



universität
wien

DIPLOMARBEIT

Titel der Diplomarbeit

„Vergleich des Mathematikunterrichts
in der Türkei und in Österreich“

Verfasst von

Seyma AKSOY

angestrebter akademischer Grad

Magistra der Naturwissenschaften (Mag.rer.nat.)

Wien, 2013

Studienkennzahl lt. Studienblatt: A 190 406 884

Studienrichtung lt. Studienblatt: Lehramtsstudium UF Mathematik UF Informatik und
Informatikmanagement

Betreut von: ao. Univ.-Prof. i.R. Günter Hanisch

Kurzfassung

Diese Diplomarbeit ist dem Vergleich des Mathematikunterrichts in Österreich und in der Türkei gewidmet.

Zunächst werden als Einführung das türkische Schulsystem und das österreichische Schulsystem inklusive die Ziele der beiden Bildungssysteme angegeben bzw. die Arten der Schulen veranschaulicht. Mit dem Kapitel „Besonderheiten des türkischen und österreichischen Bildungssystems“ werden sozial-ökonomische Gegebenheiten und das Niveau der PISA-Studie miteinander verglichen.

Wie schon der Title der Diplomarbeit „Vergleich des Mathematikunterrichts“ verrät, wird in dieser Arbeit mithilfe der beiden aktuellen Lehrpläne ein expliziter Vergleich des Mathematikunterrichts durchgeführt. Die allgemeinen Bestimmungen und die didaktischen Grundsätze werden in beiden Lehrplänen dargestellt und die gemeinsamen Themen der beiden Lehrstoffe werden zusätzlich mit praktischen Beispielen erläutert.

Da die Autorin, bis zur Universität, die Schulen der Türkei genießen durfte, konnte Sie auch Ihre Erfahrungen in die Diplomarbeit einfließen lassen. Diesbezüglich wurden Recherchen angestellt und Interviews mit zwei Lehrkräften in der Türkei über das Thema „Anwendung des türkischen Lehrplans in den Schulen“ durchgeführt.

Abstract

This thesis is devoted to comparison of mathematics teaching in Austria and Turkey.

To start with the introduction: the Turkish education system and the Austrian school system are specified and include the objectives of these education systems, which also demonstrate the kinds of schools. Furthermore, socio economic conditions and the level of the PISA study are compared in the chapter “characteristic features of the Turkish and Austrian education system”.

As the title of the thesis “Comparison of mathematics teaching” reveals, an explicit comparison of mathematics teaching is carried out in this work by using the two current curricula. The General provisions and the didactic principles are represented in both curricula and the common theses of the two systems are additionally discussed with practical examples. Because the author attended the schools until university in Turkey, she also incorporated her experiences in the thesis. In this regard there are some investigations undertaken and conducted interviews with two teachers in Turkey on the subject of “Application of the Turkish curriculum in the schools”.



Mit Namen Allahs, des Allerbarmers, des Barmherzigen

DANKSAGUNG

Diese Diplomarbeit möchte ich meiner Familie widmen, da diese mich die ganze Zeit während meines Studiums unterstützt und motiviert hat.

Ich möchte mich zuerst bei meinem Diplomarbeitsbetreuer Univ.-Doz. Dr. Günter Hanisch für die großartige Betreuung und Unterstützung meiner Diplomarbeit bedanken.

Weiteres bedanke ich mich bei meiner Freundin Fatma Kara für ihre Hilfe beim Korrekturlesen. Ohne ihre Hilfe hätte ich meine Arbeit nicht zu Ende bringen können.

Besonderer Dank gebührt meiner Familie; meiner Eltern Ayse und Mustafa Aksoy, die mir während meines ganzen Bildungsweges beigestanden sind, mich immer motiviert, finanziell und emotional unterstützt haben. Ich bedanke mich auch herzlichst bei meiner Tante und Onkel Gülhamiye und Hayrullah Aksoy, die mir seit meiner Kindheit materiell und spirituell Beistand geleistet haben.

Ein herzliches Dankeschön geht an die Islamische Föderation in Wien (IFW), die mir mein Studium im Ausland erleichtert hat und insbesondere bedanke ich mich bei Kübra und Adem Uysal.

Ein großer Dank geht an meine Schwester Esra Aksoy, die gleichzeitig auch meine beste Freundin ist und gemeinsam mit mir alle Schwierigkeiten bewältigt hat; an meine beiden Brüder Talha und Recep Tayyip Aksoy, auf die ich ganz stolz bin, da sie mir immer das Gefühl gegeben haben, als wären sie emotional bei mir während meines ganzen Studiums.

Tausend Dank an die Älteren, meiner Schwestern und meinen Freundinnen, die mich mit ihren Gebeten unterstützt haben.

Inhaltverzeichnis

1	Das türkische Schulsystem	6
1.1	Geschichte und rechtliche Grundlagen.....	6
1.2	Organisation und Struktur des heutigen Bildungssystems	9
1.2.1	Allgemeine Schulbildung.....	10
1.2.2	Informelle und Erwachsenenbildung	16
1.3	Lehrerausbildung	19
2	Das österreichische Schulsystem	23
2.1	Geschichtlicher Überblick über das System und rechtlicher Rahmen.....	23
2.2	Organisation und Struktur des heutigen Bildungssystems	26
2.2.1	Vorschulische Erziehung.....	28
2.2.2	Allgemeinbildende Schulen	29
2.2.3	Berufsbildende Schulen.....	33
2.3	Lehrer/innenbildung	34
3	Besonderheiten des türkischen und österreichischen Bildungssystems.....	38
4	Vergleich des Mathematikunterrichts	45
4.1	Vergleich der allgemeinen Bestimmungen.....	46
4.2	Vergleich der didaktischen Grundsätze	54
4.3	Vergleich des Lehrstoffes	67
4.3.1	Zahlen und Rechengesetze.....	70
4.3.2	Gleichungen, Gleichungssystem und Ungleichungen	78
4.3.3	Funktionen und Reelle Funktionen	81
4.3.4	Trigonometrie	85
4.3.5	Potenzen, Wurzeln, Logarithmen	90
4.3.6	Folgen	95
4.3.7	Stochastik.....	99
4.3.8	Algebraische Gleichungen und komplexe Zahlen	106
4.3.9	Differentialrechnung	113
4.3.10	Integralrechnung	123
4.3.11	Beispiele mit Lösungen.....	127

5	Untersuchung	147
5.1	Auswertung und Analyse der Interviews.....	148
5.2	Darstellung der Ergebnisse	157
6	Zusammenfassung	158

1 Das türkische Schulsystem

1.1 Geschichte und rechtliche Grundlagen

Vor der Gründung der Republik Türkei war das Schulsystem im Osmanischen Reich unterschiedlicher als in der heutigen Zeit, aber das Schulsystem war so wie heute zentral organisiert.

Im Osmanischen Schulsystem gab es zwei Arten von Schulen. Einerseits „Sıbyan mektepleri“ (= Grundschule und Mittelschule) und andererseits „Medreseler“ (= Gymnasium und Hochschulen). Neben der religiösen und militärischen Bildung wurden Fächer wie Logik, Mathematik, Geografie und Naturwissenschaften in diesen Schulen unterrichtet. Weil das Schulsystem zentral war, gehörten diese Schulen dem Sultan, die er selber überwachte (vgl. www1, S.28).

Im Jahr 1920 wurde das Bildungsministerium (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]) gegründet, welches durch eine Zentralverwaltung für die Einhaltung der kemalistischen Erziehungsprinzipien zu sorgen hatte. D.h.: ein Kind wird so erzogen, dass es anerkennt, dass die Türkei eine republikanische Staatsform hat, dass sich die religiösen Würdenträger nicht in staatliche Belange einmischen dürfen, und dass es zu einem Nationalbewusstsein angeleitet wird.

Mit der Ausrufung der Republik Türkei im Jahre 1923 wurde diese Struktur geändert. Die Grundstrukturen des heutigen türkischen Schulsystems wurden am 03.03.1924 mit dem Gesetz Tevhid-i Tedrisat Zahl 430 festgelegt. Damit wurden alle Bildungseinrichtungen und ihre Verwaltungen der Autorität des Bildungsministeriums unterstellt (vgl. www2, S.8).

Am 01.11.1928 wurden die arabischen Alphabete abgeschafft und das neue lateinische Alphabet eingeführt.

Um das Lernen des neuen Alphabets zu fördern wurde am 17. April 1940 ein Gesetz verabschiedet, in dem stand, dass man neue Bildungsinstitute zur Lehrerbildung gründen müsste. Das Ziel war den am Land lebenden Menschen eine Grundausbildung zu erteilen und damit den Wohlstand des Landes zu erhöhen. Anfang des Jahres gab es 14 Institute,

deren Zahl sich aber im Laufe der Zeit auf 21 erhöht hatte. Der Lehrplan der Bildungsrichtung wurde 1947 inhaltlich stellenweise verändert und nach dem Gesetz Nr. 6234 wurde das Institut für Lehrerbildung mit der sogenannten „ersten Lehrer Hochschule“ vereinigt. Dazwischen war das 1961 veröffentlichte Gesetz für Volksschulbildung und Lehre so wichtig, weil es das erste Gesetz für die Grundschulbildung war (vgl. Akpınar 2009, S.125).

Das 1973 veröffentlichte Gesetz Nr.1739, welches das türkische Schulsystem zur Gänze behandelt, nennt man das Grundgesetz für Nationale Bildung. Dieses Gesetz beinhaltet: formale und non-formale Bildung, vorschulische Erziehung, Grundschulbildung, sekundäre Bildung und Hochschulbildung. Außerdem regelt dieses Gesetz die berufliche und technische Ausbildung (vgl. Akyüz 1982, S.399).

Hingegen nennt man jenes Gesetz, das die Organisationsstruktur des Ministeriums für Bildung regelt, das Gesetz über die Organisation und die Aufgaben des Ministeriums für Bildung. Dieses Gesetz ist relevant für die Umstrukturierung des Ministeriums für Bildung.

Das Hochschulgesetz (6 November 1981) Nr. 2547 regelt beim Hochschulwesen Ziele, Grundsätze, Bildung, Ausbildung, Forschungen, Publikationen und finanzielle Fragen (vgl. Hesapçioğlu 1998, S.40-42).

Laut dem Grundgesetz der Nationale Bildung sind die Grundprinzipien der Türkisch-Nationalen Bildung:

- Allgemeingültigkeit und Gleichheit
- Gesellschaftliche und individuelle Bedürfnisse
- Orientierung
- Das Recht auf Bildung
- Chancengleichheit
- Kontinuität
- Atatürks Nationalismus
- Verträglichkeit mit den Prinzipien Atatürks und Atatürks Revolution
- Demokratische Bildung

- Säkularismus
- Wissenschaftlichkeit
- Planmassigkeit
- Koedukation
- Partizipation zwischen Familie und Lehrer
- Eine weite und breite Bildung (vgl. www8).

Bis zur Schulreform im Jahr 1997 war die Schulpflicht fünf Jahre. Der Besuch der Mittelschule war freiwillig. Mit der Schulreform von 1997 wurde die Schulpflicht auf acht Jahre verlängert und dabei die Mittelschule abgeschafft. Die fünfjährige Grundschule und die dreijährige Mittelschule bilden somit eine fortlaufende Gesamtschule. Dieses System brachte im Laufe der Zeit manche Probleme, besonders im Leben der Schüler/innen, mit sich. Für die Schüler/innen von der ersten bis zu der letzten Klasse waren zu wenig Plätzen in den gleichen Schulgebäuden, d.h. am Vormittag kamen die Grundschulkinder in die Schule und am Nachmittag die Mittelschulkinder.

Was in der Öffentlichkeit als 4+4+4 Schulsystem bekannt ist, brachte die 12 jährige Pflichtschule mit sich und hat zwei grundlegende Aufgaben. Einerseits erhöht es die durchschnittliche Ausbildungsdauer der Bevölkerung und andererseits ermöglicht das System den einzelnen Individuen eine ihren Interessen, Bedürfnissen und Fähigkeiten entsprechende Ausbildung. Wenn man die entwickelten Länder bzw. die Entwicklungsländer betrachtet, fällt auf, dass sie die durchschnittliche Ausbildungsdauer erhöht haben um mehr Maturant/innen oder mehr Akademiker/innen im Lande zu haben.

Die EU-Länder haben ihre Bildungsziele überarbeitet, sodass die Bevölkerung bis zum Jahr 2020 mindestens zu 90 % aus Maturant/innen bestehen soll. China und Südkorea streben an, dass 100 Prozent ihrer Bevölkerung das Schulsystem als Akademiker/innen abschließt.

Man kann weitere ähnliche Beispiele aus verschiedenen Ländern bzw. Gebieten bringen.

Wenn man berücksichtigt, dass in der Türkei nur 28 Prozent der Bevölkerung aus Maturant/innen besteht, wird klar dass das Land dringend Erneuerungen im Bereich Bildung bzw. Ausbildung braucht. Das Ministerium für Nationale Erziehung. Ömer Dinçer (www3, S.3).

Im neuesten Orientierungsgesetz vom 11. April 2012 wird die Schulpflicht nochmals um vier Jahre verlängert und dauert somit zwölf Jahre (4+4+4). Die Schüler/innen, die 4 Jahre lang in einer Volksschule gegangen sind, müssen nicht mehr weiter in dieser Schule bleiben, was aber seit der Schulreform 1997 der Fall war. Seit 2012 können sich die Kinder für ihre Wunschschulen entscheiden. Somit erwirbt man in einem früheren Alter die Auswahlmöglichkeit (vgl. [www5/das türkische Amtsblatt](#)).

1.2 Organisation und Struktur des heutigen Bildungssystems

In diesem Kapitel wird das heutige türkische Bildungssystem in den zwei Hauptbereichen erläutert. Diese sind die „allgemeine Schulbildung“ und die „Informelle und Erwachsenenbildung“.

Das türkische Bildungssystem möchte folgende Ziele erreichen:

Die Jugend soll:

- Atatürks Reformen und Prinzipien und der in der Verfassung geschriebenen nationalen Gesinnung Atatürks treu sein.
- die ethnische, moralische, menschliche, spirituelle und kulturelle Werte der türkischen Nation verinnerlichen, schützen und entwickeln;
- seine Familie, seine Heimat, sein Volk lieben und immer verherrlichen;
- gegenüber der türkischen Republik sich seiner Aufgaben und Verantwortungen bewusst sein und sich entsprechend verhalten. D.h.: man muss für die Sicherheit und Entwicklung der Staat sich anstrengen.
- erzogen werden, so dass sie in physischen, psychischen, moralischen, geistigen und emotionalen Kriterien ausgeglichen sind.
- respektvoll und verantwortungsvoll gegenüber ihrem Volk und ihrer Gesellschaft sein. (vgl. [www4](#) bzw. vgl. Erden/Fidan 1998, S.209-212)

1.2.1 Allgemeine Schulbildung

Die allgemeine Schulbildung ist eine, für Personen bestimmten Alters und desselben Bildungsniveaus, dem Zweck nach ausgearbeiteten Programmen, in Schuleinrichtungen ausgeübte, ordentliche Bildung. Die allgemeine Schulbildung umfasst die Einrichtungen:

- Vorschulische Bildung
- Die Grundschulbildung
- Die Gymnasialstufe (Mittelschulbildung)
- Das Hochschulwesen

Vorschulische Bildung

Die vorschulische Bildung besteht auf freiwilliger Basis und beinhaltet die Erziehung der Kinder im Alter von 36-66 Monaten. Die vorschulischen Einrichtungen können als unabhängige Kindergärten gegründet werden oder an „Mädchengymnasien“ als praktische Klassen, sowie an weiteren Schuleinrichtungen als Kindergartenklasse eröffnet werden.

Die Ziele der vorschulischen Bildung:

- Gewährleistung der körperlichen Gesundheit und die Förderung der geistigen Entwicklung der Kinder
- Beibringen eines guten Benehmens
- Vorbereitung auf die Grundschulbildung
- Ermöglichung einer qualitativ gleichwertigen Bildung für Kinder die aus ungünstig gelegenen Gebieten kommen
- Richtige Anwendung der türkischen Sprache

(vgl. www8 bzw. vgl. www6, S.5).

Weil die Vorschule eine freiwillige Angelegenheit ist, ist der Teilnahmeanteil sehr niedrig. Bekannt ist aber, dass diese Bildung vor der Volksschule später im Schulleben einen wichtigen Beitrag für die positiven schulischen Leistungen der Schüler mit sich bringt. Aus diesem Grund werden für die Eltern extra Veranstaltungen zum Thema Kindergarten bzw. Vorschule organisiert, mobile Kindergärten gebaut oder Sommerschulen eröffnet, um die Vorschulbildung ausweiten zu können.

Die vorschulische Bildung hat in den letzten Jahren wichtige Entwicklungen gemacht. Die Einschulungsquote konnte innerhalb der letzten vier Jahre einen Anstieg von 113% verzeichnen und betrug im Schuljahr 2006/2007 bereits 25%. Um die Anzahl der Kinder, die nicht von den vorschulischen Einrichtungen Gebrauch machen, zu verringern und die Qualität der Erziehung der vorhandenen vorschulischen Einrichtungen zu verbessern, werden kurz-, mittel- und langfristige Ziele entwickelt (vgl. Erdem 2009, S.11).

Die Grundschulbildung

Die 12-jährige Pflichtschule beinhaltet die Bildung und Ausbildung der Kinder bis zum 18. Lebensjahr. Diese Schulbildung ist für alle weiblichen und männlichen Bürger Pflicht, ist in den öffentlichen Schulen gratis und schließt den „4+4“-Teil der 12 jährigen Ausbildung mit ein (vgl. [www5/das türkische Amtsblatt](#)).

Die Gymnasialstufe (Mittelschulbildung)

Die Gymnasialstufe baut auf der allgemeinen Grundschulbildung auf und besteht aus einer mindestens 4-jährigen Ausbildung für 14-17 Jährige an allgemein bildenden oder beruflich-technischen Gymnasien.

Jede/r Schüler/in, der/die Grundschulbildung abgeschlossen hat, hat das Recht eine weiterbildende Schule zu besuchen. Mit der letzten Reform wurde auch diese Mittelschulbildung für alle Schüler/innen Pflicht.

- Allgemeine Gymnasialstufe
- Berufsbildende und technische Gymnasialstufe (vgl. www8).

Allgemeine Gymnasialstufe

Arten der allgemeinen Gymnasialstufe:

- allgemein bildende Gymnasien
- Anatolien Gymnasien (40 wochenständige Ganztagschulen, in anderen Schulen hat man 30 oder 37 Wochenstunden)
- Naturwissenschaftliche/technische Gymnasien
- Anatolien Lehrer Gymnasien
- Anatolien Gymnasien mit Schwerpunkt Kunst
- Sozialwissenschaftliche Gymnasien
- Sportwissenschaftliche Gymnasien

Außer an den allgemein bildenden Gymnasien werden zur Aufnahme an den schulischen Einrichtungen zentrale Prüfungen durchgeführt. An den Gymnasien mit dem Schwerpunkt Kunst und den sportwissenschaftlichen Gymnasien wird zur Aufnahme der Schüler/innen eine Aufnahmeprüfung verlangt (vgl. Erdem 2009, S.12 bzw.vgl. MEB 1964).

Berufsbildende und technische Gymnasialstufe

Beruflich-technische Gymnasien; sind schulische Einrichtungen, die für den Bedarf in den Bereichen des Industrie- und Dienstleistungssektors Fachpersonal auf mittlerer Qualifikationsstufe ausbilden und die Schüler auf eine Hochschulausbildung vorbereiten.

Arten von beruflich-technischen Gymnasien:

- Technische Männergymnasien
- Technische Frauengymnasien
- Handels – und Touristikgymnasien
- Religionsschulen

- Privatschulen
- Medizinische Gymnasien
- Landwirtschaftliche Gymnasien
- Juristische Gymnasien
- Grundbuch und Kataster orientierte Gymnasien
- „Anadolu“ Meteorologie Gymnasien (vgl. MEB 2007).

In den technischen Knaben- bzw. Mädchenschulen wurde, wie der Schulname bereits sagt, geschlechtsgetrennt unterrichtet. Aber nach vielen Schulreformen begann man auch in diesen Schulen gemischt zu unterrichten.

Für die Schüler/innen, die die Grundschule abgeschlossen haben, bietet man vielfältige Gymnasien mit verschiedenen Schwerpunkten an, damit die Schüler/innen ihren Interessen nachgehen können.

Nach dem 12 jährigen Schulpflicht erhält jede/r Schüler/in ein Abschlusszeugnis.

(vgl. MEB 2007).

Förderunterricht

In acht Behinderungsgruppen haben Kinder und Jugendliche, die eine besondere Ausbildung benötigen, in der Vorschulischen Bildung, der Grundschulbildung und der Gymnasialstufe Möglichkeiten sich in die Gesellschaft zu integrieren. Gleichzeitig werden sie zu Berufstätigen ausgebildet. Dazugehörige Bildungsdienste werden in diesen Gruppen angeboten:

- Hörbehinderte
- Sehbehinderte
- Geistig Behinderte
- Körperlich Behinderte
- Sprachbehinderte
- Kinder mit Anpassungsschwierigkeiten

- Kinder, die lange Zeit krank und im Krankenhaus waren

Es gibt Vorbereitungsklassen vor der Grundschule. Jedoch können die behinderten Schüler/innen, wenn sie genügende Fähigkeiten besitzen, direkt mit der Grundschule anfangen, ohne die Vorbereitungsklasse zu besuchen (vgl. www4).

Private Ausbildung

Private Schulen werden nach dem Gesetz über die Einrichtung von Privatschulen Nr.625 eingerichtet. Die finanzielle Einnahmen und Ausgaben dieser Schulen werden von Privatpersonen oder juristischen Einrichtungen übernommen. Sie unterstehen der Aufsicht und Kontrolle des Ministeriums für Nationale Erziehung (vgl. Erdem 2009, S.16).

Private Ausbildung beinhaltet:

- Private Nachhilfeschoolen
- Private Fahrschulkurse
- Private und technische Lehrgänge
- Studieneinrichtungen für Privatschüler
- Jede Art von privaten Schulen
 - ✓ Türkische Privatschulen
 - ✓ Ausländische Privatschulen
 - ✓ Privatschulen von Minderheiten
 - ✓ Internationale Privatschulen

Ratgeber und psychologische Beratungsdienstleistungen

Die soziale Entwicklung, das persönliche Gedeihen und die Karrierevorstellungen werden durch die sogenannten Ratgeber oder psychologischen Beratungsdienstleistungen, gemäß den psychischen Eigenschaften und Bedürfnissen der Schüler/innen, durchgeführt. Die EU, OECD und die IMF unterstützen diese Leistungen und fördern, dass diese Beratungsdienstleistungen nicht nur innerhalb der Schule, sondern auch lebenslanglich laufen. Solche psychologische Beratungen finden in den Schulen mindestens ein Mal in der Woche

statt und die zuständigen Lehrkräfte sind auch außerhalb der Unterrichtsstunden für die Schüler/innen da. Die Ratgeber arbeiten gemeinsam mit den Lehrer/innen und den Familien der Schüler/innen (vgl. Çelik 2002, S.38).

Hochschulwesen

Die Hochschulen sind Institute, die mindestens zwei Jahre dauern und in denen akademische Ausbildungen absolviert werden. Eine neue Universität wird nur dann eröffnet, wenn der YÖK (Yüksek Öğretim Kurulu = Hochschulrat) an das Bildungsministerium einen Antrag stellt und dieser bewilligt wird.

Der Hochschulrat:

- ernennt die Dekane,
- schlägt Rektoren vor,
- kontrolliert die Haushalte der Universitäten,
- bestimmt den Lehrplan und
- entscheidet über das Aufnahmeverfahren der Student/innen (vgl. www23).

Der Hochschulrat besteht aus 21 Mitgliedern, die jeweils zu einem Drittel vom Staatspräsidenten, Ministerrat und den Hochschulen bestimmt werden (vgl. www23).

Es gibt insgesamt 93 Universitäten, in denen 39,7 Prozent Professorinnen und 60,3 Prozent Professoren arbeiten. Der Vorsitzende des Hochschulrates wird vom Staatspräsidenten bestimmt und seine Amtsdauer beträgt 4 Jahre (vgl. Erdem 2009, S.13).

Die Aufnahmeprüfungen werden von ÖSYM (Öğrenci Seçme ve Yerleştirme Merkezi = Student Selection and Placement Center), das von YÖK abhängig ist, organisiert und in die Tat umgesetzt. Diese Prüfungen sind Single Choice, finden jährlich in den Schulen statt und bestehen aus zwei Teilprüfungen. Wenn die erste Leistungskontrolle positiv ist, darf man beim zweiten Teil antreten. Der erste Teil besteht Allgemeinwissen aus allen Schulfächern und der zweite Teil aus den ausgewählten Gebieten (vgl. www27).

1.2.2 Informelle und Erwachsenenbildung

Für Personen, die noch nie an einer allgemeinen Schulbildung teilgenommen haben, die sich auf irgendeiner Stufe der Schulbildung befinden oder die Schulbildung aus irgendeinem Grund unterbrochen haben, wird Informelle und Erwachsenenbildung angeboten.

Diese beinhaltet folgende Ziele:

- Allgemeines Grundwissen zu vermitteln
- Erwachsenen das Lesen und Schreiben beizubringen
- Die Kenntnisse und Fähigkeiten von Schüler/innen, die sie schon erworben haben, weiterbilden bzw. -fördern
- Neue Möglichkeiten ermöglichen
- eben Chancen zu geben den Lebensunterhalt zu verdienen (vgl. www4).

Die informelle und Erwachsenenbildung realisiert die berufliche Bildung, das Fernstudium und die Volksbildung. In bestimmten Kursen an den beruflich/technischen Gymnasien wird auch diese Bildung angeboten (vgl. Erdem 2009, S.14).

In diesen Einrichtungen wird der informelle Bildungsdienst angegeben:

- Berufszentren
- Praktische Schulen für Frauenberufe
- Volksschulzentren
- Industriebetriebsschulen
- Technische Erwachsenenbildungszentren
- Institute zur Erlangung der Reife
- Nachhilfekurse
- Öffentliche Bildungsinstitutionen
- Hotel und Touristikbildungszentren für Erwachsene
- Touristische Bildungszentren
- Private Kurse

- Private Berufsschulen
- Private Anwenderschulen
- Private Berufsschulzentren
- Private Bildung und Kunstzentren

(vgl. www4)

Berufliche Bildung

Die berufliche Bildung besteht aus zwei ergänzende einander Teilen, die praktische Teil bei der Arbeitsstelle und der theoretische Teil in den Berufsbildungszentren.

Um die berufliche Bildung zu besuchen, müssen die Schüler/innen, die Grundschulausbildung absolviert haben und mindestens 14 Jahre alt sein. Diese Schüler/innen wollen nicht in eine weiterführende Schule gehen oder sie haben nicht genügend Fähigkeiten um eine weiterführende Schule zu besuchen. Die berufliche Ausbildung dauert je nach Berufsgruppe 2-4 Jahre (vgl. Erdem 2009, S.15).

Das Lehrlingspraktikum besteht zu 30 Prozent aus einem allgemeinen Bildungsunterricht und zu 70 Prozent aus dem beruflichen Praxisunterricht. Die Lehrlinge erwerben den theoretischen Teil an einem Tag in der Woche in den Berufsausbildungszentren, in den technischen Ausbildungszentren oder in den Zentren, die die Betriebe für die Lehrlinge besorgt haben und für sie bereit stellen. Den praktischen Teil erlernen sie am Arbeitsplatz in den Betrieben.

Nach dem sie die Ausbildung abgeschlossen haben, können sie die Gesellenprüfung ablegen. Wenn sie aber die Ausbildung abgebrochen haben und doch diese Prüfung ablegen möchten, können sie sie nachholen, in dem sie nachweisen, dass sie 4 Jahre in einem Betrieb gearbeitet haben. Diejenigen, die die Prüfung bestanden haben, können sich ein bis drei Jahre weiterbilden und die Meisterprüfung ablegen. Und ferner können die Lehrlinge, wenn sie fünf Jahre lang in einem Betrieb waren, aber die Ausbildung abgebrochen haben, die Meisterprüfung ablegen. Wenn sie diese Prüfung positiv abschließen, können sie auch selbstständig einen Betrieb führen (vgl. Alkan/ Doğan/ Sezgin 1994, S.27).

Fernstudium

Seit 1974 gibt es das Fernstudium in der Türkei um folgende Ziele realisieren:

- Die Grundschulbildung zu unterstützen
- Die mittlere Schulbildung zu unterstützen
- Das Hochschulwesen zu unterstützen
- Die Chancengleichheit bei der Ausbildung zu gewährleisten
- Die lebenslanges Erziehung und Bildung

In dieser Richtung mit diesen Zeilen werden Ferngrundschulen, Ferngymnasien und Fernberufliche Gymnasien angeboten. Außerdem werden Berufsbildungsprogramme für die Öffentlichkeit, unter der Voraussetzung, dass die Grundschulbildung abgeschlossen worden ist, von den fernberuflichen und technischen Schulen angeboten (vgl. Erdem 2009, S.19).

Seit 1982-1983 gibt es eine Fernfakultät mit 2 jährigem Vorstudium, normalen 4 jährigen Studiengängen und einem Ergänzungsstudium an der Anadolu Universität (vgl. Akyüz 1982, S.379).

Das Fernstudium wird nicht nur für Menschen angeboten, die in der Türkei leben, sondern auch für türkische Bürger/innen, die im Ausland leben.

Mit der Entwicklung der Technologie wurde es möglich, dass jemand sein Fernstudium innerhalb bzw. außerhalb des Landes, in dem er/sie lebt, weiterführt. Dadurch wurde das Studieren leichter und dessen Qualität gesteigert.

Volksbildung

Mit dem bestimmte Plan und reguläre Programme sind die machte Bildungsaktivitäten, die die Personen jeden Alters und Bildungsniveaus.

Durch die schnelle technologische und wissenschaftliche Entwicklung wurden in der Gesellschaft wirtschaftliche, kulturelle, politische und soziale Veränderungen hervorgerufen. Damit die Menschen sich in diese Änderungen integrieren können, müssen sie das erforderliche

Wissen und die dazu nötigen Fähigkeiten erlernen. In der formellen Erziehung werden das notwendige Wissen und die notwendigen Fähigkeiten bis zum einem bestimmten Alter gelehrt. Jedoch verbringt der Mensch sein ganzes Leben lang, von Geburt an bis zum Tod, mit dem Lernen. Aus diesem Grund gewinnt die Volksbildung immer mehr an Bedeutung (vgl. Akyüz 1982, S.344).

Der Rahmen der Volksbildung wird folgende Kurse ausgerichtet:

- Berufskurse
- Sozial-kulturelle Kurse
- Lese und Schreibekurse (vgl. Akyüz 1982, S.344)

1.3 Lehrerausbildung

Am 14. Juli 1973 wurde nach dem Bildungsverordnungsgesetz, mit der Gesetznummer 1739, verordnet, dass Hochschulausbildung für alle Lehrer/innen-Anwärter zur Pflicht wurde.

Der Lehrerberuf ist ein Beruf, der sich zu der Ausbildung und den daran gebundenen Führungsaufgaben verpflichtet. Eine von den Lehrerplichten ist es auch, dass sie ihre Aufgaben nach den Zielen des Bildungsministeriums erledigen müssen. Das Lehramtsstudium besteht nur aus einem ausgewählten Schulfach, das auf der Universität intensiv gelehrt wird und wozu die pädagogische Ausbildung absolviert werden muss. Dennoch ist es auch ihre Aufgabe von allen anderen Schulfächern Grundwissen, die auch Allgemeinausbildung genannt wird, zu erwerben, Damit sie die genannten Punkte erfüllen können, müssen sie die Hochschulausbildung positiv abschließen (Nummer 43) (www8).

Der Fortschritt eines Landes hängt gezielt mit der Qualität der Lehrer/innen und ihrer Ausbildung ab. Sowohl für die bessere Bildung der Schüler/innen als auch die Weiterentwicklung der Lehrer/innen ist eine Reihe von Änderungen nötig. Diese Veränderungen geschehen durch eine Hochschulausbildung, die sich immer mit der Zeit erneuert.

Die Volksschul- und Hauptschullehrerausbildung dauert auf der Universität 4 Jahre, hingegen die Gymnasiumlehrerausbildung 5 Jahre. Diese Ausbildungen beinhalten sowohl das Fach, das sie ausgewählt haben, als auch die pädagogischen Seminare.

Nach dem Universitätsabschluss können sie die KPSS (Kamu Personeli Secme Sinavi – seit 2002 = Öffentliche Personalauswahl Prüfung) Prüfung ablegen oder nicht. Wenn sie es tun und genügende Punkte erreichen, können sie an den staatlichen Schulen als Lehrer\in arbeiten. Wenn sie aber diese Prüfung nicht machen bzw. nicht schaffen, dann können sie in den privaten Schulen bzw. in den Nachhilfekursen als befristete/r Lehrer/in tätig sein. Die KPSS-Prüfung wird jährlich gemacht und diejenigen, die diese Prüfung nicht geschafft haben, können nächstes Jahr wieder antreten.

KPSS beinhaltet die Fragen zu dem studierten Gebiet, zu den pädagogischen Seminaren und zum allgemein Wissen, wie z.B.: Geschichte, Geographie, Mathematik, Türkisch und Soziologie (vgl. Okçabol 2005, S.27)

Seit dem es die KPSS-Prüfung gibt, sind die Lehramtsstudierenden mit diesem System nicht besonders zufrieden. Denn es ist nicht erklärbar, dass jemand, der einen Universitätsabschluss hat, noch ein Mal eine Prüfung ablegen muss, um den gewünschten Beruf auszuüben.

Unter dem Kapitel Allgemein Wissen und Fähigkeit sind solche Fragen zu treffen, die mit den Studien der Lehramtskandidat/innen nichts zu tun haben. Weil sie aber diese Prüfung positiv abschließen möchten, gehen sie in die Nachhilfekurse, die die Stadt anbietet.

Man kann diese KPSS als eine Elimination unter den Lehrer/innen ansehen, denn es gibt eine große Anzahl an Lehramtskandidat/innen in der Türkei (vgl. www9, S.24).

Seit 2004 gibt es unter den Lehrer/innen eine Art Einstufung, die es ihnen möglich macht, sich weiterzubilden und mehr Lohn zu bekommen. Um eingestuft werden zu können, müssen sie eine bestimmte Prüfung positiv ablegen.

Es gibt vier Arten von Lehrer/innen, die nach ihren Rang eingeordnet sind:

1. Lehrer/in
2. Fachlehrer/in
3. Langgediente Fachlehrer/in und

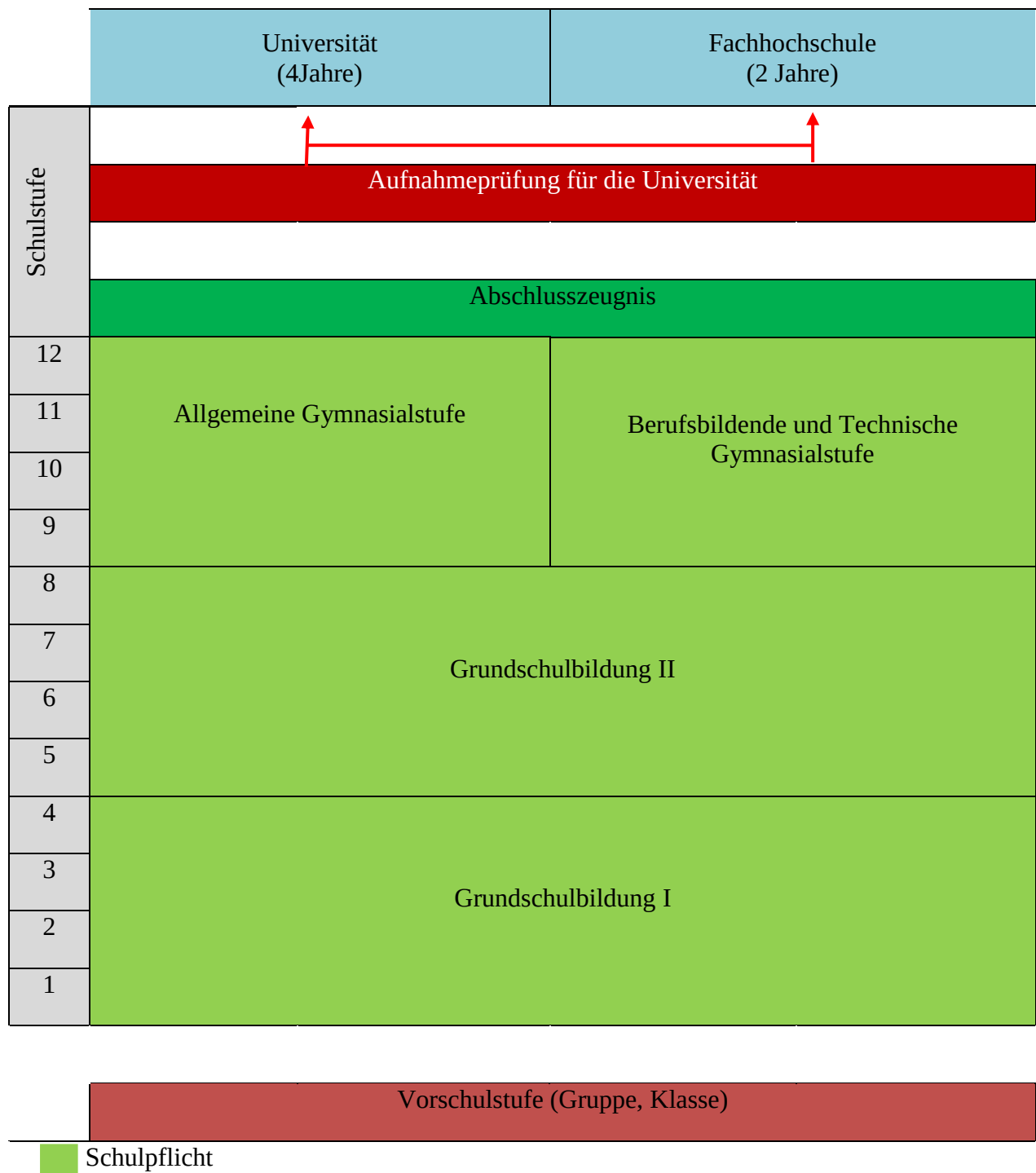
4. Hauptlehrer/in

Wenn die Lehrkräfte diese Prüfung antreten und positiv absolvieren, können sie dadurch um eine Stufe höher eingestellt werden (vgl. www9, S.11).

Den Lehrer/innen sollten die folgenden Punkte bewusst sein:

- Der Lehrberuf ist nicht ein Beruf, den jeder anspruchsvoll erledigen kann.
- Der Lehrberuf sollte wichtig gestellt werden.
- Die Lehrer/innen sollten an den Lehrberuf, an den Schüler/innen und an das ethische und moralische Verhalten einen großen Wert legen.
- Und die Lehrer/innen sollten sich immer weiterentwickeln (vgl. www9, S.12).

Tabelle 1: Das türkische Schulsystem



2 Das österreichische Schulsystem

Erziehung ist ein organisches Geistwerden, vergleichbar einem Vorgang der Anpassung, des Hineinlebens, richtiger des Hineingelebtwerdens in die Gemeinschaft, ein Hineinleben nicht nur in die Güter und Formen der Kulturwelt, sondern vor allem und stets damit auch in ihre Werte, die Ewigkeitscharakter tragen. In diesem vollen Umfange wächst der Mensch in die Gemeinschaft hinein und schafft sich seinen ‚Lebensraum‘ und in diesem Sinne ist Erziehung ein Vorgang natürlichen Wachstums am und im Ganzen unter natürlichen Einwirkungen der mannigfachsten Art (Petersen 1976, S.30).

2.1 Geschichtlicher Überblick über das System und rechtlicher Rahmen

Das österreichische Bildungswesen erhielt seine Grundlagen durch die Schulreform von 1774 unter Maria Theresia mit zwei wichtigen Aufgaben:

- Öffentliche Staatsschule
- Sechsjährige Schulpflicht

Bevor Maria Theresia mit ihrem Reformsystem Österreich beeinflusste, sah es für die Schulen in Österreich nicht sehr gut aus. Es gab ein dichtes Netz an Primarschulen, vor allem unter der Leitung der Kirche. Die Rute regierte noch in den Klassen und die meisten hatten keinen Zugang zu den Schulen. Die obere Schicht hielt es für eine Schande ihre Kinder in die deutschen Schulen zu geben und steckte ihre Sprösslinge in Privatschulen (vgl. Engelbrecht 1984, S.21/22).

Die Bildung der Frauen war vernachlässigt und Fach oder Mittelschulen waren für sie geschlossen. Mit der sogenannten „Theresianischen Schulreform“ wurde eine sechsjährige Unterrichtspflicht in der Volksschule eingeführt und die Lehrerausbildung geregelt.

Im Jahr 1869 stellte das Reichsvolksschulgesetz das gesamte Pflichtschulwesen auf eine einheitliche Basis, die Schulpflicht wurde von sechs auf acht Jahre erhöht. Die wichtigsten Änderungen waren:

- Die Unterrichtspflicht wurde von sechs auf acht Jahre verlängert. Die achtjährige Pflichtschule war ab diesem Zeitpunkt Pflichtbildung.
- Die Begrenzung der Klassengröße auf maximal 80 Schüler, was pädagogisch gesehen ein enormer Fortschritt war.
- Der endgültige Entzug der Bildungsaufsicht durch die Kirche; damit wurde Bildung komplett dem Staat unterstellt.
- Als Alternative konnte nach fünf Jahren Volksschule eine dreijährige Bürgerschule absolviert werden. Diese konnte auch von Mädchen besucht werden, wo sie jedoch nach einem anderen Lehrplan (weniger Arithmetik und Geometrie, dafür Handarbeiten) unterrichtet wurden (vgl. Engelbrecht 1984, S.21-23).

