



universität
wien

DIPLOMARBEIT

Titel der Diplomarbeit

**Mathematik und Internet -
Wie stochastische Inhalte mit Hilfe einer Homepage
vermittelt werden können**

Verfasserin

Martina Kammerhuber

angestrebter akademischer Grad

Magistra der Naturwissenschaften (Mag. rer. nat.)

Wien, 2014

Studienkennzahl lt. Studienblatt: A 190 406 333

Studienrichtung lt. Studienblatt: LA Mathematik und Deutsch

Betreuerin / Betreuer: Mag. Dr. Bernhard Krön

Danksagung

Ich möchte mich ganz herzlich bei allen bedanken, die mich durch mein Studium begleitet haben.

Im Konkreten möchte ich mich bei meinen Studienkolleginnen und Studienkollegen bedanken, mit denen ich eine sehr schöne Studienzeit verbracht habe und ohne die manch langer Unitag wohl nicht halb so lustig gewesen wäre.

Weiters danke ich natürlich ganz herzlich meinen Betreuer Mag. Dr. Bernhard Krön, der mich während des gesamten Schreibprozesses immer unterstützt hat und mit Ideen, Rat und Tat zur Seite gestanden ist.

Schlussendlich danke ich auch meiner Familie ganz herzlich. Meinen Eltern danke ich für die Unterstützung während meiner gesamten Ausbildung, sowohl finanziell als auch moralisch. Auch meinen Geschwistern verdanke ich ein stets offenes Ohr und ein paar aufmunternde Worte, wenn das Studium mal nicht so gut gelaufen ist. Meine letzten Dankesworte widme ich noch meinem lieben Freund, der es immer wieder schaffte mich anzutreiben, wenn die Motivation wieder einmal sich verflüchtigt hatte.

Inhalt

1	EINLEITUNG.....	1
2	DEFINITIONEN	3
2.1	E-LEARNING.....	3
2.2	MULTIMEDIALITÄT	4
2.3	HYPertext	4
2.4	E-LEARNING-PLATTFORMEN	5
2.5	LERNPFAD.....	6
3	THEORIE: INTERNET UND ANDERE MEDIEN IM MATHEMATIKUNTERRICHT ..	8
3.1	ZUR EINFÜHRUNG: LERNTHEORIEN ZUM E-LEARNING	8
3.1.1	<i>Behaviorismus</i>	<i>8</i>
3.1.2	<i>Kognitive Ansätze</i>	<i>11</i>
3.1.3	<i>Situiertes Lernen und Konstruktivismus</i>	<i>14</i>
3.1.4	<i>Pragmatismus</i>	<i>17</i>
3.1.5	<i>Fazit.....</i>	<i>20</i>
3.2	ZUR UMSETZUNG: DAS INTERNET IM MATHEMATIKUNTERRICHT	22
3.2.1	<i>Das Internet als Nachschlagewerk.....</i>	<i>22</i>
3.2.2	<i>Das Internet als Quelle für Unterrichtsmaterialien.....</i>	<i>23</i>
3.2.3	<i>Das Internet als Demonstrationsmedium</i>	<i>24</i>
3.2.4	<i>Das Internet als Kommunikationsmedium.....</i>	<i>24</i>
3.2.5	<i>Das Internet als Tutor und Lernsystem</i>	<i>26</i>
3.2.6	<i>Das Internet als Katalysator für Projektarbeit</i>	<i>26</i>
3.2.7	<i>Das Internet als Veröffentlichungsmedium.....</i>	<i>27</i>
3.2.8	<i>Das Internet als Unterrichtsmedium</i>	<i>27</i>
3.3	ZUR BEWERTUNG: KRITERIEN FÜR EINE GUTE HOMEPAGE	29
3.3.1	<i>Kriterien nach Bartel et al.</i>	<i>29</i>
3.3.2	<i>Kriterien nach Staiger.....</i>	<i>32</i>
3.3.3	<i>Kriterien nach Weigand und Weth.....</i>	<i>34</i>
3.3.4	<i>Kriterien nach Laky.....</i>	<i>34</i>

3.3.5	<i>Kriterien nach Reichel</i>	36
3.3.6	<i>Kriterien nach Kammerhuber</i>	37
4	PRAKTISCH: HOMEPAGES ZUM THEMA STOCHASTIK	39
4.1	MATHE ONLINE	40
4.1.1	<i>Allgemeines</i>	40
4.1.2	<i>Aufbau und Gestaltung</i>	41
4.1.3	<i>Konzept</i>	44
4.1.4	<i>Inhalte und Lernziele</i>	46
4.1.5	<i>Besonderheiten</i>	50
4.1.6	<i>Fazit</i>	55
4.2	MATHEBRINKMANN	56
4.2.1	<i>Allgemeines</i>	56
4.2.2	<i>Aufbau und Gestaltung</i>	58
4.2.3	<i>Konzept</i>	62
4.2.4	<i>Inhalte und Lernziele</i>	64
4.2.5	<i>Besonderheiten</i>	68
4.2.6	<i>Fazit</i>	70
4.3	EIGENE HOMEPAGE	71
4.3.1	<i>Allgemeines</i>	71
4.3.2	<i>Aufbau und Gestaltung</i>	72
4.3.3	<i>Konzept</i>	74
4.3.4	<i>Inhalte und Lernziele</i>	76
4.3.5	<i>Besonderheiten</i>	81
4.3.6	<i>Fazit</i>	86
5	ZUSAMMENFASSUNG	87
6	LITERATURVERZEICHNIS	89
6.1	GEDRUCKTE WERKE	89
6.2	INTERNETQUELLEN	90
7	ABBILDUNGSVERZEICHNIS	92
8	ANHANG	93

8.1	KRITERIENKATALOG VON BARTEL ET AL.	93
8.2	LISTE WEITERER HOMEPAGES	96
9	ABSTRACT	98
10	LEBENS LAUF	99

1 Einleitung

Die Anforderungen, die an die Schule und somit auch an die Lehrpersonen und an den Unterricht gestellt werden, wachsen zunehmend. Zu diesen wachsenden Anforderungen zählt es auch medienkompetente Schülerinnen und Schüler auszubilden. Um dies zu erreichen, reicht es nicht zu lehren was die Begriffe „Medien“ und „Medienkompetenz“ bedeuten, sondern es erfordert eine praktische Anwendung der Medien im Unterricht.

Für meine Diplomarbeit habe ich mich daher im Internet auf die Suche nach Lernwebsites gemacht, die sich für den Einsatz im (Mathematik-)Unterricht gut eignen. Um nicht vollkommen in den Weiten des World Wide Webs verloren zu gehen, habe ich mich thematisch auf das Gebiet der Stochastik beschränkt. Ich versuchte folgende Frage zu beantworten: Welche Plattformen und Internetseiten finden sich im World Wide Web und wie sind diese zu bewerten?

Um eine Analyse und Bewertung der Lernplattformen etc. erst zu ermöglichen, habe ich eingangs mit Hilfe einer Literaturrecherche die wichtigsten Lerntheorien zum Thema E-Learning und mögliche Kriterien für eine Bewertung herausgearbeitet. An diesen theoretischen Teil anschließend und auch aufbauend, wurden dann die Plattformen bewertet.

Diese Diplomarbeit soll jedoch nicht nur davon handeln, wie solche Internetseiten nicht aussehen sollen bzw. was ich an ihnen zu bemängeln habe, sondern auch einen Vorschlag liefern, der in der Schule umgesetzt werden könnte. Zu diesem Zweck habe ich auch eine eigene Homepage erstellt, auf der die Inhalte der Wahrscheinlichkeitsrechnung der 7. Klasse aufbereitet worden sind.

Bevor in das Thema erst eingestiegen wird, soll mit Hilfe des folgenden Zitates aus dem Lehrplan, die Frage nach der Rechtfertigung dieses Themas und dessen Wichtigkeit für die Schule vorweggenommen werden.

Innovative Technologien der Information und Kommunikation sowie die Massenmedien dringen immer stärker in alle Lebensbereiche vor. Besonders Multimedia und Telekommunikation sind zu Bestimmungs-

faktoren für die sich fortentwickelnde Informationsgesellschaft geworden. Im Rahmen des Unterrichts ist diesen Entwicklungen Rechnung zu tragen und das didaktische Potenzial der Informationstechnologien bei gleichzeitiger kritischer rationaler Auseinandersetzung mit deren Wirkungsmechanismen in Wirtschaft und Gesellschaft nutzbar zu machen.

[Lehrplan „Allgemeiner Teil“ 2004, S. 2]

2 Definitionen

Vor dem wirklichen Einstieg in die Arbeit, sollen an dieser Stelle noch einige Begriffe geklärt und definiert werden, die im weiteren Verlauf immer wieder erwähnt werden, um eine gemeinsame (Begriffs-)Basis zu haben. Vorab ist zu sagen, dass zu keinem der Begriffe eine einheitliche Definition existiert, sondern eine Fülle von Erklärungsversuchen, die sich (unter anderem) in ihrer Begriffsweite unterscheiden.

2.1 E-Learning

Aufgrund des eben erwähnten Problems des Mangels einer einheitlichen Definition habe ich zwei Ansätze, die meiner Meinung nach am besten das Wesen des E-Learnings (nach meiner persönlichen Definition) wiedergeben.

Günter Daniel Rey definiert E-Learning nur sehr kurz und prägnant. E-Learning bezeichnet „das Lehren und Lernen mittels verschiedener elektronischer Medien“ [REY 2009, S. 15].

Dieser Erklärungsansatz konzentriert sich auf das „E“ in „E-Learning“, das für „Electronic“ steht. Somit werden alle Lernprozesse mit elektronischen Medien zu E-Learning gezählt.

Die Definition von Nicola Döring entspricht jedoch mehr meinem Begriffsverständnis von E-Learning. Sie beschreibt E-Learning folgend:

Lernprozesse, die sich hinsichtlich medialer Realisation ganz oder teilweise auf das Internet [...] stützen, werden summarisch oft als „E-Learning“, „Online Learning“ [...] bezeichnet. [...] Verwandt mit dem „Online-Lernen“ sind das „multimediale Lernen“ und das „hypertextuelle Lernen“. Da Multimedia – und Hypertextangebote jedoch nicht nur in Online-Medien wie dem Internet publiziert, sondern auch unabhängig von der Netzanbindung über CD-ROMs verteilt und genutzt werden können, sind multimediales und hypertextuelles Lernen nicht notwendigerweise Unterformen des Online-Lernens, sondern können auch eigenständige Alternativen darstellen.

[ISSING / KLIMSA 2002, S. 247-248]

Döring bringt den Begriff in Verbindung mit analogen Begriffen aus dem Englischen, wie „E-Commerce“ oder „E-Business“. Die Verwendung des Internets dient hier als Kriterium, wodurch auch eine Abgrenzung von den Begriffen „multimediales Lernen“ und „hypertextuelles Lernen“ erfolgt. Im weiteren Verlauf meiner Arbeit werde ich mich auf diese Definition berufen, wenn von E-Learning die Rede ist.

In der Definition von Nicola Döring wurden bereits zwei weitere wichtige Begriffe genannt, die hier ebenso noch näher präzisiert werden sollen.

2.2 Multimedialität

Laut Mediendidaktiker Michale Kerres bezieht sich der Begriff „Multimedia“
auf technische Systeme, die in der Lage sind, verschiedene Datentypen, wie Texte, Grafiken, Ton und Bewegtbild, zu verarbeiten und für den interaktiven Abruf vorzuhalten.

[KERRES 2001, S. 13]

Evelyn Stepancik führt in ihrer Doktorarbeit noch eine weitere Definition von Rolf Schulmeister an:

Multimedia ist eine interaktive Form des Umgangs mit symbolischen Wissen in einer computergestützten Interaktion.

[STEPANCIK 2008, S. 124]

Die beiden Definitionen ähneln einander und sehen Multimedia als eine Möglichkeit, um mit einem System von Medien (computergestützt) zu interagieren.

2.3 Hypertext

Der Begriff „Hypertext“ wurde von Bush geprägt und meint laut Gabi Reinmann

eine Form der Repräsentation von Informationen, die entgegen der traditionellen linearen Strukturen auch Verzweigungen aufweisen, die nur auf Aufforderung sichtbar werden.

[STEPANCIK 2008, S. 125]

Noch einfacher beschreibt Rey den Begriff:

Dabei handelt es sich um elektronische Texte mit Hyperlinks. Hyperlinks (oder kurz: Links) sind elektronische Querverweise zu anderen Textdokumenten bzw. Textpassagen, aber auch zu Bildern, Graphiken, Audio- und Video-Dateien.

Der Benutzer bzw. die Benutzerin hat es hier also selbst in der Hand, ob diese Dokumente etc. aufgerufen werden. Rey mahnt jedoch auch vor der Gefahr, dass manche Lernende davon überfordert sind und eine eher lineare Struktur benötigen. In diesem Kontext wurde die Phrase „lost in hyperspace“ geprägt, die eben dieses Phänomen beschreibt.

Eine Verschmelzung der beiden eben erläuterten Ausdrücke, also Multimedia und Hypertext führte zu dem Begriff „Hypermedia“. Dies tritt beispielsweise auf, wenn Ausschnitte aus dem Text mit Filmen, Bildern etc. verlinkt werden.

2.4 E-Learning-Plattformen

Die Website e-teaching.org liefert mehrere Möglichkeiten einer Definition:

Es handelt sich dabei um eine auf einem Webserver installierte Software, die das Bereitstellen und die Nutzung von Lerninhalten unterstützt und Instrumente für das kooperative Arbeiten und eine Nutzerverwaltung bereitstellt.

[E-TEACHING.ORG]

Als zweites wird eine detaillierte, engere Definition von Schulmeister zitiert:

Als Lernplattformen oder Learning Management Systeme werden im Unterschied zu bloßen Kollektionen von Lehrskripten oder Hypertext-Sammlungen auf Webservern solche Software-Systeme bezeichnet, die über folgende Funktionen verfügen:

- *Eine Benutzerverwaltung (Anmeldung mit Verschlüsselung)*
- *Eine Kursverwaltung (Kurse, Verwaltung der Inhalte, Dateiverwaltung)*
- *Eine Rollen- und Rechtevergabe mit differenzierten Rechten*

- *Kommunikationsmethoden (Chat, Foren) und Werkzeuge für das Lernen (Whiteboard, Notizbuch, Annotationen, Kalender etc.)*
- *Die Darstellung der Kursinhalte, Lernobjekte und Medien in einem netzwerkfähigen Browser.*

[E-TEACHING.ORG]

Laky führt in seiner Diplomarbeit schließlich noch fünf Funktionsbereiche von webbasierten Lernplattformen an.

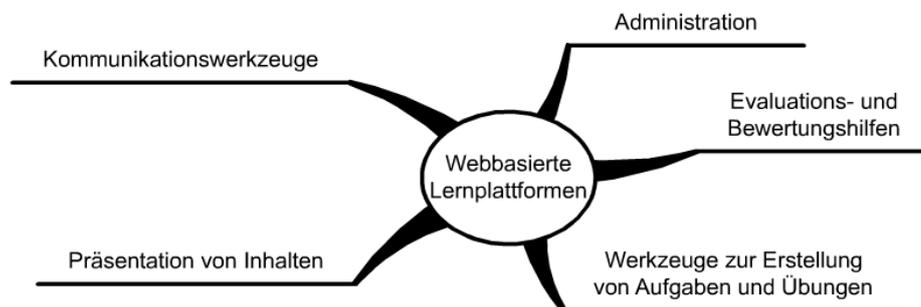


Abbildung 1: Funktionsbereiche von webbasierten Lernplattformen

Diese fünf Bereiche sind die Hauptelemente einer Lernplattform, doch auch, wenn nicht alle Funktionsbereiche abgedeckt sind, kann man von einer Lernplattform sprechen.

Besonders bei diesem Begriff klaffen die Meinungen über die Anforderungen an Lernplattformen stark auseinander. Ich entscheide mich in diesem Fall jedoch für die weitere Definition, da ich nicht alle Elemente von Schulmeister für essentiell halte.

2.5 Lernpfad

Ein Lernpfad ist eine Unterrichtseinheit, die die Lernenden im eigenen Tempo online selbstständig bearbeiten. Die Lerneinheit ist in einzelne Lernschritte untergliedert; die Lernenden dokumentieren ihren Lernzuwachs nach jedem Schritt zumeist in schriftlicher Form, indem sie ihre Arbeitsergebnisse in eigenen Worten formulieren.

[...] Alle Lernenden, die einen bestimmten Lernpfad durchlaufen, bearbeiten dieselben Stationen und können am Schluss auf vergleichbare Ergebnisse zurückgreifen.

[Bildungsserver Hessen „Lernpfad“ (20.2.2014)]

Ein Lernpfad kann also eine spezielle Form einer Lernplattform definiert werden. Wichtig dabei ist, dass es eine strengere Struktur gibt, der in großen Teilen gefolgt werden muss. Ein Lernpfad ist also nicht nur eine Sammlung von Unterrichtsmaterialien zu einem Thema, sondern eine komplette Unterrichtseinheit (die sich auch über mehrere 50-Minuten-Einheiten erstrecken kann) zu einem bestimmten Thema.

3 Theorie: Internet und andere Medien im Mathematikunterricht

3.1 Zur Einführung: Lerntheorien zum E-Learning

Die folgende Darstellung der Lerntheorien folgt einer Zusammenfassung von Michael Kerres aus seinem Buch „Mediendidaktik“ [Vgl. KERRES 2013, S. 130-150].

3.1.1 Behaviorismus

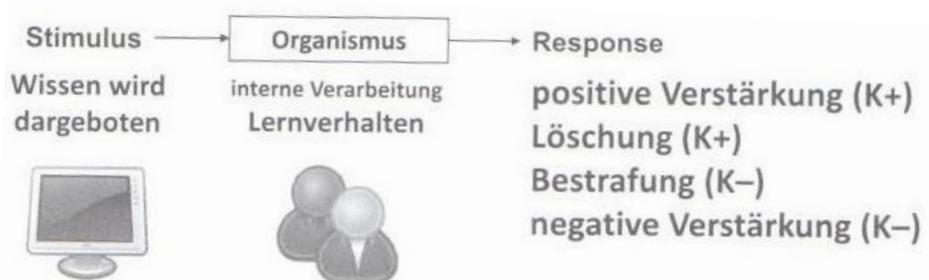


Abbildung 2: Lernen im Behaviorismus

Der Behaviorismus folgt der Annahme, dass nicht innere Prozesse für das Lernen verantwortlich sind, sondern die Konsequenzen, die auf ein gezeigtes Verhalten folgen. B. F. Skinner verbreitete und vertrat in den 1950er Jahren dieses Lernkonzept. Er beschrieb einen einfachen Mechanismus: Wenn ein bestimmtes Verhalten eine positive Konsequenz, beispielsweise Lob, hervorruft, wird dies gespeichert und in Zukunft häufiger gezeigt. Dadurch wird die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten dieser Verhaltensweise gesteigert. Dieser Vorgang wird als *Bekräftigung* oder *Verstärkung* bezeichnet.

Ruft ein Verhalten umgekehrt negative Konsequenzen hervor, wird dessen Auftreten (anfänglich) dezimiert. Eine solche Reaktion wird als *Bestrafung* bezeichnet. Experimente haben allerdings gezeigt, dass im Laufe der Zeit dieser Effekt wieder abnimmt und das Verhalten wieder auftreten kann.

Als dritte Möglichkeit kann eine Verhaltensweise ohne Konsequenzen bleiben. Auch diese (Nicht-)Reaktion hat den Effekt einer Reduktion. Man

spricht dabei von *Löschung*, da das Verhalten immer weniger oft auftritt bis es schließlich verschwindet.

Wie bereits angedeutet ist eine Verhaltensbeeinflussung mittels Bestrafung nur begrenzt möglich und erfolgreich. Aus diesem Grund werden die besten Resultate mit einer Mischung aus Verstärkung und Löschung erzielt. Nur im äußersten Notfall sollte eine Bestrafung angewendet werden.

Ein interaktives Angebot sollte aus diesem Grund anfangs nur leichte Anforderungen stellen und diese zunehmend steigern. Auf diese Weise erhält der Lernende (besonders anfangs) viel Lob, was sich positiv auf seine Motivation auswirkt. Ein regelmäßiges Prüfen des Lernfortschrittes ist dabei entscheidend, um dem System überhaupt eine Möglichkeit für eine (positive) Rückmeldung zu bieten.

Bei jeglicher Konsequenz sind einerseits der zeitliche Zusammenhang und andererseits die Einschätzung des Lernenden von großer Bedeutung. Die Konsequenz, die auf ein Verhalten folgt, sollte möglichst unmittelbar erfolgen, um den Effekt zu verstärken. Im Laufe seines Lebens lernt der Mensch jedoch auch mit Konsequenzen, die zeitlich (stark) versetzt sind, umzugehen. Wichtig dabei ist jedoch, dass der bzw. die Lernende die Konsequenz selbst als positiv (oder negativ) bewertet.

Besonders der zeitliche Zusammenhang spricht für interaktive Lehr-Lernmedien, worunter auch Lernplattformen usw. fallen. Für die Lehrperson ist es nur schwer möglich allen Schülerinnen und Schülern eine unmittelbare Reaktion auf ihre Leistungen entgegenzubringen. Der Computer kann dies leisten. Er kann sehr schnell Rückmeldung auf Leistungen des Lernenden geben – wenn diese maschinell auswertbar sind. Dies ist eben nicht bei allen Verhaltensweisen möglich, Denkprozesse können etwa auf diese Weise nicht belohnt werden (wenn das Ergebnis dessen nicht mit einem Wort oder einer Zahl benannt werden kann).

Skinner arbeitete bei seiner Forschung noch nicht mit Computern, sondern mit Lehrmaschinen. Bei diesen Lehrmaschinen ist der Stoff in kurze Einheiten gegliedert. Nach jeder kurzen Informationseinheit wird abgeprüft, ob sie richtig verstanden wurde. Wenn der Lernende die Antwort richtig beantwortet

tet, bekommt er als „Belohnung“ die nächste Frage, wenn nicht, muss er die Einheit nochmals durcharbeiten. Kerres [Vgl. KERRES 2013, S. 134] nennt drei Vorteile bei dieser Methode:

1. Der Computer ist immer in der Lage eine positive Rückmeldung zu geben und somit den Lernenden zu bekräftigen.
2. Durch die Gliederung in kleine Schritte kann jederzeit in das Programm ein- und ausgestiegen werden, um dort fortzusetzen, wo letztes Mal die Zeit aus war.
3. Durch das Arbeiten mit einer Maschine fällt der emotionale Aspekt weg. Man blamiert sich bei einer falschen Antwort nicht vor einem Lehrer oder der Klasse. Fehlerhafte Antworten werden ignoriert, indem der Abschnitt wiederholt werden muss.

Die Grundstruktur eines solchen Lernprozesses ist öfters noch (in abgewandelter Form) zu finden. Doch trotz der genannten Vorteile gerät der Ansatz oft in die Kritik. Ein Kritikpunkt ist die Monotonie, die entsteht, wenn auf diese Weise gelernt wird. Weiters wird oft kritisiert, dass die Beschäftigung mit den Inhalten nur oberflächlich stattfindet und nicht ausreichend in die Tiefe geht.

Skinner war der Meinung, dass sein Modell auf jegliche Art von Wissen angewendet werden kann. Wirklich umsetzbar ist ein solches Verfahren jedoch nur bei Faktenwissen.

3.1.2 Kognitive Ansätze



Abbildung 3: Lernen im Kognitivismus

Lernen wird als Informationsaufnahme und –speicherung betrachtet, deren Güte vor allem abhängig ist von der Art der Informationsaufbereitung und –darbietung einerseits und kognitiven Aktivitäten des Lerners andererseits. Lernen geht einher mit Veränderungen kognitiver Strukturen und Prozesse; Veränderungen des Verhaltens [...] interessieren bloß als Folgeerscheinungen interner Verarbeitungsprozesse.

[KERRES 2013, S. 137-138]

Bei den kognitiven Ansätzen liegt also der Schwerpunkt auf dem Umgang der Lernenden mit Lernangeboten. Welche kognitiven Operationen werden dazu benötigt und inwieweit tragen diese dazu bei auch Wissen anzueignen? Die Klassifikation der Lehrinhalte spielt dabei eine entscheidende Rolle, da verschiedene Arten von Inhalten auch verschiedene Lehr-Lern-Angebote benötigen und in verschiedenen Subsystemen gespeichert und verarbeitet werden. Anderson prägte mit seinen Arbeiten dabei die Unterscheidung in deklaratives und prozedurales Wissen. Deklaratives Wissen umfasst Kenntnisse, also das „Wissen über“ etwas, während Fertigkeiten, also „Wissen wie“, zu prozeduralem Wissen zählen.

Kerres [KERRES 2013, S. 138] nennt einige zentrale Fragen des Kognitivismus:

- *Welche Lernprozesse sind für die Aneignung von Wissen notwendig?*
- *Welche Voraussetzungen müssen für das Lernen gegeben sein?*

- *Welche Faktoren wirken sich auf den Aneignungsprozess günstig aus?*
- *Wie wirkt sich die Informationsdarstellung auf die Behaltensleistung aus?*
- *Welche Faktoren begünstigen die Re-Konstruktion (Erinnerung) von Wissen?*

Besonders wichtig ist dabei das Vorwissen der Lernenden. Je nach Leistungslevel werden unterschiedliche Lernangebote benötigt, um eine optimale Lernumgebung zu schaffen. Während des Unterrichts kann dabei die Lehrperson auf eventuelle Defizite oder Probleme eingehen und Methode und Tempo anpassen.

