleichermaßen dazu

geeignet, Fehlerquellen bzw. Schwierigkeiten im Zusammenhang mit Textaufgaben auszumerzen, bzw. hängt die jeweilige Eignung auch vom Alter der Schülerinnen und Schüler und von der Klasse an sich ab. Generell soll es nicht das Ziel sein, sich nur mehr auf kreative Art und Weise mit Textaufgaben auseinanderzusetzen. Die vorgestellten Methoden sollen dazu dienen, die Scheu vor Textaufgaben zu verringern, auf gewisse Schwachpunkte näher einzugehen und in weiterer Folge später ein problemloseres bzw. weniger fehlerbehaftetes Bearbeiten von Textaufgaben zu ermöglichen. Keinesfalls sollen sie die traditionelle Behandlung von Textaufgaben im Mathematikunterricht gänzlich verdrängen.

Darüber hinaus wäre eine verstärkte Beschäftigung mit Textaufgaben oder mathematischen Texten im Allgemeinen im Sinne eines fächerübergreifenden Unterrichts auch in anderen Unterrichtsfächern wünschenswert. In dieser Arbeit konnte nur näher auf mögliche Konnexionen mit dem Unterrichtsfach Deutsch eingegangen werden.

Abbildungsverzeichnis

<i>Abb. 1: Hanisch, Günter u.a.: MatheFit 2. Lehrer/innenausgabe. Wien: Besseres Buch 2009, S. 140.</i>	36
<i>Abb. 2: Hanisch, Günter u.a.: MatheFit 2. Lehrer/innenausgabe. Wien: Besseres Buch 2009, S. 139.</i>	41
<i>Abb. 3: Hanisch, Günter u.a.: MatheFit 2. Lehrer/innenausgabe. Wien: Besseres Buch 2009, S. 139.</i>	42
<i>Abb. 4: Hanisch, Günter u.a.: MatheFit 2. Lehrer/innenausgabe. Wien: Besseres Buch 2009, S. 139.</i>	43
<i>Abb. 5: Hanisch, Günter u.a.: MatheFit 2. Lehrer/innenausgabe. Wien: Besseres Buch 2009, S. 140.</i>	44
<i>Abb. 6: Hanisch, Günter u.a.: MatheFit 2. Lehrer/innenausgabe. Wien: Besseres Buch 2009, S. 142.</i>	45
<i>Abb. 7: Hanisch, Günter u.a.: MatheFit 4. Lehrer/innenausgabe. Wien: Besseres Buch 2011, S. 160.</i>	47
<i>Abb. 8: Reichel, Hans-Christian u.a.: Das ist Mathematik 3. Wien: öbv 2009, S. 105.</i>	53
<i>Abb. 9: Reichel, Hans-Christian u.a.: Das ist Mathematik 3. Wien: öbv 2009, S. 105.</i>	54
<i>Abb. 10: Reichel, Hans-Christian u.a.: Das ist Mathematik 3. Wien: öbv 2009, S. 105.</i>	55
<i>Abb. 11: Reichel, Hans-Christian u.a.: Das ist Mathematik 3. Wien: öbv 2009, S. 105.</i>	56
<i>Abb. 12: Reichel, Hans-Christian u.a.: Das ist Mathematik 3. Wien: öbv 2009, S. 105.</i>	57
<i>Abb. 13: Reichel, Hans-Christian u.a.: Das ist Mathematik 3. Wien: öbv 2009, S. 105.</i>	58
<i>Abb. 14: Achleitner, Renate u.a.: ganz klar: Mathematik 2. Wien: Jugend & Volk 2006, S. 174.</i>	61
<i>Abb. 15: Keller-Ressel, Marianne u.a.: Blickpunkt Mathematik 2. Wien: öbv 2003, S. 149.</i>	62