Die Mittelschulen entstanden immer mehr für Mädchen oder Frauen, sodass die Frauen mit diesem Reichsvolksschulgesetz mehrere Möglichkeiten in der Bildung gefunden hatten.

Seit Anfang des 20. Jahrhunderts gab es wichtige Änderungen im österreichischen Bildungswesen.

Im Jahr 1918 hatte der Präsident des Wiener Stadtschulrates Otto Glöckel eine entscheidende Schulreform eingeleitet. Jedes Kind – ohne Unterschied des Geschlechts und der sozialen Lage – sollte eine optimale Bildung erhalten. Ab 1919 konnten Mädchen an Knabenschulen aufgenommen werden und hatten somit erstmals die Möglichkeit, auch unter finanziellen Einschränkungen die Hochschulreife zu erreichen. 1927 wurde die Hauptschule als Pflichtschule für die 10-bis 14-jährigen eingeführt (vgl. www10).

In der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts wurde eine umfangreiche Veränderung in dem Bildungssystem realisiert. Die Schulpflicht wird in der Folge auf neun Jahre verlängert, an die Stelle der Lehrerbildungsanstalten treten die Pädagogischen Akademien, Schulgeldfreiheit an

allen öffentlichen Schulen wird durchgesetzt und staatliche Studienbeihilfe wird eingeführt (vgl. Engelbrecht 1984, S.23/24 bzw.vgl.www12).

Das Bmukk:

Das Bundesministerium für Unterricht, Kunst und Kultur stellt die österreichische Verwaltungseinrichtung für das Schulwesen und für Kunst und Kultur dar. Der Zuständigkeitsbereich umfasst das gesamte primäre und sekundäre Bildungswesen von der Pflichtschule bis zum Abschluss der Sekundarstufe 2 (Matura) sowie die Pädagogischen Hochschulen. Erwachsenenbildung und lebenslanges Lernen gehören auch dazu.

Eine wichtige Aufgabe des BMUKK ist es das Kunstschaffen durch den Bund zu fördern und die Verantwortung für die Pflege und Erhaltung des kulturellen Erbes zu tragen. Die Angelegenheiten der Religionsgemeinschaften, die durch den Staat anerkannt sind, werden von BMUKK wahrgenommen.

Das Unterrichtsministerium nimmt folgende Aufgaben wahr:

- Schullerichtung
- Schulerhaltung
- Schulauflassung ausgenommen sind die Pflichtschulen (Volks- und Hauptschule, Sonderschule, Polytechnische Schule)
- Nostrifizierungen (Anerkennung von ausländischen Zeugnissen) (vgl. www12).

Das heute noch gültige Schulunterrichtsgesetz (SCHuG) kann man auf der Bmukk-Seite finden und man kann dort die Schulgesetze nachschlagen. Die Aufgabe dieses Bundesgesetzes ist die Regelung der inneren Ordnung des Schulwesens als Grundlage der Zusammenarbeit von Lehrern, Schülern und Erziehungsberechtigten als Schulgemeinschaft.

Dieses Bundesgesetz gilt für die öffentlichen und die mit dem Öffentlichkeitsrecht ausgestatteten Schulen der im Schulorganisationsgesetz, BGBL. Nr. 242/1962, geregelten Schularten mit Ausnahme deren in Semester gegliederte Sonderformen. Dieses Bundesgesetz

gilt ferner für die öffentlichen und die mit dem Öffentlichkeitsrecht ausgestatteten höheren land- und forstwirtschaftlichen Lehranstalten im Sinne des Land- und forstwirtschaftlichen Bundesschulgesetzes, BGBl. Nr. 175/1966, die land- und forstwirtschaftlichen Fachschulen des Bundes im Sinne des Art. 14a Abs. 2 lit. c des Bundes-Verfassungsgesetzes in der Fassung von 1929 sowie die Forstfachschule im Sinne des Forstgesetzes 1975, BGBl. Nr. 440. Diese Schulen gelten im Sinne dieses Bundesgesetzes als höhere bzw. mittlere berufsbildende Schulen (www11).

2.2 Organisation und Struktur des heutigen Bildungssystems

In diesem Kapitel werden die heutigen österreichischen Bildungsebenen und Schultypen auf den verschiedenen Stufen erläutert. Die Schulen gliedern sich nach ihrem Bildungsinhalt in allgemeinbildende Schulen und berufsbildende Schulen. Es gibt auch eine Gliederung nach ihrer Bildungshöhe in Primarschulen, Sekundarschulen und Akademien. Dieser Aufbau des österreichischen Schulsystem im §3. Schulorganisationsgesetz lautet:

(1) Das österreichische Schulwesen stellt in seinem Aufbau eine Einheit dar. Seine Gliederung wird durch die Alters- und Reifestufen, die verschiedenen Begabungen und durch die Lebensaufgaben und Berufsziele bestimmt. Der Erwerb höherer Bildung und der Übertritt von einer Schulart in eine andere ist allen hierfür geeigneten Schülern zu ermöglichen. Schüler und Eltern sind über die Aufgaben und Voraussetzungen der verschiedenen Schularten zu informieren und insbesondere in der 4. und 8. Schulstufe sowie vor dem Abschluss einer Schulart über den nach den Interessen und Leistungen des Schülers empfehlenswerten weiteren Bildungsweg zu beraten.

(2) Die Schulen gliedern sich

1. Nach ihrem Bildungsinhalt in:

a) allgemeinbildende Schulen,

b) berufsbildende Schulen.

c) (Anm.: aufgehoben durch BGBl.I Nr.113/2006)¹

2. Nach ihrer Bildungshöhe in:

a) Primarschulen

b) Sekundarschulen

c) Akademien

(3) Primarschulen sind

1. die Volksschule bis einschließlich der 4.Schulstufe

2. die entsprechende Stufen der Sonderschule

(4) Sekundarschulen sind

1. die Oberstufe der Volksschule,

2. die Hauptschule (mit Ende Schuljahres 2018/19 als Neue Mittelschule geführt)

2a. die Neue Mittelschule

3. die Polytechnische Schule

4. die entsprechenden Stufen der Sonderschule

5. die Berufsschulen

6. die mittleren Schulen

7. die höheren Schulen

(5) (Anm.: aufgehoben durch BGBl. I. Nr.113/2006

(6) Pflichtschulen sind:

¹ Verweis auf dieses Gesetzblatt: [RIS - Bundesgesetzblatt authentisch ab 2004 - BGBl. I Nr. 113/2006](#)

1. die allgemeinbildenden Pflichtschulen (Volksschulen, Hauptschulen, Neu Mittelschulen, Sonderschulen, Polytechnische Schulen)

2. die berufsbildende Pflichtschulen (Berufsschulen) (www13).

Allgemeine Schulpflicht

Für alle Kinder, die sich in Österreich dauernd aufhalten, besteht die allgemeine Schulpflicht und dauert neun Jahre.

1.- 4. Schuljahr: Besuch der Grundschule (Volksschule) oder Sonderschule.

5.- 8. Schuljahr : Besuch der Hauptschule, der Mittelschule, der allgemeinbildenden höheren Schule oder einer Sonderschuloberstufe.

9. Schuljahr: Besuch der Polytechnischen Schule, Weiterbesuch einer Haupt-, oder Sonderschule oder Besuch einer mittleren bzw. höheren Schule (vgl. www13).

2.2.1 Vorschulische Erziehung

Alle formellen und informellen Bildungsinstitutionen vor dem Alter von sechs Jahren werden Vorschulische Erziehung genannt. In der Vorschule werden die Kinder besonders spielerisch auf die 1. Schulklasse vorbereitet. Die Vorschule soll den Kindern den Übergang in die Volksschule erleichtern, indem sie auch ihre individuelle Entfaltung entwickeln (vgl. www13).

In diesem Sinne dienen Spielprogramme für kleine Kinder, Spielklassen, Kinderkrippen und Kindergärten vor allem der Vorbereitung auf die Schulpflicht. Die Aktivitäten sind z.B.: Kunst und Handwerken, Musik, didaktische Spiele und Gruppenaktivitäten für die Ausbildung der Wahrnehmungen. Dadurch stellt diese freibleibende Erziehung emotionale, didaktische, soziale, motorische und interkulturelle Entwicklung.

2.2.2 Allgemeinbildende Schulen

Volksschule

Die Volksschule umfasst vier Schulstufen, in der die Schüler eine grundlegende und ausgewogene Bildung erlangen können. Das Ziel dieser grundlegenden Schulen ist, dass die Schüler/innen mit den sogenannten Kulturtechniken Lesen, Schreiben, Rechnen, die Suche, Aufbereitung von Informationen im sozialen, emotionellen, interkulturellen und körperlichen Persönlichkeitsbereich gebildet werden(vgl.www14).

Die Volksschule ist eine Grundschule, die aus zwei Stufen bestehen. Die erste Grundstufe schließt die erste und zweite Klasse; die zweite Grundstufe die dritte und vierte Schulstufe ein. Die erste Grundstufe bildet eine Einheit, d.h. alle Schüler/innen der ersten Schulstufe steigen unabhängig von ihrer Leistungsbeurteilung im Zeugnis in die zweite Schulstufe auf.

In der Volksschule gibt es in allen Klassen jeweils nur eine Lehrerkraft, die den Unterricht hält. Es gibt auch daneben die sogenannten unverbindlichen Übungen, die man auswählen kann, z.B.: Chorgesang, Darstellendes Spiel, etc...). Wenn es nötig ist, wird Förderunterricht im sprachlichen oder mathematischen Bereich angeboten.

In den ersten beiden Schulstufen gibt es die Möglichkeit, während des Unterrichtsjahres einen Schüler/eine Schülerin in die nächsthöhere oder nächstniedrigere Schulstufe zu versetzen, wenn das Kind physisch und psychisch unter- bzw. überfordert wird.

In der letzten Schulstufe werden die Erziehungsberechtigten von den Klassenlehrern über den empfehlenswerten weiteren Bildungsweg informiert (vgl.www14).

Neue Mittelschule (NMS)

Die neue Mittelschule, die im Jahr 2008 gestartet wurde, ist ein Schulversuch für alle 10 bis 14 jährigen Kinder. Die Grundidee dabei ist ein modernes pädagogisches Konzept und eine neue gemeinsame Lernkultur zu schaffen (vgl.www42).

Im Schuljahr 2012/13 gibt es 691 Neue Mittelschulen in Österreich, die bestmögliche Chancen für alle Schüler/innen bieten. Für das Schuljahr 2013/14 wurden durch die Genehmigungskommission des BMUKK 254 neue Standorte der Neuen Mittelschule

genehmigt, damit gibt es ab Herbst 2013 insgesamt 946 NMS-Standorte mit mehr als 118.000 Schüler/innen. Die Neue Mittelschule ist die Schule der Zukunft mit einer neuen leistungsorientierten Lehr- und Lernkultur. Individuelle Zuwendung und Fördern sind die Säulen dieser gemeinsamen Schule der 10- bis 14-Jährigen. Die Neue Mittelschule ist eine Leistungsschule. Chancengerechtigkeit und die Förderung aller Talente sind unser gemeinsames Ziel. Dr. Claudia Schmied Bundesministerin für Unterricht, Kunst und Kultur (www15).

Hauptschulen

Die Hauptschule hat die Aufgabe, eine grundlegende Allgemeinbildung zu vermitteln. Ein positiver Abschluss der vierten Schulstufe ist nötig für die Aufnahme in einer Hauptschule.

Diese Schulen bieten eine gründliche Vorbereitung je nach Interesse, Neigung, Fähigkeit und Leistungsniveau von Schüler/innen auf die mittleren und höheren Schulen.

In den Hauptgegenständen (Deutsch, Mathematik und Englisch) gibt es Leistungsgruppen wegen der unterschiedlichen Leistungsfähigkeit und des unterschiedlichen Arbeitstempos der Schüler/innen. Diese Einstufung wird in drei Gruppen vorgenommen und in der ersten Leistungsgruppe wird nach demselben Lehrplan wie in den Allgemeinbildenden Höheren Schulen unterrichtet (vgl.www16).

Es gibt auch Sonderformen von Hauptschulen mit bestimmten Schwerpunkten z.B. Sporthauptschulen. Und gleichzeitig können Hauptschulen in verschiedenen Bereichen eigene spezielle Schwerpunkte haben z. B. Fremdsprachen, musisch-kreativer Bereich, Sport, naturkundlich-technischer Bereich, Ökologie, Informatik etc.).

Die Absolventinnen und Absolventen der Hauptschule bekommen meistens nach der Polytechnischen Schule eine Lehrausbildung. Die Hauptschulabsolventinnen und Hauptschulabsolventen können auch berufsbildende mittlere Schulen, berufsbildende höhere Schulen oder die AHS-Oberstufe besuchen (vgl.www16).

Polytechnische Schulen (PTS)

Polytechnische Schulen werden hauptsächlich von 14 bis 15 jährigen Schüler/innen als 9.Schulstufe besucht. In diesen Schulen erlernen die Schüler/innen einen Beruf unmittelbar nach dem Ende der Unterrichtspflicht. Nach der einjährigen Polytechnischen Schulen können sich die Schüler/innen in der dualen Berufsausbildung (Lehrlingsausbildung) weiterbilden (vgl.www17).

In Form von **Fachbereichen** (Wahlpflichtbereichen), die großen Berufsfeldern der Wirtschaft entsprechen, wird den Schülern eine allgemeine Berufsgrundbildung angeboten:

- Fachbereich Metall
- Fachbereich Elektro
- Bau
- Holz
- Handel-Büro
- Dienstleistungen
- Tourismus

Jede Schülerin und jeder Schüler hat einen Fachbereich, der an dem Standort angeboten wird, zu wählen.

Dadurch eignen sich die Schüler/innen die sogenannte Schlüsselqualifikationen, die wesentliche Fähigkeiten, Fertigkeiten, Kenntnisse in den allgemeinen Pflichtgegenständen und den Fachbereichen an (vgl.www17).

Allgemeinbildende höhere Schulen(AHS)

Die Aufgabe der allgemeinbildenden höheren Schulen ist es, den Schüler/innen eine umfassende und vertiefende Allgemeinbildung zu geben und damit auch eine Voraussetzung für ein Universitätsstudium zu schaffen (vgl.www18).

Diese Schulen werden in zwei Stufen gegliedert:

- Unterstufe-Sekundarstufe 1 (4 Schulstufen)

- Oberstufe-Sekundarstufe 2 (4 Schulstufen)

In den ersten zwei Jahrgangsstufen (5. und 6. Schulstufe) werden die gleichen Fächer wie in der Hauptschule unterrichtet. Ab der 7. Schulstufe gibt es Unterschiede in den Lehrplänen. In der Oberstufe werden die Unterschiede in diesen drei Ausbildungsrichtungen größer (vgl. www 18).

- **Gymnasium** (mit Latein, an der Oberstufe mit Griechisch oder einer zweiten lebenden Fremdsprache),
- **Realgymnasium** (mit Latein oder einer zweiten lebenden Fremdsprache, dazu Darstellende Geometrie, mehr Mathematik und Naturwissenschaften),
- **Wirtschaftskundliches Realgymnasium** (mit Latein oder einer zweiten lebenden Fremdsprache, dazu mehr Chemie, Wirtschaftskunde, Psychologie und Philosophie).

Die AHS schließt mit der Matura bzw. Reifeprüfung ab. Die Reifeprüfung wird im österreichischen Bildungssystem in der Allgemeinbildenden höheren Schulen (AHS) im 12. Schuljahr und in Berufsbildenden höheren Schulen (BHS) im 13. Schuljahr abgelegt und in Form von schriftlichen und mündlichen Prüfungen durchgeführt.

Ab 2013 wird zunächst in den Allgemeinbildenden höheren Schulen (AHS) auf freiwilliger Basis und ein Jahr später verpflichtend eine schriftliche Reifeprüfung eingeführt. Ein Jahr später folgt dann die BHS nach. Aber es bleibt die mündliche Prüfung noch in der Schulautonomie.

Die Reifeprüfung berechtigt zum Studium an Universitäten, Hochschulen, Fachhochschulen, Akademien sowie zum Besuch spezieller höherer berufsorientierter Lehrgänge und Kollegs (vgl. www18).

Sonderpädagogik/inklusive Bildung

Integration und Förderung von Kindern und Jugendlichen mit besonderem sonderpädagogischem Förderungsbedarf kann auf Wunsch der Eltern bzw. Erziehungsberechtigten in einer Sonderschule erfolgen (vgl. www19).

Die entsprechenden Lehrpläne werden nach der physischer oder psychischer Handicaps oder körperliche Behinderungen von Schüler/innen unterrichtet.

In der Volksschule, der Hauptschule und der Unterstufe der allgemeinen bildenden höheren Schulen gibt es Integrationsklassen, die die Schüler/innen mit und ohne Behinderung gemeinsam unterrichten. Mit einer zusätzlichen qualifizierten Lehrkraft wird ein spezifischer Lehrplan für die Schüler/innen, die eine Behinderung aufweisen, entsprechend ihren Entwicklungsstand unterrichtet (vgl. www19).

2.2.3 Berufsbildende Schulen

Berufsbildende Schulen beinhalten verschiedene Formen von Schulen, die die berufliche Qualifikationen und Allgemeinbildung vermitteln. Arten von berufsbildenden Schulen mit unterschiedlicher Dauer und unterschiedlichen Niveaus:

- Berufsschule:

2 bis 4 Jahre: schulischer Ausbildungsteil des dualen Systems
- Berufsbildende mittlere Schule (BMS):

3 bzw. 4 Jahre: Vollzeitschule ab der 9. Schulstufe; abgeschlossene berufliche Erstausbildung
1 bzw. 2 Jahre: Vollzeitschule ab der 9. Schulstufe; berufliche Vorbildung
- Berufsbildende höhere Schule (BHS):

5 Jahre: Vollzeitschule ab der 9. Schulstufe; abgeschlossene berufliche Erstausbildung
- Aufbaulehrgang:
2-3 Jahre: Vollzeitschule ab der 9. Schulstufe nach Abschluss einer BMS
- Kolleg:
2 Jahre: Vollzeitschule nach der Reifeprüfung (Bildungsziel der BHS)
- Schule für Berufstätige :

2 – 4 Jahre: oben genannten Schularten in Form einer Abendschule

(vgl. www20).

Die Schüler/innen erwerben in diesen Schularten sowohl allgemeine und berufsbezogene Fähigkeiten als auch soziale und personale Kompetenzen.

Folgende Bildungsanstalten gehören unter anderen zu den beruflichen Bildungsschulen:

- Berufsschulen
- Technische, gewerbliche und kunstgewerbliche Schulen
- Kaufmännische Schulen
- Schulen für wirtschaftliche Berufe
- Schulen für Tourismus
- Schulen für Mode und für künstlerische Gestaltung
- Schulen für Sozialberufe
- Höhere Land- und forstwirtschaftliche Schulen
- Bildungsanstalten für Kindergartenpädagogik
- Bildungsanstalten für Sozialpädagogik einschließlich Sonderformen (z.B. Werkmeisterschulen, Bauhandwerkerschulen, Meisterschulen/-klassen) und Schulversuche

Die Absolvent/innen von berufsbildenden Schulen haben die Möglichkeit in das Berufsleben einzusteigen oder sich weiter zu bilden (vgl. www20).

2.3 Lehrer/innenbildung

In den heutigen österreichischen Bildungsebenen werden folgende Studienrichtungen nach den Schultypen absolviert.

- Bildungsanstalten für Kindergartenpädagogik
- Bildungsanstalten für Sozialpädagogik
- Pädagogische Hochschulen

- ✓ Lehramt für Volksschulen (Volksschullehrer)
- ✓ Lehramt für Hauptschulen (Hauptschullehrer)
- ✓ Lehramt für Sonderschulen (Sonderschullehrer)
- ✓ Lehramt für Polytechnische Schulen

- Bundesanstalten für Leibeserziehung
- Lehrer/innenausbildung an Universitäten (vgl. www21).

Die Lehrer/innenausbildung und auch das Lehrer/innendienstrecht in Österreich wurden jetzt im Monat November neu geregelt. Damit wurde die gesetzliche Basis zum bildungspolitischen Kernprojekt „Pädagog/innenbildung NEU“ geschaffen. In der folgenden Tabelle werden die aktuellen und die bisherigen Ausbildungen verglichen.

Tabelle 2: Die neue und bisherige Lehrerausbildung

Neue Lehrerausbildung in Österreich			
Ausbildung	Pädagogische Hochschulen (PH)	Kooperationsverbünde	Universitäten
Zulassungsbedingungen	Mehrstufiges Eignungsverfahren für alle Studienanfänger		
Dauer	8 Semester bis Bachelor (befristete Anstellung möglich)		
	1 Jahr „Induktionsphase“ (Berufseinführung) mit Mentor in der Klasse		
	1-1,5 Jahre Masterstudium (eventuell berufsbegleitend, kann parallel Induktionsphase begonnen werden)		
BISHER Lehrer für...	Pflichtschulen Volks-, Haupt-, Sonder-, Berufsschule, Polytechnikum	AHS / BMHS Berufsbildende Mittlere und Höhere Schule	
Ausbildung	Pädagogische Hochschulen (PH)	Universitäten	
Zulassungsbedingungen	Matura und Eignungsverfahren	Matura	
Mindestdauer	6 Semester	9 Semester	
Abschluss	„Bachelor“	„Magister“	

D.h.: Alle Lehrer müssen einen Bachelor- und einen Masterabschluss haben:

- Lehrer für 6- bis 10-Jährige erwerben den Bachelor in vier Jahren an einer Pädagogischen Hochschule (PH).

- Lehrer, die Schüler zwischen 10 und 19 Jahren unterrichten wollen, müssen den vierjährigen Bachelor auf den Unis beziehungsweise an den PHs absolvieren und noch dazu den Master erwerben, der eineinhalb Jahre dauert und teilweise oder zur Gänze an einer Universität abgeschlossen werden muss (vgl. www33).

An den Bildungsanstalten von Kindergartenpädagogik wird die Ausbildung für Kindergartenpädagog/innen durchgeführt. Diese 5-jährige Bildungsanstalt (9 bis 13. Schulstufe) schließt mit einer Reife- und Diplomprüfung ab.

Die Bildungsanstalten für Kindergartenpädagogik haben die Aufgabe, qualifizierte Haltungen und Fähigkeiten zu vermitteln, die für die Erfüllung der Erziehungs- und Bildungsaufgaben im Kindergarten und Hort erforderlich sind.

Es gibt Pädagogische Hochschulen des Bundes und daneben gibt es auch Lehramtsstudien an den privaten pädagogischen Hochschulen für verschiedene Bereiche.

- Für den Pflichtschulbereich

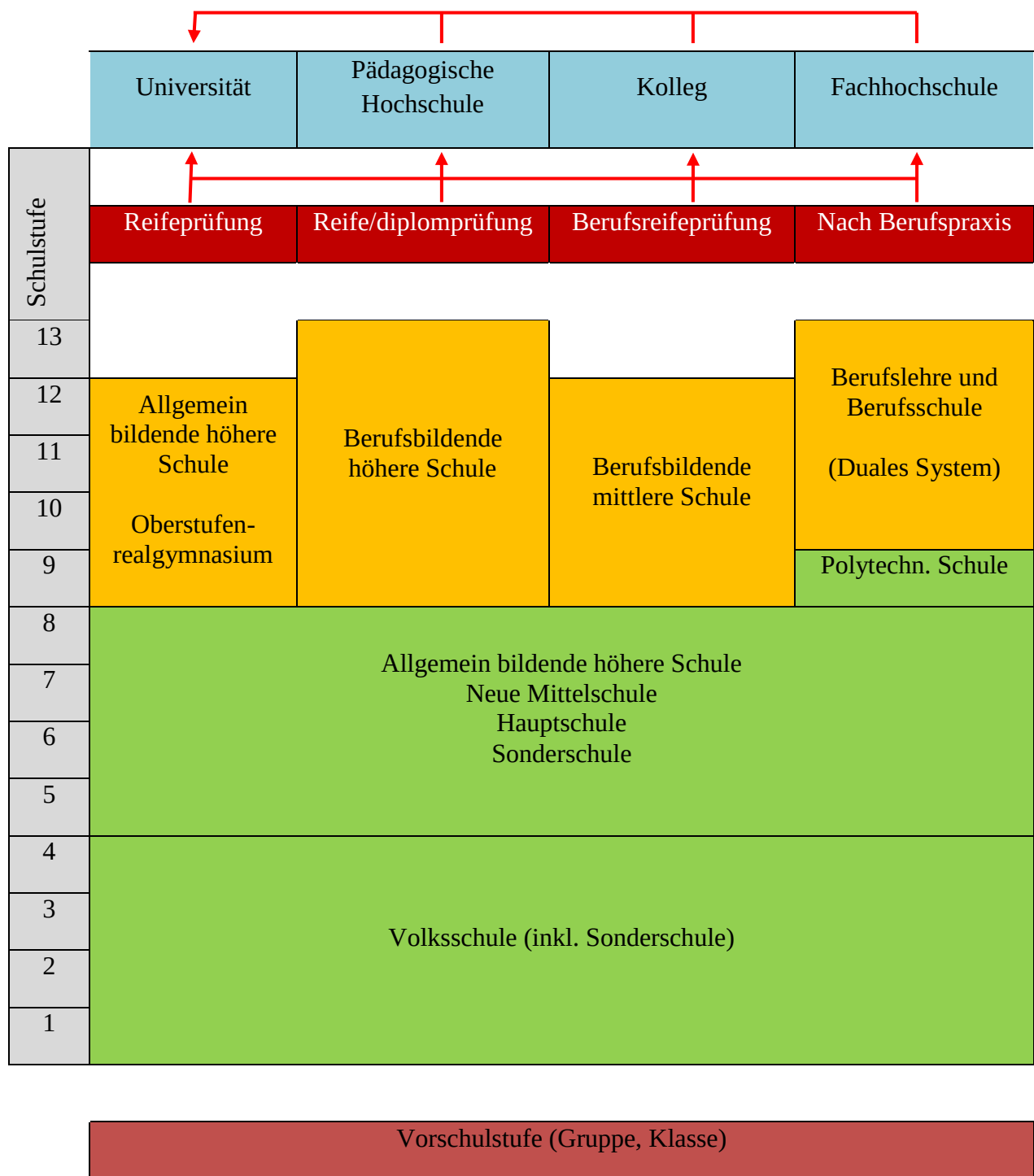
Volksschule, Hauptschule, Sonderschule, Polytechnische Schule, Religionspädagogik

- Für den berufsbildenden Bereich
Berufsschule, Technisch-gewerbliche Pädagogik, Ernährungspädagogik, Informations- und Kommunikationspädagogik, Mode & Design (vgl. www21).

Die Lehrerstudent\innen für Gymnasien studieren derzeit an den Universitäten und müssen mindestens zwei Fächer mit der fachlichen, fachdidaktischen und pädagogischen-wissenschaftlichen Berufsvorbildung erlernen. Es gibt z.B. an der Universität Wien von Mathematik bis hin zu Islamischer Religionspädagogik 26 verschiedene Unterrichtsfächer. Dieses Angebot umfasst:

- geistes- und kulturwissenschaftliche Unterrichtsfächer
- naturwissenschaftliche Unterrichtsfächer
- künstlerische Unterrichtsfächer
- theologische Unterrichtsfächer (vgl. www21 bzw. vgl. www22) .

Tabelle 3: Das österreichische Schulsystem



 Schulpflicht

3 Besonderheiten des türkischen und österreichischen Bildungssystems

In diesem Kapitel werden die türkischen und die österreichischen Bildungssysteme unter verschiedenen Aspekten verglichen. Wenn man über das Bildungssystem eines Landes spricht, spielen verschiedene Faktoren eine große Rolle. Z.B.: Gesellschaftliche Normen, die Infrastruktur, politisches Leben, geographische Lage und wirtschaftliche Verhältnisse. Aus diesem Grund werden allgemeine Informationen über diesen Faktoren gegeben.

Die Bevölkerung in Österreich beträgt laut Statistik 8.488.511 und die Fläche 83.878,99 km². Dagegen beträgt die Bevölkerung in der Türkei 75.627.384 und die Fläche 783.562 km². Und das BIP pro Kopf in Österreich beträgt 36.640\$ und in der Türkei 17.330\$. In der Türkei gibt es ungefähr die dreifache Schüler/innenanzahl als die gesamte österreichische Bevölkerung ausmacht. In den Vorschulen, den Grundschulen und den Gymnasien werden insgesamt in 60.165 Schulen und mit 880.317 Lehrer/innen 25.429.670 Schüler/innen unterrichtet. Diese soziodemografischen und wirtschaftlichen Beweggründe wirken auf das Bildungssystem und seine Eigenschaften ein (vgl. www24, www25).

In Österreich gibt es als Verwaltungsgliederung die 9 Bundesländer. Die Verwaltung wird nicht nur zentral regiert, sondern zwischen Bundesländern und Bundesregierung aufgeteilt. Dagegen gibt es in der Türkei eine starke zentrale Verwaltung, obwohl sie eine große Fläche und hohe Bevölkerungsanzahl besitzt. Die gesamten allgemeinen Anordnungen werden in der Hauptstadt Ankara durch die Regierung bestimmt und in 81 Provinzen und 918 Landkreisen geltend gemacht (vgl. www24, www25).

Diese zwei Verwaltungstypen der beiden Staaten haben unterschiedlichen Einfluss auf die Bildungsverwaltung und Bildungsplanung. In der Türkei funktioniert es folgendermaßen:

Das Bildungsministerium [MEB] übernimmt die Verantwortung für das Aufbauen, die Verwaltung, die Finanzierung und die Kontrolle von/über den Schulen in allen Provinzen und Landkreisen. Z.B.: in der Türkei wird die Anstellung von Lehrer/innen durch MEB mit Auslosung in Ankara durchgeführt. Besonders machen sich die Ehepaare Sorgen, die beide Lehrer/in sind, weil sie meistens für verschiedene Provinzen ausgelost werden.

Diese Aufgaben, d.h. die Anstellung von Lehrer/innen wird in Österreich von den Bundesländern übernommen (vgl.www8).

In Österreich werden die Bildungsgesetze unterschiedlich verabschiedet oder geändert als die anderen Gesetze. Für die Bildung braucht man nämlich im Parlament eine 2/3-Mehrheit(vgl.www12). In der Türkei ist dies nicht so. Dort reicht es, wenn mehr als die Hälfte für das Gesetz stimmen (vgl.www8).

Die Ziele der Bildung

Alle österreichischen Schulen haben im Sinne des § 2 des Schulorganisationsgesetzes die Aufgabe, an der Entwicklung der Anlagen der Jugend nach sittlichen, religiösen und sozialen Werten sowie nach den Werten des Wahren, Guten und Schönen durch einen ihrer Entwicklungsstufe und ihrem Bildungsweg entsprechenden Unterricht mitzuwirken. Sie haben die Jugend mit dem für das Leben und den künftigen Beruf erforderlichen Wissen und Können auszustatten und zum selbsttätigen Bildungserwerb zu erziehen.

Die Schulen vermitteln allen Schüler und Schülerinnen eine umfassende Allgemeinbildung mit dem Ziel, deren soziale, emotionale, intellektuelle und körperliche Fähigkeiten und Fertigkeiten zu fördern (vgl.www34, S.1).

Wie in den Kapitel 1.2 die Ziele des türkischen Bildungssystems erwähnt werden, ist es dort die Aufgabe nationale Werte besitzende berufstätige Menschen auszubilden.

Es gibt manche Ähnlichkeiten und auch einige Unterschiede über die Ziele der Bildung in beiden Systemen. Neben den Lehrplan spielt auch das Gewinnen der ethischen und moralischen Werte in allen Schulstufen in beiden Systemen eine wichtige Rolle. Als gemeinsames Ziel kann man sagen, dass die Entwicklung der persönlichen Fähigkeiten parallel zu den sozialen, ethischen und moralischen Werten ist.

Schulpflicht

In beiden Ländern beginnt die Schulpflicht mit dem Alter 6 und die Schulen sind heterogen. Die staatlichen Schulen sind kostenlos und die privaten kostenpflichtig. In der Türkei wird die Schulpflicht mit dem neuen Gesetz auf 12 Jahre (4+4+4) erhöht (vgl.www5).In

Österreich gibt es hingegen eine neun-jährige Schulpflicht in der Teilung entweder 4+4+1 oder 4+5 (vgl. www7, S.549).

Private Schulen

In beiden Schulsystemen haben private Schulen eine wichtige Position. Diese Schulen hängen meistens von einer religiösen Gemeinschaft oder einer Gruppe ab.

In Österreich gibt es religiöse privat Schulen, in denen der Religionsunterricht Pflicht ist, was in den öffentlichen Schulen nicht der Fall ist. Z.B.: Islamisches Realgymnasium, Katholische Privatschulen etc.(vgl. www12).

In der Türkei ist diese Situation anders, nämlich in den gesamten Schulen ist der Religionsunterricht ein Pflichtfach, das Moral und Ethik beinhaltet (vgl. Erden/Fidan 1998).

Leistungsbeurteilung

Es gibt einige Unterschiede für die Leistungsbeurteilung von Schüler/innen in den beiden Schulsystemen.

In Österreich besteht die Leistungsfeststellung in verschiedenen Formen, z.B. die Mitarbeit im Mathematikunterricht basiert auf den folgenden Handlungen:

Hausübungen, Tafelmeldungen, Mitschrift der Schüler/innen, Beantwortung von Lehrerfragen, Ordnung der Arbeitsmaterialien, Können der Kopfrechnung etc.

Formen der Leistungen

Der Leistungsfeststellung zum Zweck der Leistungsbeurteilung dienen:

- a. die Feststellung der Mitarbeit der Schüler im Unterricht,
- b. besondere mündliche Leistungsfeststellungen
 - aa) mündliche Prüfungen,
 - bb) mündliche Übungen,

c. besondere schriftliche Leistungsfeststellungen

aa) Schularbeiten

bb) schriftliche Überprüfungen (Tests, Diktate),

d. besondere praktische Leistungsfeststellungen,

e. besondere graphische Leistungsfeststellungen.

Die Noten für die Beurteilung bestehen aus den folgenden Beurteilungsstufen: Sehr gut (1), Gut (2), Befriedigend (3), Genügend (4), Nicht genügend (5) (vgl. www26, S.6-19).

Das Schuljahr besteht aus zwei Semestern und jedes Semester erhält die Schüler/innen ein Zeugnis, auf dem die Noten der Fächer und die Verhaltensnote stehen (vgl. www26, S.36).

In der Türkei legt man auf die schriftlichen Leistungsbeurteilungen einen großen Wert, da die Aufnahmeprüfung für die Universitäten auf einer Art von schriftlicher Beurteilung erfolgt. Ob die Schüler/innen durch eine mündliche Leistung die Note verbessern wollen, liegt in der Hand der Lehrer/innen. Selten finden solche mündliche Beurteilungen statt. Für viele Lehrer/innen gelten die Mitarbeit, Hausübungen und Tafelmeldungen wie eine mündliche Prüfung.

Die Beurteilung der Prüfungen erfolgt mit Noten, wobei jede Note einer bestimmten Punkteanzahl entspricht:

85 – 100	:	Sehr gut (5)
70 – 84	:	Gut (4)
55 – 69	:	Befriedigend (3)
45 – 54	:	Genügend (2)
25 – 44	:	Nicht genügend (1)
0 – 24	:	unwirksam - keine Note (0)

Wie man erkennen kann, ist die Notenskala umgekehrt als in Österreich. Das Schuljahr besteht auch aus zwei Semestern und in jedem Semester bekommen die Schüler/innen ein Zeugnis, worauf die Noten der jeweiligen Fächer, die Verhaltensnote und die Anzahl von entschuldigenden bzw. unentschuldigenden Fehlstunden stehen (vgl. www7, S.550).

Hochschulwesen

In beiden Ländern befinden sich Universitäten, Fachhochschulen und private Universitäten. Im Studium in Österreich werden sowohl das Erwerben einer qualifizierten beruflichen Tätigkeit als auch die Entwicklung der Wissenschaften bzw. der Kunst und ihre Vermittlung bezweckt. Hingegen absolviert man in der Türkei deswegen ein Studium, damit man einen Beruf hat.

Im Kapitel 1.2.1 unter Hochschulwesen wird kurz erwähnt, dass in der Türkei die Aufnahmeprüfung für die Universität jährlich in allen Schulen zentral organisiert werden. Diese Prüfung besteht aus zwei hauptsächlichen Teilen, die beide in der 12. Schulstufe stattfinden. Der erste Teil, der im März /April stattfindet, ist eine Voraussetzung für den zweiten Teil, der im Juni gemacht werden muss.

→ Die Schüler/innen bekommen **beim ersten Teil** insgesamt 160 Single-Choice Fragen aus Türkisch, Geschichte, Geographie, Philosophie, Mathematik, Geometrie, Chemie, Physik und Biologie.

Türkisch → 40 Fragen

Geschichte-Geographie- Philosophie → 40 Fragen

Mathematik-Geometrie → 40 Fragen

Chemie-Physik-Biologie → 40 Fragen

Diese Fragen umfassen die Grundkompetenzen des neunjährigen Schulstoffs und die Schüler/innen haben insgesamt 160 Minuten (vgl. www27 und www43 bzw.vgl.www37).

Die Schüler/innen, die im ersten Teil genügend Punkte erreicht haben, treten nach ihrem Interessensgebiet die Prüfung im zweiten Teil an, wobei jetzt der Schuljahresstoff der letzten drei Jahre gekonnt werden muss. Es gibt folgende Prüfungsbereiche:

- 1) Mathematik / Geometrie (50 Fragen/75 Minuten bzw. 30 Fragen/60 Minuten)
- 2) Chemie / Physik / Biologie (30 Fragen/45 Minuten bzw. 30 Fragen/45 Minuten bzw. 30 Fragen/45 Minuten)
- 3) Türkisch / Geographie (56 Fragen/85 Minuten bzw. 24 Fragen/35 Minuten)
- 4) Geschichte / Geographie / Philosophie (44 Fragen/65 Minuten bzw. 14 Fragen/25 Minuten bzw. 32 Fragen/45 Minuten)
- 5) Fremdsprache - Englisch oder Deutsch oder Französisch (80 Fragen/120 Minuten) (vgl. www27 und www43).

Die Fragen im zweiten Teil sind aus dem Stoff der zehnten, elften und zwölften Schulstufen. Die Endnote besteht aus der Anzahl der Punkte, die man im ersten und im zweiten Teil bekommen hat. Die höchste Punktzahl, die man erreichen kann, ist 500. Je nachdem wie viele Punkte man bekommen hat, entscheidet man sich für ein Studium und meldet sich online auf der YÖK-Homepage an. Nach der Anmeldefrist ordnen die YÖK-Beamten nach der Punktzahl die Schüler/innen den Universitäten zu, die sie sich gewünscht haben (vgl. www43).

Die Schüler/innen besuchen besonders in der letzten Schulstufe Nachhilfezentren, weil sie meistens in den Schulen schriftliche Prüfungen im Form von offenen Fragen haben, aber sie sollen ja lernen bei der Aufnahmeprüfung für die Universität die Single-Choice-Fragen aus verschiedenen Fächern schnell und richtig lösen zu können.

In Österreich wird im Kapitel 2.2.2 über die Allgemeinbildenden Schulen berichtet, dass die Reifeprüfung in Form von schriftlichen und mündlichen Prüfungen durchgeführt wird. Ab 2014 wird eine schriftliche zentrale Prüfung, die als standardisierte und kompetenzorientierte Reifeprüfung bezeichnet wird, eingeführt.

Im Haupttermin 2014 soll an allen AHS in Österreich das neue Modell der Reifeprüfung zur Anwendung kommen (SchUG-Novelle vom 19. Juli 2010).

Die Hauptprüfung besteht aus

1. einer Vorwissenschaftliche Arbeit (VWA) mit deren Präsentation und Diskussion
2. einer Klausurprüfung, die drei oder vier Klausurarbeiten und bei negativen Klausuren allfällige mündliche Kompensationsprüfungen umfasst und
3. einer mündlichen Prüfung, die drei oder zwei mündliche Teilprüfungen umfasst (vgl. www28).

Die Klausurprüfung wird mit identen vorgegebenen Aufgabenstellungen am selben Tag in ganz Österreich abgehalten. Der Klassenlehrer beurteilt die Arbeiten mit Hilfe eines standardisierten Beurteilungsrasters. Die schriftlichen Klausurfächer sind Mathematik, Deutsch und die Fremdsprachen (Englisch, Französisch, Spanisch, Italienisch und Latein), die die Schüler/innen wählen.

Die Vorwissenschaftliche Arbeit (VWA) und die mündliche Reifeprüfung sind nicht zentralisiert, d.h. diese Teile der neuen Reifeprüfung werden von der jeweiligen Lehrperson zusammengestellt und durchgeführt.

Das Grundprinzip der neuen Reifeprüfung ist die Kompetenzorientierung, d.h. dass nicht die Wiedergabe von auswendig gelernten Inhalten im Mittelpunkt steht, sondern das lösungsorientierte Anwenden von Wissen und Arbeitstechniken, die sich Schüler/innen im Laufe der Schuljahre im jeweiligen Unterrichtsfach erworben haben.

Der positive Abschluss der 8. Klasse ist eine wichtige Voraussetzung, um am Haupttermin zur Reifeprüfung antreten zu können (vgl. www28).

In beiden Schulsystemen werden somit grundverschiedene Prüfungen für die Universität durchgeführt. Sowohl in Österreich als auch in der Türkei geht es nur darum, dass man die Prüfung positiv schafft.

PISA-Studie

Die PISA-Studie wurde Ende der 1990er-Jahre von der OECD ins Leben gerufen um Daten zur Qualität und Effektivität der verschiedenen Schulsysteme in den Mitgliedsstaaten zu erhalten und zu vergleichen.

