



# DIPLOMARBEIT

Titel der Diplomarbeit

„Einstiege in – für Schüler und Schülerinnen – neue  
Themen und deren Erarbeitung mit besonderem  
Augenmerk auf die Methodik.

Eine Sammlung geplanter Einstiege und Erarbeitungen  
zu ausgewählten Themen der AHS – Unterstufe.“

Verfasserin

Andrea Arzberger

angestrebter akademischer Grad

Magistra der Naturwissenschaften (Mag. rer. nat.)

Wien, 2014

Studienkennzahl lt. Studienblatt: A 190 482 406

Studienrichtung lt. Studienblatt: Lehramtsstudium Bewegung und Sport und Mathematik

Betreuer: Mag. Dr. Andreas Ulovec



## EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

„Ich erkläre hiermit, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst und nur die ausgewiesenen Hilfsmittel verwendet habe. Diese Arbeit wurde weder an einer anderen Stelle eingereicht noch von anderen Personen vorgelegt.“



# DANKSAGUNG

Ich möchte mich an dieser Stelle bei all denen bedanken, die mich bei meiner Diplomarbeit so tatkräftig unterstützt haben.

Zunächst danke ich Ihnen, Mag. Dr. Andreas Ulovec, für die Betreuung dieser Diplomarbeit. Auf Grund Ihrer großartigen Unterstützung, Ihrer Ratschläge und Offenheit bezüglich meiner Ideen wurde die Erstellung dieser Arbeit möglich.

Des Weiteren gilt ein besonderer Dank meinen Eltern. Ihr seid bei allen meinen Entscheidungen immer hinter mir gestanden und habt mich immer unterstützt. Dadurch habt ihr mir die schönste Zeit meines Lebens ermöglicht, wofür ich Euch unendlich dankbar bin.

Dir, Astrid, möchte ich danken, dass ich mich während meines Studiums bei Dir zurückziehen konnte, wann immer es notwendig war und du immer für mich da warst.

Für die Korrekturen dieser Arbeit möchte ich mich bei meiner Mutter, meiner Schwester Astrid, Maria und Christina bedanken.

Dir, Christina, gilt ein besonderer Dank. Du hast mich schon zu Schulzeiten unterstützt und warst mir bei der Korrektur meiner Arbeit eine sehr große Hilfe. Vielen Dank für alles!



# INHALTSVERZEICHNIS

Einleitung.....	11
1 Unterrichtphasen im besonderen Hinblick auf Einstieg und Erarbeitung .....	15
1.1 Der Einstieg.....	18
1.1.1 Begriffsbestimmung.....	18
1.1.2 Zeitlicher Aspekt.....	20
1.1.3 Funktionen des Einstiegs.....	20
1.1.4 Didaktische Kriterien für einen guten Einstieg.....	22
1.2 Die Erarbeitung .....	26
1.2.1 Begriffsbestimmung.....	26
1.2.2 Zeitlicher Aspekt.....	27
1.2.3 Funktionen der Erarbeitung .....	27
1.2.4 Didaktische Kriterien für eine gute Erarbeitung.....	28
2 Die Unterrichtsmethode .....	31
2.1 Beschreibung .....	31
2.1.1 Was ist eine Unterrichtsmethode .....	31
2.1.2 Merkmale und Funktionen einer Unterrichtsmethode.....	33
2.2 Methodenvielfalt – notwendig oder nicht?.....	35
2.3 Unterrichtsformen.....	37
2.3.1 Darbietende Unterrichtsform.....	39
2.3.2 Impulssetzende Unterrichtsform .....	42
2.3.3 Fragend-entwickelnde Unterrichtsform .....	43
2.4 Sozialformen .....	46
2.4.1 Frontalunterricht .....	50
2.4.2 Einzelarbeit.....	52
2.4.3 Partnerarbeit.....	53
2.4.4 Gruppenarbeit .....	55
3 Beispiele für Einstieg und Erarbeitung ausgewählter Themen der AHS - Unterstufe.....	59

3.1	Einführung der Bruchzahlen (1. Klasse) .....	59
3.1.1	Geschichtlicher Hintergrund.....	59
3.1.2	Theoretischer Hintergrund .....	61
3.1.3	Anwendungsgebiete der Bruchrechnung .....	62
3.1.4	Beispiel für Einstieg und Erarbeitung in der Praxis .....	64
3.1.5	Vor- und Nachteile der angewandten Methode .....	68
3.2	Einführung des Dreiecks (2. Klasse).....	69
3.2.1	Geschichtlicher Hintergrund.....	69
3.2.2	Theoretischer Hintergrund .....	70
3.2.3	Anwendungsgebiete des Dreiecks.....	72
3.2.4	Beispiel für Einstieg und Erarbeitung .....	73
3.2.5	Vor- und Nachteile der angewandten Methode .....	79
3.3	Einführung der Zinsrechnung (3. Klasse).....	80
3.3.1	Geschichtlicher Hintergrund.....	80
3.3.2	Theoretischer Hintergrund .....	81
3.3.3	Anwendungsgebiete der Zinsrechnung.....	83
3.3.4	Beispiel für Einstieg und Erarbeitung .....	84
3.3.5	Vor- und Nachteile der angewandten Methode .....	97
3.4	Einführung der Zahl $\pi$ und der Berechnungen am Kreis (4. Klasse) .....	98
3.4.1	Geschichtlicher Hintergrund.....	98
3.4.2	Theoretischer Hintergrund .....	99
3.4.3	Anwendungsgebiete der Berechnungen am Kreis .....	101
3.4.4	Beispiel für Einstieg und Erarbeitung .....	102
3.4.5	Vor- und Nachteile der angewandten Methode .....	107
4.	Conclusio.....	109
	Literaturverzeichnis.....	113
	Tabellenverzeichnis .....	117
	Abbildungsverzeichnis .....	117

Zusammenfassung .....	119
Abstract .....	121
Lebenslauf .....	123



# EINLEITUNG

Die standardisierte Struktur einer Mathematikstunde meiner Jugendzeit war wie folgt gegliedert: es gab eine Begrüßung, eine Wiederholung des Lerninhaltes der letzten Unterrichtsstunde und danach wurden Hausaufgaben eingesammelt oder verglichen. Anschließend wurde das aktuelle Kapitel weiter bearbeitet oder ein neues Thema begonnen und gegen Ende der Einheit folgte die Verkündung der Hausaufgaben.

Dabei ist ein bestimmter Ablauf zu erkennen, aus welchem ich für meine Hauptforschungsfrage die Unterrichtsphasen Einstieg und Erarbeitung herausgreife, im besonderen Augenmerk auf die Methodik. Immer wieder hört man von verschiedenen Methoden, die man im Mathematikunterricht anwenden kann bzw. soll. Es werden verschiedene Möglichkeiten aufgelistet, auf welche Art und Weise der Unterricht gestaltet werden kann, doch daraus ist nicht automatisch zu schließen, wann welche Methode am besten eingesetzt werden soll. Folglich stellt sich die Frage, ob die Wahl der Methode beim Einstieg und der Erarbeitung eine wesentliche Rolle für das Verstehen eines neuen Themas im Mathematikunterricht ist.

Der Einstieg in ein neues Thema soll dazu dienen, den Schülern und Schülerinnen einen kurzen Überblick über das zu Erwartende zu geben. Außerdem soll er die Lernenden zur Erkenntnis führen, warum der Lerninhalt für sie von Nutzen ist. Folglich ist dieser so zu gestalten, dass alle Lernenden einen Anreiz bekommen, mehr über die Thematik zu erfahren. Dabei ist auf das Zeitmanagement zu achten, um einer sinkenden Konzentration und somit auch einer mangelnden Aufmerksamkeit entgegenzuwirken. Damit dies nicht eintritt und die Schüler und Schülerinnen aktiv und gespannt dem Unterricht folgen, ist es auch von Vorteil, sowohl den Einstieg als auch die Erarbeitung interessant zu gestalten. Des Weiteren wird eine Eintönigkeit vermieden, indem eine Vielfalt an differenter Einstiege und Erarbeitungen angewandt werden. Somit wird Langeweile verhindert und die Schüler und Schülerinnen können einen besseren Bezug zum jeweiligen neuen Thema herstellen. Erfolgt auf Dauer eine Eintönigkeit der Gestaltung des Unterrichts, so führt dies zum Desinteresse der Lernenden, daher ist ein bestimmtes Methodenrepertoire für die Abwechslung im Unterricht förderlich. Werden die Unterrichtsmethoden und folglich die Unterrichtsformen und die Sozialformen innerhalb einer Unterrichtseinheit gewechselt, wird dadurch die Stunde belebt und die Motivation und die Konzentration der Schüler und Schülerinnen bleibt erhalten. Die Art und Weise wie den Schülern und Schülerinnen etwas vermittelt wird ist ausschlaggebend für den weiteren Verlauf des Lernprozesses, daher ist es wichtig für einen neuen Unterrichtsstoff eine geeignete Methode zu finden.



Um die Richtigkeit dieser Behauptungen herauszufinden, wird im ersten Kapitel – zusätzlich zu den Unterrichtsphasen – der Einstieg und die Erarbeitung genauer beschrieben. Neben der Begriffsbestimmungen wird näher darauf eingegangen, wie viel Zeit dafür in Anspruch genommen werden soll und ob es von Vorteil ist, diese aufwändig und vielfältig zu gestalten. Des Weiteren wird geklärt, welche Funktionen sowohl der Einstieg als auch die Erarbeitung besitzen und wann diese als „gut“ bezeichnet werden.

Das zweite Kapitel bezieht sich auf die Unterrichtsmethode und folglich auch auf die Unterrichtsformen und Sozialformen. Dabei wird zunächst näher auf die Definition der Unterrichtsmethode eingegangen, als auch auf dessen Merkmale, Funktionen und den nötigen Zeitaufwand. Darüberhinaus wird geklärt, ob und in welchem Ausmaß Methodenvielfalt angewandt werden sollte und ob es Grenzen der Vielfalt gibt. In weiterer Folge werden die Unterrichtsformen und die Sozialformen erläutert und deren Vor- und Nachteile spezifiziert.

Im letzten Teil dieser Arbeit wird zu jeweils einem „neuen“ Thema der ersten bis vierten Klasse AHS-Unterstufe sowohl ein Einstieg als auch dessen Erarbeitung geplant. Dabei werden der geschichtliche Hintergrund und anschließend der theoretische Hintergrund, der bei dem Einstieg und bei der Erarbeitung behandelt werden soll, zunächst zu den jeweiligen Themen beschrieben. Des Weiteren folgt eine Darstellung der Relevanz der einzelnen Themen, sowohl im Bezug auf die weiterführende Mathematik, als auch deren Nutzen im Alltag. Danach werden die Vor- und Nachteile der jeweils angewandten Unterrichtsmethode angegeben.



# 1 UNTERRICHTSPHASEN IM BESONDEREN HINBLICK AUF EINSTIEG UND ERARBEITUNG

Im Laufe der Unterrichtsjahre entwickeln meist alle Lehrer und Lehrerinnen ein individuelles Schema, ihren Unterricht zu gestalten. Es werden immer wieder unterschiedliche Methoden und Sozialformen angewandt, doch die Grundstruktur bzw. die einzelnen Unterrichtsschritte – ob bewusst oder unbewusst – ähneln einander. Dies verdeutlicht das Beispiel, das Meyer (2006) in seinem Theorieband „Unterrichtsmethoden“ anführt: Ein Realschullehrer wurde befragt, ob er nach einem Phasenkonzept unterrichtet. Er antwortet, dass er nach einem Konzept arbeitet, aber dass es von dem in der Theorie Vorgesehenen abweiche. Doch im Endeffekt gleicht dieses dem Phasenkonzept von Jochen und Monika Grell (Meyer, 2006), auf welches im weiteren Verlauf noch näher eingegangen wird.

In der Literatur sind unterschiedliche Einteilungen einer Unterrichtsstunde zu finden, wobei sie sich im Großteil darin unterscheiden, in welchem Ausmaß sie ins Detail gehen und darin, wie die einzelnen Phasen beziehungsweise Schritte benannt werden. Grell und Grell (1991) beschreiben ein detailliertes Phasenrezept.

Bei der Kürzestfassung dieses Rezeptes erfolgt die Phasierung in folgenden Schritten (vgl. Grell & Grell, 1991):

Phase 0: Ich treffe *direkte Vorbereitungen* für die kommende Unterrichtsstunde.

Phase 1: Ich bemühe mich, bei den Schülern *positive reziproke Affekte auszulösen*.

Phase 2: Ich teile den Schülern mit, *was sie lernen sollen, wie sie es nach meiner Planung lernen sollen, warum sie es lernen sollen. Ich gebe also einen Informativen Unterrichtseinstieg.*

Ich Sorge dafür, daß die Schüler die Gelegenheit bekommen, zum Plan der Stunde Stellung zu nehmen und Änderungsvorschläge zu machen.

- Phase 3: Ich Sorge dafür, daß die Schüler die zum Lernen notwendigen Informationen haben. Ich gebe einen sogenannten *Informationsinput*.
- Phase 4: Ich biete den Schülern eine oder mehrere *Lernaufgaben* an und demonstriere ihnen, wie die Lernaufgabe bearbeitet werden kann.
- Phase 5: Ich lasse die Schüler eine gewisse Zeit *selbständig* an der Lernaufgabe arbeiten, damit sie Lernerfahrungen machen können. Bei dieser selbständigen Arbeit störe ich die Schüler nicht.
- Phase 6: Falls nach der 5. Phase noch eine Weiterverarbeitung im Klassenverband erfolgen soll, füge ich eine Auslöschungsphase ein, um den Schülern zu helfen, sich von der selbständigen Arbeit wieder auf die Arbeit im Klassenplenum umzustellen.
- Phase 7: Ich führe mit der Klasse eine Phase der *Weiterverarbeitung* durch.
- Phase 8: Ich Sorge dafür, daß am Schluß der Stunde noch einige Minuten Zeit sind. In dieser Minute kann ich z.B. eine kleine Gesamtevaluation der Unterrichtsstunde mit den Schülern versuchen oder den Tagesordnungspunkt „Verschiedenes“ mit ihnen behandeln.

Meyer wiederum (2006) gibt einerseits eine vereinfachte Form mit der Einstiegsphase, der Erarbeitungsphase und der Schlussphase und andererseits eine ausführlichere Form mit mehreren Unterrichtsschritten an. Vergleicht man das Rezept mit den drei Phasen nach Meyer (2006) bilden die Einstiegs-, Erarbeitungs- und Schlussphase die grobe Form der Einteilung der Unterrichtsschritte, denen man jeweils mehrere Phasen des Rezeptes zuordnen kann. Das Auslösen positiver reziproker Affekte, der informierende Unterrichtseinstieg und der Informationsinput entsprechen der Einstiegsphase. Die folgenden drei Phasen, das Anbieten der Lernaufgaben, die selbständige Arbeit an Lernaufgaben und die Auslöschungsphase, sind der Erarbeitungsphase zuzuordnen und die Weiterverarbeitung und Verschiedenes der Schlussphase.

Die ausführlichere Version von Meyer (2006) gleicht den ähnlichen Konzepten von Barzel, Holzäpfel, Leuders und Streit (2011) und Kliebisch und Meloefski (2009a):

Tab. 1: Vergleich verschiedener Phaseneinteilungen des Unterrichts

<b>Meyer (2006)</b>	<b>Barzel et al. (2011)</b>	<b>Kliebisch und Meloefski (2009a)</b>
(Unterrichts-)Einstieg/ Vorbereitung/ Einleitung/ Hinführung/ Zielorientierung/ Aneignung/ Eröffnung/ Problemformulierung/ Themenfindung/ Aufgabenstellung usw.	Einführung/ Motivation	Einführung/ Hinführung
Erarbeitung/ Verarbeitung/ Arbeitsphase/ Vertiefung/ Arbeit am Stoff/ (Schüler-) Arbeitsphase/Darbietung usw.	Problemstellung	Problemorientierung
Ergebnissicherung/ Anwendung/ Übung/ Problemlösung/ Zusammenfassung/ Transfer/ Veröffentlichung usw.	Erarbeitung	Erarbeitung
Kontrolle/ Auswertung/ Überprüfung usw.	Übung	Präsentation, Auswertung, Sicherung
Wiederholung/ Anknüpfung usw.	Wiederholung	Vernetzung: Übertragung (Transfer)/Anwendung/V erarbeitung
	Reflexion	Optionale Phase

Bei näherer Betrachtung dieser Phasierungen ist – vor allem bei dem Konzept nach Meyer (2006) – der Unterschied in der Beschreibung der Phasen erkennbar. Meyer (2006) listet zwar eine Phase weniger auf, allerdings werden die anderen wesentlich ausführlicher angeführt. Die erste Phase enthält zum Beispiel die erste und zweite der anderen Phaseneinteilungen. Doch obwohl es einige unterschiedliche Benennungen gibt, haben sie ähnliche und zum Teil auch dieselben Funktionen. Im Vergleich mit dem Phasenrezept von Grell und Grell (1991), werden die in der Tabelle angeführten

Schemata allgemeiner beschrieben und man kann wieder den einzelnen Unterrichtsschritten eine oder mehrere Phasen des Rezeptes zuordnen.

Zusammenfassend ist zu sagen, dass Meyers (2006) vereinfachte Form der Phaseneinteilung die Grundlage der Unterrichtsstruktur bildet. Sein genaueres Konzept, die Auflistungen von Barzel et al. (2011), Kliebisch und Meloefski (2009a) und insbesondere das Rezept von Grell und Grell (1991) werden ausführlicher dargestellt und sollen den Lehrern und Lehrerinnen als Hilfe dienen. Allerdings kann beziehungsweise soll die Einteilung auch variiert werden um den Unterricht abwechslungsreicher zu gestalten. Grell und Grell (1991) betonen, dass es sich bei ihrer Version nicht um ein verbindliches Rezept handelt, welches Lehrer und Lehrerinnen in jeder Unterrichtsstunde anzuwenden haben. Diese Phasen bieten die Möglichkeit sich zu orientieren, aber dennoch ist es wichtig flexibel und spontan zu sein, um sich der Situation entsprechend anzupassen.

Da sich diese Arbeit auf den Einstieg in ein neues Thema und dessen Erarbeitung bezieht, werden der Einstieg und die Erarbeitung in den folgenden Unterkapiteln genauer beschrieben, während auf die übrigen Phasen im weiteren Verlauf nicht näher eingegangen wird.

## 1.1 DER EINSTIEG

### 1.1.1 BEGRIFFSBESTIMMUNG

Das Wort „Einstieg“, bezogen auf den Mathematikunterricht, kann sehr vielseitig gedeutet werden. Es kann damit einerseits die Begrüßung, die Kontrolle der Hausaufgaben oder eine Wiederholung gemeint sein. Andererseits kann es bedeuten, dass der Lehrer oder die Lehrerin den Schülern und Schülerinnen einen Überblick über die gesamte Stunde bzw. über die nächsten Stunden erteilt oder es betrifft die Einführung eines neuen Themas. Diese Liste ist nur ein Anfang und es ist erkennbar, dass mit dem Wort „Einstieg“ zwar der „Beginn“ einer Unterrichtsstunde gemeint ist, jedoch nichts über dessen Inhalt aussagt.

Nach Stöcker (1978) ist uns der Begriff „Einstieg“ seit Martin Wagenschein geläufig, nach dessen Ansicht der Einstieg bedeutet, *„daß man bei einem Problem, das der ersten ‚Plattform‘ entspricht (also nicht von ganz unten, vom Einfachen her in den Turm des Faches hineingeht), ohne ‚bereitgestellte‘ Vorkenntnisse ‚einsteigt‘...“* (Stöcker, 1978, zit. n. Engelmayer, 1968).

Folglich (Stöcker, 1978) geht es um den Unterrichtsbeginn und den ersten Schritt. Diese erste Phase wird auch als sogenanntes „in Gang bringen“ bezeichnet (Wittmann, 1981).

Dies sind die ersten Versuche den Begriff „Einstieg“ zu erläutern. Es ist schwierig und verwirrend eine genaue Definition in der Literatur zu finden, da es immer wieder geteilte Meinungen gibt. Man stößt meistens auf Begriffe wie Unterrichtseinstieg, Stundeneinstieg, Stundeneröffnung, Stundenanfänge Unterrichtsbeginn etc., welche allerdings zum Teil unterschiedlich gedeutet werden. Diese Synonymverwendung wird von Brühne und Sauerborn (2011) kritisiert, denn sie *„...ist aus dem wissenschaftlichen Blickwinkel vage und kann in der Praxis zu didaktisch-methodischen Fehlinterpretationen führen.“* (Brühne & Sauerborn, 2011).

Im Folgenden werden einige Ansichten von verschiedenen Autoren dargestellt. Meyer (2005) unterscheidet bei der Beschreibung des Einstiegs zwischen dem Stundeneinstieg und dem Unterrichtseinstieg, welcher dem Einstieg in ein neues Thema beziehungsweise in eine Lernaufgabe entspricht. Des Weiteren werden bei dem Unterrichtseinstieg nicht nur die Einstiege in größere Themenkomplexe erwähnt, sondern auch die Stundenanfänge. Somit grenzt er die Begrüßung und die Rituale vom Beginn der Behandlung eines neuen Themas beziehungsweise der Weiterführung eines Themas ab.

Der ähnlichen Meinung sind Mühlhausen und Wegner (2006), die den Einstieg in einen Unterrichtseinstieg und einer Stundeneröffnung unterteilen. Während die Stundeneröffnung, die Begrüßung und andere ritualisierende Handlungen wie zum Beispiel eine Hausaufgaben- oder eine Anwesenheitskontrolle beinhaltet, dient ein Unterrichtseinstieg der Einführung in ein neues Thema.

*„Dabei kann es sich um ein Thema handeln, das nur in dieser einen Stunde behandelt wird. Es kann aber auch der Einstieg in ein längeres Vorhaben, z.B. eine mehrstündige Unterrichtseinheit oder ein Projekt, gehen.“* (Mühlhausen & Wegner, 2006).

Es wird erwähnt (Mühlhausen & Wegner, 2006), dass der Unterrichtseinstieg direkt an die Stundeneröffnung anschließt, allerdings könnte auch der Fall eintreten, dass diese beiden zusammenfallen und sie dadurch nicht mehr voneinander zu unterscheiden sind.

Neben Mühlhausen und Wegner (2006) grenzen auch Greving und Paradies (1996) die Stundeneröffnungen von den Einstiegen in neue Unterrichtsthemen ab. Hierbei unterscheiden sie *„...zwischen thematisch motivierten und gestalteten Einstiegen in neue Unterrichtsthemen einerseits und den für den unterrichtlichen Interaktion bedeutsamen ‚Stundeneröffnungsritualen‘ sowie den ‚Übungen zum stofflichen Aufwärmen‘ andererseits.“* (Greving & Paradies, 1996).

Abschließend ist zu sagen, dass der Einstieg bzw. die Einführung in ein neues Thema dem Unterrichtseinstieg entspricht (Mühlhausen & Wegner, 2006; Meyer, 2005). Des Weiteren wird der Einstieg zum einen in den Stundeneinstieg bzw. die Stundeneröffnung und den Unterrichtseinstieg unterteilt (Mühlhausen & Wegner, 2006; Meyer, 2005) und zum anderen in die Stundeneröffnung und den Einstieg in neue Unterrichtsthemen (Greving & Paradies, 1996).

Demzufolge ist für diese Arbeit der Unterrichtseinstieg von besonderer Bedeutung, welcher wie folgt definiert wird:

*„Der Unterrichtseinstieg bildet den ersten thematischen Moment des Unterrichts und gewährt allen Beteiligten einen Einblick in den weiteren Verlauf des dadurch initiierten Lernprozesses.“* (Brühne & Sauerborn, 2011).

Somit kommen die Schüler und Schülerinnen in diesem Teil der Stunde zum ersten Mal in Kontakt mit dem neuen Thema.

### *1.1.2 ZEITLICHER ASPEKT*

Es ist wichtig, dass der Einstieg sorgfältig mit den Schülern und Schülerinnen besprochen wird, sodass sich die meisten darunter etwas vorstellen können. Im Durchschnitt sollte der Unterrichtseinstieg vier bis sechs Minuten dauern (Barzel et al., 2011; Kliebisch & Meloefski, 2009a). Hierbei ist zu beachten, dass diese Zeitvorgaben nur Vorschläge sind, welche je nach Aufwand variieren können.

### *1.1.3 FUNKTIONEN DES EINSTIEGS*

Damit bei einem Unterrichtseinstieg möglichst alle Schüler und Schülerinnen angesprochen werden, muss dieser bestimmte Funktionen erfüllen.

Zum einen soll er die Schüler und Schülerinnen neugierig machen (Meyer, 2005; Greving & Paradies, 1996) um das Interesse nach mehr Informationen zu wecken. Damit sich die Lernenden mehr mit einem Thema beschäftigen wollen und nach Vollrath (2001) auch motiviert werden, ist es wichtig, dass eine Fragehaltung hervorgerufen wird (Meyer, 2005; Greving & Paradies, 1996). Auf Grund dieser Fragehaltung erhalten die Schüler und Schülerinnen gleich zu Beginn eine Problemorientierung, deren Erhaltung nach Vollrath (2001) eine Aufgabe des Einstiegs ist.

Zum anderen ist das Wecken der Verantwortungsbereitschaft ebenfalls von besonderer Bedeutung, da hiermit die Chance besteht selbst mitzuplanen, mitzureden und sich selbst zu überlegen, was und wie man etwas lernen möchte (Meyer, 2005; Greving & Paradies, 1996). Dadurch bekommen die Schüler und Schülerinnen die Gelegenheit sich mit dem Thema zu identifizieren und sind motivierter sich genauer mit dem Thema zu beschäftigen. Darüberhinaus soll der Einstieg nach Meyer (2005), beziehungsweise kann er nach Greving und Paradies (1996), die Funktion haben, dass die Lernenden über den geplanten Unterrichtsverlauf informiert werden, damit sie – was laut Vollrath (2001) auch eine Aufgabe des Einstiegs ist – einen Einblick in den weiteren Verlauf bekommen.

Vorkenntnisse und Vorerfahrungen zu dem Thema sollen - beziehungsweise können - in Erinnerung gerufen werden, wodurch eventuell auch vertraute und liebgewonnene Vorstellungen – auf Grund einer Provokation der Schüler und Schülerinnen – verfremdet werden (Meyer, 2005; Greving & Paradies, 1996). Des Öfteren leistet der Einstieg auch eine Vernetzung von Ergebnissicherung und Neuanfang, indem das bereits Bekannte mit dem Neuen verknüpft wird (Meyer, 2005).

Wittmann (1981) betont ebenfalls, dass das Problem, die Aufgabe, die Fragestellung oder das Ziel verständlich gemacht werden muss, indem es auf das Vorverständnis der Schüler und Schülerinnen bezogen wird, denn *„je besser ein Thema von den Schülern verstanden wird, desto aktiver und zielgerichteter können sie mitarbeiten.“* (Wittmann, 1981).

Des Weiteren schreiben Greving und Paradies (1996), dass der Einstieg zum Kern der Sache führen und die Schüler und Schülerinnen disziplinieren soll, um eine erfolgreiche und effektive Zusammenarbeit zu ermöglichen. Ebenfalls wird erwähnt, dass er zur Selbsterfahrung führen kann, sowie zur Stärkung des Selbstvertrauens und dass er einen handlungsorientierten Umgang mit dem neuen Thema ermöglicht oder fördert. Darüberhinaus kann der Unterrichtseinstieg auch die Lust am Lösen von Rätseln wecken.

Berger und Fuchs (2007) sind auch der Ansicht, dass das Wecken von Interesse, das Neugierig machen, das Provozieren und das Schaffen eines Orientierungsrahmens, sowie das Führen zum Kern der Sache wichtige Funktionen sind. Außerdem führen sie auch an, dass sich die Schüler und Schülerinnen damit auseinandersetzen sollen, was und wie sie etwas lernen wollen und bezeichnen dies als sogenannte intrinsische Motivation. Diese intrinsische Motivation wird im Kapitel 1.1.4 näher erläutert.

All diese Funktionen sind mögliche Eigenschaften, die ein Einstieg erfüllen kann. Je nach Einstieg sind einige wichtiger und andere verlieren an Bedeutung, doch im optimalen Fall

sollten die meisten erfüllt sein. Abgesehen von diesen Funktionen erwähnt Meyer (2005) die nachstehende Grundfunktion:

*„Der Unterrichtseinstieg soll – mit unmittelbarer oder mit mittelbarer Hilfe des Lehrers – die Schüler für das Thema und das Thema den Schüler erschließen.“* (Meyer, 2005).