(Interaktive) Medien sind hier im Nachteil, da sie nur wenig bis gar nicht auf Probleme reagieren können. Eine zwischenzeitliche Wissenstestung, anhand derer das weitere Vorgehen (nochmalige Wiederholung versus Einführung des nächsten Kapitels) bestimmt wird, kann zwar einen Einblick in das Lernverhalten geben, doch trotzdem können beispielsweise Flüchtigkeitsfehler nicht berücksichtigt werden.

Aus diesem Grund wurden intelligente tutorielle Systeme entwickelt. Das Ziel dieser ist eine stetige Diagnose der Lernleistung während der Arbeit des Lernenden. Aufgrund dieser Diagnose erstellt das System den weiteren Lernweg.

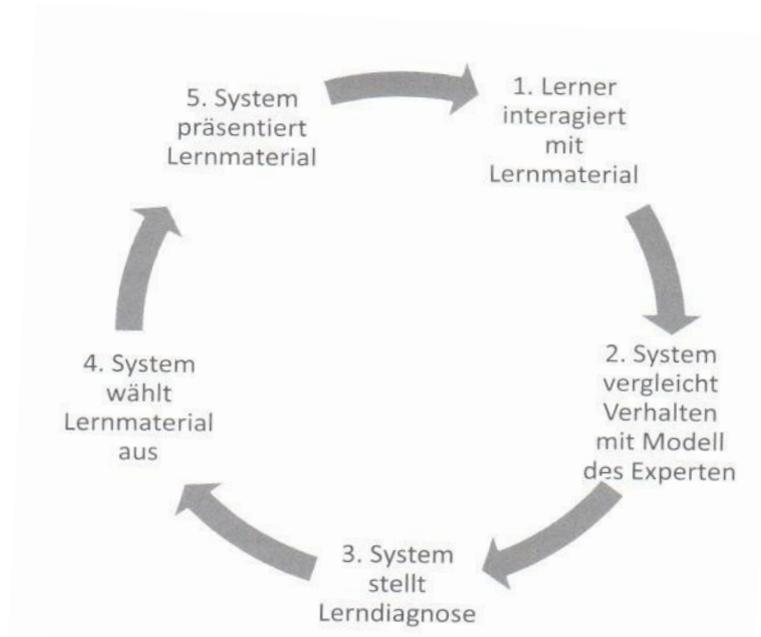


Abbildung 4: Intelligente tutorielle Systeme

Das System registriert dabei zuerst das Verhalten des Lerners (1.). Welche Fehler werden gemacht, welche Vermittlungsform wird bevorzugt? Aus diesen Informationen erstellt das System ein *Modell der Kompetenz*, das (fehlende) Wissensbestände und Fähigkeiten beinhaltet. Dieses Modell wird nun mit dem *Modell eines Experten* verglichen (2.), woraus das *Modell der Defizite* folgt. Dieses neue Modell dient nun als Grundlage für die Lerndiagnose (3.) und den weiteren Lernweg. Das System wählt geeignete Lektionen und Übungen dafür aus (4.).

Trotz dieses vielversprechenden Plans, stoßen auch solche intelligente tutorielle Systeme schnell an ihre Grenzen. Ein Rückschluss aus dem Verhalten der Lernenden beim Bearbeiten der Aufgaben auf „typische“ Fehler und Verhaltensweisen, ist oft schwer umsetzbar. Auch Flüchtigkeitsfehler können erst nach mehreren Testläufen ausgeschaltet werden. Hinzu kommt der hohe Kosten – und Zeitaufwand, der für die Erstellung eines solchen Systems nötig ist.

3.1.3 Situiertes Lernen und Konstruktivismus



Abbildung 5: Lernen im Konstruktivismus

Der Konstruktivismus kritisiert den Kognitivismus und kann nicht mit dessen Ansicht einhergehen, dass Handeln und Lernen Entscheidungs – und Verarbeitungsprozesse in einem isolierten Individuum sind, da menschliches Handeln immer in einem sozialen Kontext geschieht und innerhalb diesen Kontextes auch gesehen werden muss. Dieser Zusammenhang zwischen Handeln und Umwelt rückt den Konstruktivismus in die Nähe des Behaviorismus. Jedoch betonen die situierten Ansätze die Bedeutung der *symbolischen Interaktion*, also „das Finden, Kommunizieren und Aushandeln von Bedeutungen sowie die Suche nach Ordnungsstrukturen und Sinnhaftigkeit als grundsätzliche Merkmale menschlichen Handelns“ [KERRES 2013, S. 142]. Bedeutungen werden also nicht einfach im Gedächtnis gespeichert und in bestimmten Situationen abgerufen, sondern in jeder Situation neu konstruiert. Sie entstehen also erst in der Interaktion des Menschen mit seiner Umwelt. Handeln ist somit ein Merkmal von Interaktion.

In der Interaktion richtet die Person ihre Aufmerksamkeit auf Dinge. Sie hört auf, bloß auf äußere Stimuli zu reagieren. Die Person entwirft Pläne für Handlungen, prüft sie und probiert neue Handlungsentwürfe und Situationsdefinitionen aus. Handeln ist damit eher nicht vorhersehbar und mithilfe bestimmter Variablensätze erklärbar; es beinhaltet die Chance zu Spontanität und Kreativität, die sich in Prozessen der Interpretation und des Aushandelns symbolischer Interaktionen niederschlägt.

[KERRES 2013, S. 142-143]

Wissen ist demnach nicht in der Person gespeichert, wie der Kognitivismus vermittelt, sondern wird in jeder Situation neu konstruiert.

Eine solche Theorie wirft viele Fragen auf, zum Beispiel: „(Wie) können situierte Handlungen überhaupt durch Lehrprozesse und Medien unterstützt werden? Ist es sinnvoll, eine bestimmte didaktische Strategie anzuwenden, um jeweils kontextgebundene Lernprozesse anzuregen? Welche Bedeutung hat abstraktes Wissen und dessen Vermittlung in einem situierten Ansatz?“ [KERRES 2013, S. 144]

Durch die Theorie des situierten Lernens wurde ab den 1990er Jahren ein Umdenken in der Lerntheorie bewirkt. Lernen wurde von nun an als Konstruktionsprozess verstanden, der immer auch kulturell und situativ gebunden ist. In der Diskussion um den Bildungswert mancher Lehrinhalte wurde die *Viabilität* zum zentralen Kriterium: Wie hilfreich ist das Wissen, um Anforderungen der Lebenswelt zu bewältigen?

Kersten Reich bzw. später Reinmann und Mandl erstellten in diesem Zusammenhang fünf wichtige Thesen über das Wesen des Lernens:

- Lernen ist ein aktiver Prozess
- Lernen ist ein selbstgesteuerter Prozess
- Lernen ist ein konstruktiver Prozess
- Lernen ist ein sozialer Prozess
- Lernen ist ein emotionaler Prozess

Reinmann und Mandl entwickelten aus diesen fünf Punkten fünf zentrale Prinzipien konstruktivistischer Lernangebote:

- Mit authentischen Problemen lernen: Lernen sollte Probleme behandeln, die aus der Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler stammen und mit ihrem Leben in direktem Bezug stehen.
- In multiplen Kontexten lernen: Lernen sollte in verschiedenen Anwendungssituationen passieren, dabei Abwechslung bieten und die Schülerinnen und Schüler zum (konkreten) Problemlösen animieren.
- Unter multiplen Perspektiven lernen: Lernen sollte aus verschiedenen Perspektiven passieren, was bedeutet, dass die Lernenden ein Problem aus unterschiedlichen Rollen analysieren und lösen sollen.

- In einem sozialen Kontext lernen: Lernen sollte in Interaktion und Austausch mit Anderen geschehen.
- Mit instruktionaler Unterstützung lernen: Die Lernenden sollten unterstützt werden. Dies kann auf vielfältige Weise geschehen, zum Beispiel durch eine vorbereitete Lernumgebung, Lernmaterialien und durch die Lehrperson selbst.

3.1.4 Pragmatismus

Die Frage, die sich nach dieser Zusammenfassung der verschiedenen, scheinbar gegensätzlichen Positionen und Lerntheorien stellt, ist die, welche nun „die richtige“ sei. Darauf reagiert der Pragmatismus. Aus Sicht dessen sind die genannten Theorien nämlich keine sich ausschließenden, sondern sich ergänzende Betrachtungen.

	Behaviorismus	Kognitivismus	Konstruktivismus
Lernen geschieht durch...	Reaktionen der Umwelt	Aufbau kognitiver Strukturen	(Re-)Konstruktion von Wissen, Partizipation an kultureller Praxis
Resultat des Lernens ist...	Reiz-Reaktions-Verbindung	Abstraktes, möglichst generalisierbares Wissen (Schemata, Fertigkeiten zur Problemlösung etc.)	Kontextualisiertes, in Situationen anwendbares (viables) Wissen
Forderung an didaktisches Design...	Aufteilung der Lehrinhalte in kleinere Lehreinheiten	Anpassung des Lernmaterials an Lernvoraussetzungen bzw. -fortschritt	Einbindung in Anwendungskontexte, Authentizität, Lernmaterial, Situierung
Bevorzugte didaktische Methode...	Sequentiell aufbereitete Exposition	Exposition und Exploration	Exploration, Projektmethode, Kooperation
Kontrolle des Lernweges	Fremdsteuerung	Fremd- und Selbststeuerung in Abhängigkeit von Lernfortschritt	Selbststeuerung
Kontrolle des Lernerfolgs	Regelmäßig mit jedem Lernschritt, zwingend für die Anpassung des Lernangebots	Regelmäßig nach einer sinnhaften Lerneinheit, möglichst eingebettet in Lernaufgaben	Zur Eigendiagnose, anwendungsnahe Übungsaufgaben, zur Sicherung von Transfer

Rolle des Mediums	Steuerung und Regelung des Lernprozesses	Präsentation von Wissen, Interaktivität und Adaptivität	Angebote für (gemeinsame) Aktivitäten der Konstruktion
-------------------	--	---	--

[KERRES 2013, S. 147]

Betrachtet man diese Tabelle kann man sagen, dass sich die Positionen nicht wirklich ausschließen, sondern nur das Lernen mit einem unterschiedlichen Fokus beleuchten. Es gibt in diesem Fall kein „Richtig“ oder „Falsch“. Dieses Denken in Relationen, das dem Pragmatismus zugrunde liegt, geht - unter anderem - auf die Arbeiten von John Dewey zurück.

Laut Dewey basiert das Lernen auf Erfahrungen, die der Mensch in der handelnden Auseinandersetzung mit der Umwelt macht. Dabei werden die folgenden Stufen durchlaufen:

- *Die Person begegnet einer Schwierigkeit.*
- *Die Person analysiert das Problem.*
- *Die Person entwirft mögliche Lösungen.*
- *Die Person prüft Lösungsalternativen.*
- *Die Person reflektiert ihr Vorgehen.*

[KERRES 2013, S. 149]

Der Prozess der Erfahrung steht dabei im Mittelpunkt der Bildung. Selbstverständlich wird nicht jedes (private) Erlebnis zu einer „bildenden Erfahrung“. Der Prozess der Erfahrung meint, dass dazu etwas Erlebtes auch reflektiert, auf das eigene Handeln und auf die eigene Person bezogen werden muss. Diese Erfahrungen stehen nicht still, sondern bewegen sich in einem Raum der Erfahrungen, wo sie immer wieder neu geordnet und aufeinander bezogen werden. Kerres resümiert somit: „Lernen meint dem, was um uns und in uns passiert, Bedeutung zu geben“ [KERRES 2013, S. 149].

Der Pragmatismus lehnt zudem das Denken in Gegensätzen ab. Beziehungen müssen zwischen den Positionen gefunden werden. Eine Ablehnung

und Verweigerung scheint auch daher wenig zielführend, da beispielsweise die Konditionierung existiert – egal, ob man ihr ablehnend gegenübersteht oder nicht. Wie schon erwähnt, liegt die Konzentration nur auf verschiedenen Ausschnitten des Lernprozesses.

Der Pragmatismus sieht alle Positionen nur als vorläufig und bewertet diese nach ihrer Nützlichkeit. Welchen Beitrag kann diese oder jene Theorie zur Lösung eines Problems beitragen?

Theorien sind, wie John Dewey dies prägnant formulierte, Werkzeuge. Wie im Falle aller Werkzeuge liegt ihr Wert nicht in ihnen selbst, sondern in ihrer Fähigkeit zu arbeiten, die sich in den Konsequenzen ihres Gebrauchs zeigt. [KERRES 2013, S. 151]

Ein didaktisches Design sollte also auch möglichst viele Aspekte aufgreifen und diese zusammenführen. Zudem sind die didaktischen Entscheidungen ohnehin stark von den Lernzielen, den Lernenden, etc. abhängig.

3.1.5 Fazit

Wie bei allen didaktischen Entscheidungen, gibt es auch für die Gestaltung von Lehr-Lernarrangements im Internet keinen „Masterplan“. Es wurden aber drei bzw. vier mögliche Sichtweisen dargestellt, die verschiedene Aspekte angeführt haben, die besonders zu beachten sind. Im Sinne des Pragmatismus konzentriere ich mich nicht auf die Gegensätze, sondern auf den Nutzen, den ich aus den angeführten Lerntheorien ziehen kann.

Aus dem Behaviorismus ist mitzunehmen, dass eine regelmäßige Kontrolle des Erlernten wichtig ist und sich positiv auf die Motivation der Schülerinnen und Schüler auswirken lässt. Manchmal ist selbst eine negative Rückmeldung unvermeidlich, um die Lernenden dazu zu animieren sich mit dem Lerninhalt nochmals zu beschäftigen, wenn dies das Lernarrangement nicht selbständig vorschlägt bei einer negativen Rückmeldung.

Die kognitiven Ansätze betonen, dass es unterschiedliche Wissensarten gibt, die auch verschiedene Arten der Vermittlung benötigen. Deklaratives Wissen, also etwa Formeln, Definitionen, Begriffe, erfordern eine andere Lernumgebung als prozedurales Wissen, also etwa das Lösen von Wahrscheinlichkeitsproblemen.

Auch die Adaptivität der Lernmaterialien ist ein wichtiger Punkt des Kognitivismus, dem bei der Gestaltung Rechnung getragen werden sollte. Wenn auch die Erstellung eines kleinen tutoriellen Systems die Möglichkeiten übersteigt, ist es zumindest wichtig, dass auf das Vorwissen der Schülerinnen und Schüler eingegangen wird oder verschiedene Möglichkeiten geboten werden, je nach Niveau und Lerntyp.

Aus dem Konstruktivismus sind besonders die fünf Prinzipien zur Gestaltung von Lernangeboten hervorzuheben. Diese gelten zwar nicht nur für das E-Learning, sondern für das gesamte Unterrichtsgeschehen, allerdings sollten wir auf solch „alltägliche“ Dinge nicht vergessen. Auch bzw. besonders beim Lernen im Internet sollte der soziale Aspekt nicht vergessen werden. Lernen via Internet heißt nicht, dass jeder Schüler und jede Schülerin alleine vor dem Computer sitzt und die Aufgaben für sich löst. Ein Austausch im Klassenzimmer oder in einem Onlineforum stellt eine wichtige

Ergänzung dar. Auch auf Unterstützung darf bei dieser Art des Lernens nicht vergessen werden. Es ist zwar schwieriger zu bewerkstelligen, da keine Lehrperson permanent anwesend ist, um Fragen zu beantworten, aber trotzdem dürfen die Lernenden nicht mit ihren Problemen alleine gelassen werden. Hilfetools, Fragestunden in der Schule, eine Hilfe per E-Mail oder ein Forum für Probleme bieten hier verschiedene Möglichkeiten.

Der Pragmatismus wurde schon oben behandelt und lehrt uns schließlich eine Verbindung der verschiedenen Ansätze.

3.2 Zur Umsetzung: Das Internet im Mathematikunterricht

Während Lehrplan und Medien die Bedeutung des Internets im (Mathematik-) Unterricht stark betont, gibt es noch immer kritische Stimmen zu diesem Thema. Weigand und Weth zitieren dazu von Hentig und Stoll. So schätzt etwa von Hentig „einen Zoo für eine Schule hilfreicher als einen Computerraum“ [WEIGAND / WETH 2002, S. 245] ein und auch der Computerexperte – und Kritiker Stoll sieht keinen Platz für den Computer im Klassenraum, „da der Mangel an kritischem Denken und an Fähigkeiten zur Kommunikation durch noch so viel Surfen im Internet nicht behoben werden könne“ [WEIGAND / WETH 2002, S. 245].

Die Haltung gegenüber dem Computer hat sich allerdings in den letzten Jahren und Jahrzehnten verändert und die Potentiale dieses Mediums wurden erkannt. Trotzdem gibt es noch immer kritische Stimmen zum Einsatz des Computers im Unterricht, die Gründe haben sich jedoch (teilweise) verändert. Heute wird als Argument eher eine immer weitere Verbreitung einer Computersucht oder Handysucht bei Jugendlichen genannt, die nicht auch noch durch den Einsatz des Computers in der Schule verstärkt werden soll.

Trotzdem dürfen die Möglichkeiten des Computers nicht ungenutzt bleiben. Der Einsatz dieses Mediums kann in vielfältiger Weise den Unterricht, in Mathematik und auch in den meisten anderen Unterrichtsgegenständen, bereichern und das Verständnis der Lernenden fördern. Bedingt durch die Vielfalt des Internets lassen sich dabei verschiedene Funktionen unterscheiden, die im Folgenden beschrieben werden [Vgl. WEIGAND / WETH 2002, S. 245-254].

3.2.1 Das Internet als Nachschlagewerk

Die Basis für eine sinnvolle Internetrecherche ist eine präzise Fragestellung bzw. die Fähigkeit der Schülerinnen und Schüler diese herauszufiltern. Den Inhalt einer solchen Recherche können Definitionen, Informationen zum Leben berühmter Mathematiker, reale Daten, die im Unterricht verarbeitet

werden (zum Beispiel Handytarife, Bevölkerungsdaten, Börsenkurse, usw.) oder Erklärungen, Erläuterungen und Beispiele zu Lehrsätzen, darstellen. Die Schülerinnen und Schüler sind dabei gefordert Diagramme und Schaubilder zu analysieren und relevante Informationen von Überflüssigem zu trennen. Das Internet kann in diesem Fall eine mehr komfortable und aktuellere Ergänzung von Lexika und Nachschlagewerken darstellen. Eine Herausforderung bei der Verwendung ist eben sich nicht von der Informationsflut überrollen zu lassen und dabei verlässliche und richtige Daten herauszufiltern. Je nach Alter und Erfahrung kann dabei die Lehrperson mit einer Vorauswahl von „guten“ Websites behilflich sein. „Gut“ heißt in diesem Fall einerseits mit korrekten Informationen und andererseits dem Niveau der Lernenden angepasst.

3.2.2 Das Internet als Quelle für Unterrichtsmaterialien

Dieser Anwendungsbereich könnte unter dem Titel „In 0,11 Sekunden von 0 auf 57 700“ stehen, denn so viele Ergebnisse werden gefunden, wenn man „Wahrscheinlichkeitsrechnung Übungen“ eingibt. Selbstverständlich sind nicht alle vorgeschlagenen Seiten brauchbar, aber dieser Versuch zeigt, dass das Angebot trotzdem sehr groß ist. Es gibt viele Seiten (siehe Links im Anhang), die Arbeitsblätter, Stundenentwürfe, Trainingsprogramme und Onlineübungen für Lehrpersonen zur Verfügung stellen. Solche Dienste können eine große Erleichterung für Lehrerinnen und Lehrer bei der Vorbereitung darstellen, auch wenn manches vielleicht noch überarbeitet werden muss.

Auch für Schülerinnen und Schüler können solche Seiten sehr hilfreich sein, wenn sie beispielsweise ein Referat vorbereiten sollen, selbständig Üben wollen oder zusätzliche Erklärungen und Erläuterungen beim Lösen von Hausaufgaben benötigen.

3.2.3 Das Internet als Demonstrationsmedium

Zusätzlich zur Funktion als Werkzeug in der Hand des Schülers dient das Internet auch zur Demonstration in den Händen der Lehrerin. Die Möglichkeiten sind weitreichend. Weigand und Weth nennen unter anderem die Auflistung von Primzahlen, die Darbietung von diskreten Verteilungen, abbildungsgeometrische Beweise, die Entstehung von Bildern von M. C. Escher und die Visualisierung von stochastischen Inhalten.

In diesem Bereich ist man als Lehrperson meist auf bereits vorhandene Applets und Homepages aus dem Internet angewiesen, da eine selbständige Erstellung sowohl den Zeitaufwand, als auch das Können meistens übersteigen würde.

Die Schülerinnen und Schüler sind in diesem Falle jedoch nicht selbständig aktiv und können nicht ausprobieren, wie es möglich wäre, wenn sie selbst am Computer sitzen würden. Wichtig ist dabei in jedem Fall, dass die Lernenden noch die mathematischen Prozesse nachvollziehen können, die somit manchmal nur noch im Hintergrund ablaufen, worum es aber eigentlich geht.

Der Vorteil bei der Demonstration durch die Lehrperson ist die Möglichkeit das Tempo selbständig zu steuern. Es können gezielt Pausen eingelegt werden, die den Schülerinnen und Schülern Zeit zum Nachdenken lassen, bevor das Ergebnis zu sehen ist.

Ob solche Applets, Simulationen etc. nun als Werkzeug für den Schüler oder als Demonstration in den Händen der Lehrerin genützt werden (sollen), liegt bei der Lehrperson und den intendierten Unterrichtszielen.

3.2.4 Das Internet als Kommunikationsmedium

Die Verbreitung des Internets hat die wissenschaftliche Welt verändert. Resultate können schneller übermittelt und empfangen werden, Forschungen werden oft schon vor dem Druck im Internet veröffentlicht, Datenbanken können auf dem aktuellen Stand gehalten werden. Auch wenn dadurch der

alte Spruch „Gut Ding braucht Weile“ übergangen wird, ist es nicht abstreitbar, dass Sprache und Kommunikation (auch) in der Mathematik an Bedeutung gewonnen haben. Maier und Schweiger schreiben in „Mathematik und Sprache“ der Sprache eine besondere Rolle bei der Begriffsentwicklung, beim Textverstehen und beim Problemlösen im Mathematikunterricht zu. Sie sprechen sich vor allem dafür aus, dass die Schülerinnen und Schüler auch selber sprachlich aktiv werden.

Die Notwendigkeit, mathematische Sachverhalte sprachlich, insbesondere schriftlich darzustellen, regt die Schüler an, sich diese in besonderer Weise bewusst zu machen, sie zu analysieren und verstehend zu durchdringen. Dies gilt für sprachliche Darstellung allgemein, für textliche Eigenproduktionen im besonderen. Denn der Text gibt den Studenten die Möglichkeit, ihr Denken und die Entwicklung ihrer Ideen zu dokumentieren.

[WEIGAND / WETH 2002, S. 248]

Weigand und Werth unterscheiden in der schriftlichen Schüler/Lehrerkommunikation drei verschiedene Arten, nämlich Appelle, Dialoge und Diskussionen. Während Appelle nur von einem Einzelnen ausgehen (Schüler oder Lehrer) und meist Informationen, Ergänzungen oder Erläuterungen beinhalten, werden Dialoge zwischen zwei Schülern oder zwischen Lehrer und Schüler geführt. Hierbei werden fachliche Fragen ausgetauscht. Die Hemmschwelle ist laut Studien in einem solchen Setting geringer als bei persönlichen Gesprächen.

Diskussionen finden wiederum in einer Gruppe, in einem sogenannten Diskussionsforum, statt. Hierbei sind allerdings nur „Live“-Veranstaltungen sinnvoll, da ansonsten die Diskussionen verebben.

Für die Lehrperson können Diskussionsforen und E-Mails eine gute Möglichkeit für schnelle Rückmeldungen sein.

Die Kommunikation soll durch das Internet augenscheinlich verstärkt werden, sei es bei Lehrenden oder Lernenden untereinander oder zwischen den beiden Gruppen. Auch eine Kommunikation über die eigenen Schul-

grenzen hinaus, kann sinnvoll sein. Ein Versuch in diese Richtung stellt etwa die Initiative „SchulWeb“ des Deutschen Bildungsservers dar, der versucht deutschsprachige Schulen zu vernetzen.

3.2.5 Das Internet als Tutor und Lernsystem

Wird an das Internet gedacht, dann assoziiert man meistens nicht sofort ein Lernmedium damit, denn das ist das Internet auch nicht. Es gibt (noch) nicht zu allen Themen strukturierte Lernpfade, die eine selbständige Aneignung möglich machen. Trotzdem gibt es eine Vielzahl an Hilfen zu Hausaufgaben, Tests, Spielen und an Foren, in denen jeder seine Fragen stellen darf.

3.2.6 Das Internet als Katalysator für Projektarbeit

Projektarbeit gilt als innovativ (im Gegensatz zum Frontalunterricht) und ist meist bei Schülerinnen und Schülern gern gesehen, da es Abwechslung in den Unterricht bringt. Das Internet kann nun auch als Katalysator für Projektarbeiten dienen.