Die zentrale Fragestellung der PISA-Studie ist, ob und wie gut es den unterschiedlichen Schulsystemen in den Mitgliedsländern gelingt, die Schüler/innen auf die Herausforderungen der Zukunft und das „lebenslange Lernen“ vorzubereiten. Dazu werden die Kompetenzen in drei zentralen Bereichen gemessen: Lesen, Mathematik und Naturwissenschaft. PISA findet alle drei Jahre mit wechselnden Schwerpunkten statt (vgl. www36).

Im Jahre 2003 war der Schwerpunkt Mathematik. Die Ergebnisse der beiden Ländern schauten folgendermaßen aus: Österreich liegt in Mathematik mit 506 Punkten im Bereich des OECD-Schnitts (500 Punkte) und die Türkei mit 423 Punkten unter dem Durchschnitt (vgl. www36).

Im Jahre 2009 lauteten die Ergebnisse der PISA-Studie folgendermaßen: Österreich hat 496 Punkte und die Türkei 445 Punkte erreicht (vgl. www36). Im Jahre 2012 war der Schwerpunkt auch Mathematik. Die Ergebnisse sind erneut folgendermaßen: Österreich erzielt 506 Punkte und die Türkei hat 448 Punkte (vgl. www41, S.16).

Im Allgemeinen kann man sagen, dass die Schüler/innen in Österreich bei der PISA-Studie besser abschneiden als die, die in der Türkei die Schule besuchen (vgl. www35 bzw. vgl. www36).

4 Vergleich des Mathematikunterrichts

In dieser Arbeit wird der Mathematikunterricht, insbesondere in der Oberstufe, der Türkei und Österreichs behandelt. Das Ziel ist es nicht, die beiden aktuellen Lehrpläne umfassend darzustellen, sondern Gemeinsamkeiten und Unterschiede in einzelnen vergleichbaren Bestimmungen aufzuzeigen.

Der Lehrplan für die Oberstufe (in beiden Ländern), der in dieser Arbeit verwendet wurde, beinhaltet folgende Punkte

- die allgemeine Ziele des Mathematikunterrichts,
- das Verwenden der Computertechnologie im Mathematikunterricht,
- Lehr/Lernphase des Mathematikunterrichts,
- Lernbereiche und Aktivitäten (Beispiele),

- Leistungsbeurteilung und
- Lehrstoffe für die neunte, zehnte, elfte und 12. Schulklasse (vgl. www29-30).²

Die zugrunde liegenden Dokumente, die für österreichisches Schulsystem angewendet wurden, sind folgende Kapiteln:

- allgemeine didaktische Grundsätze,
- Schul/ Unterrichtsplanung des österreichischen Lehrplans der AHS-Oberstufe für Mathematik
- Beschreibung allgemeiner Lernziele durch Aktivitäten für Mathematik(vgl. Bürger/Fischer/Malle 2004) und
- Praxishandbuch Mathematik AHS Oberstufe (www31)³

4.1 Vergleich der allgemeinen Bestimmungen

Zunächst wird der türkische Lehrplan mit ähnlichen Bestimmungen aus dem vorgegebenen Kapiteln von Österreich verglichen.

Der aktuelle Lehrplan von Mathematik für die Oberstufe wurde im Jahr 24.08.2011 in der Türkei durch das Bildungsministerium(MEB) erstellt. Diese besteht aus 364 Seiten und ist in der Web-Site von MEB online verfügbar (vgl. www30)

Der Lehrplan beginnt mit den allgemeinen Zielen vom Mathematikunterricht, die folgendes beinhalten:

Die Schüler/innen sollen:

1. Die mathematische Begriffe und Systeme verstehen, zwischen dieser beiden Begriffen eine Verbindung herstellen und im Alltag verwenden.
2. Die Grundfähigkeiten und Kompetenzen erlangen, damit sie sich nicht nur in der Mathematik weiterbilden können sondern auch in verschiedenen Bereichen.

² Der österreichische Lehrplan: http://www.bmukk.gv.at/medienpool/11859/lp_neu_ahs_07.pdf (20.04.2013)
 Der türkische Lehrplan: <http://ttkb.meb.gov.tr/program2.aspx?islem=1&kno=86> (23.04.2013)

³ Praxishandbuch Mathematik AHS Oberstufe:
https://www.bifie.at/system/files/dl/srdp_ma_praxishandbuch_mathematik_2013-11-05.pdf (25.04.2013)

3. Die induktive und deduktive Methode interpretieren.
4. Die mathematischen Probleme durch Argumentieren und Darstellen lösen.
5. Mathematische Terminologie richtig einsetzen.
6. Kopfrechnen können
7. Unterschiedliche Methoden für Problemlösen entwickeln.
8. Modelle Erstellen für Problemlösen und diese erklären können.
9. Selbstvertrauen in Mathematik gewinnen.
10. Die Wichtigkeit der Mathematik verinnerlichen.
11. Systematisch denken
12. Ihrer Selbstverantwortung bewusst sein.
13. Informationen effektiv recherchieren können (vgl. www30, S.4).

Diese allgemeinen Ziele betonen mathematische Begriffe und ihre Beziehungen, die grundlegende mathematische Rechnungen und ihre Bedeutungen, damit die Schüler/innen die Probleme gut lösen zu können. Um die begriffliche Vorstellung von Mathematik in der Klasse zu zeigen, braucht man eine interaktive Atmosphäre und nicht immer den Frontalunterricht. Damit können die Schüler/innen die mathematischen Bedeutungen der konkreten Dinge verstehen und diese abstrahieren. Dies ermöglicht mathematische Fertigkeiten bzw. das Erreichen der Lernziele: das Begründen, Argumentieren, Problemlösen, Kommunikation, Verknüpfungen erstellen und Modellierung.

Durch die Ziele dieses Lehrplans kann man als Lehrer/in die Schüler/innen in der Klasse den Unterrichtsablauf aktiv mitgestalten lassen. Dafür sollten die Lehrer/innen eine freundliche und interaktive Atmosphäre in der Klasse herstellen, in der die Schüler/innen recherchieren, miteinander diskutieren, kritisch denken, Problem lösen können. Und die Lehrpersonen sollten bei der Unterrichtsvorbereitung die folgenden Phasen der Schüler/innen berücksichtigen, um sie zu aktivieren:

- Aufklärung, Negierung und Befragung
- Versuchen, Kategorisieren und Diskutieren der Schlussfolgerungen
- Vermittlung der Begriffe
- Verbindung die Informationen
- Ausdrücken mit der mathematischen Sprache

- Übung und Kontrolle
- Lösen der Probleme mit den verschiedenen Methoden

(vgl. www30, S.5).

Im Lehrplan findet man für den Lernzyklus zwei voneinander unterschiedliche Methoden. Die erste Methode ist das traditionelle Ausführen von Lehren:

Definition → Satz → Beweis → Üben und Test

Bei diesem traditionellen Lehrmodell stehen die Lehrenden als Vortragende im Zentrum. Mit diesem Modell lernen die Schüler/innen das Rechnen, lernen die Formeln ohne ihre Bedeutung auswendig. Diese Methode sollte nicht das Ziel des Mathematikunterrichts sein. Somit hat man folgende neue Methode eingeführt:

Problem → Aufklärung → Hypothese erstellen → Bestätigung → Verallgemeinerung

→ Verknüpfungen erstellen → Schlussfolgerungen

In diesem Lernmodell können die Schüler/innen durch das Entdeckende Lernen die Probleme kreativ lösen. Beim Entdeckenden Lernen stehen Lernende im Zentrum und die Lehrenden motivieren dabei die Lernenden. Dabei nehmen die Schüler/innen und die Lehrer/innen in diesem Lernprozess verschiedene Rollen ein (vgl. www30, S.6).

Lehrer/innen:

- Vorbereitung und Durchführung der Aktivitäten für das Entdeckende Lernen
- Organisieren des Lehr/Lernprozesses
- Kontaktaufnahme mit den Schüler/innen
- Kontrollieren des Zeitablaufs im Lehr/Lernprozess
- Beobachten jeder Schülerin/jedes Schülers, ob sie/er im Lernprozess aktiv teilnimmt
- Lernwege und Inhalte zugänglich machen
- Organisieren des Diskutierens über ein Thema in der Klasse

- Reflektieren über die eigenen Lehrprozesse und Selbstanalyse
- Herstellen der Kontakte zwischen Schüler/innen, Eltern und Lehrer/innen
- Weiterentwicklung im Beruf
- Glaube haben, dass jede/r Schüler/in Mathematik kann
- Helfen und Motivation der Schüler/innen beim Lernen
- Gerechte Behandlung der Schüler/innen in der Klasse und in der Schule
- Verfolgen der wissenschaftlichen Publikationen/Diskussionen
- Lösen der Probleme in der Klasse mit dem wissenschaftliche Verfahren
- Unterstützung der Entwicklung der Schule
- Beurteilung der Leistung der Schüler/innen

Dabei haben die Schüler/innen in diesem Lernmodell verschiedene Aufgaben zum Erfüllen um die Lernziele erreichen zu können.

Schüler/innen:

- Verantwortung im Lernprozess übernehmen
- Bilden der Hypothesen; Verallgemeinerung und Verknüpfung erstellen.
- Erklärung der erhaltenen logischen Schlussfolgerungen
- Lösen und auch Erschaffen der Probleme
- Zeigen der Richtigkeit der Lösungswege
- Aktive Mitarbeit in der Klasse
- Stellung der Fragen
- Entscheiden Ihre Selbsteinschätzung

(vgl. www30, S.7).

In Österreich wurden die Lehrpläne der AHS-Oberstufe ab dem Schuljahr 2004/05 geändert. Dabei übernimmt der allgemeine Teil des Lehrplans die Brückenfunktion zwischen allen Unterrichtsgegenständen. Er besteht aus den Teilen der Allgemeinen Bildungsziele, Allgemeinen didaktischen Grundsätze und Schul- und Unterrichtsplanung, die durch Neuerungen und Ergänzungen ausgearbeitet wurden.

Die Lehrpläne der einzelnen Unterrichtsgegenstände sind online in der bmukk Webseite verfügbar und sind untergliedert in

- Bildungs- und Lehraufgabe,
- didaktische Grundsätze,
- Lehrstoff

Der Fachlehrplan für Mathematik für die AHS-Oberstufe gliedert sich ebenfalls in obige drei große Teile.

Der fachspezifische allgemeine Teil umfasst 2,5 Seiten und der Lehrstoff 3 Seiten (vgl. www29).

In der Türkei werden im Lehrplan zuerst die allgemeinen Ziele von Mathematik, das empfohlene Lehr/Lernmodell und dann die Aufgaben der Schüler/innen und Lehrer/innen erwähnt. All diese Themen findet man im österreichischen Lehrplan unter dem Kapitel Bildungs- und Lehraufgabe. Aus diesem Grund werden die beiden Inhalte miteinander verglichen.

Zu Beginn des Kapitels Bildungs- und Lehraufgabe des österreichischen Lehrplans werden die Ziele ausgedrückt, die die Schüler/innen durch Mathematikunterricht erreichen sollen. Insbesondere hat „analytisch-folgerichtigem Denken“ eine wichtige Bedeutung bei der zu erwerbenden Kompetenz der Schüler/innen. Sie sollen „die vielfältigen Aspekte der Mathematik und die Beiträge des Gegenstandes zu verschiedenen Bildungsbereichen erkennen.“ Die Aufgaben der Lehrer/innen, Schüler/innen und der Lehr/Lernmethoden werden nicht aufgezählt, sondern in Mathematische Kompetenzen, in Aspekte der Mathematik und in Beiträge der Bildungsbereiche vorgestellt (vgl. www29, S.1/2).

Im Allgemeinen ist der Kompetenzbegriff ein Bezugspunkt der österreichischen Bildungsstandards, der von Franz E. Weinert entwickelt wird.

die bei Individuen verfügbaren oder durch sie erlernbaren kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten, um bestimmte Probleme zu lösen, sowie die damit verbundenen motivationalen und sozialen Bereitschaften und Fähigkeiten, um die Problemlösung in variablen Situationen erfolgreich und verantwortungsvoll nutzen zu können (Weinert 2001, S.27).

Unter den Kompetenzen werden die Fähigkeiten und Fertigkeiten als Lernziele gesehen um bestimmte Probleme in verschiedenen Bereichen zu lösen. Für den Erwerb dieser Lernziele in einer Klasse besitzt die Lehrende eine personale und eine fachliche Rolle. Man kann also sagen, dass der Kompetenzbegriff die Aufgaben der Lehrer/innen und Schüler/innen in Lehr- und Lernprozessen umfasst.

Mathematische Kompetenzen

Kompetenzen, die sich auf Kenntnisse beziehen:

Sie äußern sich im Vertrautsein mit mathematischen Inhalten aus den Bereichen Zahlen, Algebra, Analysis, Geometrie und Stochastik.

Kompetenzen, die sich auf Begriffe beziehen:

Sie äußern sich in der Fähigkeit, mathematische Begriffe mit adäquaten Grundvorstellungen zu verknüpfen. Die Schülerinnen und Schüler sollen Mathematik als spezifische Sprache zur Beschreibung von Strukturen und Mustern, zur Erfassung von Quantifizierbarem und logischen Beziehungen sowie zur Untersuchung von Naturphänomenen erkennen.

Kompetenzen, die sich auf mathematische Fertigkeiten und Fähigkeiten beziehen, äußern sich im Ausführen der folgenden mathematischen Aktivitäten:

- *Darstellend –interpretierendes Arbeiten umfasst alle Aktivitäten, die mit der Übersetzung von Situationen, Zuständen und Prozessen aus der Alltagssprache in die Sprache der Mathematik und zurück zu tun haben; auch der innermathematische Wechsel von Darstellungsformen gehört zu diesen Aktivitäten*
- *Formal – operatives Arbeiten umfasst alle Aktivitäten, die auf Kalkülen bzw. Algorithmen beruhen, also das Anwenden von Verfahren, Rechenmethoden oder Techniken*
- *Experimentell – heuristisches Arbeiten umfasst alle Aktivitäten, die etwa mit zielgerichtetem Suchen nach Gesetzmäßigkeiten, mit Variation von Parametern oder dem Aufstellen von induktiv gewonnenen Vermutungen zu tun haben; auch das Ausführen von Simulationen, das Untersuchen von Grenz- und Spezialfällen sowie das Übergehen zu Verallgemeinerungen gehören in der experimentellen Phase zu diesen Aktivitäten*
- *Kritisch – argumentatives Arbeiten umfasst alle Aktivitäten, die mit Argumentieren, Hinterfragen, Ausloten von Grenzen und Begründen zu tun haben; das Beweisen heuristisch gewonnener Vermutungen ist ein Schwerpunkt dieses Tätigkeitsbereichs (www29, S.1).*

Im österreichischen Lehrplan werden die Inhalte der Mathematik in den Bereichen Zahlen, Algebra, Analysis, Geometrie und Stochastik eingeteilt, dagegen in der Türkei in Logik, Algebra, Trigonometrie, Lineare Algebra, Grundmathematik, Wahrscheinlichkeit und Statistik. Geometrie ist in der Türkei ein eigenständiges Unterrichtsfach in der Oberstufe (vgl. www29, S.1, www30, S.13).

In diesen Kompetenzen folgt eine Darstellung der mathematischen Grundtätigkeiten, die von den Schüler/innen zu entwickeln sind. Neben den grundrechnerischen Fertigkeiten sind das Verstehen, Wissen und auch Anwenden dieses Wissens in Fragestellungen sehr wichtig. Die Schüler/innen sollen erklären können, was sie verstanden haben, damit sie Begründungen und Hintergrundaspekte formulieren können.

Warum ist das so? Warum arbeite ich mit dieser Formel? Warum macht das man so? Wann, welche Form, warum ist das besser? Diese Frageformen sind in Österreich ausgeprägt, damit die Schüler/innen Argumentieren, Interpretieren und Begründen lernen können.

In der Türkei stellt man sich die Fragen wie z.B.: Wie rechnet man das? Wie macht man das? Wie funktioniert die Formel? Welcher Schwerpunkt in diesem Thema ist wichtiger für die Aufnahmeprüfung für die Universität? Wie kann man das schneller lösen? Solche Fragestellungen bestärken das schnellere Lösen von Rechenbeispielen und schwächen die anderen wichtigen Aspekte ab, die ich oben genannt habe und im österreichischen Bildungssystem effektiv sind.

Es wird in den mathematischen Kompetenzen betont, dass die Schüler/innen mit bekanntem Wissen das Unbekannte erarbeiten sollen, dabei Gemeinsamkeiten, Ähnlichkeiten, Unterschiede erkennen und die vorherige Fertigkeiten mit einem neuen Problem zusammen kombinieren sollen. Diese sind in beiden Lehrplänen erzielte Fähigkeiten, die für produktive und geistige Arbeiten notwendig sind.

Im Lernprozess sollen die Schüler/innen Vermutungen aufstellen, dann diese und auch die Ergebnisse überprüfen. Dabei überlegen sie Bedeutungen und Anwendungen mathematischer Methoden und Denkweisen. Diese Tätigkeiten werden auch in der Türkei als Zielsetzungen von Lehrverfahren mit dem Begriff entdeckendes Denken bezeichnet (vgl. Lütge 2010, S.33-35, www30, S.9).

Es gelten in Österreich neue Grundkompetenzen, die die Schüler/innen bei der neuen Reifeprüfung können müssen (vgl. www31, S.5/6).

Beim Aufbau neuer mathematischer Grundkompetenzen wird großer Wert auf das Erwerben jener Fähigkeiten gelegt, die benötigt werden um mathematisches Denken zu entwickeln und anzuwenden und Probleme in alltäglichen Situationen zu bewältigen. Die Schüler/innen sollten also in der Lage sein mathematische Denkart zu erkennen (logisches und räumliches Denken) und diese mit Darstellungsformen verbinden zu können (vgl. www31, S.5/6).

In den mathematischen Grundkompetenzen wird bezweckt, dass die Schüler/innen „die Rolle der Mathematik in der Welt erkennen und verstehen“. Mit der Fähigkeit der mathematischen Denkart können sie „fundierte mathematische Urteile“ abgeben und „sich auf eine Weise mit der Mathematik“ befassen.

Im Lehrplan besitzen mathematische Grundkompetenzen einen grundlegenden und unverzichtbaren Kernbereich, weil sie fachliche und gesellschaftliche Bedeutsamkeiten beschreiben. Mathematische Grundkompetenzen für die standardisierte schriftliche Reifeprüfung (SRP) in der AHS werden nach den Schulstufen in der unten stehenden Tabelle zugeordnet. Die Inhalte werden in vier Bereichen gegliedert:

- Inhaltsbereich Algebra und Geometrie
- Inhaltsbereich Funktionale Abhängigkeiten
- Inhaltsbereich Analysis
- Inhaltsbereich Wahrscheinlichkeit und Statistik

Diese Inhaltsbereiche haben auch unterschiedliche Unterpunkte. Ab der fünften Schulstufe wird in der Tabelle gezeigt, wie die Inhalte mit dem Zusammenhang zwischen den anderen Schulstufen weitergegeben werden. Mit dem Häkchen wird gezeigt, ob das Thema neu ist oder wiederholt werden muss. In der Anmerkung stehen die Unterrichtsziele des jeweiligen neu geführten Themas (vgl. www31, S.8-16).

Als Beispiel nehme ich aus dem Inhaltsbereich Algebra und Geometrie einen kleinen Teil.

Tabelle 4: Inhaltsbereich Algebra und Geometrie (Praxishandbuch Mathematik AHS Oberstufe, Auf dem Weg zur standardisierten kompetenzorientierten Reifeprüfung. Teil 1 BIFIE (Hrsg.), Graz: Leykam, 2011)

1.1 Grundbegriffe der Algebra	5. Kl.	6. Kl.	7. Kl.	8. Kl.
Wissen über die Zahlenmengen N , Z , Q , R verständig einsetzen können	✓	✓	✓	✓
Wissen über algebraische Begriffe angemessen einsetzen können: Variable, Terme, Formeln, (Un-)Gleichungen, Gleichungssysteme; Äquivalenz, Umformungen, Lösbarkeit	✓	✓	✓	✓
Anmerkung: Bei den Zahlenmengen soll man die Mengenbezeichnungen und die Teilmengenbeziehungen kennen, Elemente angeben sowie zuordnen können und die reellen Zahlen als Grundlage kontinuierlicher Modelle kennen. Zum Wissen über die reellen Zahlen gehört auch, dass es Zahlenbereiche gibt, die über R hinausgehen. Die algebraischen Begriffe soll man anhand von einfachen Beispielen beschreiben/erklären und verständig verwenden können.				
*Das dunkel unterlegte Häkchen ✓ bedeutet, dass mindestens einer der Inhalte in der betreffenden Schulstufe neu ist. **Das hell unterlegte Häkchen ✓ bedeutet, dass die Inhalte auch in höheren Schulstufen wiederholt und gefestigt werden sollen.				

Im türkischen Lehrplan werden allgemeine Ziele vom Mathematikunterricht, Lehr/Lernmethode und die Rollen der Schüler/innen und Lehrer/innen bei den Lern/Lehrprozessen betont. D.h. im Mathematikunterricht sollen die Lehrenden und Lernenden die aufgezählten Aufgaben schaffen.

Im österreichischen Lehrplan wird der Begriff „Kompetenz“ eingeführt, mathematische Grundkompetenzen und auch als anknüpfende SRP detailliert erklärt. In diesem Fall wird nie eine bestimmte Methode oder Aufgabe vorgegeben, sondern Grundkompetenzen als Handlungen beschrieben, die an bestimmten Inhalten ausgeführt werden können. Dadurch wird die Eigenständigkeit und Selbständigkeit im Mathematikunterricht besser gefördert, weil die Lehrenden selbst entscheiden können, welche Inhalte in welcher Unterrichtsform und mit welchen Materialien erarbeitet werden können.

4.2 Vergleich der didaktischen Grundsätze

In diesem Kapitel werden die didaktischen Grundsätze in den beiden Lehrplänen untersucht.

Der türkische Lehrplan betont ebenfalls die Punkte wie z.B.: Fähigkeiten und Fertigkeiten im Mathematikunterricht fördern, in dem die Schüler/innen Probleme lösen, Verknüpfungen erstellen, miteinander kommunizieren, modellieren, begründen und argumentieren und

interpretieren können. Damit die aufgezählten Punkte verwirklicht werden, muss man als Lehrer/in eine angenehme Atmosphäre in der Klasse schaffen. Daher werden individuelle Aktivitäten, Gruppenarbeiten und Diskussionsgruppe organisiert, damit die Schüler/innen ihre Selbständigkeit, ihre Interessen und ihre Bedürfnisse in vielfältigen Sozialformen aufbauen können. Dabei übernehmen die Lehrer/innen die ganze Verantwortung auf sich (vgl. www30, S.9-12).

Die Lehrer/innen sollen nicht nur das Wissen weitergeben oder wiederholen sondern die Bedeutungen/Vorstellungen der Inhalte mit den Hintergründen beleuchten. D.h. das sinnvolle Lernen ist das Ziel, damit die Schüler/innen, was sie gelernt haben, in verschiedene Ebenen übertragen und mit den Lernformen repräsentieren zu können, z.B. einen Graf zeichnen oder eine Tabelle erstellen zu können und andere Lösungswege finden, etc.

Die Kommunikation zwischen Schüler/innen und Lehrer/innen bzw. umgekehrt spielt eine wichtige Rolle beim Lernen. z.B.: durch Tafelmeldungen, Gruppenarbeiten, Referate, Projekte etc. kann man diese Kommunikation miteinander bestärken.

Die Lehrer/innen sollen den Schüler/innen klar machen, dass Mathematik in unterschiedlichen Unterrichtsfächern und auch im Alltagsleben immer vorkommt und brauchbar ist. Somit kann man die Motivation der Schüler/innen im Unterricht erhöhen. Die Motivation ist ein wesentlicher Aspekt des nachhaltigen Lernens. Dafür müssen die Lehrer/innen förderliche Lehrmittel verwenden, spezifische Lern-Schwierigkeiten beobachten und mögliche motivierende Aktivitäten anbieten (vgl. www30, S.9/11).

Die Klassen besitzen eine heterogene Struktur mit unterschiedlichen Fähigkeiten, Wissen und Kulturen. Die Gruppenarbeit ist die wichtigste Form, um die Schüler/innen in eine soziale Kommunikationsebene zu bringen um einen lehrreichen Mathematikunterricht zu gestalten. Die Lehrer/innen sollen diese Arbeitsformen (Gruppenarbeit) im Unterricht verwenden, damit die Freundschaftsbeziehungen untereinander gekräftigt werden (vgl. www30, S.12).

Die Lehrer/innen verwenden Lehrmethoden/Strategien um das Wissen der Schüler/innen besser erweitern zu können. In der Unterrichtsplanung und der Durchführung des Unterrichts werden folgende Punkte beabsichtigt:

- Einleitung/ Motivierung
- Auffindung
- Erklärung
- Vertiefung
- Beurteilung

(vgl. www30, S.19).

Einleitung/Motivierung

In dieser Phase werden die Schüler/innen über das neues Unterrichtsthema neugierig gemacht und ihre Interessen erweckt. Die Lehrer/innen können geschichtliche und kulturelle Aspekte des neuen Themas und auch die Anwendung in den anderen Fächern erklären. Mit den kurzen Fragestellungen oder Aktivitäten können sie das Vorwissen von Schüler/innen überprüfen (vgl.www30, S.19).

Auffindung

In diesem Prozess werden Arbeitsformen mit verschiedenen Aktivitäten angeboten, damit die Schüler/innen über das Thema nachdenken und miteinander arbeiten können. Die Schüler/innen können selbst eigene mathematische Verknüpfungen im Unterricht erstellen. Die Gruppenarbeit wird unter dem Kapitel Auffindung empfohlen. Und die Lehrer/innen sind da um das Schülerverhalten zu kontrollieren (vgl.www30, S.19).

Erklärung

Die Fragestellungen oder die Probleme in der vorherigen Phase, in der die Schüler/innen sich beschäftigt haben, werden in dieser Phase durch die Lehrkraft gut und detailliert erklärt. Die Zielsetzung bei der Erklärung ist nicht nur das mathematische Wissen weiterzugeben, sondern mit lehrreichen Arbeitsaufträgen den Lehrinhalt für alle Schüler/innen klar, verständlich und vorstellbar zu machen. Dafür sind mündliches und schriftliches Mitarbeiten sehr wichtig (vgl.www30, S.20).

Vertiefung

Die Denkfähigkeit und die Lernfähigkeit der Schüler/innen werden mit alternativen Fragen, gegensätzlichen Beispielen oder vielfältigen Unterrichtsmaterialien gefördert. Somit können die Lehrer/innen den Stoff vertiefen (vgl. www30, S.20).

Beurteilung

Die Lehrer/innen sollen sich selbst Gedanken über das Gesamtkalkül der Schüler/innen machen, in dem sie beurteilen, ob die Unterrichtsziele erreicht wurden, die Lernatmosphäre geschaffen wurde und die Schüler/innen das Thema verstanden haben (vgl. www30, S.20).

Mit Hilfe von den oben genannten fünf Phasen werden Planung und Verwaltung der Lehr/Lernprozesse so beschrieben:

- 1) Beginn;
- 2) Lernbereich wird gegeben;
- 3) Unterer Lernbereich wird bestimmt;
- 4) Das Lernziel im unteren Lernbereich wird beschrieben;
- 5) Das Lernmittel wird den Schüler/innen empfohlen;
- 6) Die Lehr/Lernprozesse werden mit Arbeits- und Aktionsformen der Lehrer/innen geplant:
 - Mit den Fragestellungen wird kritisches Denken der Schüler/innen gefördert.
 - Die aktive Mitarbeit der Schüler/innen wird mit Materialien durch die Lehrkraft gesichert.
 - Das Lernziel wird erreicht
- 7) Lernkontrolle und Lernbeurteilung;
- 8) Wenn die Lehrer/innen eine negative Gesamtbewertung haben, machen sie mit dem fünften Punkt weiter.
- 9) Beenden.

Im Lehrplan werden die oben genannten Lehr/Lernprozesse für jeden Lehrstoff empfohlen (vgl. www30, S.23).

Die Verwendung von Computertechnologien in den Schulklassen und auch im Mathematikunterricht wird geplant (vgl. www30, S.18), aber es wird nicht in die Tat umgesetzt. Die Lehrer/innen bereiten sich für den Unterricht selbst mit eigenen Materialien vor um den Schüler/innen besser erklären zu können. Eine Sammlung von Unterrichtsmaterialien, die für alle Mathematiklehrer/innen zugänglich sind, gibt es fast in allen österreichischen Schulen. Jedoch gibt es in der Türkei so etwas nicht, wo sie nachschauen können, was wie gemacht wurde und welche Materialien verwendet wurden.

Im österreichischen Lehrplan wird bei den didaktischen Grundsätzen betont, dass mathematisches Denken zu entwickeln und anzuwenden ist, und die Fähigkeit zu verstehen um Probleme in alltäglichen Situationen bewältigen zu können (vgl. www29, S.2).

In Österreich werden Einzel-, Partner-, Gruppen, Projektarbeiten und regelmäßige Hausübungen besonders gefördert. Diese Unterrichtsformen sind im Mathematikunterricht relevant. Diese Methoden haben das Ziel, dass die Schüler/innen sich aktiv mit den Inhalten auseinandersetzen können.

Die Schüler/innen sollen nicht nur mathematische Rechnungen durchführen, sondern ihr mathematisches Wissen und Können erweitern um Mathematik in inner- und außermathematischen Bereichen und/oder im Leben anwenden zu können. Für die Entwicklung dieser Fähigkeiten sollen sie aktiv in der Klasse mitarbeiten. Dazu sollen die Lehrer/innen geeignete Aufgabestellungen und Aktivitäten erbringen, damit die Schüler/innen selbständig arbeiten können (vgl. www29, S.2/3).

Unter den didaktischen Grundsätzen werden folgende Punkten definiert:

Didaktische Grundsätze

Lernen in anwendungsorientierten Kontexten

Anwendungsorientierte Kontexte verdeutlichen die Nützlichkeit der Mathematik in verschiedenen Lebensbereichen und motivieren so dazu, neues Wissen und neue Fähigkeiten zu erwerben. Vernetzungen der Inhalte innerhalb der Mathematik und durch geeignete fächerübergreifende Unterrichtssequenzen sind

anzustreben. Die minimale Realisierung besteht in der Thematisierung mathematischer Anwendungen bei ausgewählten Inhalten, die maximale Realisierung in der ständigen Einbeziehung anwendungsorientierter Aufgaben- und Problemstellungen zusammen mit einer Reflexion des jeweiligen Modellbildungsprozess hinsichtlich seiner Vorteile und seiner Grenzen.

Lernen in Phasen

Unter Beachtung der Vorkenntnisse sind Begriffe in der Regel in einer ersten Phase auf einer konkret-anschaulichen, intuitiven oder heuristischen Ebene zu behandeln, bei einfachen Anwendungen zu erproben und erst in einer späteren Phase zu vertiefen, ergänzen, verallgemeinern oder exaktifizieren. Die minimale Realisierung besteht in der Orientierung am Vorwissen der Schülerinnen und Schüler und der Einführung von Begriffen über intuitive und heuristische Ansätze mit exemplarischen Exaktifizierungen, die maximale Realisierung in einer weit reichenden Präzisierung mathematischer Begriffe, Sätze und Methoden.

Lernen im sozialen Umfeld

Der Einsatz passender Sozialformen ist auf die angestrebten Lernziele, die Eigenart der Inhalte und auf die jeweilige Lerngruppe abzustimmen. Hilfreich für jeden Lernprozess ist konstruktives Klima zwischen den Schülerinnen und Schülern einerseits sowie den Lehrerinnen und Lehrern und Schülerinnen und Schülern andererseits. Die minimale Realisierung besteht im situationsbezogenen Wechsel der Sozialformen im Unterricht, die maximale Realisierung im Vermitteln elementarer Techniken und Regeln für gute Team- und Projektarbeiten sowie in der Kooperation mit außerschulischen Expertinnen und Experten.

Lernen unter vielfältigen Aspekten

Einzelne Inhalte und Probleme sind aus verschiedenen Blickwinkeln zu sehen und aus verschiedenen Richtungen zu beleuchten. Vielfältige Sichtweisen sichern eine große Flexibilität bei der Anwendung des Gelernten. Die minimale Realisierung besteht in der gelegentlichen Verdeutlichung verschiedener Sichtweisen bei der Behandlung neuer Inhalte, die maximale Realisierung im konsequenten Herausarbeiten der Vor- und Nachteile verschiedener Zugänge. Damit wird ein vielsichtiges und ausgewogenes Bild der Mathematik gewonnen.

Lernen mit instruktionaler Unterstützung

Lernen ohne instruktionale Unterstützung ist in der Regel - insbesondere in Mathematik - ineffektiv und führt leicht zur Überforderung. Lehrerinnen und Lehrer müssen Schülerinnen und Schüler anleiten und insbesondere bei Problemen gezielt unterstützen. Die minimale Realisierung besteht in der Bereitstellung von schüleradäquaten Lernumgebungen und Lernangeboten, die maximale Realisierung in Differenzierungsmaßnahmen, durch die individuelle Begabungen, Fähigkeiten, Neigungen, Bedürfnisse und Interessen gefördert werden.

Lernen mit medialer Unterstützung

Die Beschaffung, Verarbeitung und Bewertung von Informationen hat auch mit Büchern (z.B. dem Schulbuch), Zeitschriften und mit Hilfe elektronischer Medien zu erfolgen. Nutzen und Problematik mathematischer Inhalte und Lernhilfen im Internet sind hier zu thematisieren. Die minimale Realisierung besteht in der gelegentlichen Einbeziehung derartiger Medien, die maximale Realisierung im gezielten Erwerb von Kompetenzen, die von der Informationsbeschaffung bis zur eigenständigen Abfassung und Präsentation mathematischer Texte und Facharbeiten reichen.

Lernen mit technologischer Unterstützung

Mathematiknahe Technologien wie Computeralgebra-Systeme, dynamische Geometrie-Software oder Tabellenkalkulationsprogramme sind im heutigen Mathematikunterricht unverzichtbar. Sachgerechtes und sinnvolles Nutzen der Programme durch geplantes Vorgehen ist sicherzustellen. Die minimale Realisierung besteht im Kennenlernen derartiger Technologien, das über exemplarische Einblicke hinausgeht und zumindest gelegentlich eine wesentliche Rolle beim Erarbeiten und Anwenden von Inhalten spielt. Bei der maximalen Realisierung ist der sinnvolle Einsatz derartiger Technologien ein ständiger und integraler Bestandteil des Unterrichts (www29, S.2/3).

In beiden Lehrplänen wird betont, dass die eigentliche Organisation des Unterrichts von den Lehrkräften eigenständig vorzunehmen ist. Aber im türkischen Lehrplan werden auch die Aufgaben der Lehrkräfte bestimmt, die bei den allgemeinen Bestimmungen aufgezählt werden.

Die weiteren Punkte, die ins Kapitel Didaktische Grundsätze fallen, sind Vorkenntnisse und Vorerfahrungen der Schüler/innen. Diese werden in beiden Lehrpläne angesprochen um die Interessen der Schüler/innen mit dem Unterrichtsthema anknüpfen zu können.

Die selbsttätige und selbständige Form des Lernens wird besonders in beiden Lehrplänen gefordert. Diese Prinzipien werden im österreichischen Lehrplan unter dem Schlagwort „verständnisvolles Lernen“ verdeutlicht. Verständnisvolles Lernen ist ein individueller, aktiver und konstruktiver Prozess(vgl.www29, S.2), der bedeutet, dass die Schüler/innen nicht Konsumierende eines fix vorgegebenen Wissens, sondern Produzierende ihres Wissens, mit Betonung auf aktives Erarbeiten, Erforschen, Darstellen, Reflektieren sind. Mathematische Begriffe und Verfahren werden durch die eigenen Aktivitäten der Schüler/innen in ihr

Wissenssystem eingebaut. Dadurch können die Schüler/innen ihre Erfahrungen vernetzen und strukturieren.

Nach dem konstruktivistischen Prozess ist das Lernen ein aktiver Prozess der Wissenskonstruktion. Vorwissen und Vorerfahrungen bestimmen das Lernen und das Ergebnis vom Lernen ist nicht die Anhäufung von Wissen, sondern die Veränderung von Vorstellungen, Einstellungen und Werten (vgl. www29, S.3).

Zusammenfassend kann man jetzt aufzählen, was man unter Verständnisvolles Lernen versteht:

- selbstständiges Denken und entdeckendes Lernen werden gefördert,
- ein aktives Lernen wird durch motivierende Fragestellungen und anregende Lernumgebungen mit Möglichkeiten zum Selber-Tun gefördert,
- die Vorstellungen, die die Lernenden in Unterricht mitbringen, werden berücksichtigt,
- Inhalte in sinnvolle, anwendungsbezogene Zusammenhänge einbetten, die auch im Alltagsleben wichtig und interessant sind,
- gemeinsame Denkprozesse werden in Kleingruppen und im Klassengespräch gefördert,
- gemeinsame Diskussionen werden ermöglicht,
- die Aktivität der Lernenden wird durch anregendes und hilfreiches Lernmaterial unterstützt,
- ein angemessenes Maß an Mitbestimmung bei den Lerninhalten, Lernmethoden, Lernzielen wird ermöglicht,
- Reflexionsprozesse werden gefördert. (vgl. www29, S.3 bzw. vgl. Bärzel 2011).

Im österreichischen Lehrplan ist das Ziel des Lernprozesses nicht nur das Abarbeiten von mathematischen Inhalten, sondern die Aneignung langfristig verfügbarer Kompetenzen. Das bedeutet, dass die mathematischen Handlungen der Schüler/innen im Mittelpunkt stehen, die bei der Bearbeitung von Inhalten auszuführen sind.

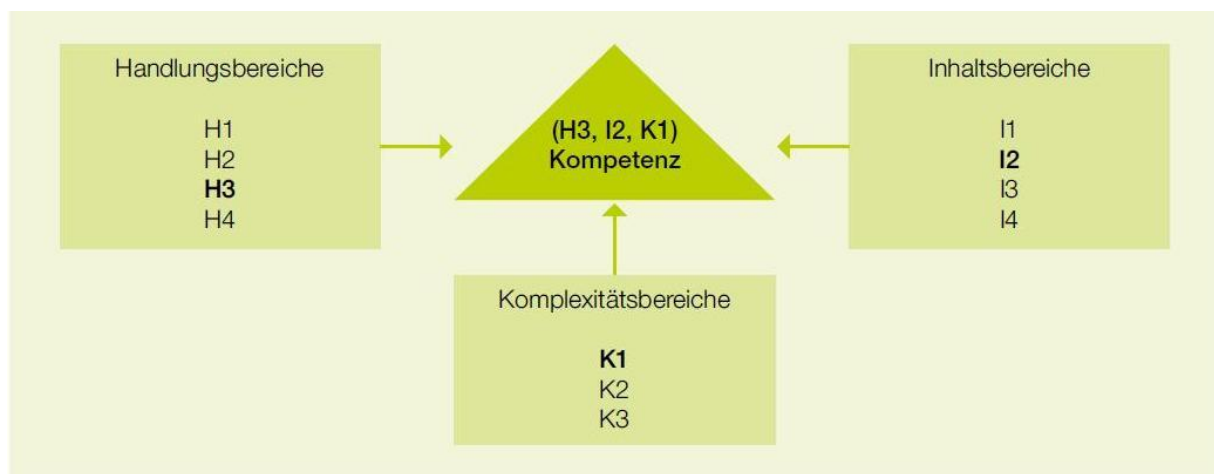
Im mathematischen Kompetenzmodell werden eine Handlungsdimension, eine Inhaltsdimension und eine Komplexitätsdimension bestimmt. Mit diesen Dimensionen

werden verschiedenen Kompetenzen bis zum Ende der 8. Schulstufe bezweckt (vgl. www31, S.18). Also:

Tabelle 5: Kompetenzmodell (Praxishandbuch Mathematik AHS Oberstufe Auf dem Weg zur standardisierten kompetenzorientierten Reifeprüfung. Teil 1 BIFIE (Hrsg.), Graz: Leykam, 2011)

Inhaltsbereiche	Handlungsbereiche	Komplexitätsbereiche
I1 Zahlen und Maße	H1 Darstellen, Modellbilden	K1 Einsetzen von Grundkenntnissen und-Fertigkeiten
I2 Variable, funktionale Abhängigkeiten	H2 Rechnen, Operieren	K2 Herstellen von Verbindungen
I3 Geometrische Figuren und Körper	H3 Interpretieren	K3 Einsetzen von Reflexionswissen, Reflektieren
I4 Statische Darstellungen und Kenngrößen	H4 Argumentieren, Begründen	

In den Handlungsbereichen werden vier zentralen mathematischen Tätigkeiten beschrieben. Die grundlegenden Bereiche in Mathematik werden in vier Inhaltbereichen zusammengefasst und in den drei Komplexitätsbereichen werden die unterschiedlichen Anforderungen genannt. D.h. Eine spezifische mathematische Kompetenz wird durch einen bestimmten Inhaltsbereich, Handlungsbereich und Komplexitätsbereich (= 48 Gitternetzpunkte) festgelegt (vgl. www32, S.13).



Beim Kompetenzorientierten Lernen führen die folgenden Punkte zur Lernaktivität:

- Persönliche Disposition motivationale und volitionale Aspekte
- Vorerfahrungen, Wissen, Können, Denk- und Handlungsmuster
- Materielle Lernumgebung, Lernmedien, Elektronische Werkzeuge
- Kompetenzorientierte Aufgabenkultur

Ich beziehe mich in meiner Arbeit nun weiter auf Kompetenzorientierte Aufgabenkultur, die ich interessant und außergewöhnlich gefunden habe.