Abb. 16: Keller-Ressel, Marianne u.a.: <i>Blickpunkt Mathematik 2</i> . Wien: öbv 2003, S. 150.....	63
Abb. 17: Keller-Ressel, Marianne u.a.: <i>Blickpunkt Mathematik 3</i> . Wien: öbv 2005, S. 126.....	64
Abb. 18: Blum, Werner, Dominik Leiß: <i>Modellieren im Unterricht mit der „Tanken“-Aufgabe</i> . – In: <i>mathematik lehren 128</i> . Friedrich Verlag 2005, S. 19.	82
Abb. 19: Drüke-Noe, Christina: <i>Mathematische Texte – auch in Klassenarbeiten. Anregungen zur Umsetzung und zur Bewertung</i> . – In: <i>mathematik lehren 156</i> . Friedrich Verlag 2009, S. 54.	90
Abb. 20: Landesinstitut für Schulqualität und Lehrerbildung Sachsen-Anhalt (LISA) (Hrsg.): <i>ProLesen – Auf dem Weg zur Leseschule. Konzepte und Materialien als Aufgabe aller Fächer</i> . Köthen: druckhaus köthen 2010, S. 14-15.	92
Abb. 21: <i>Phasen und Subprozesse der Selbstregulation</i> (Quelle: Philipp, Maik, Anita Schilcher (Hrsg.): <i>Selbstreguliertes Lesen. Ein Überblick über wirksame Förderansätze</i> . Seelze: Friedrich 2012, S. 51.)	98
Abb. 22: <i>Klassifikation von Lernstrategien am Beispiel Lesen mit Funktionen und Beispielen</i> (aus: Philipp, Maik, Anita Schilcher (Hrsg.): <i>Selbstreguliertes Lesen. Ein Überblick über wirksame Förderansätze</i> . Seelze: Friedrich 2012, S. 45.).....	100
Abb. 23: <i>Zyklus selbstregulierten Lernens von Ziegler und Stöger</i> (Quelle: Philipp, Maik, Anita Schilcher (Hrsg.): <i>Selbstreguliertes Lesen. Ein Überblick über wirksame Förderansätze</i> . Seelze: Friedrich 2012, S. 142.)	102
Abb. 24: <i>Mindmap zu obiger Aufgabe (eigene Darstellung)</i>	106
Abb. 25: <i>Mindmap zu obiger Aufgabe (eigene Darstellung)</i>	106
Abb. 26: <i>Mindmap zu obiger Aufgabe (eigene Darstellung)</i>	107
Abb. 27: <i>Randnotizen zu obiger Textaufgabe (eigene Darstellung)</i>	110
Abb. 28: <i>Mindmap zu obiger Textaufgabe (eigene Darstellung)</i>	113
Abb. 29: <i>Kombination von Unterstreichung und Randnotizen zu obiger Textaufgabe (eigene Darstellung)</i>	113

Literaturverzeichnis

Achleitner, Renate u.a.: ganz klar: Mathematik 2. Wien: Jugend & Volk 2006.

Bamberger, Richard: Zur Auseinandersetzung mit Sachtexten und Schulbüchern. – In: Beisbart, Ortwin u.a. (Hrsg.): Leseförderung und Leseerziehung. Theorie und Praxis des Umgangs mit Büchern für junge Leser. Donauwörth: Ludwig Auer 1993, S. 147-151.

Baruk, Stella: Wie alt ist der Kapitän? Über den Irrtum in der Mathematik. Basel/Boston/Berlin: Birkhäuser 1989.

Barzel, Bärbel; Carola Ehret: Mathematische Sprache entwickeln. – In: mathematik lehren 156. Friedrich Verlag 2009, S. 4-9.

Barzel, Bärbel; Lars Holzäpfel: Gleichungen verstehen. – In: mathematik lehren 169. Friedrich Verlag 2011, S. 2-7.

Baum, Dieter; Hannes Klein: Ein Blick ins Buch und los! Strategien zum Umgang mit Textaufgaben vermitteln. – In: mathematik lehren 158. Friedrich Verlag 2010, S. 46-48.

Bieri, Erika: Theorie in eigene Sprache fassen. Mit Lernenden im Mathe-Journal Erkenntnisse sichern. – In: mathematik lehren 164. Friedrich Verlag 2011, S. 23-42.

Bildungsstandards für Mathematik 8. Schulstufe.
https://www.bifie.at/system/files/dl/bist_m_sek1_kompetenzbereiche_m8_2013-03-28.pdf (eingesehen am 10.06.2013).

Blum, Werner, Dominik Leiß: Modellieren im Unterricht mit der „Tanken“-Aufgabe. – In: mathematik lehren 128. Friedrich Verlag 2005, S. 19.

Drücke-Noe, Christina: Mathematische Texte – auch in Klassenarbeiten. Anregungen zur Umsetzung und zur Bewertung. – In: mathematik lehren 156. Friedrich Verlag 2009, S. 52-57.