Weigand und Werth beschreiben dies an dem internetgestützten Projekt „Mathematik rund ums Ei“. Hierbei ist das Ei der Ausgangspunkt für viele mathematische Fragestellungen, wie etwa Berechnung von Volumen und Oberfläche des Eies, Symmetrien des Eies oder die mathematische Beschreibung der Eikurve, aber auch für fächerübergreifende Themen. Mithilfe dieses Projekts und immer ausgehend vom Ei sollen somit mathematische Begriffsbildungen angeregt, wiederholt und in einer Anwendungssituation weiterentwickelt werden.

Die erstellten Seiten waren dabei nur als ein kleiner Teil des Internets gedacht, die das Interesse wecken und wiederum auf andere Seiten verweisen sollten. Das Projekt war dabei in einzelne Module gegliedert, die einen Anstoß für weitere Recherchen geben sollten. Dabei war es möglich jedes

Modul sowohl als Einstieg, als auch zur Wiederholung oder zur Übung zu verwenden, was die Flexibilität erhöhte. Weiters konnten die Fragestellungen sowohl alleine, als auch kooperativ, also mit einem Partner oder einer Gruppe oder ein der gesamten Klasse durchgeführt und besprochen werden. Durch die Offenheit des Systems war es auch für die Schülerinnen und Schüler möglich eigene Bausteine hinzuzufügen. Das Arbeiten fand auch interaktiv statt und animierte ebenso zu Aktivitäten, die ohne den Computer durchzuführen waren.

3.2.7 Das Internet als Veröffentlichungsmedium

Das Internet bietet durch seinen öffentlichen Zugang allen Menschen die Möglichkeit auch selbst Texte und Websites zu veröffentlichen. Dies gilt somit auch für Schülerinnen und Schüler. Man kann dabei zwischen einer lokal geschützten und globalen Verbreitung unterscheiden. Während eine globale Verbreitung, die oft mit der Erstellung einer eigenen Website verbunden ist, sehr zeitaufwändig ist, ist eine lokal geschützte Verbreitung zu präferieren. Dabei befinden sich die Schülerinnen und Schüler in einer vertrauten Atmosphäre, ähnlich wie im Klassenzimmer oder in Form einer Projektgruppe und können sich auf diese Weise austauschen.

3.2.8 Das Internet als Unterrichtsmedium

Die letzte Funktion stellt für mich die wichtigste für meine Diplomarbeit dar und wird auch im Weiteren die Arbeit bestimmen. Weigand und Wert führen fünf Forderungen für das Internet als Unterrichtsmedium an. Es soll

- *Neue und sinnvolle methodische Aspekte öffnen;*
- *Fächerübergreifende und tragfähige Ansätze ermöglichen;*
- *Aktualität, Authentizität und Wirklichkeitsnähe herbeiführen;*

- *Schüler aktiver und verantwortlicher am Unterrichtsgeschehen beteiligen;*
- *Zur Fähigkeit beitragen, dass Schüler sich selbständig in einer Informationsvielfalt zurechtfinden.*

[WEIGAND / WETH 2002, S. 253]

Weiters sollen noch vier Punkte beachtet werden, die für die Qualität des Lernerfolges wichtig sind.

Der erste Punkt ist die Entschleunigung des Lernens mit dem Internet. Den Schülerinnen und Schülern muss vermittelt werden, dass Lernen mit dem Internet kein schnelles Lernen ist, sondern dass sinnvolles Lernen Zeit benötigt.

Der zweite Punkt betrifft die unendlichen Weiten des Internets. Die Lernenden sind dabei in Gefahr sich davon zu leicht ablenken zu lassen und sich darin zu verirren. Eine Beschränkung auf bestimmte Websites könnte dabei hilfreich sein.

Als dritten Punkt wird die Fähigkeit Fragen zu stellen genannt. Wie schon oben erwähnt sind klare Fragestellungen und dafür oft bereits ein Grundwissen nötig, um sich zurechtzufinden.

Der vierte und letzte Punkt betrifft die Sozialformen. Die Lehrperson steht vor der Herausforderung, dass Phasen in Einzel – oder Gruppenarbeit oft mit dem Unterricht mit der ganzen Klassen abwechseln. Es werden etwa Informationen selbständig gesammelt und anschließend gemeinsam besprochen und verglichen.

3.3 Zur Bewertung: Kriterien für eine gute Homepage

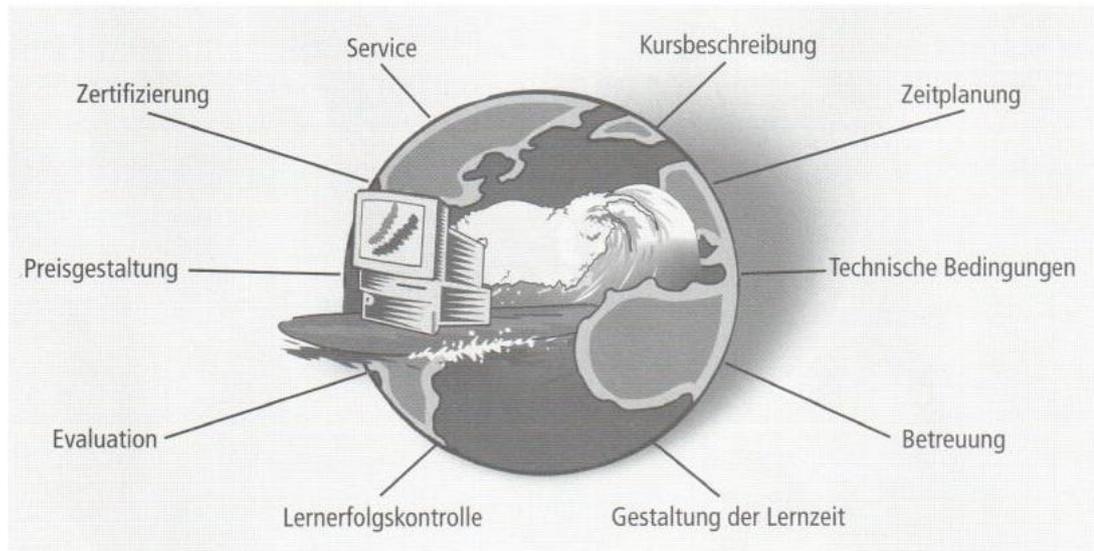


Abbildung 6: Beurteilung von Online-Lehrangeboten

Weigand und Weith nennen bereits einige Punkte, die (ihrer Meinung) bei der Erstellung von Lernwebsites beachtet werden müssen. Vorab ist dabei jedoch festzuhalten, dass es nicht die (vier, fünf, sechs, etc.) Kriterien gibt, die für eine Lernwebsite unausweichlich sind. In den letzten Jahren wurde viel geforscht, allerdings entstanden dadurch auch viele verschiedene Ansätze, die sich teilweise widersprechen.

3.3.1 Kriterien nach Bartel et al.

Zur Beurteilung von Lernsoftware und zum Erstellen von Kriterien dafür geben Karin Bartel u.a. einige Tipps in ihrem Werk „Neues Lernen mit neuen Medien?“ [Vgl. BARTEL 2003, S. 45-46]. Ich möchte diese kurz ausführen und werde bei meiner Bewertung auch versuchen sie zu berücksichtigen (aufgrund einer Selektion der angeführten Tipps, ergeben sich Sprünge in der Nummerierung, die dem Original folgt).

Tipp 1: Eigene Kriterien entwickeln! Fragestellung: Was ist für die Arbeit relevant?

Aufgrund des großen Spektrums an Literatur, das sich diesem Thema wid-

met, gibt es auch bereits viele fertige Kriterienkataloge. Einen dieser Kataloge jedoch eins zu eins zu übernehmen, scheint wenig sinnvoll, da für die eigene Praxis selten alle Punkte relevant sind.

Tipp 2: Weniger ist mehr!

Es ist unmöglich jedes Detail zu behandeln und zu bewerten – meist ist dies auch unnötig. Aus diesem Grund sollte ein Kriterienkatalog nicht mehrere Seiten haben, da ansonsten der Zeitaufwand explodiert und die Sinnhaftigkeit in Frage gestellt wird.

Tipp 4: Kriterien können unterschiedlich wirksam sein!

Es ist wichtig vorher Lernziele und Zielgruppe zu definieren. Verändert man diese Faktoren, kann eine neue Beurteilung nötig sein. Das bedeutet, dass eine Lernplattform bei einer schlechten Bewertung nicht automatisch schlecht sein muss, sondern eventuell nur auf eine andere Zielgruppe ausgelegt ist.

Tipp 5: Harte Kriterien – Weiche Kriterien!

Wenige Angebote aus dem Internet können zu hundert Prozent überzeugen. Ein kreativer Umgang mit den Materialien ist hier ratsam. Welche Teile können trotzdem genutzt werden? Welche Mittel kann ich noch zur Verfügung stellen, um das Angebot für meinen Unterricht brauchbar zu machen? Fachliche Fehler hingegen sollten strenger beurteilt werden und können auch als Ausscheidungskriterium dienen.

Bei gestalterischen Elementen wie Farbe, etc. sollte man vorsichtig sein. Eine (persönliche!) Beurteilung ist zwar legitim, allerdings mit dem Bewusstsein, dass dieses Empfinden subjektiv ist.

Im Anschluss befindet sich ein sehr umfangreicher Kriterienkatalog, der sich komplett im Anhang befindet. Einen kurzen Ausschnitt, um die Gestaltung des Kriterienkatalogs zu veranschaulichen, habe ich auch auf der nächsten Seite abgedruckt. Ob dieser Katalog den Tipp Nr. 2: „Weniger ist mehr!“ noch folgt, sei dahingestellt.

Theorie: Internet und andere Medien im Mathematikunterricht

Fragestellung	Was kann das heißen?
Wie sieht die Kursbeschreibung aus?	<ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Gibt es eine ausführliche Beschreibung des Angebotes? <input type="checkbox"/> Ist das Angebot modular aufgebaut? <input type="checkbox"/> Wird der Anteil des Selbstlernens genannt? <input type="checkbox"/> Gibt es Präsenzangebote, wenn ja wie verbindlich sind sie? <input type="checkbox"/> Wird das Methodenangebot beschrieben? (Wichtig! Die Vermittlung fachlicher Inhalte durch praxisnahe Fallbeispiele!) <input type="checkbox"/> Welche Medienangebote gibt es (Lernsoftware, Video, ...)? <input type="checkbox"/> Steht schriftliches Zusatzmaterial zur Verfügung? <input type="checkbox"/> Wird die Zielgruppe detailliert beschrieben? <input type="checkbox"/> Sind die notwendigen Vorkenntnisse genannt? <input type="checkbox"/> Gibt es einen Einstiegstest? <input type="checkbox"/> Gibt es Referenzen?
Wie sehen die technischen Bedingungen aus?	<ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Gibt es eine genaue Beschreibung der technischen Voraussetzungen für eine Teilnahme? <input type="checkbox"/> Gibt es eine Hilfestellung/Beratung vor der Teilnahme? <input type="checkbox"/> Gibt es eine Hotline für die Dauer der Teilnahme?
Gibt es Aussagen zur Zeitplanung?	<ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Welchen Umfang wird die voraussichtliche Lerndauer/Bearbeitungsdauer haben? <input type="checkbox"/> Gibt es jederzeit freien Zugang zum Online-Angebot oder gibt es Einschränkungen? <input type="checkbox"/> Wie flexibel kann die individuelle Zeitplanung erfolgen?
Gibt es eine Betreuung?	<ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Gibt es ► Tutor/innen, die zur Verfügung stehen? <input type="checkbox"/> Wann oder wie häufig stehen sie zur Verfügung (zeitnahe Rückmeldung)? <input type="checkbox"/> Gibt es eine individuelle Betreuung? <input type="checkbox"/> Haben sie die einschlägige fachliche Kompetenz? <input type="checkbox"/> Wird eine Lernberatung angeboten?
Wie sieht die Gestaltung gemeinsamer Lernzeiten aus?	<ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Welche Formen des Austausches/gemeinsamen Lernens werden angeboten? <ul style="list-style-type: none"> – Diskussionsforum – Chat – ... <input type="checkbox"/> Wie werden sie vermittelt? (Wird z.B. ein Chat auf Zufallsbasis angeboten oder zielgerichtet, inkl. Terminverabredung und Benennung der Besonderheiten eines Chats?)
Werden Lernerfolgskontrollen angeboten?	<ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Wie häufig erfolgen sie? <input type="checkbox"/> In welcher Form erfolgen sie? (Test alleine oder in der Gruppe, Planspiele, Gespräch, schriftliche Erarbeitung von Themen, E-Mail-Austausch ...)

[BARTEL 2003, S. 49]

3.3.2 Kriterien nach Staiger

In Deutschland wurde im Rahmen des Modellversuches SEMIK (Systematische Einbeziehung von Medien, Informations – und Kommunikationstechnologien in Lehr – und Lernprozesse) das Projekt „Didaktisch optimierter Einsatz Neuer Medien“ auf dem Gebiet der Naturwissenschaften durchgeführt. Die Basis für das Projekt bildeten die Ergebnisse der TIMSS-Studie, bei der die deutschen Schülerinnen und Schüler sich durch einen Mangel an Verständnis, Lernmotivation und Interesse an den naturwissenschaftlichen Inhalten auszeichneten. In den Jahren von 1998 bis 2003 erstellten die Projektteilnehmer, anhand von Unterrichtserfahrungen und Softwarebeurteilungen, Kriterien und Fragen, die bei der Gestaltung von Unterrichtseinheiten behilflich sein sollen.

Sechs Fragen des Leitfadens zur didaktisch optimierten Nutzung Neuer Medien

- 1) *Bestehen bei Einsatz der Software Vorteile gegenüber traditionellen Unterrichtsmethoden? Welche zentralen Aspekte des Unterrichtsthemas könnten mit Computern besser vermittelt werden?*
- 2) *Ist die Lernsoftware dem Wissensstand und den Fähigkeiten der Zielgruppe angemessen? Welche Wissensvoraussetzungen sind beim Einsatz zu berücksichtigen?*
- 3) *An welcher Stelle des Unterrichtsgeschehens könnte das Tool sinnvoll verwendet werden (z.B. Einführung in das Thema, selbständige Wiederholung oder selbständiges Lernen)?*
- 4) *Welche (Lern-)Ziele sind mit dem Software-Einsatz verbunden (z.B. Aufbau von Verständniswissen oder Wissenssicherung)?*
- 5) *Bieten die Programme für ein individuelles und selbstgesteuertes Lernen genügend Hilfestellung?*
- 6) *Inwieweit werden Merkmale problemorientierter Lernumgebungen berücksichtigt (z.B. authentische Kontexte, multiple Perspektiven)?*

[STAIGER 2003, S. 230]

Die erste Frage zielt auf den Mehrwert ab, der durch den Computereinsatz erzielt werden kann. Die Frage nach der grundsätzlichen Sinnhaftigkeit schwingt hier mit. Denn ohne Mehrwert, ist der oft zusätzliche Aufwand nicht nötig.

Frage zwei behandelt eventuelle Diskrepanzen zwischen dem Niveau der (Online-)Materialien und dem Niveau der Schülerinnen und Schüler. Durch die nur beschränkte Einflussnahme der Lehrkraft auf die Websites und Lernprogramme, die bereits fertig und somit unveränderbar im Internet zu finden sind, kann es zu Problemen kommen. Ein weiterer Punkt, der hier angeschnitten wird, sind die Fähigkeiten der Lernenden am Computer und die Erfahrungen im Umgang mit dem Internet. Vom Alter und somit von der Schulstufe abhängig, sind auf diesem Gebiet die Schülerinnen und Schüler manchmal der Lehrkraft (weit) voraus.

Frage drei, die Frage nach dem Zeitpunkt des Einsatzes, hängt stark mit dem Umfang der Onlinematerialien zusammen. Ein einzelnes Tool zur Veranschaulichung kann zu unterschiedlichen Zeitpunkten auch unterschiedliche Wirkungen erzielen, außerdem abhängig von der Zielgruppe. Wichtig bei der Beurteilung einer Software sind selbstverständlich auch die Lernziele, denen Frage vier gewidmet ist.

Die letzten beiden Fragen sind wichtig für ein eigenständiges und selbstgesteuertes Arbeiten. Hilfe zur Selbsthilfe, Denkanstöße bei „Hängern“, etc. sind für ein solches Arbeiten nötig.

Mit diesen Fragen nach Mehrwert, Voraussetzungen, Zeitpunkt, Lernzielen und Unterstützung für eigenständiges Arbeiten sind somit die wichtigsten Punkte für die Entwicklung von Unterrichtskonzepten abgedeckt und liefern gute Anhaltspunkte.

Staiger kritisiert noch Kleinigkeiten, etwa die Fragestellung von Nummer drei, die die Möglichkeit vernachlässigt, dass der Computer und das Internet, z.B. bei kompletten Lernpfaden oder Lernwebsites, auch als Leitmedium dienen kann und nicht nur für zwischendurch zu gebrauchen ist. Die mangelnde Berücksichtigung der Medienkompetenz wird auch kritisiert, die

meiner Meinung allerdings in Frage Nummer eins mitschwingt, wenn auch nicht explizit formuliert wurde.

3.3.3 Kriterien nach Weigand und Weth

Weigand und Weth führen in ihrem Werk „Computer im Mathematikunterricht“ acht Kriterien an, die ihrer Meinung für eine Beurteilung von Lernsoftware wichtig sind. Diese acht Kriterien sind:

1. *Stabilität und Funktionstüchtigkeit*
2. *Preis*
3. *Gesamtumfang der Software*
4. *Aufbau; Schülermotivation*
5. *Handhabbarkeit des Programms*
6. *Vollständigkeit der Inhalte*
7. *Fachliche Eignung und Richtigkeit; Fachliche Defizite*
8. *Umgang mit Falsch-Eingaben der Schüler*

[WEIGAND / WETH 2002, S. 241]

Vergleicht man diese acht Punkte mit den sechs Fragen von Staiger, ist zu erkennen, dass sie sich nur sehr wenig überschneiden und in verschiedene Richtungen zielen. Während bei Staiger die didaktischen Merkmale wie Lernziele, Zeitpunkt im Unterricht, Voraussetzungen bei den Schülerinnen und Schülern für die Bewertung relevant sind, sind es bei Weigand und Werth eher praktische Dinge wie Preis, Stabilität, fachliche Richtigkeit, etc.

3.3.4 Kriterien nach Laky

Laky führt in seiner (schon oben erwähnten) Diplomarbeit „Usability“ als Kriterium an. Als direkte Übersetzung von Usability erhält man die Wörter Brauchbarkeit oder Verwendbarkeit. Der (Online-)Duden schlägt als Synonyme „Benutzbarkeit“ oder „Benutzerfreundlichkeit“ vor. Auch „Gebrauchs-

tauglichkeit“ wird im Zusammenhang mit Usability immer wieder erwähnt. Laky wählt folgende Definition:

Das Ausmaß in dem ein Produkt durch bestimmte Benutzer in einem bestimmten Nutzungskontext genutzt werden kann, um bestimmte Ziele effektiv, effizient und zufriedenstellend zu erreichen.

[LAKY 2006, S. 8]

Zusätzlich nennt er die folgenden „Unterziele“:

Effektivität: *die Genauigkeit und Vollständigkeit, mit welcher Benutzer ein bestimmtes Ziel erreichen*

Effizienz: *Verhältnis der Genauigkeit und Vollständigkeit vom eingesetzten Aufwand, mit dem Benutzer ein bestimmtes Ziel erreichen*

Zufriedenheit: *Freiheit von Beeinträchtigung und positive Einstellungen gegenüber der Benutzung des Produkts*

[LAKY 2006, S. 9]

Fasst man diese Definitionen also zusammen, kann ein Produkt bzw. eine Website als „gebrauchstauglich“ oder „benutzerfreundlich“ bezeichnet werden, wenn der Benutzer oder die Benutzerin die eigenen Ziele effektiv, effizient und zufriedenstellend erreichen kann.

Um eine valide Beurteilung zu erzielen, zieht Lamy den „Web Usability Index“ zu Rate. Insgesamt 136 Fragen beurteilen dabei Merkmale aus den Kategorien:

- *Navigation und Orientierung*
- *Interaktion und Informationsaustausch*
- *Aktualität und Qualität*
- *Informations – und Textdesign*
- *Auffindbarkeit und Zugänglichkeit*

[LAKY 2006, S. 20]

Auch ohne die 136 Fragen liefern die fünf Kategorien bereits einen guten Anhaltspunkt für eine weitere Möglichkeit Lernplattformen zu beurteilen. Beim Vergleich mit den bereits vorgestellten Bewertungsmöglichkeiten fin-

den sich wiederum Überschneidungen, aber ebenso neue Details, die berücksichtigt werden können / sollen.

3.3.5 Kriterien nach Reichel

Zum Abschluss möchte ich noch eine etwas ältere Arbeit (aus dem Jahr 1995) von Prof. Reichel zitieren. Er diagnostizierte schon vor nun beinahe 20 Jahren den Mangel an einem Katalog zur Bewertung von Unterrichtsoftware. Besonders wichtig war ihm dabei, dass besonders die didaktischen Gesichtspunkte nicht außer Acht gelassen werden. Er führt eine ganze Reihe an Kriterien an, erhebt dabei jedoch keinesfalls den Anspruch auf Vollständigkeit:

- Ist die mathematische Substanz inhaltlich relevant?
- Werden außermathematische Aspekte berücksichtigt?
- Ist das Thema auch ohne Computer für die Mathematik relevant?
- Wie steht es um die didaktische Relevanz? (Wird folgendes gefördert: Interpretation und verschiedenartige Darstellung mathematischer Sachverhalte, Denken in Modellen, Erkennen von Zusammenhängen und - allenfalls – der Notwendigkeit von Fallunterscheidungen, Theoriebewusstsein, affektive Komponenten wie Freude an erbrachter Leistung und an konstruktivem Denken, u.a.m.).
- Ist der Zweck des Programmpaketes deutlich erkennbar?
- Ist der Theoriehintergrund (wenigstens theoretisch) auf Schulniveau erklärbar?
- Sind Umfang und Anforderungen flexibel?
- Ist die Bedienung ausreichend einfach?
- Gibt es ausreichend Eingriffsmöglichkeiten für die Schüler?
- Steht die Tätigkeit und nicht das bloße Endprodukt im Vordergrund?
- Gibt es ausreichend Möglichkeiten für Variationen?
- Ermöglicht das Programm auch eine Leistungsbeurteilung?

- Wenn das Programm eher Werkzeugcharakter hat, fördert es wirklich die angegebenen Fertigkeiten?
- Berücksichtigt es die Schulrealität?

[Vgl. REICHEL 1995, S. 28-29]

3.3.6 Kriterien nach Kammerhuber

Bei der Erstellung meines Kriterienkataloges habe ich versucht die wichtigsten Kriterien bei der Bewertung einer Lernwebsite für mich zu finden - inspiriert von den eben beschriebenen Modellen.

Das Kriterium „Preis / Preisgestaltung“ habe ich von vornherein außer Acht gelassen, da ich mich nur auf Lernwebsites, die kostenlos im Internet zu finden sind, beschränke. Der Grund dafür ist einfach: Wenn ich als Lehrperson möchte, dass meine Schülerinnen und Schüler die Website im Unterricht und eventuell auch zu Hause verwenden, dann kann ich nicht verlangen, dass sie dafür auch noch zahlen müssen. Bei kostenpflichtigen Websites kann die Lehrperson nur eine Empfehlung für zusätzliche und freiwillige Übungsmöglichkeiten geben.

- Aufbau und Gestaltung
 - Wie ist die Übersichtlichkeit und Struktur der Homepage?
 - Ist die Sprache dem Thema und der Schulstufe angemessen und verständlich? Gibt es sprachliche Fehler (Rechtschreibung, Tippfehler, etc.)?
 - Ist die Bedienung einfach?
 - Ist die Homepage funktionstüchtig?
- Konzept
 - Für welche Arbeitsformen (Einzelarbeit, Plenum, Partnerarbeit) wurde die Homepage erstellt? Gibt es Aussagen zur Arbeitsform?
 - Gibt es Hinweise zur Verwendung?
 - Gibt es ausreichend Hilfestellungen?

- Inhalte und Lernziele
 - Wie wurden sie ausgewählt? Sind sie relevant?
 - Wird Vorwissen benötigt?
Wenn ja: Was wird vorausgesetzt? Ist dies angemessen?
 - Sind die Inhalte fachlich richtig?
 - Lässt sich ein Mehrwert gegenüber der Arbeit ohne den Computer erkennen?
 - Welche Lernziele werden verfolgt?
 - In welchem Verhältnis stehen sie zum Lehrplan?
- Besonderheiten
 - Was zeichnet die Homepage gegenüber anderen aus?
 - Was gibt es hier und sonst nirgends?

4 Praktisch: Homepages zum Thema Stochastik

Bei der Suche nach Lernplattformen wird man schnell fündig. Vergleicht man die Websites, kann man feststellen, dass sie sich nicht nur in Qualität und Umfang unterscheiden, sondern auch von der Konzeption her stark variieren. Manche Websites sind als Sammlung von Tools und Applets gestaltet, andere werden von Videoclips dominiert, in denen die Inhalte vermittelt werden, wieder andere sind eine Art Online-Schulbuch, also eine Mischung aus Definitionen etc. und Übungen dazu. Schlussendlich gibt es auch Websites, die es sich zur Aufgabe gemacht haben, dieses große Sortiment zu sammeln und die somit großteils aus Links auf andere Seiten bestehen. Ich habe mich bei meiner Auswahl eher auf schulbuchähnliche Websites beschränkt, da diese am besten vergleichbar mit meiner selbstgestellten Website sind.