Folglich bedeutet dies, dass die Schülerinnen und Schüler einerseits versuchen sollen sich das Wissen selbstständig anzueignen und andererseits mit Hilfe der unterrichtenden Person (Klafki, 2007). Dabei ist darauf zu achten, dass ein mittleres Tempo gewählt wird, damit möglichst alle Schüler und Schülerinnen den weiteren Verlauf der Stunde folgen können. Wird zu Beginn der Anschluss verloren, ist es schwieriger im Laufe der Zeit wieder hineinzufinden und mitzuarbeiten.

Allerdings ist es praktisch gesehen kaum möglich, alle Schüler und Schülerinnen anzusprechen, beziehungsweise die vorher genannten Funktionen bei allen zu erfüllen. Einerseits wird dies durch den Gemütszustand und dem Wohlbefinden der einzelnen Schüler und Schülerinnen beeinflusst und andererseits ist die Zeit nicht vorhanden auf die aktive Beteiligung und Motivation aller Schüler und Schülerinnen einzugehen (Meyer, 2005).

Abgesehen vom zeitlichen Aspekt spielt auch die Art und Weise wie der Einstieg durchgeführt wird eine bedeutende Rolle. Jede Lehrperson hat eine andere Methode zu unterrichten und bringt, ob bewusst oder unbewusst, die eigene Persönlichkeit mit ein. Im Bezug auf das eben Gesagte ist es wichtig, dass auch bestimmte Kriterien erfüllt werden um einen Einstieg gut zu gestalten, was im folgenden Unterkapitel näher erläutert wird.

#### *1.1.4 DIDAKTISCHE KRITERIEN FÜR EINEN GUTEN EINSTIEG*

Mühlhausen und Wegner (2006) unterscheiden vier Hauptintentionen bezogen auf die didaktischen Funktionen von Unterrichtseinstiegen, die auf der Grundlage des Wortes „O-meil!“ basieren:

- O    orientieren
- M    otivieren
- E    rwartungshorizont entwerfen, wie das Thema bearbeitet werden soll
- I    nformieren über das Thema

Ein Unterrichtseinstieg ist orientierend, wenn den Schülern und Schülerinnen das Thema genannt wird oder wenn auch schon Ziele, Fragen und Problemstellungen behandelt

werden. Die unterrichtende Person führt ein Gespräch und versucht zu ermitteln, was die Schüler und Schülerinnen interessiert und welche Vorerfahrungen sie eventuell haben.

Neben der Orientierung geht es immer wieder darum die Neugierde und die Motivation zu wecken (Barzel, et al., 2011). Bei den Schülern und Schülerinnen soll ein Staunen ausgelöst werden und sie sollen Freude am Erlernen eines neuen Themas haben (Vollrath, 2001). Da das Thema des Motivierens schon des Öfteren erwähnt wurde, möchte ich diesen Punkt nun etwas genauer erörtern.

Bei der Motivation wird zwischen der „intrinsischen“ (primären) und der „extrinsischen“ (sekundären) Motivation (Grell & Grell, 1991; Tulodziecki, Herzig & Blömeke, 2009; Merkens, 2010; Krauthausen & Scherer, 2007) unterschieden. Bei der intrinsischen Motivation geht es nach Tulodziecki et al. (2009) darum, dass das Bedürfnis, welches bei Lernprozessen aktiviert werden kann, auf den Lernprozess selbst gerichtet ist. Die extrinsische Motivation hingegen bezieht sich auf die Folgen des Lernprozesses.

Doch leider ist es nicht möglich, das eben Genannte bei allen Schülern und Schülerinnen immer zu erreichen. *„Im Unterricht tritt [...] häufiger der Fall ein, dass Schüler sich nicht für die Ziele des Unterrichts bzw. die Inhalte interessieren, die dort vermittelt werden, obwohl sie, um erfolgreich teilnehmen zu können, des Antriebs bedürfen, sich für diese zu interessieren.“* (Merkens, 2010)

Das Problem hierbei ist (Merkens, 2010), dass das Wecken der Motivation bzw. des Interesses aller Schüler und Schülerinnen ähnliche Interessen voraussetzt. Da allerdings jeder und jede unterschiedliche Vorerfahrungen und Lebensstile hat, spalten sich diese innerhalb einer Schulklasse. Darüberhinaus wird nach Merkens (2010) in der Schule vorgegeben wofür sich die Schüler und Schülerinnen interessieren sollen, wodurch andere Zielrichtungen damit in Konflikt stehen können. Folglich (Krauthausen & Scherer, 2007) ist es sehr unterschiedlich auf welche Art und Weise Schüler und Schülerinnen im Unterricht motiviert werden.

Des Weiteren wird kritisiert, dass es keine „Phase der Motivation“ gibt und es ein Aberglaube ist, dass die Schüler und Schülerinnen nach einem motivierenden Einstieg die ganze Unterrichtsstunde über aktiv beteiligt sind (Grell & Grell, 1991). Somit bedeutet ein aufwendiger Einstieg, dessen Ziel es ist zu motivieren, nicht immer, dass die Motivation während der gesamten Unterrichtsstunde gewährleistet ist. Greving und Paradies (1996) vertreten die Meinung, dass auf einen „Motivationsschnickschnack“, wie zum Beispiel Überraschungseffekte und Frageimpulse, verzichtet werden soll. In diesem Zusammenhang wird auch von einer überschätzten Bedeutung des Unterrichtseinstiegs gesprochen (Mühlhausen & Wegner, 2006). Abschließend ist zu diesem Punkt zu sagen,

dass der Einstieg einerseits motivieren soll, aber andererseits ist es nicht möglich, bei allen Schülern und Schülerinnen die Neugierde zu wecken und vor allem kann eine Lehrperson nach Grell und Grell (1991) die Schüler und Schülerinnen auch nicht intrinsisch motivieren.

Die dritte Hauptintention der didaktischen Funktionen bezieht sich auf das Mitteilen der Bearbeitungsschritte - worum es sich genau handelt, was die Schüler und Schülerinnen daraus lernen werden und wie das Ergebnis aussehen könnte. Somit bekommen sie einen groben Überblick über den weiteren Verlauf der Unterrichtsstunde, wodurch sie die Gelegenheit haben, das Ergebnis mit dem Vorausgesagten zu vergleichen und kritisch zu hinterfragen.

Bei dem letzten Punkt werden die Schüler und Schülerinnen bereits zu Beginn über das Thema informiert. Hierbei wird auch von dem sogenannten informierenden Einstieg gesprochen, bei welchem die Lernenden erfahren was, wie und warum sie etwas lernen sollen (Grell & Grell, 1991).

Es ist allerdings unmöglich, alle vier Hauptintentionen in einem Unterrichtseinstieg zu erfüllen und sie werden mit der Verwirklichung der Quadratur des Kreises gleichgesetzt (Mühlhausen & Wegner, 2006).

Im Vergleich zu Mühlhausen und Wegner (2006) schlägt Meyer (2005) fünf didaktische Kriterien vor:

1. Ein Orientierungsrahmen soll vermittelt werden.
2. Der Einstieg soll in zentrale Aspekte des neuen Themas einführen.
3. Es soll an das Vorverständnis der Schüler angeknüpft werden.
4. Der Einstieg soll die Schüler und Schülerinnen disziplinieren.
5. Den Schülern und Schülerinnen soll möglichst oft ein handelnder Umgang mit dem neuen Thema erlaubt werden.

Das erste Kriterium kann mit dem orientierenden Einstieg nach Mühlhausen und Wegner (2006) gleichgesetzt werden.

Der nächste Aspekt bezieht sich auf das Führen zum Kern der Sache. Dieser ist mit der dritten Hauptintention – dass ein Erwartungshorizont entworfen wird – von Mühlhausen und Wegner (2006) vergleichbar.

Des Weiteren ähneln sich auch das vierte Kriterium – die Disziplinierung durch den Einstieg – und die zweite Hauptintention – die Motivation der Schüler und Schülerinnen. Meyer (2005) erwähnt hierbei auch noch die Fremddisziplin und die Selbstdisziplin. Bei

dem Erstgenannten werden sie von der unterrichtenden Person „gezwungen“ teilzunehmen und bei letzterem beteiligen sie sich aus eigener Kraft. Da bei der Fremddisziplin noch von keiner „Arbeitshaltung“ geredet wird, muss es ein Ziel der Lehrperson sein, die Schüler und Schülerinnen von der Fremddisziplin zur Selbstdisziplin zu überführen.

Bei dem fünften Punkt steht die Handlungsorientierung im Vordergrund, welche durch das Denken, Fühlen und Handeln der Lehrperson und der Schüler und Schülerinnen konstituiert wird (Meyer, 2006). Handlungssituationen werden hergestellt, indem der Lehrer oder die Lehrerin möglichst oft, etwas vorspielt, vormacht, experimentiert, provoziert etc. (Meyer, 2005). Darüberhinaus haben die Schüler und Schülerinnen die Möglichkeit selbst etwas über das Thema zu erfahren und dieses selbst zu erproben (Meyer, 2005).

Zu den didaktischen Kriterien zählen allerdings nicht nur die vorher genannten Komponenten, sondern auch die zu anwendenden Methoden. Es stellt sich die Frage, wie unterschiedliche Einstiege zu neuen Themen am besten aufgearbeitet und den Schülern und Schülerinnen vermittelt werden, sodass diese einen möglichst guten Bezug dazu herstellen und aufbauen können.

Barzel, Holzäpfel, Leuders und Streit (2011) zählen folgende Grundsätze für die Gestaltung eines Einstiegs auf:

1. Der Einstieg sollte nicht effekthaschender Selbstzweck sein, sondern tatsächlich auf das Thema hinführen. Auch wenn ein Einstieg effektiv gelingt, kann er dennoch ungenügend ins Thema einführen. Deshalb ist stets abzuwägen, ob der betriebene Aufwand für den „Knüller“ am Anfang inhaltlich gerechtfertigt ist oder nicht.
2. Die Vielfalt macht's!
3. Nur das benutzen, von dem man wirklich überzeugt ist und was man selbst „mit Leben“ füllen kann! Gerade die Einstiegssituation im Unterricht lebt von der individuellen Umsetzung, die „Würze“, die die jeweilige Lehrperson in diese Unterrichtsphase legt. Was bei der einen überzeugend wirkt, kann bei der anderen künstlich oder langweilig wirken.

Demzufolge sollte die Überlegung gemacht werden, ob ein geplanter Einstieg auch zu dem gesetzten Ziel führt und ob er Sinn macht. Denn wie schon erwähnt, sollte der Einstieg nicht auf der Grundlage von „Motivationsschnickschnack“ basieren (Greving & Paradies, 1996). Ein abwechslungsreicher Mathematikunterricht ist ebenfalls von Vorteil,

denn erfolgt fast immer dieselbe Art und Weise des Einstiegs, ist es nicht möglich die didaktischen Kriterien zu erfüllen.

Der letzte Punkt ist ebenfalls von Bedeutung, denn wie schon im Kapitel 1.1.3 erwähnt, hat jede Lehrerin und jeder Lehrer eine eigene Art und Weise zu unterrichten und bringt sich somit selbst mit ein. Es ist wichtig authentisch zu bleiben, denn nur so wirkt man im Mathematikunterricht natürlich und erreicht somit die Schüler und Schülerinnen besser.

## 1.2 DIE ERARBEITUNG

### 1.2.1 BEGRIFFSBESTIMMUNG

Im Gegensatz zu den verwirrenden und unterschiedlichen Begriffsbestimmungen des Einstiegs ist die Erarbeitung wesentlich klarer und eindeutiger definiert.

Bei der Erarbeitung geht es darum, dass sich die Schüler und Schülerinnen genauer mit dem Thema – über welches sie während des Unterrichtseinstiegs informiert wurden – auseinandersetzen. Im besten Fall besitzen sie schon das Wissen, worum es gehen wird, was sie erwarten wird, wie sie es lernen beziehungsweise erarbeiten sollen und welches Ergebnis sie erreichen sollen. Folglich geht es sowohl um die Verarbeitung und Aufarbeitung eines, im unseren Fall, neuen Themas (Meyer, 2005), als auch um die Lösung eines im Vorhinein definierten Problems. Der Verlauf dieser Erarbeitung kann sehr unterschiedlich sein, da es viele verschiedene Möglichkeiten gibt, wie die Schüler und Schülerinnen etwas Neues lernen beziehungsweise erarbeiten sollen. Für die Erarbeitung wird eine Unterrichtsmethode angewandt, die bestimmte Unterrichtsformen und Sozialformen beinhaltet, auf welche im Kapitel 2 noch näher eingegangen wird.

Zusammenfassend ergibt sich folgende Definition des Begriffs „Erarbeitung“:

Die Erarbeitung ist jener Teil der Unterrichtsstunde in dem sich die Schüler und Schülerinnen einem neuen Thema widmen und sich dieses nach einer vorgegebenen Methode so aneignen, dass sie dieses anschließend wiedergeben und anwenden können.

### 1.2.2 ZEITLICHER ASPEKT

Die Phase der Erarbeitung nimmt in der Unterrichtsstunde am meisten Zeit in Anspruch. Im Durchschnitt dauert diese zwanzig bis fünfundzwanzig Minuten (Barzel et al., 2011; Kliebisch & Meloefski, 2009a), allerdings variiert diese je nach angewandter Methode. Wird die Erarbeitung eines neuen Themas mittels Gruppenarbeit geplant, wird dies wesentlich länger dauern, als zum Beispiel bei einem Frontalunterricht. Denn während beim Erstgenannten die Gruppen wahrscheinlich ein unterschiedliches Tempo haben, kann dieses beim Frontalunterricht besser „kontrolliert“ werden.

### 1.2.3 FUNKTIONEN DER ERARBEITUNG

Wie der Einstieg hat auch die Erarbeitung bestimmte Funktionen, die erfüllt werden sollen. Nach Vollrath (2001), der die Phase der Erarbeitung als sogenanntes Herausarbeiten bezeichnet, hat diese die Aufgabe Begriffe einzuführen, Vermutungen zu äußern und diese zu überprüfen und Regeln zu formulieren. Somit sollen sich die Schüler und Schülerinnen in die gestellte Lernaufgabe, die ihnen während des Einstiegs dargestellt wurde, einarbeiten (Meyer, 2005).

Im Gegensatz zu Vollrath (2001) unterscheidet Meyer (2005) zwischen didaktischen Funktionen die auf der Hand liegen – die sogenannten manifesten Funktionen – und den Verborgenen – welche er als latente Funktionen bezeichnet. Die Erarbeitung hat folgende manifeste Funktionen (Meyer, 2005):

- Die Erarbeitungsphase hat die Funktion, dem Schüler durch die Einarbeitung in einen neuen Sinn-, Sach- oder Problemzusammenhang zum Aufbau von Sach- bzw. Fachkompetenz zu verhelfen.
- Sie hat weiterhin die Funktion, durch die Einübung von Arbeitstechniken sowie von Organisations- und Reflexionsroutinen die Methodenkompetenz des Schülers zu entfalten.
- Sie hat schließlich die Funktion, durch die Einübung in gemeinsames Arbeiten und Sich-Verständigen die soziale und kommunikative Kompetenz der Schüler zu fördern.

Folglich erlangen die Schüler und Schülerinnen während des Einstiegs erstens eine Sach- und eine Fachkompetenz, wodurch sie lernen, ein neues Thema sachlich und fachlich korrekt zu erarbeiten. Zweitens entfalten sie ihre Methodenkompetenz, nämlich „...das

*bewußte Wahrnehmen des Methodischen im methodischen Handeln“* (Meyer, 2005). Variieren die Sozialformen und Unterrichtsformen, erlangen die Schüler und Schülerinnen, wie im dritten Punkt beschrieben, auch die soziale und kommunikative Kompetenz.

Neben diesen drei manifesten Funktionen beschreibt Meyer (2005) zwei latente Funktionen:

Auf der einen Seite erfolgt eine soziale und leistungsbezogene Differenzierung und auf der anderen Seite kann die Erarbeitung genutzt werden, um die Schüler und Schülerinnen zu disziplinieren. Das Erstgenannte resultiert daraus, dass sich nicht alle Schüler und Schülerinnen gleichzeitig melden können und es normalerweise auch immer wieder Partner- oder Gruppenarbeiten gibt, wodurch eine Differenzierung zustande kommt. Das Zweitgenannte gleicht der Funktion des Einstiegs und wird als eine sogenannte „Notbremse“ verwendet. Ist es in einer Klasse zu unruhig oder ist sie auch undiszipliniert, kann diese zum Beispiel mittels Einzelarbeit diszipliniert werden.

Aus den manifesten und latenten Funktionen ist zu schließen, dass die Erarbeitung sehr viele Funktionen hat, welche speziell durch die Anwendung verschiedener Methoden zum Vorschein kommen. Neben dieser, gibt es auch noch didaktische Kriterien für eine gute Erarbeitung.

#### 1.2.4 DIDAKTISCHE KRITERIEN FÜR EINE GUTE ERARBEITUNG

Die didaktischen Kriterien einer guten Erarbeitung resultieren aus den manifesten Funktionen, welche sich beinahe gleichen.

Erstens sollen die Schülerinnen und Schüler selbständig arbeiten, um Sach-, Sozial- und Sprachkompetenz zu fördern (Meyer, 2005). Erarbeiten sie sich ein Thema oder Teile davon selbständig, müssen sie sich damit befassen, wodurch die Auseinandersetzung wesentlich intensiver ist.

Zweitens soll die jeweilige Methodenkompetenz erweitert werden, indem der methodische Vorgang thematisiert wird (Meyer, 2005). Wie bei den manifesten Funktionen schon erwähnt, geht es hierbei darum, dass die Schüler und Schülerinnen das methodische Handeln wahrnehmen. Des Weiteren sollen sie lernen *„...den eigenen Lernweg bewußt zu planen, zu steuern und zu kontrollieren.“* (Meyer, 2005). Denn es geht nicht nur darum, dass sie Fakten und Vorgehensweisen kennen, sondern sie sollen auch lernen *„...Gelerntes in Zusammenhänge zu stellen und kritisch zu bewerten, Gelerntes auf*

*andere Kontexte zu übertragen, zu vernetzen und zu verarbeiten.* (Kliebisch & Meloefski, 2009b).

Drittens sollen die Schüler und Schülerinnen mittels Handlungsorientierung lernen selbständig zu denken, zu handeln und zu fühlen (Meyer, 2005). Im Unterricht werden neue Themen oft mittels lesen, schreiben, diskutieren, rechnen etc. bearbeitet, allerdings ist es auch wichtig, dass sie experimentieren, modellieren, zeichnen, spielen etc. (Meyer, 2005). Handlungsorientierung bezieht sich auf „...*das Lernen mit Kopf, Herz, Händen und allen Sinnen...*“ (Meyer, 2005). Durch die Einführung dieser im Mathematikunterricht, wird die Selbständigkeit gefördert, da sich die Schüler und Schülerinnen das neue Wissen zum größten Teil im Alleingang erarbeiten. Da sich bei einem handlungsorientierten Mathematikunterricht auch fast alle Schüler und Schülerinnen gleichzeitig beteiligen können, wird deren Aktivität erhöht (Meyer, 2005).

Im Bezug auf das eben Gesagte ist zu schließen, dass die Selbständigkeit und die Aktivität im Vordergrund stehen. Vor allem die Selbständigkeit wird bei allen drei Punkten erwähnt und ist für die Entwicklung der Jugendlichen bedeutend. Je selbständiger und aktiver sie sind, desto kreativer kann der Mathematikunterricht gestaltet werden und desto leichter fällt den Schülern und Schülerinnen die Aufnahme neuen Wissens und dessen Wiedergabe.

Es wurden schon des öfteren Methoden, Unterrichtsformen und Sozialformen erwähnt, welche nun im folgenden Kapitel ausführlich erläutert werden.



## 2 DIE UNTERRICHTSMETHODE

### 2.1 BESCHREIBUNG

#### 2.1.1 WAS IST EINE UNTERRICHTSMETHODE

Das Wort „Methode“ leitet sich von dem griechischen Wort „méthodos“ ab (Barzel, Büchter & Leuders, 2007; Becker, 2012), welches sich aus den Worten „méta“ und „hodós“ zusammensetzt. Übersetzt bedeutet „méta“ zwischen, hinter, über und „hodós“ Weg, somit kann die Methode als *„...der Weg, der dazwischen, dahinter oder darüber liegt“* (Barzel et al., 2007) bezeichnet werden. „Dazwischen“ bezieht sich auf die Methode als ein Instrument der Zielerreichung, „darüber“ auf den theoretischen Charakter einer Methode und der Weg „dahinter“ *„...ist der universelle Verlauf, der hinter einem konkreten Vorgehen gedacht ist“* (Barzel et al., 2007).

Diese etymologische Erklärung des Begriffs „Methode“ dient als Grundlage für das Verständnis, was eine Methode und folglich auch eine Unterrichtsmethode ist. Wird in der Literatur nach genaueren Erklärungen der Methode und der Unterrichtsmethode gesucht, stößt man auf unterschiedliche Definitionen. Im Bezug auf den Inhalt besteht jedoch zum Teil eine Äquivalenz.

Barzel et al. (2007) beschreibt die Methode folgendermaßen:

*„Unter einer Methode versteht man im Allgemeinen ein planmäßiges, folgerichtiges Handeln, ein bestimmtes Verfahren, eine bestimmte Art und Weise der Durchführung – und zwar weniger die konkrete Durchführung als deren geistige, theoretische Grundlage.“*

Bei der folgenden Definition, wird die Methode ebenfalls als eine Verfahrensweise bezeichnet:

*„Methoden sind im erziehungswissenschaftlichen Sprachgebrauch Formen und Verfahrensweisen, mit denen Menschen unter pädagogischen Zielvorstellungen das Lernen anderer Menschen bewusst und planmäßig zu beeinflussen versuchen.“* (Schröder, 2002)

Auf der anderen Seite wird sie als Weg beziehungsweise als Mittelweg beschrieben:

*„Unter ‚Methode‘ [...] wird hier jener Weg verstanden, den die Lehrerin mit ihren Schülern gehen möchte.“* (Becker, 2012). Je nach Perspektive handelt es sich hierbei um einen Lehrweg oder um einen Lernweg.

Wie schon bei der etymologischen Erklärung erläutert, wird die Methode als ein Weg beschrieben, der dazwischen, dahinter oder darüber liegt (Barzel et al., 2007). Im Vergleich hierzu sprechen Ziener und Kessler (2012) nur von dem Mittelweg, welcher dem Weg dazwischen entspricht. Sie sind der Auffassung, dass mit der Hilfe des Mittelweges *„...ein Ziel eher oder leichter oder überhaupt erst erreichbar scheint.“* (Ziener & Kessler, 2012)

Dieser Weg dazwischen hat die Funktion der Vermittlung und ist somit nicht als Alternative zu den anderen beiden Wegen zu sehen (Ziener & Kessler, 2012).

Resümierend ist die Methode ein Verfahren, ein Weg und eine bestimmte Form beziehungsweise Art und Weise, um das Lernen der Menschen geplant zu beeinflussen und um ein gewähltes Ziel leichter oder überhaupt zu erreichen. Wie anhand der angeführten Definitionen erkennbar ist, hängt die Methode nicht unbedingt mit dem Unterricht zusammen. Sie wird allgemein beschrieben und dient, wie die etymologische Erklärung zeigt, dem Grundverständnis.

Die differenten Begriffsbestimmungen bei der Methode sind auch bei der Unterrichtsmethode vorzufinden. Nach Barzel et al. (2007) ist unter der Unterrichtsmethode *„... eine typische Handlungsfolge im Unterricht“* zu verstehen. Demzufolge entspricht jede Handlungsfolge im Mathematikunterricht einer bestimmten Methode.

Eine weitere Darlegung beschreibt sie als Form und Verfahren:

*„Unterrichtsmethoden sind die Formen und Verfahren, in und mit denen sich Lehrer und Schüler die sich umgebende natürliche und gesellschaftliche Wirklichkeit unter institutionellen Rahmenbedingungen aneignen.“* (Meyer, 2006).

Schröder (2002) stellt Methoden auch als Formen und Verfahrensweisen dar, mit deren Hilfe Menschen das Lernen anderer beeinflussen. Im Gegensatz hierzu eignen sich bei den Unterrichtsmethoden sowohl die Lehrer und Lehrerinnen, als auch die Schüler und Schülerinnen etwas an (Meyer, 2006), in dem Sinne, dass beide methodisch handeln.

Neben den typischen Handlungsfolgen und den Formen und Verfahren werden Unterrichtsmethoden von Wiechmann (2011) als Planungs- und Realisierungsmuster beschrieben:

*„Mit dem Begriff der Unterrichtsmethoden bezeichne ich Planungs- und Realisierungsmuster, die sich auf die Gestaltung längerer, didaktisch in sich geschlossener Unterrichtssequenzen beziehen, also mindestens auf eine Unterrichtsstunde.“* (Wiechmann, 2011).

Diese Unterrichtssequenzen beinhalten eine Abfolge mehrerer Handlungsmuster beziehungsweise Unterrichtsformen und die entsprechenden Sozialformen. Somit werden, im Antagonismus zu den anderen Definitionen, die Unterrichtsmethoden von Elementen unterrichtlichen Handelns abgegrenzt (Wiechmann, 2011).

Resümierend ist die Unterrichtsmethode sowohl eine typische Handlungsform und ein Planungs- und Realisierungsmuster beziehungsweise Handlungsmuster, als auch eine Form und ein Verfahren, durch welche, beziehungsweise mit deren Hilfe, sich die Schüler und Schülerinnen ein neues Wissen aneignen. Im weiteren Verlauf ist von Unterrichtsmethoden und Methoden die Rede, wobei sich Letzteres ebenfalls auf die Methoden im Unterricht bezieht.

### 2.1.2 MERKMALE UND FUNKTIONEN EINER UNTERRICHTSMETHODE

Um Schüler und Schülerinnen in ein neues Thema einzuführen, werden individuell eine oder mehrere Methoden ausgewählt, welche nach Ansicht der Lehrer und Lehrerinnen am geeignetsten dafür sind. Dabei ist zu berücksichtigen, dass sich nicht jede Methode für jede pädagogische Situation bewährt (Wiechmann, 2011). Dies trifft einerseits zu, wenn die Methode nicht das gesetzte Ziel erfüllt und andererseits hat jeder und jede unterrichtende Person eine andere Art und Weise zu unterrichten, wodurch dieselbe Methode bei dem einen sehr gut und bei dem anderen gar nicht gelingen kann. Denn *„...alle pädagogischen Prozesse sind weitgehend davon abhängig, welche Person sie trägt.“* (Bönsch & Kaiser, 2002).

Wie schon erwähnt ist eine Funktion der gewählten Methode, dass das vom Lehrer oder der Lehrerin angestrebte Ziel von möglichst vielen Schülern und Schülerinnen erreicht wird. Des Weiteren sollen sowohl möglichst alle aufmerksam folgen können als auch sich am Unterricht beteiligen (Merkens, 2010). Diese Zielsetzungen werden nach Wiechmann (2011) nur auf der Grundlage einer angemessenen Methodenabsicht erreicht. Der Lehrer beziehungsweise die Lehrerin soll somit bewusst eine Methode auswählen, mit welcher seiner beziehungsweise ihrer Meinung nach das gesetzte Ziel auf beste Art und Weise erreicht wird. Dem ist hinzuzufügen, dass die Unterrichtsmethode eine verbesserte Effektivität und Effizienz des Unterrichts verspricht (Wiechmann, 2011). Diese *„...Effektivität einer Methode bestimmt sich [...] danach, wie gut sie dazu verhilft, das angestrebte Ziel zu erreichen.“* (Ziener & Kessler, 2012). Somit ist anhand des erreichten beziehungsweise nicht erreichten Ziels erkennbar, ob die gewählte Methode effektiv war oder nicht.

Doch die Methode ist nicht nur dazu da, um ein Ziel zu erreichen, denn *„...sie will auch sicherstellen, dass die Zielerreichung kein glücklicher Zufall bleibt, sondern zum erwartbaren Resultat der investierten Anstrengungen wird.“* (Terhart, 2005).

Folglich ist es notwendig eine für den Lehrer oder die Lehrerin geeignete Unterrichtsmethode zu finden, die einerseits den Schülern und Schülerinnen das neue Thema möglichst gut vermittelt und das gesetzte Ziel erreicht und andererseits für den Lerninhalt zweckmäßig und effektiv ist.

Neben der Zielorientierung gibt es auch noch andere Funktionen, die eine Unterrichtsmethode erfüllen soll. Nach Barzel et al. (2007) soll diese folgende Aspekte umfassen:

- Sie hat allgemeinen Charakter.
- Sie ist zielorientiert.
- Sie ist strukturiert.

Der erste Punkt bedeutet, dass eine Methode auch in einer abgewandelten Form in einer anderen Situation anwendbar ist. Hierbei steht die Flexibilität einer Methode im Vordergrund. Dementsprechend kann eine Methode variiert und somit in unterschiedlicher Art und Weise angewandt werden.