Eder, Daniela: Schülerschwierigkeiten bei Textaufgaben mit Gleichungen in der Unterstufe. Diplomarbeit. Wien 2008.

Floderer, Manfred u.a.: Mach mit 2. Mathematik. Wien: öbv 2006.

Frenzel, Anne C., Simone Jullien und Reinhard Pekrun: Thomas hat 60 Euro gespart... oder $\frac{1}{4}x + 60 = x$. Freude und Angst beim Bearbeiten von Text- und Rechenaufgaben. – In: mathematik lehren 135. Friedrich Verlag 2006, S. 57-59.

Frey, Hanno: Kann eine Vermittlung von Lesestrategien die Lesekompetenz verbessern? – In: Willenberg, H. (Hrsg.): Kompetenzhandbuch für den Deutschunterricht. Schneider Verlag Hohengehren. Badmannweiler 2007, S. 188-198.

Gibson, Eleanor J. und Harry Levin: Die Psychologie des Lesens. Stuttgart: Klett 1980.

Hanisch, Günter u.a.: MatheFit 2. Lehrer/innenausgabe. Wien: Besseres Buch 2009.

Hanisch, Günter u.a.: MatheFit 4. Lehrer/innenausgabe. Wien: Besseres Buch 2011.

Hilbert, Tatjana u.a.: Ach so geht das! Üben mit Lösungsbeispielen. – In: mathematik lehren 147. Friedrich Verlag 2008, S. 47-49.

Hiller, Florian: Sachtexte erschließen. Eine empirische Studie zur Förderung der Lesekompetenz. Freiburg im Breisgau: Fillibach 2010.

Holzäpfel, Lars u.a.: Lernstrategien beim Schreiben. Neue Anregungen für den Umgang mit dem Lerntagebuch. – In: mathematik lehren 156. Friedrich Verlag 2009, S. 16-21.

Hußmann, Stephan: Lerntagebücher – Mathematik in der Sprache des Verstehens. – In: Leuders, Timo (Hrsg.): Mathematik-Didaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II. Berlin: Cornelsen 2003, S. 75-92.

Hußmann, Stephan: Umgangssprache – Fachsprache. – In: Leuders, Timo (Hrsg.): Mathematik-Didaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II. Berlin: Cornelsen 2003, S. 60-75.

Institut für Didaktik der Mathematik (Hrsg.): Standards für die mathematischen Fähigkeiten österreichischer Schülerinnen und Schüler am Ende der 8. Schulstufe. Version 4/07. Klagenfurt: Alpen-Adria-Universität Klagenfurt 2007.

Jaschke, Tobias: Klammern verstehen. Kontexte nutzen, um Fachsprache zu entwickeln. – In: mathematik lehren 156. Friedrich Verlag 2009, S. 46-50.

Keller-Ressel, Marianne u.a.: Blickpunkt Mathematik 2. Wien: öbv 2003.

Keller-Ressel, Marianne u.a.: Blickpunkt Mathematik 3. Wien: öbv 2005.

Krammer, Marion von der: Wege zum Text. Sechzehn Unterrichtsmethoden für die Entwicklung der Lesekompetenz. Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren 2004. (= Langer, Günter, Werner Ziesenis (Hrsg.): Deutschdidaktik aktuell. Bd 18)

Landesinstitut für Schulqualität und Lehrerbildung Sachsen-Anhalt (LISA) (Hrsg.): ProLesen – Auf dem Weg zur Leseschule. Konzepte und Materialien als Aufgabe aller Fächer. Köthen: druckhaus köthen 2010.

Lehrplan für Mathematik für die AHS-Unterstufe (2000):
<http://www.bmukk.gv.at/medienpool/789/ahs14.pdf> (eingesehen am 17.04.2013).

Lehrplan für Mathematik für die AHS-Oberstufe (2004):
http://www.bmukk.gv.at/medienpool/11859/lp_neu_ahs_07.pdf (eingesehen am 17.04.2013).

Malle, Günther: Didaktische Probleme der elementaren Algebra.
Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg & Sohn 1993.

Malle, Günther: Mathematiker reden in Metaphern. – In: mathematik lehren 156.
Friedrich Verlag 2009, S. 10-15.