Die Liste der Homepages, auf welchen stochastische Inhalte aufbereitet werden ist sehr lange (siehe Anhang). Ein Vergleich all dieser Homepages würde sowohl den Umfang dieser Diplomarbeit sprengen, als auch nicht zielführend sein, da die Übersicht verloren gehen würde. Aus diesem Grund habe ich mich auf zwei Homepages beschränkt, die mir bei meiner Recherche als besonders brauchbar erschienen sind. Trotzdem sind die anderen Websites (auch) für den Unterricht geeignet und einen Blick Wert, da jede von ihnen – trotz einiger Schwächen – auch Stärken und Besonderheiten aufweist, die auf den anderen Seiten wiederum nicht zu finden sind.

4.1 Mathe Online

Die Website ist unter der folgenden Internetadresse zu finden:

<http://www.mathe-online.at/mathint.html>

4.1.1 Allgemeines

Die Website „Mathe online“ ist eine vielfältige Sammlung von Lernpfaden – und Materialien zu vielen Themen der Mathematik, die (größtenteils) in der AHS Oberstufe behandelt werden. Es wird hier also eine große Bandbreite an Themengebieten abgedeckt und nicht nur die Wahrscheinlichkeitsrechnung behandelt, die hier genauer beleuchtet werden soll.

Die inhaltliche und didaktische Gestaltung liegt in der Verantwortung von Franz Embacher, theoretischer Physiker und Didaktiker (auch für Mathematik) an der Universität Wien, und Petra Oberhuemer, Mitarbeiterin der Lehrentwicklung an der Universität Wien. Zusätzlich zu den Lernpfaden werden Tools, Applets, Clips etc. zur Verfügung gestellt. Es finden sich beispielsweise ein Funktionenplotter und ein Lexikon mit Erklärungen der wichtigsten mathematischen Begriffe.

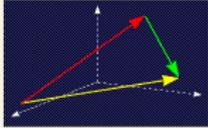
4.1.2 Aufbau und Gestaltung

Wie bereits erwähnt behandelt die Seite Mathe online nicht nur die Wahrscheinlichkeitsrechnung, sondern auch viele andere Themen. Die folgenden Ausführungen und die Bewertung beziehen sich von nun an jedoch nur noch auf den Teil, der sich der Wahrscheinlichkeitsrechnung widmet.

Das Thema „Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik“ wird in dem Teil, der von Embacher und Oberhuemer gestaltet worden ist, in vier Teile unterteilt (Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik 1 – 4), wobei allerdings die letzten beiden Nummern noch in Arbeit und somit noch nicht verfügbar sind. „Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik 1“ behandelt in einer groben Zuordnung die Lerninhalte der sechsten Klasse AHS Oberstufe (14. Schulstufe), die Nummer 2 diejenigen der siebten Klasse AHS Oberstufe (15. Schulstufe).

Ich widme mich daher der Nummer 2, den Inhalten der siebten Klasse, da diese auch auf meiner Homepage behandelt werden.

Mathematische Hintergründe
mathe online



Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik 2

Zusammenfassung:

Das zweite der vier Kapitel über Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik ist dem Zusammenhang zwischen Häufigkeitsverteilungen und diskreten Wahrscheinlichkeitsverteilungen, dem Begriff der Zufallsvariablen, den wichtigsten statistischen Kennzahlen für diese Verteilungen und einigen Beispielen für Verteilungen, die in Anwendungen benötigt werden, gewidmet.

Stichworte:

[empirische Verteilungen und ihre Kennzahlen](#) | [relative Häufigkeitsverteilungen](#) | [grafische Darstellung](#) | [den Mittelwert bilden – wovon?](#) | [Mittelwert](#) | [gewichtetes Mittel](#) | [empirische Varianz und empirische Standardabweichung \(Streuung, Schwankung\)](#) | [diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen](#) | [diskret](#) | [Zusammenhang zwischen Häufigkeits- und Wahrscheinlichkeitsverteilung](#) | [Zufallsvariable, Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung](#) | [diskrete Zufallsvariable](#) | [Erwartungswert](#) | [Varianz \(Schwankungsquadrat\)](#) | [Standardabweichung \(Streuung, Schwankung\)](#) | [Binomialverteilung](#) | [Bernoulli-Experiment](#) | [Parameter](#) | [Galton-Brett](#) | [Stichprobe mit Zurücklegen \(Werkstoffprüfung\)](#) | [Poissonverteilung](#) | [Poissonprozess](#) | [Rate](#) | [Hypergeometrische Verteilung](#) | [Stichprobe ohne Zurücklegen \(Werkstoffprüfung\)](#)

Abbildung 7: Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik 2

Alle Themen bei Mathe online sind gleich aufgebaut. Nach einer kurzen Zusammenfassung der Lernziele des Kapitels gibt es eine Liste von Stichwörtern, die mittels Hyperlinks es ermöglicht direkt zum gewünschten Punkt zu springen. Möchte man ein Thema vom Anfang bis zum Ende durcharbeiten, braucht man dies nur von oben nach unten tun. Das bedeutet, dass diese Links ebenso nur auf der Seite nach unten springen. Der Aufbau ist also linear und (vorerst) ohne Abzweigungen auf andere (Unter-)Seiten.

Die Gestaltung ist (wie bereits auf dem Bild erkennbar) eher schlicht. Der Hintergrund ist hell, Überschriften sind blau hinterlegt. Ansonsten wird wenig mit Farben gearbeitet, nur die Hyperlinks sind in roter Farbe und unterstrichen.

Entlang der rechten Seite befindet sich ein durchgängiger grauer Balken, auf dem immer wieder Links zu finden sind. Diese Links führen einerseits nach jedem Kapitel wieder hinauf „Zum Seitenanfang“ und andererseits auch auf weiterführende Seiten.

Die weiterführenden Seiten bestehen aus Wiederholungen, zum Beispiel zu einem Begriff aus dem Kapitel „Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik 1“, doch manchmal auch bereits zu Vorgriffen für besonders wissbegierige Schülerinnen und Schüler. Außerdem werden viele Beweise auf diese Weise ausgelagert. Im grauen Balken befindet sich dann ein Button mit „Beweis“, der angeklickt werden kann, um ein neues Fenster mit dem Beweis zu öffnen. Das lineare Konzept wird auf diese Weise also ein wenig aufgebrochen, jedoch nur zu Wiederholungs- oder Vertiefungszwecken.

Die Bedienung ist einfach und alle Links etc. führen dorthin, wohin sie auch sollen. Nur bei einem Beispiel, das mit einem Link auf eine externe Seite verweist, scheint die Verknüpfung nicht mehr aktuell oder der Beitrag gelöscht worden zu sein.

Auch sprachlich schneidet die Seite sehr gut ab. Die Erklärungen sind verständlich und sprachlich richtig. Nur selten findet sich auch ein Tippfehler. Die physikalische Ausbildung von Franz Embacher findet manchmal ein wenig Einzug in die Notierung bzw. Formulierung und bei den Beispielen.

Ein Beispiel dafür ist die Erklärung der Poissonverteilung. Hier wird das Zeitintervall t als $t = n \Delta t$ eingeführt, wobei das Δt meiner Meinung eine eher physikalische Schreibweise ist. Dies muss jedoch nicht als Nachteil betrachtet werden. Bei den Beispielen merkt man ebenfalls den Hintergrund der Autoren. So wird als Anwendungsbeispiel etwa angeführt (wiederum bei der Poissonverteilung): „Die Zahl der Photonen (Lichtteilchen), die von einem heißen Körper wie der Sonne ausgesandt werden und pro Zeitintervall auf ein Photoelement auftreffen, ist mit sehr guter Genauigkeit poissonverteilt.“ [mathe-online.at (18.2.2014)]

Da die Beispiele allerdings aus einer Mischung von physikalischen und nicht-physikalischen Kontexten stammen, sollte dies (auch für Nicht-Physiker) kein Problem darstellen oder als störend empfunden werden.

Positiv (für mich) ist das schlichte Layout. Es wäre zwar ein wenig mehr Farbe möglich gewesen, doch manche Seiten, die für Schülerinnen und Schüler erstellt werden, sind so bunt, dass die Ablenkung zu groß ist. Ansonsten ist die Farbgestaltung ohnehin Geschmacksache.

Im Bereich „Aufbau und Gestaltung“ gibt es somit nur wenige Kritikpunkte, die auch leicht zu verschmerzen sind.

Kritisieren möchte ich jedoch noch den Gesamtaufbau der Seite. Die Inhalte, die von Embacher und Oberhuemer gestaltet worden sind, sind gut aufbereitet und umgesetzt.

Jedoch gibt es auf dieser Seite noch mehr zum Thema Wahrscheinlichkeitsrechnung. Hier wird es unstrukturiert. Links verweisen immer weiter auf andere Seiten, sodass man am Ende gar nicht mehr weiß, wie man dorthin gelangt ist. Außerdem sind nicht alle Links zur Wahrscheinlichkeit gesammelt, sondern auf die vier Kapitel aufgeteilt. Dies soll eigentlich dazu dienen, dass nur die jahrgangsrelevanten Materialien gezeigt werden, jedoch überschneidet sich manches, wodurch diese Hilfestellung mehr zum Nachteil wird. Eine gemeinsame Sammlung, mit Überschriften strukturiert und unterteilt, wäre in diesem Fall wohl hilfreicher.

4.1.3 Konzept

Die Autoren schreiben Folgendes zum Konzept ihrer Homepage:

[Die] Mathematischen Hintergründe stellen die wichtigsten Teilbereiche des Mathematikstoffs in einer knappen, aber mehr oder weniger zusammenhängenden Form dar. Sie sollen Lernende an die zentralen Gedankengänge und Techniken des jeweiligen Gebiets heranführen, Zusammenhänge zwischen Abschnitten verdeutlichen und ein tieferes Verständnis ermöglichen als das bloße Anwenden von Regeln.

[mathe-online.at (17.2.2014)]

Später heißt es weiter:

Das Angebot wird so gestaltet, dass es sich sowohl zum Selbststudium und zum Nachlernen (unter Benützung der Mathematischen Hintergründe), als auch in Klassen und Kursen zur Ergänzung des Unterrichts (in welchem Fall die Galerie ausreichen dürfte) eignet.

[mathe-online.at (17.2.2014)]

Dazu muss noch ergänzt werden, dass die eben beschriebenen Inhalte zu den „Mathematischen Hintergründen“ zählen.

Die Galerie „besteht aus interaktiven multimedialen Lernhilfen zu verschiedenen Themenbereichen, die das Verstehen erleichtern sollen“ [mathe-online.at (17.2.2014)]. Dabei handelt es sich also nur um einzelne Tools und Applets, und nicht um komplette Kapitel. Zur Wahrscheinlichkeitsrechnung gibt es drei Tools, die jedoch aus den Teilen „Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik“ 3 und 4 stammen und somit nicht direkt zu den (für mich relevanten) Inhalten passen. Die drei Applets behandeln die Normalverteilung, die Zuverlässigkeit einer Stichprobe und die Regression und Korrelation – alles keine Themen, die in der siebten Klasse behandelt werden.

Aus diesem Grund müssen wir uns bei diesem Thema auf die mathematischen Hintergründe beschränken. Diese sind jedoch, nach eigener Einschätzung der Autoren, die auch mit meiner Meinung einhergeht, mehr für das Selbststudium oder das Nachlernen geeignet. Eine Verwendung im Unterricht dieser Homepage kann ich mich nur schwer vorstellen.

Beispiele dienen nur zur Veranschaulichung, zusätzliche Aufgabenstellungen, die zu Übungszwecken bearbeitet werden können, gibt es nicht. Es handelt sich schlicht um eine theoretische Abhandlung des Themas. Zwischendurch werden zwar Anwendungen angeführt, aber ohne, dass der oder die Lernende selbst dabei tätig werden kann.

Didaktische Anmerkungen oder Aufforderungen zur Eigenaktivität wurden weggelassen.

4.1.4 Inhalte und Lernziele

Die Lernziele werden kurz in der Zusammenfassung am Beginn des Kapitels umrissen:

Das zweite der vier Kapitel über Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik ist dem Zusammenhang zwischen Häufigkeitsverteilungen und diskreten Wahrscheinlichkeitsverteilungen, dem Begriff der Zufallsvariablen, den wichtigsten statistischen Kennzahlen für diese Verteilungen und einigen Beispielen für Verteilungen, die in Anwendungen benötigt werden, gewidmet.

[mathe-online.at (18.2.2014)]

Um die Inhalte in einen Kontext stellen zu können, hier die Anforderungen aus dem Lehrplan der siebten Klasse AHS. Dieser lautet im Bereich „Stochastik“:

- *Kennen der Begriffe diskrete Zufallsvariable und diskrete Verteilung*
- *Kennen der Zusammenhänge von relativen Häufigkeitsverteilungen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen; von Mittelwert und Erwartungswert sowie von empirischer Varianz und Varianz*
- *Arbeiten mit diskreten Verteilungen (insbesondere mit der Binomialverteilung) in anwendungsorientierten Bereichen*

[Lehrplan „Lehrstoff“ 2004, S. 5]

Bei einem Vergleich der Zusammenfassung mit dem Lehrplan, ist festzustellen, dass alle Punkte, die im Lehrplan von den Schülerinnen und Schülern gefordert werden, auch auf der Website behandelt werden. Die Auswahl der Inhalte hat sich also eindeutig am Lehrplan orientiert. Zusätzlich werden die Begriffe des Mittelwertes und des Erwartungswertes wiederholt, die bereits in der sechsten Klasse erarbeitet werden und im Lehrplan zu finden sind („Arbeiten mit Darstellungsformen und Kennzahlen der beschreibenden Statistik“ [Lehrplan „Lehrstoff“ (18.2.2014)]). Ausschließlich das „Arbeiten mit diskreten Verteilungen“ kommt, wie bereits angesprochen, zu kurz. Nur das Anführen der Definition der Binomialverteilung, Poissonverteilung und hypergeometrischen Verteilung kann noch nicht als „Arbeiten mit“ diesen verstanden werden.

Vorwissen wird vorausgesetzt, was allerdings legitim ist, da es nicht möglich ist immer bei null zu beginnen. Die Kenntnis von Mittelwert, Varianz und Standardabweichung wird hier einerseits vorausgesetzt, aber andererseits trotzdem nochmals wiederholt. Alle Begriffe, die indes gar nicht mehr oder nicht derartig ausführlich beschrieben werden, sind im grauen Balken mit einem Link zu dem behandelnden Kapitel versehen.

Weiters werden die Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung vorausgesetzt, da eine Einführung hier bereits im Jahrgang zuvor erfolgt. Begriffe wie Zufallsvariable, Ereignisraum oder Wahrscheinlichkeit werden nicht mehr sehr ausführlich erläutert, sondern nur in einem kurzen Satz wiederholt.

Bei der Einführung der Binomialverteilung wird allerdings bereits die Kenntnis des Binomialkoeffizienten und somit der Fakultät vorausgesetzt, was zu weit greift. In vielen Schulbüchern wird nämlich der Binomialkoeffizient erst an dieser Stelle eingeführt, erklärt und definiert. Dies geschieht auf Mathe online bereits in „Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik 1“, das eigentlich dem Stoff der sechsten Klasse entsprechen sollte. Doch auch hier wird nur gesagt, dass

n (unterscheidbaren) Elementen [...] k Schleifen umgebunden werden [sollen]. Dabei sind die Schleifen nicht unterscheidbar, und jedes Element darf höchstens eine Schleife bekommen. Es gibt $\binom{n}{k}$ (unterscheidbare) Möglichkeiten, das zu tun.

[mathe-online.at (18.2.2014)]

Wie der Binomialkoeffizient berechnet wird, wird wieder in einem anderen Kapitel, nämlich „Variable, Terme, Formeln und Identitäten“, erklärt. Der auf den ersten Blick lineare Aufbau wird durch solche Auslassungen bzw. Verschiebungen stark unterbrochen.

An diesen Punkt schließt sich auch meine größte Kritik aus dem inhaltlichen Bereich an. Viele der Formeln werden einfach „hingeworfen“, also nicht erläutert oder hergeleitet. Als Beispiel, hier die Einführung der Binomialverteilung:

Nachdem wir nun die wichtigsten Eigenschaften diskreter Wahrscheinlichkeitsverteilungen diskutiert haben und die Kennzahlen Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung von Zufallsvariablen berechnen können, wenden wir uns nun noch einigen in Anwendungen häufig auftretenden Beispielen für diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen zu.

Binomialverteilung

[Zum Seitenanfang](#)

Nehmen wir als Ausgangspunkt ein Zufallsexperiment, das *zwei* Ausgänge besitzt (ein so genanntes **Bernoulli-Experiment**):

- Das Ereignis A , das mit der Wahrscheinlichkeit q eintritt und
- sein Gegenereignis $\neg A$ (das daher mit der Gegenwahrscheinlichkeit $1 - q$ eintritt).

Dieses Experiment wird n mal durchgeführt. Uns interessiert nun, *wie oft* das Ereignis A eintritt. Die Wahrscheinlichkeit, dass A genau k mal eintritt, ist durch

$$p_k = q^k (1-q)^{n-k} \binom{n}{k} \quad (26)$$

gegeben (wobei k alle ganzzahligen Werte zwischen 0 und n annehmen kann). Dadurch wird für jedes q und jedes n eine Wahrscheinlichkeitsverteilung definiert: die so genannte **Binomialverteilung**. Ihre Zufallsvariable kann mit dem Nummerierungsindex der Ausgänge identifiziert werden: $a_k = k$. Ihre Rolle besteht lediglich darin, zu zählen, wie oft A eingetreten ist.

[Wiederholung
Gegen-
wahrscheinlichkeit](#)

[Beweis](#)

Abbildung 8: Binomialverteilung auf mathe-online.at

Zur Herleitung der Binomialverteilung gelangt man nur über den Button „Beweis“. Dem Großteil aller Schülerinnen und Schüler wird hier also eine Formel vorgesetzt, von der sie keine Ahnung haben, wie diese zustande kommt. Nur die wenigsten der Lernenden haben ausreichend Wissensdrang, um sich extra den Beweis zu Gemüte zu führen. Zusätzlich schreckt in diesem Fall das Wort „Beweis“ noch ab, womit die meisten Schülerinnen und Schüler etwas eher Negatives oder Unnötiges verbinden.

In diesem Fall wäre es meiner Meinung nach sinnvoller, die Schülerinnen und Schüler wenigstens zum Lesen oder Überfliegen des Beweises zu nötigen, indem er direkt unter (oder über) der Formel angeführt wird. Wahrscheinlich werden nicht alle von ihnen die Herleitung intensiv studieren, aber sie werden zumindest die Grundstruktur schon einmal gesehen haben. Eine Gestaltung, wie sie hier angewendet wurde, folgt eher dem Prinzip: Das ist die Formel, lernt sie auswendig!

Bei der Einführung der Poisson-Verteilung wird zumindest das Prinzip erklärt, wie man von der Binomialverteilung zur Poisson-Verteilung gelangt. In diesem Fall wäre eine mathematische Herleitung ohne Auslassungen oh-

nehin nicht möglich, da sie für die Schülerinnen und Schüler zu schwierig wäre.

Bei der hypergeometrischen Verteilung wird im Gegenzug gar nicht mehr der Versuch gemacht, eine Erklärung für die Formel zu geben. Hier heißt es nur: „Wie groß ist [...] die Wahrscheinlichkeit, dass genau k fehlerhafte Stücke zutage treten? Diese Frage wird durch die hypergeometrische Verteilung beantwortet. Sie ist definiert durch...“ [mathe-online.at (18.2.2014)] Wenn die hypergeometrische Verteilung überhaupt eingeführt wird, dann sollte dies auch auf eine schülergerechte Art geschehen. Ein bloßes Auswendiglernen bei einer derartigen Formel hat wenig Sinn.

An die Definitionen anschließend werden Erwartungswert und Varianz der jeweiligen Verteilung angeführt – ebenso ohne Herleitung oder Erklärung, wie diese weiteren Formeln zustande gekommen sind.

Die Anwendung der Formeln ist ebenso mangelhaft. Der Punktgraph der Verteilungen wird zwar abgebildet, aber ein richtiges Beispiel, bei dem vorgeführt wird, wie mit dieser Formel zu arbeiten ist, fehlt.

Einzig bei der Binomialverteilung wird mit dem Galton-Brett eine Anwendung präsentiert. Auf Eigeninitiative der Lernenden wird hier jedoch auch keinen Wert gelegt, sondern eben nur vorgeführt. Schön wäre hierbei auch eine Simulation, bei der man zusehen kann, wie die Kugeln sich ihren Weg durch das Brett suchen. Solche Simulationen gibt es in mehrfacher Ausführung bereits im Internet und müsste somit nur noch verlinkt werden.

Fachlich sind keine Mängel festzustellen. Da Franz Embacher mir auch von Fachdidaktik-Lehrveranstaltungen aus dem Mathematikbereich bekannt ist, weiß ich, dass die Inhalte von fachlich kompetenten Personen gestaltet worden sind, wodurch ich keinen Zweifel an der fachlichen Qualität habe. Im schlimmsten Fall ist ein Tippfehler in einer Formel zu finden, der jedoch dann weniger auf Inkompetenz als auf Menschlichkeit hinweist. In meinem Studium der Website wurde ich jedoch auch dabei nicht fündig.

4.1.5 Besonderheiten

Bisher konnte bei dieser Website noch kein großer Mehrwert durch den Computereinsatz erzielt werden. Die gezeigten Inhalte könnten ebenso in einem gedruckten (Schul-)Buch stehen, ohne Einbußen einstecken zu müssen. Dies ändert sich zumindest bei den Besonderheiten und Extras, die nun beschrieben werden sollen.

Im Anschluss an die Besprechung der Inhalte (nur durch eine Linie getrennt) befinden sich noch zwei Tools, die bei der Berechnung von Verteilungen hilfreich sein können.

Die erste Hilfestellung ist das Tool „Online-Rechnen mit *Mathematica*“.

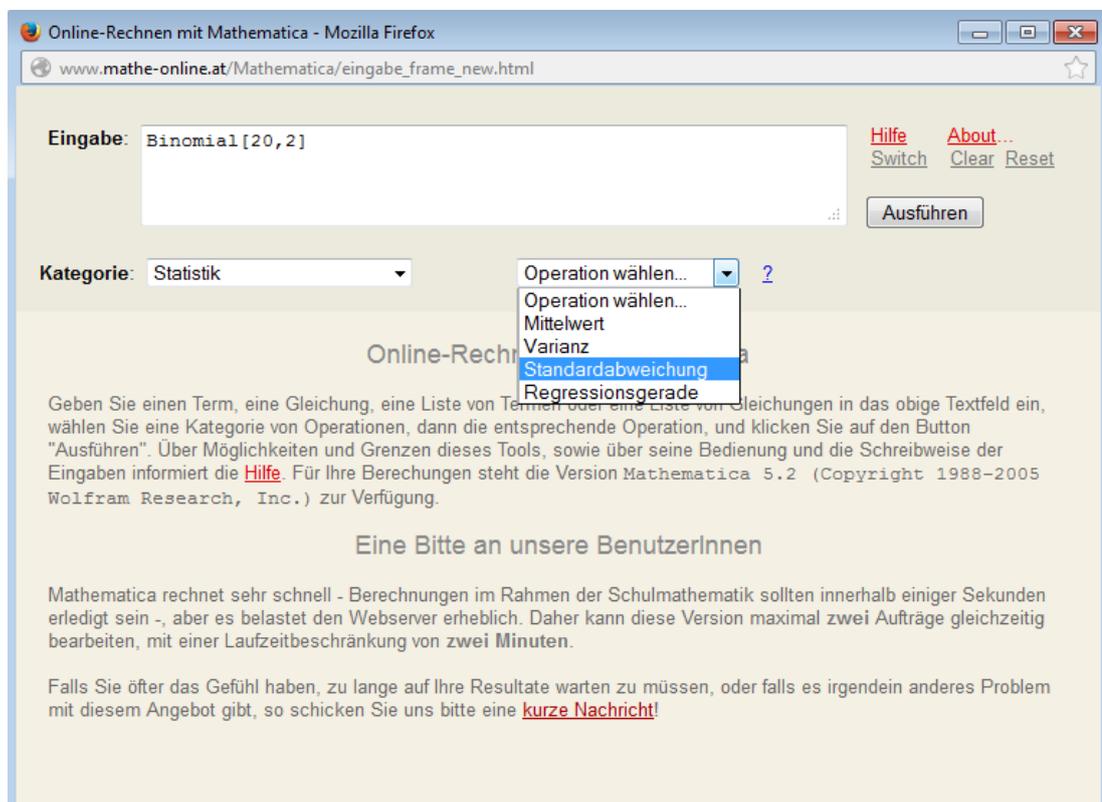


Abbildung 9: Online-Rechnen mit *Mathematica*

Das Tool ermöglicht es, einfache Rechenoperationen auf den Computer auszulagern. Der Binomialkoeffizient kann zum Beispiel einfach durch den Befehl „Binomial“ im Feld „Eingabe“ gelöst werden. Für die Berechnung von Fakultäten genügt es, „10!“ einzugeben und auf „Ausführen“ zu klicken, um Sekunden später ein Ergebnis geliefert zu bekommen.