Der Aspekt der Zielorientierung gleicht dem vorher Gesagten. Eine gewählte Methode *„...ist verbunden mit klar formulierten, spezifischen Funktionen, die es möglich machen, zu entscheiden, inwiefern die Methode zum Erreichen bestimmter Ziele geeignet ist.“* (Barzel et al., 2007). Mit der gewählten Methode soll ein bestimmtes Ziel erreicht werden, erfüllt sie dieses nicht, ist eine Unterrichtsmethode laut Bönsch und Kaiser (2002) allerdings nicht einlinear als richtig oder ungeeignet zu sehen. Die unterrichtende Person soll sich überlegen, welche Ziele erreicht werden sollen und danach die Methode auswählen.

Zuletzt ist die Unterrichtsmethode nach Barzel et al. (2007) strukturiert. Diese Strukturen unterscheiden sich darin, wie im Mathematikunterricht gehandelt und kommuniziert wird. Hierbei spielen die Unterrichts- und Sozialformen eine Rolle, welche in den nachfolgenden Unterkapiteln näher erläutert werden.

Es gibt eine Vielfalt an Methoden, zwischen denen die unterrichtende Person wählen kann. Nun stellt sich die Frage, inwiefern es notwendig ist, verschiedene Methoden zu verwenden, sowohl innerhalb einer Unterrichtseinheit, als auch in anderen Unterrichtseinheiten. Sollte eine Notwendigkeit vorhanden sein, ergibt sich die Überlegung, in welchem Ausmaß diese am besten wäre.

## 2.2 METHODENVIELFALT – NOTWENDIG ODER NICHT?

Nach Wiechmann (2011) deuten Untersuchungen darauf hin, dass die Praxis besonders durch Methodeneinfalt im Unterricht gekennzeichnet ist. Diese Methodeneinfalt wird auch als Methodenmonotonie bezeichnet und entsteht, wenn Lehrer und Lehrerinnen sich auf ein Schema festlegen und somit immer wieder dieselbe Abfolge vorhanden ist (Becker, 2012). Wird immer wieder die gleiche Methode angewandt, sinken laut Becker (2012) die Lernmotivation und das Aktivitätsniveau der Schüler und Schülerinnen stark ab. Daraus ist zu schließen, dass ein Methodenwechsel notwendig ist, damit die Schüler und Schülerinnen aktiv und mit Motivation ein neues Thema erlernen. Hierbei ist es erforderlich darauf zu achten, dass sich während der gesamten Unterrichtseinheit möglichst alle Schüler und Schülerinnen konzentriert beteiligen. Das erfolgreiche Lernen der Schüler und Schülerinnen ist somit durch die Methodenvielfalt möglich (Leuders, 2001).

Heckmann und Padberg (2012) unterscheiden zwischen der Methodenvielfalt in einer einzelnen Unterrichtsstunde und auf einen längeren Zeitraum hin gesehen. Deren Ansicht nach sollte es in einer Unterrichtsstunde mindestens einen Methodenwechsel geben, welcher dem Wechsel der Sozialform entspricht und bzw. oder der Veränderung des Grades der Schüler- und Schülerinnen- bzw. der Lehrer- und Lehrerinnenaktivität. Folglich sollten von der Einzelarbeit, der Partnerarbeit, der Gruppenarbeit und vom Frontalunterricht mindestens zwei dieser Formen in einer Unterrichtseinheit vorkommen. Bezogen auf den Grad der Aktivität schreibt Leuders (2001) ebenfalls, dass sowohl selbständige als auch gelenkte Prozesse eingesetzt werden sollen. In diesem Fall betonen Thal und Ebert (2001), dass im Zusammenhang mit einer entspannten und schöpferischen Lernatmosphäre die Intensivierung der Schüler- und Schülerinnenaktivität steht. Diese Prozesse werden auch als lehrerzentrierte und schülerzentrierte Phasen (Reiss & Hammer, 2013) beschrieben.

Die Methodenvielfalt in einer Unterrichtseinheit *„...dient zum einen der Konzentration, zum anderen bietet eine geeignete Methodenwahl die Möglichkeit der Förderung allgemeiner Kompetenzen im sozial-kommunikativen Bereich.“* (Heckmann & Padberg, 2012). Neben Heckmann und Padberg (2012), führt auch Becker (2012) an, dass es im Unterricht oft eines Methodenwechsels bedarf. Die Notwendigkeit eines Wechsels ist manchmal vorhersehbar, wodurch er eventuell einplanbar ist, doch meistens erfolgt dies aus dem Prozessgeschehen heraus (Becker, 2012). Somit ist ein flexibles und situationsabhängiges Handeln der unterrichtenden Person wichtig (Leuders, 2001).

Bei Betrachtung der Methodenvielfalt im Bezug auf einen längeren Unterrichtszeitraum und somit auf mehrere Unterrichtseinheiten, ist es wichtig, das eigene Methodenrepertoire als Lehrer und Lehrerin auszuschöpfen (Heckmann & Padberg, 2012). Folglich sollte das Methodenrepertoire stets ausgeweitet werden und die Lehrperson demnach offen für neuartige Methoden sein (Becker, 2012).

Die Vielfalt ist dazu da, um Abwechslung zu schaffen (Heckmann & Padberg, 2012; Leuders, 2001; Reiss & Hammer, 2013; Becker, 2012) und um Ermüdungen vorzubeugen (Heckmann & Padberg, 2012). Diese Ermüdungen treten laut Heckmann und Padberg (2012) auf, *„...wenn der Unterricht immer nach dem gleichen Schema abläuft, selbst wenn innerhalb dieses Schemas methodische Wechsel stattfinden (wenn sich also z.B. nach einem fragend-entwickelnden Unterrichtsgespräch immer eine Einzelarbeit zur Einübung anschließt, wie dies oft zu beobachten ist)“*. Neben der Abwechslung und der Vorbeugung soll der Wechsel auch einerseits für einen interessanten (Reiss & Hammer, 2013) und andererseits für einen lebendigen (Becker, 2012) Mathematikunterricht sorgen.

Daraus ist zu schließen, dass es ein Vorteil ist, ein gewisses Repertoire an unterschiedlichen Methoden zu haben, um sowohl geplant als auch spontan die Methode zu wechseln. Dabei ist zu beachten, dass die Methodenvielfalt nicht als Aufforderung zur „Spaßschule“ (Leuders, 2001) beziehungsweise zu einem Showprogramm (Reiss & Hammer, 2013) missverstanden wird. Methoden dienen dem Zweck, Schülern und Schülerinnen das Erlernen und Verstehen eines neuen Themas zu erleichtern und nicht dazu, diese zu unterhalten.

Nun stellt sich noch die Frage, in welchem Ausmaß eine Vielfalt vorhanden sein sollte. Becker (2012) äußert, dass eine zu große Vielfalt auf die Schüler und Schülerinnen irritierend wirken kann, wodurch es sinnvoller wäre, eine begrenzte Anzahl bewährter Methoden anzuwenden und diese zu variieren. Es ist auf jeden Fall nicht zweckmäßig, Schüler und Schülerinnen mit vielen verschiedenen Unterrichtsmethoden zu überhäufen. Darüberhinaus muss die Vielfalt an die Schulstufe und die unterschiedlichen Klassen angepasst werden, da nicht alle Schüler und Schülerinnen dieselben Methoden annehmen und diese vor allem auch mit steigendem Alter variieren. Das folgt auch daraus, dass der Umfang der lehrerzentrierten und der schülerzentrierten Phasen sich je nach Unterrichtsgegenstand und Alter der Schüler und Schülerinnen unterscheiden kann (Reiss & Hammer, 2013). Demgemäß sollte man sich ausgewählte Methoden in den einzelnen Klassen aufbauen und die Schüler und Schülerinnen, sobald ihre Konzentration und Aufmerksamkeit nachlässt, in neue einweisen. Des Weiteren empfehlen Heckmann und Padberg (2012), neue Methoden in vorhergehenden Unterrichtsstunden sorgfältig einzuführen, um einen reibungslosen inhaltlichen Ablauf zu gewährleisten. Ergo dessen

sollten die Schüler und Schülerinnen mit den Methoden, die bei der Einführung in ein neues Thema und dessen Erarbeitung angewandt werden, vertraut sein.

## 2.3 UNTERRICHTSFORMEN

Wie schon bei den Aspekten der Unterrichtsmethoden nach Barzel et al. (2007) erwähnt, unterscheiden sich die Unterrichtsmethoden nach den Unterrichts- und Sozialformen.

Es gibt einige Unterschiede, was den Begriff „Unterrichtsformen“ betrifft. Während bei einigen Autoren bzw. Autorinnen von Unterrichtsformen die Rede ist (Vollrath, 2001; Köck 2005), benennen andere diese als Lehr-/Lernformen (Aregger, 1997), Handlungsmuster (Meyer, 2006; Drumm, 2007), Aktionsformen (Drumm, 2007), Grundmuster des Lehrens (Vollrath, 2001) und als methodische Grundformen des Unterrichts (Klingberg, 1978).

Im weiteren Verlauf der Arbeit ist im Allgemeinen von den Unterrichtsformen die Rede, wobei sich diese natürlich auch auf die eben genannten Begriffe beziehen. Nun stellt sich die Frage, was unter einer Unterrichtsform zu verstehen ist. Köck (2005) beschreibt diese wie folgt:

*„Unterrichtsformen bezeichnen die Art der Organisation der Interaktionen von Lehrer und Schülern im Unterricht aufgrund der Vorgabe methodischer Rahmenbedingungen des handlungsleitenden Unterrichtskonzepts.“*

Somit geht es hierbei darum, auf welche Art und Weise Lehrer bzw. Lehrerinnen und Schüler bzw. Schülerinnen interagieren. Es wird zwischen verschiedenen Unterrichtsformen unterschieden, deren Anzahl in der Literatur variiert. Zum Beispiel führt Köck (2005) sechs, Drumm (2007) sieben und Meyer (2006) zwölf verschiedene an.

Tab. 2: Vergleich der Unterrichtsformen I

<b>Köck (2005)</b>	<b>Drumm (2007)</b>	<b>Meyer (2006)</b>
Darbietende Unterrichtsform	Lehrervortrag	Lehrervortrag
Impuls - Unterrichtsform	Unterrichtsgespräch	Unterrichtsgespräch
Entwickelnde Unterrichtsform: Frage-Antwort-Unterricht	Schülervortrag, Referat und Präsentation	Schülerreferat

Aufgebende Unterrichtsform	Rundgespräch	Streitgespräch
Entdeckenlassende Unterrichtsform	Rollenspiel	Rollenspiel
Dialogische Unterrichtsform	Szenische Elemente	Tafelarbeit
	Musikalische Elemente	Experiment
		Planspiel
		Erkundungsgang
		Klausur/Test
		Demonstration
		Geschichtenerzählen

Vergleicht man diese Auflistungen miteinander, ist zu erkennen, dass je mehr Unterrichtsformen genannt werden, desto mehr werden diese spezifiziert. So könnten zum Beispiel das Schülerreferat und die Demonstration, welche nach Meyer (2006) separat aufgegliedert werden, zu einer Form zusammengefügt werden.

Im Gegensatz hierzu beschreiben Vollrath (2001), Aregger (1997) und Klingberg (1978) lediglich drei Unterrichtsformen, welche sozusagen die Basis bilden.

Tab. 3: Vergleich der Unterrichtsformen II

Vollrath (2001)	Aregger (1997)	Klingberg (1978)
Darbieten	Darbieten	Darbietende Unterrichtsmethode
Handeln lassen	Diskussion	Aufgebende Unterrichtsmethode oder selbständige Schülerarbeit
Erarbeiten	Erarbeitung (Lehrergespräch) / Befragung	Erarbeitende Unterrichtsmethoden

Während sie sich im ersten und dritten Punkt gleichen, unterscheiden sie sich zum Teil im zweiten Punkt. Handeln lassen nach Vollrath (2001) entspricht der selbständigen Schülerarbeit nach Klingberg (1978), doch die Diskussion nach Aregger (1997) ist nur bedingt kompatibel, da diese das Arbeiten in einer Gruppe voraussetzt und nicht als Einzelarbeit möglich ist. Zusammengefasst entspricht dieser Punkt der impulssetzenden Unterrichtsform nach Köck (2005), da diese alle genannten Aspekte beinhaltet. Wird auch der letzten Punkt mit Köck (2005) verglichen, schließt der Frage-Antwort-Unterricht sowohl die Erarbeitung als auch die Befragung mit ein und könnte somit auch als fragend-entwickelnder Unterricht bezeichnet werden.

Da die letztgenannte Auflistung eine Grobform der vorhergehenden ist, bildet diese die Grundlage der Unterrichtsformen und sie wird folgendermaßen zusammengefasst:

- Darbietende Unterrichtsform
- Impulssetzende Unterrichtsform
- Fragend-entwickelnde Unterrichtsform

Werden diese Grundmuster variiert und kombiniert, so erhält man eine größere Vielfalt (Vollrath, 2001), wodurch sich dann zum Beispiel auch Unterrichtsformen, die beim ersten Vergleich genannt wurden, ergeben.

Des Weiteren ist bei der Wahl einer Unterrichtsform zu beachten, dass nicht alle für eine Unterrichtsaufgabe gleich gut geeignet sind (Vollrath, 2001). Je nachdem welches neue Thema die Schüler und Schülerinnen erlernen und je nach der Art und Weise, wie sie es lernen sollen, ist es wichtig, eine passende Unterrichtsform auszuwählen.

### *2.3.1 DARBIETENDE UNTERRICHTSFORM*

Bei der darbietenden Unterrichtsform geht es darum, dass zum einen Sachverhalte vermittelt werden und zum anderen Wissen angeeignet wird (Vollrath, 2001). Diese Informationsausgabe erfolgt gleichzeitig an alle Schüler und Schülerinnen, wodurch es für alle dasselbe Tempo gibt und dementsprechend auch alle dieselbe Lernzeit auf demselben Anspruchsniveau haben (Köck, 2005). Somit erfolgt bei dieser Unterrichtsform eine totale Fremdsteuerung (Köck, 2005), die „...durch eine starke Aktivität des Lehrers und eine rezeptive Lernsituation der Schüler gekennzeichnet...“ (Klingberg, 1978) ist.

Diese Darbietungen der Lehrenden werden von den Lernenden nur aufgenommen, wenn diese zur Selbständigkeit angeregt werden (Klingberg, 1978). Daher ist es wichtig, dass die Schüler und Schülerinnen bereits eigenständig arbeiten können.

Klingberg (1978) und Schmoll (2012) setzen den darbietenden Unterricht dem Lehrervortrag gleich, dessen Ziel es ist, „...*einer Lerngruppe auf altersgemäße Art und Weise Informationen gebündelt und zusammenhängend weiterzugeben, die sie von sich aus nicht wissen kann*“ (Drumm, 2007). Somit bietet sich diese an, wenn Schüler und Schülerinnen über etwas informiert werden sollen und der Großteil der Klasse am Ende der Unterrichtseinheit über ein bestimmtes Wissen verfügen soll (Merkens, 2010). Dementsprechend ist, wenn die darbietende Unterrichtsform erwähnt wird, auch vom Lehrervortrag die Rede.

Hierbei ist zu beachten, dass Informationen möglichst kurz und prägnant, aber auch so ausführlich wie nötig vermittelt werden (Köck, 2005; Drumm, 2007). Außerdem sollte die Darbietung möglichst einfach und übersichtlich gegliedert und geordnet sein (Köck, 2005; Drumm, 2007). Dadurch wird der Inhalt für die Schüler und Schülerinnen verständlicher und es fällt ihnen leichter, das neue Thema zu erlernen. Voraussetzungen hierfür sind, dass die Lernenden „gebündelt“ konzentriert sind (Köck, 2005) – denn ohne deren Aufmerksamkeit, werden sie kaum etwas lernen – und, dass die Darbietung auf das Alter der Schüler und Schülerinnen abgestimmt ist (Drumm, 2007). Drumm (2007) schreibt auch, dass ein Lehrervortrag anregend, lebendig, spannend, motivierend und humorvoll sein soll. Allerdings ist darauf zu achten, wie auch Leuders (2001) im Bezug auf die Methodenvielfalt erwähnt hat, dass hier keine Aufforderung zur „Spaßschule“ besteht.

Bezüglich der Dauer einer Darbietung ist Köck (2005) der Ansicht, dass diese maximal zehn bis zwanzig Minuten dauern sollte. Am besten wären allerdings nur fünf Minuten, da nach dieser Zeit bereits die Aufmerksamkeit bei den Schülern und Schülerinnen nachlässt. Um eine sinkende Konzentration zu vermeiden, könnte ein Wechsel der Unterrichtsform helfen.

Beim darbietenden Unterricht wird zwischen verschiedenen Erscheinungsformen differenziert. Wie bei den Unterrichtsformen gibt es auch hier keine einheitlichen Auflistungen und Benennungen. Während Aregger (1997) und Klingberg (1978) vier Formen aufzählen, führt Vollrath (2001) sechs an.

Tab. 4: Erscheinungsformen des darbietenden Unterrichts

<b>Aregger (1997)</b>	<b>Klingberg (1978)</b>	<b>Vollrath (2001)</b>
Erklären	Vormachen	Vormachen
Erzählen	Vorzeigen	Erzählen
Vorlesen	Vorführen	Vorführen
Berichten	Vortragen	Vortrag
		Computer-Darstellungen zeigen
		Texte anbieten

Abgesehen davon, dass Vollrath (2001) mehr ins Detail geht, gleichen seine Erscheinungsformen denen von Klingberg (1978). Die Formen nach Aregger (1997) beinhalten ausschließlich Darbietungen in mündlicher Art und Weise, wodurch nur die auditiven Lerntypen angesprochen werden. Die beiden anderen hingegen listen auch Erscheinungsformen für die visuelle Wahrnehmung auf, wodurch auch innerhalb des darbietenden Unterrichts Abwechslung vorhanden ist.

Zusammengefasst ist ein positiver Aspekt der darbietenden Unterrichtsform, dass die Schüler und Schülerinnen zum einen zuhören lernen und zum anderen lernen, einem Gedankengang beziehungsweise auch längeren Ausführungen zu folgen (Vollrath, 2001). Des Weiteren wird für die Aufnahme neuen Wissens Selbständigkeit vorausgesetzt, die sie auch anwenden müssen. Neben diesen Punkten ist die Darbietung auch von Vorteil, wenn ein neues Thema in möglichst kurzer Zeit dargestellt werden soll (Klingberg, 1978). Da, wie schon erwähnt, alle Schüler und Schülerinnen in demselben Tempo und auf derselben Art und Weise unterrichtet werden, können die Lehrenden die Geschwindigkeit des Erlernens besser beeinflussen.

Ein Kritikpunkt ist das Bestehen der Gefahr, dass der Unterricht mittels dieser Unterrichtsform einseitig gestaltet und durchgeführt wird, wodurch die Lernenden zur Passivität verurteilt werden (Klingberg, 1978). Es ist immer wichtig darauf zu achten, dass sich die Schüler und Schülerinnen konzentriert am Mathematikunterricht beteiligen, wodurch eine regelmäßige Einseitigkeit vermieden werden sollte. Des Weiteren ist auf der einen Seite die Rezeptivität der Lernenden ein Nachteil und auf der anderen Seite die Voraussetzung einer homogenen Gruppe in der Klasse (Merkens, 2010).

### 2.3.2 IMPULSSETZENDE UNTERRICHTSFORM

Köck (2005) beschreibt diese Unterrichtsform folgendermaßen:

*„Bei der Impuls-Unterrichtsform wird ein Schüler durch die im Impuls präsentierte Kernproblematik des Unterrichtsthemas veranlasst, sich [...] in seinem Wissen orientierend und Lösungen suchend mit dem Lerninhalt auseinander zu setzen.“*

Laut Vollrath (2001) werden die Schüler und Schülerinnen durch einen Impuls zum Handeln veranlasst, um ihnen dabei zu helfen Operationen aufzubauen. Somit wird der Lernprozess der Lernenden durch einen Impuls der unterrichtenden Person ausgelöst. Anschließend wird dafür gesorgt, dass die Schüler und Schülerinnen nicht aus dem abgesteckten und vereinbarten Lernfeld laufen (Köck, 2005). Es wird ein Höchstmaß an Mitverantwortung übertragen (Aregger, 1997), wodurch wiederum ein gewisser Grad an Selbständigkeit vorausgesetzt wird. So wird die impulssetzende Unterrichtsform nach Vollrath (2001) auch verwendet, damit die Schüler und Schülerinnen Aufgaben selbständig lösen, um Gelerntes zu sichern und zu vertiefen. Hierbei ist meist eine hohe Interaktion der Schüler und Schülerinnen untereinander vorhanden, wobei, je nach Aufgabenstellung, auch eine Einzelarbeit möglich ist (Köck, 2005).

Ein Impuls ist laut Mühlhausen und Wegner (2006) eine Anregung, ein Antrieb oder ein Anstoß. Im Bezug auf die Didaktik ist der Unterrichtsimpuls *„...jede Maßnahme der Lehrkraft oder auch des Schülers, die den Lernprozess in Gang setzt und voranbringt“* (Mühlhausen & Wegner, 2006). Hierbei unterscheiden sie zwischen Sachimpulsen bzw. nonverbale Impulsen und verbale Impulsen. Folglich ist ein Impuls alles, was Schüler und Schülerinnen zum Nachdenken oder zum Handeln bewegen kann (Meyer, 2005). Meyer (2005) führt zum Beispiel folgende an:

- die hochgezogene linke Augenbraue des Lehrers, mit der er Erstaunen oder Unzufriedenheit signalisiert,
- sein leises Stöhnen bei einer falschen Antwort,
- sein Schweigen,
- das Foto, das er ohne jeden weiteren Kommentar hochhält,
- die Provokation, die Gegenthese, die Verfremdung, mit der er vermeintlich sicheres Wissen in Frage stellt.

Mögliche Impulse nach Köck (2005) wären ein Wort, ein Satz, ein Kurztext, eine als Impuls wirkende Frage oder ein stummer Impuls wie zum Beispiel ein Bild oder ein Filmausschnitt.

Folglich kann es viele verschiedenen Arten von Impulsen geben, um die Schüler und Schülerinnen zum Denken anzuregen. Wird ein Impuls angewendet, sollten die Schüler und Schülerinnen bereits ausreichende Vorkenntnisse bezüglich der Lerninhalte haben, damit sie die Kernprobleme des behandelten Themas erschließen und bearbeiten können (Köck, 2005). Demzufolge ist diese Unterrichtsform nicht ideal, um sie bei der Erlernung eines neuen Themas anzuwenden. Andererseits kann bei einem neuen Thema ein Impuls genutzt werden, um die Schüler und Schülerinnen darüber nachdenken zu lassen, worum es sich handeln könnte. Somit könnte diese Unterrichtsform auch bei der Einführung neuen Wissens angewandt werden.

Im Allgemeinen beträgt die Dauer dieser Unterrichtsform je nach Intensität und Tragweite des Impulses zwischen fünf Minuten und einer Unterrichtsstunde (Köck, 2005). Anhand dieser Spannweite ist erkennbar, dass diese Form sehr vielfältig gestaltet werden kann. Es sollte auch darauf geachtet werden, dass die mögliche Vielfalt genutzt und die Impulse auch sorgfältig aufbereitet werden (Köck, 2005).

Abschließend ist zu sagen, dass es keine negativen Aspekte bezüglich des impulssetzenden Unterrichts gibt und dass dabei sowohl die Mitverantwortung als auch die Selbständigkeit der Schüler und Schülerinnen gestärkt werden.

### *2.3.3 FRAGEND-ENTWICKELNDE UNTERRICHTSFORM*

Die fragend-entwickelnde Unterrichtsform ist ein problemorientierter Unterricht, bei dem zu Beginn eine Frage gestellt wird, die ein Problem aufwirft (Vollrath, 2001). Mit den Fragen wird die Lösung eines Problems gemeinsam entwickelt, indem von den Lernenden Vorschläge aufgegriffen werden, welche unter Umständen entwickelt, verändert und abgewiesen werden (Vollrath, 2001). Folglich wird der Lernprozess der Schüler und Schülerinnen von der unterrichtenden Person gesteuert (Köck, 2005). Die Schüler und Schülerinnen denken den Weg des Lehrers bzw. der Lehrerin mit, wodurch eine Interaktion zwischen den Lernenden nicht angebracht ist und die unterrichtende Person der einzige Bezugspunkt ist (Köck, 2005). Im Bezug dazu erwähnt Drumm (2007), dass auch den Denkbewegungen der Lernenden gefolgt wird. Es werden Irrwege und Missverständnisse zugelassen und genutzt, um so den Denkprozess transparent zu machen (Drumm, 2007). Dadurch wird nicht nur das Denken ausgelöst, sondern sie können auch ihre eigenen Ideen entwickeln, vorausgesetzt den Schülern und Schülerinnen wird dabei genug Spielraum gelassen (Vollrath, 2001). An dem gelassenen

Spielraum und an der Anzahl der am Gespräch beteiligten Schüler und Schülerinnen ist die Qualität der fragend-entwickelnden Unterrichtsform erkennbar (Vollrath, 2001).

Im Vordergrund dieser Unterrichtsform steht somit das Entwickeln eines Sach-, Sinn- oder Problemzusammenhangs aus der Sicht der Schüler und Schülerinnen (Drumm, 2007). Dabei ist neben dem aktiven Zuhören auch die aktive Mitarbeit am Gespräch wichtig (Aregger, 1997), weil sich das Gespräch auf der Grundlage der Kommunikation zwischen Lehrperson und Schüler entwickelt. Die Lernenden könnten jederzeit etwas gefragt werden (Merkens, 2010) beziehungsweise kann es sein, dass sie ihre Gedanken in einer verständlichen Art und Weise mitteilen müssen (Drumm, 2007). Daher ist es wichtig, immer aufmerksam zu sein. Für die Entwicklung der Fragen werden die Vorkenntnisse und die logische oder psychische Argumentation der Lernenden genutzt (Drumm, 2007).

Beobachtungen zeigen, dass – bezüglich des Verlaufs des Unterrichtsgesprächs – die Fragen immer enger werden, sodass nur mehr bestimmte Antworten aufgegriffen werden (Vollrath, 2001). Bauersfeld (1978) ist der Ansicht, dass *„...der Lehrer versucht, durch ‚Denkanstöße‘ und mehr oder minder weitgehende inhaltliche Hilfen den Schüler zur Einsicht in die Sache bzw. in seinem Fehler und zur Selbstkorrektur zu bewegen.“* Die Gesprächsführung wird durch die vom Lehrer bzw. von der Lehrerin erwartete Antwort beeinflusst und zwar in einer konsistenten und mittlerweile belegbaren Weise, sodass von einem Kommunikationsmuster zwischen Lehrenden und Lernenden gesprochen werden kann (Bauersfeld, 1978).

Hierzu führt Bauersfeld (1978) folgendes Beispiel an:

Aufgabe: Welche Wassermenge liefert eine Heilquelle a) täglich, b) monatlich c) jährlich bei einer Ausschüttung von 200 hl pro Stunde?

L: ...da ist kein bestimmter Monat angegeben, dann nimmt man 30 Tage und rechnet mit 30 Tagen, und in a) ist ja die Wassermenge von einem Tag schon angegeben. Und wieviel ist dann das für einen Monat?

S: (schweigt)

L: Na, du weißt, ein Monat hat 30 Tage...

S: (bejahend) ... Hm...

L: ...und nun?

S: (schweigt)

L: Eine Stunde, du brauchst ja jetzt noch gar nicht zu sagen, wieviel ein Tag hat, das muß du ja erst ausrechnen, also ein Tag hat x Hektoliter, nich, und dann kannst du x Hektoliter mal wieviel nehmen?

S: (schweigt)

L: Na, wieviel haben wir gesagt für einen Monat?

S: 30 Tage

L: Also x Hektoliter mal 30. Das wären dann die Hektoliter für einen Monat.

Hier ist sehr gut erkennbar, dass die Lehrperson das Gespräch kontrolliert und die Fragen so stellt, dass es immer weniger Antwortmöglichkeiten gibt und letztendlich führt dieses zum gewünschten Ziel. Bauersfeld (1978) bezeichnet diese Muster auch als ein Trichter-Muster, bei dem es eine Handlungsverengung durch Answererwartung gibt.