Weil die mathematischen Handlungen der Schüler/innen im Mittelpunkt stehen, rekrutieren sich die Kompetenzorientierte Aufgabenkultur aus Handlungsbereichen.

H1- Darstellen und Modellbilden

„Modellbilden“ meint die Übersetzung der Sprache in ein passendes mathematisches Modell. Diese Tätigkeit ist immer auch mit einer Form von Darstellung verknüpft.

Charakteristische Tätigkeiten sind z.B.:

- alltagssprachliche Formulierungen in die Sprache/Darstellung der Mathematik übersetzen
- problemrelevante mathematische Zusammenhänge identifizieren und mathematisch darstellen
- geeignete Darstellungsformen oder Technologien auswählen
- einen gegebenen mathematischen Sachverhalt in eine andere (tabellarische, grafische, symbolische, rekursive oder werkzeugspezifische) Darstellungsform übertragen; zwischen Darstellungen oder Darstellungsformen wechseln (vgl. www32, S.14).

H2- Rechnen und Operieren

In dieser Kompetenz können die Schüler/innen rechnen, zeichnen, umformen und auch die Lösungswege planen.

Charakteristische Tätigkeiten sind z.B.:

- numerische Rechenverfahren durchführen (z. B. Rechnen mit Dezimalzahlen, Brüchen, Potenzen usw.)

- elementare Rechenoperationen in den jeweiligen Inhaltsbereichen planen und durchführen
- mit und in Tabellen oder Grafiken operieren (vgl. www32, S.19).

H3- Interpretieren

Interpretieren meint, aus mathematischen Darstellungen Fakten, Zusammenhänge oder Sachverhalte zu erkennen und darzulegen sowie mathematische Sachverhalte und Beziehungen im jeweiligen Kontext zu deuten.

Charakteristische Tätigkeiten sind z.B.:

- Werte aus Tabellen oder grafischen Darstellungen ablesen, sie im jeweiligen Kontext deuten
- tabellarisch, grafisch oder symbolisch gegebene Zusammenhänge erkennen, beschreiben und im jeweiligen Kontext deuten
- Zusammenhänge und Strukturen in Termen, Gleichungen (Formeln) und Ungleichungen erkennen, sie im Kontext deuten (vgl. www32, S.24).

H4- Argumentieren und Begründen

Argumentieren meint die Angabe von mathematischen Aspekten, die für oder gegen eine bestimmte Sichtweise/Entscheidung sprechen. Begründen meint die Angabe einer Argumentation(skette), die zu bestimmten Schlussfolgerungen/Entscheidungen führt.

Charakteristische Tätigkeiten sind z.B.:

- mathematische Argumente nennen, die für oder gegen die Verwendung eines bestimmten mathematischen Begriffs, eines Modells, einer Darstellung oder eines bestimmten Lösungswegs bzw. für oder gegen eine bestimmte Lösung oder Interpretation sprechen
- die Entscheidung für eine mathematische Handlung oder eine mathematische Sichtweise problembezogen argumentativ belegen (vgl. www32, S.29).

Als Beispiel: Untersuchung der Polynommultiplikation in den unterschiedlichen Handlungsbereichen: (www32/Seite 51-54)

Polynommultiplikation

„Erinnere dich an die Regel für die Multiplikation zweier Polynome: „Werden zwei Polynome miteinander multipliziert, so wird jedes Glied des ersten Polynoms mit jedem Glied des zweiten Polynoms multipliziert.“

H2 Rechnen, Operieren

Aufgabe 1

Multipliziere folgende Binome: $(x+v) \cdot (y+w) =$

Titel/Thema Kompetenz	Polynommultiplikation, Aufgabe 1 H2, I2, K1
H2	Die elementare Rechenoperation des Multiplizierens zweier (einfacher) Terme wird durchgeführt.
I2	Der Sachverhalt ist durch Variablen dargestellt.
K1	Die Regel für das Multiplizieren von Polynomen wird direkt angewendet.

H1 Darstellen, Modellbilden

Aufgabe2

Erinnere dich: Das Produkt von zwei positiven Zahlen kann man als Flächeninhalt eines Rechtecks deuten.

- a) Stelle das Produkt $a \cdot b$ grafisch dar.
- b) Stelle das Produkt $(c + d) \cdot e$ grafisch dar.
- c) Stelle das Produkt $(x + v) \cdot (t + w)$ grafisch dar.

Anmerkung: Alle vorkommenden Variablen stehen für positive Zahlen

Titel/Thema Kompetenz	Polynommultiplikation, Aufgabe 2 H1, I2, K2
H1	Darstellen: Ein symbolisch gegebener Sachverhalt wird grafisch dargestellt.
I2	Variable: Der ursprüngliche Sachverhalt ist durch einen Term dargestellt.
K2	Herstellen von Verbindungen: Bei b) und c) muss zusätzlich die Fertigkeit einfließen, die Summe von zwei Zahlen als Summe von zwei Strecken darstellen zu können.

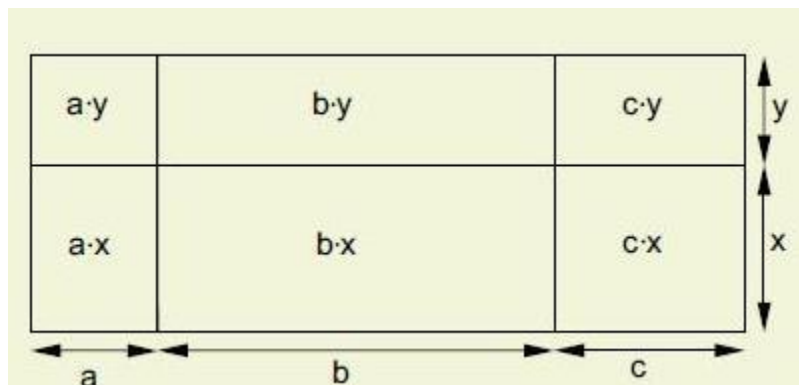
H3 Interpretieren

Aufgabe3

Die folgende Grafik stellt das Produkt von zwei Polynomen grafisch dar.

Welche Polynome werden miteinander multipliziert?

Lies aus der Grafik auch ab, welche Teilprodukte entstehen. Schreibe die Multiplikation der beiden Polynome sowie das Ergebnis der Multiplikation an.



Titel/Thema	Polynommultiplikation, Aufgabe 3
Kompetenz	H3, I2, K2
H3	Interpretieren: Der Flächeninhalt der Gesamtfigur wird im Kontext als Produkt von Polynomen gedeutet. Die Teilflächen werden als Teilprodukte gedeutet.
I2	Rechenoperationen mit Termen sind grafisch dargestellt.
K2	Herstellen von Verbindungen: Das Wissen um die Berechnung des Flächeninhalts eines Rechtecks ($A = \text{Länge} \cdot \text{Breite}$) muss mit der Fähigkeit verbunden werden, die Summe mehrerer Strecken als Summe mehrerer Zahlen zu deuten.

H4 Argumentieren und Begründen

Aufgabe4

Erinnere dich: Das Ergebnis der Multiplikation von zwei positiven Zahlen kann man als Flächeninhalt eines Rechtecks darstellen.

Die Regel für die Multiplikation von zwei Binomen lautet:

$$(a + b) \cdot (c + d) = ac + bc + ad + bd$$

Begründe die Richtigkeit dieser Formel für positive Werte der Variablen mithilfe einer geeigneten Grafik. Erläutere deine Grafik in Worten. Du kannst dabei auch Variablen verwenden.

Titel/Thema Kompetenz	Polynommultiplikation, Aufgabe 4A H4, I2, K2
H4	Begründen: Eine mathematische Regel wird bewiesen.
I2	Variable: Es geht um äquivalente Darstellungen von Termen.
K2	Herstellen von Verbindungen: Geometrische Vorstellungen sind mit algebraischen Inhalten zu verbinden.

Beim Kompetenzorientierten Lernen werden die Schülerrolle und Lehrerrolle wie folgend aufgezählt:

Bei der Einzelarbeit: die Schüler/innen sollen allein über die Lösung nachdenken und ihre eigenen Lösungsstrategien entwickeln. Die Lehrer/innen sollen dabei die Ruhe in der Klasse einhalten, ein gutes Arbeitsklima schaffen.

Bei der Partnerarbeit: die Schüler/innen sollen die Informationen untereinander austauschen und diskutieren. Die Lehrer/innen sollen dabei die Gruppenzusammensetzung steuern und beobachten.

Bei der Gruppenarbeit: die Schüler/innen sollen die Ergebnisse präsentieren und Lösungswege miteinander diskutieren. Die Lehrer/innen sollen dabei die Schüler/innen mit den geeigneten Materialien unterstützen (vgl. www31, S.47-50).

4.3 Vergleich des Lehrstoffes

In diesem Kapitel werden die Bildungsinhalte in beiden Lehrplänen verglichen. Neben den Lehrstoffen werden die jeweiligen Aufgaben zu den Reifeprüfungen in Österreich und Aufnahmeprüfung für die Universität in der Türkei gezeigt. Die einigen praktischen Beispiele werden aufgezählt und Aufgaben gezeigt, wie man sie in der Türkei und wie man sie in Österreich bewältigt.

In beiden Systemen werden allgemeine Ziele und Lehr- und Lernziele bestimmt und im Mathematikunterricht realisiert. Mit den Musterbeispielen werden gezeigt, in wieweit diese Ziele erreicht wurden und ob die Fragestellungen nach diesen Zielen vorbereitet sind.

Der österreichische Lehrstoff für die Oberstufe schaut folgendermaßen aus:

5. Klasse

Zahlen und Rechengesetze, Gleichungen und Gleichungssysteme, Funktionen, Trigonometrie, Vektoren und analytische Geometrie der Ebene.

6. Klasse

Potenzen, Wurzeln, Logarithmen, Folgen , Gleichungen, Ungleichungen, Gleichungssysteme, Reelle Funktionen, Analytische Geometrie des Raumes, Stochastik.

7. Klasse

Algebraische Gleichungen und komplexe Zahlen, Differentialrechnung, Nichtlineare analytische Geometrie, Stochastik.

8. Klasse

Integralrechnung, Dynamische Prozesse, Stochastik, Wiederholung (www29, S.3-6).

In der Türkei wird der Lehrstoff für die Oberstufe folgendermaßen aufgebaut:

5. Klasse

Logik

Aussagen, Beziehungen zwischen Aussagen, Wahrheitstabellen, Beweisverfahren

Mengen

Grundbegriffe von Mengen, Gesetze für Mengenoperationen

Relationen, Funktionen und Operationen

Kreuzprodukt, Relationen, Funktionen, Operationen, Operationen an Funktionen

Zahlen

Natürliche Zahlen, Ganze Zahlen , Modulare Arithmetik , Rationale Zahlen, Reelle Zahlen, Absolute Werte, Potenzen, Wurzeln, Proportionalität, Textaufgaben-Probleme

6. Klasse

Polynome

Polynome, Operationen auf Polynom mengen, Zerlegungen, Rationale Zahlen-Aussagen und Gleichungen

Ungleichungen und Gleichungssysteme

Lineare Gleichungen mit zwei Variablen, Ungleichungen, Rechenregeln für Ungleichungen, Quadratische Funktionen

Trigonometrie

Trigonometrische Funktionen in rechtwinkligen Dreiecken, Trigonometrische Funktionen, Umkehrung der trigonometrischen Funktionen, Trigonometrische Funktionen zeichnen, Sinus- und Cosinussätze, alle Arten von trigonometrischen Gleichungen.

7. Klasse

Komplexe Zahlen

Komplexe Zahlen, Komplexe Zahlenebene

Logarithmen

Exponential- und Logarithmusfunktion, Exponentialgleichungen bzw. Ungleichungen, Logarithmusgleichungen bzw. Ungleichungen

Folgen und Reihen

Matrizen, Determinanten und Lineare Gleichungssysteme

Wahrscheinlichkeit und Stochastik

Permutation, Kombination, Binomialverteilung, Wahrscheinlichkeit, Stochastik

8. Klasse

Funktionen

Funktionen, Definitionsmenge, Teilfunktionen

Grenzwerte und Stetigkeit

Ableitung

Integral

(www30, S.13).

In dieser Arbeit werden die Kapitel analysiert, die in beiden Lehrstoffen vorkommen. Wie man erkennen kann, sind es:

1. Zahlen und Rechengesetze
2. Gleichungen und Gleichungssysteme und Ungleichungen
3. Funktionen und reelle Funktionen
4. Trigonometrie
5. Potenzen, Wurzeln und Logarithmen
6. Folgen
7. Stochastik
8. Algebraische Gleichungen und komplexe Gleichungen
9. Differenzialrechnung
10. Integralrechnung

Vektoren und analytische Geometrie der Ebene und Analytische Geometrie des Raumes sind im türkischen Lehrplan nicht vorhanden, da diese im Geometrieunterricht intensiv behandelt werden. Im österreichischen Lehrstoff hingegen sind Matrizen und Determinanten nicht vorhanden. Bei dieser Analyse werden die Beispiele und all den Inhaltsstoff für Österreich aus den Lehrbüchern „Mathematik Verstehen 5, 6, 7, 8⁴“ und für die Türkei aus den türkischen Lehrplan entnommen.

4.3.1 Zahlen und Rechengesetze

In der fünften Klasse wird in beiden Ländern mit Logik, Mengen und Zahlen gearbeitet. In Österreich werden Aussagen und Mengen, Zahlen, Terme und Formeln unter diesem Kapitel präzisiert.

Unter der Überschrift „Aussagen und Mengen“ stehen die folgenden Punkte:

⁴ **Kandl S., Malle G., Ramharter E., Ulovec A.:** Mathematik verstehen 5; Österreichischer Bundesverlag Schulbuch, Wien 2005 [13]

Kandl S., Malle G., Ramharter E., Ulovec A.: Mathematik verstehen 6; Österreichischer Bundesverlag Schulbuch, Wien 2005 [14]

Kandl S., Malle G., Ramharter E., Ulovec A.: Mathematik verstehen 7; Österreichischer Bundesverlag Schulbuch, Wien 2006 [15]

Kandl S., Malle G., Ramharter E., Ulovec A.: Mathematik verstehen 8; Österreichischer Bundesverlag Schulbuch, Wien 2007 [16]

- was man in der Mathematik unter einer Aussage versteht mit Verknüpfungen von Aussagen,
- die Bedeutung der sprachlichen Ausdrücke „und“ und „oder“ in der Mathematik.
- Mit Allaussagen und Existenzaussagen und Verneinungen werden die sprachlichen Wendungen „für alle...“ sowie „es gibt...“ erarbeitet und die Bedeutung des Wortes „nicht“ in der Mathematik geklärt.
- In Beziehungen zwischen Aussagen werden „Wenn..., dann...“ und „Genau dann..., wenn...“ Ausdrücke verdeutlicht.

Beispiele:

- Formuliere die folgende Aussage so um, dass sie mit „Für alle...“ oder mit „Es gibt...“ beginnt.
 - a) Das Quadrat einer von 0 verschiedenen natürlichen Zahl ist stets positiv.
 - b) Einige ungerade Zahlen sind Quadratzahlen.
 - c) Manche Bruchzahlen sind ungerade.

(vgl. Kandl/Malle/Ramharter/Ulovec 2005, S.13-21).

In der Türkei werden unter der Überschrift „Logik“ die Aussagen, Beziehungen zwischen Aussagen, Wahrheitstabellen und Beweisverfahren vertieft (vgl. www30, S.67).

Die Mengen, die in der Oberstufe behandelt werden, wurden in beiden Ländern schon in der Unterstufe behandelt. Deswegen werden in der Oberstufe nur einige Grundbegriffe der Mengenlehre wiederholt und im Weiteren die Beziehungen zwischen Mengen und Verknüpfungen von Mengen und Gesetze für Mengen untersucht (vgl. Kandl/Malle/Ramharter/Ulovec 2005, S.13-21, www30, S.77-81).

Bevor das Thema „Zahlen“ gemacht wird, soll auf einen kleinen Unterschied bei den Grundrechnungsarten hingewiesen werden: Sowohl Division als auch Multiplikation werden in beiden Ländern unterschiedlich angeschrieben, dies soll mit den folgenden Beispielen dargestellt werden:

	ÖSTERREICH	TÜRKEI
Multiplikation	$\begin{array}{r} 156 \cdot 35 \\ \hline 468 \\ 780 \\ \hline 5460 \end{array}$	$\begin{array}{r} 156 \\ \times 35 \\ \hline 780 \\ + 468 \\ \hline 5460 \end{array}$

	ÖSTERREICH	TÜRKEI
Division mit Rest	$\begin{array}{l} 4679 : 23 = 203 \\ 079 \\ 10 \text{ R} \end{array}$	$\begin{array}{r l} 4679 & 23 \\ - 46 & 203 \\ \hline 079 & \\ - 69 & \\ \hline 10 \text{ R} & \end{array}$

Die Schüler/innen sollen nach dem Lehrplan in Österreich folgende Fähigkeiten im Bereich „Zahlen“ besitzen:

- Reflektieren über das Erweitern von Zahlenmengen an Hand von natürlichen, ganzen, rationalen und irrationalen Zahlen
- Darstellen von Zahlen im dekadischen und in einem nichtdekadischen Zahlensystem
- Verwenden von Zehnerpotenzen zum Erfassen von sehr kleinen und sehr großen Zahlen in anwendungsorientierten Bereichen
- bewusstes und sinnvolles Umgehen mit exakten Werten und Näherungswerten
- Aufstellen und Interpretieren von Termen und Formeln, Begründen von Umformungsschritten durch Rechengesetze
- Arbeiten mit Primzahlen und Teilern, Untersuchen von Teilbarkeitsfragen(www29,S.2-4).

In den Zahlenbereichen wird ein Überblick über Natürliche Zahlen, Ganze Zahlen, Rationale Zahlen, Reelle Zahlen und Irrationale Zahlen gegeben. Die Schüler/innen bekommen am Ende einen Überblick über Zahlenmengen, nämlich: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

Bei der Dezimaldarstellung reeller Zahlen wird die Dezimalschreibweise rationaler und irrationaler Zahlen untersucht, um damit die Bruchdarstellung und Dezimaldarstellung in Reelle Zahlen geklärt. Man stellt fest, dass man auch die irrationalen Zahlen mit Hilfe des Zehntelungsverfahrens als unendliche Dezimaldarstellung ermitteln kann. Dies bedeutet, dass die Dezimaldarstellung einer irrationalen Zahl unendlich ist, aber nicht periodisch. Man macht meistens das Einführungsbeispiel mit $\sqrt{2}$:

0. Schritt: Man ermittelt durch Probieren zwei aufeinanderfolgende natürliche Zahlen, zwischen denen $\sqrt{2}$ liegen muss:

$$1^2 < 2 < 2^2 \Rightarrow 1 < \sqrt{2} < 2$$

1. Schritt: Man ermittelt durch Probieren zwei aufeinanderfolgende Zahlen mit einer Nachkommastelle, zwischen denen $\sqrt{2}$ liegen muss:

$$1,4^2 < 2 < 1,5^2 \Rightarrow 1,4 < \sqrt{2} < 1,5$$

2. Schritt: Man ermittelt durch Probieren zwei aufeinanderfolgende Zahlen mit zwei Nachkommastellen, zwischen denen $\sqrt{2}$ liegen muss:

$$1,41^2 < 2 < 1,42^2 \Rightarrow 1,41 < \sqrt{2} < 1,42$$

3. Schritt: Man ermittelt durch Probieren zwei aufeinanderfolgende Zahlen mit drei Nachkommastellen, zwischen denen $\sqrt{2}$ liegen muss:

$$1,414^2 < 2 < 1,415^2 \Rightarrow 1,414 < \sqrt{2} < 1,415$$

4. Schritt: Man ermittelt durch Probieren zwei aufeinanderfolgende Zahlen mit vier Nachkommastellen, zwischen denen $\sqrt{2}$ liegen muss:

$$1,4142^2 < 2 < 1,4143^2 \Rightarrow 1,4142 < \sqrt{2} < 1,4143$$

Man erhält: $\sqrt{2} = 1,4142\dots$ (vgl. Kandl/Malle/Ramharter/Ulovec 2005, S.28-33).

Behauptung: $\sqrt{2}$ ist irrational.

Beweis:

Vorüberlegung: Wenn a^2 eine gerade ganze Zahl ist, dann ist auch a eine gerade Zahl. Wäre nämlich a eine ungerade ganze Zahl, so könnte man sie in der Form $a = 2k-1$ für irgendeine natürliche Zahl k darstellen; durch Quadrieren erhält man daraus die Gleichung $a^2 = 4k^2 - 4k + 1 = 2 \cdot (2k^2 - 2k) + 1$, woraus man sieht, dass auch a^2 eine ungerade Zahl ist.

Hauptteil des Beweises:

Man nimmt an: $\sqrt{2} = \frac{m}{n}$ ($m, n \in \mathbb{N}^*, n \neq 1$) und man denkt sich den Bruch $\frac{m}{n}$ "durch gekürzt". Daraus folgt $m^2 = 2n^2$. Daher ist m^2 (und daher auch m) eine gerade Zahl, dh. durch 2 teilbar, dh. $m = 2k$ für ein gewisses $k \in \mathbb{N}^*$. Daraus wiederum folgt $4k^2 = 2n^2$, dh. $n^2 = 2k^2$, also ist auch n eine gerade Zahl. Dies aber bedeutet einen Widerspruch zu der Annahme, dass der Bruch m/n nicht weiter gekürzt werden kann (vgl. Götz/Reichel/Müller Hanisch 2004, S.65).

In diesem Themenbereich lernen die Schüler/innen, wie man Ergebnisse von Messungen oder Rechnungen näherungsweise angeben kann. In Österreich werden die Rundungsprinzipien, Abschneiden und Runden von Dezimalzahlen in der Schule untersucht, in der Türkei nicht.

Beispiele:

- 47,639 ergibt auf Hundertstel abgeschnitten: 47,63
- 47,639 ergibt auf Hundertstel gerundet: 47,64
- 47,639 ergibt auf Zehntel abgeschnitten: 47,6
- 47,639 ergibt auf Zehntel gerundet: 47,6

(vgl. Kendl/Malle/Ramharter/Ulovec 2005, S.37-39).

In der Türkei gibt es ganz selten Beispiele mit Gleitkommazahlen, die aber nicht aufgerundet, abgerundet bzw. abgeschnitten werden müssen, sondern nur das Ergebnis hingeschrieben wird. Es gibt Beispiele mit höchstens drei Kommazahlen und es wird nie verlangt, dass man runden sollte (vgl. www30, S.105).

Die Schüler/innen lernen im Rahmen dieses Themas zwei Begriffe: Intervalle und Beträge, die für die Verwendung von reellen Zahlen nützlich sind. Mit den Koordinatensystemen können die Schüler/innen Paare von reellen Zahlen als Punkte in der Ebene darstellen. Die Schüler/innen sollen außerdem mit Termen und Formeln arbeiten, d.h. Formeln aufzustellen und aus Formeln etwas herauszulesen. Mit Prozentrechnungsaufgaben wird das Aufstellen von Formeln vertieft. Es gibt einen Unterschied beim Schreiben des Prozentzeichens in den beiden Ländern.

In Österreich: $1\% = \frac{1}{100}$, $a\%$ von $b = \frac{a}{100}$ von $b = \frac{a}{100} \cdot b$

In der Türkei: $\%1 = \frac{1}{100}$, $\% a$ von $b = \frac{a}{100}$ von $b = \frac{a}{100} \cdot b$

Beispiele:

- Stelle die folgende Menge auf der Zahlengeraden dar.

$$\text{a) } M = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| \geq 2\} \quad \text{b) } M = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 1| = 0\}$$

Die wichtigsten Regeln zum Gleichungsumformen z.B. Elementarumformungsregeln, Waageregeln und die wichtigsten Regeln zum Umformen von Termen z.B. Klammerauflösungsregeln, Distributivgesetze, Multiplizieren werden wiederholt. Die Schüler/innen üben die Anwendung dieser Regeln, damit sie die Umformungsschritte begründen können.

Beispiele:

- Drücke die gesuchte Variable durch die übrigen Variablen der Formel aus und begründe jeden Schritt mit einer Regel.

$$\text{a) } y(x-1) + y \cdot x = 3y, \quad x=? \quad \text{b) } \frac{1}{r} - \frac{1}{s} = 1, \quad r=?$$

(vgl. Kandl/Malle/Ramharter/Ulovec 2005, S.40-71).

In der Türkei stehen Natürliche Zahlen, Ganze Zahlen, Modulare Arithmetik, Rationale Zahlen, Reelle Zahlen, Absolute Werte, Potenzen, Wurzeln, Proportionalität und

Textaufgaben-Probleme unter der Überschrift „Zahlen“ (vgl. www30, S.67-69). Die Potenzen und Wurzeln werden unter der Überschrift „Potenzen, Wurzeln und Logarithmen“ erläutert. Die Ziele im türkischen Lehrplan werden so gegliedert, dass die Schüler/innen Grundfähigkeiten im Zahlenbereich kennen und anwenden können sollen. Die Schüler/innen können die natürlichen Zahlen in verschiedenen Basen schreiben und in unterschiedlichen Basen rechnen.

Beispiele:

- $(134)_x = 58 \quad x = ?$
- $(33)_5 \cdot (101)_2$. Schreiben Sie das Ergebnis im Oktalsystem an (www30, S.93/94).

Die Primzahlen werden auch gelehrt und die Anzahl der positiven Teiler einer Zahl berechnet. Solche ähnliche Aufgaben werden gelöst:

Beispiele:

- $70! = k \cdot 7^m \cdot 5^n \quad k, m, n \in \mathbb{N}$. Welchen höchsten Wert kann $(m + n)$ annehmen?
- $72a^2 = b^3 \quad a, b \in \mathbb{N}$. Welchen kleinsten Wert können a und b annehmen? (vgl. www30, S.95).

Die Teilbarkeitsregeln für Ganze Zahlen werden mit 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 11, 15 und 18 formuliert und begründet.

Beispiel:

- Die Zahl $3a15b$ dividiert durch 45. Bestimmen Sie $a + b$.

Die Schüler/innen sollten das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV) und den größten gemeinsamen Teiler (ggT) zweier oder mehrerer Zahlen berechnen.

Beispiele:

- Welche Zahl soll man von 240 abziehen, damit die Differenz durch 3, 5 und 9 ohne Rest dividierbar ist?

- Mustafa hilft seinem Vater beim Schneiden von Regalen, die sie an die Wand hängen möchten. Wie viele Regale können sie im Format 12 cm x 16 cm erhalten, wenn das Holzstück 48 cm x 72 cm ist?
(vgl. www30, S.96/97).

Die Schüler/innen sollen mit den ganzen Zahlen addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren können.

Der Begriff „Modulare Arithmetik“ wird erklärt und folgende Definition gegeben:

Definition: Seien $x, y \in \mathbb{Z}$ und $m \in \mathbb{Z}^+$. Ist $x - y$ ist teilbar durch m , dann heißen x und y kongruent modulo m und wird geschrieben als $x \equiv y \pmod{m}$.

D.h. $x \equiv y \pmod{m} \Leftrightarrow m | (x - y)$.

Die rationalen und irrationalen Zahlen werden erläutert und mit unterschiedlichen Aufgaben vertieft.

Beispiele:

- $\frac{60x-225}{3x}$ Wie viele Zahlen gibt es für x , die diesen Term ganzzahlig machen?
- $\frac{2}{5} < \frac{x}{6} < \frac{8}{9}$ Wie viele natürliche Zahl für x gibt es?
- $A = (-5, 3]$ und $B = [1, \infty)$. Tragen sie die Zahlen, die sich in diesen beiden Intervallen befinden auf einem Zahlenstrahl ein. Finden Sie durch diese Darstellung $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$ und $B \setminus A$.

Als weiteres Ziel wird der Betrag der Zahlen erklärt und die folgenden Eigenschaften werden angegeben:

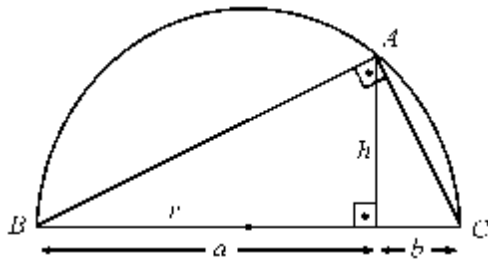
Seien $x, y \in \mathbb{R}$ und $a, b \in \mathbb{R}^+$

$$|x| = a \Rightarrow (x = a \vee x = -a) \quad |x| \geq 0 \quad -|x| \leq x < |x| \quad |x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$$

$$|x| \geq a \Leftrightarrow (x \geq a \vee x \leq -a) \quad ||x| - |y|| \leq |x + y| \leq |x| + |y| \quad |x \cdot y| = |x| \cdot |y|$$

Beispiele:

- $||x + 3| - 2| = 1$ Lösungsmenge?
- $|2x - 3| \leq |2x + 1|$ Lösungsmenge?



Mit dieser Abbildung wird das Thema „Proportionalität“ begonnen. Der Durchmesser dieses Halbkreis ist $a + b$. Die Höhe h des Dreiecks ABC und der Radius r des Halbkreises werden gefunden. Dadurch werden die Beziehungen zwischen a , b , h und der Radius erklärt.

$h = \sqrt{a \cdot b}$ h ist das geometrische Mittel von a und b .

$r = \frac{a+b}{2}$ r ist das arithmetische Mittel von a und b .

Ihre Eigenschaften werden gezeigt und Textaufgaben mit direkter und indirekter Proportionalität werden gelöst. Auch werden verschiedene Anwendungen von Textaufgaben wie Altersprobleme, Zinsberechnungen, Prozentrechnungen, Bewegungsaufgaben gelöst.

Beispiele:

- Wie viel kostet die Ware, wenn sie zuerst um 10 % und später um 20 % reduziert wurde?
- Ein Auto fährt $\frac{1}{3}$ eines Weges mit der Geschwindigkeit v und den Rest des Weges mit $2v$. Es fährt diesen ganzen Weg insgesamt in 6 Stunden. Wie viele Stunden hätte es gebraucht, wenn es den ganzen Weg mit der Geschwindigkeit v gefahren wäre?

(vgl. www30, S.98-110).

4.3.2 Gleichungen, Gleichungssystem und Ungleichungen

In Österreich wird in der neunten Schulstufe mit Gleichungen und Gleichungssystemen gearbeitet. Zuerst wird mit linearen Gleichungen der Form $a \cdot x + b = 0$ mit $a \neq 0$ begonnen

Die Schüler/innen können eine solche Gleichung auch näherungsweise grafisch lösen. Die aus der Unterstufe bekannten Lösungsmethoden für lineare Gleichungssysteme in zwei Unbekannten, die Substitutionsverfahren, Eliminationsverfahren, werden wiederholt. Dann lernen die Schüler/innen Quadratische Gleichungen und Quadratische Funktionen.

Satz: Eine quadratische Gleichung $x^2 + px + q = 0$ mit $p, q \in \mathbb{R}$ und der Diskriminante

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q \text{ hat}$$

- zwei reelle Zahlen als Lösungen, wenn $D > 0$,
- genau eine reelle Zahl als Lösung, wenn $D = 0$,
- keine reelle Zahl als Lösung, wenn $D < 0$.

Falls $D \geq 0$, gilt:

$$x^2 + px + q = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Bei den quadratischen Funktionen werden die Graphen von Funktionen f mit $f(x) = ax^2 + bx + c$ betrachtet und damit grafisch quadratische Gleichungen gelöst (vgl. Kandl/Malle/Ramharter/Ulovec 2005, S.152-167).

Beispiele:

- Löse und führe die Probe durch.

$$\text{a) } \begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ 5x + y = 2 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x - 4y - 22 = 0 \\ 5x + 2y - 15 = 0 \end{cases}$$

- Löse die Gleichung.

$$\text{d) } 4x^2 - 7x - 15 = 0$$

$$\text{b) } 3x(2x - 1) + 2x(3x - 1) = 7$$

Bei diesem Themenbereich werden die Ziele des österreichischen Lehrplans – wie folgt – aufgezählt:

- Lösen von linearen und quadratischen Gleichungen in einer Variablen
- Lösen von linearen Gleichungssystemen in zwei Variablen, Untersuchen der Lösbarkeit dieser Gleichungssysteme, geometrische Interpretation

- Anwenden der oben genannten Gleichungen und Gleichungssysteme auf einer- und außermathematische Probleme (www29, S.4).

In Österreich wird in der sechsten Klasse mit den Gleichungen, Ungleichungen und Gleichungssystemen weitergearbeitet. Die Schüler/innen lernen die wichtigsten Rechenregeln zum Umformen von Ungleichungen kennen. Die bekannten Lösungsmethoden für lineare Gleichungssysteme in zwei Variablen werden auf lineare Gleichungssysteme in drei Variablen erweitert (vgl. Kandl/Malle/Ramharter/Ulovec 2005, S.33-40).

Beispiele:

- Löse mit dem Substitutionsverfahren.

$$\text{a) } \begin{cases} 10x + 3y - 5z = -0,5 \\ 5x + 10y = -15 \\ 5x + 9y = -16,5 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 10x + 3z = -3 \\ 5y = 0 \\ 2x = -12 \end{cases}$$

Nach dem Lehrplan sind die Ziele:

- Arbeiten mit einfachen Ungleichungen (Abschätzungen, Umformungen, Fallunterscheidungen)
- Lösen von linearen Gleichungssystemen mit drei Gleichungen in drei Variablen
- Kennenlernen von Näherungsverfahren zum Lösen von Gleichungen (www29, S.4).

Die Gleichungen und Gleichungssysteme werden in der Türkei in der sechsten Klasse behandelt (vgl. www30, S.118/119). Die Linearen Gleichungen mit zwei Variablen, Ungleichungen, Rechenregeln für Ungleichungen und Quadratische Funktionen werden den Schüler/innen gelehrt. Die Schüler/innen sollen nach dem türkischen Lehrplan folgende Fähigkeiten besitzen:

- Rechnen und Interpretieren der Lösungsmenge der lineare Gleichungen mit zwei Variablen
- Berechnen der kleinsten und der größten Werte der Funktion $f(x) = ax^2 + bx + c$
- Die Funktionen $f(x) = ax + b$ und $f(x) = ax^2 + bx + c$ grafisch darstellen können
- Mit Rechenregeln die Gleichungssysteme lösen.
- Bestimmen der Lösungsmenge von Ungleichungsketten

Beispiele:

- Löse die Gleichung

a) $x - \sqrt{3 - x} = 1$

b) $(x^2 - 2x)^2 - 11(x^2 - 2x) + 24 = 0$

- Finde die Lösungsmenge.

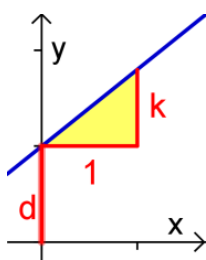
a) $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x^2 - y^2 - 2xy = 7 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x^2 - 2y^2 + 3x + 4 = 0 \\ y^2 - 2x - 2 = 0 \end{cases}$

(vgl. www30, S.139-146).

4.3.3 Funktionen und Reelle Funktionen

Im österreichischen Lehrplan ist das Thema Funktionen in der fünften Schulstufe und Reelle Funktionen mehr in der sechsten Schulstufe zu finden (vgl. www29, S.4/5). Die Schüler/innen beginnen in der fünften Klasse den Begriff der „reellen Funktion“ zu verstehen und dann Funktionsgraphen zu interpretieren. Mit den linearen Funktionen und einigen nichtlinearen Funktion wird weitergearbeitet. Die Schüler/innen lernen das, was sie in der Unterstufe über direkte Proportionalität gelernt haben, in der Sprache der Funktionslehre beschreiben. Sie lernen die direkte Proportionalitätsfunktion, die dann nachher als lineare Funktion verallgemeinert wird.



Die Steigung einer linearen Funktion wird gelernt, also f ist eine lineare Funktion mit $f(x) = k \cdot x + d$, wobei die Zahlen k und d eine Bedeutung haben. Dieses Gelernte wird in verschiedenen Situationen z.B. als Zeit-Ort-Funktion, Kosten- und Gebührenfunktionen angewandt.

Einige nichtlineare Funktionen werden auch indirekte Proportionalitätsfunktion genannt und weitere wichtige Typen von nichtlinearen Funktionen z.B. Potenzfunktion, Reziproke Funktionen, abschnittsweise definierte Funktionen und Sprungfunktionen kennengelernt.

Beispiele:

- Zeichne den Graphen der folgenden Funktionen.

a) $f: [-2; 2] \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = x^2 - 1$ b) $f: [1; 4] \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$

- Es sollen Schweizer Franken in Euro umgewechselt werden. Es sei $E(F)$ der Eurobetrag, den man für den Frankenbetrag F bekommt. Dabei ist $E(F)$ zu F direkt proportional.

- 1) Drücke dies durch eine Gleichung zwischen $E(F)$ und F aus.
- 2) Was gibt der Proportionalitätsfaktor dieser Gleichung an?
- 3) Was gibt der Kehrwert dieses Proportionalitätsfaktors an?
- 4) Ermittle im Internet den aktuellen Umrechnungskurs von Euro in Franken und bestimme daraus den Proportionalitätsfaktor.
Für wie viele Franken bekommt man 1500 €?

(vgl. Kandl/Malle/Ramharter/Ulovec 2005, S.105-149).

Im Lehrplan werden folgende Ziele aufgezählt:

- *Beschreiben von Abhängigkeiten, die durch reelle Funktionen in einer Variablen erfassbar sind (mittels Termen, Tabellen und Graphen), Reflektieren über den Modellcharakter von Funktionen*
- *Beschreiben und Untersuchen von linearen und einfachen nichtlinearen Funktionen (z.B. a/x , a/x^2 , $ax^2 + bx + c$, abschnittsweise definierte Funktionen)*
- *Untersuchen von Formeln in Hinblick auf funktionale Aspekte, Beschreiben von direkten und indirekten Proportionalität mit Hilfe von Funktionen*
- *Arbeiten mit Funktionen in anwendungsorientierten Bereichen (www29, S.4).*

In der sechsten Klasse wird mit Funktionen unter dem Kapitel Reelle Funktionen weitergearbeitet. Die Schüler/innen sollen verstehen, was das Steigen bzw. Fallen einer Funktion bedeutet, d.h. Begriffe wie monoton steigend, monoton fallend, streng monoton steigend und streng monoton fallend von einer Funktion. Bei der Untersuchung von Funktionen werden jene Stellen genauer beschrieben, an denen eine Funktion einen größten bzw. kleinsten Wert annimmt. Die Globale Extremstellen und Lokale Extremstellen werden

angegeben. Danach werden die schon bekannten Funktionstypen, die Potenzfunktionen und Polynomfunktionen dargestellt (vgl. Kandl/Malle/Ramharter/Ulovec 2005, S.44-54).

Beispiele:

- Begründe: Ist die Funktion f streng monoton fallend in M , dann ist f monoton fallend in M .
- Ermittle die Extremstellen der Funktion f im angegebenen Intervall.

a) $f(x) = 2x^2 - 12x + 17$, $[1; 5]$ b) $f(x) = 3x^2 + 6x + 1$, $[-1; 1]$

Folgende Aufgaben sollen für die Reelle Zahlen im Lehrplan beherrscht werden:

- Definieren, Darstellen und Untersuchen von Potenzfunktionen, von Exponential- und Logarithmusfunktionen sowie von Winkelfunktionen (Bogenmaß)
- Untersuchen von Eigenschaften reeller Funktionen (Monotonie, globale und lokale Extremstellen, Symmetrie, Periodizität) und von Beziehungen zwischen Funktionen (Umkehrfunktionen)
- Beschreiben von Änderungen durch Änderungsmaße (absolute und relative Änderung, Differenzenquotient)
- Anwenden von Funktionen zur Beschreibung kontinuierlicher Prozesse, Vergleichen von Modellen, Erkennen der Grenzen von Modellbildungen
- Kennenlernen von Verallgemeinerungen des Funktionsbegriffs
- Verkettung von Funktionen (www29, S.4/5).

Das Thema „Funktionen“ wird in der Türkei in der fünften und in der achten Klasse bearbeitet (vgl. www30, S.67/68 und S.119). In der sechsten Klasse werden die quadratischen Funktionen und ihre Graphen unter der Überschrift „Ungleichungen und Gleichungssysteme“ untersucht, wie es schon erwähnt wurde. Die Schüler/innen lernen das Kreuzprodukt zweier Mengen und seine Eigenschaften kennen und anhand der Beispiele verstehen.

Eigenschaften:

- $s(A \times B) = s(A) \cdot s(B)$,
- $A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$,
- $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

Beispiel:

- $A=\{1,2,3,4\}$, $B=\{2,3,4,5,6\}$ und $C=\{3,4,5,6,7,8\}$. Berechne die Anzahl der Mengenelemente, $s(A \times C) \cup (B \times C) = ?$

Danach wird der Begriff „Relation“ erklärt und die Eigenschaften reflexiv, irreflexiv, symmetrisch, antisymmetrisch und transitiv werden gelernt. Die Schüler/innen haben am Ende gelernt, wie der Begriff „Funktion“ mit dem Kreuzprodukt und den Relationen zusammenhängt (vgl. www30, S.82-84).