Unter „Kategorie“ kann man zwischen Zahlen, Term umformen, Gleichungssystem lösen, Vektoren, Matrizen, Statistik, Winkelfunktionen, Funktion differenzieren, Taylorreihe bestimmen usw. auswählen. Ist dies geschehen, erscheint ein weiteres Feld, um die Operation auswählen zu können. Wählt man also beispielsweise die Kategorie „Term umformen“, kann man anschließend zwischen „Klammern ausmultiplizieren“, „vereinfachen“, „in Faktoren zerlegen“, „auf gemeinsamen Nenner bringen“, ... wählen.

In der Kategorie „Statistik“ kann man sich zwischen Berechnung von Mittelwert, Varianz, Standardabweichung und Regressionsgerade entscheiden, wie es bereits oben am Bild erkennbar ist (Die Kombination der Eingabe mit der Auswahl der Kategorie, wie sie dort abgebildet ist, ist jedoch sinnlos bzw. nicht durchführbar und dient nur zur (platzsparenden) Veranschaulichung.).

Bei der Eingabe muss jedoch – wie bei allen Computeralgebrasystemen – auf die richtige Schreibweise geachtet werden, also auf die korrekte Verwendung von Klammern, Beistrichen etc. Will man etwa den Mittelwert berechnen, dann müssen die Werte in Form einer Liste geschrieben werden, zum Beispiel so: {1, 2, 4, 36, 45, 89, 34}.

An der Schreibweise würden die meisten Benutzer wahrscheinlich scheitern, weswegen es eine Hilfe gibt, bei der jede Operation beschrieben wird. Es wird einerseits erläutert, was der Befehl bewirkt und andererseits, wie er einzugeben ist. Diese Hilfe ist unabkömmlich und sehr gut gestaltet. (Auch) Bedingt durch dieses Hilfefenster sind für die Anwendung des Tools keine Kenntnisse bei der Programmierung von Befehlen in *Mathematica* nötig.

Das zweite Tool wurde von einer Projektgruppe der Universität Innsbruck erstellt und stammt eigentlich aus dem Bereich der Folgen. Laut den Autoren von Mathe online eignet es sich auch für eine Verwendung im Bereich der Wahrscheinlichkeitsrechnung trotzdem „bestens“. Es wird hier zu einer Darstellung der Verteilungen (in Form eines Diagramms) verwendet.

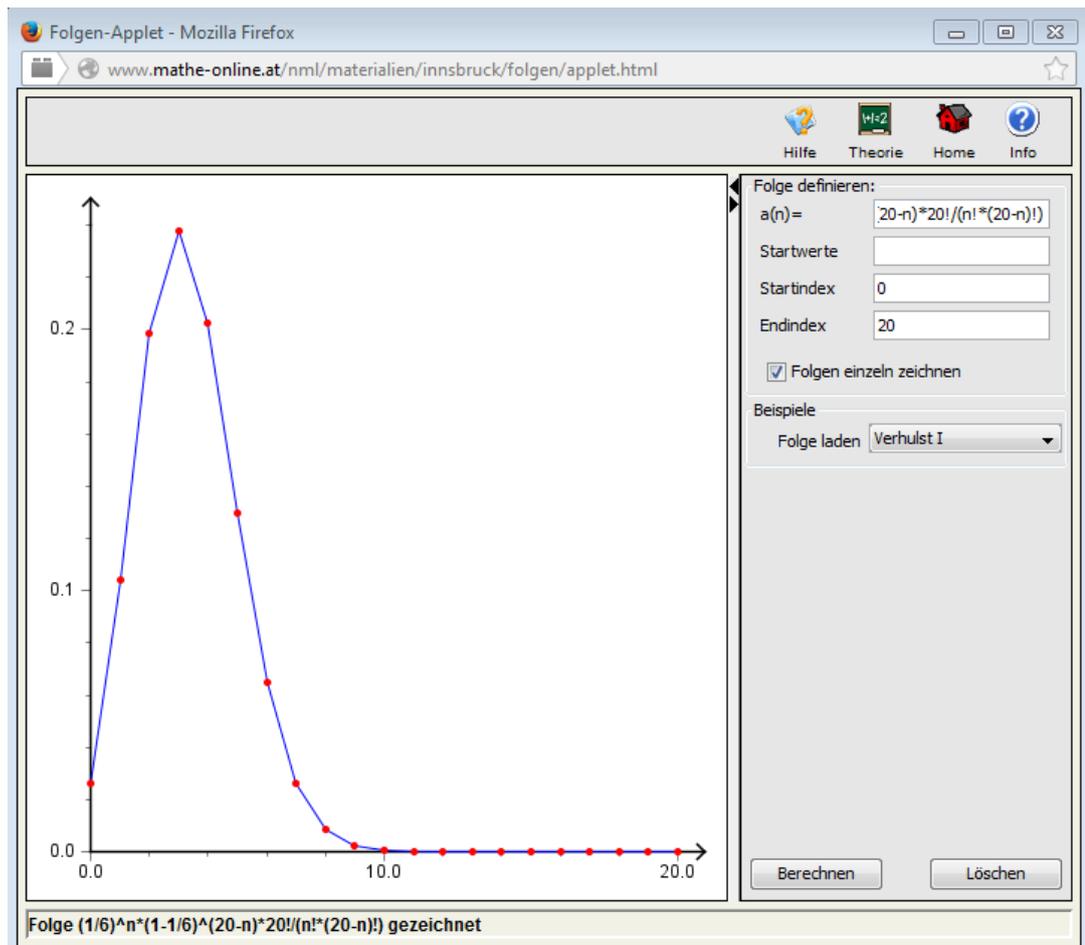


Abbildung 10: Applet "Folgen"

In Abbildung 10 ist die Binomialverteilung mit $q = 1/6$ und $n = 20$ dargestellt. Für die Erstellung des Diagramms gibt es auf mathe-online.at eine Schritt-für-Schritt-Anleitung, ohne die sicherlich Probleme auftreten würden.

Erstens muss der Index, der oben immer mit k bezeichnet wird, nun als n eingegeben werden (da die Folge $a(n)$ heißt) und zweitens ist das Applet nicht dazu in der Lage, Binomialkoeffizienten auszurechnen. Aus diesem Grund müssen diese in Faktorielle umgeschrieben werden. Nach diesen Hinweisen wird der gesamte einzugebende Term angeführt, der in der Abbildung unter dem Diagramm zu finden ist. Anschließend werden auch noch die Werte für die Felder „Startwerte“, „Startindex“ und „Endindex“ angegeben.

Zusätzlich zu den beiden Tools führt der Link „Interaktive Tests“ zu zwei Multiple-Choice-Tests zu den Themen Erwartungswert und Standardabweichung einer diskreten Zufallsvariable.

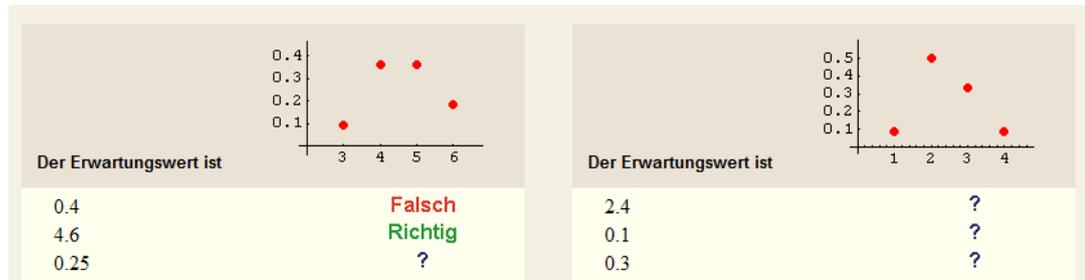


Abbildung 11: Multiple-Choice-Test zum Erwartungswert

Beide Übungen sind gleich aufgebaut. Eine Reihe von Graphen ist abgebildet, in denen jeweils vier bis sechs Punkte eingetragen sind. Die Schülerinnen und Schüler müssen anhand dieser Punkte den Erwartungswert berechnen und aus drei Antwortmöglichkeiten auswählen. Hat man alle 10 Aufgaben erledigt, kann die erreichte Punktezahl (von insgesamt 20) ausgewertet werden. Die Übung zur Standardabweichung ist exakt gleich aufgebaut und hat auch die gleichen Werte. Wer also mitdenkt, kann den Erwartungswert der ersten Übung zum Lösen der zweiten Übung heranziehen.

Eine Multiple-Choice-Übung, die zur Wiederholung der Grundbegriffe und Grundkenntnisse aus der sechsten Klasse verwendet werden kann, befindet sich auch noch unter dem Kapitel „Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik 1“. Erschwert wird hier die Beantwortung durch den Umstand, dass auch mehrere Antworten richtig sein können.

Positiv bei all diesen Multiple-Choice-Übungen ist, dass sie auch mittels eines Buttons einfach ausgedruckt und als Arbeitsblatt verwendet werden können.

Jede Wahrscheinlichkeit p	Sei $p(xyz)$ die Wahrscheinlichkeit, bei dreimaligen Würfeln die Abfolge von Augenzahlen xyz zu erhalten. Dann gilt
erfüllt $0 \leq p \leq 1$ <input type="checkbox"/>	$p(123) = p(111)$ <input type="checkbox"/>
erfüllt $0 \leq 1 - p \leq 1$ <input type="checkbox"/>	$p(345) = (1/3) \times (1/4) \times (1/5)$ <input type="checkbox"/>
ist immer größer als die Gegenwahrscheinlichkeit $1 - p$ <input type="checkbox"/>	$p(123) = p(111) + p(222) + p(333)$ <input type="checkbox"/>
ist eine Voraussage einer absoluten Häufigkeit <input type="checkbox"/>	$p(123) = p(321)$ <input type="checkbox"/>
ist eine Voraussage einer relativen Häufigkeit <input type="checkbox"/>	$p(234) = (1/6) \times (1/6) \times (1/6)$ <input type="checkbox"/>
Auswertung: <input type="text"/> von <input type="text"/> Punkten erzielt	Auswertung: <input type="text"/> von <input type="text"/> Punkten erzielt

Abbildung 12: Multiple-Choice-Test zu Ereignissen und Wahrscheinlichkeiten

Zusammenfassend ist zu diesen Besonderheiten zu sagen, dass erst sie ansatzweise die Stärken des Computers in Erscheinung treten lassen. Es wäre dabei jedoch sicherlich noch mehr möglich.

Das erste vorgestellte Tool, das mit einem Computertaschenrechner bezeichnet werden könnte, ist zwar sicherlich hilfreich, jedoch wird in den meisten Situationen (in der Wahrscheinlichkeitsrechnung) ein gewöhnlicher Taschenrechner vollkommen ausreichen, da lediglich Binomialkoeffizienten bzw. Fakultäten ausgerechnet werden müssen (zusätzlich zu den elementaren Rechenoperationen).

Das Applet zu den Folgen kann gut zur Veranschaulichung hergenommen werden und bietet Raum für ein wenig Experimentieren der Schülerinnen und Schüler, wie sich die Gestalt der Wahrscheinlichkeitsverteilung ändert, wenn die Parameter geändert werden. Wichtig ist dabei jedoch eine gezielte Aufgabenstellung oder sogar eine kleine Forschungsfrage.

Die Überprüfungen mit Multiple Choice gefallen mir sehr gut, auch wenn sie etwas eintönig werden können, wenn insgesamt 20 solcher Aufgaben gelöst werden müssen. Besonders die (in diesem Falle nur zur Wiederholung dienende) letzte Übung bietet sehr gute Aufgabenstellungen, für die einiges an Denkarbeit nötig ist, besonders wenn die letzte Begegnung mit dem Thema schon etwas länger zurückliegt.

4.1.6 Fazit

Aufbau und Gestaltung der einzelnen Seite zur Wahrscheinlichkeitsrechnung sind gut gelungen. Kritik und somit Abzüge gibt es jedoch für das Gesamtkonzept der Seite, das teilweise etwas verwirrend und durch die vielen Unterseiten manchmal unstrukturiert wird.

Das Konzept ist auf Selbststudium ausgerichtet. Für mich ist diese Seite weniger geeignet für die Verwendung im Unterricht, sondern eher wie eine Seite aus einem Lexikon gestaltet.

Dieser Punkt steht auch in engem Zusammenhang mit den Inhalten. Der schon kritisierte Mangel an Herleitungen und Erklärungen, rückt die Seite in die Nähe eines Nachschlagewerkes, wo schnell recherchiert werden kann, was zum Beispiel die hypergeometrische Verteilung ist. Man findet die Formel, ein Beispiel, wo sie angewendet werden kann und nicht viel mehr. Nachschlagewerke sind zudem oft noch in gedruckter Form, wie ich mir diese Seite auch gut vorstellen könnte. Abgesehen von den Multiple-Choice-Übungen am Ende ist nur sehr wenig interaktives Material vorhanden. Der einzige multimediale Aspekt sind die häufigen Verlinkungen. Es handelt sich hier also um einen schlichten Hypertext. Ein deutlicher Mehrwert ist allerdings nicht zu erkennen.

Ich versuche diese Bewertung noch in Form einer Tabelle zusammenzufassen, auch wenn mir bewusst ist, dass ein einzelnes Kreuz immer eine Verkürzung der Verhältnisse darstellt.

	Sehr gut		unangemessen			
Aufbau		X				
Konzept				X		
Inhalte		X				
Besonderheiten	Ausreichend und gut			X		Nicht vorhanden
Gesamteindruck			X			

4.2 MatheBrinkmann

Die Website ist unter der folgenden Internetadresse zu finden:

http://www.brinkmann-du.de/mathe/gost/stoch_01.htm

4.2.1 Allgemeines

The screenshot shows the homepage of 'MatheBrinkmann'. At the top, there is a navigation bar with several menu items. Below this, the main heading reads 'Mathematik und Physik für Schüler, Lehrer und Eltern'. To the left, there is a section for a Facebook page and a 'Was ist neu?' section. The main content area is divided into three horizontal sections: 'Mathematik Gesamtübersicht', 'Physik Gesamtübersicht', and 'Sonstiges und externe Links'. Each section contains various links and resources. At the bottom left, there is a 'Website Reputation' badge showing a score of 100.

Abbildung 13: Startseite von MatheBrinkmann

Die Website wurde von Rudolf Brinkmann alleine erstellt. Er schreibt zur Verwendung seiner Seite:

Mit dieser Web - Site versuche ich den Bedürfnissen von Bildung in der heutigen Wissenschaftsgesellschaft nach effektiver Nutzung neuer Medien im Unterricht und bei der Hausarbeit entgegen zu kommen. Daher ist eine Nutzung für den schulischen Bereich, besonders für die Unterrichtsgestaltung sehr erwünscht.

[brinkmann-du.de (19.2.2014)]

Diese Website wurde also (auch) gezielt für den Schulunterricht erstellt, ob sich dies auch in der Gestaltung bemerkbar macht, werden wir im Weiteren sehen.

Inhaltlich bietet die Homepage von Rudolf Brinkmann – genau wie Mathe online – eine große Bandbreite. Auf Abbildung 13 ist bereits erkennbar, dass die Inhalte sich auch nicht auf den Bereich der Mathematik beschränken, sondern zusätzlich auch viele Materialien aus der Physik zu finden sind.

Die Inhalte sind dabei nicht nur eine fachliche, sondern auch eine mediale Mischung. Es finden sich Erklärungen, die sich hauptsächlich auf das Medium der Schrift beschränken; Seiten zu „Mathematik interaktiv“ mit einer Auswahl an Applets; ein Aufgabenportal, aus dem viele Übungen auch als PDF oder Word-Dokument gedownloadet werden können und zusätzlich eine Sammlung externer Links. Das Adjektiv „multimedial“ beschreibt die Website also sehr gut.

4.2.2 Aufbau und Gestaltung

The screenshot shows the homepage of MatheBrinkmann for the topic of Stochastik. The page is structured with a navigation bar at the top, a main content area, and a sidebar. The main content area is titled 'Einführung in die Stochastik' and includes links for 'Tabellenwerte' and 'Aufgaben: Stochastik vermisch'. There are also social media buttons for 'Feedback', 'Interesse an einer CD?', and 'Gefällt mir'. A sidebar on the right contains the 'Chem Systeme' logo and 'www.bio...'. Below the main content is a 'Themenüberblick' section with two columns of bullet points listing various probability topics like 'Zufallsexperimente', 'Ereignisse und Gegenereignisse', and 'Normalverteilung Approximation'.

Abbildung 14: Wahrscheinlichkeitsrechnung auf MatheBrinkmann

Die Homepage von Brinkmann wurde nicht in Form eines Lernpfades gestaltet. Im Vergleich zu Mathe online ist das Vorgehen weniger linear, sondern eher sternförmig. Alle Informationen (außer den Applets und Extra-Übungsblättern) können von der oben abgebildeten Startseite des Kapitels „Einführung in die Stochastik“ aufgerufen werden. Grundsätzlich kann man zwar davon ausgehen, dass ein Durcharbeiten der Kapitel von oben nach unten ratsam ist, aber niemand ist gezwungen dazu, besonders wenn beispielsweise die Grundlagen bereits bekannt sind.

Ist ein Kapitel ausgewählt worden, gelangt man auf eine Seite, die wiederum in Unterkapitel gegliedert ist. Diese Unterkapitel sind im Kopf der Webseite angeführt und können via Hyperlinks sofort aufgerufen werden, wenn nicht alles von oben nach unten durchgearbeitet werden will.

Die Beurteilung der Sprache fällt durchwegs positiv aus. Die Erklärungen sind verständlich und in nicht allzu langen Sätzen gefasst. Beim Durchlesen fallen jedoch einige Rechtschreib – und Beistrichfehler (oder einfach nur Tippfehler) auf. Diese können einfach ignoriert werden, allerdings stören -

besonders Beistrichfehler - öfters das Verständnis der Satzstruktur. Sprachlich auffällig ist zudem, dass die Lernenden mit „Sie“ angesprochen werden, was für manche Schülerinnen und Schüler wohl eher ungewohnt, aber nicht störend ist.

Die **Anzahl der Pfade** mit k Erfolgen bei einem n -stufigen Bernoulli-Versuch ist:

$\binom{n}{k}$ wobei n die Anzahl der Versuche und
 k die Anzahl der Erfolge ist

 **Video** Von OberPrima [Bernoulli-Formel](#)
 Diese Aufgabe hat Olaf Hinrichsen in einem Video auf seiner sehenswerten Webseite <http://oberprima.com> ausführlich erklärt.

Beispiel

Ein Würfel wird $n = 5$ mal geworfen.
 Als Erfolg werten wir die Augenzahl 6.
 Wie viel Pfade mit $k = 3$ Erfolgen gibt es im Ergebnisbaum?

Die Anzahl der Pfade mit $k = 3$ Erfolgen ist: $\binom{5}{3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 10$

Es gibt bei diesem Versuch also insgesamt 10 Pfade, die jeweils 3 Erfolge beinhalten.

Abbildung 15: Hyperlink zu externem Video

Der Aufbau kann aus medialer Perspektive wieder als Hypertext bezeichnet werden. Brinkmann arbeitet mit viel weniger Links als Mathe online, was zu Problemen führen kann (siehe unten), dafür verweist er auch auf externe Websites. Ein Beispiel dafür ist auf Abbildung 15 erkennbar, wo an die Erarbeitung des n -stufigen Bernoulli-Versuches anschließend, auf ein externes, (zusätzlich) erklärendes Video verwiesen wird.

Die graphische Gestaltung hat Brinkmann eher schlicht gehalten. Auf hellem Hintergrund befindet sich größtenteils schwarzer Text. Links und Beispiele sind mit blauem Hintergrund hervorgehoben (siehe Abbildung 15) und Definitionen befinden sich in einem rosa Feld. Graphiken werden immer wieder zur Unterstützung des Verständnisses eingesetzt. Der linke Rand wurde freigelassen, um dort zur zusätzlichen Struktur die Art des nächsten Abschnittes erkennbar zu machen (z.B. Beispiel, Übung, etc.). Außerdem finden sich hier auch Buttons, um zu Applets und anderen Tools zu gelangen.

Der Gesamteindruck lässt sich also als positiv zusammenfassen, wenn auch Mängel zu kritisieren sind.

Dies betrifft als erstes die nicht-lineare Struktur, die zu Problemen führen kann. Man stelle sich vor: Ein Schüler oder eine Schülerin aus der siebten Klasse will sich beispielsweise über die Binomialverteilung informieren und wählt dieses Kapitel. Die vorhergehenden Punkte werden übersprungen, da diese bereits in der sechsten Klasse behandelt wurden und somit ohnehin bekannt sind. Das könnte jedoch zum Problem werden.

Bei der Frage auf wie viele Arten k Objekte aus einer n -elementigen Menge ausgewählt werden können, heißt es nämlich: „Das erinnert an dass [sic!] Lotto - Problem, bei dem aus $n = 49$ Objekten $k = 6$ Objekte unabhängig von der Anordnung ausgewählt werden. Die Anzahl der Möglichkeiten war in diesem Fall...“ [brinkmann-du.de (20.2.2014)].

Der oder die Lernende hat jedoch von diesem Lotto-Problem noch nie gehört und weiß nicht, wie dabei vorgegangen wurde. Es muss also das angesprochene Problem auf der Seite gesucht werden. Leider bietet die Website dafür keine Hilfestellungen. Es gibt hier weder einen Link zum Lotto-Problem oder einen Verweis wie „siehe Kapitel XY“.

Erschwert wird die Suche nach dem Lotto-Problem zusätzlich durch den Gesamtaufbau der Seite, der teilweise etwas verwirrend (noch mehr als es bei Mathe online der Fall war) ist. Besonders, wenn etwas gesucht werden soll, ist man zunächst ein wenig verloren. Ein (webseiteninternes) Suchfeld wäre hier eine große Hilfestellung. Durch die vielen Links auf der Startseite gibt es viele verschiedene Pfade, auf die man gelangt. Später noch einmal ein Dokument, etc. zu finden, das eventuell sogar schon einmal gefunden wurde und gefallen hat, kann manchmal zum Problem werden.

Der zweite Punkt, den ich an der Gestaltung dieser Homepage kritisieren möchte, ist die Werbung. Jeder Kapitelanfang wird gerahmt von zwei großen Werbefenstern. Zusätzlich befindet sich (in den Kapiteln) entlang des rechten Bildlaufs eine weitere Anzeige. Wird allerdings hinuntergescrollt, erscheint keine Werbung mehr. Die Werbungen, die bei mir derzeit angezeigt sind, werben für den Beruf des LKW-Lenkers („Beruf mit Zukunft“), Tommy Hilfiger und für eine Rolle im nächsten Werbespot vom Verbund. Diese drei Anzeigen schätze ich als nicht besonders attraktiv für 17- bis 16-

Jährige ein. Bei attraktiveren Angeboten, z.B. von Onlinespielen, H&M, usw. kann die Ablenkungsgefahr allerdings hoch sein.

4.2.3 Konzept

Bereits im zitierten Impressum ist die Erstellung für den schulischen Bereich betont worden. Einen Eindruck, welche Einsatzmöglichkeiten die Homepage bietet, bekommt man auch, wenn die Kommentare auf der Homepage gelesen werden. Aus diesem Grund sollen auch hier einige Auszüge aus der Rubrik „Lob und Kritik“ zitiert werden:

S.g. Hr. Kollege Brinkmann!

Ich unterrichte seit mehreren Jahren an Fachhochschule und Gymnasium Mathematik, und habe nirgendwo auch nur eine annähernd so systematisch aufgebaute, im Schwierigkeitsgrad ansteigende und vor allem mit kompletten Lösungen + Rechenwegen (!!!) ausgestattete Webseite gesehen. Für Schüler, Studenten und auch Lehrer ist Ihre Seite ein Segen!!!

Guten Abend Herr Brinkmann,

ich studiere zurzeit Wirtschaftsingenieurwesen und meine Matheklausur steht bevor. Ich muss sagen Ihre Seite ist echt klasse zum Lernen. Besonders mit der Erläuterung des Lösungsweges. Echt TOP

Hallo

Habe die Seite mit den Polynomdivisionen gewählt, da sich mein Sohn nicht auskennt, auf dieser Seite super beschrieben, sodass ich es ihm erklären kann. Der Lehrer konnte es anscheinend den Schülern nicht erklären, danke.

Hallo Herr Brinkmann

ich möchte mich bei Ihnen bedanken für Ihre wirklich guten Matheerklärungen. Ich schreibe morgen meine Mathevorabiturklausur (Leistungskurs) und war am Kapitulieren vor der Bestimmung der Monotonie von Funktionen, bis ich Ihre Seite gefunden habe. Ich schätze, dann bekomme ich das morgen hin und habe schon ein viel besseres Gefühl

[brinkmann-du.de (20.2.2014)]

Diese Lobreden lassen erkennen, dass das Publikum der Seite sehr heterogen ist. Es erstreckt sich von Schülern über Eltern und Studenten bis hin zu Lehrpersonen. Vor allem das breite Angebot kann dafür ein Grund sein. Für den Unterricht in der Schule sind besonders die Zusatzmaterialien rundherum interessant. Diese beinhalten Applets, Links auf externe Seiten und viele Aufgaben und Unterrichtsskripten, die sich auch als PDF downloaden lassen. Die PDF-Dateien sind mit einem Kopierschutz versehen, also einem Schriftzug im Hintergrund quer über das Blatt. Wer die PDF-Dateien ohne diesen Schutz als Worddokument möchte, kann sich diese auch kostenpflichtig downloaden. Der Preis für alle Mathematikmaterialien (26 032 Dateien) beträgt 40 Euro, es können allerdings auch nur einzelne Kapitel gekauft werden, zum Beispiel kosten alle Dateien (gesamt 99) zum Thema Stochastik sieben Euro.