Nach Merckens (2010) ist diese Art des Denkens lange Zeit sowohl in der Ausbildung der Lehrer und Lehrerinnen, als auch in der Praxis des Unterrichts dominant geblieben. Er führt als Nachteile, wie beim darbietenden Unterricht, die Rezeptivität der Lernenden an und dass homogene Gruppen in der Klasse vorausgesetzt werden. Neben diesen Nachteilen werden von Leuders (2001) ebenfalls einige Kritikpunkte bezüglich des fragend-entwickelnden Unterrichts angeführt: Das rezeptive Lernen verdrängt das aktive Lernen und die Aktivität der meisten Schüler und Schülerinnen wird auf das stille Mitdenken und wenige Wortbeiträge beschränkt. Außerdem ist er der Meinung, dass Fragen wie „Na, was fällt euch auf?“ nur vermeintlich offen sind, wenn sie auf die Erreichung eines Unterrichtsschrittes in einem geplanten Verlauf zielen. Der nächste Kritikpunkt ist, dass die Individualität der Lernwege nicht adäquat verfolgt werden kann. Es wird nicht nach Komplexität oder Lerntempo differenziert, sondern eventuell nur die Geschwindigkeit des Fortschreitens vermindert. Der letzte Punkt bezieht sich auf die alleinige Verantwortung der Lehrperson für den Lernprozess, die sowohl die Richtung, als auch das Ziel des Gesprächs vorgibt.

Nach den eben genannten Kritikpunkten, stellt sich die Frage, warum diese Unterrichtsform im Unterricht so dominant ist, denn laut Wiechmann (2011) ergibt eine Studie von Hage u.a. (1985), dass 70% des gesamten Unterrichts dem fragend-entwickelnden Unterricht zuzuordnen sind. Doch auch, wenn es einige negative Aspekte gibt, hat sich diese Form nach Merckens (2010) auch schon bewährt. Etliche Schüler und Schülerinnen haben mit dem fragend-entwickelnden Unterricht erfolgreich gelernt und

lernen auch heute noch damit (Merkens, 2010). Schließlich müssen die Schüler und Schülerinnen aufmerksam sein, da sie jederzeit gefragt werden können (Merkens, 2010) und entwickeln dabei einen Sach-, Sinn- oder auch einen Problemzusammenhang (Drumm, 2007). Wird ihnen außerdem noch ein Spielraum gelassen, können sie ihre eigenen Ideen entwickeln und darüber nachdenken (Vollrath, 2001). Die Häufigkeit der Anwendung dieser Form sollte vermieden werden, um einer Einseitigkeit entgegenzuwirken. Folglich spielen auch hier die Vielfalt und die Abwechslung eine Rolle.

## 2.4 SOZIALFORMEN

Sozialformen, welche nach Berger und Fuchs (2007) auch als Lehrformen bezeichnet werden, regeln die Beziehungsstruktur des Unterrichts durch die Vorgabe des äußeren sozialen Rahmens (Meyer, 2006; Köck, 2005). Diese äußere Seite bezieht sich auf die räumlich-personal-differenzierende Seite, bei der es um die Sitzordnung bzw. die Position im Raum geht (Meyer, 2006). Neben dieser existiert auch eine innere Seite, die die Kommunikations- und Interaktionsstruktur beinhaltet (Meyer, 2006).

Schröder (2002) hingegen bezieht sich nur auf die innere Seite und unterscheidet zwischen der dominierenden Lehrenden – Lernenden – Beziehung und dem Lernenden – Lernenden – Verhältnis, die sich wiederum in einem mehr lehrerzentrierten Unterricht oder in einem mehr schülerzentrierten Unterricht einteilen lassen. Neben diesen Unterscheidungen spielen noch die Dauer und der Wechsel der Sozialformen eine wesentliche Rolle.

Nach Berger und Fuchs (2007) sollte es in einer Regelstunde nach etwa 20 Minuten einen Wechsel der Sozialform geben, um die Konzentration und Lebendigkeit der Schüler und Schülerinnen aufrechtzuerhalten. Becker (2012) erwähnt folgende weitere Gründe um die Sozialform zu wechseln:

- Bestimmte Lernaktivitäten bedingen spezifische Sozialformen,
- der Unterricht wird humaner,
- führt zu mehr Abwechslung und steigert die Konzentrations- und Aufnahmefähigkeit,
- Sprechanteile der Schüler und Schülerinnen lassen sich erhöhen,
- fördert die Entwicklung kommunikativer Kompetenz,
- fördert die Teamfähigkeit,

- entwickelt das Sozialverhalten,
- ermöglicht Einübung demokratischer Umgangsformen,
- Konfliktfähigkeit wird durch manche Sozialformen erhöht,
- durch angemessenen Wechsel werden die Schüler und Schülerinnen zumeist aktiviert und motiviert,
- das übergeordnete Erziehungsziel der Mündigkeit wird betont.

Allerdings wechseln in der Praxis laut Becker (2012) einige Lehrer und Lehrerinnen sehr selten die Sozialform. Die häufigste Form ist der Frontalunterricht (Becker, 2012; Köck, 2005). Nach Peterßen (2009) beträgt dieser sogar 80% des alltäglichen Unterrichts, während der Einzelarbeit, der Partnerarbeit und der Gruppenarbeit höchstens ein Viertel der Unterrichtszeit gewidmet wird (Köck, 2005). Gründe dafür sind nach Becker (2012) einerseits die Struktur der Lernorganisation, die häufig eine angemessene Wahl der Sozialform verhindert, da meistens im 50-Minuten-Takt unterrichtet wird. Andererseits werden von Seiten der Lehrperson negative Erfahrungen gemacht, was sowohl an der Lehrperson liegen kann, als auch an den Lernenden.

Die verschiedenen Sozialformen werden situations- und aufgabenabhängig eingesetzt (Köck, 2005). Wird die „falsche“ Form beim Wechsel gewählt, wird das gewünschte Ziel eventuell nicht erreicht, wobei dies allgemein am Wechsel liegen kann oder an der gewählten Form. Bezüglich der Schüler und Schülerinnen misslingt eine Veränderung, wenn sie mit der Sozialform noch nicht vertraut sind oder es ihnen an Kooperations- und Kleingruppenfähigkeit mangelt (Becker, 2012). Ist sie ihnen noch nicht geläufig, empfinden sie den Wechsel nach einer längeren Phase des Zuhörens oder der Einzelarbeit als eine Erholungsphase.

In jedem Fall müssen die Schüler und Schülerinnen in die verschiedenen Sozialformen eingearbeitet werden. Dies würde einfacher und schneller gehen, wenn alle Lehrer und Lehrerinnen nach dem Grundsatz handeln würden, dass bestimmte Lernaktivitäten auch spezifische Lernformen bedingen (Becker, 2012). Die Lernenden würden sich daran gewöhnen und es als selbstverständlich ansehen (Becker, 2012). Auch wenn zu Beginn viel Zeit in Partner- und Kleingruppenarbeit investiert wird, ist Becker (2012) der Ansicht, dass diese „verlorene“ Zeit vermutlich zu einem späteren Zeitpunkt wieder eingeholt wird.

Im Allgemeinen gibt es folgende Sozialformen:

Tab. 5: Vergleich der Sozialformen

<b>Becker (2012)</b>	<b>Schröder (2002)</b>	<b>Köck (2005)</b>	<b>Berger und Fuchs (2007)</b>	<b>Meyer (2006)</b>	<b>Schmoll (2012)</b>
Gruppenarbeit bzw. Frontalunterricht	Lehrervortrag	Frontal- bzw. Klassenunterricht	Gruppenarbeit	Frontalunterricht	Klassen- bzw. Frontalunterricht
Einzelarbeit	Einzelarbeit	Einzelarbeit bzw. Still- und Alleinarbeit	Einzelarbeit	Einzelarbeit	Einzelarbeit
Partnerarbeit	Partnerarbeit	Partnerarbeit	Paar- oder Partnerarbeit	Partnerarbeit	Partnerarbeit
Kleingruppenarbeit	Gruppenarbeit	Kleingruppenarbeit bzw. Gruppenunterricht	Kleingruppenarbeit	Gruppenunterricht	Gruppenarbeit
Großgruppenarbeit	Lehrergespräch	Kreissituation	Rollenspiel		
Mischformen	Klassendiskussion	Hufeisenform			

Die erste Form wird zwar unterschiedlich benannt, allerdings entsprechen alle Bezeichnungen demselben Zweck, mit Ausnahme von Schröder (2002). Dieser spricht vom Lehrervortrag, welcher zwar im Frontalunterricht beinhaltet ist, aber nicht ausschließlich. Ebenso sind das Lehrgespräch und die Klassendiskussion, bei welcher die Lehrperson in den Hintergrund treten kann (Schröder, 2002), dem Frontalunterricht, der auch als Klassenunterricht (Köck, 2005; Schmoll, 2012) oder als Gruppenarbeit (Becker, 2012; Berger & Fuchs, 2007) bezeichnet wird, zuzuordnen.

Die Einzelarbeit und die Partnerarbeit gleichen sich bei allen Auflistungen, während bei der vierten Form wiederum Differenzen auftreten. Dabei gibt es einen Widerspruch bezüglich der Gruppenarbeit und dem Gruppenunterricht. Während einige die

Gruppenarbeit dem Frontalunterricht gleichsetzen (Becker, 2012; Berger & Fuchs, 2007), ordnen andere diesen der Kleingruppenarbeit zu (Schröder, 2002; Schmoll, 2012), welche auch als Gruppenunterricht bezeichnet wird (Köck, 2005; Meyer, 2006). Nun stellen sich die Fragen, ob die Gruppenarbeit etwas mit dem Gruppenunterricht zu tun hat und ob der Frontalunterricht mit der Gruppenarbeit zusammenhängt.

Schröder (2002) und Köck (2005) setzen die Gruppenarbeit dem Gruppenunterricht gleich und somit entsprechen deren Ansicht nach beide der Arbeit in mehreren kleineren Gruppen. Meyer (2005) trennt die beiden Begriffe allerdings folgendermaßen:

*„Gruppenunterricht ist eine Sozialform des Unterrichts, bei der durch die zeitlich begrenzte Teilung des Klassenverbandes in mehrere Abteilungen arbeitsfähige Kleingruppen entstehen, die gemeinsam an der von der Lehrerin gestellten oder selbst erarbeiteten Themenstellung arbeiten und deren Arbeitsergebnisse in späteren Unterrichtsphasen für den Klassenverband nutzbar gemacht werden können.“*

*„Gruppenarbeit ist die in dieser Sozialform von den Schülerinnen und der Lehrerin geleistete zielgerichtete Arbeit, soziale Interaktion und sprachliche Verständigung.“*

Nach diesen Definitionen beinhaltet der Gruppenunterricht die Gruppenarbeit. Dadurch ist, wenn von der Gruppenarbeit die Rede ist, auch der Gruppenunterricht gemeint. Diese Aussage steht allerdings im Widerspruch zu Becker (2012) und Berger und Fuchs (2007), welche den Frontalunterricht als Gruppenarbeit bezeichnen. Allerdings schreibt neben Meyer (2005) auch Peterßen (2009), dass beim Gruppenunterricht die großen Lerngruppen in einzelne kleinere Lerngruppen aufgeteilt werden und dieser als Gruppenarbeit stattfindet. Daraus ist zu schließen, dass die Gruppenarbeit nicht mit dem Frontalunterricht gleichzusetzen ist.

Becker (2012), Schröder (2002), Köck (2005) und Berger und Fuchs (2007) erwähnen noch weitere Sozialformen. Diese entsprechen jedoch der Verfeinerung anderer Formen, abgesehen von der Kreissituation und der Hufeisenform (Köck, 2005), welche lediglich die Positionierung im Klassenraum darstellen. Aus diesem Grund werden diese nicht weiter erwähnt und folgende Sozialformen detaillierter beschrieben:

- Frontalunterricht
- Einzelarbeit
- Partnerarbeit
- Gruppenarbeit

### 2.4.1 *FRONTALUNTERRICHT*

Beim Frontalunterricht arbeitet die Lehrperson mit der gesamten Lerngruppe zusammen. Bei dieser Sozialform leitet die Lehrperson ein zentrales Geschehen, an dem alle Schüler und Schülerinnen teilnehmen (Drumm, 2007). Es wird von der Lehrerin oder dem Lehrer eine Frage gestellt und erwartet, dass alle Lernenden zeitgleich über die Frage nachdenken und eine Antwort formulieren (Becker, 2012). Dabei liegt nach Drumm (2007) die zentrale Herausforderung darin, alle Schüler und Schülerinnen „bei der Stange zu halten“, also den Unterricht so zu gestalten, dass er für alle möglichst fruchtbar ist.

Er ist sehr effizient, wenn Selbstverständliches schnell und auch in großem Umfang erlernt wird (Peterßen, 2009). Nach Drumm (2007) kann der Frontalunterricht folgende Ziele verfolgen:

- den Lernfortschritt der Gesamtgruppe planbar machen;
- sicherstellen, dass zentrale Inhalte von allen Schülern und Schülerinnen gelöst werden;
- den Schülern und Schülerinnen gemeinsame Erlebnisse und Erfahrungen verschaffen;
- ermöglichen, dass Dinge gemeinsam ausgewertet oder geplant werden;
- die Vielfalt an Erfahrungen und Ideen einer großen Gruppe auszunutzen.

Im Vergleich dazu erwähnt Köck (2005) ebenfalls, dass eine Funktion des Frontalunterrichts die Übermittlung schneller und gleicher Informationen an alle Schüler und Schülerinnen ist. Des Weiteren gewährleistet diese Sozialform eine unbestrittene Anerkennung der fachlichen Autorität der Lehrperson, wobei die Verfestigung der Autorität im Bezug zur Beziehungsstruktur zwischen den Lehrenden und den Lernenden auch als Nachteil gesehen werden kann (Köck, 2005). Diese Beziehungsstruktur variiert allerdings von Lehrperson zu Lehrperson. Jeder und jede muss für sich selbst herausfinden, was bezüglich der Schüler und Schülerinnen toleriert wird und was nicht. Bei zu viel Autorität trauen sich einige Lernende vielleicht nicht mehr mitzuarbeiten, aus Angst etwas Falsches zu sagen. Auf der anderen Seite nützen es die Schüler und Schülerinnen aus, wenn wenig Autorität vorhanden ist, wodurch eventuell das Lernklima negativ beeinflusst wird.

Der Frontalunterricht hat einerseits die Funktion der Disziplinierung und hält andererseits alle Schüler und Schülerinnen mittels Frage-Antwort-Unterricht auf ein- und derselben Denk- und Handlungsspur (Köck, 2005). Bezüglich des Frage-Antwort-Unterrichts ist

Becker (2012) allerdings der Meinung, dass bei einem wiederholten Frage-Antwort-Spiel leistungsschwache Schüler und Schülerinnen bald gänzlich überfordert sind. Sie können diesem „Wortspiel“ nach einiger Zeit nicht mehr folgen oder werden dadurch verwirrt, sodass sie daraus nichts mehr lernen beziehungsweise nichts mehr daraus mitnehmen können. Zu guter Letzt erfolgt nach Köck (2005) eine Einübung in die Techniken rezeptiver Informationsverarbeitung.

Auf der anderen Seite lässt der Frontalunterricht weder Differenzierung und Individualisierung, noch die Entwicklung der Selbständigkeit, der Eigensteuerung und der Eigenverantwortung (Köck, 2005) zu. Er trägt nur wenig, wenn überhaupt, zur Förderung der sozialen, methodischen und moralischen Kompetenz bei (Peterßen, 2009). Die Isolierungstendenz zählt somit auch zum Nachteil des Frontalunterrichts, da der Kontakt der Lernenden untereinander absolut nicht erwünscht ist (Köck, 2005). Neben der nicht vorhandenen Entwicklung dieser Kompetenzen, kommen die Schüler und Schülerinnen auch kaum zu Wort, da nach Köck (2005) zwischen 60% und 80% aller Wörter im Unterricht von der Lehrperson stammen. Die übrigen Prozente verteilen sich ungleich zwischen den leistungsschwächeren und –stärkeren Schülern und Schülerinnen (Köck, 2005).

Seit den 1960er Jahren wird immer wieder über den Frontalunterricht diskutiert (Schmoll, 2012). Er wird meist negativ besetzt und mit einem lehrerzentrierten und wenig handlungsorientierten Unterricht gleichgesetzt (Schmoll, 2012). Trotzdem kommt diese Sozialform laut Becker (2012) im Unterricht am häufigsten vor und seiner Meinung nach kann darauf auch nicht verzichtet werden. Berger und Fuchs (2007) sind ebenfalls der Ansicht, dass der Frontalunterricht von Vorteil ist, da er die Möglichkeiten bietet den Unterrichtsverlauf variantenreich zu gestalten und auf die Bedürfnisse der Schüler und Schülerinnen einzugehen. Er kann auch spannend und mitreißend sein (Berger & Fuchs, 2007) und *„...zur Zufriedenheit aller Beteiligten und relativ konfliktfrei verlaufen, wenn Phasen der Informationsvermittlung stets solche der Informationsverarbeitung folgen...“* (Becker, 2012). Die Schüler und Schülerinnen müssen die Möglichkeit bekommen, die erhaltenen Informationen zu verarbeiten. Becker (2012) untergliedert diese Sozialform in einen Informations- und einen Gesprächsbereich, welche beide zeitlich nicht überdehnt werden sollen (Becker, 2012). Es ist wichtig zu erkennen, wann die Schüler und Schülerinnen nicht mehr in der Lage sind Informationen aufzunehmen. Dabei sollte auch immer auf leistungsschwächere Lernende Rücksicht genommen werden. Peterßen (2009) erwähnt, dass der Frontalunterricht nur dort eingesetzt werden soll, wo er von den Zielsetzungen und Themen her einsetzbar ist und auch nur so wenig wie möglich verwendet werden soll.

### 2.4.2 EINZELARBEIT

Bei der Einzelarbeit befassen sich die Schüler und Schülerinnen eigenständig mit einer Aufgabe, einer Fragestellung oder einer Problemstellung (Becker, 2012). Da sich alle Lernenden der Klasse etwas alleine erarbeiten (Berger & Fuchs, 2007), bestimmen die Lernenden selbst die Reihenfolge und das Tempo der Denkschritte (Drumm, 2007). Die Einzelarbeit wird auch als Stillarbeit oder Alleinarbeit bezeichnet (Schmoll, 2012). Allerdings sollte die sogenannte Stillbeschäftigung nicht nur als Notlösung auf Grund des Mangels anderer Beschäftigungen eingesetzt werden (Schröder, 2002).

Mittels Einzelarbeit werden subjektive Kompetenzen der Lernenden erweitert (Schmoll, 2012), weil diese Sozialform nach Drumm (2007) die individuellen Denkvorgänge und folglich die allgemeine Individualisierung (Köck, 2005) ermöglicht. Des Weiteren werden verschiedene Eigenschaften ausgebildet, wie die Selbstständigkeit und die Konzentration (Drumm, 2007; Schmoll, 2012). Hierbei spricht Köck (2005) von der sogenannten Selbstverstärkung. Dem fügt Drumm (2007) noch das Durchhaltevermögen hinzu, womit auch die Überwindung von Schwierigkeiten gemeint ist. Dies bezeichnet Becker (2012) als Volition, um die Kraft aufzubringen, eine begonnene Arbeit zu Ende zu führen. Die Einzelarbeit erfordert außerdem Anstrengungsbereitschaft (Becker, 2012), sich wirklich intensiv mit der Aufgabe, Problemstellung etc. zu beschäftigen. Dabei sollten die Schüler und Schülerinnen darauf achten, dass sie im zeitlichen Rahmen bleiben und trotzdem sorgfältig arbeiten. Demnach sind weitere Ziele der Einzelarbeit die Verbesserung der Sorgfalt, der Zeitplanung und der Geduld (Schmoll, 2012).

Bei der Einzelarbeit hat die unterrichtende Person die Möglichkeit den Schwierigkeitsgrad oder auch den Umfang der Aufgaben zu variieren (Schmoll, 2012). Diese sollen sowohl auf die Lernvoraussetzungen der Schüler und Schülerinnen abgestimmt werden (Schmoll, 2012; Becker, 2012), als auch auf das Alter und den Entwicklungsstand (Schmoll, 2012).

Peterßen (2009) erwähnt, dass in der didaktischen Diskussion diese Sozialform vernachlässigt oder auch zu gering eingeschätzt wird, dabei hat sie einige Vorteile. Es wird sozusagen eine Oase der Ruhe geschaffen (Drumm, 2007), wodurch die Schüler und Schülerinnen die Möglichkeit haben zu sich selbst zu finden (Becker, 2012). Durch die eintretende Ruhe wird das Lern- bzw. Gruppenklima positiv beeinflusst und die Lehr-Lern-Effektivität steigert sich (Becker, 2012). Gerade in der heutigen Zeit sind wenige Kinder imstande, längere und intensive Alleinarbeit zu leisten (Peterßen, 2009). Folglich ist es wichtig, immer wieder Phasen der Einzelarbeit im Mathematikunterricht einzubauen.

Die Problematik der Einzelarbeit besteht an dem nicht vorgesehenen Sozialkontakt. Häufig wird diese zur Partnerarbeit, indem Lernende zum Beispiel Kontakt zum Mitschüler bzw. zur Mitschülerin aufnehmen oder auf das Heft des Nachbarn bzw. der Nachbarin schauen (Becker, 2012). Hierbei ist Becker (2012) der Meinung, dass es tolerierbar ist, solange andere nicht gestört werden, da schließlich eine Kooperation zwischen Schüler und Schülerinnen auch wünschenswert ist.

Ein weiterer Problempunkt der Einzelarbeit ist, dass die Lernenden unterschiedlich schnell fertig werden. Während einige noch arbeiten, langweilen sich andere. Um diese Situation zu verhindern, können für schnellere Schüler und Schülerinnen weitere Fragestellungen oder andere Lernaktivitäten vorbereitet werden (Becker, 2012). Außerdem erwähnt Köck (2005) einen Vereinsamungseffekt, wenn die Einzelarbeit zu häufig angewandt wird. Auf jeden Fall sollte die Einzelarbeit nach Peterßen (2009) in einen abwechslungsreich gestalteten Unterricht aufgenommen werden. Um die Motivation aufrechtzuerhalten, ist es auch wichtig, dass keine lang andauernde Über- oder Unterforderung vorhanden ist (Köck, 2005).

Die Länge des zeitlichen Aufwands hängt vom stofflichen Inhalt ab, doch in der Regel erstreckt sich diese über fünf bis zwanzig Minuten (Drumm, 2007). Wie bereits erwähnt, muss die Dauer natürlich dem Alter der Schüler und Schülerinnen angepasst werden. Ältere Lernende werden sich länger intensiv alleine beschäftigen können als jüngere. Der Einsatz der Einzelarbeit eignet sich nach Schmoll (2012) sowohl für die Erarbeitung neuer Sachverhalte, als auch für Übungs- und Wiederholungsphasen.

### *2.4.3 PARTNERARBEIT*

Bei der Partnerarbeit wird – ähnlich wie bei der Einzelarbeit – eine Aufgabe bearbeitet oder die Lösung für ein gestelltes Problem gesucht (Schmoll, 2012). Dabei gehen zwei Schüler bzw. Schülerinnen einer Lernaktivität nach und versuchen gemeinsam einen Lernauftrag zu erfüllen (Becker, 2012; Drumm, 2007; Schröder, 2002). Des Weiteren eignen sie sich auch Wissen an (Berger & Fuchs, 2007). In der Regel werden die Ergebnisse anschließend mit der gesamten Klasse besprochen oder auch präsentiert (Drumm, 2007). Da bei der Partnerarbeit gemeinsam gearbeitet wird, entspricht diese Sozialform einer speziellen Form der Gruppenarbeit (Schröder, 2002).

Der Partner bzw. die Partnerin kann entweder frei gewählt werden oder die Paare werden einander zugewiesen (Schröder, 2002; Becker, 2012). Meistens wird mit dem Tischnachbarn bzw. der Tischnachbarin zusammengearbeitet (Becker, 2012), aber es gibt

auch die Möglichkeit, mit dem Schüler bzw. der Schülerin davor oder dahinter zu arbeiten (Drumm, 2007). Diese Zusammensetzungen der Paare erfordern keinen Platzwechsel der Lernenden, wodurch ein fließender Übergang in eine Partnerarbeit gewährleistet wird, ohne viel Zeit zu verlieren. Es gibt auch noch die Alternative auszulosen, wer mit wem zusammenarbeitet (Drumm, 2007). Hierbei wird vorübergehend mit anderen der Platz getauscht. Werden die Paare vom Lehrer oder von der Lehrerin gebildet, ist es wichtig sich darüber Gedanken zu machen, wie diese zusammengesetzt werden, da es leistungsstarke und leistungsschwache Schüler und Schülerinnen gibt (Schmoll, 2012). Werden leistungsheterogene Paare gebildet, spricht Becker (2012) auch von dem sogenannten Helfersystem oder dem tutoriellen System, da Leistungsstärkere eine Lehrfunktion übernehmen. Diese helfende Funktion beschränkt sich allerdings meist auf die Übungsphase (Becker, 2012) und tritt somit kaum beim Erlernen und Erarbeiten eines neuen Themas im Mathematikunterricht auf. Ist für beide Schüler und Schülerinnen der Inhalt neu, verstehen und lernen zwar einige schneller und andere langsamer, doch es nehmen trotzdem beide eine unterstützende Funktion ein. Aus diesem Grund können auch komplexere Aufgaben als bei der Einzelarbeit gestellt werden (Schmoll, 2012). Auf jeden Fall sollte auch sensibel mit der Frage nach der Wahl des Partners bzw. der Partnerin umgegangen werden, da es für manche emotional eine starke Bedeutung hat, mit wem sie zusammenarbeiten (Schmoll, 2012). Verstehen sich zwei Lernende nicht, wird es schwierig werden, dass diese produktiv kooperieren. Außerdem tendieren einige Schüler und Schülerinnen dazu, ein Dominanzverhalten einzunehmen, falls ein Leistungsunterschied vorhanden ist (Köck, 2005). Dadurch werden der Meinungsaustausch, die gemeinsame Erarbeitung und somit auch der Zweck der Partnerarbeit verhindert.

Des Weiteren stellt sich die Frage, wie bei einer ungeraden Anzahl an Lernenden vorgegangen wird (Schmoll, 2012). Ob eine Dreiergruppe gebildet wird oder eventuell ein Schüler oder eine Schülerin einen Sonderauftrag bekommt (Becker, 2012).

Bezüglich der Dauer einer Partnerarbeit führt Köck (2005) an, dass für kurze Zeit eine Arbeitsgemeinschaft gebildet wird. Drumm (2007) hingegen gibt einen genaueren zeitlichen Rahmen an, der – wie bei der Einzelarbeit – in der Regel zwischen fünf und zwanzig Minuten liegt. Natürlich hängt die Zeit auch hier von Faktoren, wie zum Beispiel der Komplexität der Aufgabenstellung und dem Alter der Schüler und Schülerinnen ab.

Wird diese Sozialform im Mathematikunterricht angewandt, dient sie als Einstieg in anspruchsvollere und selbstverantwortlichere Gruppenarbeiten (Schmoll, 2012; Drumm, 2007). Dabei werden sowohl die individuellen Kompetenzen der Schüler und Schülerinnen geschult, als auch das soziale und kooperative Lernen gefördert (Schmoll,

2012). Des Weiteren wird nach Drumm (2007) auch das selbstständige und kommunikationsorientierte Lernen eingeübt. Hierbei erwähnt Köck (2005) Fähigkeiten wie zum Beispiel Kompromisse schließen, die eigene Meinung begründen und darauf beharren, argumentieren und nachgeben. Durch den stattfindenden Meinungsaustausch erweitert sich das Denk- und Wahrnehmungsfeld, wodurch sich die geistige Beweglichkeit der Schüler und Schülerinnen vergrößert (Köck, 2005). Ein weiterer Vorteil besteht darin, dass die Partnerarbeit relativ konfliktfrei ist, da das dritte störende Glied fehlt (Becker, 2012). Andererseits fehlt dadurch aber auch das ausgleichend belebende Element, welches manchmal notwendig ist (Becker, 2012).

Auf Grund der Interaktion der Schüler und Schülerinnen untereinander, entsteht ein größeres Störpotential, welches eventuell als Nachteil angesehen werden kann (Schmoll, 2012). Dies kann bis zu einem gewissen Maße verhindert werden, indem die Lernenden sinnvolle, klare und attraktive Aufgabenstellungen bekommen (Schmoll, 2012). Vor allem bei einem Einstieg in ein neues Thema ist es notwendig, dass die Schüler und Schülerinnen genau wissen, was sie zu tun haben und wie lange sie dafür Zeit haben (Drumm, 2007). Dabei *„...sollten einige einführende, ggf. auch provokative Sätze des Lehrers den Schülern Lust auf den Austausch / die Arbeit mit dem Partner machen.“* (Drumm, 2007).

Peterßen (2009) ist der Meinung, dass die Partnerarbeit viel zu wenig praktiziert wird. Anhand der aufgezählten positiven Aspekte ist erkennbar, dass diese viele Vorteile mit sich bringt. Wobei darauf zu achten ist, dass es viel Zeit kostet, die Schüler und Schülerinnen in Arbeitsdisziplin und in die nötigen sozialen Fähigkeiten einzuüben (Köck, 2005). Bezüglich der Anwendungen der Partnerarbeit, erscheinen die Möglichkeiten nach Becker (2012) unbegrenzt und variieren von Schulart zu Schulart, von Fach zu Fach und von Lerngebiet zu Lerngebiet.