Beispiele:

- $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 7x - 4$, $g(x) = 2x + 8$ und $f(2a) = g(a) \rightarrow a = ?$

Die Schüler/innen sollen außerdem die Grundeigenschaften der Funktionen, die Injektivität, Surjektivität, Bijektivität und Stetigkeit verstehen. Die Umkehrfunktion, Verkettung und Verknüpfung der Funktionen folgen anschließend. Nach dem Lehrplan sollen die Schüler/innen folgende Rechnungen lösen und verstehen:

$f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zwei Funktionen werden gegeben,

- $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$
- $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, ($g(x) \neq 0$)
- $f^{-1}(x)$
- $f \circ g(x)$ und $g \circ f(x)$

Beispiele:

- $f(x) = x^3 - 1$ und $g(x) = x^2 + x + 1$. $(f + g)(x) = ?$ $(f - g)(x) = ?$
 $(f \cdot g)(x) = ?$ $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = ?$
- $f(x) = \frac{3x-1}{2}$ und $g(x) = -2x + 3$. $(f \circ g)(x) = ?$ $(g \circ f)(x) = ?$ und
 $(f \circ g^{-1})(x) = ?$
- $f(x) = 2x + 1$ und $(g \circ f)(x) = 4x^2 - 6x + 5 \rightarrow g(x) = ?$

In der Türkei werden in der achten Schulstufe die Funktionen zuerst wiederholt und dann vertieft. Monotonie und Extremstellen von Funktionen werden erklärt und die Graphen gezeichnet und interpretiert. Die Schüler/innen können auch den Graph von Sprungfunktionen zeichnen.

Beispiele:

- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, Zeichne den Graphen der Funktion f .

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} x^2 & , x \leq 0 \\ x - 2 & , x > 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } f(x) = |x - 2| + |x - 1| + x$$

(vgl. www30, S.84-92).

4.3.4 Trigonometrie

In Österreich wird Trigonometrie laut dem Lehrplan in der fünften Klasse behandelt und in der sechsten Klasse unter der Überschrift „Winkelfunktionen“ erweitert (vgl. www29, 2.4). Die Schüler/innen lernen, wie man Seitenlängen und Winkelmaße in einem rechtwinkligen Dreieck berechnen kann. Die Berechnung von Sinus, Cosinus und Tangens am Taschenrechner wird auch erklärt. Sinus, Cosinus und Tangens werden auf geometrische und außermathematische Problemstellung angewendet. Wie z.B.: Berechnungen in rechtwinkligen Dreiecken, Berechnungen in allgemeinen Dreiecken, Berechnungen in ebenen Figuren, Berechnungen an Körpern, Steigung einer Straße, Entfernungs- und Höhenmessung, grafische und astronomische Anwendungen und Kräfte und Geschwindigkeiten. Ein weiterer Punkt in der Trigonometrie ist der Zusammenhang zwischen Sinus, Cosinus und Tangens:

Für alle Winkelmaße β mit $0^\circ < \beta < 90^\circ$ gilt:

$$1) \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \tan \beta \quad 2) \sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1$$

$$3) \sin(90^\circ - \beta) = \cos \beta \quad 4) \cos(90^\circ - \beta) = \sin \beta$$

Beispiele:

- Von einem rechtwinkligen Dreieck mit $\gamma=90^\circ$ kennt man die Länge einer Seite und das Maß eines Winkels. Berechne die übrigen Seitenlängen und Winkelmaße des Dreiecks!

$$\text{a) } c = 46,3; \alpha = 71,58^\circ \quad \text{b) } b = 4,2; \beta = 21,8^\circ \quad \text{c) } a = 99,5; \beta = 31,9^\circ$$

- Die Seitenlänge eines regelmäßigen Fünfecks beträgt $a = 50$. Berechne die Länge einer Diagonale und den Flächeninhalt des Fünfecks!
- Berechne $\cos \varphi$ ohne Taschenrechner, wenn a) $\sin \varphi = \frac{3}{5}$; b) $\sin \varphi = \frac{8}{17}$

Mit den Polarkoordinaten lernen die Schüler/innen neue Methoden kennen, Punkte in einem Koordinatensystem anzugeben. Danach werden $\sin \varphi$, $\cos \varphi$ und $\tan \varphi$ auf alle Winkelmaße φ mit $0^\circ < \varphi < 360^\circ$ verallgemeinert und die geometrische Deutung von Sinus und Cosinus erläutert. Ein weiterer Punkt in der Trigonometrie ist die Trigonometrische Flächeninhaltsformel, die für den Flächeninhalt eines Dreiecks verwendet wird:

Die Schüler/innen lernen Berechnungen in beliebigen Dreiecken durchzuführen, ohne diese in rechtwinklige Dreiecke zu zerlegen, wobei sie den Sinussatz und weiters den Cosinussatz verwenden.

Für den Flächeninhalt eines Dreiecks gilt:

$$A = \frac{a \cdot b}{2} \cdot \sin \mu = \frac{a \cdot c}{2} \cdot \sin \beta = \frac{b \cdot c}{2} \cdot \sin \alpha$$

Beispiele:

- Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks.
 $\text{a) } a = 6; b = 4; \gamma = 30^\circ \quad \text{b) } b = 23,5; c = 5,2; \alpha = 81^\circ$
- Berechne die übrigen Seitenlängen und Winkelmaße des Vierecks.
 $\text{a) } a = 5; b = 5,5; c = 6; d = 4; \alpha = 85^\circ$

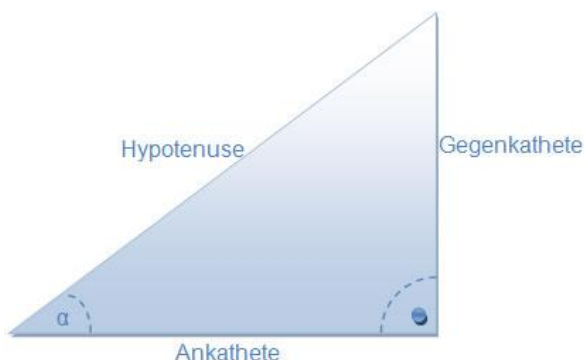
(vgl. Kandl/Malle/Ramharter/Ulovec 2005, S.72-103).

Folgende Ziele sollen nach dem Lehrplan von den Schüler/Innen erreicht werden:

- Definieren von $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\tan \alpha$ für $0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$
- Durchführen von Berechnungen an rechtwinkligen und allgemeinen Dreiecken, an Figuren und Körpern (auch mittels Sinus- und Cosinussatz)
- Kennenlernen von Polarkoordinaten (www29, S.4).

Zum Themenbereich „Reelle Funktionen“ wurde in den vorhergehenden Kapiteln schon gesagt, dass die Schüler/innen in der sechsten Klasse die Winkelfunktionen kennenlernen. Das Bogenmaß und die Drehbewegungen werden gelehrt und weiterhin drei wichtige Funktionen die Sinus-, Cosinus- und Tangensfunktion vertiefend erklärt (vgl. Kandl/Malle/Ramharter/Ulovec 2005, S.88-96).

In der Türkei beginnt das Thema „Trigonometrie“ nach dem Lehrplan wie auch in Österreich in einem rechtwinkligen Dreieck. Auf diesem Dreieck werden die Ankathete, Gegenkathete und die Hypotenuse verdeutlicht und die Definitionen, die für die Trigonometrie ganz wichtig sind, angegeben:

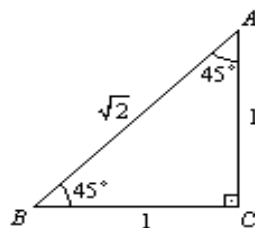
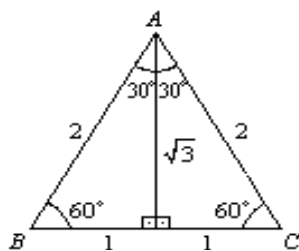


$$\cos \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$

Dabei legt man großen Wert auf die Winkel 30° , 45° und 60° um von diesen Sinus, Cosinus und Tangens zu berechnen. Für diese Winkel sind folgende Dreiecke ganz wichtig, auf denen die Schüler/innen die Werte von Sinus und Cosinus selber finden müssen:



$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos 60^\circ = \frac{1}{2}, \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Die Schüler/innen werden auch darauf aufmerksam gemacht, wie die Winkelfunktionen miteinander zusammenhängen:

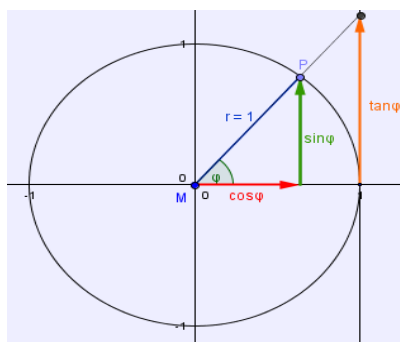
- $\sin(90^\circ - \varphi) = \cos \varphi$
- $\cos(90^\circ - \varphi) = \sin \varphi$

Die Schüler/innen sollten in der Lage sein, die anderen Werte zu berechnen, wenn nur ein trigonometrischer Wert angegeben ist.

Beispiel:

- $0 < x < \frac{\pi}{2}$ und $\tan x = \frac{1}{3}$ werden gegeben. Berechne $\cos x$!

Ein weiterer Punkt, der im türkischen Lehrplan zu finden ist, sind das Bogenmaß und die Drehbewegungen. Die Umrechnungen von Grad in Bogenmaß bzw. umgekehrt werden erklärt. Der Einheitskreis wird gezeichnet und auf diesem Kreis werden die Winkelfunktionen angedeutet. Mit dem Einheitskreis werden trigonometrische Funktionen fortgesetzt und Folgendes betont:



$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \quad \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\tan x \cdot \cot x = 1 \quad \sec x = \frac{1}{\cos x}$$

$$\csc x = \frac{1}{\sin x} \quad 1 + \tan^2 x = \sec^2 x \quad 1 + \cot^2 x = \csc^2 x$$

Damit sollen die Schüler/innen z.B. zeigen, dass folgende Gleichung gilt: $\frac{1+\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{1+\sin x} = 2\sec x$. Ein weiteres Ziel in der sechsten Klasse laut Lehrplan ist, dass Sinus-, Cosinus- und Tangensfunktion mit den Eigenschaften vertieft werden. Die Schüler/innen sollen die und trigonometrischen Funktionen zeichnen und die Umkehrung der trigonometrischen Funktionen erläutern. Wie in Österreich wird mit den Eigenschaften z.B. Schranken, Monotonie, Symmetrie, Beziehungen zwischen Sinus und Cosinus, Additionstheoreme, Sinus- und Cosinussätze weitergearbeitet.

Beispiele:

- $8x = \frac{3\pi}{2} \rightarrow \frac{\sin 7x + \sin 5x}{\cos 3x + \cos x} = ?$
- $\frac{\sin(\frac{\pi}{2} - x)}{1 + \tan(\pi - x)} + \frac{\cos(\frac{3\pi}{2} + x)}{1 + \tan(\frac{3\pi}{2} + x)} = ?$

In der Türkei lernen die Schüler/innen den Flächeninhalt eines Dreiecks außer der trigonometrischen Flächeninhaltsformel durch folgende Formel:

Gegeben sind die Seiten eines Dreiecks a, b, c und der Umkreisradius

R und $u = \frac{a+b+c}{2}$: (Die Länge des Umfangs durch zwei wird in der Türkei als „u“ bezeichnet. Nicht mit dem Umfang verwechseln!)

$$A = \sqrt{u \cdot (u - a) \cdot (u - b) \cdot (u - c)} \quad A = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}$$

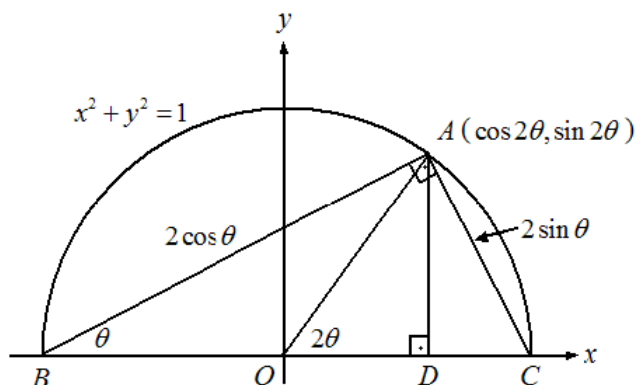
In der Türkei werden außerdem $\sin 2\theta$ und $\cos 2\theta$ durch diese Abbildung gezeigt:

Die Dreiecke ABC und DAC sind ähnlich, so folgt:

$$\frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|DA|}{|AC|} \Rightarrow \frac{2\cos\theta}{2} = \frac{\sin 2\theta}{2\sin\theta} \Rightarrow \sin 2\theta = 2 \sin\theta \cdot \cos\theta$$

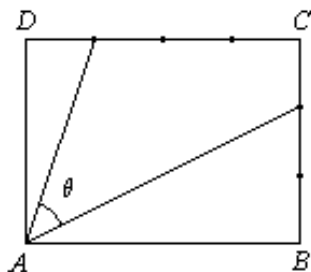
Die Dreiecke ABC und DBA sind ähnlich, so folgt:

$$\frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|DB|}{|BA|} \Rightarrow \frac{2\cos\theta}{2} = \frac{1+2\cos\theta}{2\cos\theta} \Rightarrow \cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta - 1$$



Beispiele:

- $\tan x = 2 \rightarrow \sin 2x = ?$ und $\cos 2x = ?$
- $\frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x} = ?$



- Das Rechteck ABCD wird gegeben.

$$3|AB|=4|BC| \rightarrow \tan \theta = ? \quad \sin 2\theta = ?$$

$$\text{Und } \cos \frac{\theta}{2} = ?$$

Schließlich werden in der sechsten Klasse Trigonometrische Gleichungen eingeführt.

(vgl. www30, S.155-176).

4.3.5 Potenzen, Wurzeln, Logarithmen

In Österreich werden in der sechsten Klasse nach dem Lehrplan Potenzen, Wurzeln und Logarithmen gelehrt (vgl. www29, S.4). Bei den Potenzen mit natürlichen Zahlen als Exponenten lernen die Schüler/innen die Verallgemeinerung, die sie schon aus den Zehnerpotenzen kennen. Also $10^2 = 10 \cdot 10$, $10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10$ usw. Durch dieses Wissen werden Potenzen allgemein definiert: Ist $a \in \mathbb{R}$ und $n \in \mathbb{N}^*$, dann setzt man: $a^n = a \cdot a \cdot \dots \cdot a$. Danach werden die folgende Definition und folgende Sätze besprochen:

Definition: Für alle $a \in \mathbb{R}^*$ und alle $n \in \mathbb{N}^*$ setzt man:

$$(1) a^0 = 1 \quad (2) a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Satz: Für alle $a, b \in \mathbb{R}^*$ und alle $m, n \in \mathbb{Z}$ gilt:

$$(1) a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad (2) \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad (3) (a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Satz: Für alle $a, b \in \mathbb{R}^*$ und alle $n \in \mathbb{Z}$ gilt:

$$(1) (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n \quad (2) \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Weiters werden die verschiedenen Aufgaben dazu gelöst (vgl. Kendl/Malle/Ramharter/Ulovec 2005, S.6-16).

Beispiel:

- Vereinfache und stelle das Ergebnis mit positiver Hochzahl dar:

a) $(n^3 + n^2 + n^{-1}) \cdot 2n^{-1}$

b) $(x^2 y^{-3})^2 \cdot (x^{-3} y^2)^2$

- Stelle als Potenz dar:

a) $a^{-k} \cdot a^{n-k}$

b) $\frac{(x^{n+1})^{-2}}{x^{-n+1}}$

- Stelle als Produkt von zwei Potenzen dar:

a) $(r^{2m+3n} s^{2n-3m}) \cdot (r^{3m-2n} s^{3m})$

b) $(yx^m)^{-n}$

Der Begriff „Quadratwurzel“ wird beim Thema „Wurzeln“ verallgemeinert und ebenfalls fortgesetzt. Die Schüler/innen lernen das teilweise Wurzelziehen, unter eine Wurzel bringen, Wurzelfreimachen des Nenners und auf gleichen Wurzelexponenten bringen. Die Potenzen werden abermals verallgemeinert, indem rationale Hochzahlen und beliebige reelle Hochzahlen zugelassen werden. Ein weiterer Punkt im österreichischen Lehrplan ist das Lösen von Logarithmengleichungen. Die Definition von Logarithmus lautet:

Die (eindeutige bestimmte) Lösung der Gleichung $a^x = b$ (mit $a, b \in \mathbb{R}^+$ und $a \neq 1$) heißt Logarithmus von b zur Basis a oder kurz a -Logarithmus von b , geschrieben ${}^a \log b$.

Es gilt also: Der Logarithmus von b zur Basis a ist jene Hochzahl, mit der man a potenzieren muss, um b zu erhalten. Die wichtigsten Rechenregeln für Logarithmen sind weiters in folgendem Satz zusammengefasst:

Für alle mit $a \in \mathbb{R}^+$ und $a \neq 1$ und alle $x, y \in \mathbb{R}^+$ gilt:

1) ${}^a \log(x \cdot y) = {}^a \log x + {}^a \log y$

2) ${}^a \log \frac{x}{y} = {}^a \log x - {}^a \log y$

3) ${}^a \log(x^y) = y \cdot {}^a \log x$

Dies sollen mit den Grundaufgaben veranschaulicht werden.

Beispiele:

- Ermittle: a) ${}^4\log \frac{1}{64}$ b) ${}^3\log \sqrt{3}$.
- Schreibe die folgende Gleichung in logarithmischer Form an:
a) ${}^2\log 0,25 = -2$ b) ${}^3\log x = y$
- Vereinfache aufgrund der Rechenregeln für Logarithmen:
a) ${}^{10}\log(x-y)^2 - {}^{10}\log(x-y)$ b) ${}^{10}\log \frac{x}{y} + {}^{10}\log y$

Unter dem Kapitel „Logarithmen“ werden Exponentialgleichungen gelöst.

Beispiele:

- Für welche $x \in \mathbb{R}$ gilt näherungsweise $5^{2x-1} = 30$?
- Drücke den folgenden Logarithmus durch einen Zweierlogarithmus aus:
 ${}^4\log x$
(vgl. Kandl/Malle/Ramharter/Ulovec 2005, S.16-30).

Folgende Kompetenzen sollen dabei nach dem österreichischen Lehrplan entwickelt werden:

- Definieren von Potenzen mit natürlichen, ganzen, rationalen und reellen Exponenten, Definieren von Wurzeln und Logarithmen
- Formulieren und Beweisen von Rechengesetzen für Potenzen, Wurzeln und Logarithmen; Umformen entsprechender Terme (www29,S.4).

In der Türkei stehen „Potenzen und Wurzeln“ nach dem Lehrplan in der fünften Klasse unter dem Kapitel „Zahlen“ (vgl.www30, S.69). Der Logarithmus wird in der siebenten Klasse eingeführt (vgl.www30, S.179). Im Themenbereich der Potenzen lernen die Schüler/innen wie in Österreich allgemeine Definitionen und die Eigenschaften. Alle Definitionen werden mit Beispielen erläutert:

Beispiele:

- $3^4 \cdot 3^2 = (3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3) = 3^6$
- $(\frac{1}{3})^2 \cdot (\frac{1}{3})^3 = (\frac{1}{3})^5$

Dann werden die Eigenschaften dargestellt:

Seien $a, b \in \mathbb{R}$ und $m, n \in \mathbb{Z}^+$. Dann gilt:

- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
- $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad (a \neq 0)$
- $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \quad (b \neq 0)$

Mithilfe dieser Eigenschaften sollen die Schüler/innen folgende Rechnungen durchführen.

Beispiel:

- $3^{-x} = a$ und $2^x = b$ werden gegeben. Drücken sie 144^{2x} durch a und b aus.
- Vereinfache und stelle das Ergebnis dar:

a) $\frac{b \cdot a^{-3}}{a^{-5} \cdot b^{-1}}$ b) $(a^{-3}b^3)^2 \cdot (a^3b^{-2})^{-3}$

Die Äquivalenz der Potenzen im türkischen Lehrplan wird so definiert:

- Seien $a \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$

$$a^m = a^n \Leftrightarrow m = n$$

- Seien $n \neq 0$ und $a, b \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$

$$a^n = b^n \Rightarrow \begin{cases} a = b & , n \text{ ist ungerade} \\ a = \pm b & , n \text{ ist gerade} \end{cases}$$

Beispiele:

- Löse die Gleichung: $2^x - 3 \cdot 2^{x-1} + 5 \cdot 2^{x+1} = 76$
- Bestimme den Wert von x : $(0,125)^{1-x} = 16^{2x+3}$

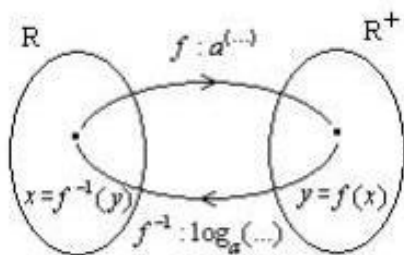
Laut dem türkischen Lehrplan in der fünften Klasse sollte man unter dem Kapitel „Wurzel“ folgendes können:

- Definition von Wurzel und Mithilfe ihrer Eigenschaften Aufgaben lösen.
- Der Zusammenhang zwischen Wurzeln und Potenzen erkennen.

z.B. $\sqrt{a^2} = a^{1/2}$ (vgl. www30, S.111-113).

Der Themenbereich „Logarithmus“ wird in der siebten Klasse eingeführt. Zuerst wird die Exponentialfunktion definiert und gezeigt, dass die Exponentialfunktion bijektiv und surjektiv ist. Deshalb existiert die Umkehrfunktion der Logarithmus und wird so dargestellt:

Exponentialfunktion



Logarithmusfunktion

Mithilfe dieser Abbildung wird die Äquivalenz

$$y = a^x \Leftrightarrow x = \log_a y \text{ gezeigt.}$$

Später werden solche Aufgaben gelöst:

$$125 = 5^3 \Rightarrow \log_5 125 = ? \quad 0,001 = 10^{-3} \Rightarrow \log_{10} 0,001 = ?$$

$$1 = 4^0 \Rightarrow \log_4 1 = ?$$

Die Funktionen $y = a^x$ und $y = \log_a x$ werden gezeichnet und es wird betont, dass die beiden Funktionen symmetrisch zur Geraden $y = x$ sind. Die folgenden Eigenschaften werden aufgezählt:

Seien $a, c \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$, $m, n \in \mathbb{R}$ und $x, y \in \mathbb{R}^+$

- $\log_a a = 1$ und $\log_a 1 = 0$
- $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \cdot \log_a x$
- $\log_a x = \frac{\log_c x}{\log_c a}$
- $\log_{a^n} x^m = \frac{m}{n} \log_a x$, $n \neq 0$
- $a^{\log_a x} = x$

Außerdem findet man im Lehrplan einige Aufgaben zum Thema.

Beispiele:

- Sei $\log_{12} 4 = a$. Drücken sie $\log_{18} 108$ durch a aus.
- Wie viele Stellen hat 700^{70} , wenn $\log 7 = 0,8451$ ist?
- Seien $\log 3,65 \cong 0,5623$. Berechnen Sie $\log 365000$.

Schließlich werden die Exponentialgleichungen und Logarithmusgleichungen eingeführt.

Beispiele:

- $\log_2(x - 1) + \log_2(3x + 1) = 6$. Finden Sie die Lösungsmenge dieser Gleichung.
- $\log xy^3 = 3$ und $\log \frac{x^2}{y} = -8$ wird gegeben. Finden Sie (x, y) .
- $\log(x - 3) - 2 \log 5 < -2$ Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Ungleichung.

(vgl. www30, S.197-212).

4.3.6 Folgen

In Österreich werden nach dem Lehrplan in der sechsten Klasse Folgen und Reihen gelehrt (vgl. www29, S.4). Die Schüler/innen lernen zuerst einige grundlegende Begriffe in Bezug auf Folgen wie z.B. Glieder der Folge, endliche Folge und unendliche Folge kennen. Bei den beschränkten Folgen lernen die Schüler/innen wichtige Begriffe, nämlich obere bzw. untere Schranke und nach oben bzw. nach unten beschränkte Folgen kennen. Bei den monotonen Folgen sollten sie wissen, was monoton steigend bzw. fallend, streng monoton steigend bzw. fallend heißen.

Beispiele:

- Untersuche, ob die Folge $(a_n | n \in \mathbb{N}^*)$ (streng) monoton steigend, (streng) monoton fallend oder nicht monoton ist.

$$\text{a) } a_n = 3 - n \quad \text{b) } a_n = 1 - n^2 \quad \text{c) } a_n = \frac{n+1}{n}$$

In Österreich wird der Grenzwert (Limes) noch in dieser Schulstufe beim Thema Folgen definiert. Wie man den Grenzwert ausrechnet, erkläre ich schrittweise mit einem Beispiel:

Beispiel: Ermittle den Grenzwert der Folge $\left(\frac{n^2+1}{3n^2+2} | n \in \mathbb{N}^*\right)$.

Lösung: Zuerst werden einige Glieder der Folge berechnet:

$$\left(\frac{n^2+1}{3n^2+2} | n \in \mathbb{N}^*\right) = \left(\frac{2}{5}, \frac{5}{14}, \frac{10}{29}, \frac{17}{50}, \frac{26}{77} \dots\right)$$

Daraus kann man jedoch nicht entnehmen, ob sich die Folge einer bestimmten Zahl unbegrenzt nähert. Man kommt aber weiter, wenn man Zähler und Nenner durch n^2 dividiert:

$$\left(\frac{n^2+1}{3n^2+2}\right) = \left(\frac{1+\frac{1}{n^2}}{3+\frac{2}{n^2}}\right)$$

Da mit wachsenden n sich sowohl $\frac{1}{n^2}$ als auch $\frac{2}{n^2}$ unbegrenzt der Zahl 0 nähert, nähert sich der Zähler unbegrenzt der Zahl 1 und der Nenner unbegrenzt der Zahl 3. Somit gilt:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+1}{3n^2+2} = \frac{1}{3}$$

Der Grenzwert(Limes) der Folge wird so geschrieben:

$$a = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$$

Und so gelesen: a ist der Limes von a_n für n gegen unendlich (vgl. Kandl/Malle/Ramharter/Ulovec 2005, S.121-127).

In der Türkei wird der Grenzwert(Limes) nach dem Lehrplan in der zwölften Schulstufe vor dem Themenbereich „Ableitungen“ dargestellt und vertieft (vgl. www30, S.267).

Die Schüler/innen lernen wichtige Typen von Folgen kennen:

Arithmetische Folgen: (Spezialfall von linearen Funktionen) Eine Folge $(a_n | n \in \mathbb{N}^*)$ mit $a_n = k \cdot n + d$ (mit $k, d \in \mathbb{R}$) heißt arithmetische Folge.

Geometrische Folgen: (Spezialfall von Exponentialfunktionen) Eine Folge $(b_n | n \in \mathbb{N}^*)$ mit $b_n = c \cdot q^n$ (mit $c, q \in \mathbb{R}^*$) heißt geometrische Folge.

Beispiele:

- Ermittle die ersten 5 Glieder und das 20. Glied der arithmetischen Folge $(a_n | n \in \mathbb{N}^*)$:
 - a) $a_n = n+1$
 - b) $a_n = 2 \cdot (1-n)$
- Von einer arithmetischen Folge $(a_n | n \in \mathbb{N}^*)$ kennt man ein Glied und die Differenz k . Berechne a_1 und gib eine Formel für a_n an.
 - a) $a_2 = 3; k = 2$,
 - b) $a_5 = 6,5; k = 1$
- Gibt es eine geometrische Folge mit positiven Gliedern und folgenden Eigenschaften?
Wenn ja, gib eine solche Folge an. Wenn nein, begründe warum nicht.
 - a) Die Folge ist streng monoton steigend und nach oben beschränkt.
 - b) Die Folge ist monoton fallend und nach unten beschränkt.
 - c) Die Folge ist nicht monoton.
 - d) Die Folge ist nach oben beschränkt und konvergent.
 - e) Die Folge ist nach unten beschränkt und divergent.
- Ein sehr großes Papierblatt der Dicke 0,01 mm wird fortlaufend in der Mitte gefaltet und zusammengelegt. Es sei d_n die Dicke des nach n -maligen Falten entstehenden Papierstapels.
 - a) Gib eine Formel für d_n an.
 - b) Wie oft muss das Papierblatt gefaltet werden, damit d_n mindestens 2,5 mm beträgt?

(vgl. Kandl/Malle/Ramharter/Ulovec 2005, S.128-139).

Im Themenbereich Reihen werden Formeln für die Summe der Glieder einer endlichen arithmetischen bzw. geometrischen Folge kennen gelernt. Es wird untergesucht, ob man auch unendliche Folgen eine Summe ihrer Glieder zuordnen kann. Die Summe einer unendlichen geometrischen Reihe wird gezeigt (vgl. Kandl/Malle/Ramharter/Ulovec 2005, S.140-147).

Die Schüler/innen sollen nach dem österreichischen Lehrplan folgende Fähigkeiten in Zusammenhang mit den Folgen besitzen:

- *rekursives und explizites Darstellen von Folgen*
- *Untersuchen von Folgen auf Monotonie, Beschränktheit und Konvergenz, intuitives Erfassen und Definieren des Begriffes Grenzwert*
- *Definieren der Euler'schen Zahl*
- *Arbeiten mit arithmetischen und geometrischen Folgen und Reihen, Erkennen des Zusammenhangs zwischen arithmetischen Folgen und linearen Funktionen sowie zwischen geometrischen Folgen und Exponentialfunktionen*
- *Verwenden von Folgen zur Beschreibung diskreter Prozesse in anwendungsorientierten Bereichen (insbesondere Geldwesen) (www29, S.4).*

Im türkischen Lehrplan werden Folgen unter der Überschrift „Induktive Methode und Folgen“ in der siebten Schulstufe durchgenommen (vgl. www30, S.179/180). Die Schüler/innen lernen durch einige Aufgaben wie sie eine Formel durch die induktive Methode beweisen können.

$\forall n \in \mathbb{N}^+$ gilt:

$P(n) = 1+2+3+\dots+n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$ Beweise diese Formel mithilfe der induktiven Methode!

$n = 1$,

$P(1): 1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2} \Rightarrow 1 = 1 \Rightarrow P(1)$ ist wahr.

$n = k$,

$P(k) = 1+2+3+\dots+k = \frac{k \cdot (k+1)}{2}$. Angenommen ist es wahr.

Wir zeigen für $n = k+1$ gilt:

$$P(k+1) = 1+2+3+\dots+(k+1) = \frac{(k+1) \cdot [(k+1)+1]}{2} = \frac{(k+1) \cdot (k+2)}{2}$$

$$1+2+3+\dots+k = \frac{k \cdot (k+1)}{2}$$

$$\begin{aligned} 1+2+3+\dots+k+(k+1) &= \frac{k \cdot (k+1)}{2} + (k+1) \\ &= \frac{k \cdot (k+1) + 2(k+1)}{2} \end{aligned}$$

$$= \frac{(k+1) \cdot (k+2)}{2} \Rightarrow P(k+1) \text{ ist wahr.}$$

Weil es für $P(k+1)$ wahr ist, ist es auch $\forall n \in \mathbb{N}^+ P(n)$ wahr (vgl. www30, S.231/232).

Das Summensymbol und Produktzeichen werden eingeführt folgende Eigenschaften aufgezählt:

- $\sum_{k=1}^n c = nc, c \in \mathbb{R}$
- $\sum_{k=1}^n (a_k \mp b_k) = \sum_{k=1}^n a_k \mp \sum_{k=1}^n b_k$
- $\sum_{k=p}^n a_k = \sum_{k=p-m}^{n-m} a_{k+m} = \sum_{k=p+m}^{n+m} a_{k-m}$
- $\sum_{k=1}^n a_k = \sum_{k=1}^p a_k + \sum_{k=p+1}^n a_k$
($1 < p < n$)
- $\sum_{k=1}^n c \cdot a_k = c \cdot \sum_{k=1}^n a_k$
- $\prod_{k=1}^n (a_k \cdot b_k) = \prod_{k=1}^n a_k \cdot \prod_{k=1}^n b_k$
- $\prod_{k=1}^n c \cdot a_k = c^n \cdot \prod_{k=1}^n a_k, c \in \mathbb{R}$
- $\prod_{k=1}^n (a_k \div b_k) = \prod_{k=1}^n a_k \div \prod_{k=1}^n b_k$
- $\prod_{k=1}^n c = c^n, c \in \mathbb{R}$
- $\prod_{k=p}^n a_k = \prod_{k=p-m}^{n-m} a_{k+m} = \prod_{k=p+m}^{n+m} a_{k-m}$
- $\prod_{k=1}^p a_k = \prod_{k=1}^p a_k \cdot \prod_{k=p+1}^n a_k$
($1 < p < n$)

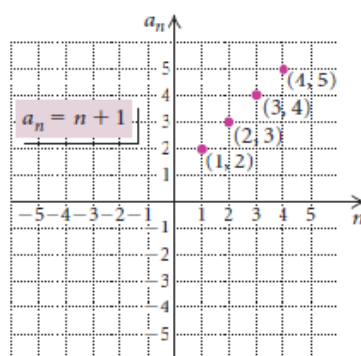
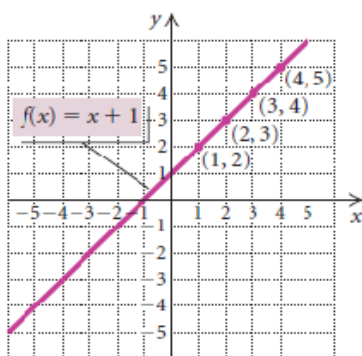
Die Schüler/innen sollten die grundlegenden Summenformeln mit dem Summensymbol anschreiben können.

Beispiel:

Seien $\forall n \in \mathbb{N}^+, 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$

Mit dem Summensymbol zeigen: $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$

$$\Rightarrow \sum_{k=1}^n k = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$



Der Beziehung zwischen Funktion und Folge wird mit diesen zwei Abbildungen veranschaulicht und dadurch wird die Folge

folgendermaßen definiert: $f: \mathbb{N}^+ \rightarrow \mathbb{R}, f(n) = a_n$.

Die Schüler/innen lernen bei den Folgen (a_n) , (b_n) und $c \in \mathbb{R}; (a_n) + (b_n), (a_n) - (b_n)$,

$c \cdot (a_n)$, $(a_n) \cdot (b_n)$ und $n \in \mathbb{N}^+$ und $b_n \neq 0$ (a_n) $\div$ (b_n). Weiters werden steigende, fallende, nicht steigende und nicht fallende Folgen im Koordinatensystem erklärt.

Die arithmetischen und geometrischen Folgen werden mit ihren Eigenschaften fortgesetzt.

Beispiele:

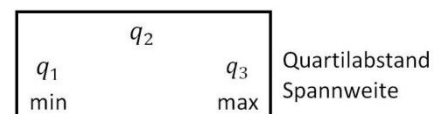
- Seien (a_n) arithmetische Folge, $a_5 = 17$ und $a_8 = 26$, $a_{15} = ?$
- Berechne die ersten 20 Glieder, wenn bei dieser arithmetischen Folge (a_n) $a_3 = 5$ und $a_{11} = 21$ bekannt sind.
- Eine Bakterienkultur verdoppelt sich pro $\frac{1}{2}$ Stunde. Wie viele Bakterien gibt es nach 8 Stunden, wenn am Anfang 200 Bakterien vorhanden sind?

(vgl. www30, S.233-239).

4.3.7 Stochastik

In Österreich wird nach dem Lehrplan das Thema „Stochastik“ in der sechsten, siebten und achten Schulstufe behandelt (vgl. www29, S.5/6). Unter der Überschrift „Beschreibende Statistik“ lernen die Schüler/innen die grundlegenden Begriffe bezüglich der Erhebung, Auswertung und Darstellung von Daten. Sie arbeiten mit dem arithmetischen Mittel, dem Modus und dem Median, um damit man die „Mitte“ einer Datenliste zu beschreiben. Auch mit den weiteren Kennzahlen; Quartile, Quartilabstand, Fünzfahlezzusammenfassung und Spannweite werden die Datenmengen beschrieben.

Fünzfahlezzusammenfassung: Die fünf markanten Werte $\min$, q_1 , q_2 , q_3 und $\max$ einer geordneten Liste können in nebenstehender Weise zusammengefasst. Zusätzlich werden der Quartilabstand und die Spannweite angegeben.



(In einer geordneten Liste: q_2 ist Median; q_1 ist der Median, die für die Zahlen vor q_2 gebildet werden, q_3 ist der Median, die für die Zahlen nach q_2 gebildet werden, $\min$ ist die kleinste Zahl und $\max$ die größte.)

Die Definition der empirischen Standardabweichung wird gegeben, dadurch lernen die Schüler/innen, wie die Breite einer Häufigkeitsverteilung beschrieben wird

Beispiele:

- Ermittle den Median, die Quartile, den Quartilabstand, die Spannweite und die Fünfhahnenzusammenfassung für folgende Liste von Zahlen:
2, 4, 5, 2, 7, 4, 7, 3, 9, 4, 4, 4, 5, 1, 3, 7, 2, 2, 2, 8
- Eine Firma befüllt Gläser mit Marmelade, wobei jedes Glas mit 500 g Marmelade befüllt werden soll. Bei einer Kontrolle von 15 Gläsern werden folgende Massen (in g) gemessen:
 - 1) Berechne Mittelwert und empirische Standardabweichung der Massen.
 - 2) Arbeitet die Maschine ordnungsgemäß? Ist die Abweichung in diesem Beispiel eher ein Vorteil für den Konsumenten oder für den Hersteller?

(vgl. Kandl/Malle/Ramharter/Ulovec 2005, S.213-224).

Beim Beginn der Wahrscheinlichkeitsrechnung werden Zufallsversuche, wie etwa das Werfen einer Münze, das Werfen eines Würfels, das Ziehen aus einer Urne, das Drehen eines Glücksrades, die zufällige Auswahl einer Person aus einer bestimmten Personenmenge und vieles andere betrachtet. Die Wahrscheinlichkeit als relativer Anteil und die Wahrscheinlichkeit als relative Häufigkeit werden als Methoden dargestellt, um Wahrscheinlichkeiten anzugeben. Die Schüler/innen lernen unmögliche, sichere Ereignisse, Gegenereignisse und Wettquotienten. Die bedingte Wahrscheinlichkeit und unabhängige Ereignisse werden mit Beispielen veranschaulicht. Die Schüler/innen lernen Multiplikations- und Additionsregel für Versuchsausfälle mit Hilfe von Baumdiagrammen, mit denen man viele Aufgaben der Wahrscheinlichkeitsrechnung lösen kann. Dann werden die beiden Regeln für beliebige Ereignisse verallgemeinert. Schließlich wird in der sechsten Klasse der Satz von Bayes, mit der man die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses unter der Voraussetzung eines nachfolgenden Ereignisses berechnen kann, eingeführt.

Beispiel:

- Man weiß, dass 3% der Frauen einer bestimmten Region an Brustkrebs leiden. Eine bestimmte Untersuchungsmethode ergibt bei 80% aller Erkrankten einen positiven Befund, aber leider auch bei 10% aller Nichterkrankten. Eine Frau wird aus dieser Region zufällig ausgewählt. Bei der Untersuchung ergibt sich ein positiver Befund. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass diese Frau tatsächlich Brustkrebs hat?

(vgl. Kandl/Malle/Ramharter/Ulovec 2005, S.225-261)

Folgende Kompetenzen sollen dabei entwickelt werden:

- *Arbeiten mit Darstellungsformen und Kennzahlen der beschreibenden Statistik*
- *Kennen des Begriffes Zufallsversuch, Beschreiben von Ereignissen durch Mengen*
- *Kennen der Problematik des Wahrscheinlichkeitsbegriffs; Auffassen von Wahrscheinlichkeiten als relative Anteile, als relative Häufigkeiten und als subjektives Vertrauen*
- *Berechnen von Wahrscheinlichkeiten aus gegebenen Wahrscheinlichkeiten; Arbeiten mit der Multiplikations- und Additionsregel; Kennen des Begriffes der bedingten Wahrscheinlichkeit*
- *Arbeiten mit dem Satz von Bayes.(www29, S.5).*

Die Schüler/innen arbeiten in der siebten Schulstufe mit dem Thema „Stochastik“ unter der Überschrift „Wahrscheinlichkeitsverteilungen“ weiter. Die Definition der Wahrscheinlichkeitsverteilung wird gegeben:

Definition: Sei X eine Zufallsvariable, die die (endlich oder unendlich vielen) Werte $a_1, a_2, a_3 \dots$ annehmen kann. Wird jedem Wert a_i eine Wahrscheinlichkeit $P(X = a_i)$ zugeordnet, so bezeichnet man diese Zuordnung als Wahrscheinlichkeitsverteilung von X .

Der Zusammenhang zwischen Häufigkeitsverteilungen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen wird erklärt und danach wird mit Mittelwert und Varianz einer Häufigkeitsverteilung fortgesetzt. Mit den Kennzahlen für Wahrscheinlichkeitsverteilungen „Erwartungswert und Varianz“ wird weitergearbeitet.

Ein weiterer Punkt in der siebten Klasse sind die Binomialkoeffizienten, die mit dem PASCAL'schen Dreieck erläutert werden. Die Schüler/innen lernen die Berechnung der Binomialkoeffizienten, Eigenschaften der Binomialkoeffizienten und den Binomiallehrsatz. Die Definition der Binomialverteilung wird gegeben und im Weiteren werden die Berechnungen von Wahrscheinlichkeiten der Form $P(H \leq k)$ bzw. $P(H \geq k)$ zur Binomialverteilung vertieft.

Beispiele:

- Eine Schülerin hat einen Wortschatz von 70 % aller erlernten Vokabeln. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie von 10 zufällig gewählten Vokabeln mindestens 8 weiß?
- In einer Schule sind 60 % der Jugendlichen Mädchen. Für eine Befragung werden 20 Jugendliche ausgewählt. Wie viele Mädchen sind in dieser Menge zu erwarten?

Versuche ein Intervall um den Erwartungswert zu finden, in dem die Anzahl der Mädchen mit 70%iger Wahrscheinlichkeit liegt.

(vgl. Kendl/Malle/Ramharter/Ulovec 2006, S.201-226).