Doch auch die beschriebene Website kann selbst im Unterricht verwendet werden. Anhand der Kombination der Erklärungen mit den Beispielen können die Schülerinnen und Schüler einzelne Kapitel sicherlich auch selbstständig erarbeiten. Alle Übungen sind mit einer kompletten Lösung versehen, was für die Übung zuhause toll ist, beim Einsatz im Unterricht jedoch die Gefahr birgt, dass die Schülerinnen und Schüler zu schnell aufgeben und sich die Lösung ansehen.

Um alle Themen, die im Bereich der Stochastik in der siebten Klasse behandelt werden, den Schülerinnen und Schülern nur über diese Homepage vermitteln zu können, wird allerdings ein umfangreicher zusätzlicher Arbeitsplan benötigt, da das Angebot so groß ist. Die Homepage stellt eben keinen Lernpfad dar, sondern eine umfangreiche Sammlung an Materialien und Erklärungen, in der man sich auch schnell verirren kann.

4.2.4 Inhalte und Lernziele

Die Inhalte sind zwar umfangreich, aber unstrukturiert. Nach welchen Kriterien die Inhalte ausgewählt wurden, ist (für mich) nicht nachvollziehbar. Um bei allen Homepages denselben inhaltlichen Maßstab anzulegen, soll wieder der Lehrplan der siebten Klasse AHS Oberstufe zum Vergleich herangezogen werden. Zur Erinnerung: Darin werden die Begriffe diskrete Zufallsvariable und diskrete Verteilung gefordert, der Zusammenhang zwischen relativen Häufigkeitsverteilungen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen, zwischen Mittelwert und Erwartungswert, zwischen empirischer Varianz und Varianz und schlussendlich das Arbeiten mit diskreten Verteilungen in anwendungsorientierten Bereichen (siehe 4.1.4).

Diese Anforderungen kann die Website von Brinkmann leider nicht erfüllen. In der Fülle des Angebotes sucht man vergeblich nach dem Wort diskret – egal ob im Zusammenhang mit der Zufallsvariable oder der Verteilung - und auch das Arbeiten mit diskreten Verteilungen ist nur mangelhaft, da nur die Binomialverteilung vorgestellt wird.

Schön wäre auch eine Zuordnung zu den Jahrgängen und keine wahllose Aneinanderreihung von Themen. Einige Themen scheinen zwar Blöcke zu bilden, aber grundsätzlich ist die Auswahl und Anordnung der Kapitel nicht nachvollziehbar.

Nun zur Aufbereitung der vorhandenen Inhalte. Vorwissen auf dem Gebiet der Wahrscheinlichkeitsrechnung wird nur wenig bis gar nicht vorausgesetzt. Auf der gemeinsamen Startseite für alle Kapitel der Stochastik können Themen vom absoluten Beginn bis zur Hypothesentestung aufgerufen werden.

Der Zusammenhang zwischen relativer Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit wird sehr ausführlich und überaus verständlich erklärt. Die Schülerinnen und Schüler werden dabei auch immer wieder angehalten selbst tätig zu werden, sie werden sogar angesprochen.

Die Erarbeitung der relativen Häufigkeit erfolgt Schritt für Schritt anhand eines selbst durchführbaren Experiments mit einem Reißnagel (siehe Abbildung 16).

statistische Wahrscheinlichkeit am Beispiel von Heftzweckenwürfen

Wirft man eine Heftzwecke, so kann sie entweder auf den Rücken fallen oder seitlich liegen bleiben.



Man kann nicht davon ausgehen, dass hier die Chancen gleich sind. Die Ursache liegt in der Herstellung der Heftzwecke. Es kann sein, dass der Rücken sehr massiv oder weniger massiv gefertigt ist. Um hier eine Wahrscheinlichkeitsaussage zu treffen, muss experimentiert werden.

Experiment:
Eine Heftzwecke wird 100 mal geworfen, die relativen Häufigkeiten werden berechnet.

Ergebnis:

Ereignis			Summe n
absolute Häufigkeit n_i	44	56	100
relative Häufigkeit $h(e_i) = \frac{n_i}{n}$	$\frac{44}{100} = 0,44$	$\frac{56}{100} = 0,56$	$\frac{100}{100} = 1$
relative Häufigkeit in %	44%	56%	100%

Die Erfahrung zeigt, dass mit steigender Versuchszahl der Wert der relativen Häufigkeit immer mehr einem Endwert näher kommt, er pendelt sich ein. Diesen Endwert nennt man **statistische Wahrscheinlichkeit**. Um für unser Experiment eine vernünftige Wahrscheinlichkeitsaussage zu treffen, müssten wir diesen Versuch sehr oft wiederholen.

Abbildung 16: Relative Häufigkeit bei MatheBrinkmann

An diese Demonstration anschließend werden auch die Schülerinnen und Schüler dazu aufgerufen den Versuch selbst durchzuführen und die Ergebnisse zu notieren. Um einen größeren Stichprobenumfang zu erzielen sollen anschließend auch die Ergebnisse anderer dazugenommen werden. Auf diese Weise wird erkennbar wie sich die relative Häufigkeit um einen Wert zwischen 0,45 und 0,46 einpendelt.

Positiv ist dabei auch, dass die Lernenden nicht nur animiert werden die Übung selbst durchzuführen, sondern, dass zusätzlich ein Beispiel für eine solche Durchführung bereits angeführt ist. Sie können auf diese Weise ihre Ergebnisse vergleichen oder nur Ausschnitte selbst durchführen und den restlichen Verlauf nachlesen.

Zwischendurch gibt es immer wieder Übungen, die das neue Wissen sofort anwenden. Öfters ist auch die Wahrscheinlichkeit für ein Ergebnis bereits berechnet und die Wahrscheinlichkeit für das Gegenereignis soll von den Schülerinnen und Schülern anschließend selbst berechnet werden.

Der Vorteil dabei ist, dass die Vorgangsweise sehr ähnlich ist. Der Nachteil liegt natürlich auch auf der Hand: Faule (oder kluge?) Schülerinnen und Schüler können sich die Arbeit sparen und die Gegenwahrscheinlichkeit leicht aus der bereits berechneten Wahrscheinlichkeit ermitteln.

Bei diesen Übungen ist außerdem positiv zu vermerken, dass es eine Lösung gibt, diese aber nicht direkt nach der Angabe angeführt ist. Man muss extra auf den Hyperlink zur Lösung klicken, um zu ihr zu gelangen. Auf diese Weise wird ein „zufälliger“ Blick auf die Lösung vermieden. Alle Lösungen sind (inklusive Angaben) am Ende der Seite, also ganz unten, angeführt. Am Ende eines Unterkapitels befindet sich auch (meist) eine Zusammenfassung mit wichtigen Formeln und Begriffen.

Auch der Erwartungswert wird wiederum anschaulich und in Form eines Beispiels erklärt. Das Beispiel stammt hier – wie es oft der Fall ist – aus dem Glücksspiel. Welchen Einsatz muss der Betreiber eines Casinos für das Spiel mit zwei Würfeln wählen, wenn die Augensumme ausgezahlt wird und er im Durchschnitt nicht verlieren will? Anschließend wird der Erwartungswert auch noch allgemein definiert und mit Übungen gefestigt.

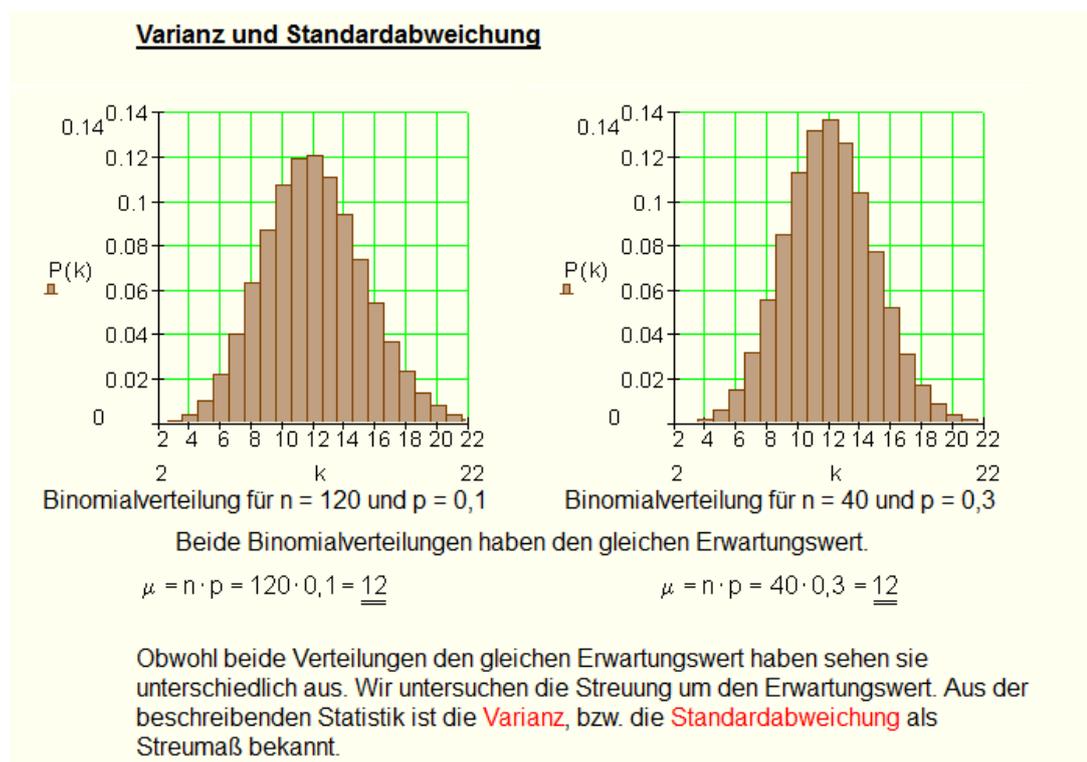


Abbildung 17: Varianz und Standardabweichung auf MatheBrinkmann

Varianz und Standardabweichung werden nicht vollkommen hergeleitet, aber zumindest mit zwei Diagrammen eingeführt, die die Auswirkung demonstrieren sollen. Zusätzlich wird auf ein Video von OberPrima verwiesen, das die Begriffe Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung nochmals wiederholt.

Bei der Erarbeitung der Binomialverteilung wird der Binomialkoeffizient bereits als bekannt vorausgesetzt, da dieser im Vorkapitel erarbeitet wurde (anhand des Lotto-Spiels).

Dazu wird ein Würfelbeispiel verwendet, das mit Hilfe eines Baumdiagramms gelöst wird. Ähnlich der Erarbeitung mit einem Galton-Brett, soll anschließend auch hier die Wahrscheinlichkeit für einen Pfad zuerst konkret am Beispiel und anschließend allgemein erarbeitet werden.

Die Form einer Binomialverteilung wird anschließend vorgestellt. In diesem Zusammenhang wird auch erklärt, was es bedeutet, wenn eine Wahrscheinlichkeit „größer gleich“ oder „kleiner gleich“ berechnet werden soll.

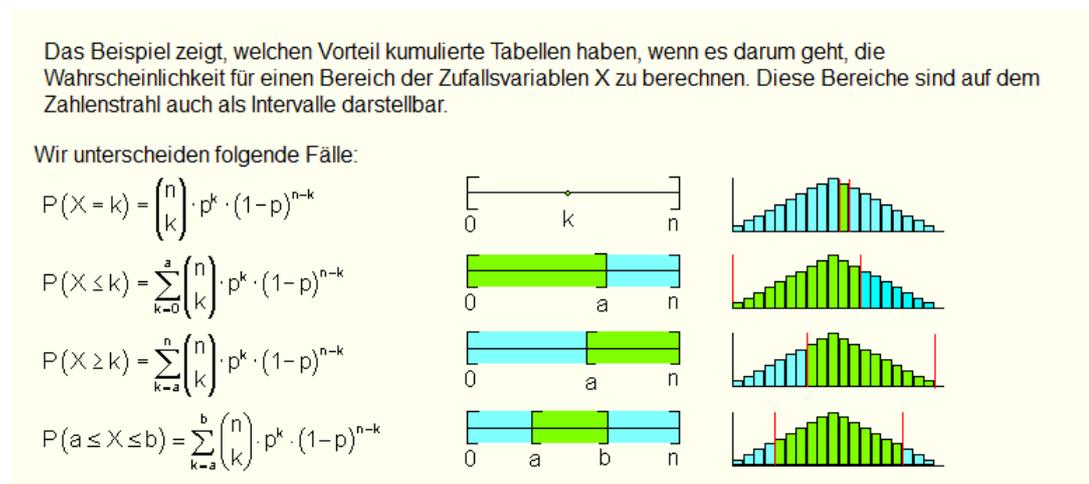


Abbildung 18: Binomialverteilung auf MatheBrinkmann

Zu diesem Thema gibt es außerdem einen Link auf ein Applet der Seite mathematik.ch, wo man die Wahrscheinlichkeit einer Binomialverteilung berechnen und zusätzlich das Diagramm zeichnen lassen kann. Außerdem werden auch noch Erwartungswert, Standardabweichung und Varianz automatisch berechnet.

Fachlich lassen sich keine Mängel feststellen.

Ein Mehrwert gegenüber der Arbeit ohne den Computer lässt sich durch die Einbindung der Videos bereits erkennen. Auch die einfache, aber effektive Methode der Hyperlinks, um die Lösungen nicht direkt unter der Aufgabenstellung anführen zu müssen, wäre ohne Computer nicht möglich.

Zusätzlich gibt es die zahlreichen Applets und Tools, die auf dieser Seite zu finden sind.

4.2.5 Besonderheiten

Zu den Besonderheiten der Seite gehören natürlich die bereits angesprochenen zahlreichen Applets. Alle können an dieser Stelle leider nicht vorgestellt werden, aber ein Beispiel soll zumindest herausgegriffen werden. Unter http://www.brinkmann-du.de/applet_script_links_extern.htm finden sich die Links zu allen Applets, also auch zu Themen, die nicht der Stochastik angehören.

Insgesamt bin ich auf fünf Applets gestoßen, die für mein Thema relevant sind. Eines davon wurde bereits oben vorgestellt, ein weiteres soll hier folgen, nämlich die Simulation zur Augensumme mehrerer Würfel.

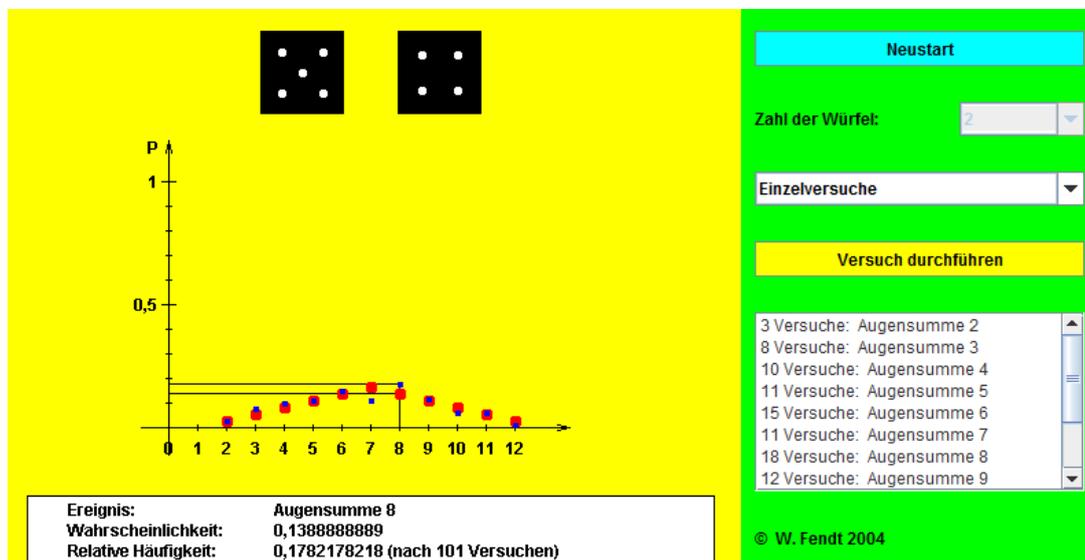


Abbildung 19: Simulation zur Augensumme mehrerer Würfel

Die Simulation ermöglicht eine gute Erarbeitung des Zusammenhangs zwischen relativer Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit. Wie auf der Abbildung zu erkennen, kann die Anzahl der Würfel zwischen eins und fünf eingestellt werden und außerdem die Anzahl der auf einmal ausgeführten Versuche (ein, 10, 100 oder 1000 Versuche).

Im Diagramm werden schließlich die Wahrscheinlichkeiten und die tatsächlich aufgetretenen relativen Häufigkeiten eingezeichnet. Wird mit der Maus auf die Augensumme gezeigt, erscheinen auch die Werte für die beiden Größen. Durch schrittweises Erhöhen der Anzahl der Versuche ist gut erkennbar, wie sich die relative Häufigkeit der Wahrscheinlichkeit immer besser annähert. Wird nur ein Einzelversuch durchgeführt, erscheinen auch die

Würfel mit der gewürfelten Augenzahl, was die Anschaulichkeit noch erhöht. Das Programm gibt auch die absolute Häufigkeit der Augensumme 2, 3, ..., 12 in dem weißen Feld in der rechten unteren Ecke aus.

Abgesehen von den Applets gehören auch die vielen Übungen zu den Besonderheiten dieser Website. Zusätzlich zu den PDF- bzw. Worddokumenten gibt es auch viele Online-Übungen, die mit Lösungen versehen sind. Hier ist auch ein so genanntes „Aufgabenroulette“ wählbar. Wenn dieser Modus gewählt wird, kann man ein Kapitel auswählen, beispielsweise die Wahrscheinlichkeitsrechnung, und der Computer öffnet eine zufällig gewählte Aufgabe, die zu bearbeiten ist. Natürlich gibt es auch hier eine Lösung dazu (oft auch mit Lösungsweg). Wählt man als Kapitel „Abiturvorbereitung“, erhält man eine beliebige Aufgabe aus einem zufällig gewählten Themengebiet.

Um immer auf dem Laufenden zu bleiben, was auf dieser umfangreichen Seite geändert bzw. ergänzt wurde, hat die Website einen eigenen Account auf Facebook. Hier wird regelmäßig gepostet, was es Neues auf der Webseite zu entdecken gibt.

4.2.6 Fazit

Die Gestaltung und der Aufbau sind im Großen und Ganzen sehr gut. Abzüge gibt es für die teilweise etwas verwirrende Struktur, die es schwer macht, etwas Bestimmtes zu suchen, und für die Werbung.

Das Konzept betreffend handelt es sich um eine große Material – und Aufgabensammlung. MatheBrinkmann bietet keine Lernpfade an, die Eins – zu – Eins im Unterricht umgesetzt werden können. Es gibt viele brauchbare Materialien, Informationen und Applets, die erst von der Lehrperson verarbeitet und gezielt in Szene gesetzt werden müssen.

Beim Kriterium „Lernziele und Inhalte“ beeindruckt die Website mit sehr umfangreichem Material, das auf verständliche Weise Grundbegriffe erklärt und herleitet. Die Inhalte sind sehr gut aufbereitet worden. Einziger Mangel dabei ist die Auswahl der Inhalte, die willkürlich erscheint. Leider gibt es nicht für alle Punkte, die im Lehrplan gefordert werden, auch Erklärungen auf der Website.

Die Website hat zusätzlich zu meiner Bewertung auch selbst einen Verweis auf ihre „Webutation“, was sich aus „Website“ und „Reputation“ zusammensetzt. Bei dieser Bewertung hat MatheBrinkmann 100 von 100 möglichen Punkten erreicht. Hier werden Sicherheitsaspekte und technische Dinge miteinbezogen, aber auch Kundenbewertungen. Auf <http://www.webutations.net/de/review/brinkmann-du.de> findet man die gesamte Bewertung.

	Sehr gut		unangemessen			
Aufbau			X			
Konzept			X			
Inhalte		X				
Besonderheiten	Ausreichend und gut	X				Nicht vorhanden
Gesamteindruck		X				

4.3 Eigene Homepage

Die Website ist unter der folgenden Internetadresse zu finden:

www.wahrscheinlichkeit.jimdo.com

4.3.1 Allgemeines

Bei der Vorstellung meiner selbsterstellten Homepage ist eine Bewertung nur schwer (objektiv) durchführbar. Ich habe bei der Erstellung selbstverständlich darauf geachtet möglichst alle Punkte meiner eigenen Kriterien bestmöglich umzusetzen. Aus diesem Grund wird im Weiteren weniger eine Bewertung als eine Beschreibung zu finden sein.

Die Homepage wurde mit der Online-Software Jimdo erstellt. Jimdo ist eine Gratissoftware, die es ermöglicht auch ohne Programmierkenntnisse oder HTML-Wissen eine Homepage relativ einfach zu erstellen. Die Software zur Erstellung und auch die Domain sind gratis erhältlich. Die Gratisversion ist keine Testversion, aber enthält nur die Grundwerkzeuge und begrenzte Möglichkeiten. Wem dies zu wenig ist, kann für 60 Euro pro Jahr JimdoPro oder für 180 Euro pro Jahr JimdoBusiness erwerben. Meine Homepage basiert jedoch nur auf der Gratisversion JimdoFree.

4.3.2 Aufbau und Gestaltung



Wahrscheinlichkeitsrechnung

Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es?

Auf wie viele verschiedene Arten können Entscheidungen getroffen, Sachen angeordnet oder aus einer Menge ausgewählt werden? Diese Frage stellt das Thema dieses Kapitels dar. Dazu wird auch der Binomialkoeffizient benötigt, der darum hier definiert und seine Eigenschaften behandelt werden sollen.

Beispiel:
Wie viele mögliche Bildungswege gibt es in diesen Schulen?

a) Am BORG für Kommunikation können folgende Bildungswege gewählt werden: Zuerst muss in der 6. Klasse eine der drei Sprachen "Tschechisch", "Spanisch" oder "Italienisch" gewählt werden, dann kann man sich in der 7. Klasse zwischen "Bildnerischer Erziehung" und "Musikerziehung" entscheiden.

- Einführung
- Die Zufallsvariable
- Erwartungswert und Varianz
- Der Binomialkoeffizient**
- Produkte
- Fakultäten
- Definition des Binomialkoeffizienten
- Aufgaben
- Rechenhilfen

Abbildung 20: wahrscheinlichkeit.jimdo.com

Auf Abbildung 20 ist das Grundgerüst der Website erkennbar. Der Kopf mit den Würfeln bleibt immer gleich und ist immer vorhanden. Am rechten Rand befindet sich eine Kapitelübersicht über die auch zu den jeweiligen Themen gelangt werden kann. Auch sie ist ein fixes Element. Am Anfang jedes Kapitels werden außerdem die Inhalte der folgenden Seiten, in ein bis zwei Sätzen, kurz umrissen.

Der Aufbau ist dabei linear. Grundsätzlich kann die Seite vom Anfang bis zum Ende durchgearbeitet werden, ohne einen Punkt überspringen oder zurückblättern zu müssen.

Hyperlinks wurden trotzdem immer wieder eingebaut, um schnell zu einem vorherigen Kapitel springen zu können, wenn eine Definition oder ähnliches nicht mehr geläufig sein sollte. Außerdem gibt es auch Hyperlinks auf externe Seiten, beispielsweise zu YouTube-Videos, die die besprochenen Inhalte nochmals vertiefen und zusammenfassen sollen. Bei einer eigenständigen Erarbeitung durch die Schülerinnen und Schüler kann zudem eine nochmalige Erklärung desselben Inhalts in anderen Worten manchmal nicht schaden.

Auf der Abbildung ist auch bereits die Gliederung ersichtlich. Jedes Kapitel teilt sich wieder in Unterkapitel, die jedoch erst erscheinen, wenn auf das jeweilige Thema geklickt wird.

Beim Design und bei der farblichen Gestaltung habe ich mich bewusst zurückgehalten und einen schlichten Stil bevorzugt. Farben werden nur selten eingesetzt, etwa für Überschriften oder die Kennzeichnung eines Beispiels. Der Hintergrund ist einheitlich weiß. Jede Art von Themenblock hat eine einheitliche Farbe. Es sind beispielsweise alle Überschriften von Aufgaben dunkelblau, alle Überschriften der Beispiele blaugrün, usw.

Bilder werden immer wieder zur Demonstration und Veranschaulichung verwendet, wurden allerdings ebenfalls nur sparsam verwendet. Alle verwendeten Abbildungen wurden entweder von mir selber erstellt oder sind mit einem Bildnachweis versehen.

Sprachlich war ich bemüht die Fehlerzahl zu minimieren. Bei den Definitionen habe ich mich allerdings auf den Wortlaut von „Mathematik verstehen 7“ verlassen, den ich übernommen habe.

Bemerkenswert ist noch, dass die Website vollkommen werbefrei ist, obwohl sie mit einer Gratissoftware erstellt wurde und auch für die Domain kein Cent bezahlt wurde. Außerdem befindet sich bereits in der zu gestaltenden Vorlage der Website ein Button zum Ausdrucken in der Fußzeile. Auf diese Weise kann eine Seite, die besonders gut gefällt oder auf der etwas besonders Wichtiges steht, ausgedruckt werden. Der oben abgebildete Ausschnitt ist in der Druckversion auf Abbildung 21 zu sehen. Auch Abbildungen und Formeln werden problemlos verarbeitet.

Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es?

Auf wie viele verschiedene Arten können Entscheidungen getroffen, Sachen angeordnet oder aus einer Menge ausgewählt werden? Diese Frage stellt das Thema dieses Kapitels dar. Dazu wird auch der Binomialkoeffizient benötigt, der darum hier definiert und seine Eigenschaften behandelt werden sollen.

Beispiel:

Wie viele mögliche Bildungswege gibt es in diesen Schulen?

- a) Am BORG für Kommunikation können folgende Bildungswege gewählt werden: Zuerst muss in der 6. Klasse eine der drei Sprachen "Tschechisch", "Spanisch" oder "Italienisch" gewählt werden, dann kann man sich in der 7. Klasse zwischen "Bildnerischer Erziehung" und "Musikerziehung" entscheiden.

Abbildung 21: Druckversion auf wahrscheinlichkeit.jimdo.com

4.3.3 Konzept

Vom Konzept her ist die Homepage als Lernpfad gestaltet worden. Es soll für die Schülerinnen und Schüler möglich sein, das gesamte Kapitel eigenständig zu erarbeiten. Aus diesem Grund habe ich auch versucht – so gut es geht – Hilfestellungen anzubieten, um somit nicht auf externe Ratschläge angewiesen zu sein.

Die Homepage soll dadurch auch den Lehrkräften im Unterricht eine Hilfe sein. Wenn sie diese Homepage verwenden, sollten sie eigentlich nicht mehr viel selbst dazu beitragen müssen. Bei einem Einsatz im Unterricht wird sich die Lehrperson in der Praxis zwar nicht gemächlich zurücklehnen können, allerdings habe ich bei der Erstellung versucht darauf zu achten, dass die Lernenden grundsätzlich auch ohne Hilfe zurechtkommen.

Aufgabe:

Verwende dein Pascalsches Dreieck, um die folgenden Eigenschaften zu ergänzen. Beweise anschließend deine Vermutung, indem du in die [Definition des Binomialkoeffizienten](#) einsetzt.

- a) $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = ?$
- b) $\binom{n}{1} = n$
- c) $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$
- d) $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$

Für den Beweis von Teil d) gibt es hier eine kleine Hilfestellung: Setze zuerst deine Vermutung ein und folge anschließend den Hinweisen.

	Rechnung	Hinweis
d) $\binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} =$	<hr/>	Setze in die Definition des Binomialkoeffizienten ein
=	<hr/>	Erweitere den ersten Bruch mit k und schreibe $(n-k-1)!$ als $(n-1) \cdot ?$ auf
=	<hr/>	Fasse die beiden Brüche auf einen Bruchstrich zusammen $(k \cdot (k-1)! = ?)$
=	<hr/>	
=	$\binom{n}{k}$	

Abbildung 22: Eigenschaften des Binomialkoeffizienten auf wahrscheinlichkeit.jimdo.com

Beim Leisten von Hilfestellungen habe ich immer versucht eine Balance zu finden – nämlich zwischen Hilfe für schlechtere Lernende und der Faulheit

anderer Lernender. Mit „Faulheit“ ist die Versuchung gemeint, sich sofort die Lösung anzusehen, um nicht selbständig denken zu müssen. Dies soll natürlich vermieden werden.

Das gestaltet sich manchmal als schwierig, wenn man den Anspruch hat, dass auch schlechtere Schülerinnen und Schüler die Website ohne fremde Hilfe bewältigen und verstehen können sollen.

Ein Beispiel dafür ist auf Abbildung 21 erkennbar. Hier wäre wahrscheinlich der Teil d) auch für bessere Schülerinnen und Schüler nur schwer alleine lösbar. Die einzelnen Schritte, die beim Beweis durchgeführt werden müssen, sind aus diesem Grund an der Seite angeführt, ohne jedoch den Lernenden die (Denk-)Arbeit vollkommen abzunehmen.

Zudem ist die Sozialform vollkommen offen. Die Webseite kann als Werkzeug angesehen werden, das in den Händen der Lehrperson liegt. Es kann eingesetzt werden, wie es gewünscht wird. Besonders bei solchen (Beweis-)Aufgaben, die ein wenig schwieriger sind, kann die Zusammenarbeit mit einem Partner sinnvoll sein.

Möglich wäre allgemein eine Bearbeitung in einem Zweierteam oder auch alleine. Phasen in Einzelarbeit, Gruppenarbeit und im Plenum können abwechseln, müssen aber nicht. Manche Übungen oder Versuche sind wahrscheinlich unterhaltsamer, wenn sie nicht alleine durchgeführt werden müssen, wenn es jedoch sein muss, sollte dies auch möglich sein. Dadurch ist es auch für Schülerinnen und Schüler möglich die Inhalte zuhause und somit alleine zu bearbeiten.

4.3.4 Inhalte und Lernziele

Bei der Beurteilung der Inhalte wurde bisher immer (auch) der Lehrplan zu Rate gezogen. Er war daher selbstverständlich auch wichtig bei meiner Auswahl der Inhalte. Der zweite wichtige Anhaltspunkt war allerdings das Mathematikbuch „Mathematik verstehen 7“ von Malle et al. Aus diesem Grund übersteigen die Inhalte der Homepage auch teilweise die expliziten Anforderungen aus dem Lehrplan. Mein Ziel war auch bei der Gestaltung, dass die Homepage ein komplettes Kapitel aus dem Buch ersetzen können soll. Daher sollen nicht nur Ausschnitte, die mir besonders geeignet für den Einsatz eines Computers und des Internets erschienen, auf der Webseite präsentiert werden, sondern wirklich das gesamte Kapitel. Wenn diese Homepage durchgearbeitet wurde, kann man also getrost das Kapitel im „normalen“ Unterricht auslassen.

Interessant können allerdings die Grundkompetenzen sein, die die Autoren von „Mathematik verstehen 7“ anführen und die nach diesem Kapitel beherrscht werden sollen. Diese Grundkompetenzen, sind „für die zentrale Reifeprüfung unverzichtbar“ [Mathematik verstehen 7 2013, S. 2], orientieren sich also an den Grundkompetenzen des BIFIE, auch wenn der Wortlaut ein wenig verändert wurde:

- *Die Definitionen einer Zufallsvariablen und einer Wahrscheinlichkeitsverteilung kennen. Wahrscheinlichkeitsverteilungen durch Tabellen und Stabdiagramme darstellen können.*
- *Den Zusammenhang zwischen Häufigkeitsverteilungen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen kennen (empirisches Gesetz der großen Zahlen).*
- *Begründen können, dass sich Mittelwert, empirische Varianz und empirische Standardabweichung einer Häufigkeitsverteilung mit zunehmender Listenlänge dem Erwartungswert, der Varianz bzw. Standardabweichung der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung annähern.*
- *Die Binomialkoeffizienten und ihre wichtigsten Eigenschaften kennen.*

- *Binomialverteilungen kennen und typische Aufgaben dazu lösen können.*
- *Die Formeln für Erwartungswert und Varianz einer Binomialverteilung kennen.*

[Mathematik verstehen 7 2013, S. 186]

Vergleicht man die Punkte mit dem Lehrplan, kann man feststellen, dass sich einige Passagen sehr ähneln, andere jedoch hinzugefügt worden sind. Diese Ähnlichkeit ist vor allem auch durch die Orientierung an den Grundkompetenzen des BIFIE zu erklären.

Die Definition einer Zufallsvariable steht zwar auch nicht explizit im Lehrplan der sechsten Klasse AHS Oberstufe, allerdings sollte dies dort bereits vorkommen, wenn erstmals mit Zufall und Wahrscheinlichkeiten gearbeitet wird. Der Zusammenhang zwischen Häufigkeitsverteilungen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen steht fast wortwörtlich ebenso im Lehrplan der siebten Klasse, wie es im Buch zu finden ist. Dasselbe gilt für den dritten Punkt, der Mittelwert, Varianz, etc. zum Thema hat und auch für das Arbeiten mit Binomialverteilungen.

Die letzten beiden übrigen Punkte stellen im Grunde nur eine Präzisierung des Lehrplanes dar. Dieser ist sehr weit gefasst. Ohne den Binomialkoeffizienten ist die Einführung der Binomialverteilung nur schwer möglich, ohne Formeln für Erwartungswert und Varianz ist ein Arbeiten in diesem Bereich ebenso schwierig.

Man kann also sagen, dass die Anforderungen nicht wirklich über den Lehrplan hinausgehen, sondern bei den Grundkompetenzen schlicht und einfach ausführlicher beschrieben werden. Zudem stellt der Lehrplan auch nur die Mindestanforderungen klar. Inhalte, die darüber hinausgehen, sind nie verboten, werden aber aufgrund von Zeitmangel oft weggelassen.

Der Faktor Zeit kann bei einer sorgfältigen Durcharbeitung der gesamten Website auch hier zum Problem werden. Eine Erarbeitung aller Themen, ohne etwas auszulassen, wird nach meiner Schätzung etwa 9 Stunden in Anspruch nehmen, was manchen Lehrpersonen zu viel sein könnte. Dies sollte jedoch nicht als Anlass dafür genommen werden vollkommen auf die Homepage zu verzichten. In diesem Fall muss die Lehrperson ein Kapitel, das ihr besonders gut gefällt oder als besonders geeignet für den Compu-

tereinsatz einschätzt, auswählen und zumindest diesen Ausschnitt via Internet erarbeiten lassen. Durch die Strukturierung in Kapitel sollte es kein Problem sein nur ein einzelnes auszuwählen.

Da die Grundstruktur der Inhalte aus einem Schulbuch der siebten Klasse stammen, wird Vorwissen aus der sechsten Klasse vorausgesetzt. Das Arbeiten mit einem Baumdiagramm und die zugehörigen Pfadregeln werden beispielsweise nicht mehr wiederholt, sondern vorausgesetzt. Für das Kapitel „Erwartungswert und Varianz“ werden die Formeln des Mittelwerts, der Standardabweichung etc. benötigt. Da die Wahrscheinlichkeit allerdings eher gering ist, dass die meisten Schülerinnen und Schüler diese Formeln noch im Kopf haben, gibt es hier eine kurze Wiederholung (allerdings ohne Herleitungen). Diese Zusammenfassung ist auch als Worddokument angehängt, um es – wenn erwünscht – auch ausdrucken zu können.

Bei der Gestaltung der Inhalte habe ich mich bemüht die Vorteile des Computers und des Internets möglichst gut auszunützen und somit den Mehrwert einer solchen Arbeitsweise zu erhöhen.

Ein Beispiel dafür ist die Arbeit mit dem Galton-Brett. Mit Hilfe des Galton-Brettes sollen die Schülerinnen und Schüler die folgende Frage beantworten: Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Kugel im k -ten Fach landet, also k -mal nach rechts abgelenkt wird?

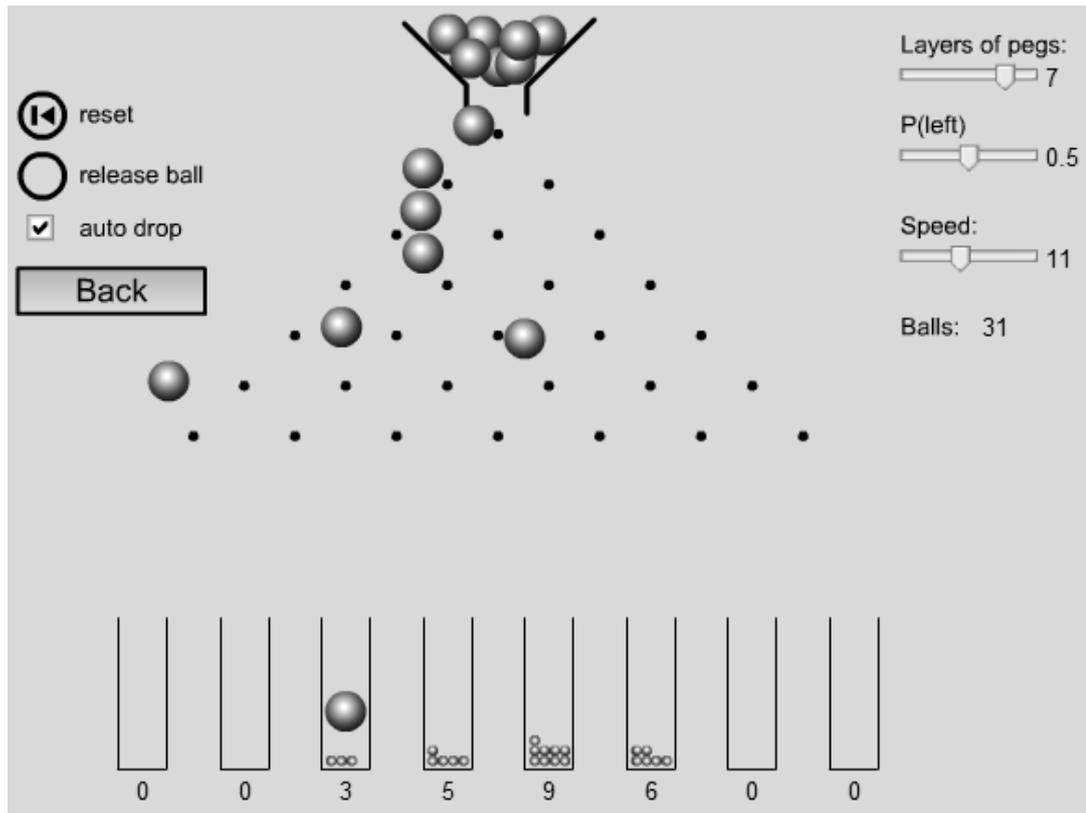


Abbildung 23: Simulation eines Galton-Brettes

Als Materialien stehen Ihnen dabei einige Internetseiten zur Verfügung, auf die als Hilfestellung verlinkt wurde. Die Links führen zu zwei YouTube-Videos, die Funktionsweise und Aussehen eines Galton-Brettes beschreiben und das Problem bereits für fünf Reihen lösen. Außerdem wird auf die Simulation verwiesen, die in Abbildung 22 zu sehen ist.

Als zweites Beispiel möchte ich noch eine Aufgabe vorstellen, die unter Anwendung des Programms Excel gelöst werden soll. Die Aufgabenstellung lautet:

Aufgabe 3:

Auch das Programm Excel ermöglicht die Arbeit mit Zufallszahlen. Mit dem Befehl "Zufallsbereich" kannst du Zufallszahlen innerhalb eines bestimmten Bereiches erzeugen. Verwende diese Funktion für die folgenden Aufgaben.

a) *Es werden zwei Würfel geworfen. X bezeichnet das Produkt der beiden Augenzahlen. Welche Werte kann X annehmen? Stelle die Wahrscheinlichkeiten dafür in einer Tabelle und einem Diagramm dar (Verwende dazu Excel).*

b) Simuliere nun 10 Durchgänge dieses Vorgangs mit dem Befehl "Zufallsbereich" in Excel. Welche Werte treten auf? Wie stehen diese im Verhältnis zu den berechneten Wahrscheinlichkeiten? Interpretiere das Ergebnis.

Aufgabe 3 zur Zufallsvariable

a) Es werden zwei Würfel geworfen. X bezeichnet das Produkt der beiden Augenzahlen. Welche **Werte** kann X annehmen? Stelle die Wahrscheinlichkeiten in einer **Tabelle** und einem **Diagramm** dar (Verwende dazu Excel)!

b) Simuliere nun **10 Durchgänge** dieses Vorgangs mit dem Befehl "Zufallsbereich" in Excel. Welche Werte treten auf? Wie stehen diese im Verhältnis zu den berechneten

Würfel 1	Würfel 2	Produkt der Augenzahlen	Produkt der Augenzahlen						Produkt	Häufigkeit	Wahrscheinlichkeit
4	3		Würfel 1						1		
									2		
									3		
									4		
									5		
									6		
									7		
									8		
									9		

Abbildung 24: Wahrscheinlichkeit und relative Häufigkeit mit Excel

Um den Schülerinnen und Schülern, die nicht so geübt im Umgang mit Excel sind, zu helfen, befindet sich unter der Aufgabenstellung zusätzlich eine Excel-Datei, die bereits eine vorgefertigte Mappe enthält (siehe Abbildung 24). Die Verwendung dieser Datei ist freiwillig und soll nur als Unterstützung dienen.

4.3.5 Besonderheiten

Ich möchte vier Besonderheiten erwähnen, die nach meiner (subjektiven) Meinung auch dieses Adjektiv „besonders“ verdienen, da sie nicht für alle Seiten selbstverständlich sind.

Übungen zur Kombinatorik

Ausfüllübung

Trage in die Lücken deine Ergebnisse ein, um sie zu kontrollieren!

Aufgabe 1:
 Wie viele vierstellige Zahlen gibt es, die nicht die Ziffern 1 und 3 enthalten?
 Lösung: Es können Zahlen gebildet werden.

Übungen zur Binomialverteilung

Zuordnungsübung

Ordne die richtigen Ergebnissen den Aufgabestellungen zu.

Aufgabe 1:
 Ein Jäger trifft sein Ziel mit einer Wahrscheinlichkeit 40%. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erzielt er

a) bei zehn Schüssen sechs Treffer?
 b) bei 20 Schüssen 12 Treffer?
 c) bei 15 Schüssen 7 Treffer?

???

???

0,177

0,0000059

0,215

0,111

0,0355

Abbildung 25: Kontrollmöglichkeiten auf wahrscheinlichkeit.jimdo.com

Die ersten Besonderheiten sind die ständigen Kontrollmöglichkeiten. Alle Aufgaben, die als Übung bearbeitet werden (sollen), sind mit einer Kontrollmöglichkeit darunter versehen. Das Besondere dabei ist, dass dabei nicht der komplette Lösungsweg vorgerechnet wird, sodass das eigene Vorgehen (im Idealfall) verglichen (und nicht abgeschrieben) werden kann, sondern, dass die Werte in einen Art Lückentext eingetragen werden können. Manchmal sind die Kontrollmöglichkeiten in Form einer Multiple-Choice-Übung, dies ist besonders dann sinnvoll, wenn kleine Abweichungen durch Rundungsfehler oder durch die Anzahl der Nachkommastellen entstehen können. Errechnet der Schüler bzw. die Schülerin beispielsweise die Wahrscheinlichkeit 0,02635198, gibt es mehrere Möglichkeiten für eine richtige Lösung, zum Beispiel 0,026 oder 0,026352. Es ist zwar möglich dem Programm mehrere richtige Antworten anzugeben, trotzdem können

nicht alle Möglichkeiten dabei berücksichtigt werden. Aus diesem Grund kann es passieren, dass zwar richtig gerechnet, aber auf eine andere Kommastelle gerundet wurde, weswegen das Programm die Antwort als falsch wertet. Der Schüler bzw. die Schülerin weiß dabei allerdings nicht, ob das Ergebnis komplett falsch ist, da der Ansatz nicht gestimmt hat, oder, ob es sich nur um eine solche Nuance handelt. In solchen Fällen ist es daher besser mit einer Multiple-Choice-Übung die Lösung zu überprüfen.

Mit einem Klick auf „Check“ oder „Kontrolle“ wertet der Computer die Ergebnisse aus und zeigt an, welche bzw. ob Lösungen falsch waren.

Aus „Angst“ vor faulen Lernenden finden sich auf meiner Homepage trotzdem auch einige Lückentexte, wo die Lösungen eingetragen werden sollen, da hier niemand das Ergebnis zufällig erraten kann. Zudem ist es nicht schlimm, wenn beim ersten Versuch nicht alles richtig ist, da dann einfach ausgebessert werden kann (der Computer merkt sich dies aber und gibt nicht mehr die volle Prozentzahl). Die Prozentzahlen der Übungen sollen allerdings ohnehin nicht zur Bewertung, sondern nur zur Selbstkontrolle und Motivation dienen. Ein Blick zum Nachbarn, der das richtige Ergebnis bereits hat (und dies durch das Programm auch bestätigt bekommen hat), kann bei nicht ganz richtigen Ergebnissen manchmal die Erleuchtung bringen.

Dieselbe „Angst“ bedingt auch meine Skepsis gegenüber Aufgaben, die zu Übungszwecken gedacht und mit einer Komplettlösung versehen sind. Manche Schülerinnen und Schüler missbrauchen solche Angebote – sei es aus Faulheit oder Mangel an Ehrgeiz oder Motivation.

Die zweite Besonderheit schließt an die Übungsaufgaben an, nämlich die Komplettlösung. Alle Aufgaben, die auf der Website gelöst werden müssen, finden sich in einem PDF-Dokument. Die Komplettlösung besteht aus allen Angaben und allen Lösungswegen. Es wird also jedes Beispiel vorgerechnet.

Zu diesem Dokument gelangt man in der Rubrik „Interessante Links“ durch einen Link ganz unten, wo steht: „Hier gibt's zum Abschluss noch die komplette Lösung zu allen Beispielen.“

Die Lösung so öffentlich preiszugeben birgt auch ein kleines Risiko, das offensichtlich ist, wenn man die Passage über den Missbrauch von Kom-

plettlösungen einige Zeilen oberhalb sich ins Gedächtnis ruft. Sie ist allerdings vor allem für (Selbst-)Kontrollzwecke für Lernende und als Hilfestellung für Lehrende gedacht. Das Dokument kann natürlich auch ausgedruckt und zum Üben verwendet werden. Um das Dokument zu verstecken oder für ähnliche technische Spielereien, fehlen mir die Kenntnisse. Außerdem ist die Lösung dazu gedacht, sie auch benützen zu können – nur eben nicht zum Schummeln.

Da die Personen, die eventuell die Homepage irgendwann benützen werden, allerdings nicht in Kontakt mit mir treten werden, wäre es somit auch nicht sinnvoll die Lösung zu verstecken, da niemand das Versteck wüsste. Wer die Homepage bis zu den Links durchgearbeitet hat, der hat sie in jedem Fall verdient.

Wer dies wirklich getan hat, der ist auch auf die dritte Besonderheit gestoßen, nämlich auf die abschließende Lernzielkontrolle. Die Lernzielkontrolle bildet den Schlusspunkt des Lernpfades und besteht aus drei Theoriefragen und 14 Rechenaufgaben. Die Rechenaufgaben können, wie auch die Übungsaufgaben, mit einer Hot-Potatoes-Übung kontrolliert werden. Hot Potatoes ist die Gratissoftware mit der die Lückentexte und Zuordnungsübungen erstellt wurden.

Der Einsatz der Lernzielkontrolle ist der Lehrperson überlassen. Sie kann auch zur Beurteilung herangezogen werden oder zumindest können die erreichten Prozentpunkte notiert werden. Wenn dies geschieht, sollte dies den Schülerinnen und Schülern im Vorhinein auch gesagt werden. Das kann auch zur Erhöhung der Motivation und Konzentration beitragen.

Besonders wenn die Jugendlichen noch nicht an den Einsatz des Computers und des Internets gewohnt sind, könnte für manche der Eindruck entstehen, dass ein Lernen am Computer oder via Internet nicht ernst genommen werden müsste oder nicht so wichtig ist. Die Ankündigung, dass das Wissen, das hier mit dem Internet und in größtenteils eigenständiger Arbeit angeeignet wird, am Ende auch abgeprüft wird, wirkt einer solchen Einstellung entgegen.

Wenn bei der Lernzielkontrolle allerdings die Prozentpunkte wichtig für die Beurteilung sind, sollte es nicht vorkommen, dass das Programm die Er-

gebnisse nur aufgrund der Anzahl der Nachkommastellen falsch rechnet (siehe oben).

Aus diesem Grund ist die Lernzielkontrolle auch zweigeteilt in eine Ausfüllübung und eine Zuordnungsübung. Die Aufgaben, die als Ergebnis Wahrscheinlichkeiten mit mehreren Nachkommastellen haben, wurden als Zuordnungsübung konzipiert; Aufgaben, die ganze Zahlen oder nur wenige Nachkommastellen als Lösung haben, als Ausfüllübung.

Zusätzlich ist es für die Lehrperson sinnvoll die Lösungswege abzusammeln, um zu sehen, wo noch Unsicherheiten zu finden sind und um eventuelle Fehler im Programm korrigieren zu können.

Einzig die drei Theoriefragen können nicht vom Computer ausgewertet werden. Aufgaben, die keinen eindeutigen Wert oder keinen einzelnen Begriff als Lösung haben, sind für ein Programm nur schwer zu beurteilen. Eine Multiple-Choice-Übung wäre zwar möglich gewesen, allerdings sollen die Schülerinnen und Schüler auch dazu befähigt werden, mathematische Sachverhalte in ihren eigenen Worten zu beschreiben – unter Verwendung mathematischer Fachbegriffe.

Die vierte und somit letzte Besonderheit, die ich noch erwähnen möchte, ist der Zeitplan.