#### 2.4.4 GRUPPENARBEIT

Wie schon bei den Sozialformen erwähnt, wird die Gruppenarbeit der Kleingruppenarbeit gleichgesetzt. Dabei wird eine Klasse in Subgruppen untergliedert (Becker, 2012). Innerhalb dieser Subgruppen erarbeiten sich die Schüler und Schülerinnen ein umfangreiches Wissen oder sie erfüllen anspruchsvolle Aufgabenstellungen (Berger & Fuchs, 2007). Die Ergebnisse der Gruppen werden nach Drumm (2007) in späteren Unterrichtsphasen im Plenum präsentiert.

Die Gruppenbildung kann unterschiedlich erfolgen. Einerseits können sich die Schüler und Schülerinnen mit der Vorgabe der Gruppengröße selbständig gruppieren und andererseits kann die Lehrperson selbst einteilen (Becker, 2012). Werden die Gruppen vorgegeben, wird hierbei zwischen zufälligen – wie zum Beispiel durch Auslosung – und geplant eingeteilten Gruppen variiert. Beim Letztgenannten kann die Lehrperson entscheiden, ob leistungshomogene oder –heterogene Gruppen gebildet werden (Becker, 2012).

Bezüglich der Gruppengröße empfehlen Berger und Fuchs (2007) drei bis fünf Schüler und Schülerinnen pro Gruppe. Außerdem sollen diese immer wieder neu zusammengewürfelt werden (Berger & Fuchs, 2007), um Rollenfixierungen vorzubeugen (Köck, 2005). Auf Grund des Wechsels der Arbeitspartner bzw. Arbeitspartnerinnen lernt bzw. übt man mit den verschiedensten Situationen umzugehen. Des Weiteren schreibt Becker (2012), dass nur im Ausnahmefall mehr als sechs Lernende zusammenarbeiten sollen, denn je kleiner die Arbeitsgruppe ist, desto schneller kann sie sich einigen. Allerdings ist dann auch das Anregungspotenzial geringer (Becker, 2012).

Ein weiterer positiver Aspekt der geringeren Personenanzahl ist, dass die einzelnen Mitglieder die Möglichkeit haben, sich mehr einzubringen. Daher ist eine Überlegung angebracht, wann welche Gruppengröße geeignet ist. Man sollte sich auch darüber Gedanken machen, ob die Gruppenanzahl gerade oder ungerade sein soll. Ist sie gerade, ermöglicht dies einen fließenden Übergang zur Partnerarbeit (Becker, 2012). Stehen zwei Tische beisammen, sind sowohl die Einzelarbeit, die Partnerarbeit und die Gruppenarbeit möglich ohne sich umzusetzen (Becker, 2012). Auf der anderen Seite bietet eine ungerade Zahl die Möglichkeit der Problematik einer unentschiedenen Abstimmung entgegenzuwirken (Becker, 2012).

Die Verteilung der Aufgaben kann entweder arbeitsgleich oder arbeitsteilig bzw. themengleich oder themenverschieden erfolgen (Schröder, 2002; Drumm, 2007; Köck, 2005). Demgemäß erarbeiten die einzelnen Gruppen entweder dieselben oder unterschiedliche Themen, deren Ergebnisse verglichen oder präsentiert werden. Bei einer arbeitsgleichen Erarbeitung, muss nicht jede Gruppe ihre Ergebnisse darstellen (Drumm, 2007). In diesem Fall ist es sinnvoll, wenn sich die Lehrperson einen Eindruck der Resultate verschafft und bestimmt, welche Gruppen präsentieren sollen (Drumm, 2007). Eine weitere Möglichkeit wäre, diese auch freiwillig melden zu lassen (Drumm, 2007). In jedem Fall werden damit mehrere Präsentationen der gleichen Ergebnisse und somit auch die Langeweile verhindert.

Der zeitliche Rahmen wird jeweils von der Lehrperson bekannt gegeben und ist von unterschiedlichen Faktoren abhängig (Drumm, 2007). Je komplexer ein Thema ist, desto mehr Zeit wird dieses beanspruchen (Drumm, 2007). Folglich ist die Dauer vom Alter und den Vorerfahrungen der Schüler und Schülerinnen abhängig, also wird die Gruppenarbeit umso kürzer dauern, je jünger und unerfahrener die Lernenden sind (Drumm, 2007). Ein weiterer Faktor betrifft die organisatorischen Rahmenbedingungen, wie zum Beispiel die Gruppenarbeit in einer Einzelstunde, in einer Doppelstunde oder in einer Projektwoche (Drumm, 2007). Bezüglich der Rahmenbedingungen erwähnt Becker (2012) nicht nur die zeitliche, sondern auch die räumliche Organisation. Ist ein bewegliches Mobiliar, ein großes Klassenzimmer oder sogar mehrere Kleingruppenräume verfügbar, ist die Durchführung erfolgreicher als bei einem fest eingebauten Mobiliar oder bei einem zu kleinen Klassenzimmer (Becker, 2012). Die eingeteilten Gruppen müssen die Möglichkeit bekommen, halbwegs ungestört zu arbeiten, was einen bestimmten Abstand zu anderen Gruppen erfordert (Becker, 2012).

Vergleicht man die Gruppenarbeit mit den anderen Sozialformen, ist diese wesentlich konfliktträchtiger (Becker, 2012). Beim Frontalunterricht und bei der Einzelarbeit ist eine Einigung mit anderen nicht notwendig. Die Schüler und Schülerinnen arbeiten und lernen allein, entweder unter Anleitung der Lehrperson oder selbständig. Bei der Partnerarbeit hingegen kann ein Konflikt entstehen, allerdings tritt dieser nicht in derselben Häufigkeit auf, wie bei der Gruppenarbeit. Umso mehr Schüler und Schülerinnen sich einigen müssen, desto wahrscheinlicher entsteht ein Konflikt. Allerdings sind einige Lernende entweder nicht konfliktfähig oder sie können bzw. wollen nicht zusammenarbeiten (Becker, 2012). Dadurch ist es manchmal nicht möglich, innerhalb einer Gruppe gemeinsam zu einem Ergebnis zu kommen. So arbeiten einige, andere ziehen sich zurück und wiederum andere zeigen eventuell Verhaltensauffälligkeiten, wodurch auch andere Gruppen gestört werden. Letztgenanntes tritt nach Becker (2012) bei einigen Lernenden während der Gruppenarbeit auf. In jedem Fall werden bei der Arbeit in einer Gruppe soziale und kommunikative Kompetenzen geschult bzw. entwickelt, da es eine Aufforderung zur Teamarbeit und zum verständnisvollen Umgang miteinander gibt (Becker, 2012; Drumm, 2007). Die Schüler und Schülerinnen müssen selbständig arbeiten und diesen Arbeitsprozess eigenverantwortlich organisieren (Drumm, 2007), wodurch sowohl die Selbständigkeit, als auch die Mündigkeit entwickelt wird. Darüberhinaus werden nach Becker (2012) auch demokratische Umgangsformen eingeübt. Neben der Entwicklung bzw. Verbesserung dieser Kompetenzen, wird auch die inhaltliche Dichte größer (Drumm, 2007). Zum einen arbeiten bzw. üben viele Schüler und

Schülerinnen parallel und zum anderen wird mehr Stoff bewältigt, wenn die Gruppen unterschiedliche Themenbereiche erhalten (Drumm, 2007).

Ein negativer Aspekt bezieht sich auf die Gefahr eines ineffektiven Rollenkampfes, wenn die Gruppendynamik vernachlässigt wird (Köck, 2005). Es gibt Schüler und Schülerinnen die dominanter sind als andere, wodurch diese in den Vordergrund treten und andere zu wenig bzw. gar nicht berücksichtigt werden. Des Weiteren wird die soziale Kompetenz zwar entwickelt, allerdings muss diese auch schon vorhanden sein, um eine produktive Gruppenarbeit zu gewährleisten (Peterßen, 2009). Sind die Lernenden mit dieser Sozialform noch nicht vertraut, ist es nicht sinnvoll diese für die Erarbeitung eines neuen Themas einzusetzen. Daher ist es wichtig, bestimmte Umgangsregeln zu vereinbaren und einzuüben, wodurch auch die Gefahr der Disziplinlosigkeit vermindert wird (Köck, 2005). Es ist auch darauf achten, dass die Lernenden weder über- noch unterfordert sind, ansonsten entstehen eventuell Entmutigungen oder sie „flippen“ aus (Köck, 2005).

Alles in allem ist die Lehr-Lern-Effektivität von der Qualität der Arbeitsaufträge abhängig (Becker, 2012). Je präziser diese geplant sind, desto besser können die Lernenden damit arbeiten bzw. sich einen neuen Themenbereich erarbeiten. Außerdem besteht eine Abhängigkeit der Gruppenarbeit bezüglich der Art der Prozesssteuerung und der Fähigkeit der Lehrperson, sich zurückzuziehen (Becker, 2012). Der Lehrer bzw. die Lehrerin nimmt bei dieser Sozialform die Position des Beobachters bzw. der Beobachterin ein (Drumm, 2007). Die Lenkung des Unterrichts wird somit auf die Tätigkeit des Beratens vermindert (Köck, 2005). Drumm (2007) ist der Ansicht, dass die einzelnen Gruppen zu Beginn oft gestört werden, da die Lehrperson dazu neigt gleich zu ihnen zu gehen, um herauszufinden, ob alle den Auftrag verstanden haben. Dadurch werden die Schüler und Schülerinnen verunsichert und stoppen die Diskussion oder geben durch Rückfragen die Verantwortung wieder ab (Drumm, 2007). Aus diesem Grund empfiehlt Drumm (2007) sich zu Beginn räumlich zurückzunehmen und nur auf Anfrage zu der jeweiligen Gruppe zu gehen.

Heutzutage ist nach Peterßen (2009) die Gruppenarbeit nicht mehr aus der Schule wegzudenken, obwohl die *„...pädagogische und didaktische Wertschätzung – besonders auch bei Lehrern – offensichtlich wesentlich größer als seine Realisierung im alltäglichen Unterricht“* ist. Dies liegt zum einen am hohen Planungs- und Vorbereitungsaufwand und zum anderen am Scheitern der Lehrer bzw. der Lehrerinnen auf Grund falscher Kenntnisse und Erwartungen.

# 3 BEISPIELE FÜR EINSTIEG UND ERARBEITUNG AUSGEWÄHLTER THEMEN DER AHS - UNTERSTUFE

## 3.1 EINFÜHRUNG DER BRUCHZAHLEN (1. KLASSE)

### 3.1.1 GESCHICHTLICHER HINTERGRUND

Bei den fundamentalen Grundbegriffen der Mathematik – das Erkennen geometrischer Grundfiguren, der Zahlbegriff, die Zahldarstellung – wird davon ausgegangen, dass diese bereits vor dem 3. Jahrtausend v. Chr. entstanden sind (Popp, 1999). Eine Ausnahme bilden die ägyptische und die babylonische Kultur, aus welchen wir gesichertes Wissen über die ersten mathematischen Betätigungen des Menschen haben (Popp, 1999).

*„Vor allem zu Beginn des 2. Jahrtausends v. Chr. entstand eine Reihe von Dokumenten, die Aufschluß über das Wissen und die Denkweise der Ägypter und Babylonier geben und die Einsichten in die Entstehungsweise der Mathematik vermitteln.“* (Popp, 1999).

Dabei ist die ägyptische Bruchrechnung von wesentlicher Bedeutung, die nach Becker (1957) bis in die Spätantike in Ägypten und anderswo verwendet wurde. Im Bezug auf die Erfindung des Bruches bei den Ägyptern, sind in den ältesten erhaltenen Dokumenten Brüche in der Form von Stammbrüchen zu finden (Popp, 1999). Diese sind die Elemente des ägyptischen Bruchrechnens und nur sie – mit Ausnahme von  $\frac{2}{3}$  – wurden durch Zahlzeichen dargestellt (Popp, 1999). Becker (1957) erwähnt hierbei, dass es neben  $\frac{2}{3}$  in ganz früher Zeit auch ein Sonderzeichen für  $\frac{3}{4}$  existierte.

Für die Brüche  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}$  und  $\frac{1}{64}$  gab es ebenfalls Sonderzeichen, *„...woraus man schließen könnte, daß diese Brüche als erste entstanden sind und deshalb der Ausgangspunkt für das Bruchrechnen das wiederholte Halbieren war.“* (Popp, 1999). Dieser Bruchbegriff ist mit Sicherheit im Zusammenhang mit messbaren Größen entstanden, wie zum Beispiel bei der Teilung von Getreidevorräten (Popp, 1999).

Die Zeichen der eben genannten Brüche lassen sich zur Figur des „Horusauges“ zusammensetzen (Popp, 1999):

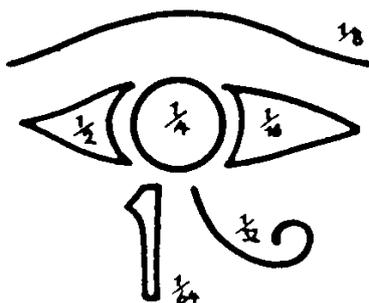


Abb. 1: Das „Horusauge“ (Popp, 1999)

Es gibt eine Sage über das zerbrochene Auge des Horus, der der Sohn der ägyptischen Gottheiten Isis und Osiris war (Reichel, Humenberger, Litschauer, Groß & Aue, 2011a). Reichel et al. (2011a) beschreiben diese wie folgt:

Der Sage nach riss Seth, der Bruder von Osiris, Horus das Udjat-Auge aus, als sich die beiden Rivalen im Kampf um den Thron von Osiris befanden, und zerbrach es. Der weise Mondgott Thot, der auch Schutzpatron der Wissenschaften und der Schreibkunst war, sah die unendlich vielen Teile, große und kleine, und versuchte diese wieder zusammenzusetzen.

Das größte Bruchstück war genau die Hälfte, das zweitgrößte genau ein Viertel des Udjat-Auges von Horus. Als Thot sie zusammenfügte, heilte er schon dreiviertel des Auges. Der nächstgrößere Teil war genau ein Achtel des Udjat-Auges. Thot gab es zu dem bereits geheilten Stück hinzu und heilte so schon sieben Achtel des Auges. Der nächstgrößere Teil war genau ein Sechzehntel des Udjat Auges. Thot gab es dem bereits geheilten Stück hinzu und heilte so schon 15 Sechzehntel des Auges. Der nächstgrößere Teil war genau ein Zweiunddreißigstel des Udjat-Auges. Thot gab es zu dem bereits geheilten Stück hinzu und heilte so schon 31 Zweiunddreißigstel des Auges. Der nächstgrößere Teil war genau ein Vierundsechzigstel des Udjat-Auges. Thot gab es zu dem bereits geheilten Stück hinzu und heilte so schon 63 Vierundsechzigstel des Auges. Durch seine geduldige Arbeit setzte Thot bis auf ein Vierundsechzigstel das von Seth zerbrochene Auge wieder zusammen.

Aus dieser Geschichte ergeben sich die zuvor genannten Bruchzahlen  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}$  und  $\frac{1}{64}$ . Da es allerdings nicht möglich war mit diesen den Inhalt eines mit Korn gefüllten Gefäßes zu beschreiben, wenn es z.B. zu einem Drittel gefüllt war, erfanden sie noch weitere Bruchzahlen, sodass sich folgende „Stammbrüche“ – die auch „ägyptische Brüche“ genannt werden – ergaben:  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}$  ... (Reichel et al., 2011a).

### 3.1.2 THEORETISCHER HINTERGRUND

Wird die Bruchrechnung in der ersten Klasse eingeführt, geht es in erster Linie darum, dass die Schüler und Schülerinnen zu Beginn bestimmte Grundvorstellungen erlangen (Vollrath, 1994; Marxer & Wittmann, 2011).

*„Grundvorstellungen ermöglichen Übersetzungen von mathematischen Inhalten zwischen verschiedenen Arten der Darstellung – hierüber kann ‚Verständnis‘ diagnostiziert und aufgebaut werden.“* (Wartha, 2011).

Malle (2004) schreibt, dass es ohne Grundvorstellungen kein Anwenden gibt, da ein Wissen über Bruchzahlen ohne jene nutzlos ist und nur einen Ballast darstellt, den man berechtigterweise schnell wieder vergisst. Beim Erarbeiten dieser Vorstellungen sollen sowohl enaktive als auch ikonische Erfahrungen mit Brüchen gesammelt werden (Padberg, 2009; Marxer & Wittmann, 2011).

Folglich geht es bei der Einführung der Bruchzahl um die Grundvorstellung, die Bruchzahl als Teil eines Ganzen,  $\frac{a}{b}$  (von 1) anzusehen (Malle, 2004). Weiterführend geht es darum, die Vorstellung der Bruchzahl als relativen Anteil,  $\frac{a}{b}$  von c, zu erlangen. Diese Grundvorstellungen können nach Vollrath (1994) mit Hilfe des Schokoladen- und Tortenmodells dargestellt werden.

Im Allgemeinen werden  $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{3}{7}$  ... – welche ein Halbes, zwei Fünftel, drei Siebtel,... heißen – Brüche genannt. Diese stellen jeweils Bruchteile eines Ganzen dar und haben nach Reichel et al. (2011a) folgende Bezeichnungen:

$\frac{3}{8}$	←	Zähler	Der Nenner gibt an, in wie viele gleiche Teile das Ganze
	←	Bruchstrich	geteilt ist.
	←	Nenner	Der Zähler gibt an, wie viele solcher Teile gemeint sind.

Sei der Bruch  $\frac{a}{b}$  mit  $b \neq 0$  und  $a, b \in \mathbb{N}$  gegeben:

Ist  $a < b$ , so stellen die Bruchteile weniger als ein Ganzes dar.

Ist  $a > b$ , so stellen die Bruchteile mehr als ein Ganzes dar.

Ist  $a = b$ , so stellen die Bruchteile genau ein Ganzes dar.

Ist  $a > b$ , spricht man vom „unechten Bruch“, bei welchem ein Ganzes bzw. mehrere Ganze abgespalten werden können. Einen Bruch mit dieser Abspaltung bezeichnet man als gemischten Bruch.

Des Weiteren gibt es – wie im Kapitel 3.1.1 schon erwähnt – „Stammbrüche“, deren Zähler immer eins ist und die wie folgt aussehen:  $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$

### 3.1.3 ANWENDUNGSGEBIETE DER BRUCHRECHNUNG

In der Unterstufe wird dem Rechnen mit Brüchen sehr viel Zeit gewidmet, doch es stellt sich die Frage, von welcher Bedeutung diese im Bezug auf den Gebrauch im Alltag sind. Das Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren oder Dividieren zweier Brüche tritt zum einen in der Lebens- und Berufspraxis kaum auf und zum anderen kann diese Rechenoperationen jeder Taschenrechner schnell und sicher erledigen (Marxer & Wittmann, 2011). Aus diesem Grund werden in weiterer Folge einige Aspekte erläutert, die die Notwendigkeit der Bruchrechnung mit gemeinen Brüchen bestätigen.

Rechnen Schüler und Schülerinnen mit Brüchen, können sie deren Eigenschaften entdecken und verstehen (Marxer & Wittmann, 2011). Hierfür werden Aufgaben vorausgesetzt, die anstelle der Automatisierung der Rechenverfahren, anfangs ein freies Ausprobieren und später ein zielgerichtetes Explorieren anstreben (Marxer & Wittmann, 2011). Folglich geht es – wie im Kapitel 3.1.2 schon erwähnt – um die Erlangung von Grundvorstellungen (Vollrath, 1994; Marxer & Wittmann, 2011) und die Sammlung enaktiver und ikonischer Erfahrungen (Padberg, 2009; Marxer & Wittmann, 2011).

Erforderlich sind Brüche einerseits zur anschaulichen Fundierung des Dezimalbegriffs, denn durch  $\frac{1}{3}, \frac{3}{4}$  oder  $\frac{5}{8}$  bekommt man besser eine anschauliche Vorstellung als durch 0,333...; 0,75 oder 0,625 (Padberg, 2009). Andererseits eignen sich diese auch zur Fundierung des Rechnens mit Dezimalbrüchen, denn *„so lassen sich – ausgehend von den entsprechenden Rechenregeln für Brüche – leicht alle Rechenregeln für*

*Dezimalbrüche einheitlich und ersichtlich ableiten.*“ (Padberg, 2009). Werden Dezimalbrüche bei der Wahrscheinlichkeitsrechnung den Brüchen vorgezogen, kann dies, auf Grund nötiger Rundungen, häufig zu einem fundamentalen Fehler führen (Padberg, 2009). Diese Problematik tritt neben der Wahrscheinlichkeitsrechnung auch bei der Gleichungslehre auf (Padberg, 2009). Werden Dezimalbrüche nach der Umformung einer Gleichung angewandt, so führt ein nötiges Runden zu einer Veränderung der Lösungsmenge, die im Regelfall allerdings unverändert bleiben soll (Padberg, 2009). Um dies zu verhindern, müsste die Fehlerfortpflanzung berücksichtigt werden, wodurch die Aufgabe für die Schüler und Schülerinnen eine weitere Schwierigkeit mit sich bringen würde (Padberg, 2009). Darüberhinaus *„...ist offensichtlich die Bruchschreibweise bei Gleichungsumformungen fast immer prägnanter und übersichtlicher als eine Notation ausschließlich mit Dezimalbrüchen.*“ (Padberg, 2009). Neben diesen Aspekten führt Padberg (2009) noch folgende weitere an: Zum einen lässt sich bei der Zahlbereichserweiterung von  $\mathbb{N}$  nach  $\mathbb{Q}^+$  jede positive rationale Zahl einfach und übersichtlich beschreiben, wenn die Schüler und Schülerinnen über das Wissen von Bruchrechnungen verfügen (Padberg, 2009). Zum anderen stellt die Bruchrechnung eine wichtige Voraussetzung für den Algebraunterricht dar, da durch diese die Einsicht in die Rechenregeln – welche später in der Algebra gebraucht werden – auf einem anschaulichen Niveau vermittelt wird (Padberg, 2009).

Demzufolge ist die Bruchrechnung eine wesentliche Voraussetzung für die weiterführende Mathematik und den Dezimalbrüchen vorzuziehen. Einerseits, um zu Beginn die nötigen Grundvorstellungen zu erlangen und andererseits, um in weiterer Folge eine Genauigkeit des Ergebnisses zu gewährleisten. Darüberhinaus treten im Alltag immer wieder Situationen auf, die die Bruchrechnung erfordern: beim Aufteilen z.B. eines Erbes, einer Torte,...; bei Rezepten, wenn z.B. beim Backen/Kochen die dreifache Menge an Mehl/Fleisch gebraucht wird oder wenn zum Beispiel ein Punsch für ein Fest gemacht wird, muss die Menge an die Anzahl der Personen angepasst werden; in der Musik ergibt, z.B. bei einem  $\frac{3}{4}$  Takt, die Summe aller Notenwerte eines Taktes  $\frac{3}{4}$  und anhand dieses Wissens ist es möglich die einzelnen Noten in richtiger Länge zu spielen.

Daraus ist zu schließen, dass die Bruchrechnung sowohl für die weiterführende Mathematik als auch für das alltägliche Leben von Bedeutung ist.

### 3.1.4 BEISPIEL FÜR EINSTIEG UND ERARBEITUNG IN DER PRAXIS

**Lehrplanbezogenes Thema:** Arbeiten mit Zahlen und Maßen

**Inhalte:** Vorstellungen mit positiven rationalen Zahlen verbinden

**Stundenziel:** Erlangung der Grundvorstellung, die Bruchzahl als Teil eines Ganzen anzusehen

	Einstieg	Erarbeitung
Zeit	10 Minuten	35 Minuten 8 min EA – 8 min PA – 9 & 10 min GA
Inhalt / Ablauf	<p>Als Einstieg wird von der Lehrperson „<math>\frac{1}{2}</math> l Milch“ auf die Tafel geschrieben. In weiterer Folge werden die Schüler und Schülerinnen dazu aufgefordert sich darüber Gedanken zu machen, in welcher Form sie Brüchen bereits begegnet sind und diese ebenfalls auf die Tafel zu schreiben.</p> <p>Anschließend wird ihnen erzählt, dass es schon aus dem 2. Jahrtausend v. Chr. Überlieferungen über das mathematische Denken der Ägypter und Babylonier gibt. Dabei spielt vor allem die ägyptische Bruchrechnung eine Rolle, über dessen Entstehung es eine Sage gibt.</p>	<p>Nach dem Einstieg bekommen die Schüler und Schülerinnen ein Informationsblatt (Beilage 1) über die Sage des „Horusauges“ und ein Arbeitsblatt (Beilage 2). Bei diesem Arbeitsblatt setzen sich die Schüler und Schülerinnen mit dem Thema selbständig auseinander und erarbeiten sich die Grundvorstellung enaktiv und ikonisch. Anschließend besprechen sie die ersten Erarbeitungen mit dem Sitznachbarn bzw. der Sitznachbarin und versuchen weitere Aufgaben gemeinsam zu lösen. Auf Grund der Gruppenarbeit, setzen sie sich noch einmal mit dem eben Erfahrenen auseinander und diskutieren über eventuelle Fehler und Meinungsverschiedenheiten.</p> <p>Zuletzt werden die Ergebnisse im Plenum gemeinsam mit der unterrichtenden Person besprochen und von 2-3 Gruppen die jeweiligen Beispiele vorgeführt. Des Weiteren werden offene Fragen geklärt und eventuelle Fehler richtig gestellt.</p> <p>Der Wechsel der Sozialformen wird von der unterrichtenden Person bekannt gegeben.</p>

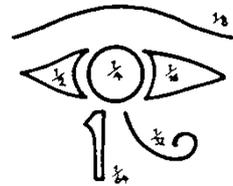
Methode / UF / SF	Impulssetzende und darbietende UF Frontalunterricht	ICH-DU-WIR Methode Impulssetzende UF Einzelarbeit, Partnerarbeit, Gruppenarbeit
Lehr- und Lernziel	Den Schülern und Schülerinnen soll bewusst werden, dass Brüche immer wieder im Alltag vorkommen und es von Bedeutung ist, sich damit auseinanderzusetzen. Des Weiteren sollen sie erfahren, dass dieses Wissen schon vor vielen Jahren vorhanden war und genutzt wurde.	Erfahrungen mit der Bruchzahl als Teil eines Ganzen sowohl auf der enaktiven als auch auf der ikonischen Ebene machen. EA: Die Schüler und Schülerinnen sollen selbständig über das Thema nachdenken und versuchen zu verstehen, worum es sich dabei handelt und das Wissen umsetzen. PA: Sie bringen vorhandenes Wissen ein und nutzen dieses in der PA und auch in der GA. Außerdem haben sie die Möglichkeit zu vergleichen, darüber zu reden und somit auch voneinander zu lernen. Des Weiteren sollen sie bei der nächsten Aufgabe andere Darstellungsformen kennen und damit umgehen lernen. GA: Die Schüler und Schülerinnen sollen eventuelle Fehler erkennen und über auftretenden Meinungsverschiedenheiten diskutieren.

## BEILAGE 1 – INFORMATIONSBLATT

### DIE SAGE DES „HORUSAUGES“ nach Reichel et al. (2011a)

Der Sage nach riss Seth, der Bruder von Osiris, Horus das Udjat-Auge aus, als sich die beiden Rivalen im Kampf um den Thron von Osiris befanden, und zerbrach es. Der weise Mondgott Thot, der auch Schutzpatron der Wissenschaften und der Schreibkunst war, sah die unendlich vielen Teile, große und kleine, und versuchte diese wieder zusammenzusetzen.

Das größte Bruchstück war genau die Hälfte, das zweitgrößte genau ein Viertel des Udjat-Auges von Horus. Als Thot sie zusammenfügte, heilte er schon dreiviertel des Auges. Der nächstgrößere Teil war genau ein Achtel des Udjat-Auges. Thot gab es zu dem bereits geheilten Stück hinzu und heilte so schon sieben Achtel des Auges. Der nächstgrößere Teil war genau ein Sechzehntel des Udjat Auges. Thot gab es dem bereits geheilten Stück hinzu und heilte so schon 15 Sechzehntel des Auges. Der nächstgrößere Teil war genau ein Zweiunddreißigstel des Udjat-Auges. Thot gab es zu dem bereits geheilten Stück hinzu und heilte so schon 31 Zweiunddreißigstel des Auges. Der nächstgrößere Teil war genau ein Vierundsechzigstel des Udjat-Auges. Thot gab es zu dem bereits geheilten Stück hinzu und heilte so schon 63 Vierundsechzigstel des Auges. Durch seine geduldige Arbeit setzte Thot bis auf ein Vierundsechzigstel das von Seth zerbrochene Auge wieder zusammen.