Laut österreichischem Lehrplan sollen die Schüler/innen folgende Ziele erreichen:

- *Kennen der Begriffe diskrete Zufallsvariable und diskrete Verteilung*
- *Kennen der Zusammenhänge von relativen Häufigkeitsverteilungen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen; von Mittelwert und Erwartungswert sowie von empirischer Varianz und Varianz*
- *Arbeiten mit diskreten Verteilungen (insbesondere mit der Binomialverteilung) in anwendungsorientierten Bereichen (www29,S.5).*

In der achten Klasse lernen die Schüler/innen die normalverteilten Zufallsvariablen mit den Unterpunkten, die diskrete Zufallsvariable (wenn eine Zufallsvariable endlich viele oder abzählbar viele Werte annehmen kann) und stetige Zufallsvariable (wenn eine Zufallsvariable alle Werte in einem Intervall annehmen können (welches auch ganz $\mathbb{R}$ angegeben werden kann)) und die GAUSS'sche Glockenkurve. Die wichtigsten Formeln werden gezeigt, um die Wahrscheinlichkeiten in Intervallen zu berechnen. Durch den folgenden Satz wird einer dieser Formeln dargestellt:

Satz: Die Zufallsvariable X sei normalverteilt mit den Parametern μ und σ und es seien

$x, x_1, x_2 \in \mathbb{R}$. Sind $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$, $z_1 = \frac{x_1-\mu}{\sigma}$, $z_2 = \frac{x_2-\mu}{\sigma}$ die zugehörigen z -Werte, dann gilt:

- $P(X \leq x) = \Phi(z)$
- $P(X \geq x) = 1 - \Phi(z) = \Phi(-z)$
- $P(x_1 \leq X \leq x_2) = \Phi(z_2) - \Phi(z_1)$

Damit diese Formeln bei den Schüler/innen fest verankert werden, werden mithilfe dieser Formeln unterschiedliche Aufgaben gelöst. Z.B.: Berechnung von Wahrscheinlichkeiten in symmetrischen Intervallen um μ , Ermittlung von Intervallen mit vorgegebener Wahrscheinlichkeit, Ermittlung von symmetrischen Intervallen um μ mit vorgegebener Wahrscheinlichkeit, Ermittlung von μ bei vorgegebener Wahrscheinlichkeit und Ermittlung von σ bei vorgegebener Wahrscheinlichkeit.

Die Schüler/innen lernen die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung, also wie man eine Binomialverteilung unter bestimmten Umständen näherungsweise durch eine Normalverteilung ersetzen kann. Das Testen und Schätzen von

Anteilen wird in verschiedenen Phasen untersucht. Z.B.: Einseitige Anteilstests bei kleinen Stichproben, zweiseitige Anteilstests bei kleinen Stichproben, einseitige Anteilstests bei großen Stichproben, zweiseitige Anteilstests bei großen Stichproben und das Schätzen von Anteilen.

Beispiele:

- Jim und Joe würfeln. Joe beschuldigt Jim, einen gefälschten Würfel zu verwenden, bei dem die Wahrscheinlichkeit eines Sechser nicht gleich $\frac{1}{6}$ ist. Er wirft den Würfel 20-mal und erhält 2 Sechser. Kann er behaupten, dass der Würfel gefälscht ist? Teste zweiseitig mit $\alpha_0 = 0,05$.
- Bei einer Serienproduktion gibt es erfahrungsgemäß 20 % Ausschusstücke. Dieser Anteil soll durch einen Test mit der Signifikanz 0,05 geprüft werden. In einer Stichprobe von 500 Stück erhält man 116 Ausschusstücken. Teste 1) einseitig nach oben, 2) zweiseitig.

(vgl. Kandl/Malle/Ramharter/Ulovec 2007, S.80-115).

Die Ziele für die achte Klasse nach dem Lehrplan lauten:

- *Kennen der Begriffe stetige Zufallsvariable und stetige Verteilung*
- *Arbeiten mit der Normalverteilung in anwendungsorientierten Bereichen*
- *Kennen und Interpretieren von statischen Hypothesentests und von Konfidenzintervallen (www29, S.6).*

In der Türkei wird das Thema „Stochastik“ nur in der siebten Klasse unter der Überschrift „Wahrscheinlichkeit und Stochastik“ mit den Inhalten „Permutation, Kombination, Binomialverteilung, Wahrscheinlichkeit und Stochastik“ durchgenommen (vgl. ww30, S.179/180). Die Schüler/innen wiederholen den Begriff „Fakultät“ und lösen ein oder zwei Beispiele und danach stellen sie fest, dass die Anordnung von bestimmten Dingen auch als Permutation betrachtet werden kann.

Als Nächstes lernen sie folgende Definition:

Definition: Von einer Menge mit n Elementen werden die Anzahl ($= r$) der Permutationen bestimmt und $n, r \in \mathbb{N}$ und $n \geq r$. Es gilt dann:

$$P(n, r) = n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Beispiel:

- Es gibt 3 Mädchen und 3 Buben. Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn sich drei Schüler/innen auf einer Bank sitzen möchten unter der Voraussetzung, dass sie sich nicht neben der gleichgeschlechtlichen Freund/in hinsetzen.

Besonders werden Aufgaben zur Permutationen ausgerechnet, bei denen es um das Sitzen rund um einen runden Tisch geht.

Beispiele:

- Auf wie viele Arten können 4 Personen um einen runden Tisch sitzen?
Lösung: $(4-1)! = 3! = 6$
- Es sind 8 Schülerinnen und 12 Schüler. Auf wie viele Arten können sie sich setzen, wenn sich immer neben 2 Mädchen 3 Buben hinsetzen sollten?

Schließlich werden die „Permutationen mit Wiederholung“ erklärt (vgl. www30, S.213-215).

Beim Thema „Kombination“ lernen die Schüler/innen erst die Definition kennen und danach machen sie Beispiele dazu:

Definition: Von einer Menge mit n Elementen werden die Anzahl ($= r$) der Kombinationen bestimmt und $n, r \in \mathbb{N}$ und $n \geq r$. Es gilt dann:

$$C(n, r) = \frac{P(n, r)}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Beispiel:

- In einer Klasse sind 22 Mädchen und 16 Buben. Wie viele Gruppen entstehen, wenn sich in jeder Gruppe 2 Mädchen und 3 Buben befinden?

Die Binomialverteilung wird wie in Österreich mit dem PASCAL'schen Dreieck gezeigt und das Thema „Wahrscheinlichkeiten“ wird begonnen. Die Schüler/innen lernen die Begriffe Zufallsvariable, Ereignis, sicheres Ereignis, unmögliches Ereignis und Gegenereignis, die in bei der Wahrscheinlichkeitsrechnung verwendet werden. E heißt der Raum der Ereignisse, P heißt die Funktion der Wahrscheinlichkeit. Mit einem Beispiel werden E und P erläutert.

Beispiel:

Sei $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ der Raum der Ereignisse und P die Funktion der Wahrscheinlichkeit.

$P(e_1) = 0,2$ $P(e_2) = 0,4$ und $P(e_3) = 0,15$.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis $A = \{e_1, e_4\}$?

$$\{e_1\} \cap \{e_2\} \cap \{e_3\} \cap \{e_4\} = \emptyset \Rightarrow P(e_1) + P(e_2) + P(e_3) + P(e_4) = 1$$

$$0,2 + 0,4 + 0,15 + P(e_4) = 1$$

$$P(e_4) = 0,25$$

$$P(A) = P(\{e_1, e_4\})$$

$$= P(\{e_1\} \cup \{e_4\})$$

$$= P(e_1) + P(e_4)$$

$$= 0,2 + 0,25$$

$$= 0,45$$

Danach werden die Eigenschaften veranschaulicht:

Seien A und B zwei Ereignisse in E . Für P gelten:

- $P(\emptyset) = 0$
- $A \subset B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$
- $P(A') = 1 - P(A)$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

(vgl. www30, S.216-218).

Es wird erklärt, wenn alle Ereignisse mit der gleichen Wahrscheinlichkeit auftreten, ergibt sich für ein beliebiges Ereignis A die Wahrscheinlichkeit:

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{\text{Anzahl der für } A \text{ günstigen Fälle}}{\text{Anzahl der möglichen Fälle}}$$

Nachher werden die bedingte Wahrscheinlichkeit, abhängige und unabhängige Ereignisse erklärt. $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ wird gezeigt.

Beispiele:

- In einer Urne sind 3 weiße, 4 schwarze und 5 blaue Kugeln. Es werden aus der Urne zwei Kugeln gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass
 - sie von der gleichen Farbe sind
 - sie unterschiedliche Farben haben
 - mindestens eine weiße Kugel dabei ist.
- Ein Würfel und eine Münze werden gleichzeitig geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei der Münze Kopf und beim Würfel eine Fünf kommt?

Die Schüler/innen arbeiten in der Statistik mit den Variablen, Variablenwerten, Kreisdiagrammen und Histogrammen. Das arithmetische Mittel, Modus und Median werden auch durchgenommen.

(vgl. www30, S.219-226).

Wie man erkennen kann, werden in der Türkei die Wahrscheinlichkeitsrechnungen und Stochastik nur oberflächlich gemacht, was in Österreich nicht der Fall ist.

4.3.8 Algebraische Gleichungen und komplexe Zahlen

In Österreich werden in der siebten Klasse unter dem Kapitel „Algebraische Gleichungen“ Gleichungen höheren Grades und Nullstellen von Polynomfunktionen verstanden. Eine Definition, was eine algebraische Gleichung ist, wird so gegeben:

Definition:

(1) Ein Ausdruck der Form

$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ (mit $a_n, a_{n-1} \dots a_0 \in \mathbb{R}$ und $a_n \neq 0$) heißt Polynom vom Grad n .

(2) Eine Gleichung der Form

$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$ (mit $a_n, a_{n-1} \dots a_0 \in \mathbb{R}$ und $a_n \neq 0$) heißt (algebraische) Gleichung vom Grad n .

Danach werden einige Lösungsverfahren gezeigt:

Lösung durch Herausheben, Lösung mit der Regel von Horner, Lösung durch Substitution, Lösung durch Abspalten eines Linearfaktors.

Beispiele:

- Ziehe, dass a eine Lösung der gegebenen Gleichung ist und ermittle alle Lösungen dieser Gleichung.

a) $x^3 - 7x + 6 = 0$, $a = 1$ b) $x^3 + 2x - x - 2 = 0$, $a = 1$

- Ermittle alle Lösungen der folgenden Gleichung.

a) $x^3 - 3x^2 - 10x + 24 = 0$ b) $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$

Der Satz „Eine Polynomfunktion vom Grad n hat höchstens n Nullstellen“ wird besprochen und jeweilige Beispielen werden dazu gelöst.

Beispiel:

- Zeige, dass a_1 und a_2 Nullstellen von f sind und ermittle alle Nullstellen von f .

$$f(x) = x^4 - 5x^3 - 5x^2 + 45x - 36, \quad a_1 = 3, \quad a_2 = -3$$

(vgl. Kandl/Malle/Ramharter/Ulovec 2006, S.5-9).

Die Komplexen Zahlen sind für die Schüler/innen in der siebente Klasse ein neues Kapitel. Durch die Fragestellung „Gibt es Wurzeln aus negativen Zahlen?“ wird ihre Neugier erweckt. Die folgende Aufgabe, die der italienische Mathematiker Geronimo CARDANO(1501- 1576) gestellt hat, wird gemeinsam gelöst:

Die Zahl 10 ist in zwei Summanden zu zerlegen, deren Produkt a) 24, b) 30 ist.

Lösung: Wenn wir den einen Summanden mit x bezeichnen, ist der andere $10 - x$.

$$\text{a) } x \cdot (10 - x) = 24$$

$$x^2 - 10x + 24 = 0$$

$$x = 4 \vee x = 6$$

Die Summanden sind 4 und 6. Probe: $4 + 6 = 10$ und $4 \cdot 6 = 24$

$$\text{b) } x \cdot (10 - x) = 30$$

$$x^2 - 10x + 30 = 0$$

$$x = 5 + \sqrt{-5} \vee x = 5 - \sqrt{-5}$$

Da bis jetzt die Wurzel aus einer negativen Zahl nicht definiert wurde, hat diese quadratische Gleichung keine Lösung in $\mathbb{R}$. Die Zahl 10 kann also nicht in zwei Summanden zerlegt werden, deren Produkt 30 ist.

Dies wird erklärt und begründet:

Obwohl die Ausdrücke $5 + \sqrt{-5}$ und $5 - \sqrt{-5}$ keine wirklichen Zahlen sind, verhalten sie sich wie Zahlen, wenn man die Probe durchführt:

$$(5 + \sqrt{-5}) + (5 - \sqrt{-5}) = 10$$

$$(5 + \sqrt{-5}) \cdot (5 - \sqrt{-5}) = 25 - (\sqrt{-5})^2 = 25 - (-5) = 30, \text{ also kann man jede}$$

Wurzel aus einer negativen Zahl auf $\sqrt{-1}$ zurückführen:

$$\sqrt{-a} = \sqrt{a \cdot (-1)} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{-1}$$

Und somit wird die Definition eingeführt:

Definition: Ist $a \in \mathbb{R}^+$, dann setzt man $\sqrt{-a} = \sqrt{a} \cdot i$. Daraus folgt insbesondere $\sqrt{-1} = i$.

$a + bi$ ist eine komplexe Zahl; a wird als Realteil und b als Imaginärteil und $a - bi$ als zueinander konjugierte komplexe Zahlen bezeichnet. Die Schüler/innen lernen, wie die komplexen Zahlen addiert, subtrahiert, multipliziert bzw. dividiert werden.

Beispiel:

- Berechne Summe, Differenz, Produkt und Quotient der komplexen Zahlen

$$3 + 2i \quad \text{und} \quad 5 - 4i.$$

Lösung:

$$(3 + 2i) + (5 - 4i) = 8 - 2i$$

$$(3 + 2i) - (5 - 4i) = -2 + 6i$$

$$(3 + 2i) \cdot (5 - 4i) = 15 + 10i - 12i - 8i^2 = 23 - 2i$$

$$\frac{3 + 2i}{5 - 4i} = \frac{(3 + 2i) \cdot (5 + 4i)}{(5 - 4i) \cdot (5 + 4i)} = \frac{15 + 10i + 12i + 8i^2}{25 - 16i^2} = \frac{7 + 22i}{25 + 16} = \frac{7}{41} + \frac{22}{41}i$$

Die Schüler/innen lernen mit den komplexen Zahlen Gleichungen zu lösen. Sie können ab jetzt daher eine quadratische Gleichung auch dann lösen, wenn die Diskriminante negativ ist.

Satz: Für eine quadratische Gleichungen $ax^2 + bx + c = 0$ (mit $a, b, c \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$) gilt stets:

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Beispiele:

- Ermittle alle komplexen Lösungen der Gleichung und mache die Probe.

a) $x^2 + 4x + 5 = 0$

c) $100x^2 - 300x + 229 = 0$

b) $(x^2 + 1) \cdot (x^2 - 3x + 2,5) = 0$

d) $(x - 2) \cdot (x^2 + 6x + 10) = 0$

Die geometrische Darstellung komplexer Zahlen wird gelehrt. Dadurch lernen die Schüler/innen komplexe Zahlen als Punkte oder Pfeile in einer Ebene darzustellen.

Definition: Die komplexe Zahl $a + b \cdot i \neq 0$ sei in der GAUSS'schen Zahlenebene durch den Punkt $P = [r|\varphi]$ dargestellt. Man nennt r den Betrag von $a + b \cdot i$ und φ das Argument von $a + bi$. Man schreibt dafür: $r = |a + b \cdot i|$, $\varphi = \arg(a + b \cdot i)$.

Für die komplexe Zahl 0 setzt man $|0| = 0$, $\arg 0$ ist jedoch nicht definiert.

Mit diesem Satz wird die Polardarstellung der komplexen Zahl $a + b \cdot i$ zusammengefasst:

Satz: Ist $a + b \cdot i$ eine von 0 verschiedene komplexe Zahl, $r = |a + b \cdot i|$ und $\varphi = \arg(a + b \cdot i)$, dann gilt:

$$(1) \ r = \sqrt{a^2 + b^2}, \tan \varphi = \frac{b}{a} \text{ (falls } a \neq 0 \text{)}$$

$$(2) \ a = r \cdot \cos \varphi, b = r \cdot \sin \varphi$$

$$(3) \ a + b \cdot i = r \cdot (\cos \varphi + i \cdot \sin \varphi) \text{ (Polardarstellung von } a + b \cdot i \text{)}$$

Beispiele:

- Berechne Betrag und Argument der komplexen Zahl $5 - 12i$ und gib die Zahl in Polardarstellung an.
- Stelle die komplexe Zahl $5 \cdot (\cos 140^\circ + i \cdot \sin 140^\circ)$ in der Form $a + b \cdot i$ dar.

Mit Hilfe der Polardarstellung wird eine geometrische Deutung der Multiplikation komplexer Zahlen mit der Formel von De MOIVRE angegeben:

Satz: (Formel von De MOIVRE) Ist $A = \cos \varphi + i \cdot \sin \varphi$ und $n \in \mathbb{N}^*$, dann gilt:

$$A^n = \cos(n\varphi) + i \cdot \sin(n\varphi)$$

Die algebraischen Gleichungen mit komplexen Koeffizienten sind der Erweiterungstoff für das Realgymnasium. Die Schüler/innen lernen den Fundamentalsatz der Algebra, der besagt, dass jede Gleichung vom Grad n mit komplexen Koeffizienten mindestens eine Lösung hat. (vgl. Kandl/Malle/Ramharter/Ulovec 2006, S.231-245).

Die Ziele im Lehrplan lauten:

- Abspalten reeller Linearfaktoren von Polynomen
- Reflektieren über die Zweckmäßigkeit des Erweiterns der reellen Zahlen
- Rechnen mit komplexen Zahlen
- Kennenlernen des Fundamentalsatzes der Algebra (www29, S.5).

In der Türkei wird das Thema „Algebraische Gleichungen“ bei Gleichungen gelehrt und das Kapitel „Komplexe Zahlen“ wird auch wie in Österreich in der siebten Klasse durchgearbeitet (vgl. www30, S.180). Diese Gleichungen werden beispielweise gelöst und der Wert von x wird in $\mathbb{R}$ untersucht.

Beispiele:

$$x^2 - 9 = 0$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm \sqrt{9}$$

$$x = \pm 3$$

$$x^2 - 8 = 0$$

$$x^2 = 8$$

$$x = \sqrt{\pm 8}$$

$$x = \pm \sqrt{4} \sqrt{2}$$

$$x = \pm 2\sqrt{2}$$

$$x^2 + 9 = 0$$

$$x^2 = -9$$

$$x = \pm \sqrt{-9}$$

$$x = \pm \sqrt{9} \sqrt{-1}$$

$$x = \pm 3\sqrt{-1}$$

Die Gleichung $x^2 + 9 = 0$ hat keine Lösung in der Menge $\mathbb{R}$, deshalb braucht man eine neue Menge $\mathbb{C}$, die die Menge $\mathbb{R}$ auch beinhaltet. Dadurch wird die imaginäre Einheit i gezeigt und $i = \sqrt{-1}$ definiert.

i^0	i	i^2	i^3	i^4	i^5	i^6	i^7	i^8	...
1	$\sqrt{-1}$	-1							

Die Schüler/innen rechnen die Potenzen von i in dieser Tabelle und mit ihrer Hilfe wird folgende Definition gegeben:

Definition: Sei $n \in \mathbb{N}$

$$i^k = \begin{cases} 1, & k = 4n \\ i, & k = 4n + 1 \\ -1, & k = 4n + 2 \\ -i, & k = 4n + 3 \end{cases}$$

Eine komplexe Zahl wird als:

Sei $a, b \in \mathbb{R}$ und $i = \sqrt{-1}$. $a + ib$ definiert. Die Schüler/innen lernen Realteil, Imaginärteil und die Äquivalenz zweier komplexer Zahlen. Mit der konjugiert komplexen Zahl und dem Betrag von $a + ib$ wird weitergemacht. Also:

$$z = a + ib$$

$$\operatorname{Re}(z) = a$$

$$\operatorname{Im}(z) = b$$

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (\text{Betrag von } z)$$

$$\bar{z} = a - ib \quad (\text{konjugiert komplex})$$

Die Schüler/innen sollten wie in Österreich eine komplexe Zahl in der komplexen Zahlenebene veranschaulichen (vgl. www30, S.182-184).

Beispiel:

- $z_1 = 2x - y - 15 + (x + y + 2)i$ und $z_2 = 3 + 8i$ $z_1 = z_2$ werden gegeben. Finde x und y Werte!
- $z = 3 - 2i$ und $\bar{z} = 3 + 2i$. Stelle in der komplexen Zahlenebene dar!

Die Schüler/innen beginnen anschließend mit den komplexen Zahlen zu rechnen.

Beispiele:

- $4i + 5i^8 + 6i^3 + 2i^4$. Berechne und stelle in der komplexen Zahlenebene dar.
- Berechne:
 - $(3 - 2i)(1 + 4i)$
 - $\sqrt{-5} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{-3} \cdot \sqrt{3}$
- $(\bar{z} - 1)(1 - i) = 5 - i$ $z = ?$

Folgende Eigenschaften werden gegeben:

- | | |
|--|---|
| • $\bar{\bar{z}} = z$ | • $ z_1 \cdot z_2 = z_1 \cdot z_2 $ |
| • $\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$ | • $ z_1 : z_2 = z_1 : z_2 , \quad z_2 \neq 0$ |
| • $\overline{z_1 - z_2} = \bar{z}_1 - \bar{z}_2$ | • $\overline{z_1 : z_2} = \bar{z}_1 : \bar{z}_2$ |
| • $\overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$ | • $z \cdot \bar{z} = z ^2$ |

Die Schüler/innen lösen quadratische Gleichungen mit den komplexen Zahlen. Es wird auch betont, dass, wenn eine Lösung einer quadratischen Gleichung $a + ib$ ist, die andere Lösung $a - ib$ ist.

Beispiele:

- $x^2 - 6x + 10 = 0$ Löse die Gleichung.
- $z = \frac{(\sqrt{19} - \sqrt{6}i)(3 + \sqrt{7}i)}{(\sqrt{6} - 2i)^2}$ $|z| = ?$

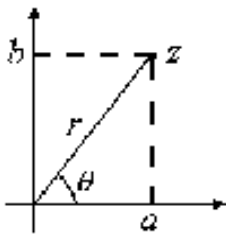
In der komplexen Zahlenebene wird der Abstand zwischen zwei komplexen Zahlen erklärt und der Zusammenhang zwischen der komplexen Zahl und einem Kreis folgendermaßen eingeführt:

Seien $z = x + iy$, $z_0 = x_0 + iy_0$ und $r \in \mathbb{R}^+$:

- $|z - z_0| = r$ bezeichnet einen Kreis mit dem Mittelpunkt (x_0, y_0) und dem Radius r .
- $|z - z_0| < r$ bezeichnet den Innenbereich des Kreises mit dem Mittelpunkt (x_0, y_0) und dem Radius r .
- $|z - z_0| > r$ bezeichnet den Außenbereich des Kreises mit dem Mittelpunkt (x_0, y_0) und dem Radius r .

Die Schüler/innen lernen die Polardarstellung komplexer Zahlen, die so eingeführt wird:

$$z = a + ib, \quad r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad \tan \theta = \frac{b}{a}$$



Es werden a , b , z und θ im Koordinatensystem verdeutlicht.

Die Polardarstellung lässt sich dann so anschreiben:

$$a = r \cdot \cos \theta, \quad b = r \cdot \sin \theta \Rightarrow a + ib = r \cdot (\cos \theta + i \cdot \sin \theta)$$

Die Schüler/innen sollen komplexe Zahlen, die durch Polardarstellung angegeben sind, addieren, subtrahieren, multiplizieren bzw. dividieren.

Beispiele:

- $z_1 = \sqrt{2}(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)$, $z_2 = 2(\cos 150^\circ + i \sin 150^\circ)$ $z_1 + z_2 = ?$ $z_1 - z_2 = ?$
- $z_1 = (\cos 124^\circ + i \sin 56^\circ)$, $z_2 = (\cos 32^\circ + i \sin 148^\circ)$, $z_3 = (\cos 56^\circ - i \sin 236^\circ)$ $\frac{z_1 \cdot z_2}{z_3} = ?$

Die Formel von De MOIVRE wird wie in Österreich gelehrt und die Potenzen der komplexen Zahlen werden durch diese Formel gefunden.

Beispiele:

- $z = \sqrt{3} - i$ wird gegeben, $z^{15} = ?$
- $z_1 = \sqrt{2}(\cos 24^\circ + i \sin 24^\circ)$ wird gegeben, $z^5 = ?$

Mit den algebraischen Gleichungen mit komplexen Koeffizienten wird weitergearbeitet. Schließlich sollen die Schüler/innen die Lösungen der Gleichungen in der komplexen Zahlenebene zeigen können.

Beispiele:

- $z^2 = 1 + \sqrt{3}i$ Finden sie die Lösungsmenge?
- $z^2 - 5 + 12i = 0$ Finden sie die Lösungsmenge?

(vgl. www30, S.185-196).

4.3.9 Differentialrechnung

In Österreich wird laut dem Lehrplan das Thema „Differentialrechnung“ in der siebten Klasse gelehrt (vgl. www29, S.5). Dieser Themenbereich ist sehr umfangreich. Er beinhaltet Themen wie z.B.: Grundbegriffe der Differentialrechnung, Untersuchung von Polynomfunktionen, Untersuchung weiterer Funktionen und Exaktifizierung der Differentialrechnung.

Die Änderungsmaße von Funktionen werden schon in der sechsten Klasse beim Thema „Reelle Funktionen“ kennen gelernt. Bei der Differentialrechnung wird zuerst wiederholt und dann allgemein definiert:

Definition: Es sei $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ eine reelle Funktion und $[a; b] \subseteq A$. Dann heißt die reelle Zahl

$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ der Differenzenquotient oder die mittlere Änderungsrate von f in $[a; b]$.

Die Schüler/innen lernen den Differenzenquotient als Steigung der Sekantenfunktion, die man auch als mittlere Steigung von f in $[a; b]$ beschreiben kann. Ist k die Steigung der

linearen Sekantenfunktion s , dann gilt: $\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = \frac{s(b)-s(a)}{b-a} = k$

Der zentrale Begriff der Differentialrechnung „Differentialquotient“ wird gelehrt und die Definition lautet:

Definition: Es sei f eine reelle Funktion. Der Grenzwert

$f'(x) = \lim_{z \rightarrow x} \frac{f(z)-f(x)}{z-x}$ heißt Differentialquotient von f an der Stelle x oder Änderungsrate von f an der Stelle x .

Beispiele:

- Stelle eine Formel für Differentialquotienten $f'(x)$ auf und berechne $f'(1)$ und $f'(-3)$.

$$\text{a) } f(x) = 2x \quad \text{b) } f(x) = x + 1 \quad \text{c) } f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$$

Der Differentialquotient $f'(x)$ gibt näherungsweise an, wievielfach stärker die Funktionswerte in der Nähe von x wachsen bzw. fallen als die Argumente wachsen. Der Differentialquotient wird als Steigung einer Funktion angesehen und definiert durch:

Definition: Es sei f eine reelle Funktion und $f'(x)$ ihr Differentialquotient an der Stelle x . Die Gerade durch den Punkt $X = (x \mid f(x))$ mit der Steigung $f'(x)$ bezeichnet man als Tangente an den Graphen von f im Punkt X . Die Steigung $f'(x)$ dieser Tangente heißt auch Steigung der Funktion f an der Stelle x .

Die Berechnung eines Differentialquotienten als Limes des Differenzialquotienten ist mühsam, aus diesem Grund lernen die Schüler/innen Ableitungsregeln, mit denen es schneller geht zu differenzieren: Ableitung einer konstanten Funktion, Potenzregel für natürliche Exponenten, Ableitung der identischen Funktion, Regel vom konstanten Faktor, Summenregel und Allgemeine Summenregel (vgl. Kndl/Malle/Ramharter/Ulovec 2006, S.11-38).

Beispiele:

- Ermittle $f'(x)$.
a) $f(x) = 2x$ b) $f(x) = 4x^5 + 3$ c) $f(x) = -2x + 1$
- Ermittle die Steigung der Funktion f an der Stelle p !
a) $f(x) = x^6 - x$, $p = -3$ b) $f(x) = -x^3 + 2x^2 - x + 1$, $p = -1$

Später werden die höheren Ableitungen gezeigt, also eine Funktion wird mehrmals hintereinander differenziert.

Weil die bekannten Begriffe wie die Monotonie, globale und lokale Extremstellen in der sechsten Klasse bei den Reellen Funktionen gelehrt wurden, werden sie nun in der siebten Klasse zuerst wiederholt und mit ihrer Hilfe werden Polynomfunktionen untersucht.

Beispiel:

- Ermittle die Monotoniebereiche und Extremstellen der Funktion f von

$f(x) = \frac{1}{4}(x^3 - 6x^2 + 9x - 8)$ im Intervall $[0;5]$. Skizziere den Graphen von f !

An den Graphen der Funktionen erkennen die Schüler/innen das Krümmungsverhalten. Mit ihrer Hilfe kann man mündlich bzw. auch rechnerisch zeigen, wie die Funktionen gekrümmt sind.

Satz: (Krümmungssatz): Ist $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ eine Polynomfunktion und $I \subseteq A$ ein Intervall, dann gilt:

(1) Ist $f''(x) > 0$ für alle inneren Stellen $x \in I$, dann ist f linksgekrümmt in I .

(2) Ist $f''(x) < 0$ für alle inneren Stellen $x \in I$, dann ist f rechtsgekrümmt in I .

Mit Hilfe dem Krümmungssatz werden die lokalen Maximum- bzw. Minimumstellen bestimmt.

Beispiel:

- Bestimme die lokalen Extremstellen der Funktion f mit $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$.

Lösung: $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$

$$f'(x) = 3x^2 + 6x$$

$$f''(x) = 6x + 6$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 0$$

$$f''(-2) = -6 < 0 \Rightarrow -2 \text{ ist lokale Maximumstelle von } f, \text{ dh. } f \text{ ist rechtsgekrümmt.}$$

$$f''(0) = 6 > 0 \Rightarrow \text{ist lokale Minimumstelle von } f, \text{ dh. } f \text{ ist linksgekrümmt.}$$

Das Thema wird mit den Wendestellen weitergeführt. Die Schüler/innen können die Wendepunkte einer Funktion rechnen und Wendetangenten berechnen.

Den Schüler/innen wird erklärt, wie eine Termdarstellung einer Polynomfunktion auf Grund vorgegebener Bedingungen gefunden werden kann.

Beispiele:

- Der Graph einer Polynomfunktion vom Grad 3 hat $T = (3|1)$ als Tiefpunkt und die Steigung der Tangente im Punkt $P = (0|1)$ beträgt 3. Ermittle eine Termdarstellung dieser Funktion.
- Der Graph einer Polynomfunktion f vom Grad 3 berührt die 1. Achse bei $x = 1$ und besitzt den Wendepunkt $W(3|-4)$. Ermittle eine Termdarstellung der Funktion f .

Danach können die Schüler/innen die Untersuchung von Polynomfunktionen benutzen um verschiedene Probleme zu lösen. Z.B.: die Nullstellen zu ermitteln; die Anzahl von Lösungen bzw. Nullstellen ermitteln; den Beweis von Ungleichungen zu zeigen; Lösungsmengen von Ungleichungen ermitteln und untersuchen (vgl. Kandl/Malle/Ramharter/Ulovec 2006, S.39-65).

Bei den Extremwertaufgaben werden die Probleme durch die Berechnung von globalen Maximum- bzw. Minimumstellen von Funktionen gelöst. Die zwei weiteren Ableitungsregeln „Quotienten- und Produktregel“ werden eingeführt und dann wird die rationale Funktion definiert. Die weiteren Ableitungsregeln werden fortgesetzt. Z.B.:

Quadratwurzelregel :
$$f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Ableitung der Sinus- bzw. Cosinusfunktion :

$$(1) f(x) = \sin x \Rightarrow f'(x) = \cos x$$

$$(2) f(x) = \cos x \Rightarrow f'(x) = -\sin x$$

Kettenregel:
$$f(x) = (u \circ v)(x) = u(v(x)) \Rightarrow f'(x) = u'(v(x)) \cdot v'(x)$$

Ableitungsregeln für Exponentialfunktionen :

$$(1) f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x$$

$$(2) f(x) = a^x \Rightarrow f'(x) = a^x \cdot \ln a$$

Ableitung einer Logarithmusfunktion :

$$(1) f(x) = \ln x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$$

$$(2) f(x) = {}^a \log x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x \cdot \ln a}$$

Potenzregel für reelle Exponenten: Für alle $x \in \mathbb{R}^+$ und alle $r \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ gilt:

$$f(x) = x^r \Rightarrow f'(x) = r \cdot x^{r-1}$$

(vgl. Kandl/Malle/Ramharter/Ulovec 2006, S.65-106).

Beispiele:

- Berechne $f'(x)$.

a) $f(x) = \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[5]{x^3}$ b) $f(x) = 3 \cdot \ln x$ c) $f(x) = e^{-x} \cdot \sin x$

Später wird präzisiert, was man unter unbegrenztem Nähern versteht und damit wird eine genauere Definition des Funktionengrenzwertes angegeben.

Definition (Umgebungsdefinition des Grenzwertes): Sei $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ eine reelle Funktion und p eine Häufungsstelle von A . Die Zahl q heißt Grenzwert von f an der Stelle p , geschrieben

$\lim_{z \rightarrow p} f(z) = q$, wenn gilt:

Zu jeder Umgebung $U_\varepsilon(q)$ gibt es eine Umgebung $U_\delta(p)$, sodass $f(z) \in U_\varepsilon(q)$ für alle $z \in A$ mit $z \in U_\delta(p) \setminus \{p\}$.

Die Schüler/innen lernen Grenzwertbehauptungen von linearen und nichtlinearen Funktionen mit Hilfe der Grenzwertdefinition zu beweisen. Wie sie die Grenzwertbehauptungen begründen können, lernen sie mit den Grenzwertregeln.

Ob die Ableitung einer Funktion immer existieren muss, ist die nächste Frage, die die Schüler/innen beantworten sollten. Der Begriff „Differenzierbarkeit“ und dazu gehörende Regeln werden eingeführt. Es wird auch untersucht, ob die Funktionen stetig sind bzw. wann sie stetig sind. Da lernen sie auch die Stetigkeitsregeln und welche Funktionen stetig sind. Der Zusammenhang zwischen Differenzierbarkeit und Stetigkeit wird folgendermaßen gelehrt:

Satz: Ist eine reelle Funktion $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ an einer Stelle $p \in A$ differenzierbar, dann ist f an der Stelle p stetig.

Im Weiteren lernen die Schüler/innen Eigenschaften von Funktionen, die in einem abgeschlossen Intervall stetig sind. Für die Funktionsuntersuchungen gibt es Sätze bzw. Beweise einiger Sätze, die zum Selbststudium gedacht sind (vgl. Kandl/Malle/Ramharter/Ulovec 2006, S.107-126).

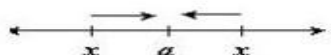
Folgende Kompetenzen sollen dabei entwickelt werden:

- Definieren des Differentialquotienten (Änderungsrate), ausgehend vom Differenzenquotienten (mittlere Änderungsrate), Deuten dieser Begriffe als Sekantensteigung bzw. Tangentensteigung, weiteres Deuten in außermathematischen Bereichen
- Kennen des Begriffes Ableitungsfunktion, Berechnen von Ableitungen elementarer Funktionen
- Herleiten von Differentiationsregeln zur Ableitung von Polynomfunktionen, Kennen weiterer Differentiationsregeln (sofern sie für Funktionsuntersuchungen verwendet werden)
- Untersuchen einfacher und im Hinblick auf Anwendungen sinnvoller Funktionen bezüglich Monotonie und Krümmungsverhalten, Ermitteln von Extrem- und Wendestellen
- Lösen von Extremwertaufgaben
- Präzisieren einiger Grundbegriffe und Methoden der Differentialrechnung (insbesondere des Begriffes Grenzwert) unter Einbeziehung des Begriffes Stetigkeit
- Kennenlernen weiterer Anwendungen der Differentialrechnung (www29, S.5).

In der Türkei steht im Lehrplan das Thema „Grenzwert und Stetigkeit“ in der zwölften Schulstufe. Anschließend wird das Thema „Ableitung“ mit den Anwendungsbereichen gelehrt(vgl.www30, S.267/268). Die Einführung des Begriffes „Grenzwert“ wird mit Beispielen erklärt, wie eine unabhängige Variable sich einer gegebenen Zahl annähert.

x	x
5,5	6,5
5,9	6,1
5,99	6,01
5,999	6,001
5,9999	6,0001
...	...
$x \rightarrow 6^-$	$x \rightarrow 6^+$

Allgemein:



Wenn die Variable x sich an a mit $x < a$ Werten nähert, dann heißt diese Annäherung linksseitige Grenzwert und wird $x \rightarrow a^-$ geschrieben.

Wenn die Variable aber sich an a mit $x > a$ Werten nähert, dann heißt diese Annäherung rechtsseitige Grenzwert und wird $x \rightarrow a^+$ geschrieben.

Der Grenzwert einer Funktion an einem Punkt wird mit Beispielen veranschaulicht.

Beispiel:

Sei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, für die Funktion $f(x) = 2x + 1$ werden verschiedene $f(x)$ Werte gefunden:

	2								
	→					←			
X	1,9	1,95	1,99	1,999		2,001	2,01	2,5	2,1
f(x)	4,8	4,9	4,98	4,998		5,002	5,02	5,1	5,2

Wie man in der Tabelle nachschauen kann, nähert sich der Wert der Funktion

$x \rightarrow 2^-$ an 5. Die Zahl 5 heißt der linksseitige Limes an der Stelle $x = 2$ und wird als $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 5$ angeschrieben. Es wird auch das gleiche für den rechtsseitigen Limes ausgesagt und wird als $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 5$ bezeichnet. Weil der rechtsseitige und der linksseitige Grenzwert gleich sind, ist der Grenzwert der Funktion an der Stelle $x = 2$, 5 und wird als $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$ geschrieben. Genauso wie in Österreich wird auch in der Türkei der Limes ohne Hilfe von Folgen definiert (vgl.www30, S.277/278).

Dann werden die Eigenschaften gezählt und mit ihrer Hilfe Beispiele gelöst.

Eigenschaften: Seien f und g Funktionen, die den Grenzwert an der Stelle $x = a$ haben.

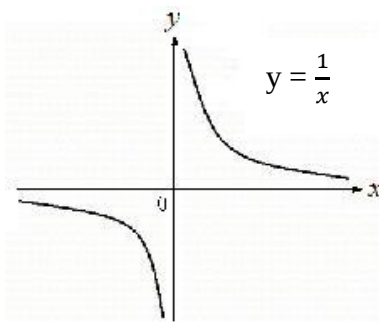
- $\forall c \in \mathbb{R}$ gilt, $\lim_{x \rightarrow a} c = c$
- $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
- $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
- $\forall c \in \mathbb{R}$ gilt, $\lim_{x \rightarrow a} c \cdot f(x) = c \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x)$
- $g(x) \neq 0$ und $\lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0$ gilt,
- $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \div g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \div \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
- $\lim_{x \rightarrow a} |f(x)| = |\lim_{x \rightarrow a} f(x)|$
- Für das Polynom $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0$ gilt, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

Beispiele:

- $\lim_{x \rightarrow a} x^4 - 3x^2 + 5x + 1 = ?$
- $\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{2x^2 + 7} = ?$

Später wird gezeigt, dass der Grenzwert einer Funktion bei einem Punkt unendlich sein kann oder auch, dass der Grenzwert endlich sein kann, wenn das Argument unendlich ist (vgl. www30, S.282/283).

Mit dem Graph dieser Funktion $f(x) = \frac{1}{x}$ wird gezeigt: $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x}$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x}$.



Wenn die Variable x einen negativen und sich null annähernden Wert annimmt, ist deutlich zu sehen, dass die Werte, die die Funktion annimmt, immer kleiner werden.

Wenn die Variable x einen positiven und sich null annähernden Werte annimmt, ist auch deutlich zu sehen, dass die Werte, die die Funktion annimmt, immer größer werden. D.h:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty \quad \text{und} \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = \infty$$

Wenn die Variable x beliebige kleine negative bzw. große positive Zahlen annimmt, ist auch erkennbar, dass die Werte, die die Funktion annimmt, sich immer mehr null nähern.

Deswegen:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0 \quad \text{und} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$$

Die Schüler/innen lernen den Grenzwert der trigonometrischen Funktionen mit den Eigenschaften: Für $a \in \mathbb{R}$ gilt,

- $\lim_{x \rightarrow a} \sin x = \sin a$
- $\lim_{x \rightarrow a} \cos x = \cos a$
- $\lim_{x \rightarrow a} \tan x = \tan a$ ($\cos a \neq 0$)
- $\lim_{x \rightarrow a} \cot x = \cot a$ ($\sin a \neq 0$)

Es werden die wichtigen Grenzwerte gezeigt:

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$
- Für die $n, m \in \mathbb{N}$ gilt,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0}{b_m x^m + \dots + b_1 x + b_0} = \begin{cases} 0, & n < m \\ \frac{a_n}{b_n}, & n = m \\ -\infty \text{ oder } \infty, & n > m \end{cases}$$
- $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \sqrt{ax^2 + bx + c} = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} \sqrt{a} \left| x + \frac{b}{a} \right|$

Beispiele:

- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} = ?$ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(5x - 5)}{x - 1} = ?$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 7x + 1}{6x^4 - 3} = ?$

Mithilfe des Grenzwertes einer Funktion wird der Grenzwert einer Folge gelehrt und folgende Definition und folgender Satz besprochen.

Definition: Sei (a_n) eine Folge. Wenn a_n sich für $n \rightarrow \infty$ einer Zahl a annähert, ist a der Grenzwert der Folge und wird als $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ gezeigt.