Einführung:

- Chevalier de Méré
- Das Ziegenproblem

Gesamt: etwa 25 Minuten

Die Zufallsvariable:

- Definition
- Aufgaben
- Weiterführende Aufgabe zum Zusammenhang zwischen relativer Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit
- Gesetz der großen Zahlen

Gesamt: etwa 45 Minuten

Lernzielkontrolle
Interessante Links
Zeitplan
allgemeiner Zeitplan
Zeitplan nach Kapiteln
Tabellen
Quellen

Abbildung 26: Zeitplan auf wahrscheinlichkeit.jimdo.com

Der Zeitplan soll einen ungefähren Überblick über die benötigten Einheiten geben. Er kann allerdings nur als Anhaltspunkt und zur Orientierung dienen, da eine exakte Planung sehr schwierig ist und stark von der jeweiligen Klasse abhängt. Der zeitliche Voranschlag soll es somit der Lehrperson

erleichtern sich einen Überblick zu verschaffen. Zu diesem Zweck gibt es zwei verschiedene Pläne.

Einerseits gibt es einen allgemeinen Zeitplan, der in Unterrichtseinheiten unterteilt ist. Er ist vor allem dann nützlich, wenn die gesamte Homepage durchgearbeitet werden soll. Hier sieht die Lehrperson mit einem Blick, wie viele Einheiten insgesamt in etwa benötigt werden und außerdem ist auch für die Schülerinnen und Schüler ersichtlich, wie weit sie nach der ersten, zweiten,... Einheit ungefähr sein sollten. Je nach Abmachung mit der Lehrperson, kann auch die Diskrepanz zwischen Plan und Ist-Zustand als Hausübung wiedergutmacht werden.

Andererseits gibt es einen Zeitplan, der in Themengebiete eingeteilt ist (siehe Abbildung 26). Eine solche Einteilung ist dann interessant, wenn nur ein einzelnes Thema mit der Homepage erarbeitet werden soll. Es sind dabei die Punkte aufgelistet, die bearbeitet werden, sowie eine ungefähre Einschätzung des Zeitaufwandes.

Zusätzlich sind beide Zeitpläne mit Links versehen, sodass eine Lehrperson, die sich erst mit der Homepage vertraut macht, sich die jeweiligen Kapitel mit einem Mausklick auch sofort ansehen kann.

4.3.6 Fazit

Ein Fazit über eine Seite, die man selbst gestaltet hat, zu schreiben, ist sehr schwierig. Daher kann nur gesagt werden, dass ich mein Bestes gegeben habe, um möglichst alle - von mir selbst geforderten - Kriterien zu erfüllen.

Trotz aller Bemühungen muss gesagt werden, dass noch vieles mehr möglich wäre, wozu mir jedoch das geeignete Werkzeug, Zeit und vor allem das nötige Know-how fehlt.

Die Software von Jimdo ermöglicht eine relativ einfache Erstellung einer Homepage, die trotzdem gut aussieht. Eine solche Software hat aber selbstverständlich auch Grenzen. Um ein noch mehr ausgefeiltes Angebot zu erstellen, wären Programmierkenntnisse nötig, die ich leider nicht besitze. Ideen, was noch möglich wäre, gäbe es allerdings.

Zu diesen Ideen zählt beispielsweise eine Zugangsbeschränkung mancher Seiten. Das soll heißen, dass manche Seiten nur mit einem Passwort zugänglich sein sollen. Dieses Passwort muss nicht von mir weitergegeben oder gar gekauft werden, sondern soll sich beispielsweise aus den ersten Zahlen der Ergebnisse der letzten Aufgaben zusammensetzen. Auf diese Weise kann gesichert werden, dass die Aufgaben nicht übersprungen oder falsch gelöst wurden. Bei solchen Dingen muss natürlich auch immer darauf geachtet werden, dass es trotzdem möglich bleibt nur Ausschnitte, also einzelne Kapitel, zu studieren.

Außerdem wären noch mehr spielerische Übungen gut für die Motivation. Auch wenn die Lernenden in der siebten Klasse AHS bereits junge Erwachsene sind, ist bei den meisten der Spieltrieb noch nicht verebbt. Ein Quiz oder ein Wettrennen mit (einfachen) Rechnungen wären eine gute Auflockerung gegenüber den üblichen Aufgaben, die sich auch im Internet nur wenig von den Übungen im Buch unterscheiden.

Trotzdem zeigt meine Website, dass auch ohne Programmierkenntnisse, dafür mit viel guten Willen und Zeitaufwand viel zustande gebracht werden kann.

5 Zusammenfassung

Ausgegangen bin ich bei der Verfassung meiner Diplomarbeit von der Bewertung der Homepage Mathe online von Laky. Er bezeichnete die Behandlung der Themen als weder „ausreichend noch schulstufengerecht“. Dieser Bewertung kann ich nach Abschluss meiner Arbeit nicht zustimmen. Im Gegenteil ist mir Mathe online als ein sehr umfangreiches Angebot erschienen, das dem Niveau der Lernenden einer siebten Klasse durchaus gerecht wird.

Trotzdem ist es nach den Beschreibungen und Beurteilungen der drei Homepages schwer eine Reihung zu erstellen oder einen „Sieger“ zu küren. Bei dieser Kür steht aus naheliegenden Gründen meine eigene Homepage ohnehin außer Konkurrenz, wodurch nur noch zwei Plätze zu vergeben sind.

Beschränkt man sich auf die Tabelle am Ende der beiden Bewertungen, erreicht MatheBrinkmann den ersten Platz. Dies muss allerdings nicht zwingend bedeuten, dass die Seite von Rudolf Brinkmann allgemein die bessere ist. Eher bedeutet es, dass bei dieser ganz speziellen Thematik mit der speziellen Zielgruppe und somit diesen speziellen Anforderungen die Seite besser geeignet ist.

Kerres äußert sich in seinem Buch über die „Multimediale und telemediale Lernumgebung“ besonders kritisch über die Beurteilung von Lernsoftware anhand von Kriterien:

Die didaktische Qualität oder Wertigkeit eines Mediums lässt sich nicht an Merkmalen des Mediums selbst (seien sie inhaltlicher, konzeptueller oder gestalterischer Art etc.) feststellen, sondern nur in dem kommunikativen Zusammenhang, in dem das Medium Verwendung findet.

[KERRES 2001, S. 23]

Extrem ausgedrückt bedeutet dies, dass erst im Moment der Verwendung des Mediums deutlich wird, ob es etwas taugt oder nicht – vorher ist man komplett ahnungslos.

Dieser These widerspreche ich allerdings. Kerres liegt sicher richtig mit der Aussage, dass ohne ein Medium jemals in der Praxis getestet zu haben eine vollkommene Beurteilung nicht möglich ist. Trotzdem gewinnt man mit Hilfe der Kriterien einen ersten Eindruck. Die technischen, gestalterischen und auch inhaltlichen Aspekte lassen sich sehr wohl bereits vorab beurteilen, denn technische Mängel oder nicht korrekte Inhalte tauchen auch schon vor einem Praxistest auf.

Im Grunde muss eine Beurteilung bereits vorher stattfinden und sie findet auch statt, nämlich durch die Auswahl. Die Tatsache, dass eine Homepage oder eine andere Software überhaupt in den Praxistest kommt, spricht bereits für sie.

Eine Lehrkraft kann nicht alle Homepages ausprobieren, die sie zu einem bestimmten Thema findet. Sie muss vorher eine Auswahl treffen und diese Auswahl beruht bereits auf Kriterien. Die Kriterien sind der Lehrkraft manchmal nicht bewusst, trotzdem existieren sie im Unterbewusstsein. Ist eine Website ausgewählt worden, die besonders ansprechend erscheint, wird sie im Unterricht ausprobiert, also dem Praxistest unterzogen. Erst da tauchen manche Mängel, aber auch Potenziale auf. Hier liegt Kerres vollkommen richtig: Eine Beurteilung ohne Praxistest kann nicht vollkommen sein, allerdings stellt dieser nur den Endpunkt eines Testverfahrens dar, nicht das Testverfahren selbst.

In diesem Sinne ist auch meine Bewertung der Homepages zu sehen. Das Testverfahren wurde eingeleitet, doch der letzte Punkt, der Praxistest fehlt leider noch. Die gesamte Unterrichtsdynamik kann nicht in Kriterien gefasst werden. Aus diesem Grund kann meine Diplomarbeit als Anfangspunkt einer Bewertung gesehen werden, die allerdings erst von Lehrkräften in der Praxis, also auch bald von mir, vervollständigt werden kann. So gesehen stellen das Verfassen dieser Diplomarbeit und die Diplomprüfung die letzten Hürden zur Genehmigung der Vollendung meiner Bewertungen durch den Praxistest im Unterricht dar.

6 Literaturverzeichnis

6.1 Gedruckte Werke

BARTEL, Karin / ESSER-KRAPP, Peter / KRAPP, Gertrud / SCHMITT-KÖLZER, Wolfgang: Neues Lernen mit neuen Medien. Chancen und Herausforderungen. Darmstadt: Hiba Verlag (Heidelberger Institut Beruf und Arbeit) 2003.

Ludwig J. ISSING / Paul KLIMSA (Hrsg.): Information und Lernen mit Multimedia und Internet. Lehrbuch für Studium und Praxis. Weinheim: Verlagsgruppe Beltz 2002.

KERRES, Michael: Multimediale und telemediale Lernumgebungen. Konzeption und Entwicklung. München: Oldenbourg Wissenschaftsverlag 2001.

KERRES, Michael: Mediendidaktik. Konzeption und Entwicklung mediengestützter Lernangebote. München: Oldenbourg Wissenschaftsverlag 2013.

LAKY, Andreas Paul: Internet im Mathematikunterricht. Beurteilung ausgewählter Online-Plattformen für die AHS-Oberstufe. Diplomarbeit. Universität Wien 2006.

MALLE, Günther / KOTH, Maria / WOSCHITZ, Helge / MALLE, Sonja / SALZGER, Bernhard / ULOVEC, Andreas: Mathematik verstehen 7. Wien: Österreichischer Bundesverlag Schulbuch 2013.

REICHEL, Hans-Christian (Hrsg.): Computereinsatz im Mathematikunterricht. Mannheim u.a. BI-Wissenschaftsverlag 1995.

REY, Günter Daniel: E-Learning. Theorien, Gestaltungsempfehlungen und Forschung. Bern: Verlag Hans Huber 2009.

STAIGER, Stefan: Computerbasierte Lehr-Lern-Arrangements. Didaktische Konzepte und Potenziale konkretisiert an einem Beispiel für beruflichen Unterricht. Frankfurt am Main: Peter Lang 2004.

STEPANCIK, Evelyn: Die Unterstützung des Verstehensprozesses und neue Aspekte der Allgemeinbildung im Mathematikunterricht durch den Einsatz neuer Medien. Dissertation. Universität Wien 2008.

WEIGAND Hans-Georg / WETH, Thomas: Computer im Mathematikunterricht. Neue Wege zu alten Zielen. Heidelberg, Berlin: Akademischer Verlag 2002.

6.2 Internetquellen

<http://www.e-teaching.org/technik/distribution/lernmanagementsysteme>
(12.2.2014)

www.mathe-online.at (17.2.2014)

www.brinkmann-du.de (20.2.2014)

http://elc.bildung.hessen.de/repository/fortbildung/web_u/inhalt/lernpfad/default_lernpfad/index.html (20.2.2014)

Lehrpläne:

Bundesministerium für Unterricht, Kunst und Kultur (Hrsg.): Mathematik. Bildungs-und Lehraufgabe. In: Lehrplan der AHS Unterstufe. <http://www.bmukk.gv.at/medienpool/789/ahs14.pdf>

Bundesministerium für Unterricht, Kunst und Kultur (Hrsg.): Mathematik. Bildungs-und Lehraufgabe. In: Lehrplan der AHS Oberstufe. http://www.bmukk.gv.at/medienpool/11859/lp_neu_ahs_07.pdf

Bundesministerium für Unterricht, Kunst und Kultur (Hrsg.): Allgemeiner Teil. In: Lehrplan der AHS. <http://www.bmukk.gv.at/medienpool/11668/11668.pdf>

7 Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Funktionsbereiche von webbasierten Lernplattformen	6
Abbildung 2: Lernen im Behaviorismus.....	8
Abbildung 3: Lernen im Kognitivismus	11
Abbildung 4: Intelligente tutorielle Systeme	13
Abbildung 5: Lernen im Konstruktivismus	14
Abbildung 6: Beurteilung von Online-Lehrangeboten.....	29
Abbildung 7: Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik 2	41
Abbildung 8: Binomialverteilung auf mathe-online.at	48
Abbildung 9: Online-Rechnen mit <i>Mathematica</i>	50
Abbildung 10: Applet "Folgen"	52
Abbildung 11: Multiple-Choice-Test zum Erwartungswert.....	53
Abbildung 12: Multiple-Choice-Test zu Ereignissen und Wahrscheinlichkeiten	54
Abbildung 13: Startseite von MatheBrinkmann	56
Abbildung 14: Wahrscheinlichkeitsrechnung auf MatheBrinkmann.....	58
Abbildung 15: Hyperlink zu externem Video	59
Abbildung 16: Relative Häufigkeit bei MatheBrinkmann	65
Abbildung 17: Varianz und Standardabweichung auf MatheBrinkmann	66
Abbildung 18: Binomialverteilung auf MatheBrinkmann.....	67
Abbildung 19: Simulation zur Augensumme mehrerer Würfel	68
Abbildung 20: wahrscheinlichkeit.jimdo.com.....	72
Abbildung 21: Druckversion auf wahrscheinlichkeit.jimdo.com.....	73
Abbildung 22: Eigenschaften des Binomialkoeffizienten auf wahrscheinlichkeit.jimdo.com.....	74
Abbildung 23: Simulation eines Galton-Brettes.....	79
Abbildung 24: Wahrscheinlichkeit und relative Häufigkeit mit Excel	80
Abbildung 25: Kontrollmöglichkeiten auf wahrscheinlichkeit.jimdo.com.....	81
Abbildung 26: Zeitplan auf wahrscheinlichkeit.jimdo.com	84

8 Anhang

8.1 Kriterienkatalog von Bartel et al.

Kriterium/Fragestellung	Was kann das heißen?
Welches Lernziel wird angestrebt?	<input type="checkbox"/> Lernziel benennen
Welche Lerninhalte werden angeboten?	<input type="checkbox"/> Lerninhalte identifizieren
Um welche Programmart handelt es sich?	<input type="checkbox"/> Drill und Practice <input type="checkbox"/> Simulationsprogramm <input type="checkbox"/> Tutorielles Programm <input type="checkbox"/> Hypertext <input type="checkbox"/> Edutainment
Wie ist die technische Zuverlässigkeit?	<input type="checkbox"/> Systemvoraussetzungen <input type="checkbox"/> Installation <input type="checkbox"/> Ausstieg, Absturzgefahr
Wie ist die inhaltliche Zuverlässigkeit?	<input type="checkbox"/> Ist der Inhalt fachlich korrekt? <input type="checkbox"/> Ist die Struktur gut aufgebaut?
Bedienführung	<input type="checkbox"/> Angeleitete oder freie Lernwege? <input type="checkbox"/> Interaktivität? <input type="checkbox"/> Ist individuelles Lernen möglich? <input type="checkbox"/> Gibt es eine Hilfefunktion? <input type="checkbox"/> Gibt es Feedbacks? <input type="checkbox"/> Gibt es eine Auswertung/Statistik? <input type="checkbox"/> Kann ausgedruckt werden? <input type="checkbox"/> Gibt es eine Speicherfunktion (Lesezeichen)?
Beurteilung im Hinblick auf die Zielgruppe	<input type="checkbox"/> Für welche Berufe/Ausbildungsjahre geeignet? <input type="checkbox"/> Für Prüfungsvorbereitung geeignet? <input type="checkbox"/> Motivierend? <input type="checkbox"/> Nützliche Ergänzung zum Fachbuch? <input type="checkbox"/> Bietet mehr als das Fachbuch?
Verwendete Sprache im Hinblick auf die Zielgruppe	<input type="checkbox"/> angemessen <input type="checkbox"/> zu schwer, zu kindlich, unverständlich
Beurteilung im Hinblick auf lernförderndes Design	<input type="checkbox"/> Anschaulichkeit <input type="checkbox"/> Schrift(-größe) <input type="checkbox"/> Farben <input type="checkbox"/> Grafiken/Animationen <input type="checkbox"/> Verfilmung <input type="checkbox"/> Vertonung

Fragestellung	Was kann das heißen?
Wie sieht die Kursbeschreibung aus?	<input type="checkbox"/> Gibt es eine ausführliche Beschreibung des Angebotes? <input type="checkbox"/> Ist das Angebot modular aufgebaut? <input type="checkbox"/> Wird der Anteil des Selbstlernens genannt? <input type="checkbox"/> Gibt es Präsenzangebote, wenn ja wie verbindlich sind sie? <input type="checkbox"/> Wird das Methodenangebot beschrieben? (Wichtig! Die Vermittlung fachlicher Inhalte durch praxisnahe Fallbeispiele!) <input type="checkbox"/> Welche Medienangebote gibt es (Lernsoftware, Video, ...)? <input type="checkbox"/> Steht schriftliches Zusatzmaterial zur Verfügung? <input type="checkbox"/> Wird die Zielgruppe detailliert beschrieben? <input type="checkbox"/> Sind die notwendigen Vorkenntnisse genannt? <input type="checkbox"/> Gibt es einen Einstiegstest? <input type="checkbox"/> Gibt es Referenzen?
Wie sehen die technischen Bedingungen aus?	<input type="checkbox"/> Gibt es eine genaue Beschreibung der technischen Voraussetzungen für eine Teilnahme? <input type="checkbox"/> Gibt es eine Hilfestellung/Beratung vor der Teilnahme? <input type="checkbox"/> Gibt es eine Hotline für die Dauer der Teilnahme?
Gibt es Aussagen zur Zeitplanung?	<input type="checkbox"/> Welchen Umfang wird die voraussichtliche Lerndauer/Bearbeitungsdauer haben? <input type="checkbox"/> Gibt es jederzeit freien Zugang zum Online-Angebot oder gibt es Einschränkungen? <input type="checkbox"/> Wie flexibel kann die individuelle Zeitplanung erfolgen?
Gibt es eine Betreuung?	<input type="checkbox"/> Gibt es ► Tutor/innen, die zur Verfügung stehen? <input type="checkbox"/> Wann oder wie häufig stehen sie zur Verfügung (zeitnahe Rückmeldung)? <input type="checkbox"/> Gibt es eine individuelle Betreuung? <input type="checkbox"/> Haben sie die einschlägige fachliche Kompetenz? <input type="checkbox"/> Wird eine Lernberatung angeboten?
Wie sieht die Gestaltung gemeinsamer Lernzeiten aus?	<input type="checkbox"/> Welche Formen des Austausches/gemeinsamen Lernens werden angeboten? – Diskussionsforum – Chat – ... <input type="checkbox"/> Wie werden sie vermittelt? (Wird z.B. ein Chat auf Zufallsbasis angeboten oder zielgerichtet, inkl. Terminverabredung und Benennung der Besonderheiten eines Chats?)
Werden Lernerfolgskontrollen angeboten?	<input type="checkbox"/> Wie häufig erfolgen sie? <input type="checkbox"/> In welcher Form erfolgen sie? (Test alleine oder in der Gruppe, Planspiele, Gespräch, schriftliche Erarbeitung von Themen, E-Mail-Austausch ...)

Fragestellung	Was kann das heißen?
Wird das Online-Lernangebot evaluiert?	<input type="checkbox"/> Werden die Teilnehmer/innen zur Beurteilung befragt hinsichtlich: <ul style="list-style-type: none"> – des Ergebnisses, – der Methode, – der Lernenden, – des Inhalts?
Wie sieht die Preisgestaltung aus?	<input type="checkbox"/> Kann nur online gearbeitet werden oder besteht die Möglichkeit Teilbereiche offline zu erledigen? <input type="checkbox"/> Gibt es Tipps für Förderungsmöglichkeiten?
Ist eine Zertifizierung möglich?	<input type="checkbox"/> Gibt es eine Teilnahmebescheinigung oder ein Zertifikat? <input type="checkbox"/> Wie lauten die Anforderungen zum Erhalt eines Nachweises? <input type="checkbox"/> Kann der Nachweis beruflich verwertet werden?
Gibt es sonstigen Service?	<input type="checkbox"/> Gibt es vor Beginn ein Schnupperangebot? <input type="checkbox"/> Gibt es nach Abschluss eines Angebotes noch die Möglichkeit eines Zuganges/Kontaktes zu: <ul style="list-style-type: none"> – Informationen – Foren – anderen/ehemaligen Teilnehmer/innen – ... ?

[BARTEL 2003, S. 47-50]

8.2 Liste weiterer Homepages

<http://lernmodule.zum.de/?d=51>

Lernpfade zu allen Themen der Mathematik

<http://matheguru.com/stochastik.html>

Erklärungen zu allen Begriffen, auch Übungen (extra)

<http://www.austromath.at/medienvielfalt/>

Lernpfad zum Einstieg in die Wahrscheinlichkeitsrechnung

<http://www.br.de/grips/faecher/grips-mathe/42-zufall-wahrscheinlichkeit104.html>

Lernpfad mit guten Erklärungen und selbstgedrehten Videos, incl. guter Übungen

http://www.brinkmann-du.de/mathe/gost/stoch_01.htm

Lernpfade zu allen Themen der Stochastik, incl. Übungen

<http://www.echteinfach.tv/mathe-programme> bzw.

http://www.echteinfach.tv/wahrscheinlichkeit/lottozahlengenerator#wahrscheinlichkeit_lottogewinn

viele Applets und Lernspiele zu allen Themen, incl. Zufallszahlengenerator, Lottozahlengenerator

<http://www.frustfrei-lernen.de/mathematik/wahrscheinlichkeitsrechnung.html>

Viele Erklärungen zu allen Begriffen, aber keine Aufgaben, auch mit Videos

<http://www.lehrer-online.de/galtonbrett.php?sid=52177019019372055939029932994500>

Arbeitsblatt zur Arbeit mit dem Galtonbrett, incl. toller Simulation

http://www.mathe1.de/mathematikbuch/wahrscheinlichkeit_binominalverteilungbernoulli_188.htm

3-teilige Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung mit Beispielen

<http://www.mathehilfe.tv/exercise/answer/280/26>

Lernpfad incl. interaktiver Aufgaben mit Hinweisen, aber Registrierung notwendig

<http://www.mathematik.ch/anwendungenmath/>

Anwendungen und Unterrichtshilfen zu allen Themen, viele Applets

<http://www.mathematik.de/ger/index.php?artid=355&option=kategorie&katld=124#kat124>

Erklärungen mit viel Text und vielen Herleitungen zu einzelnen stochastischen Themen

<http://www.mathe-online.at/mathint/wstat1/i.html>

siehe oben

<https://oberprima.com/mathematik/>

beinahe alle Themen werden zuerst kurz (schriftlich) erklärt und dann per Video weitergeführt, ohne Beispiele

<http://www.schulminator.com/mathematik/wahrscheinlichkeiten>

sehr kurze Erklärungen, übersichtlich gestaltet mit Übungsvorschlägen

<http://www.serlo.org/math/wiki/article/view/binomialverteilung>

Artikel zu wichtigen Begriffen und Formeln mit YouTube-Videos und Aufgaben

<https://mathe-seite.de/index.php?e1=7&e2=66>

erklärt das Rechnen mit der Binomialverteilung nur mit Videoclips (incl. Übungen)

englisch:

<http://www.mathsisfun.com/data/probability.html>

Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung sehr einfach erklärt

http://www.mathgoodies.com/lessons/vol6/intro_probability.html

Erklärungen mit wenig Theorie und vielen Beispielen, auch interaktiv

9 Abstract

Die Anforderungen, die an die Schule und somit auch an die Lehrpersonen und an den Unterricht gestellt werden, wachsen zunehmend. Zu diesen wachsenden Anforderungen zählt es auch medienkompetente Schülerinnen und Schüler auszubilden. Aus diesem Grund habe ich nach Online-Lernmaterialien mit stochastischen Inhalten gesucht und versucht mir einen Überblick über das Angebot im Internet zu verschaffen. Anschließend wurden zwei Lernplattformen ausgewählt, analysiert und bewertet.

Um eine angemessene und möglichst objektive Bewertung zu gewährleisten, stellt der erste Teil der Diplomarbeit eine Einführung in die gängigen Lerntheorien und ihre Anwendung auf die Erstellung bzw. Beurteilung von Lernplattformen dar. Weiters werden verschiedene Kriterienkataloge vorgestellt, aus denen schließlich eigene Kriterien erarbeitet worden sind. Der erarbeitete Katalog besteht aus vier Kriterien mit Unterpunkten bzw. Unterfragen: 1) Aufbau und Gestaltung, 2) Konzept, 3) Inhalte und Lernziele, 4) Besonderheiten.

Die Vorstellung einer selbsterstellten Homepage stellt den letzten Teil der Arbeit dar. Die Homepage ist unter der Internetadresse wahrscheinlichkeit.jimdo.com allgemein zugänglich und soll einen Vorschlag darstellen, wie die Möglichkeiten, die Computer und Internet bergen, im Unterricht möglichst gut umgesetzt werden können.

10 Lebenslauf

Persönliche Daten

Name: Martina Kammerhuber

Geburtsdatum: 7. Mai 1991

Staatsbürgerschaft: Österreich

Ausbildung:

1997 – 2001 Volksschule in Wartberg ob der Aist

2001 – 2005 Hauptschule 1 in Pregarten

2005 – 2009 Bundesoberstufenrealgymnasium für Kommunikation und Medienkunde in Hagenberg

2009 – 2014 Lehramtsstudium Mathematik und Deutsch an der Universität Wien