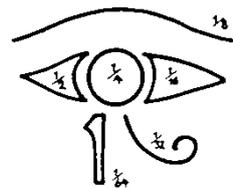


(Popp, 1999)

### DIE SAGE DES „HORUSAUGES“ nach Reichel et al. (2011a)

Der Sage nach riss Seth, der Bruder von Osiris, Horus das Udjat-Auge aus, als sich die beiden Rivalen im Kampf um den Thron von Osiris befanden, und zerbrach es. Der weise Mondgott Thot, der auch Schutzpatron der Wissenschaften und der Schreibkunst war, sah die unendlich vielen Teile, große und kleine, und versuchte diese wieder zusammenzusetzen.

Das größte Bruchstück war genau die Hälfte, das zweitgrößte genau ein Viertel des Udjat-Auges von Horus. Als Thot sie zusammenfügte, heilte er schon dreiviertel des Auges. Der nächstgrößere Teil war genau ein Achtel des Udjat-Auges. Thot gab es zu dem bereits geheilten Stück hinzu und heilte so schon sieben Achtel des Auges. Der nächstgrößere Teil war genau ein Sechzehntel des Udjat Auges. Thot gab es dem bereits geheilten Stück hinzu und heilte so schon 15 Sechzehntel des Auges. Der nächstgrößere Teil war genau ein Zweiunddreißigstel des Udjat-Auges. Thot gab es zu dem bereits geheilten Stück hinzu und heilte so schon 31 Zweiunddreißigstel des Auges. Der nächstgrößere Teil war genau ein Vierundsechzigstel des Udjat-Auges. Thot gab es zu dem bereits geheilten Stück hinzu und heilte so schon 63 Vierundsechzigstel des Auges. Durch seine geduldige Arbeit setzte Thot bis auf ein Vierundsechzigstel das von Seth zerbrochene Auge wieder zusammen.



(Popp, 1999)

## BEILAGE 2 – ARBEITSBLATT

### DIE BRUCHZAHL ALS TEIL EINES GANZEN

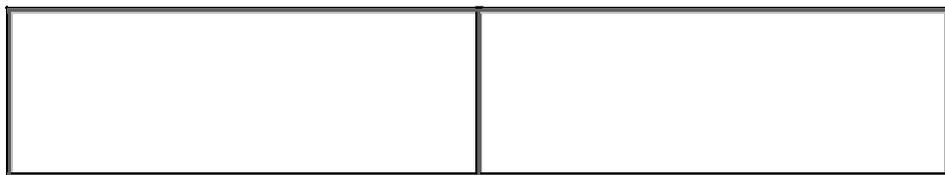
Einzelarbeit

1. a) Lies die Sage über das „Horusauge“!  
b) Welcher Teil des Auges war geheilt, nachdem Thot die ersten beiden Augenteile zusammengefügt hatte? \_\_\_\_\_  
c) Um dies in einem Bruch darzustellen teilt man 1 Auge durch \_\_ und nimmt davon \_\_ Teil(e). Folglich hat man – eines Ganzen.  
d) Wir nehmen an, dass Thot für die Heilung aller Teile eine Stunde benötigte. Für die ersten beiden Teile brauchte er 15 Minuten.
  - i. Mache eine Skizze einer Uhr und markiere den Weg, den der Minutenzeiger in 15 Minuten zurücklegt!
- ii. Man teilt \_\_h durch \_\_ und nimmt davon \_\_ Teil(e). Man erhält folgenden Bruchteil: – h



Partnerarbeit

2. a) Vergleiche die Ergebnisse mit deinem Nachbar bzw. deiner Nachbarin!  
b) Nehmt jeweils ein Blatt Papier und faltet diese auf unterschiedliche Art und Weise!
  - i. Wie viele Teile besitzen die jeweiligen Blätter?  
Blatt 1: \_\_ Teile                      Blatt 2: \_\_ Teile
  - ii. Macht von beiden aufgefalteten Blättern eine Skizze mit den Unterteilungen und malt jeweils einen oder mehrere Teile an!



- iii. Stellt den jeweiligen markierten Anteil als Bruchteil eines Ganzen dar!  
Blatt 1: – eines Ganzen                      Blatt 2: – eines Ganzen

3. Tauscht nun die Arbeitsblätter mit den beiden Schülern bzw. Schülerinnen hinter euch, kontrolliert diese und besprecht eventuelle Fehler!

### 3.1.5 VOR- UND NACHTEILE DER ANGEWANDTEN METHODE

Bei der Ich-Du-Wir Methode kommen beinahe alle Sozialformen vor, wodurch eine Abwechslung für die Schüler und Schülerinnen gewährleistet wird. Bei der Ich-Phase geht es darum, alleine an einer Aufgabenstellung zu arbeiten und sich eine eigene Vorstellung über den Inhalt zu bilden. Sie setzen sich somit intensiv individuell mit einem Problem auseinander (Barzel et al., 2007). Die Du-Phase bietet einem die Möglichkeit über das Erarbeitete zu reden und zu versuchen, eventuelle Unklarheiten zu zweit zu klären. Folglich werden die eigenen Gedanken mit einem einzigen Partner bzw. einer einzigen Partnerin ausgetauscht (Barzel et al., 2007). Hierbei besteht eine Mischung aus mitteilen, zuhören, erklären und klären. Dies hilft, nach Barzel et al. (2007), die eigenen Gedanken zu schärfen und zu verfeinern. „*Dadurch werden wichtige Fähigkeiten, wie zum Beispiel das Begründen und Argumentieren beim Erklären und Widerlegen der Lösungsansätze, geschult.*“ (Barzel et al., 2007). Darüberhinaus trauen sich die einzelnen Schüler und Schülerinnen bei der Partnerarbeit eher die eigene Meinung zu äußern, als vor einer Kleingruppe oder vor der gesamten Klasse.

Bei der Wir-Phase werden die Ergebnisse entweder in Kleingruppen oder in der gesamten Klasse verglichen oder auch vorgestellt. Somit wird das Verbalisieren mit einem Partner bzw. einer Partnerin auf eine größere Gruppe erweitert. (Barzel et al., 2007).

Ein Nachteil dieser Unterrichtsmethode ist, dass die Planung sehr zeitaufwändig ist und die Aufgaben für einen reibungslosen Ablauf genau geplant werden müssen. Des Weiteren können Zeitprobleme auftreten. In der Ich-Phase geht es darum, dass jeder Schüler und jede Schülerin die Möglichkeit hat, selbst eine Aufgabe bzw. ein Problem zu lösen. Jedoch benötigt jeder bzw. jede für die Lösung unterschiedlich viel Zeit, somit wird diese Phase auf Grund der Zeitvorgabe eventuell unterbrochen.

In den einzelnen Phasen dieser Unterrichtsmethode kommen folglich die Einzelarbeit, die Partnerarbeit als auch die Gruppenarbeit vor. Daher gleichen weitere Vor- bzw. Nachteile denen der jeweiligen Sozialformen in den Kapiteln 2.4.2, 2.4.3 und 2.4.4.

## 3.2 EINFÜHRUNG DES DREIECKS (2. KLASSE)

### 3.2.1 GESCHICHTLICHER HINTERGRUND

Es ist nicht möglich den Ursprung der Geometrie zeitlich festzulegen, da das geometrische Denken zu dem Zeitpunkt anfang, als zum ersten Mal die Vielfalt der Formen in der Welt wahrgenommen und zu einfachen Figuren abstrahiert wurden (Popp, 1999). Auf diese Erkenntnis hin folgten die Anfertigung von Zeichnungen und die Benennung der Grundformen (Popp, 1999).

Nach den Griechen werden die Ägypter für die ersten geometrischen Lehrmeister gehalten (Becker, 1957). Die Entstehung der ägyptischen Geometrie basiert zum einen auf der Begründung, dass man sie zur Vermessung der Felder benötigte, deren Grenzen auf Grund ständiger Nilüberflutung häufig nicht eindeutig waren (Becker, 1957; Popp, 1999). Zum anderen hat die Geometrie ihren Ursprung in uralter Priesterweisheit (Becker, 1957). Der letzteren Behauptung fügt Becker (1957) hinzu, dass diese irrtümlich ist, denn *„...die Geometrie ist ebenso wie die sonstige ägyptische Mathematik in den Schulen der Verwaltungsbeamten der großen staatlichen und privaten Güter, der sogenannten ‚Schreiber‘, entstanden.“* (Becker, 1957).

Die ägyptische Geometrie weist einige Berührungspunkte mit der der Babylonier auf, welche erhaltenen Dokumenten zufolge auf diesem Gebiet den Ägyptern überlegen waren (Becker, 1957). Bereits aus vorgeschichtlicher Zeit gibt es feststellbare Ornamentik (Popp, 1999), auf welcher einfache geometrische Grundfiguren abgebildet sind, wie zum Beispiel Quadrate, Dreiecke und Kreise. Nach Beck (1957) berechneten bereits die Ägypter und Babylonier elementare Flächeninhalte von Rechteck, Dreieck, Trapez und Rauminhalte von Würfel und Quader. Die Messkunst entstand in Folge praktischer Bedürfnisse, wie zum Beispiel dem Pyramidenbau, dem Bau antiker Bewässerungsanlagen und die Bodenbewirtschaftung (Lelgemann, 2010). Die ersten Versuche geometrische Grundbegriffe zu definieren stammen von den Griechen (Popp, 1999). Sie werden auch *„... allgemein als die Begründer der Wissenschaft von der Natur, also der rationalen, auf Prinzipien beruhenden und in Systemform vorgebrachten Erklärung der Naturerscheinungen angesehen.“* (Scriba & Schreiber, 2001). Euklid von Alexandria

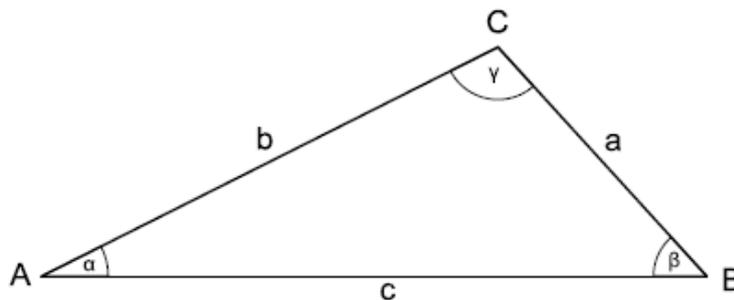


Abb. 2: Euklid von Alexandria (Herrmann, 2014)

war ein griechischer Mathematiker und wurde vermutlich 360 v. Chr. geboren (Herrmann, 2014). Mit seinem Werk „Elemente“ schuf er das erste wissenschaftliche System der griechischen Mathematik (Popp, 1999). Es ist der älteste größere Text, der überliefert wurde (Scriba & Schreiber, 2001), mit welchem Euklid ein Fundament für einen systematischen Aufbau der Geometrie entwickelte (Popp, 1999). Ein weiteres für die Geschichte bedeutsames Werk stammt von Heron von Alexandria, einem Mathematiker und Techniker, der zwischen 150 v. Chr. und 200 n. Chr. oder sogar noch später gelebt haben soll (Scriba & Schreiber, 2001). Es besteht die Möglichkeit, dass aus seinen „Definitiones“ nachträglich Material in das Werk „Elemente“ von Euklid eingeschoben wurde, da die Definitionen der „Elemente“ unzureichend waren (Herrmann, 2014). Das Werk „Definitiones“ befindet sich in Herons drittem Band der „Opera omnia“ in welchem das Dreieck folgendermaßen beschrieben wird: „*Ein Dreieck ist eine von drei Geraden umschlossene Figur mit drei Winkeln.*“ (Herrmann, 2014).

### 3.2.2 THEORETISCHER HINTERGRUND

Bei der Einführung des Dreiecks in der zweiten Klasse werden sowohl die einzelnen Grundbegriffe und Bezeichnungen des Dreiecks als auch deren Einteilung behandelt. Ein Dreieck sieht wie folgt aus:

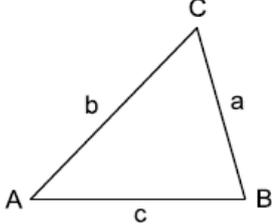
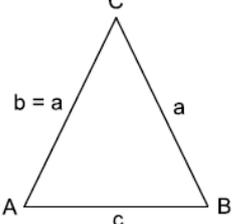
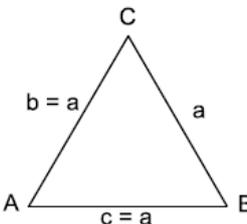
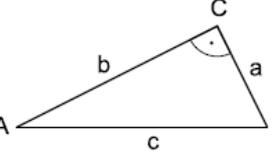
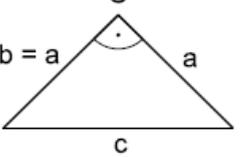
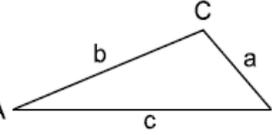
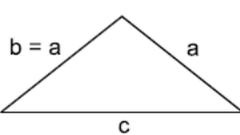


Es besteht somit aus drei Eckpunkten – A, B und C – aus drei Seiten – a, b und c – und aus drei Winkeln –  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$ . Die Beschriftungen erfolgen immer gegen den Uhrzeigersinn (Reichel et al., 2011b). Bei den jeweiligen Eckpunkten liegen die gleichnamigen Winkel, während sich die zugehörigen Seiten gegenüber befinden. Ein Winkel wird immer von jeweils zwei Seiten eingeschlossen, wie zum Beispiel  $\alpha$  von den Seiten b und c ( $\alpha = \sphericalangle bc$ ). An einer Seite liegen immer zwei Winkel an, wie zum Beispiel  $\alpha$  und  $\beta$  an der Seite c (Reichel et al., 2011b). Des Weiteren werden mit  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  nicht nur die Winkel beschrieben sondern auch deren Größe in Grad. Die Seiten a, b, c werden

auch als  $BC$ ,  $AC$ ,  $AB$  bezeichnet und entsprechen den Längen der Seiten, also  $\overline{BC}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{AB}$  (Reichel et al., 2011b).

Dreiecke können anhand ihrer Seitenlängen und Winkel differenziert werden. So unterscheidet man einerseits zwischen ungleichseitigen, gleichschenkeligen und gleichseitigen Dreiecken und andererseits zwischen spitzwinkligen, stumpfwinkligen und rechtwinkligen Dreiecken.

Tab. 6: Einteilung der Dreiecke

	Ungleichseitiges Dreieck	Gleichschenkeliges Dreieck	Gleichseitiges Dreieck
Spitzwinkliges Dreieck			
Rechtwinkliges Dreieck			
Stumpfwinkliges Dreieck			

Anhand dieser Tabelle erkennt man, dass ein ungleichseitiges Dreieck und ein gleichschenkeliges Dreieck sowohl spitzwinklig, rechtwinklig als auch stumpfwinklig sein können. Das gleichseitige Dreieck hingegen ist immer spitzwinklig.

Ein ungleichseitiges Dreieck hat, wie der Name schon sagt, drei Seiten, die sich in ihrer Länge unterscheiden. Im Gegensatz hierzu besteht das gleichschenkelige Dreieck aus zwei gleich langen Seiten, die sogenannten Schenkel, und der dritten Seite, die Basis genannt wird. Beim gleichseitigen Dreieck entsprechen alle drei Seiten der gleichen Länge.

Sind in einem Dreieck alle drei Winkel spitz, so wird von einem spitzwinkligen Dreieck gesprochen. Unterscheiden sich die Winkel, sodass zwei spitz sind und einer stumpf, so spricht man von einem stumpfwinkligen Dreieck. Hat ein Winkel  $90^\circ$ , so wird dieser rechter Winkel genannt und entspricht einem rechtwinkligen Dreieck.

### 3.2.3 ANWENDUNGSGEBIETE DES DREIECKS

Das Dreieck hat in der Schule und im Alltag eine wesentliche Bedeutung, zum einen bezüglich des weiterführenden Lernprozesses und zum anderen in der Technik. Besitzt man das Wissen über die Eigenschaften des Dreiecks und beherrscht man diese, können mit deren Hilfe Eigenschaften anderer Figuren erschlossen werden (Weigand et al., 2014). So kann zum Beispiel eine gekrümmte Oberfläche einer Glühlampe mit einer steigenden Anzahl von (ebenen) Dreiecken approximiert werden (Nitschke, 2005). In der Technik sind diese bei der Stabilisierung unentbehrlich, wie bei einer Bogenbrücke, deren Bogenprofil sich aus Dreiecken zusammensetzt (Weigand et al., 2014; Nitschke, 2005). Des Weiteren werden Dreiecke auch bei der Steuerung von Bewegungen eingesetzt, wie zum Beispiel bei einem Baggerarm (Weigand et al., 2014). Hierfür wird eine Seite des Dreiecks durch einen in der Länge veränderbaren Zylinder ersetzt, sodass mit mehreren Krandreiecken Bewegungen auf komplizierten Kurven realisierbar sind (Weigand et al., 2014).



Abb. 3: Baggerarm (Weigand et al., 2014)

### 3.2.4 BEISPIEL FÜR EINSTIEG UND ERARBEITUNG

**Lehrplanbezogenes Thema:** Arbeiten mit Figuren und Körpern

**Inhalte:** Dreiecke untersuchen und wesentliche Eigenschaften feststellen

**Stundenziel:** Erlangung des Wissens der Grundbegriffe und Bezeichnungen des Dreiecks und dessen Einteilung

	Einstieg	Erarbeitung
Zeit	ca. 10 Minuten	ca. 35 Minuten
Inhalt / Ablauf	<p>Die Lernenden werden gefragt, welche Anwendungsbereiche es für Dreiecke gibt und Ideen gesammelt. Anschließend wird als Beispiel das Bild einer Bogenbrücke (Beilage 1) an die Tafel gehängt und die Benützung der Dreiecke bei dieser erklärt.</p> <p>3 Schüler und Schülerinnen werden ausgewählt, um 3 Springschnüre zu spannen und verschiedene Dreiecke unter Anleitung darzustellen.</p> <p>Anhand dieser Darstellungen werden die verschiedenen Arten des Dreiecks gezeigt, sowohl im Bezug auf unterschiedliche Seitenlängen, als auch auf die Winkelgrößen.</p>	<p>Die Schüler und Schülerinnen bekommen jeweils zu zweit Memory-Karten (Beilage 2) und einen Würfel. Außerdem wird ein Lückentext (Beilage 3) ausgeteilt.</p> <p>Aufgaben:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ die richtigen Paare zusammensetzen: <u>Ablauf:</u> S+S würfeln nacheinander, bei einer geraden Zahl dürfen 2 Paare gesucht werden, bei einer ungeraden Zahl 1 Paar <u>Ziel:</u> Wer die meisten richtigen Paare hat, hat gewonnen.</li> <li>➤ Lückentext ausfüllen und die zusammengesetzten Paare auf ihre Richtigkeit überprüfen</li> <li>➤ eine Runde Memory spielen</li> </ul> <p>Danach werden die Ergebnisse mit der Lehrperson und der Klasse verglichen und offene Fragen geklärt.</p>

Methode / UF / SF	Fragend-entwickelnde und darbietende UF Frontalunterricht	Erarbeitungsspiel Impulssetzende UF Partnerarbeit und Frontalunterricht
Lehr- und Lernziel	Die Schüler und Schülerinnen sollen erkennen, wofür man Dreiecke in der Praxis braucht. Darüberhinaus sollen sie auf Grundlage der enaktiven Ebene die verschiedenen Arten der Dreiecke kennen lernen.	Die Lernenden sollen sich das neue Wissen spielerisch aneignen und sich mit Hilfe des Lückentextes selbständig überprüfen, um eventuelle falsche Zuordnungen zu berichtigen. Beim Memory Spiel soll das Wissen wiederholt werden. Dabei soll die Selbstständigkeit und Eigenverantwortlichkeit gefördert werden. Bei dem Vergleich mittels Frontalunterricht sollen die Schüler und Schülerinnen ihr Wissen wiedergeben können. Außerdem sollen eventuelle Unklarheiten gelöst werden.

BEILAGE 1 – BOGENBRÜCKE

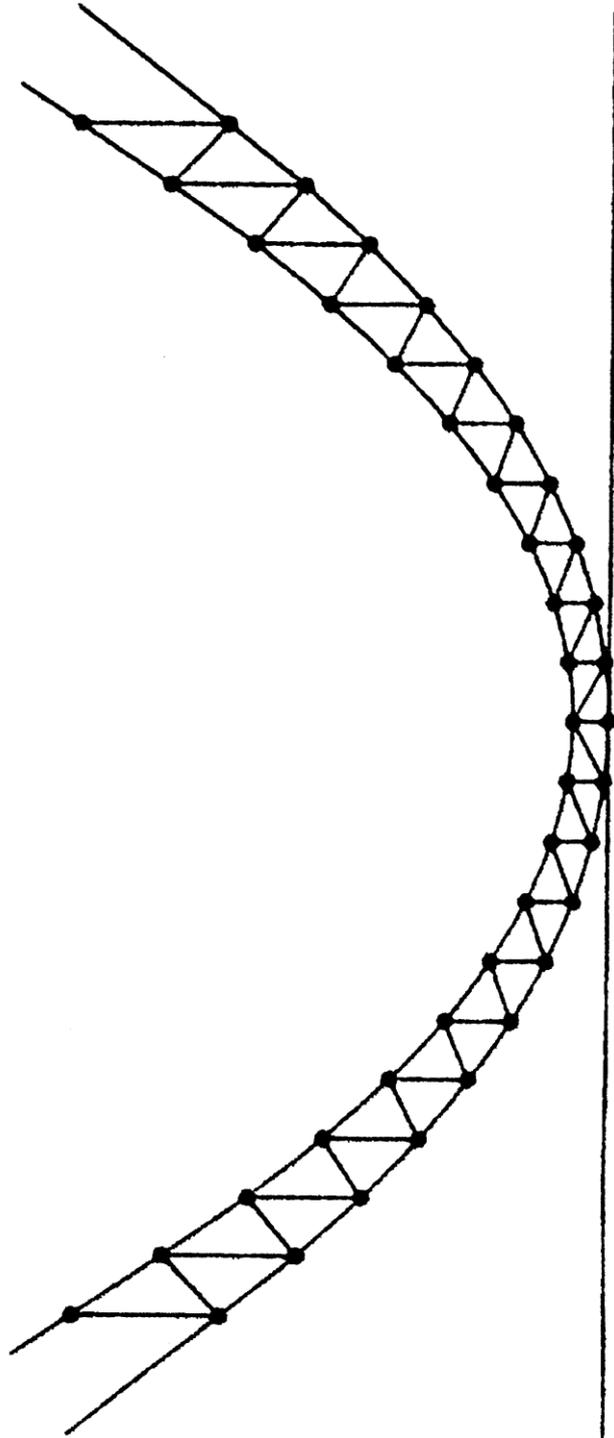
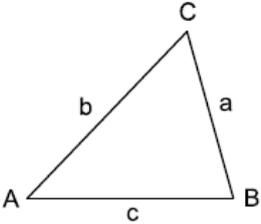
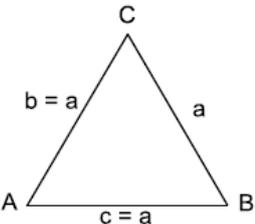
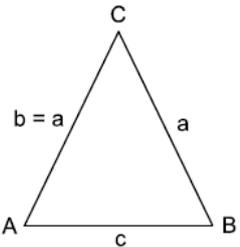
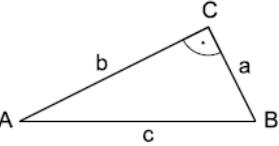
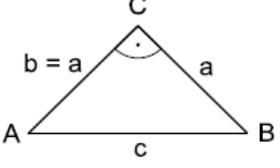
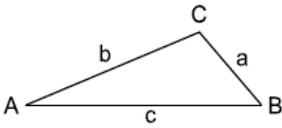
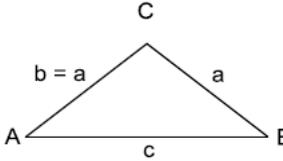


Abb. 4: Bogenbrücke (Nitschke, 2005)

## BEILAGE 2 – MEMORY-KARTEN

drei Eckpunkte	A, B, C	drei Seiten	a, b, c
drei Winkel	$\alpha, \beta, \gamma$	Alpha	$\alpha$
Beta	$\beta$	Gamma	$\gamma$
Richtung der Beschriftung	gegen den Uhrzeigersinn	ungleichseitiges, spitzwinkeliges Dreieck	
gleichseitiges, spitzwinkeliges Dreieck		gleichschenkeliges, spitzwinkeliges Dreieck	
ungleichseitiges, rechtwinkeliges Dreieck		gleichschenkeliges, rechtwinkeliges Dreieck	

ungleichseitiges, stumpfwinkeliges Dreieck		gleichschenkeliges, stumpfwinkeliges Dreieck	
rechter Winkel	$90^\circ$	stumpfer Winkel	$> 90^\circ$
spitzer Winkel	$< 90^\circ$	Seite a entspricht der Länge	$\overline{BC}$
Seite b entspricht der Länge	$\overline{AC}$	Seite c entspricht der Länge	$\overline{AB}$
die gleichlangen Seiten des gleichschenkeligen Dreiecks heißen	Schenkel	die dritte Seite des gleichschenkeligen Dreiecks heißt	Basis

## BEILAGE 3 – ARBEITSBLATT

### DAS DREIECK

*Arbeitet den folgenden Text mit Hilfe des Schulbuches aus!*

Ein Dreieck besteht aus den \_\_ Eckpunkten \_\_\_\_, aus den \_\_ Seiten \_\_\_\_ und den \_\_ Winkeln \_\_\_\_\_. Die Richtung der Beschriftung erfolgt \_\_\_\_\_. Bei den jeweiligen Eckpunkten liegen die gleichnamigen \_\_\_\_\_, während sich die zugehörigen Seiten \_\_\_\_\_ befinden. Ein Winkel wird immer von jeweils zwei \_\_\_\_\_ eingeschlossen, wie zum Beispiel der Winkel  $\alpha$  von \_\_\_\_ und \_\_\_\_\_. An einer Seite liegen immer zwei \_\_\_\_\_ an, wie zum Beispiel \_\_\_\_ und \_\_\_\_ an der Seite c. Die Winkel werden in \_\_\_\_\_ gemessen. Die Seiten a, b, c werden auch als \_\_\_\_\_ bezeichnet und entsprechen den \_\_\_\_\_ der Seiten, also \_\_\_\_\_\_. Dreiecke können anhand ihrer Seitenlängen und Winkel unterschieden werden. So unterscheidet man einerseits zwischen \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ und \_\_\_\_\_ Dreiecken und andererseits zwischen \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ und \_\_\_\_\_ Dreiecken.

*Skizziert nun die unterschiedlichen Dreiecke und gebt Besonderheiten an!*


### 3.2.5 VOR- UND NACHTEILE DER ANGEWANDTEN METHODE

Beim Erarbeitungsspiel setzen sich die Schüler und Schülerinnen mit dem neuen Thema spielerisch auseinander und besprechen die Richtigkeit der Lösungen. Es dient somit entweder der genetischen Begriffsbildung oder dem aktiven Entdecken von Zusammenhängen (Barzel et al., 2007). Darüberhinaus werden zum einen soziale und kommunikative Kompetenzen (Barzel et al., 2007; Leuders 2009) auf Grund des Spiels und zum anderen auch die Fähigkeit des Argumentierens, des Problemlösens und der Kreativität (Leuders, 2009) gefördert. Dabei ist es von Bedeutung, dass die Spielsituation plausibel und mit Freude spielbar ist (Barzel et al., 2007).

Somit bietet diese Methode die Möglichkeit, sich mit dem Thema aktiv und handelnd auseinanderzusetzen. Darüberhinaus wird für alle Schüler und Schülerinnen eine Basis gemeinsamer Grunderfahrungen hergestellt und Reflexionsprozesse werden ermöglicht bzw. initiiert. (Leuders, 2009).

Des Weiteren können die Lernenden die Geschwindigkeit des Lernprozesses selbständig steuern. Es gibt zwar zeitliche Vorgaben bezüglich der Durchführung, doch währenddessen können sie bei einer Thematik länger verharren und andere Aufgaben wiederum schneller erledigen.

Doch die Zeit ist auch ein negativer Aspekt des Erarbeitungsspiels. Auf Grund des selbständigen Erarbeitens ist es nicht bzw. kaum möglich die Geschwindigkeit des Spiels zu beeinflussen und trotzdem sollen alle Schüler und Schülerinnen gleichzeitig fertig werden.

Da in Kleingruppen gespielt wird, hat die Lehrperson keinen Zugriff auf den Austausch von Ideen und Vermutungen die während des Spiels geäußert werden (Barzel et al., 2007). Die Lehrperson befindet sich hierbei nämlich im Hintergrund und steht für eventuelle Fragen zur Verfügung.