Satz: Sei eine Funktion $f(x)$ in einem Intervall $[1, \infty)$ definiert und (a_n) ist eine Folge mit $a_n = f(n)$. Wenn $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ existiert, dann existiert $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.

Beispiele:

- $\lim_{n \rightarrow \infty} \left((2n + 4) \tan \frac{1}{6n} \right) = ?$
- $a_n = 3 + \frac{2}{n}$, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = ?$

Danach wird die Definition der Stetigkeit einer Funktion in einem Punkt mit Hilfe des Grenzwertes wie in Österreich erklärt. Die Schüler/innen sollen bestimmen, ob eine Funktion in einem gegebenen Punkt stetig oder nicht stetig ist. Eigenschaften zur Multiplikation,

Subtraktion, Multiplikation und Division von Funktionen, die in einem Punkt stetig sind, werden gezeigt.

Beispiele:

- $f(x) = \begin{cases} 2x + a & , x < a \\ 5 & , x = 3 \\ x + b & , x > 3 \end{cases}$ ist für $x = 3$ stetig, $(a, b) = ?$
- $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2+ax+4}$ ist stetig in $\mathbb{R}$, in welchem Intervall liegt a ?

(vgl. www30, S.284-293).

Der Begriff „Ableitung“ wird mit Hilfe des Differentialquotienten wie in Österreich an einem Beispiel untersucht. Das ähnliche Beispiel „die Geschwindigkeit zu einem bestimmten Zeitpunkt“ wird besonders in der Türkei als Einführung gezeigt.

Die Geschwindigkeit zu einem Zeitpunkt:

Ein Fahrzeug fährt in der Zeit t den Weg und wird mit

$$s(t) = 50t + 2t^2 \text{ (km) als Funktion gegeben.}$$

Die mittlere Geschwindigkeit dieses Fahrzeuges in dem Zeitintervall $[t_1, t_2]$ wird:

$$V_{\text{ort}} = \frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1} \text{ berechnet.}$$

Z.B.:

Die mittlere Geschwindigkeit in dem Zeitintervall $[3, 5]$ beträgt:

$$\frac{s(5) - s(3)}{5 - 3} = \frac{(50 \cdot 5 + 2 \cdot 5^2) - (50 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2)}{2} = 66 \text{ km/h}$$

Die mittlere Geschwindigkeit in dem Zeitintervall $[5, 7]$ beträgt:

$$\frac{s(7) - s(5)}{7 - 5} = \frac{(50 \cdot 7 + 2 \cdot 7^2) - (50 \cdot 5 + 2 \cdot 5^2)}{2} = 74 \text{ km/h}$$

Von den Schüler/innen wird es verlangt, dass sie die unten stehende Tabelle genauso wie oben ausrechnen und ausfüllen:

$[t_1, t_2]$	[3,5]	[4,5]	[4.5,5]	[4.9,5]		[5,5.1]	[5,5.5]	[5,6]	[5,7]
V_{ort} km/h	66								74

Wie groß ist die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt 5?

Die Schüler/innen werden die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt 5, als $h \in \mathbb{R}^+$ für $h \rightarrow 0$ in dem Intervall $[5, 5+h]$ oder $[5-h, 5]$ als mittlere Geschwindigkeit ausrechnen:

Also ist die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt 5:

$$\begin{aligned} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{s(5+h) - s(5)}{(5+h) - 5} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[50 \cdot (5+h) + 2 \cdot (5+h)^2] - (50 \cdot 5 + 2 \cdot 5^2)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h^2 + 70h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 2h + 70 \\ &= 70 \text{ km/h} \end{aligned}$$

Diese Momentane Geschwindigkeit wird Ableitung genannt. Die Geschwindigkeitsänderung einer Funktion in einem Punkt wird als die Ableitung in diesem Punkt bezeichnet. Somit wird der Begriff Ableitung angegeben und eingeführt (vgl. www30, S.284-290).

Die rechtzeitige und linksseitige Ableitung einer Funktion in einem Punkt wird erklärt und ihr Zusammenhang mit der Ableitung besprochen. Der Zusammenhang zwischen der Stetigkeit einer Funktion in einem Punkt und ihrer Ableitung werden gelehrt. Mithilfe der Definition der Ableitung werden die Ableitungsfunktionen gefunden. Z.B.: Ableitung der rationalen Funktionen, Ableitung der Quadratwurzelfunktion, Ableitung der Winkelfunktionen, Ableitung von Exponentialfunktionen, Ableitung von Umkehrfunktionen.

Beispiele:

- Berechne die Ableitung von $f(x) = \sin x$ mit Hilfe des Grenzwertsatzes:

$$\begin{aligned} (\sin x)' &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2 \cos\left(\frac{2x+h}{2}\right) \sin \frac{h}{2}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos\left(\frac{2x+h}{2}\right) \sin \frac{h}{2}}{\frac{h}{2}} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \cos\left(\frac{2x+h}{2}\right) \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin\left(\frac{h}{2}\right)}{\frac{h}{2}} = \lim_{h \rightarrow 0} \cos\left(\frac{2x+h}{2}\right) \cdot 1 = \cos x \end{aligned}$$

- Berechne die Ableitung folgender Funktionen:

$$\begin{aligned} \text{a) } y &= \sin 2x & \text{b) } y &= \cos^2 3x & \text{c) } f(x) &= x^2 - x + 2 \text{ und } g(x) = x^3 + 2x^2 \quad (f \circ g)' = ? \\ \text{d) } f(x) &= x\sqrt{x^2 + 3} \quad f'(1) = ? & \text{e) } y &= 3^{x^2+x-1} & \text{f) } y &= \ln^2(x^2 + 1) \end{aligned}$$

Die Summenregel, die Quotienten- und die Produktregel werden erklärt. Die Schüler/innen können die Steigung einer Funktion bestimmen und auch die Tangentengleichung an einer Funktion ausrechnen. Später werden die höheren Ableitungen durchgemacht.

Bei den Anwendungsbereichen der Ableitung werden zuerst die steigenden und fallenden Intervalle einer Funktion mit Hilfe der Ableitung bestimmt. Die globalen und lokalen Extremstellen werden gezeigt und somit können die Schüler/innen Extremstellen einer Funktion mithilfe der Ableitung ermitteln.

Beispiele:

- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^4 - 16x^3 + 24x^2 + 4$ Finde heraus, in welchen Intervallen diese Funktion fällt bzw. steigt!
- $f: [-2, 4] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -x^2 + 4x + 5$ Finde den größten bzw. den kleinsten Wert dieser Funktion!

Die Extremwertaufgaben, wobei es um die Berechnung von minimalen und maximalen Stellen geht, werden wie in Österreich mithilfe der Ableitung gelöst.

Die Krümmung und Wendestellen werden gezeigt und schließlich sollen die Schüler/innen den Graph einer Funktion mit Hilfe der Ableitung zeichnen.

Es wird auch der Regel von L' Hospital gezeigt um die Grenzwerte auszurechnen.

Beispiele:

- Zeichnen sie den Graph.

$$y = (x+1)^2(x-2) \qquad y = \frac{8}{4-x^2}$$

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin x} = ?$

(vgl. www30, S.300-315).

4.3.10 Integralrechnung

In Österreich wird die Integralrechnung laut Lehrplan in der achten Klasse behandelt (vgl. www29, S.6). Die Schüler/innen sollen die ursprüngliche Funktion einer Ableitungsfunktion finden. Dafür wird zuerst der Begriff der Stammfunktion definiert. Danach werden die Stammfunktionen der bekannten Funktionen ausgerechnet. Z.B.:

konstante Funktionen, Potenzfunktionen, Winkelfunktionen. Dann werden mit den Integralen Flächeninhalte und Weglängen (näherungsweise) berechnet.

Der zentrale Begriff der Integralrechnung „Integral“ wird so definiert:

Definition: Es sei f eine im Intervall $[a; b]$ stetige reelle Funktion. Jede reelle Zahl, die zwischen allen Untersummen und allen Obersummen von f in $[a; b]$ liegt, nennt man das Integral von f in $[a; b]$ und bezeichnet diese Zahl mit:

$$\int_a^b f = \int_a^b f(x) dx$$

Das Integral wird auch als Flächeninhalt und Weglänge erklärt. Die Schüler/innen berechnen das Integral mit Hilfe der Stammfunktionen.

Beispiele:

- Berechne:

$$\text{a) } \int_1^2 (x^2 + 2x + 4) dx \quad \text{b) } \int_0^{2\pi} (\cos x) dx \quad \text{c) } \int_1^9 \sqrt{2x} dx$$

(vgl. Kandl/Malle/Ramharter/Ulovec 2007, S.6-26).

Die Schüler/innen lernen die Flächeninhalte von nichtnegativen bzw. negativen Funktionswerten und die Inhalte von Flächen zwischen zwei Funktionsgraphen mit dem Integral zu berechnen. Danach wird die Berechnung von Weglängen mit dem Integral gezeigt. Das Volumen von Körpern wird auch mit dem Integral berechnet und damit wird das Volumen von Körpern, die durch Drehung eines Funktionsgraphen um eine Achse entstehen, gelehrt.

Beispiele:

- Berechne den Inhalt der von den Graphen von f und g eingeschlossenen Fläche!
a) $f(x) = 2x^2 - 8$, $g(x) = x^2 + 4$ b) $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = x^2$
- Berechne das Volumen des Drehkörpers, der entsteht, wenn das von den Graphen von f und g im angegebenen Intervall begrenzte Flächenstück um die 1.Achse rotiert!
a) $f(x) = 2 + \sin x$, $g(x) = 2 - \sin x$, $[0; \pi]$

(vgl. Kandl/Malle/Ramharter/Ulovec 2007, S.27-54).

Nach der Definition der Integralfunktion wird der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung gegeben. Danach wird der Zusammenhang zwischen der Differential- und Integralrechnung gezeigt, also „Differenzieren und Integrieren sind Umkehrungen

voneinander.“ Die Substitutionsregel und die partielle Integration werden danach als Integrationsregel eingeführt.

Beispiele:

- Berechne durch eine Substitution.
 - a) $\int_0^1 3 \cdot 2^{x-2} dx$ b) $\int_a^b \cos \frac{x+1}{2} dx$
- Berechne:
 - a) $\int_0^1 x \cdot e^x dx$ b) $\int_1^e x^2 \cdot \ln x dx$

(vgl. Kandl/Malle/Ramharter/Ulovec 2007, S.57-72).

Folgende Kompetenzen sollen dabei entwickelt werden:

- *Ermitteln von Stammfunktionen*
- *Definieren des bestimmten Integrals, Deuten einer Summe von „sehr kleinen Produkten“ der Form $f(x) \cdot \Delta x$ als Näherungswert des bestimmten Integrals*
- *Kennen des Zusammenhangs zwischen Differenzieren und Integrieren sowie des Hauptsatzes der Differential- und Integralrechnung*
- *Berechnen von bestimmten Integralen mit Hilfe von Stammfunktionen unter Verwendung elementarer Integrationsregeln*
- *Arbeiten mit verschiedenen Deutungen des Integrals (insbesondere Flächeninhalt, Volumen, physikalische Deutungen)(www29, S.6)*

In der Türkei steht im Lehrplan das Thema „Integral“ auch wie in Österreich in der zwölften Schulstufe (vgl. www30, S.267/268). Der Begriff Integral wird mit dem Riemann-Summen erklärt. Z.B.:

Die Fläche, die durch der Kurve $y = x^2$ und der x-Achse $x = 3$ entsteht, wird näherungsweise berechnet. Und es werden Integrale mithilfe der Riemann-Summe ausgerechnet.

Beispiel:

- $\int_0^3 x^2 dx$ Berechne das bestimmte Integral mit Hilfe der Riemann-Summe!

Wir teilen das Intervall $[0,3]$ in n gleich lange Teilintervalle. Jedes Teilintervall hat die Länge $\Delta x = \frac{1}{n}$.

In diesem Fall $0 = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{n-1} < x_n = 3$

$$\begin{aligned}\text{Untersummen} &= \sum_{k=1}^n f(x_{k-1}) \Delta x = \sum_{k=1}^n \left(\frac{3(k-1)}{n} \right)^2 \frac{3}{n} = \frac{27}{n^3} \sum_{k=1}^n (k-1)^2 \\ &= \frac{27}{n^3} \frac{(n-1)n(2n-1)}{6} = \frac{9(n-1)(2n-1)}{2n^2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Obersummen} &= \sum_{k=1}^n f(x_k) \Delta x = \sum_{k=1}^n \left(\frac{3k}{n} \right)^2 \frac{3}{n} = \frac{27}{n^3} \sum_{k=1}^n k^2 \\ &= \frac{27}{n^3} \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{9(n+1)(2n+1)}{2n^2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{9(n-1)(2n-1)}{2n^2} &\leq \text{Riemann-Summen} \leq \frac{9(n+1)(2n+1)}{2n^2} \\ \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9(n-1)(2n-1)}{2n^2} &\leq \int_0^3 x^2 dx \leq \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9(n+1)(2n+1)}{2n^2}\end{aligned}$$

$$\Rightarrow 9 \leq \int_0^3 x^2 dx \leq 9$$

$$\Rightarrow \int_0^3 x^2 dx = 9 \text{ (vgl. www30, S.316-319).}$$

Dann werden die Eigenschaften des bestimmten Integrals gezeigt und wie in Österreich wird die Integralrechnung gelehrt. Das unbestimmte Integral wird über den Zusammenhang zwischen der Differential- und Integralrechnung erklärt. Die Integralregeln werden mit Hilfe der Ableitungsregeln festgelegt, da das Integrieren die Umkehrung des Differenzierens ist. Die weiteren Integrationsmethoden z.B. partielle Integration und Integralberechnung durch Substitution werden eingeführt.

Beispiele:

- Berechne:

a) $\int (3x^2 + 5x - 8) dx$
b) $\int (e^x + \sin x) dx$
- Berechne:

a) $\int (3x - 5)^8 dx$
b) $\int e^{3x+1} dx$
- Berechne:

a) $\int x \sin x dx$
b) $\int \frac{4x}{1-x^4} dx$

Die Schüler/innen führen einige Anwendungen der Integralrechnung durch. Sie rechnen die Flächeninhalte und das Volumen mit Hilfe des bestimmten Integrals genauso wie in Österreich (vgl. www.30, S.320-330).

4.3.11 Beispiele mit Lösungen

Jetzt werden einige Beispiele aus dem türkischen Lehrplan und österreichischen Lehrbüchern gezeigt und vorgeführt, wie man sie hier und dort bewältigt. Die Beispiele sind aus den Bereichen:

- Extremwertaufgaben
- Kurvendiskussion
- Trigonometrie
- Stochastik
- Integralrechnung
- Komplexe Zahlen

Extremwertaufgaben

In der Türkei:

Beispiel: $\frac{x}{2} + y = 10$. Bestimme $x \cdot y$ so, dass $x \cdot y$ den größten Wert annimmt.

Lösung:

$$\frac{x}{2} + y = 10 \rightarrow y = 10 - \frac{x}{2}$$

$$x \cdot y = x \cdot \left(10 - \frac{x}{2}\right) = 10x - \frac{x^2}{2}$$

Sei $f(x) = 10x - \frac{x^2}{2}$, um den größten Wert zu finden, muss man die erste Ableitung null einsetzen:

$$f(x) = 10x - \frac{x^2}{2} \rightarrow f'(x) = 10 - x$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 10 - x = 0 \Rightarrow x = 10$$

$$\text{Für } x = 10, f(10) = 10 \cdot 10 - \frac{10^2}{2} = 100 - \frac{100}{2} = 50.$$

In Österreich:

Beispiel: Bestimme zwei Zahlen x und y mit der Summe 93 so, dass xy^2 möglichst groß wird.
(Kandl/Malle/Ramharter/Ulovec 2006, S.67, Beispiel Nr. 3.110).

Lösung:

$$Z = xy^2 \rightarrow \max$$

$$x + y = 93$$

$$x + y = 93 \Rightarrow x = 93 - y$$

$$Z(y) = (93 - y) \cdot y^2 = 93y^2 - y^3, \text{ wobei } y \in [0;93]$$

Die Polynomfunktion Z nimmt ihren maximalen Wert im abgeschlossenen Intervall $[0;93]$ entweder an einer Randstelle oder an einer Nullstelle der 1. Ableitung Z' an.

Wir bestimmen daher die Nullstellen der 1. Ableitung von Z :

$$Z'(y) = 186y - 3y^2$$

$$Z'(y) = 0 \Leftrightarrow 186y - 3y^2 = 0 \Leftrightarrow y(62 - y) = 0 \Leftrightarrow y = 0 \vee y = 62$$

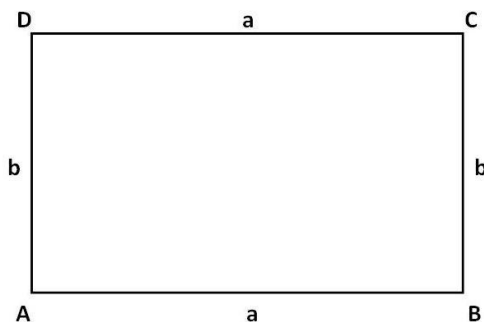
$$\text{Rand: } Z(0) = 0 = Z(93)$$

$$Z(62) = 119164 \dots \text{Max}$$

Beim Vergleichen der Werte ist zu erkennen, dass das Maximum bei $y = 62$ liegt.

$$\Rightarrow y = 62, x = 31$$

Beispiel:



Der Umfang des Rechteckes ABCD ist 40 cm.
Wie viel cm^2 ist der größte Flächeninhalt?

Lösung: Dieses Beispiel wird in der Türkei und in Österreich mit der Ableitung gelöst. Doch wird in der Türkei ein Tipp gegeben, damit die Schüler/innen die Aufgabe schneller lösen können und mit dem Berechnen der Ableitung keine Zeit verlieren:

Tipp: Wenn der Umfang eines Rechtecks ABCD x cm beträgt, so ist der größte Flächeninhalt dieses Rechtecks $\left(\frac{x}{4}\right)^2 \text{ cm}^2$.

Lösung:

$$x = 40 \Rightarrow \left(\frac{x}{4}\right)^2 = 100 \text{ cm}^2.$$

Kurvendiskussionen

In der Türkei:

Beispiel: Zeichne den Graph der Funktion. $f(x) = e^{-x}$

Lösung:

Der Definitionsbereich der Funktion $f(x) = e^{-x}$ ist $\mathbb{R} = (-\infty, \infty)$.

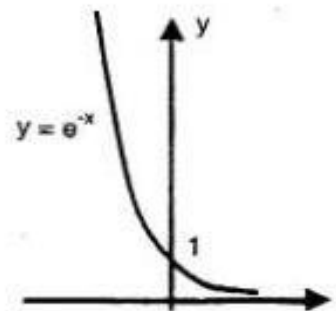
Weil $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = \infty$ und $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x} = 0 \Rightarrow y = 0$ ist eine waagrechte Asymptote dieser Funktion.

$$f'(x) = -e^{-x}, \quad f''(x) = e^{-x}$$

Für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt $e^{-x} > 0$ und für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt $f'(x) < 0, f''(x) > 0 \Rightarrow$ die Funktion ist streng monoton fallend und konvex. Es gibt keine Extrem- und keine Wendestelle.

Für $x = 0$ ist $e^{-0} = 1, e^{-x} = 0$ hat keine Lösungsmenge. Man macht eine Tabelle, wie sie unten abbildet wird, und dann zeichnet man den Graph der Exponentialfunktion.

x	$-\infty$	0	∞
$f(x)$	-		-
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	∞	1	0



In der Türkei werden die Funktionen ganz wenig diskutiert.

In Österreich:

Beispiel: Diskutiere die Funktion und zeichne ihren kartesischen Graphen!

$y = x \cdot e^{-x}$ (Götz /Reichel /Müller/ Hanisch 2006, Beispiel Nr. 386 b).

Lösung:

1. Definitionsbereich & Nullstellen

Auf ganz $\mathbb{R}$ definiert. y hat eine Nullstelle bei $x = 0$.

$$D = \mathbb{R}$$

$$N(0/0)$$

2. Erste Ableitung

$$y = x \cdot e^{-x}$$

$$y' = e^{-x} - x \cdot e^{-x}$$

$$y' = (1 - x) \cdot e^{-x}$$

y' hat eine Nullstelle bei $x = 1$.

3. Monotonie & lokale Extremstellen

$x \leq 1 : f(-1) = -e < 0 = f(0) \Rightarrow y$ streng monoton steigend in $] -\infty; 1]$.

$x \geq 1 : f(2) = \frac{2}{e^2} > \frac{3}{e^3} = f(3) \Rightarrow y$ streng monoton fallend in $[1; \infty[$.

Ein (globales) Maximum bei $x = 1$. Hochpunkt: $H(1/\frac{1}{e})$.

4. Zweite Ableitung

$$y' = (1 - x) \cdot e^{-x}$$

$$y'' = (-1) \cdot e^{-x} + [(1 - x) \cdot (-e^{-x})]$$

$$y'' = -e^{-x} - e^{-x} + x \cdot e^{-x}$$

$$y'' = e^{-x} \cdot (x - 2)$$

y'' hat eine Nullstelle bei $x = 2$.

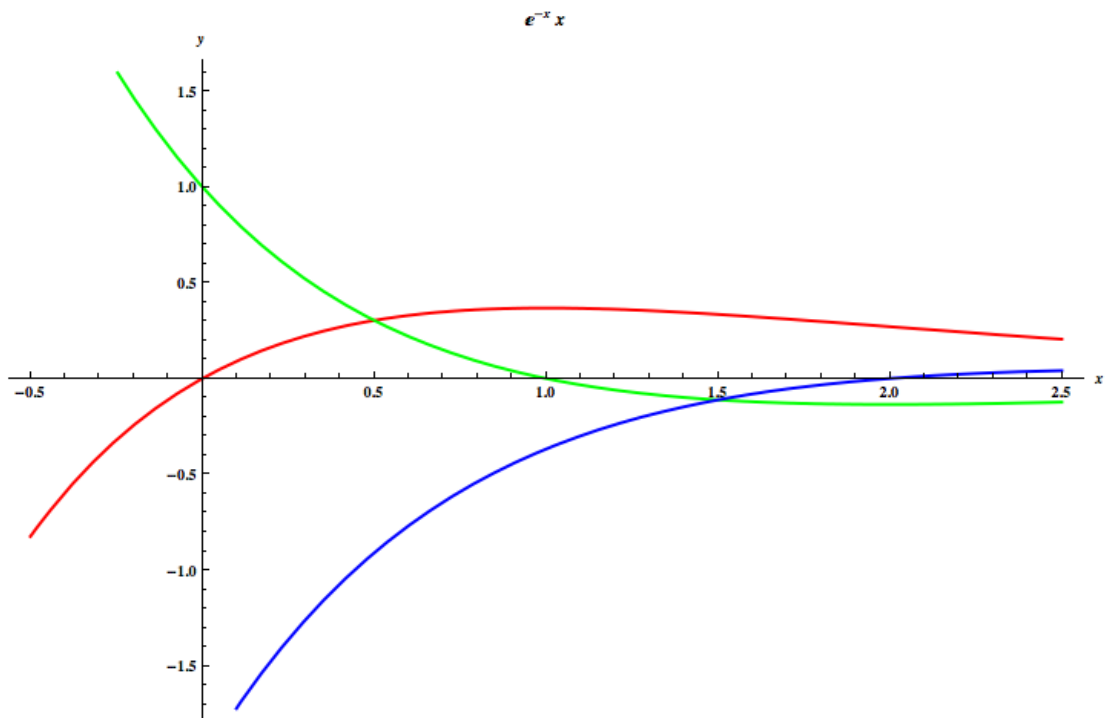
5. Krümmung & Wendestellen

$x \leq 2 : f'(0) = 1 > 0 = f'(1) \Rightarrow y'$ streng monoton fallend bzw. y rechtsgekrümmt in $] -\infty; 2]$.

$x \geq 2 : f'(3) = -\frac{2}{e^3} < -\frac{3}{e^4} = f'(4) \Rightarrow y'$ str. mon. steigend bzw. y linksgekrümmt in $[2; \infty[$.

Eine Wendestelle bei $x = 2$. Wendepunkt: $W(2 / \frac{2}{e^2})$.

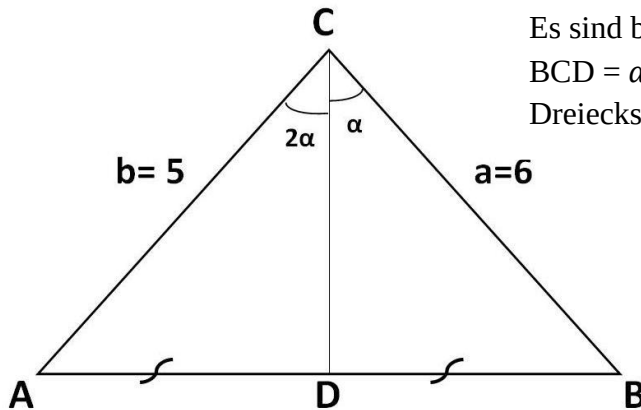
6. Kartesischer Graph (y, y', y'')



Trigonometrie

In der Türkei:

Beispiel:



Es sind $b=5$, $a=6$ und $|AD| = |DB|$. $\angle ACD = 2\alpha$ und $\angle BCD = \alpha$ gegeben. Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.

Lösung: $|AD| = |DB| \Rightarrow A(CAD) = A(CBD)$, sei $|CD| = x$,

$$\text{Wenn } \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot x \cdot \sin 2\alpha = \frac{1}{2} \cdot x \cdot 6 \cdot \sin \alpha :$$

$$5 \cdot 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 6 \cdot \sin \alpha \quad (\text{wegen } \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha)$$

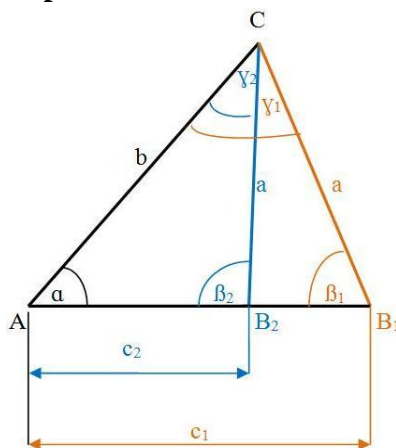
$$\cos \alpha = \frac{3}{5} \text{ und wegen pythagoreischer Tripel } \Rightarrow \sin \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\alpha = \sin^{-1} \frac{4}{5} \approx 53,130^\circ \Rightarrow \sin 3\alpha \approx 0,352$$

$$A(ABC) = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 6 \cdot \sin 3\alpha = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 6 \cdot 0,352 \approx 5,28$$

In Österreich:

Beispiel:



Beispiel: Von einem Dreieck kennt man $a=4,5$; $b=6$; $\alpha = 47^\circ$. Berechne c , β , γ und Flächeninhalt.

(Kandl/Malle/Ramharter/Ulovec 2005, S.98, Beispiel Nr.6.43)

Lösung: Der Winkel liegt der kürzeren Seite gegenüber. Eine einigermaßen maßstabsgetreue Konstruktion zeigt, dass es zwei Dreiecke mit diesen Angaben gibt.

Berechnung von β : $\frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \alpha}{a} \Rightarrow \sin \beta = \frac{b \cdot \sin \alpha}{a}$

$$\sin \beta = \frac{6 \cdot \sin 47^\circ}{4,5}$$

$\Rightarrow \sin^{-1} \frac{6 \cdot \sin 47^\circ}{4,5} \Rightarrow \beta_1 \approx 77,20^\circ; \beta_2 = 180^\circ - \beta_1 \approx 180^\circ - 77,20^\circ = 102,80^\circ$. Da sowohl $\alpha + \beta_1$ als auch $\alpha + \beta_2$ kleiner als 180° ist, kommen beide Werte für β in Frage. Die weitere Rechnung führen wir für beide Dreiecke getrennt durch:

Dreieck AB_1C :

$$\gamma_1 = 180^\circ - (\alpha + \beta_1)$$

$$\gamma_1 \approx 180^\circ - (47^\circ + 77,20^\circ) = 55,80^\circ$$

$$\frac{c_1}{\sin \gamma_1} = \frac{a}{\sin \alpha} \Rightarrow c_1 = \frac{a \cdot \sin \gamma_1}{\sin \alpha} = \frac{4,5 \cdot \sin 55,80^\circ}{\sin 47^\circ} \approx 5,1$$

Dreieck AB_2C :

$$\gamma_2 = 180^\circ - (\alpha + \beta_2)$$

$$\gamma_2 \approx 180^\circ - (47^\circ + 102,80^\circ) = 30,20^\circ$$

$$\frac{c_2}{\sin \gamma_2} = \frac{a}{\sin \alpha} \Rightarrow c_2 = \frac{a \cdot \sin \gamma_2}{\sin \alpha} = \frac{4,5 \cdot \sin 30,20^\circ}{\sin 47^\circ} \approx 3,1$$

$$A(ABC) = \frac{b \cdot c}{2} \cdot \sin \alpha$$

$$= \frac{6 \cdot 5,1}{2} \cdot \sin 47^\circ \approx 10,97$$

Stochastik

In der Türkei:

Beispiel: In einer Urne befinden sich 5 weiße und 4 rote Kugeln. Drei Kugeln werden blind gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man 2 rote und 1 weiße Kugel gezogen hat?

Lösung:

$\frac{4}{9}$: Man erhält eine rote Kugel

$\frac{3}{8}$: Man erhält zweite rote Kugel

$\frac{5}{7}$: Man erhält eine weiße Kugel

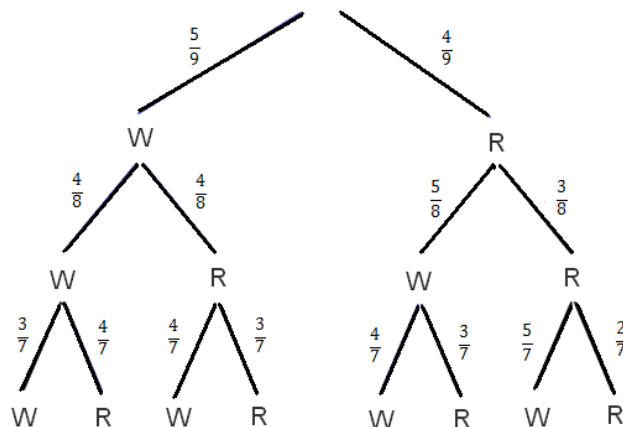
$$\frac{3!}{2! \cdot 1!} : \frac{(Die \text{ Permutation der drei Kugeln})}{(Die \text{ Permutation der zwei roten Kugeln}) \cdot (Die \text{ Permutation der weißen Kugel})}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{3!}{2! \cdot 1!} = \frac{5}{14}$$

In Österreich:

Beispiel: In einer Urne befinden sich 5 weiße und 4 rote Kugeln. Drei Kugeln wird blind gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man 2 rote und 1 weiße Kugel gezogen hat?

Lösung: In Österreich lösen die Schüler/innen die Aufgabe mithilfe eines Baumdiagramms, das in der Türkei fast nie gezeigt wird.



Somit gilt:

$$P(WRR) = \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{60}{504} \quad P(RWR) = \frac{4}{9} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{60}{504} \quad P(RRW) = \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} = \frac{60}{504}$$

$$P(E) = \frac{60}{504} + \frac{60}{504} + \frac{60}{504} = \frac{5}{14}$$

Integralrechnung

In der Türkei:

Beispiel: Berechne $\int \frac{dx}{x^2+x}$.

Lösung:

$$\frac{1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1}$$

$$\frac{1}{x(x+1)} = \frac{Ax+A+Bx}{x(x+1)}$$

$$1 = (A+B)x + A$$

$$A = 1, A+B = 0 \Rightarrow B = -1$$

$$\frac{1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1}$$

$$\int \frac{dx}{x^2+x} = \int \left(\frac{1}{x} + \frac{-1}{x+1} \right) dx = \int \frac{1}{x} dx - \int \frac{1}{x+1} dx$$

$$= \ln|x| - \ln|x+1| + c$$

In Österreich

Beispiel: Berechne $\int_0^1 \frac{1}{4x+3} dx$ (Kendl/Malle/Ramharter/Ulovec 2007, S.60, Beispiel Nr. 4.01).

Lösung: Es liegt nahe, $4x+3 = t$ zu setzen, dh. die folgende Substitution durchzuführen:

$$x = \frac{t-3}{4} \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{1}{4}$$

Neue Grenzen: $x=0 \Rightarrow t=3$, $x=1 \Rightarrow t=7$

Nach der Substitutionsregel ergibt sich:

$$\int_0^1 \frac{1}{4x+3} dx = \int_3^7 \frac{1}{t} \cdot \frac{1}{4} dt = \frac{1}{4} \cdot \int_3^7 \frac{1}{t} dt = \frac{1}{4} \cdot \ln t \Big|_3^7 = \frac{1}{4} \cdot (\ln 7 - \ln 3) \approx 0,212$$

Komplexe Zahlen

In der Türkei:

Beispiel: Berechne $\left(\frac{2+3i}{3-2i}\right)^{27} - i \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{17}$.

Lösung:

$$\begin{aligned} &= \left[\frac{(2+3i)(3+2i)}{(3-2i)(3+2i)} \right]^{27} - i \left[\frac{(1+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} \right]^{17} \\ &= \left(\frac{6+4i+9i-6}{9+4} \right)^{27} - i \left(\frac{1+2i-1}{1+1} \right)^{17} \\ &= \left(\frac{13i}{13} \right)^{27} - i \left(\frac{2i}{2} \right)^{17} = i^{27} - i \cdot i^{17} \end{aligned}$$

Lösungsverfahren

$$= i^{27} - i^{18} = i^3 - i^2 = -i - (-1) = 1 - i \quad \begin{matrix} (27:4 \rightarrow \text{Rest } 3) \\ (18:4 \rightarrow \text{Rest } 2) \end{matrix}$$

In Österreich:

Beispiel: Berechne $\left(\frac{i}{1+i}\right)^2 - \left(\frac{i}{1-i}\right)^2$ (Kandl/Malle/Ramharter/Ulovec 2007, S.234, Beispiel Nr. 10.22/ d).

Lösung:

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{i}{1+i}\right)^2 - \left(\frac{i}{1-i}\right)^2 = \frac{i^2}{(1+i)^2} - \frac{i^2}{(1-i)^2} = \frac{-1}{1+2i+i^2} - \frac{-1}{1-2i+i^2} = \frac{-1}{1+2i-1} + \frac{1}{1-2i-1} = \frac{-1}{2i} + \frac{1}{-2i} = \\ &\frac{-1}{2i} - \frac{1}{2i} = \frac{-2}{2i} = \frac{-1}{i} = -\frac{1}{i} = i \end{aligned}$$

Aufnahmsprüfungsbeispiele:

Aus dem ersten Teil: Im ersten Teil befinden sich 40 Fragen, die in 40 Minuten erledigt werden müssen. Das bedeutet, dass die Schüler/innen pro Aufgabe eine Minute haben.

1) $\frac{1+\sqrt{a}}{1-a} - \frac{a}{1-\sqrt{a}} = \frac{5}{3} \rightarrow a = ?$

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{9}$ E) $\frac{4}{9}$

2) $2 \cdot (0,2)^3 + (0,4)^3 = ?$

A) 0,06 B) 0,08 C) 0,1 D) 0,12 E) 0,14

3) $\frac{2^{-2}}{4^{-1} + \frac{1}{m^{-1}}} = 13^{-1} \rightarrow m = ?$

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

4) $a = \frac{x}{x-y}, b = \frac{y}{x+y} \rightarrow \frac{a+b-1}{a \cdot b} = ?$

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

5) $\frac{[(n+1)!]^2 + (n!)^2}{[(n+1)!]^2 - (n!)^2} = \frac{61}{60} \rightarrow n = ?$

A) 9 B) 10 C) 12 D) 13 E) 15

6) $x, y \in \mathbb{R}, y - x = 1 \text{ und } y - |x - y| = 2 \rightarrow x + y = ?$

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

7. In einem Labor wurden mit männlichen und weiblichen Mäusen Experimente gemacht und dadurch folgende Informationen gewonnen:

- a. Den männlichen Mäusen wurde jede 12. Stunde und den weiblichen jede 8. Stunde eine Tablette gegeben.
- b. Den männlichen Mäusen wurden 0,5 Gramm und den weiblichen ein Gramm Tabletten verabreicht.
- c. Diesen Mäusen wurden an einem Tag insgesamt 85 Gramm Medikamente in Form von 95 Tabletten verabreicht.

Wie viele Mäuse wurden für dieses Experiment verwendet?

- A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

- 8) In einem Feld befinden sich 10 Bälle mit der Nummerierung von 1 bis 10. Es werden zufällig in einem Zug zwei Bälle gezogen, deren Summe 15 beträgt. Wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass der Ball mit der Nummer 7 gezogen wird?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{2}{7}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

- 9) Wenn man die positiven ganzen Zahlen a , 2, b , 9 und 6 der Größe nach ordnet und mit dem kleinsten Wert beginnt, befindet sich die Zahl a in der Mitte. Welchen Wert darf dementsprechend b nicht annehmen?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 8 E) 10

- 10) I. $f(x) = 2x$

II. $f(x) = 2^x$

III. $f(x) = x^2$

Für welche Funktionen gilt die Aussage: $\forall a, b \in \mathbb{R}, f(a+b) = f(a) \cdot f(b)$

- A) I B) II C) I und II D) I und III E) II und III

(www37, S.27-35).

Aus dem zweiten Teil: Im zweiten Teil befinden sich 50 Fragen, die in 75 Minuten erledigt werden müssen. Das bedeutet, dass die Schüler/innen pro Aufgabe etwa 1,5 Minuten haben.

- 1) Wenn $f(x) = |2x-5|$ und $g(x) = |x+1| \rightarrow (g \circ f)(x) = 3$ Wie groß ist dann die Summe der x -Werte?

A) -3 B) -1 C) 0 D) 2 E) 5

2) $\frac{\cos 135^\circ + \sin 330^\circ}{\sin 150^\circ} = ?$

A) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ B) $\sqrt{3} - 1$ C) $\sqrt{2} - 1$ D) $\sqrt{2} + 1$ E) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

3) $\cos x \cdot \cos 2x = \frac{1}{16 \sin x} \rightarrow \sin 4x = ?$

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

- 4) $(|z| + z) \cdot (|z| - \bar{z}) = i$ Welche komplexe Zahl erfüllt diese Gleichung. Welcher imaginäre Teil ist für das Ergebnis richtig?

A) $\frac{2}{|z|}$ B) $\frac{1}{|z|}$ C) $\frac{-|z|}{2}$ D) $\frac{1}{2|z|}$ E) $-|z|$

5) In $\mathbb{C}$, $f(z) = 1 - 2z^6$ wird gegeben. $z_0 = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \rightarrow f(z_0) = ?$

A) $1+i$ B) $2i$ C) $1-i$ D) -1 E) 3

6) $2^x = \frac{1}{5}$, $3^y = \frac{1}{4} \rightarrow x \cdot y = ?$

A) $\frac{\ln 3}{\ln 2}$ B) $\frac{\ln 15}{\ln 2}$ C) $\frac{\ln 5}{\ln 4}$ D) $\frac{\ln 25}{\ln 3}$ E) $\frac{\ln 5}{\ln 6}$

7) $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x-1) \cdot \ln(x^2 - 1) = ?$

A) $\frac{-1}{2}$ B) -2 C) 0 D) 1 E) 4

8) Sei $x > 0$ und $y = 6 - x^2$. Wie groß ist b , wenn der Punkt $P(a, b)$ auf dem Graph liegt und den Punkt $(0, 1)$ am nächsten liegt?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{7}{2}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{8}{3}$

9) $\int \frac{f'(x)}{[f(x)]^2} dx = \int 2 dx$ wird gegeben. $f(0) = \frac{1}{2} \rightarrow f(3) = ?$

- A) $-\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{3}{5}$ D) -2 E) -1

10) Gegeben ist das Integral $\int (\arcsin x)^2 dx$. Was erhält man, wenn man $u = \arcsin x$ setzt?

- A) $\int u \cdot \sin^2 u \, du$ B) $\int u \cdot \cos^2 u \, du$ C) $\int u^2 \cdot \sin u \, du$
D) $\int u^2 \cdot \cos u \, du$ E) $\int u^2 \, du$

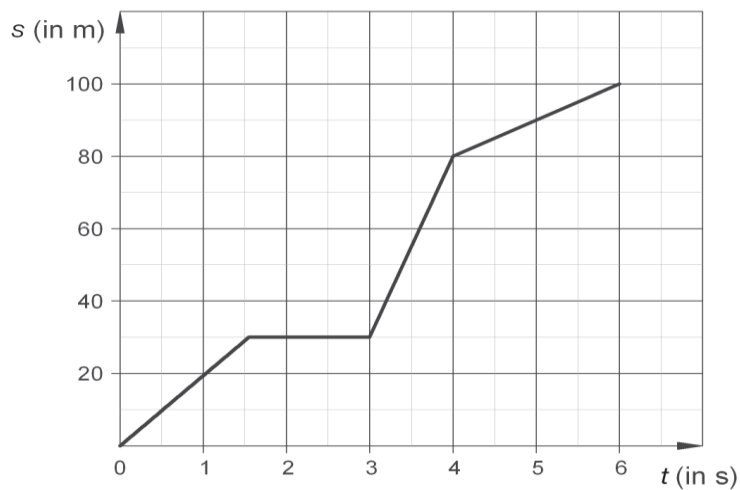
(www38, S.1-13).

Beispielaufgaben für die kompetenzorientierte schriftliche Reifeprüfung (Teil 1)

(Standardisierte kompetenzorientierte schriftliche Reifeprüfung Mathematik Probeklausur Mai 2013 Teil-1- Aufgaben (bifie))

1) Zeit-Weg-Diagramm, Geschwindigkeiten

Das folgende Zeit-Weg-Diagramm stellt eine Bewegung dar. Der Weg wird in Metern (m), die Zeit in Sekunden (s) gemessen. Zur Beschreibung dieser Bewegung sind zudem verschiedene Geschwindigkeiten (v_x) gegeben.



