



universität
wien

DIPLOMARBEIT

Titel der Diplomarbeit

**„Vergleich österreichischer und spanischer Mathematikschulbücher
im Hinblick auf die Integralrechnung“**

Verfasserin

Silvia Reiterer

angestrebter akademischer Grad

Magistra der Naturwissenschaften (Mag. rer. nat.)

Wien, 2014

Studienkennzahl lt. Studienblatt: A 190 406 353

Studienrichtung lt. Studienblatt: Lehramtsstudium UF Mathematik UF Spanisch

Betreuer: Mag. Dr. Bernhard Krön, Privatdoz.

Danksagung

Als ich mein Studium an der Universität Wien begann, war einer meiner ersten Schritte das Durchstöbern an Informationen über das Mathematik und Spanisch Studium. Dabei las ich auf der Homepage des StudienServiceCenters Mathematik der Universität Wien folgende Aussage:

„Die Abfassung der Diplomarbeit [...] ist die größte Einzelaufgabe während des gesamten Studiums“

In meinem ersten Semester konnte ich mir diesen Arbeitsaufwand noch nicht vorstellen, aber nun am Ende meines Studiums weiß ich, dass sich eine Abschlussarbeit nicht von alleine schreibt. Daher möchte ich mich bei allen Personen bedanken, die mich auf diesem Weg unterstützt und ermutigt haben.

An dieser Stelle gebührt ein großer Dank meinem Diplomarbeitsbetreuer Mag. Dr. Bernhard Krön für den fachlichen Rat und die anregenden Gespräche während der Anfertigung meiner Arbeit.

Herzlich bedanke ich mich bei meinen Eltern, nicht nur für die finanzielle Unterstützung während meiner Studienzeit, sondern auch für den emotionalen Rückhalt und ihr großes Interesse an meinem Studium.

Mein Dank gilt ebenfalls Julia Reiterer, Petra Rosenich, Manuel Bauer sowie meiner Großmutter für die motivierenden Worte und die aufschlussreichen Gespräche im Laufe meiner Zeit als Studentin der Universität Wien.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	9
2. Österreichisches und spanisches Bildungssystem im Vergleich	10
2.1 Das österreichische Bildungssystem	10
2.1.1 Grundschule	10
2.1.2 Mittelschule und Gymnasium	10
2.1.3 Berufsbildende Mittlere Schulen	11
2.1.4 Allgemeinbildende höhere Schulen	12
2.1.5 Reifeprüfung	12
2.1.6 Veranschaulichung des österreichischen Schulsystems	13
2.2 Das spanische Bildungssystem	14
2.2.1 Educación Infantil - Vorschulerziehung	14
2.2.2 Educación Primaria - Grundschule	14
2.2.3 Educación Secundaria Obligatoria - Mittelschule	15
2.2.4 Das Bachillerato - Oberstufe	15
2.2.4.1 Zugang	15
2.2.4.2 Ziele	16
2.2.4.3 Freie Wahl- und Pflichtfächer	16
2.2.4.4 Evaluation	17
2.2.5 Formación Profesional - Berufsausbildung	18
2.2.5 Prueba de Acceso a la Universidad - Aufnahmeprüfung für die Universität	19
2.2.7 Veranschaulichung	21
2.3 Vergleich österreichisches und spanisches Bildungssystem	22
3. Lehrplanvergleich	23
3.1 Österreichischer Lehrplan für die 8. Klasse	23
3.2 Spanischer Lehrplan 2. Klasse Bachillerato	24
3.2.1 Unterschied Matemáticas (Ciencias y Tecnología) und Matemáticas (Humanidades y Ciencias Sociales)	24
3.2.2 Spanische Lehrplan für die zweite Klasse Bachillerato Zweig Geistes- und Sozialwissenschaften	25
3.3 Vergleich des spanischen und österreichischen Lehrplans	27
4. Kriterien für ein gutes Schulbuch	28
4.1 Formale Kriterien	28
4.2 Methodische Grundsätze	28
4.2.1 Optik	28
4.2.2 Quantität	29
4.3 Inhaltliche Grundsätze	29
4.3.1 Darstellen und Modellbilden	30
4.3.2 Rechnen und Operieren	30
4.3.3 Interpretieren	30
4.3.4 Argumentieren und Begründen	31
4.3.5 Qualität des Schulbuches	31