### 3.3 EINFÜHRUNG DER ZINSRECHNUNG (3. KLASSE)

#### 3.3.1 GESCHICHTLICHER HINTERGRUND

In der Altsteinzeit, etwa 10 000 v. Chr., begann ein Austausch an Waren, wie zum Beispiel Bernstein, Muschelschmuck und Feuersteinen, zwischen europäischen und asiatischen Völkern. Somit fand bereits vor vielen Jahren ein Tauschhandel statt. Dabei spielten Vermögen und Kredit noch keine Rolle. Diese wurden während der Mittelsteinzeit nach 8000 v. Chr. und während der Jungsteinzeit nach 5000 v. Chr. bedeutend und stellten einen wichtigen Auftrieb für den Fortschritt des Menschen dar. (Homer & Sylla, 1991).

Wohlstand war in Form von Getreide, verbessertem Werkzeug und vor allem von Viehherden vorhanden. Die Anhäufung des Vermögens führte zu einer beträchtlichen Ausdehnung der Bevölkerung und zur Erschließung riesiger neuer Gebiete in Asien und Europa. Dieses Vermögen ermöglichte eine Weiterentwicklung der Anreicherung von Besitztümern, die Unterstützung des Fürstentums und den Bau von Städten. (Homer & Sylla, 1991).

Es gibt viele ethnologische Belege, dass es Kredit in Form von Sachwerten innerhalb von Gemeinschaften gab. Dabei sind keine Spuren von irgendeiner Art eines Wechsels oder eines bestimmten Wertes vorzufinden. Ein Kredit bestand aus einer Leihgabe an Tieren, Werkzeug oder Essen. Wurden Tiere verborgt, so brachte dies den eigenen Zuwachs ein. Ohne Erwartung auf eine Rückzahlung, galt dies als Geschenk, anderenfalls sprach man von einer Leihgabe. Wurde mehr zurückverlangt als verborgt wurde, wurde dies als Leihgabe mit Zinsen bezeichnet. Diese Durchführung erforderte kein Geld und keinen Tausch. Frühestens 5000 v. Chr. wurden im Nahen Osten Oliven, Feigen, Nüsse oder Saat von Getreide an Sklaven, arme Bauern oder an Angehörige verborgt. Hierbei wurde eine Rückgabe der Ernte in einer größeren Menge erwartet. Tiere und Essen waren somit die wichtigsten Formen von Geld, welche bei den sumerischen, indogermanischen und semito-hermitschen Völkern vorzufinden waren. Folglich wurden die Leihgaben in Ägypten, Mesopotamien, Amerika, Indien und China so durchgeführt. (Homer & Sylla, 1991).

Mit der Entwicklung der städtischen Kulturen im antiken Orient gewann der Kredit an Bedeutung. Der Bergbau entwickelte sich und es wurden leblose Objekte, vor allem Metalle, wie Gold, Silber, Blei, Bronze und Kupfer, anstelle von Essen und Tieren verliehen. Die Rückzahlung erfolgte mit Zinsen. Das Vermögen wurde somit zu einer machtvollen wirtschaftlichen Stärke. Das Leihgeschäft mit Metallen wurde in zahlreichen

früheren sumerischen und einigen ägyptischen Texten festgehalten. Zum Beispiel beinhalten sumerische Dokumente, welche aus dem Jahre ca. 3000 v. Chr. stammen, den geplanten Einsatz von Leihgaben. Dabei wird auch erwähnt, dass das Getreide in Volumen gemessen und der Wert des Metalls nach Gewicht zugeordnet wurde. (Homer & Sylla, 1991).

Viele der finanziellen Sitten der früheren Sumerer waren verschlüsselt und wurden im babylonischen Codex Hammurabi aufrechterhalten. Der Codex Hammurabi wurde ca. 1800 v. Chr. festgehalten und beinhaltet die Bedingungen von Grundeigentum, das Arbeitsverhältnis der Landarbeiter, die bürgerlichen Verpflichtungen, gemietetes Land, Kredit und viele andere Dinge. Hier gab es zum ersten Mal festgelegte, zeitliche Bestimmungen bezüglich der Rückzahlungen. Konnte nicht rechtzeitig bezahlt werden, wurde man bestraft. (Homer & Sylla, 1991).

Ca. 1000 v. Chr. gab es das Münzgeld. Die offizielle Prägung von Münzen entstand 700 v. Chr. in Lydia. Allerdings schreiben diese einige den Ioniern oder früheren Völkern zu. Die Prägung bestand aus Stücken von gestempeltem Metall, welches ursprünglich religiöse Zeichen beinhaltet haben konnte, und wurde offiziell vom Staat geprägt. Es wurde somit auch für eine legale Art der Bezahlung von Schulden und Steuern gesorgt. Zur gleichen Zeit entwickelten die Griechen ein geschäftliches, städtisches und geldbezogenes Wirtschaftssystem. Der Handel in diesem System wurde auf Grund des Kredites ermöglicht. (Homer & Sylla, 1991).

Folglich sieht man, dass der „Zins“ schon vor sehr langer Zeit seine Anwendung fand und aus dem alltäglichen Leben kaum wegzudenken ist.

### *3.3.2 THEORETISCHER HINTERGRUND*

Bei der Einführung der Zinsrechnung sollen zunächst die Grundbegriffe und anschließend die Formeln für die Jahreszinsen und die Zinsen für einen Teil des Jahres erarbeitet werden.

Die Zinsrechnung ist eine besondere Form der Prozentrechnung, wie man im folgenden Vergleich erkennen kann:

Tab. 7: Vergleich der Begriffe der Prozent- und Zinsrechnung

Prozentrechnung	Zinsrechnung
Grundwert G	Anfangskapital $K_0$
Prozentsatz p %	(Jahres-)Zinssatz p %
Prozentanteil A	Jahreszinsen Z

Quelle: Kraker, Plattner & Preis (2009)

Die allgemeine Formel für die Prozentrechnung lautet:

$$A = G \cdot \frac{p}{100}$$

Bezüglich der Zinsrechnung beschreiben Reichel et al. (2012) die Bezeichnungen folgendermaßen:

$K_0$  ... das Kapital entspricht dem Geldbetrag der zu Beginn eingezahlt wird.

p % ... der Zinssatz gibt an, wie viel Prozent des Kapitals an Zinsen in einem bestimmten Zeitraum berechnet werden.

Z ... die Zinsen entsprechen dem Betrag, den der Sparer bzw. die Sparerin für den eingezahlten Geldbetrag als Vergütung erhält.

Nun unterscheidet man zwischen den Jahreszinsen und den Zinsen für einen bestimmten Teil des Jahres. An den Banken wird jeder Monat mit 30 Tagen gezählt, somit entspricht ein Bankjahr 360 Zinstagen (Reichel et al., 2012; Kraker et al., 2009). Wird Geld auf ein Sparkonto gelegt, erfolgt die Verzinsung erst am darauffolgenden Werktag (Reichel et al., 2012).

Die Jahreszinsen ergeben sich aus dem Zinssatz, den man für ein bestimmtes Kapital bekommt und sind wie folgt berechenbar:

$$Z = K_0 \cdot \frac{p}{100}$$

Sollen die Zinsen für einen Monat berechnet werden, fallen pro Monat  $\frac{1}{12}$  der Jahreszinsen an und es ergibt sich folgende Formel:

$$Z = K_0 \cdot \frac{p}{100} \cdot \frac{1}{12}$$

bzw. für m Monate:

$$Z = K_0 \cdot \frac{p}{100} \cdot \frac{m}{12}$$

Für einen Tag benötigt man  $\frac{1}{360}$  der Jahreszinsen, welche mit der nachstehenden Formel berechnet werden:

$$Z = K_0 \cdot \frac{p}{100} \cdot \frac{1}{360}$$

bzw. für t Tage:

$$Z = K_0 \cdot \frac{p}{100} \cdot \frac{t}{360}$$

### 3.3.3 ANWENDUNGSGEBIETE DER ZINSRECHNUNG

Für die Schüler und Schülerinnen ist es wichtig zu lernen, wie man mit Geld umgeht, vor allem, ein Gefühl dafür zu bekommen, was sie sich leisten können und was eventuell zu teuer ist. Denn für ein selbstbestimmtes, eigenständiges Leben ist die Fähigkeit des sinnvollen und verantwortungsbewussten Umgangs mit Geld notwendig (Stoye, 2010). Werden sie kritisch und eigenverantwortlich, sind sie später in der Lage, sowohl ihr privates als auch ihr berufliches Leben finanziell zu meistern (Daume, 2009). Außerdem sollen sie sehen, dass es sich lohnt zu sparen, sei es um sich später ein Auto, eine Wohnung, Einrichtung oder anderes leisten zu können. Jeder Mensch kommt auch früher oder später mit der Finanzmathematik in Berührung, ob bei der Verzinsung von Geldanlagen, der Aufnahme eines Darlehens, Kurs- und Renditevergleichen von Anleihen oder bei der Altersvorsorge (Martin, 2003). Aus diesen Gründen ist es von Vorteil, wenn die Lernenden bereits in der Schule damit konfrontiert werden.

### 3.3.4 BEISPIEL FÜR EINSTIEG UND ERARBEITUNG

**Lehrplanbezogenes Thema:** Arbeiten mit Modellen, Statistik

**Inhalte:** Lineare Wachstumsprozesse mit verschiedenen Annahmen unter Zuhilfenahme von elektronischen Rechenhilfsmitteln untersuchen können

**Stundenziel:** Erlangung des Wissens der Grundbegriffe der Zinsrechnung und deren Umsetzung

	Einstieg	Erarbeitung
Zeit	ca. 5 Minuten	ca. 40 Minuten (25 min + 15 min)
Inhalt / Ablauf	<p>7 Schüler und Schülerinnen bekommen jeweils einen Zettel mit einem Zeichen für die Formel der Prozentrechnung (Beilage 1) in die Hand. Sie sollen sich vor der Tafel so anordnen, dass die Zeichen die allgemeine Formel der Prozentrechnung ergibt. Anschließend wird diese im Heft festgehalten und die Schüler und Schülerinnen werden darauf aufmerksam gemacht, dass die Zinsrechnung eine besondere Form der Prozentrechnung ist. Stationskarten (Beilage 2) werden in der Klasse verteilt.</p>	<p>Die Lernenden bekommen den Laufzettel (Beilage 3) für den Stationenzirkel, die einzelnen Stationen werden kurz erklärt und anschließend erledigt:</p> <p><u>Station 1: Geschichtlicher Hintergrund</u> (Beilage 4)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Geschichte lesen und Fragen beantworten</li> </ul> <p><u>Station 2: Zuordnungen</u> (Beilage 5)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Versuche den Begriffen die richtigen Zeichen und Erklärungen zuzuordnen</li> <li>➤ Ergebnis am Laufzettel festhalten (es werden ca. 4 Kartenspiele aufgelegt, damit mehrere gleichzeitig arbeiten können)</li> </ul> <p><u>Station 3: Erfahrungen</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Gedanken über Erfahrungen mit Zinsen machen</li> </ul> <p><u>Station 4: Wahr oder falsch?</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ durchlesen</li> <li>➤ wahre Aussagen auf den Laufzettel schreiben</li> </ul> <p><u>Station 5: Formeln und Beispiel</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Formeln mit Hilfe des Schulbuches erarbeiten</li> <li>➤ ein Beispiel dazu lösen</li> </ul> <p>Nach Ablauf der Zeit werden selbstständig 5 Gruppen gebildet, welche ihre Ergebnisse vom Laufzettel vergleichen. Anschließend präsentiert jede Gruppe eine Station und offene Fragen werden geklärt.</p>

Methode / UF / SF	Impulssetzende UF Frontalunterricht	Stationenzirkel Impulssetzende UF Einzelarbeit und Gruppenarbeit
Lehr- und Lernziel	Die Schüler und Schülerinnen sollen auf der enaktiven Ebene Vorwissen wiedergeben bzw. wiederholen.	Die Lernenden erarbeiten sich das neue Thema auf unterschiedliche Art und Weise. Dabei soll zum einen die Selbstständigkeit und zum anderen die Fähigkeit den Lernprozess selbstständig zu steuern, gefördert werden. Sie sollen die geschichtlichen Hintergrund und den Zusammenhang mit der Prozentrechnung kennen und verstehen lernen. Außerdem sollen sie sich über ein eventuelles Vorwissen aus dem Alltag Gedanken machen und somit den Nutzen des neuen Wissens erkennen. Bei der Besprechung der Ergebnisse soll die Fähigkeit der Diskussion gefördert werden.

BEILAGE 1 – ZETTEL FÜR DIE BILDUNG DER FORMEL DER  
PROZENTRECHNUNG

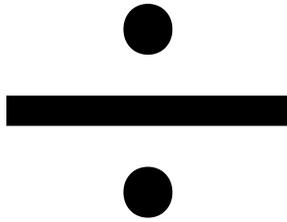
A

=

**G**

**X**

p



100

## BEILAGE 2 – STATIONSKARTEN

### **Station 1 - geschichtlicher Hintergrund**

Lies den Text über den geschichtlichen Hintergrund und beantworte anschließend die Fragen auf deinem Laufzettel!

### **Station 2 – Zuordnungen**

Ordne den Begriffen die jeweilig zugehörigen Zeichen und Erklärungen zu! Unter den Karten findest du auch die Zeichen und Begriffe für die Prozentrechnung. Welche Zeichen und Begriffe der Prozentrechnung sind mit denen der Zinsrechnung vergleichbar?

### **Station 3 – Erfahrungen**

Beantworte folgende Fragen:

- a) *Hast du schon einmal von „Zinsen“ gehört?*
- b) *Wenn ja, in welchem Zusammenhang?*
- c) *Weißt du, was man unter „Zinsen“ versteht? Wenn ja, versuche es in eigenen Worten zu erklären!*

### Station 4 – Wahr oder falsch?

Überlege dir, welche dieser Aussagen wahr sein können und schreibe diese auf!

- a) *Auf einem Sparbuch liegen seit über einem Jahr 1500 €, also werden die Zinsen für ein ganzes Jahr und somit für 364 Tage berechnet.*
- b) *Du hast seit November ein eigenes Konto und bekommst somit für 2 Monate, also für 60 Tage Zinsen.*
- c) *Du hast an deinem Geburtstag 50 € bekommen und möchtest sie sparen. Für den Tag, an dem du das Geld auf dein Sparbuch legst, erfolgt bereits eine Verzinsung.*
- d) *Deine Großeltern legen dir am 07.09. Geld auf dein Konto, wofür du schon ab dem 08.09. Zinsen bekommst.*
- e) *Seit einigen Jahren hast du für ein Auto Geld auf dem Konto. Im Jänner siehst du, wie viele Zinsen du für 360 Tage bekommen hast.*
- f) *Um im Jänner für 122 Tage Zinsen zu bekommen, musst du am 31.08. Geld auf dein Konto legen.*

### Station 5 – Formeln und Beispiel

Finde die Formeln für die Berechnung der Zinsen für ein Jahr, ein Monat und einen Tag heraus und schreibe sie auf! Benütze dafür das Schulbuch. Schreibe anschließend das nachfolgende Beispiel ab und löse es!

*Berechne die Jahreszinsen für ein Kapital von  $K_0 = 525$  € bei einem Zinssatz p.a. („pro anno“ lat., übersetzt: pro Jahr) von 3 %!*

## DIE ZINSRECHNUNG

### **Station 1 – geschichtlicher Hintergrund**

*Lies die Information über den geschichtlichen Hintergrund der Zinsrechnung! Beantworte anschließend folgende Fragen:*

- a) In welcher Form und zu welcher Zeit war der „Kredit“ zu Beginn vorhanden?
  
- b) Was trug zum Fortschritt des Menschen bei? Wann war das?
  
- c) Wie wurde der „Kredit“ um 5000 v. Chr. genannt und welche Formen gab es?
  
- d) Was veränderte sich auf Grund des Bergbaus?
  
- e) Was hat es mit dem „Codex Hammurabi“ auf sich?
  
- f) Welche Änderung erfolgte durch die Münzenprägung?

**Station 2 – Zuordnungen**

*Schreibe die Ergebnisse auf!*

**Station 3 – Erfahrungen**

*Beantworte die Fragen!*

**Station 4 – Wahr oder falsch?**

*Schreibe die wahren Aussagen auf!*

**Station 5 – Formeln und Beispiel**

*Halte die Ergebnisse fest!*

### GESCHICHTLICHER HINTERGRUND DER ZINSRECHNUNG

In der Altsteinzeit, etwa 10 000 v. Chr., begann ein Austausch an Waren, wie zum Beispiel Bernstein, Muschelschmuck und Feuersteinen, zwischen europäischen und asiatischen Völkern. Somit fand bereits vor vielen Jahren ein Tauschhandel statt. Dabei spielten Vermögen und Kredit noch keine Rolle. Diese wurden während der Mittelsteinzeit nach 8000 v. Chr. und während der Jungsteinzeit nach 5000 v. Chr. bedeutend und stellten einen wichtigen Auftrieb für den Fortschritt des Menschen dar. (Homer & Sylla, 1991).

Es gibt viele ethnologische Belege, dass es Kredit in Form von Sachwerten innerhalb von Gemeinschaften gab. Ein Kredit bestand aus einer Leihgabe an Tieren, Werkzeug oder Essen. Ohne Erwartung auf eine Rückzahlung, galt dies als Geschenk, anderenfalls sprach man von einer Leihgabe. Wurde mehr zurückverlangt als verborgt wurde, wurde dies als Leihgabe mit Zinsen bezeichnet. Frühestens 5000 v. Chr. wurden im Nahen Osten Oliven, Feigen, Nüsse oder Saat von Getreide an Sklaven, arme Bauern oder an Angehörige verborgt. Hierbei wurde eine Rückgabe einer größeren Menge der Ernte erwartet. Tiere und Essen waren somit die wichtigsten Formen von Geld, welche bei den sumerischen, indogermanischen und semito-hermitschen Völkern vorzufinden waren. (Homer & Sylla, 1991).

Mit der Entwicklung der städtischen Kulturen im antiken Orient gewann der Kredit an Bedeutung. Der Bergbau entwickelte sich und es wurden leblose Objekte, vor allem Metalle, wie Gold, Silber, Blei, Bronze und Kupfer, anstelle von Essen und Tieren verliehen. Die Rückzahlung erfolgte mit Zinsen. Ein sumerisches Dokument, welches ca. aus dem Jahre 3000 v. Chr. stammt, beinhaltet den geplanten Einsatz von Leihgaben. Dabei wird auch erwähnt, dass das Getreide in Volumen gemessen und der Wert des Metalls nach Gewicht zugeordnet wurde. (Homer & Sylla, 1991).

Viele der finanziellen Sitten der früheren Sumerer waren verschlüsselt und wurden im babylonischen Codex Hammurabi aufrechterhalten. Der Codex Hammurabi wurde ca. 1800 v. Chr. festgehalten und beinhaltet die Bedingungen von Grundeigentum, das Arbeitsverhältnis der Landarbeiter, die bürgerlichen Verpflichtungen, gemietetes Land, Kredit und viele andere Dinge. Hier gab es zum ersten Mal festgelegte, zeitliche

Bestimmungen bezüglich der Rückzahlungen. Konnte nicht rechtzeitig bezahlt werden, wurde man bestraft. (Homer & Sylla, 1991).

Ca. 1000 v. Chr. gab es das Münzgold. Die offizielle Prägung von Münzen entstand 700 v. Chr. in Lydia. Allerdings schreiben diese einige den Ioniern oder früheren Völkern zu. Sie wurden offiziell vom Staat geprägt, wodurch auch für eine legale Art der Bezahlung von Schulden und Steuern gesorgt wurde. (Homer & Sylla, 1991).

## BEILAGE 5 – KARTENSPIEL FÜR DIE ZUORDNUNGEN

Anfangskapital	$K_0$	Gelbetrag, der zu Beginn eingezahlt wird
(Jahres-)Zinssatz	$p \%$	Gibt die Prozent des Kapitals an Zinsen für einen bestimmten Zeitraum an
Jahreszinsen	$Z$	Betrag, den man für den eingezahlten Geldbetrag als Vergütung erhält
Grundwert	Prozentsatz	Prozentanteil
$G$	$p \%$	$A$

### 3.3.5 VOR- UND NACHTEILE DER ANGEWANDTEN METHODE

Ein Stationenzirkel bietet die Möglichkeit, dass die Schüler und Schülerinnen verschiedene Zugänge kennen lernen, um das neue Thema zu verstehen. Da es verschiedene Stationen gibt, kann die Reihenfolge deren Bearbeitung selbst gewählt werden. Darüberhinaus wird der individuelle Lernprozess sowohl gefördert, als auch gefordert. (Barzel et al., 2007).

Damit alle Lernenden gleichzeitig arbeiten können, müssen genügend Stationen bzw. auch ausreichend Material für die einzelnen Stationen vorhanden sein. Bei dieser Methode ist auch von Vorteil, dass die Schüler und Schülerinnen das Tempo selbst wählen können. Bei verschiedenen Aufgaben brauchen sie unterschiedlich lang und so können sie bei einer länger arbeiten und bei einer anderen wiederum kürzer.

Diese Unterrichtsmethode hat den Vorteil, dass sie sehr vielseitig eingesetzt werden kann und sich sowohl für Einstiege und Erarbeitungen als auch zur Übung und Festigung eignet (Barzel et al., 2007).

Wie bei der Methode des Erarbeitungsspiels gibt es auch hierbei wieder zeitliche Vorgaben, wann alle Stationen erledigt sein sollen. Dadurch können sie zwar die Geschwindigkeit der einzelnen Aufgaben selbst wählen, allerdings besteht trotzdem ein Zeitdruck, da sie alle gleichzeitig fertig werden müssen.

Im Bezug auf die Planung beinhaltet der Stationenzirkel auch die Vor- und Nachteile der angewandten Sozialformen. Folglich sind diese mit den Erläuterungen über die Einzelarbeit und Gruppenarbeit in den Kapiteln 2.4.2 und 2.4.4 vergleichbar.

### 3.4 EINFÜHRUNG DER ZAHL $\pi$ UND DER BERECHNUNGEN AM KREIS (4. KLASSE)

#### 3.4.1 GESCHICHTLICHER HINTERGRUND

Aus den Zeiten der Ägypter und Babylonier findet man einige Angaben bezüglich der Zahl  $\pi$  und der Kreisbemessungen. Es gibt Überlieferungen auf Grund zwei mathematischer Papyri – die beiden wichtigsten Texte sind der Papyrus Rhind und der Moskauer Papyrus – welche den Wissensstand um oder bald nach 2000 v. Chr. wiedergeben (Scriba & Schreiber, 2001). Der Papyrus Rhind berichtet, dass das Verhältnis vom Umfang zum Durchmesser des Kreises  $4^4 : 3^4$  beträgt, folglich erhält man einen ungefähren Zahlenwert von 3,16 (Reichel et al., 2010). Im Vergleich zu den Ägyptern wurde in Keilschriften der Babylonier die Arbeit mit der Zahl  $\pi = 3\frac{1}{8}$  nachgewiesen, welche somit dem Wert 3,125 entspricht (Becker, 1957).

Des Weiteren findet man im ersten Buch der Könige der Bibel folgende Beschreibung: „Dann machte er das ‚Meer‘. Es wurde aus Bronze gegossen und maß zehn Ellen von einem Rand zum andern; es war völlig rund und fünf Ellen hoch. Eine Schnur von dreißig Ellen konnte es rings umspannen.“ (Riehl et al., 1998). Das Verhältnis von 30:10 des Umfanges und des Durchmessers ist somit ein sehr grober Näherungswert der Zahl  $\pi$ .



Abb. 5: Archimedes von Syrakus (Herrmann, 2014)

Für die Weiterentwicklung der Zahl  $\pi$  ist der Grieche Archimedes von Syrakus (287 – 212) der wichtigste Mathematiker (Becker, 1957). Eines seiner Werke ist „Dimensio Circuli“ – übersetzt die „Kreismessung“ – welches nur verkürzt überliefert wurde (Herrmann, 2014). Auf Grund dieses Werkes wurde er weltberühmt, denn in diesem stellt er eine Methode dar, um die Kreiszahl  $\pi$  zwischen  $3\frac{10}{71}$  und  $3\frac{10}{70}$  einzugrenzen (Becker, 1957). Diese ist die sogenannte „Intervallschachtelung“, bei der er einem Einheitskreis reguläre Vielecke ein- und umschrieb (Herrmann, 2014).

Zu Beginn verwendete er ein Sechseck und setzte die Eckenverdopplung bis zum 96-Eck fort (Herrmann, 2014). Durch geeignete Rundungen erhält man für das eingeschriebene 96-Eck  $3\frac{10}{71}$  und für das umgeschriebene  $3\frac{10}{70}$ , demnach ergibt sich die Ungleichung  $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{10}{70}$  (Herrmann, 2014). In weiterer Folge bezieht sich ein Lehrsatz des

Werkes „Dimensio Circuli“ auf die Umfangsberechnung des Kreises: „Der Kreisumfang  $U$  ist dreimal so groß wie der Durchmesser und um noch etwas größer, nämlich um weniger als  $\frac{1}{7}$ , aber mehr als  $\frac{10}{71}$ “

$$3\frac{1}{7} \cdot 2r > U > 3\frac{10}{71} \cdot 2r \text{ (Herrmann, 2014).}$$

### 3.4.2 THEORETISCHER HINTERGRUND

Bei diesem Thema wird zunächst die Zahl  $\pi$  und anschließend die Formel für den Umfang eines Kreises erarbeitet.

Die Zahl  $\pi$  - „pi“ ausgesprochen – ist eine irrationale Zahl, folglich ist sie nicht als Bruch darstellbar. Sie kann nur näherungsweise berechnet werden und entspricht der Zahl 3,141 592 653 589..., somit ist ein Näherungswert von  $\pi \approx 3,14$ .

Herrmann (2014) führt folgende näherungsweise Berechnung der Zahl  $\pi$  nach Archimedes von Syrakus an:

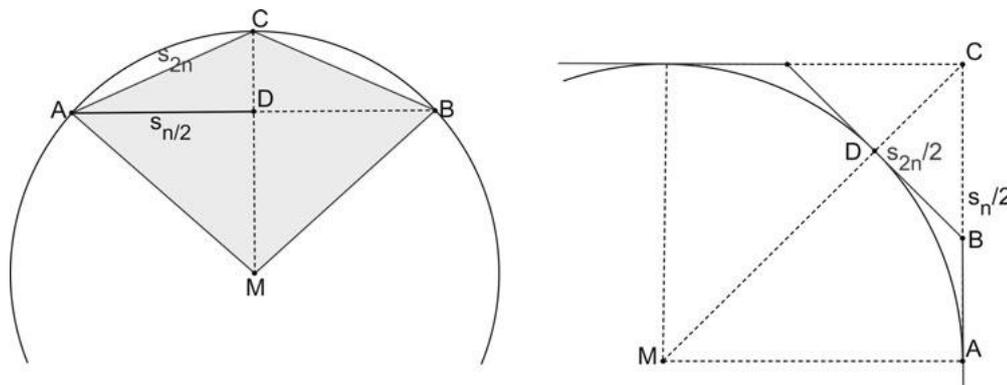


Abb. 6: Figuren zur Eckenverdopplung (Herrmann, 2014)

#### Rekursion bei eingeschriebenen Polygonen

Sei  $|CD| = x$ . Nach Pythagoras gilt in  $\triangle AMD$  bzw.  $\triangle ADC$

$$1 = \frac{1}{4}s_n^2 + (1-x)^2 \quad \therefore \quad s_{2n}^2 = \frac{1}{4}s_n^2 + x^2$$

Auflösen nach  $x$  und Einsetzen ergibt:

$$x = 1 - \sqrt{1 - \frac{1}{4}s_n^2} \Rightarrow s_{2n}^2 = \frac{1}{4}s_n^2 + \left(1 - \sqrt{1 - \frac{1}{4}s_n^2}\right)^2$$

Vereinfachen liefert die Iteration für die einbeschriebenen Polygone

$$s_{2n}^2 = 2 - \sqrt{4 - s_n^2} \Rightarrow s_{2n} = \sqrt{2 - \sqrt{4 - s_n^2}}$$

### Rekursion bei umschriebenen Polygonen

Es sei wieder  $|CD| = x$ . Nach Pythagoras gilt im  $\Delta MAC$

$$(1 + x)^2 = 1 + \frac{1}{4}s_n^2 \Rightarrow x = \sqrt{1 + \frac{1}{4}s_n^2} - 1$$

Wegen der Ähnlichkeit der Dreiecke  $\Delta MAC$  bzw.  $\Delta BCD$  folgt

$$\frac{|AC|}{|MA|} = \frac{x}{|DB|} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}s_n}{1} = \frac{\sqrt{1 + \frac{1}{4}s_n^2} - 1}{\frac{1}{2}s_{2n}}$$

Einsetzen und Auflösen liefert die Iteration für die umschriebenen Polygone

$$\frac{1}{4}s_{2n}s_n = \sqrt{1 + \frac{1}{4}s_n^2} - 1 \Rightarrow s_{2n} = \frac{2\sqrt{4 + s_n^2} - 4}{s_n}$$

Eingabe dieser Formel in eine Tabellenkalkulation zeigt:

	A	B	C	D	E
1	<b>Eckenzahl</b>	<b>eingeschrieb. Seite</b>	<b>halber Umfang</b>	<b>umgeschrieb. Seite</b>	<b>halber Umfang</b>
2	6	1,00000000	3,00000000	1,15470054	3,46410162
3	12	0,51763809	3,10582854	0,53589838	3,21539031
4	24	0,26105238	3,13262861	0,26330500	3,15965994
5	48	0,13080626	3,13935020	0,13108693	3,14608622
6	<b>96</b>	<b>0,06543817</b>	<b>3,14103195</b>	<b>0,06547322</b>	<b>3,14271460</b>
7	192	0,03272346	3,14145247	0,03272784	3,14187305
8	384	0,01636228	3,14155761	0,01636283	3,14166275
9	768	0,00818121	3,14158389	0,00818128	3,14161018
10	1536	0,00409061	3,14159046	0,00409062	3,14159703
11	3072	0,00204531	3,14159211	0,00204531	3,14159375
12	6144	0,00102265	3,14159252	0,00102265	3,14159293
13	12288	0,00051133	3,14159262	0,00051133	3,14159273
14	24576	0,00025566	3,14159265	0,00025566	3,14159267

Abb. 7: Tabellenkalkulation für die näherungsweise Berechnung von  $\pi$  (Herrmann, 2014)

Durch geeignete Umformung erhält man nun folgende Ungleichung:

$$3 \frac{10}{71} < \pi < 3 \frac{10}{70}$$

Der Umfang eines Kreises ist direkt proportional zu seinem Durchmesser und der Proportionalitätsfaktor ist die Zahl  $\pi$ . Berechnet man somit den Quotienten des Umfangs  $u$  und des Durchmessers  $d$ , so erhält man einen Näherungswert der Zahl  $\pi$ .