Aufgabenstellung:

Ordnen Sie jeweils jedem Zeitintervall jene Geschwindigkeit zu, die der Bewegung in diesem Intervall entspricht!

Geschwindigkeit	
$v_A = 0 \text{ m/s}$	A
$v_B = 5 \text{ m/s}$	B
$v_C = 10 \text{ m/s}$	C
$v_D = 20 \text{ m/s}$	D
$v_E = 25 \text{ m/s}$	E
$v_F = 50 \text{ m/s}$	F

Zeitintervall	
	$[0;1,5]$
	$[1,5;3]$
	$[3;4]$
	$[4;6]$

2) Monotonie

Gegeben ist die reelle Funktion f mit $f(x) = x^2 - 2x + 3$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie je eine der angegebenen Möglichkeiten so an, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Die Funktion f ist im Intervall $[2; 3]$(1)....., weil..... (2).....

(1)	
Streng monoton fallend	
konstant	
Streng monoton steigend	

(2)	
für alle $x \in [2;3]$ $f''(x) > 0$ gilt	
für alle $x \in [2;3]$ $f'(x) > 0$ gilt	
es ein $x \in [2;3]$ mit $f'(x) = 0$ gibt	

3) Halbwertszeit von Felbamat

Zur Behandlung von Epilepsie wird oft der Arzneistoff Felbamat eingesetzt.

Nach der Einnahme einer Ausgangsdosis D_0 nimmt die Konzentration D von Felbamat im Körper näherungsweise exponentiell mit der Zeit ab.

Für D gilt folgender funktionaler Zusammenhang: $D(t) = D_0 \cdot 0,9659^t$.

Dabei wird die Zeit t in Stunden gemessen.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Halbwertszeit von Felbamat! Geben Sie die Lösung auf Stunden gerundet an!

4) Quadratische Gleichungen

Quadratische Gleichungen können in der Menge der reellen Zahlen keine, genau eine oder zwei verschiedene Lösungen haben.

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie jeder Lösungsmenge L die entsprechende quadratische Gleichung in der Menge der reellen Zahlen zu!

Gleichung	
$(x+4)^2 = 0$	A
$(x-4)^2 = 25$	B
$x(x-4) = 0$	C
$-x^2 = 16$	D
$x^2 - 16 = 0$	E
$x^2 - 8x + 16 = 0$	F

Lösungsmenge	
	$L = \{\}$
	$L = \{-4; 4\}$
	$L = \{0; 4\}$
	$L = \{4\}$

5) Geordnete Urliste

9 Kinder wurden dahingehend befragt, wie viele Stunden sie am Wochenende fernsehen. Die nachstehende Tabelle gibt ihre Antworten wieder.

Kind	Fernsehestunden
Fritz	2
Susi	2
Michael	3
Martin	3
Angelika	4
Paula	5
Max	5
Hubert	5
Lisa	8

Aufgabestellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Der Median würde sich erhöhen, wenn Fritz um eine Stunde mehr fernsehen würde.	☐
Der Median ist kleiner als das arithmetische Mittel der Fernsehstunden.	☐
Der Spannweite der Fernsehstunden beträgt 3.	☐
Das arithmetische Mittel würde sich erhöhen, wenn Lisa anstelle von 8 Stunden 10 Stunden fernsehen würde.	☐
Der Modus ist 8.	☐

(www39, S.5-14).

Beispielaufgaben für die kompetenzorientierte schriftliche Reifeprüfung (Teil 2)

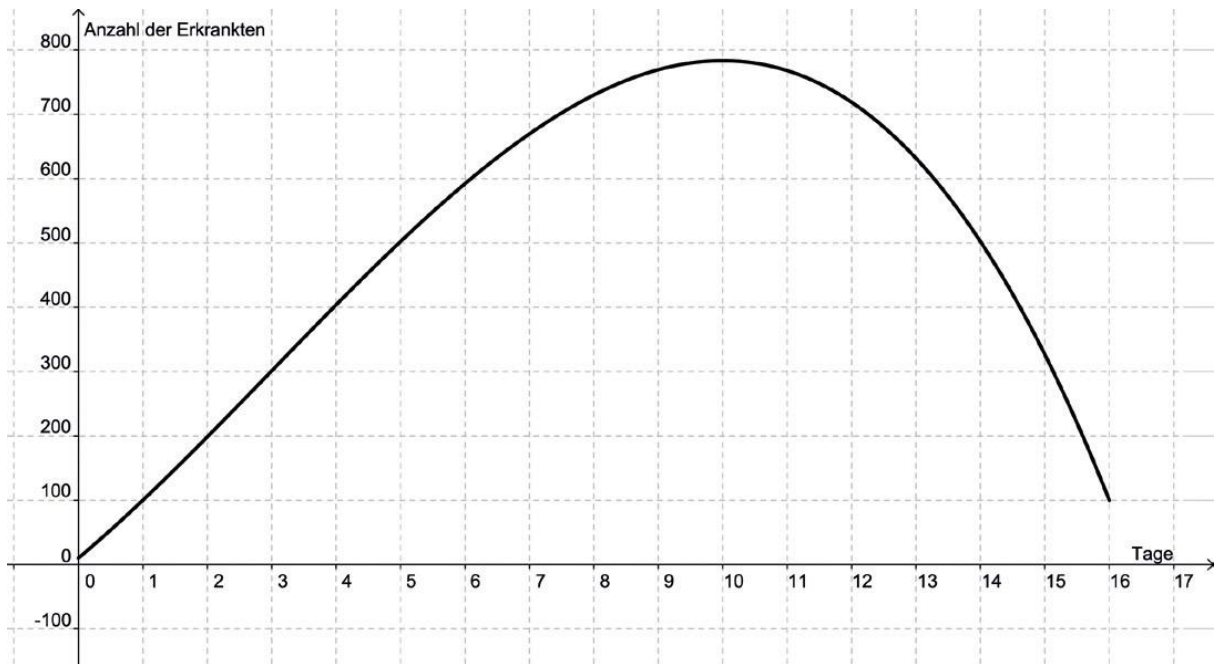
(Standardisierte kompetenzorientierte schriftliche Reifeprüfung Mathematik Probeklausur Mai 2013 Teil-2- Aufgaben (bifie))

Grippeepidemie

Betrachtet man den Verlauf einer Grippewelle in einer Stadt mit 5000 Einwohnern, so lässt sich die Anzahl an Erkrankten E in Abhängigkeit von der Zeit t (in Tagen) annähernd durch eine Polynomfunktion 3. Grades mit der Gleichung $E(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$ beschreiben.

Folgende Informationen liegen vor:

- 1) Zu Beginn der Beobachtungen sind 10 Personen mit dem Grippevirus infiziert.
- 2) Nach einem Tag sind bereits 100 Personen an Grippe erkrankt.
- 3) Am 3. Tag nimmt die Anzahl an Erkrankten am stärksten zu.
- 4) Am 8. Tag sind bereits 730 Personen erkrankt.
- 5) Am 10. Tag erreicht die Grippewelle (d. h. die Anzahl an Erkrankten) ihr Maximum.



Aufgabenstellung:

a) Berechnen Sie den Wert des Ausdrucks $\frac{E(8)-E(0)}{8}$.

Kreuzen Sie diejenige(n) Aussage(n) an, die eine korrekte Interpretation des Ausdrucks $\frac{E(8)-E(0)}{8}$ ist/sind!

Der Ausdruck gibt die prozentuelle Änderung der Anzahl an Erkrankten innerhalb der ersten 8 Tage an.	☐
Der Ausdruck gibt die Zunahme der Anzahl an Erkrankten in den ersten 8 Tagen an.	☐
Der Ausdruck gibt die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Grippewelle am 8. Tag an.	☐
Der Ausdruck beschreibt, wie viele Neuerkrankte es am 8. Tag gibt.	☐
Der Ausdruck beschreibt die mittlere Änderungsrate der Anzahl an Erkrankten innerhalb der ersten 8 Tage.	☐

b) Zur Bestimmung der Koeffizienten a , b , c und d werden folgende Gleichungen aufgestellt:

1) $d = 10$

2) $a + b + c + d = 100$

3) $18a + 2b = 0$

4) $300a + 20b + c = 0$

Geben Sie an, welche der angegebenen Informationen durch die vierte Gleichung modelliert werden kann, und erklären Sie den Zusammenhang zwischen Information und Gleichung!

c) Geben Sie an, an welchem Tag die progressive Zunahme der Anzahl an Erkrankten (das heißt: der Zuwachs an Erkrankten wird von Tag zu Tag größer) in eine degressive Zunahme (das heißt: der Zuwachs an Erkrankten nimmt pro Tag wieder ab) übergeht!

Kreuzen Sie diejenige(n) Aussage(n) an, mit der/denen man eine progressive Zunahme bestimmen kann! (www40, S.6/7).

$E'(t) > 0$	☐
$E(t) \geq 0$	☐
$E(t_1) < E(t_2)$ für alle $t_1 > t_2$	☐
$E''(t) > 0$	☐
$E'(t) = E''(t) = 0$	☐

In den beiden Lehrplänen werden ähnliche didaktische Ziele aufgezählt, aber die Anwendungen werden in beiden Ländern unterschiedlich in die Tat umgesetzt. Am Ende des 12. Schuljahres findet in beiden Ländern die sogenannte Reifeprüfung/Aufnahmsprüfung für die Universität statt. In Österreich werden die Aufgaben nach den Kompetenzen gestellt wie es geplant ist. Hingegen werden in der Türkei die Aufgaben so gestellt, dass sie von den Schüler/innen in bestimmter Zeit gelöst werden ohne dabei auch nur einmal begründen, interpretieren u.Ä. zu müssen. Es geht hier nur um schnelles und richtiges Lösen der Aufgabenstellungen. D.h.: man hat pro Beispiel ca. eine bzw. zwei Minuten. In Österreich hingegen hat man sicher mehr als zwei Minuten pro Beispiel.

5 Untersuchung

In diesem Kapitel werde ich die Perspektive der türkischen Lehrer/Innen zum Thema Anwendung des mathematischen Lehrplans anschauen. Dazu habe ich Interviews mit zwei Lehrerinnen geführt, wobei die Personen in unterschiedlichen Städten als Lehrerin arbeiten und in allen Oberstufenklassen unterrichten.

Die Schüler/innen werden in den Schulen nicht gut auf die Aufnahmeprüfung für die Universität vorbereitet, weil die Prüfung ein anderes Prüfungsformat hat. Aus diesem Grund habe ich die Interviewten nach der Sinnhaftigkeit des mathematischen Lehrplans gefragt.

Die konkreten Fragestellungen meines Interviews lauten:

- 1) Sich vorstellen
- 2) Können die Schüler/innen mit den Beispielen, die Sie im Unterricht machen einen Bezug zu ihren eigenen Alltagsleben herstellen? Oder sind die Beispiele abstrakt und nicht alltagsbezogen?
- 3) Haben Sie Schwierigkeiten bei der Durchführung des Lehrplans? Nach Ihrer Meinung gibt es Vorteile oder Nachteile des Lehrplans? Können Sie Beispiele aufzählen!
- 4) Wenn sie Unterricht halten, geben Sie mehr Fokus auf die Theorie oder auf das schnellere Rechnen von Beispielen? Warum?
- 5) In wie weit beeinflusst die Aufnahmeprüfung für die Universität Sie und ihre Schüler/innen?

5.1 Auswertung und Analyse der Interviews

Inhaltsanalyse nach Mayring

Kategoriensystem

1. Vorstellung

1.1. Vorstellung

2. Bezug zum Alltagsleben

2.1. Alltagsbezogene Aufgabenstellungen

2.2. Abstrakte Aufgabenstellungen

3. Lehrplan

3.1. Realisierbarkeit

3.2. Vorteile/ Nachteile

4. Lehrstoff

4.1. Lehrmethode

5. Aufnahmeprüfung für die Universität

5.1 die Wirkungen über die Schüler/innen

5.2. die Wirkungen über die Lehrer/innen

Bezeichnung der Fundstellen

Tabelle6:Qualitative Inhaltsanalyse (Mayring) Codebogen			
Beobachtungsebene	Analysedimension	Codes von Interviews AKCAN	Codes von Interviews ERHAN
Vorstellung	(Analysedimension 1)		
1.1.	Vorstellung	S. 1 / 4-5	S. 1 / 4-5
Bezug zum Alltagsleben	(Analysedimension 2)		
2.1.	Alltagsbezogene Aufgabenstellungen	S.1/ 9-12	S. 1 / 9-12
2.2.	Abstrakte Aufgabenstellungen	S.1/ 12-16	S.1/ 9-10
Lehrplan	(Analysedimension 3)		
3.1.	Realisierbarkeit	S. 1 / 19-27, S.2/ 36-42	S. 1/20-25
3.2.	Vorteile /Nachteile	S.2/ 28-35	S.1/ 15-19
Lehrstoff	(Analysedimension 4)		
4.1.	Lehrmethode	S.2/ 45-51	S.2/ 28-31
Aufnahmsprüfung für die Universität	(Analysedimension 5)		
5.1.	Die Wirkungen auf die Schüler/innen	S.2-3/ 54-58	S.2/ 39-42
5.2.	Die Wirkungen auf die Lehrer/innen	S.3/ 59-65	S.2/ 34-38

Qualitative Inhaltsanalyse (Mayring) Analyseeinheit

Beobachtungsebene	Analysedimension	Paraphrasierung AKCAN	Zusammenfassung pro Kategorie	Paraphrasierung ERHAN	Zusammenfassung pro Kategorie	Zusammenfassung pro Analyseeinheit
Vorstellung	(Analyseeinheit 1)					
1.1.	Vorstellung	Ich heiße Nazike Akcan. Ich wohne in Afyon-Sandikli. Ich unterrichte Mathematik in der Oberstufe und zwar in der neunten, zehnten, elften und zwölften Schulklasse im Cumhuriyet Gymnasium.	Die befragte Person Nazike AKCAN unterrichtet in allen Klassen der Oberstufe.	Aysegül Erhan. Ich wohne in Amasya. Ich unterrichte Mathematik in der Oberstufe und zwar in der neunten, zehnten, elften und zwölften Schulklasse im Amasya Gymnasium.	Die befragte Person Aysegül ERHAN lebt in einer anderen Stadt und unterrichtet in allen Klassen der Oberstufe.	Die befragten Personen stellen sich vor.
Bezug zum Alltagsleben	(Analyseeinheit 2)					
2.1.	Alltagsbezogene Aufgabenstellungen	Ich versuche einen alltagsbezogenen Unterricht mit Materialien, Aktivitäten und Beispielen zu gestalten, aber es ist leider nicht für jedes Unterrichtsthema möglich. Für manche Stoffgebiete ist es einfach Beispiele aus dem Schülerleben zu geben besonders bei der Grundrechenoperationen.	Alltagsbezogene Aufgabenstellung bei den Grundoperationen zu stellen ist einfach jedoch nicht für jedes Unterrichtsthema möglich!	Für die Schüler/innen sind viele Themen in der Mathematik nicht anschaulich, also abstrakt und nicht alltagsbezogen. Deswegen haben sie keine Lust dieses Thema zu lernen. Obwohl ich die Anwendungsbereiche im Alltag betone, bleiben fast alle Themen trotzdem abstrakt.	Die alltagsbezogene Aufgabenstellungen sind in vielen Themen nicht konkret!	Trotz der alltagsbezogenen Aufgabenstellungen bleiben viele Themen abstrakt.

2.2.	Abstrakte Aufgabenstellungen	Aber einige Themen bleiben immer noch abstrakt, weil die Schüler/innen dafür kein Interesse zeigen. Wir versuchen als Lehrer/innen diese Themen zu konkretisieren, jedoch kommen die Schüler/innen uns mit „Wozu brauche ich überhaupt in meinem Leben“-Fragen entgegen. Und diesen Aspekt aufzuheben fällt uns Lehrer/innen sehr schwer.	Aufgrund der abstrakten Themen lässt sich bei den Schüler/innen kein Interesse erwecken!	Für die Schüler/innen sind viele Themen in der Mathematik nicht anschaulich, also abstrakt und nicht alltagsbezogen.	Viele Themen sind in der Mathematik nicht anschaulich!	Abstraktheit macht das Lernen schwierig.
Lehrplan	(Analyseeinheit 3)					
3.1.	Realisierbarkeit	Ja, Ich habe viele Schwierigkeiten damit. Die erste ist, dass die Schüler/innen unterschiedliche Vorkenntnisse und Anforderungen mitbringen. Die zweite, was ich nicht richtig finde ist, dass der gleiche Lehrplan in allen Städten der Türkei durchgeführt wird. Die Menschen haben ja andere Lebensarten und -weisen	Sieht die Schwierigkeiten bei der Durchführung des Lehrplans mit verschiedenen Aspekten.	Im ersten Teil der Aufnahmeprüfung für die Universität kommen die Fragen aus der neunten Schulstufe und diese Prüfung findet aber in der zwölften Schulklasse statt. Dies ist ein großer Fehler im Lehrplan und auch im Prüfungssystem. Bei mir liegen die größten Schwierigkeiten in der Durchführung des Lehrplans in den unterschiedlichen Schülerniveaus. Ich kann nicht einfach Aktivitäten oder Projekte machen, es dauert länger und kostet Zeit. Und Ich glaube, dass einige Themen im Lehrplan unnötig sind.	Sieht die Unvollständigkeit bei der Durchführung des Lehrplans.	Der Lehrplan ist theoretisch gut aber, für das Anwenden bringt unterschiedliche Schwierigkeiten mit sich.

		in manchen Regionen, deswegen sollten die Beispiele, die im Lehrplan vorkommen, entsprechend und frei ausgewählt werden können. Z.B.: Als Einführungsbeispiel zur Koordinatenebene mit dem Sitzplatzfinden im Kino ist sicher nicht motivierend für die Schüler/innen, wenn in der Klasse nur 10 oder 5 % ein Kino gesehen haben oder hingegangen sind. Solche Beispiele sind sicher nicht fördernd im Unterricht. Individuelle Unterschiede, sozioökonomische und soziokulturelle Unterschiede, psychische, physische und psychologische Zuständen, die Perspektive der Eltern bei der Erziehung und Bildung sind auch andere Gründe für die Schwierigkeiten beim Unterrichten. Der Lehrplan ist theoretisch gut aber, für die Anwendung				
--	--	--	--	--	--	--

		ungenügend. Laut dem Lehrplan müssen alle Schüler/innen die gleichen Lernziele erreichen, ich denke aber, dass es sinnlos ist. Die Klassen sind sehr heterogen und dies ist sowohl für Lehrer/innen als auch Schüler/innen eine große Schwierigkeit.				
3.2.	Vorteile/Nachteile	Der Lehrplan hat natürlich die nützlichen Seiten für die Lehrer/innen. z.B.: Ich gestalte Aktivitäten in der Klasse genauso wie im Lehrplan steht. Das erleichtert jemand die Arbeit. Ich versuche auch in der Klasse entsprechend die Lehr/Lernprozesse zu realisieren. Ein weiterer Fehler im Lehrplan ist, dass wir die Schüler/innen so lehren und so unterrichten, als ob sie alles verstehen müssten. In der achten Schulstufe könnten sich	Der Lehrplan ist für die Lehrer/innen nützlich. Aber nicht geeignet für die Entwicklung der Begabungen jeder einzelnen Schülerin oder jedes Schülers.	Ja, Viele. Die Lehrstoffe sind sehr viel, deshalb kann ich nicht mit allen Unterrichtsthemen bis zum Ende des Semesters fertig werden. Aus dem Grund gehe ich die Themen ganz schnell durch damit ich rechtzeitig mit dem Stoff fertig bin. Im Lehrplan sind der Lehrstoff, und die Lehr/Lernprozesse bestimmt und diese werden in allen Städten der Türkei gleich unterrichtet und das finde ich schon sehr hilfreich.	Der Lehrplan ist hilfreich jedoch ist es für die Lehrer/innen eine Herausforderung!	Ähnliche Erklärungen über die Vorteile und Nachteile des Lehrplans aus den unterschiedlichen Perspektiven.

		die Kinder aber schon ihre Fähigkeiten und Interessengebiete herausfinden, wir gehen aber nicht ihren Interessen nach sondern wir erziehen alle Kinder auf die gleiche Art und deswegen ignorieren wir ihre Begabungen.				
Lehrstoff	(Analyseeinheit 4)					
4.1.	Lehrmethode	Meiner Meinung nach ist es in der Mathematik so: Wenn man eine Frage lösen will, muss man zuerst die Logik des Problems verstehen. Dann kommt schnelleres Rechnen von Beispielen. Das ist auch sehr wichtig für die Aufnahmeprüfung für die Universitäten. Die Schüler/innen müssen theoretisch das Thema verstehen, sonst können sie die Aufgaben nicht lösen. Mathematik ist Logik, ohne Logik kann man nichts machen. Ich beginne mit der	Betont die Wichtigkeit der Logik in der Mathematik. Beginnt mit der Theorie und dann Lösen der Beispiele.	Ich beginne mit den Beispielen aus dem Alltagsleben beim Einstieg um die Kinder zu motivieren. Dann mache ich Theorie und wir lösen gemeinsam Beispiele für das praktische und schnelle Rechnen.	Beginnt mit motivierenden Beispielen dann die Theorie und zuletzt das Rechnen der Beispiele.	Beide Lehrer/innen beginnen mit der Theorie und danach machen sie mit den Beispielen weiter.

		Theorie und dann lösen wir viele Beispiele.				
Aufnahmsprüfung für die Universität	(Analyseeinheit 5)					
5.1.	Die Wirkungen über die Schüler/innen	Die Aufnahmsprüfung ist für die Zukunft der Schüler/innen sehr wichtig. Wegen der Zukunftssorgen spielt diese Prüfung eine große Rolle. Wenn man sich für die Zukunft große Ziele gesetzt hat, dann arbeitet man planmäßig, ordentlich, und nimmt die Sachen, die man in der Schule durchmacht ernst. Aber die Angst vor Erfolgslosigkeit hat einen großen Druck bei manchen Schüler/innen und deswegen geben sie auf.	Meint, dass es sowohl positive als auch negative Wirkungen gibt.	Die Nachteile der Aufnahmsprüfung sind, dass das Lösen der Probleme lang dauert aber die Schüler/innen nur eine Minute für eine Aufgabe haben und somit unter Zeitdruck stehen und für den Stoff der 12. Schulstufe keine Interesse zeigen und dadurch die Motivation für den Stoff weniger wird.	Die Schüler/innen stehen unter Zeitdruck!	Die Aufnahmsprüfung für die Universität spielt bei vielen Schüler/innen eine große Rolle. Leider muss man sich für die Prüfung sehr viel anstrengen, weil sie schwierig ist.

5.2.	Die Wirkungen über die Lehrer/innen	Für die Schüler/innen sind die Nachhilfeinstitute unverzichtbar wegen der Vorbereitung auf die Aufnahmeprüfung. Deswegen verlieren besonders in der letzten Schulstufe die Schulen, Unterrichtsstunden und die Lehrer/innen an Bedeutung. Wegen dem System schaffen wir aus den Kindern nur Roboter, die nur fürs Lernen programmiert sind. Es gibt auch kein Sitzenbleiben in den Schulen und das verursacht, dass die Schüler/innen sich nicht um den Unterricht, das Durchfall oder die Noten kümmern. Folglich wird die Schule von den Schüler/innen nur als ein soziales Ort betrachtet.	Die Nachhilfeinstitute sind für alle Schüler/innen wichtiger als ihre Schulen. Besonders in der letzten Schulstufe!	Der erste Teil findet am März/April statt. Dass die Prüfung während der Schulzeit stattfindet und der Stoff der 12. Klasse nicht zur Aufnahmeprüfung kommt, beeinflusst das Bildungssystem negativ. Die Prüfung kommt für die Schüler/innen in erster Linie anstatt der Zeugnisnoten. Und diese Haltung demotiviert uns Lehrer/innen. Natürlich macht es mich glücklich, wenn sie den ersten Teil der Prüfung schaffen.	Die Lehrer/innen kommen erst an zweiter Stelle nach den Nachhilfelehrer/innen , was zur Folge hat, dass die Lehrer/innen dadurch die Motivation verlieren.	Wegen des Aufnahmeprüfungssystems verlieren die Schulen und die Lehrer/innen an Bedeutung!
------	-------------------------------------	---	---	---	--	--

5.2 Darstellung der Ergebnisse

Meine beiden Interviewpartnerinnen sind, wie man sieht, fast bei allen Fragen der gleichen Meinung. Wenn man auch versucht Aufgaben aus dem Alltagsleben der Schüler/innen zu erstellen und durch mögliche Aktivitäten den Unterricht zu gestalten, kommen die Schüler/innen mit den negativen Einstellungen zum Mathematikunterricht, weil sie denken, dass man die Themen, die man im Unterricht lernt, in ihrem Leben sowieso nicht brauchen würden. Beide Lehrerinnen beschwerten sich dieses Problem nicht überwinden zu können.

Beide Lehrerinnen meinen, dass der Lehrplan für sie nützlich sei, jedoch bei der Umsetzung im Unterricht ungenügend bleibt. Sie denken, dass der Stoff aus zeitlichen Gründen nicht ganz erklärt werden kann und die Beispiele, die im Lehrplan stehen, nicht dem Alltag der Schüler/innen entsprechen. Und was sie noch hervorheben, ist, dass der Lehrstoff so aufgebaut wird, als würden alle Schüler/innen ihn ohne weiteres verstehen.

Beim Unterrichten legen die beiden Lehrerinnen das Augenmerk auf die Theorie. Sie versuchen zunächst mit der Theorie die Schüler/innen zu motivieren und dann lösen sie zum Verfestigen und zum Verständnis des Stoffes gemeinsam entsprechende Aufgaben zu den jeweiligen Themen. Sie strengen sich auch bei der Lösung der praktischen Beispiele an, weil diese bei der Aufnahmeprüfung eine wichtige Rolle spielen.

Für die Schüler/innen, die dann diese Aufnahmeprüfung bestehen möchten, haben die Nachhilfeinstitute eine große Bedeutung. Die beiden Lehrerinnen meinen, dass sie sich dadurch eher unnütz fühlen und das Gefühl bekommen, als wären sie nicht in der Lage die Schüler/innen auf die Prüfung gut vorbereiten zu können. In der letzten Schulstufe verlieren die Schulen und die Lehrer/innen wegen der Nachhilfeinstitute an Bedeutung.

Es ist auch sonderbar, dass Themen, die im Lehrplan stehen, bei der Aufnahmeprüfung nicht gefragt werden. Sie sagen, dass sie aber trotzdem alles durchmachen müssen, was im Lehrplan steht. Weil die Schüler/innen darüber Bescheid wissen, welche Themen nicht zur Prüfung kommen, führt dies dazu, dass sie sich gar nicht mehr für diese Themen interessieren und sie nur als eine Zeitverschwendung betrachten. Somit verlieren auch die Lehrer/innen die Lust etwas beizubringen. Auch das Datum, an dem der erste Teil der Aufnahmeprüfung stattfindet, beeinflusst den Unterricht in der 12. Schulstufe negativ, da bei dieser Prüfung der

Stoff der neunten Schulstufe überprüft wird, was daher zur Folge hat, dass das Interesse für den Stoff der 12. Schulstufe sinkt und die Schüler/innen sich für Nachhilfeinstitute anmelden.

6 Zusammenfassung

Im Rahmen meiner Diplomarbeit habe ich im ersten Kapitel die Geschichte und die Ziele der beiden Bildungssysteme bzw. die Arten von Schulen im Hinblick auf soziale und ökonomische Gegebenheiten miteinander verglichen. Diese Einführung diene als Basiswissen für mein Kernthema „Der Vergleich des Mathematikunterrichts in beiden Ländern, insbesondere in der Oberstufe“. In dieser Arbeit werden mithilfe der beiden Lehrpläne die Unterschiede und Ähnlichkeiten des Mathematikunterrichts gezeigt. Es befinden sich zur Reifeprüfung in Österreich bzw. zur Aufnahmeprüfung in der Türkei etliche Fragen, mit denen gezeigt wurde, ob die Schüler/innen auf diese Prüfung in der Schule vorbereitet werden oder nicht.

Das Herzstück meiner Arbeit ist das vierte Kapitel, in dem die Lehrpläne von Österreich und der Türkei verglichen werden. Die Darstellung beginnt mit einem Vergleich der allgemeinen Bestimmungen der Lehrpläne, danach folgt ein Vergleich der didaktischen Grundsätze. Schließlich geht es mit dem Vergleich des Lehrstoffes weiter, der in 10 Themenbereichen unterteilt wird. Bei jedem Kapitel wird gezeigt, wie die Sätze definiert werden, wie ein neues Thema eingeführt wird und welche Themen in welchen Schulstufen behandelt werden. Zu jedem Kapitel habe ich typische Aufgabenstellungen aus beiden Ländern entnommen und auch einige Beispiele mit den Rechenwegen hinzugefügt.

Ich als eine Person, die in der Türkei geboren und aufgewachsen ist und bis zur Universität die Schulen in der Türkei besucht hat, und dann am Anfang der Universitätszeit nach Österreich gekommen ist, hatte die Gelegenheit mit den PÄP und FAP Praktika das Österreichische Bildungssystem näher kennenzulernen. Durch die Erzählungen und Erfahrungen von meinen Freundinnen konnte ich mir auch ein Bild vom österreichischen Bildungssystem machen.

Als ich hier mit der Universität begann, bemerkte ich einerseits wie schwierig es war mit einer anderen Fremdsprache zu studieren, andererseits erkannte ich die Gründe meiner Anstrengungen für die Universität. D.h.: ein Land bildet mit seinem Bildungssystem nicht nur

aus, sondern es gibt den Schüler/innen bzw. Student/innen auch dadurch eine Weltanschauung und Herangehensweise zum Wissen.

Ich beobachtete durch die Interviews in meiner Arbeit die Schwierigkeiten bei der Durchsetzung und Anwendung des türkischen Lehrplans in den Schulen. Mithilfe dieser Interviews wurde auch gezeigt, dass der Aufnahmsprüfungsstoff und Lehrplanstoff weniger Gemeinsamkeiten aufwiesen, und die Vorbereitung für diese Prüfung sich in den Schulen immer mehr vom Lehrplan auseinander entwickelt.

Résumé

In part of my diploma thesis, I have compared the history and objectives of the two educational systems or the types of schools in regard to social and economic conditions in the first chapter.

This introduction was used as basic knowledge for my core theme "The comparison of mathematics teaching in both countries particularly in the high school". This thesis demonstrates the differences and similarities of mathematic lessons by using the two curricula. There are quite a few questions about the school leaving examination in Austria or the admission examination in Turkey, which has been researched if students are prepared for such an examination in schools.

The heart of my work is the fourth chapter, which compares the curricula of Austria and Turkey. The presentation begins with a comparison of the terms of curricula, followed by a comparison of the didactic principles.

Finally, it continues with comparison of the syllabus, which is divided into 10 subject areas. Each chapter shows, how the sentences are defined, how a new theme is introduced and which theme will approach in which grade level. To each chapter, I have taken from typical tasks of the two countries and added some examples with the calculation method.

I as a person, who was born and grown up in Turkey and visited the schools there until the university, and moved at the beginning of my college years to Austria, where I had the opportunity with the PÄP and FAP internships to become acquainted with the Austrian education system. Through the stories and experiences of my friends I could win an image of the Austrian educational system.

When I began studying here in Austria, I noticed that on the one hand it is very difficult to study with a foreign language and on the other hand I realized the reasons of my efforts for my study. In other words, a country does not only educate people with its education, but also the students gain an ideology and an approach to knowledge.

Through the interviews in my thesis, I observed the difficulties in the enforcement and application of the Turkish curriculum in the schools. With the aid of these interviews, it was proved that the admission exam material and curriculum material have no similarities with each other. This leads to that the preparation for the exam advances more and more in schools.

Literaturverzeichnis

- [1] **Akpınar B.:** Eğitim ve Program; Data Yayınları, Elazığ 2009.
- [2] **Akyüz Y.:** Türk Eğitim Tarihi; Ankara 1982.
- [3] **Alkan C., Doğan H., Sezgin İ.:** Mesleki ve Teknik Eğitimin Esasları; Gazi Ün. İletişim Fakültesi Basımevi, Ankara 1994.
- [4] **Bärzel B.:** Mathematik unterrichten Planen, durchführen, reflektieren; Cornelsen Verlag Scriptor, Berlin 2011.
- [5] **Bürger H., Fischer R., Malle G.:** Mensch und Mathematik; Vieweg Verlag, Wien 2004.
- [6] **Çelik V.:** Türk Eğitim Sisteminin Örgüt ve Yönetim Yapısı ,Öğretmenlik Mesleği; Üniversite Kitabevi, Elazığ 2002.
- [7] **Engelbrecht H.:** Geschichte des österreichischen Bildungswesens. Erziehung und Unterricht auf dem Boden Österreichs; Wien 1984.
- [8] **Erdem M.:** Türk Eğitim Sistemi, Karşılaştırmalı Eğitim Sistemleri; Pegem Akademi Yayınları, Ankara 2009.
- [9] **Erden M., Fidan N.:** Eğitime Giriş; Alkım Yayınevi, İstanbul 1998.
- [10] **Götz S., Reichel Hans-C., Müller R., Hanisch G.:** Mathematik-Lehrbuch 5; Verlag öbv&hpt, Wien 2004.
- [11] **Götz S., Reichel Hans-C., Müller R., Hanisch G.:** Mathematik-Lehrbuch 7; Verlag öbv & hpt, Wien 2006.
- [12] **Hesapçioğlu M.:** Öğretim ilke ve Yöntemleri; Beta Yayın ve Dağıtım, İstanbul 1998.
- [13] **Kandl S., Malle G., Ramharter E., Ulovec A.:** Mathematik verstehen 5; Österreichischer Bundesverlag Schulbuch, Wien 2005.
- [14] **Kandl S., Malle G., Ramharter E., Ulovec A.:** Mathematik verstehen 6; Österreichischer Bundesverlag Schulbuch, Wien 2005.
- [15] **Kandl S., Malle G., Ramharter E., Ulovec A.:** Mathematik verstehen 7; Österreichischer Bundesverlag Schulbuch, Wien 2006.
- [16] **Kandl S., Malle G., Ramharter E., Ulovec A.:** Mathematik verstehen 8; Österreichischer Bundesverlag Schulbuch, Wien 2007.
- [17] **Lütge J.:** So läuft's rund im Referendariat; Verlag an der Ruhr, Berlin, Deutschland 2010.
- [18] **MEB:** Lise ve Ortaokullar Yönetmeliği. Tebligler Dergisi; Ankara 1964.

[19] **MEB**: Lise ve Dengi Okullar Denetim Rehberi; Ankara 2007.

[20] **Okçabol R.**: Öğretmen Yetiştirme Sistemimiz; Ütopya yayınları , Ankara 2005.

[21] **Petersen P.**: Bildung und Erziehung, in: Weber Erich (Hg.), Der Erziehungs und Bildungsbegriff im 20. Jahrhundert. Bad Heilbrunn/Obb. 1976, (= Klinkhards Pädagogische Quellentexte).

[22] **Weinert Franz E.**: Leistungsmessung in Schulen; Beltz, Weinheim und Basel 2001.

Verwendete Links

www1

http://sgb.meb.gov.tr/eurydice/kitaplar/Turk_Egitim_sistemi_2011/Turk_Egitim_Sisteminin_Orgutlenmesi_2011.pdf (02.02.2013)

www2 <http://www.egitimbrsen.org.tr/yayinlarimiz/149-egitimbrsen.org.tr-149.pdf> (03.02.2013)

www3 http://www.meb.gov.tr/duyurular/duyurular2012/12yil_soru_cevaplar.pdf(03.02.2013)

www4 http://www.meb.gov.tr/duyurular/duyurular2006/takvim/egitim_sistemi.html(06.02.2013)

www5 <http://www.resmigazete.gov.tr/eskiler/2012/04/20120411-8.htm>(06.02.2013)

www6 <http://iys.inonu.edu.tr/webpanel/dosyalar/442/file/TES&OYbolum2.pdf>(10.02.2013)

www7 http://www.tebd.gazi.edu.tr/arsiv/2008_cilt6/sayi_3/545-559.pdf (12.02.2013)

www8 <http://mevzuat.meb.gov.tr/html/88.html>(15.02.2013)

www9 http://www.egitimsen.org.tr/ekler/4d82c0cb288bc6da2025c0c20ecb602_ek.pdf(15.02.2013)

www10 http://www.bmukk.gv.at/schulen/bw/ueberblick/sw_oest.xml(20.02.2013)

www11

<http://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung.wxe?Abfrage=Bundesnormen&Gesetzesnummer=10009600>

(04.03.2013)

www12 http://de.wikipedia.org/wiki/Bildungssystem_in_%C3%96sterreich(04.03.2013)

www13

<http://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung.wxe?Abfrage=Bundesnormen&Gesetzesnummer=10009265>

(10.04.2013)

www14 <http://www.bmukk.gv.at/schulen/bw/abs/vs.xml>(15.03.2013)

- www15** <http://www.bmukk.gv.at/schulen/bw/nms/index.xml>(15.03.2013)
- www16** <http://www.bmukk.gv.at/schulen/bw/abs/hs.xml>(15.03.2013)
- www17** <http://www.bmukk.gv.at/schulen/bw/abs/pts.xml>(18.03.2013)
- www18** <http://www.bmukk.gv.at/schulen/bw/abs/ahs.xml>(18.03.2013)
- www19** <http://bmukk.gv.at/schulen/bw/abs/sp.xml>(18.03.2013)
- www20** <http://www.bmukk.gv.at/schulen/bw/bbs/bbs.xml>(20.03.2013)
- www21** <http://www.bmukk.gv.at/schulen/lehr/labneu/fakten.xml>(20.03.2013)
- www22** <http://lehrerinnenbildung.univie.ac.at/>(21.03.2013)
- www23** http://tr.wikipedia.org/wiki/Y%C3%BCkse%C3%B6%C4%9Fretim_Kurulu (17.02.2013)
- www24** <http://www.tuik.gov.tr/PreHaberBultenleri.do?id=13425>(10.04.2013)
- www25** http://www.statistik.at/web_de/statistiken/bevoelkerung/index.html(10.04.2013)
- www26** http://www.bmukk.gv.at/medienpool/5822/schulrecht_info_3.pdf(15.04.2013)
- www27**
- http://tr.wikipedia.org/wiki/T%C3%BCrkiye%27de_e%C4%9Fitim_ve_%C3%B6%C4%9Fretim_sistemi
(20.04.2013)
- www28** <https://www.bifie.at/srdp>(20.04.2013)
- www29** http://www.bmukk.gv.at/medienpool/11859/lp_neu_ahs_07.pdf(20.04.2013)
- www30** <http://ttkb.meb.gov.tr/program2.aspx?islem=1&kno=86>(23.04.2013) (Man sollte den Lehrplan herunterladen.)
- www31**
- https://www.bifie.at/system/files/dl/srdp_ma_praxishandbuch_mathematik_2013-11-05.pdf(25.04.2013)
- www32**
- https://www.bifie.at/system/files/dl/bist_m_sek1_praxishandbuch_mathematik_8_2012-04-16.pdf(25.04.2013)
- www33**
- <http://derstandard.at/1363711662572/Ministerrat-Neue-Lehrausbildung-beschlossen>(18.11.2013)
- www34** http://www.bmukk.gv.at/medienpool/14043/lp_vs_erster_teil.pdf(18.11.2013)

- www35** <https://www.bifie.at/pisa>(17.11.2013)
- www36** <http://de.wikipedia.org/wiki/PISA-Studien>(17.11.2013)
- www37** <http://dokuman.osym.gov.tr/pdfdokuman/2013/OSYS/24.03.2013%20YGS.pdf>(17.11.2013)
- www38** <http://www.osym.gov.tr/dosya/1-69252/h/lys1matematiktesti.pdf> (17.11.2913)
- www39** https://www.bifie.at/system/files/dl/PK13Mai_MAT_T1_AU.pdf (17.11.2013)
- www40** https://www.bifie.at/system/files/dl/PK13Mai_MAT_T2_AU.pdf (17.11.2013)
- www41** https://www.bifie.at/system/files/buch/pdf/pisa12_erste_ergebnisse_2013-12-03.pdf(04.12.2013)
- www42** http://de.wikipedia.org/wiki/Neue_Mittelschule (04.12.2013)
- www43** <http://akademiko.net/documents/YGS-LYSSINAVS%C4%B0STEM%C4%B0.pdf> (05.12.2013)

LEBENS LAUF

Name: Şeyma Aksoy

Geburtsdatum: 19. Januar 1986, Amasya, Türkei

Staatsbürgerschaft: Türkei

Eltern: Mustafa und Ayşe Aksoy

Schulbildung: 1991-1996 Volksschule/Bahçeleriçi İlköğretim Okulu
1996-2000 Hauptschule/ Amasya Anadolu İmam Hatip Lisesi
2000-2003 Gymnasium/ Amasya Anadolu Öğretmen Lisesi
2004-2007 Universität/ Samsun Ondokuz Mayıs Üniversitesi
(Studium abgebrochen)
2008/SS Vorstudienlehrgang-Deutschkurse
2008/WS Beginn des Lehramtsstudiums Mathematik und Informatik
und Informatikmanagement an der Universität Wien.

SACHERSCHLIESSUNG

der

Fachbereichsbibliothek Mathematik, Statistik, Informatik der Universität Wien

Klassifikation

Aufstellungsort:

☐ HoA

☒ HoD

MSC2000:

BK:

Schlagwortketten nach RSWK

Türkei- Österreich- Mathematikunterricht

Kontrollvermerk der Fachbibliothek:

12.11.2013

Datum



Unterschrift