Marenbach, Dieter: Probleme der Textverständlichkeit. – In: Beisbart, Ortwin u.a.
(Hrsg.): Leseförderung und Leseerziehung. Theorie und Praxis des Umgangs mit
Büchern für junge Leser. Donauwörth: Ludwig Auer 1993, S. 39-46.

Nydegger, Annegret: Wo wohnen wie viele Personen? Terme und Gleichungen aus
Sachsituationen gewinnen. – In: mathematik lehren 169. Friedrich Verlag 2011,
S. 13-14.

Pesch, Cornelia: Kognitive Fehlerursachen in der Mathematik. Dipl.arb. Wien: 1996.

Philipp, Maik, Anita Schilcher (Hrsg.): Selbstreguliertes Lesen. Ein Überblick über
wirksame Förderansätze. Seelze: Friedrich 2012.

Reichel, Hans-Christian u.a.: Das ist Mathematik 2. Wien: öbv 2008.

Reichel, Hans-Christian u.a.: Lehrbuch der Mathematik und Aufgabensammlung 2.
Lehrerausgabe. 3. Aufl. Wien: hpt 1997.

Reichel, Hans-Christian u.a.: Das ist Mathematik 3. Wien: öbv 2009.

Ruch, Hermann (Hrsg.): ProLesen. Auf dem Weg zur Leseschule. Leseförderung in
den gesellschaftswissenschaftlichen Fächern. Aufsätze und Materialien aus dem
KMK-Projekt „ProLesen“. 2. Aufl. Donauwörth: Auer 2011.

Ruf, Urs, Peter Gallin: Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik. Bd 1.
Austausch unter Ungleichen. Grundzüge einer interaktiven und fächerübergreifenden
Didaktik. Seelze-Velber: Kallmeyer 1998.

Tichá, Marie: Wie 11- bis 12-jährige Schüler Textaufgaben mit Brüchen begreifen. – In: MU. Der Mathematikunterricht. Jg. 46, Heft 2. Velber: Friedrich Verlag 2000, S. 50-58.

Tönies, Edith: Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit Mathematikschularbeitstexten. Untersuchung der Formulierungen von Mathematikschularbeitstexten der ersten Klasse einer Wiener AHS. Diss. Wien: 1986.

Wille, Annika M.: Selbst erdachte Dialoge. Mit virtuellen Gesprächen das Gelernte vertiefen. – In: mathematik lehren 156. Friedrich Verlag 2009, S. 22-26.

Wiltsche, Herwig u.a.: Lebendige Mathematik 4. Wien: öbv 2009.

Lebenslauf

Mag. Judith Beatrix Mädl, geb. Schmidt

geboren am 10.11.1981 in Eisenstadt

verheiratet seit 2003

zwei Kinder: Johann Nicolas Mädl (2003), Linnéa Maria Mädl (2008)

Ausbildungsweg:

1988 - 1992	Röm.-kath. Volksschule Neusiedl am See
1992 - 2000	BG und BRG Neusiedl am See Matura mit Auszeichnung
2007 - 2013	Studium Deutsche Philologie Universität Wien
seit 2000 (mit karenzbedingten Unterbrechungen)	Studium Lehramt UF Mathematik / UF Deutsch Universität Wien
während des Studiums Tätigkeit als Lektorin und Lehrerin	

Abstract

Diese Arbeit befasst sich einerseits mit den Schwierigkeiten, die Schülerinnen und Schüler im Umgang mit Textaufgaben haben, und andererseits mit Methoden, wie diesen Einhalt geboten werden kann.

Nach der Verortung der Textaufgaben im Lehrplan und in den Bildungsstandards, einer Analyse der Fehlerquellen und der kritischen Begutachtung einiger Lösungsanleitungen für Textaufgaben in Lehrbüchern werden zum einen kreative Unterrichtsmethoden beschrieben, die zu einem besseren Verständnis von Textaufgaben beitragen können, zum anderen wird insbesondere auf die Leseförderung im Mathematikunterricht eingegangen, die sich an Textaufgaben besonders gut umsetzen lässt. Dazu werden u.a. verschiedene Lesestrategien und Lese- bzw. Lerntechniken vorgestellt, die sonst in Deutsch oder anderen Unterrichtsfächern eingesetzt werden, und ihre Einsetzbarkeit im bzw. ihre Modifikation für den Mathematikunterricht wird analysiert. Zusätzlich werden hierzu Anwendungsbeispiele präsentiert.