Um den Umfang eines Kreises zu berechnen wendet man nun folgende Formel an:

$$u = d \cdot \pi \text{ bzw. } u = 2r\pi, \text{ da } d = 2r$$

### *3.4.3 ANWENDUNGSGEBIETE DER BERECHNUNGEN AM KREIS*

Kreisberechnungen benötigt man für die weiterführenden Themen, wie zum Beispiel Flächen- und Volumenberechnungen der Kugel und jedes Körpers, deren Grundfläche oder auch Deckfläche einem Kreis entspricht. Für diese Berechnungen benötigt man die Zahl  $\pi$ , welche aber nicht nur dafür gebraucht wird. Es werden Winkel im Bogenmaß mit Hilfe von  $\pi$  ausgedrückt, wodurch sie auch bei den trigonometrischen Funktionen Anwendung findet. Folglich ist diese Zahl nicht nur für die Mathematik relevant, sondern auch für die Physik, zum Beispiel bei Schwingungen.

Im Bezug auf die Praxis benötigt man diese Kenntnisse in der Technik, wie zum Beispiel beim Planen von Gebäuden oder beim Bau einer Straße. Des Weiteren wird dieses Wissen bei der Herstellung von verschiedenen Behältern angewandt, wie die Erzeugung von Bierdosen, deren Größe an den Inhalt angepasst wird.

### 3.4.4 BEISPIEL FÜR EINSTIEG UND ERARBEITUNG

**Lehrplanbezogenes Thema:** Arbeiten mit Figuren und Körpern

**Inhalte:** Schranken für Umfang des Kreises angeben können; Formel für die Berechnung des Umfanges wissen und anwenden können

**Stundenziel:** Erlangung des Wissens der Formel für den Umfang, die Bedeutung der Zahl  $\pi$  und wie man sie herleiten kann

	Einstieg	Erarbeitung
Zeit	ca. 10 Minuten	ca. 35 Minuten (15 min + 20 min)
Inhalt / Ablauf	<p>Die Schüler und Schülerinnen bekommen drei Fragen zur Geschichte der Kreisbemessung mit jeweils 3 möglichen Antworten gestellt (Beilage 1).</p> <p><u>Ablauf:</u> Der gesamten Klasse wird die erste Frage gestellt und sie wählen eine Antwort aus. Für A stellen sie sich rechts vom Sessel, für B links und für C hinter den Sessel.</p> <p>Danach wird die richtige Lösung genannt und auch erläutert.</p> <p>Anschließend wird ein Beispiel (Beilage 2) vorgeführt, welches das Verhältnis des Durchmessers zum Umfang darstellt.</p>	<p>Die Lernenden bekommen zwei Arbeitsaufträge (Beilage 3), die sie in Vierergruppen lösen sollen. Die Überlegungen und Vermutungen werden festgehalten und anschließend mit der gesamten Klasse besprochen. Danach bekommen sie den dritten Auftrag (Beilage 4), dessen Ergebnisse präsentiert werden</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Alle bekommen ein Stück Garn und sollen sich in der Gruppe unterschiedliche runde Gegenstände aussuchen. Mit dem Faden sollen sie Umfang und Durchmesser abmessen und deren Verhältnis berechnen. Hat jemand keinen runden Gegenstand, so kann auch ein Kreis mit Hilfe des Zirkels gezeichnet und danach mit dem Faden abgemessen werden</li> <li>2. Sie sollen ihre Ergebnisse vergleichen und Vermutungen bzgl. der Ähnlichkeit äußern. Des Weiteren sollen sie sich Gedanken machen ob es möglich ist, die Formel für den Umfang darzustellen und wie diese ev. aussehen könnte</li> <li>3. In der Gruppe sollen sich die Lernenden damit auseinandersetzen, wie man die Zahl <math>\pi</math> näherungsweise anhand des Einheitskreises darstellen kann.</li> </ol>

Methode / UF / SF	Impulssetzende UF und darbietende UF Frontalunterricht	Experimentieren Impulssetzende UF Einzelarbeit und Gruppenarbeit
Lehr- und Lernziel	Die Lernenden sollen angeregt werden, Vermutungen über den geschichtlichen Hintergrund der Kreisberechnungen anzustellen. Das einführende Beispiel soll ihnen für den ersten Arbeitsauftrag als Hilfe dienen.	Die Schüler und Schülerinnen sollen sich mit den Fragestellungen auseinandersetzen, diese bearbeiten, eigene Vorstellungen entwickeln und diese bezüglich ihrer Richtigkeit hinterfragen. Bei den ersten beiden Aufgaben sollen sie erkennen, dass alle annähernd dasselbe Ergebnis erlangen und auf Grundlage von Vermutungen zur Formel für den Umfang des Kreises gelangen. Bei dem letzten Auftrag sollen sie durch experimentieren mit Hilfe einer graphischen Darstellung herausfinden, wie man die Zahl $\pi$ näherungsweise berechnen kann.

## BEILAGE 1 – FRAGEN MIT DEN ANTWORTMÖGLICHKEITEN

1) *Die ersten Überlieferungen über Eigenschaften der Kreisbemessungen stammen aus dem Jahr...*

- A 2000 v. Chr.
- B 100 v. Chr.
- C 300 n. Chr.

2) *Zur Zeit Christi erfolgten die Maßangaben mit Hilfe von...*

- A Schlüsselbeinen
- B Schienbeinen
- C Ellen

3) *Der wichtigste Mathematiker für Erkenntnisse bezüglich der Kreiszahl war...*

- A Archimedes
- B Platon
- C Euklid

## BEILAGE 2 – EINFÜHRENDES BEISPIEL

Die Grundfläche einer Müslischale hat einen Umfang von  $u = 24,5$  cm und einen Durchmesser von  $d = 7,7$  cm. Welchen Wert erhält man bei der Bildung des Verhältnisses  $u : d$ ?

## BEILAGE 3 – ABREITSAUFTRÄGE 1 UND 2

### **Auftrag 1:**

Nehmt ein Stück Faden und einen beliebigen runden Gegenstand (z.B. Flasche, Stöpsel). Sollte jemand keinen haben, könnt ihr auch mit dem Zirkel einen Kreis zeichnen. Misst davon den Umfang und den Durchmesser ab. Welchen Wert erhält ihr bei der Bildung des Verhältnisses  $u : d$ ?

### **Auftrag 2:**

Vergleicht eure Ergebnisse! Was fällt euch auf?

Überlegt anhand eurer Erkenntnisse, wie man den Umfang eines Kreises im Allgemeinen berechnen könnte. Schreibt eure Vermutungen auf!

## BEILAGE 4 – ARBEITSAUFTRAG 3

### **Auftrag 3:**

Überlegt euch, wie man die Zahl  $\pi$  näherungsweise darstellen und berechnen kann!  
Schreibt eure Überlegungen und Vermutungen auf!

Tipp: Einheitskreis ( $r = 1$ ), Polygone

### *3.4.5 VOR- UND NACHTEILE DER ANGEWANDTEN METHODE*

Das Experimentieren im Mathematikunterricht führt zu einem individuellen und kollektiven Erkenntnisgewinn. Die Schüler und Schülerinnen werden dabei angeregt, sich mit einer Fragestellung aktiv auseinanderzusetzen, Vermutungen zu äußern und deren Richtigkeit herauszufinden. Außerdem werden die selbstständige Gestaltung der Unterrichtssituation und das Deuten konkreter Beobachtungen gefördert. Somit lernen sie Fragen zu stellen und auf eigene Verantwortung systematisch einen experimentellen Ablauf zu planen, durchzuführen und auszuwerten. (Barzel et al., 2007).

Des Weiteren wird der Unterricht handlungsorientierter und es werden sowohl das problemlösende Denken, als auch der Aufbau tragfähiger individueller Vorstellungen gefördert. Ebenfalls von Vorteil ist, dass die Schüler und Schülerinnen beim Experimentieren ein tieferes Verständnis von Objekten und Zusammenhängen erlangen, wodurch auch ein Aufbau tragfähiger individueller Vorstellungen erfolgt. (Barzel et al., 2007).

Abgesehen von dem Zeitaufwand gibt es auch jene Nachteile, welche eine Einzelarbeit und eine Gruppenarbeit mit sich bringt. Diese Nachteile und auch weitere Vorteile wurden in den Kapiteln 2.4.2 und 2.4.4 näher erläutert.



## 4. CONCLUSIO

Nun ist es möglich die Hauptforschungsfrage – ob die Wahl der Methode beim Einstieg und der Erarbeitung eine wesentliche Rolle für das Verstehen eines neuen Themas im Mathematikunterricht spielt – zu beantworten.

Es spielt eine Rolle, welche Unterrichtsmethode man wählt, denn sie soll für den Lerninhalt zweckmäßig und effektiv sein. Auf Grund der Wahl der Methode entscheidet sich, wie gut ein neues Thema vermittelt wird und ob ein gesetztes Ziel erreicht wird. Folglich ist die Art und Weise der Vermittlung auch ausschlaggebend für den weiteren Verlauf des Lernprozesses.

Bezüglich des Einstiegs bestätigt sich ebenfalls, dass er die Schüler und Schülerinnen über das Thema und über den Ablauf der Erarbeitung informieren soll. Außerdem soll er als Anreiz dienen mehr über die Thematik erfahren zu wollen. Allerdings sind einige der Ansicht, dass dem Einstieg zu viel Bedeutung beigemessen wird, hierbei ist vor allem vom sogenannten „Motivationsschnickschnack“ die Rede. Erleben die Lernenden beim Einstieg einen kurzen „Wow – Effekt“, während anschließend wieder zur Routine übergegangen wird, ist die Motivation der Schüler und Schülerinnen nicht von Dauer. Folglich ist der Einstieg zwar von Bedeutung, doch es ist wichtig eine im Einstieg aufgebaute Spannung und Motivation in die Erarbeitung „überzuführen“.

Sowohl beim Einstieg als auch bei der Erarbeitung erweist es sich als zutreffend, dass eine Vielfalt an Methoden für Abwechslung im Unterricht sorgt. Dadurch bleibt das Interesse der Schüler und Schülerinnen aufrechterhalten und Ermüdungen werden vorgebeugt. Ist allerdings ein zu großes Methodenrepertoire vorhanden und werden all diese im Mathematikunterricht eingesetzt, kann es für die Lernenden irritierend sein. Ergo dessen sollte eine begrenzte Anzahl bewährter Methoden verwendet und diese variiert werden. Hierbei ist auch zu betonen, dass für den Einstieg in ein neues Thema und dessen Erarbeitung eine Vertrautheit der Lernenden mit der jeweils angewandten Methode notwendig ist. Dies ermöglicht den Schülern und Schülerinnen, sich gänzlich auf den Inhalt konzentrieren zu können.

Im Hinblick auf das Zeitmanagement berichtigt sich die Aussage bezüglich des Einstiegs, dass einer sinkenden Konzentration und einer mangelnden Aufmerksamkeit entgegengewirkt wird, wenn dieser nicht zu viel Zeit in Anspruch nimmt. Die Dauer der Erarbeitung hingegen steht in Abhängigkeit mit der angewandten Unterrichtsmethode. So kann sich diese von zwanzig Minuten bis über eine Woche – wie zum Beispiel bei einem Projekt – erstrecken. In der Realität steht die Lehrperson oft unter Druck, den Lehrplan



zeitgemäß einzuhalten, wodurch die Durchführung besonders zeitaufwändiger Methoden des Öfteren nicht möglich ist. Allerdings kann auf viele Arten und Weisen der Unterricht variabel gestaltet werden, insbesondere, wenn es Wechsel bezüglich der Unterrichtsformen und der Sozialformen gibt. Dadurch ist es immer von Bedeutung eine Unterrichtsmethode gut überlegt und zielgerecht einzusetzen.



# LITERATURVERZEICHNIS

**Aregger, K.** (1997). *Unterrichtsformen. Studienbuch für die Unterrichtsgestaltung*. Aarau, Salzburg, Frankfurt am Main: Sauerländer.

**Barzel, B., Büchter, A., Leuders, T.** (2007). *Mathematik-Methodik. Handbuch für die Sekundarstufe I und II*. Berlin: Cornelsen.

**Barzel, B., Holzäpfel, L., Leuders, T., Streit, C.** (2011). *Mathematik unterrichten. Planen, durchführen, reflektieren*. Berlin: Cornelsen.

**Bauersfeld, H.** (Hrsg.). (1978). *Fallstudien und Analysen zum Mathematikunterricht. Festschrift für Walter Breidenbach zum 85. Geburtstag; zugleich ein Beitrag zur didaktischen Unterrichtsforschung*. Hannover, Dortmund, Darmstadt, Berlin: Schroedel.

**Becker, G.** (2012). *Handlungsorientierte Didaktik. Unterricht planen* (10., neu ausgest. Aufl.). Weinheim: Beltz.

**Becker, O.** (1957). *Das mathematische Denken der Antike*. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

**Berger, E. & Fuchs, H.** (2007). *Planen, unterrichten, beurteilen. Das Wichtigste für die Praxis*. Linz: Veritas.

**Bönsch, M. & Kaiser, A.** (2002). *Unterrichtsmethoden – kreativ und vielfältig*. Baltmannsweiler: Schneider-Verl. Hohengehren.

**Brühne, T. & Sauerborn, P.** (2011). *Der Unterrichtseinstieg*. Baltmannsweiler: Schneider-Verl. Hohengehren.

**Herrmann, D.** (2014). *Die Antike Mathematik. Eine Geschichte der griechischen Mathematik, ihrer Probleme und Lösungen*. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum. doi: 10.1007/978-3-642-37612-2

**Daume, P.** (2009). *Finanzmathematik im Unterricht. Aktien und Optionen: Mathematische und didaktische Grundlagen mit Unterrichtsmaterialien*. Wiesbaden: Vieweg und Teubner Verlag. doi: 10.1007/978-3-8348-9605-6

**Drumm, J.** (Hrsg.). (2007). *Methodische Elemente des Unterrichts. Sozialformen, Aktionsformen, Medien*. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

**Grell, J. & Grell, M.** (1991). *Unterrichtsrezepte* (64. – 68. Tsd. Ausg.). Weinheim: Beltz.

**Greving, J & Paradies, L.** (1996). *Unterrichtseinstiege. Ein Studien- und Praxisbuch*. Berlin: Cornelsen.

- Heckmann, K. & Padberg, F.** (2012). *Unterrichtsentwürfe Mathematik Sekundarstufe I*. Heidelberg: Springer Spektrum.
- Homer, S. & Sylla, R.** (1991). *A history of interest rates* (3. ed.). New Brundwick, London: Rutgers University Press.
- Klafki, W.** (2007). *Neue Studien zur Bildungstheorie und Didaktik. Zeitgemäße Allgemeinbildung und kritisch-konstruktive Didaktik* (6., neu ausgest. Aufl.). Weinheim: Beltz.
- Kliebisch, U. & Meloefski, R.** (2009a). *LehrerSein 1. Grundlagen der Pädagogik und Didaktik, Kompetenzen, Unterrichtsentwurf, Selbst-Qualifizierung* (4., überarb. und erw. Aufl.). Baltmannsweiler: Schneider-Verl. Hohengehren.
- Kliebisch, U. & Meloefski, R.** (2009b). *LehrerSein 2. Lehrerhandeln, Kooperatives Lernen, soziales Lernen, Unterrichtsbesuch* (4., überarb. und erw. Aufl.). Baltmannsweiler: Schneider-Verl. Hohengehren.
- Klingberg, L.** (1978). *Einführung in die allgemeine Didaktik. Vorlesungen* (4. Aufl.). Berlin: Volk und Wissen.
- Köck, P.** (2005). *Handbuch der Schulpädagogik für Studium – Praxis – Prüfung* (2., überarb. und erw. Aufl.). Donauwörth: Auer.
- Kraker, M., Plattner, G. & Preis, C.** (2009). *Expedition Mathematik 3*. Wien: E. DORNER GmbH.
- Krauthausen, G. & Scherer, P.** (2007). *Einführung in die Mathematikdidaktik* (3. Aufl.). Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.
- Leigemann, D.** (2010). *Die Erfindung der Messkunst – angewandte Mathematik im antiken Griechenland*. Darmstadt: WGB.
- Leuders, T.** (2001). *Qualität im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I und II*. Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Leuders, T.** (2009). Spielst du noch – oder denkst du schon?. Produktive Erarbeitungsspiele. *Praxis der Mathematik*, 51 (25), 1-8.
- Malle, G.** (2004). Grundvorstellungen zu Bruchzahlen. *Mathematik lehren*, 123, 4-8.
- Martin, T.** (2003). *Finanzmathematik. Grundlagen, Prinzipien, Beispiele*. München, Wien: Fachbuchverl. Leipzig im Carl-Hanser-Verl.
- Marxer, M. & Wittmann, G.** (2011). Förderung des Zahlenblicks – mit Brüchen rechnen, um ihre Eigenschaften zu verstehen. *Der Mathematikunterricht*, 57 (3), 25-34.

- Merkens, H.** (2010). *Unterricht. Eine Einführung*. Wiesbaden: VS.
- Meyer, H.** (2006). *Unterrichtsmethoden I. Theorieband* (11. Aufl.). Berlin: Cornelsen.
- Meyer, H.** (2005). *Unterrichtsmethoden II. Praxisband* (11. Aufl.). Berlin: Cornelsen.
- Mühlhausen, U. & Wegner, W.** (2006). *Erfolgreicher unterrichten?! Eine erfahrungsfundierte Einführung in die Schulpädagogik*. Baltmannsweiler: Schneider-Verl. Hohengehren.
- Nitschke, M.** (2005). *Geometrie – anwendungsbezogene Grundlagen und Beispiele*. München, Wien: Fachbuchverl. Leipzig im Hanser Verl.
- Padberg, F.** (2009). *Didaktik der Bruchrechnung – für Lehrerbildung und Lehrerfortbildung* (4., erw., stark überarb. Aufl.). Heidelberg: Spektrum Akademischer Verl.
- Peterßen, W. H.** (2009). *Kleines Methoden-Lexikon* (3., überarb. und erw. Aufl.). München: Oldenbourg.
- Popp, W.** (1999). *Fachdidaktik Mathematik – ein entwicklungsgeschichtlicher Ansatz*. Köln: Aulis-Verl. Deubner.
- Reichel, H.-C., Humenberger, H. (Hrsg.), Litschauer, D., Groß, H., Aue, V.** (2011a). *Das ist Mathematik 1*. Pia Moest, Wien: öbv.
- Reichel, H.-C., Humenberger, H. (Hrsg.), Litschauer, D., Groß, H., Aue, V.** (2011b). *Das ist Mathematik 2*. Pia Moest, Wien: öbv.
- Reichel, H.-C., Humenberger, H. (Hrsg.), Litschauer, D., Groß, H., Aue, V., Neuwirth, E.** (2012). *Das ist Mathematik 3*. Pia Moest, Wien: öbv.
- Reichel, H.-C., Humenberger, H. (Hrsg.), Litschauer, D., Groß, H., Aue, V., Neuwirth, E.** (2010). *Das ist Mathematik 4*. Pia Moest, Wien: öbv.
- Reiss, K. & Hammer, C.** (2013, ersch. 2012). *Grundlagen der Mathematikdidaktik. Eine Einführung für den Unterricht in der Sekundarstufe*. Basel: Birkhäuser.
- Riehl, C. (Hrsg.), Bjerkem-Hirtz, E., Brau, J.-C., Dumortier, F., Hari, A., Martin, Y., ... Vannier, M.-A.** (1998). *Bücher der Könige*. (Bibel 2000, Bd. 5). Stuttgart: Katholisches Bibelwerk.
- Schmoll, L.** (2012). *Sozialformen, Unterrichtsmethoden, Lerntechniken. Kopiervorlagen für Schule und Weiterbildung*. Baltmannsweiler: Schneider-Verl. Hohengehren.
- Schröder, H.** (2002). *Lernen – Lehren – Unterricht: lernpsychologische und didaktische Grundlagen* (2., durchges. Aufl.). München, Wien: Oldenbourg.

- Scriba, C. J. & Schreiber, P.** (2001). *5000 Jahre Geometrie. Geschichte, Kulturen, Menschen*. Berlin, Heidelberg, New York: Springer.
- Stöcker, K.** (1978). *Neuzeitliche Unterrichtsgestaltung* (17. Aufl.). München: Ehrenwirth.
- Stoye, W.** (2010). *Vorstellungen entwickeln beim Mathematiklernen: wie man Lernschwierigkeiten vermeiden kann*. Berlin: Verl. Pro Business.
- Terhart, E.** (2005). *Lehr – Lern – Methoden. Eine Einführung in Probleme der methodischen Organisation von Lehren und Lernen* (4., erg. Aufl.). Weinheim, München: Juventa.
- Thal, J. & Ebert, U.** (2001). *Methodenvielfalt im Unterricht – mit Lust streßarm und effektiv lernen* (2. Aufl.). Neuwied, Kriftel: Luchterhand.
- Tulodziecki, G., Herzig, B., Blömeke, S.** (2009). *Gestaltung von Unterricht. Eine Einführung in die Didaktik* (2., durchges. Aufl.). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Vollrath, H.-J.** (1994). *Algebra in der Sekundarstufe*. Mannheim, Leipzig, Wien, Zürich: BI-Wiss.-Verl.
- Vollrath, H.-J.** (2001). *Grundlagen des Mathematik - Unterrichts in der Sekundarstufe*. Heidelberg, Berlin: Spektrum Akademischer Verlag.
- Wartha, S.** (2011). Aufbau von Grundvorstellungen zu Bruchzahlen. *Der Mathematikunterricht*, 57 (3), 15-24.
- Weigand, H.-G., Filler, A., Hölzl, R., Kuntze, S., Ludwig, M., Roth, J., ... Wittmann, G.** (2014). *Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I* (2., verb. Aufl.). Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum. doi: 10.1007/978-3-642-37968-0
- Wiechmann, J.** (Hrsg.). (2011). *Zwölf Unterrichtsmethoden. Vielfalt für die Praxis* (5., überarb. Aufl.). Weinheim, Basel: Beltz.
- Wittmann, E.** (1981). *Grundfragen des Mathematikunterrichts* (6., neu bearb. Aufl.). Braunschweig: Vieweg.
- Ziener, G. & Kessler, M.** (2012). *Kompetenzorientiert unterrichten – mit Methode. Methoden entdecken, verändern, erfinden*. Seelze: Klett Kallmeyer.

## TABELLENVERZEICHNIS

<i>Tab. 1: Vergleich verschiedener Phaseneinteilungen des Unterrichts</i> .....	17
<i>Tab. 2: Vergleich der Unterrichtsformen I</i> .....	37
<i>Tab. 3: Vergleich der Unterrichtsformen II</i> .....	38
<i>Tab. 4: Erscheinungsformen des darbietenden Unterrichts</i> .....	41
<i>Tab. 5: Vergleich der Sozialformen</i> .....	48
<i>Tab. 6: Einteilung der Dreiecke</i> .....	71
<i>Tab. 7: Vergleich der Begriffe der Prozent- und Zinsrechnung</i> .....	82

## ABBILDUNGSVERZEICHNIS

<i>Abb. 1: Das „Horusauge“ (Popp, 1999)</i> .....	60
<i>Abb. 2: Euklid von Alexandria (Herrmann, 2014)</i> .....	69
<i>Abb. 3: Baggerarm (Weigand et al., 2014)</i> .....	72
<i>Abb. 4: Bogenbrücke (Nitschke, 2005)</i> .....	75
<i>Abb. 5: Archimedes von Syrakus (Herrmann, 2014)</i> .....	98
<i>Abb. 6: Figuren zur Eckenverdopplung (Herrmann, 2014)</i> .....	99
<i>Abb. 7: Tabellenkalkulation für die näherungsweise Berechnung von <math>\pi</math> (Herrmann, 2014)</i> .....	100



## ZUSAMMENFASSUNG

Die vorliegende hermeneutische Arbeit untersucht, ob in der AHS-Unterstufe die Wahl der Methode beim Einstieg und der Erarbeitung eine wesentliche Rolle für das Verstehen eines neuen Themas im Mathematikunterricht spielt. Zumeist besitzen Schüler und Schülerinnen kein Vorwissen über neue Lerninhalte, wodurch der Aufbau des jeweiligen Grundwissens, sowohl das Wiedergeben von diesem als auch das Arbeiten mit diesem ermöglichen muss. Daher steht – auf pädagogischer Grundlage basierend – zum einen der „Einstieg“ und die „Erarbeitung“ und zum anderen die „Unterrichtsmethode“ im Zentrum des theoretischen Teils. Die beiden erstgenannten werden in Hinblick auf die Begriffsbestimmungen, die Dauer, die Funktionen und die didaktischen Kriterien genauer erläutert. Neben der Bedeutung, den Merkmalen und den Funktionen der Unterrichtsmethode wird diese Methode auch in Bezug auf die Methodenvielfalt thematisiert und in puncto verschiedener Unterrichts- und Sozialformen spezifiziert. Im Mittelpunkt des praktischen Teils steht die Umsetzung der Theorie im Mathematikunterricht und zu jeweils einem Thema der AHS-Unterstufe ein Beispiel für Einstieg und Erarbeitung angeführt.

Diese Arbeit zeigt, dass die Wahl der Methodik für den weiteren Verlauf des Verstehens eine wesentliche Rolle spielt und somit immer gut überlegt und zielgerecht eingesetzt werden sollte.



## ABSTRACT

This current hermeneutic diploma thesis examines whether it is important for understanding a new topic in the math class in secondary school to choose a specific method for its introduction and preparation. Most of the time pupils do not have any previous knowledge of learning contents, that is why the structure of the basic knowledge has to give the children the possibility to echo and work with the latter. Therefore – in respect of an educational basis – on the one hand the core of the theoretical part contains the “introduction” and the “preparation” and on the other hand the “teaching method”. In connection with the two parts earlier, the definitions, the duration, the functions and the didactical criteria will be explained. The “teaching method” will also be discussed – apart from the meaning, the characteristics and the functions – as well as the variety of methods and the different educational and social forms. The main point of the practical part contains the implementation of the theory in a maths class. Therefore there are examples, for the first four classes at secondary school, for the introduction and the preparation.

In this regard, the thesis shows the importance of the chosen teaching method for the further learning of the students, that is why it always should be well considered and accurately applied.



# LEBENS LAUF

## Persönliche Daten

---

**Name:**                  Arzberger Andrea

**Nationalität:**          Österreich

**E-Mail:**                  azi05@gmx.at

## Ausbildung

---

**Seit 2007**                  Lehramtsstudium Bewegung und Sport und Mathematik

**2006 – 2010**              Bakkalaureat-Studium Sportwissenschaft

**Juni 2006**               AHS – Matura am GRG II Zirkusgasse 48, 1020 Wien

**1997 – 2006**              GRG II Zirkusgasse 48, 1020 Wien

**1993 – 1997**              Öffentliche Volksschule Eßlinger Hauptstraße 97, 1220 Wien