4.4 Didaktische Grundsätze	31
5. Mathematik verstehen 8	33
5.1 Formale Kriterien	33
5.2 Methodische Grundsätze	34
5.2.1 Optik	34
5.2.2 Quantität	35
5.3 Inhaltliche Grundsätze	38
5.3.1 Darstellen und Modellbilden	38
5.3.2 Rechnen und Operieren	39
5.3.3 Interpretieren	39
5.3.4 Argumentieren und Begründen	40
5.3.5 Qualität des Schulbuches	40
5.4 Didaktische Grundsätze	42
6. Thema Mathematik 8	45
6.1 Formale Kriterien	45
6.2 Methodische Grundsätze	46
6.2.1 Optik	46
6.2.2 Quantität	48
6.3 Inhaltliche Grundsätze	52
6.3.1 Darstellen und Modellbilden	52
6.3.2 Rechnen und Operieren	53
6.3.3 Interpretieren	53
6.3.4 Argumentieren begründen	53
6.3.5 Qualität des Schulbuches	54
6.4 Didaktische Grundsätze	57
7. Dimensionen Mathematik	61
7.1 Formale Kriterien	61
7.2 Methodische Grundsätze	62
7.2.1 Optik	62
7.2.2 Quantität	64
7.3 Inhaltliche Grundsätze	66
7.3.1 Darstellen und Modellbilden	66
7.3.2 Rechnen und Operieren	67
7.3.3 Interpretieren	67
7.3.4 Argumentieren und Begründen	68
7.3.5 Qualität des Schulbuches	68
7.4 Didaktische Grundsätze	72
8. "Bachillerato 2- Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales II"	74
8.1 Formale Kriterien	74
8.2 Methodische Grundsätze	74
8.2.1 Optik	74

8.2.2 Quantität	76
8.3 Inhaltliche Grundsätze	79
8.3.1 Darstellen und Modellbilden	80
8.3.2 Rechnen und Operieren	80
8.3.3 Interpretieren	80
8.3.4 Argumentieren und Begründen	80
8.3.5 Qualität des Schulbuches	80
8.4 Didaktische Grundsätze	82
9. Matemáticas 2 Bachillerato aplicadas a las Ciencias Sociales II	84
9.1 Formale Kriterien	84
9.2 Methodische Grundsätze	84
9.2.1 Optik	84
9.2.2 Quantität	85
9.3 Inhaltliche Grundsätze	87
9.3.1 Darstellen und Modellbilden	88
9.3.2 Rechnen und Operieren	88
9.3.3 Interpretieren	88
9.3.4 Argumentieren und Begründen	89
9.3.5 Qualität des Schulbuchs	89
9.4 Didaktische Grundsätze	92
10. Direkter Vergleich österreichischer und spanischer Mathematikschulbücher für die Reifeprüfung	94
10.1 Formale Kriterien	94
10.2 Methodische Kriterien	94
10.2.1 Optik	94
10.2.2 Quantität	96
10.3 Inhaltliche Grundsätze	100
10.3.1 Österreichische Schulbücher	100
10.3.2 Spanische Schulbücher	101
10.3.3 Qualität des Schulbuches	101
10.4 Didaktische Grundsätze	103
11. Zusammenfassung	105
11.1 Das österreichische und spanische Bildungssystem	105
11.2 Österreichische Schulbücher	106
11.3 Spanische Schulbücher	107
12. Fazit	110
12.1 Methodische Aspekte der österreichischen und spanischen Schulbücher	110
12.2 Inhaltliche didaktische Aspekte der österreichischen und spanischen Schulbücher	110
13. Quellenverzeichnis	114

13.1 Literaturverzeichnis	114
13.2 Internetquellen	115
14. Lebenslauf	117
15. Abstract	118

1. Einleitung

Hauptschule, Neue Mittelschule, Oberstufe und Matura. Physikalische Anwendung der Integralrechnung, Unter- und Obersumme und Stammfunktion. Diese Begriffe sind für österreichische MaturantInnen verständlich, jede/r von ihnen weiß beim Abschluss, was damit gemeint ist. Gibt es auch in Spanien eine Matura? Wenn dem so ist, wie sehen die Schulbücher dazu aus? Haben spanische Absolventen nach der Oberstufe den gleichen Stoff gelernt wie österreichische?

Im Zuge meines Lehramtsstudiums Mathematik und Spanisch hat sich für mich die Frage aufgeworfen, inwieweit sich spanische und österreichische Mathematikschulbücher ähneln oder voneinander abweichen. Speziell habe ich mich mit dem Kapitel „Integralrechnung“ beschäftigt. Zunächst möchte ich der Frage nachgehen, in welchem Maße man beide Schulsysteme miteinander vergleichen kann, ob es in Spanien auch eine Reifeprüfung am Ende der Oberstufe gibt und wie diese aussieht. Kann man Unterschiede auch im Lehrplan erkennen?

Bei dem praktischen Teil meiner Arbeit werde ich drei österreichische Schulbücher, „Mathematik verstehen 8“ vom Verlag öbv, „Thema Mathematik 8“ von Veritas und „Dimensionen Mathematik 8“ von E. DORNER und die zwei beliebtesten spanischen Bücher von den Verlagen Anaya „Bachillerato 2 Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II“ und Santillana „Matemáticas 2 Bachillerato aplicadas a las Ciencias Sociales II“ intensiv studieren. Ich möchte dabei eine formale, methodische, inhaltliche und didaktische Auswertung der Werke durchführen und zum Abschluss meiner Diplomarbeit einen direkten Vergleich der Schulbücher ziehen können.

2. Österreichisches und spanisches Bildungssystem im Vergleich

2.1 Das österreichische Bildungssystem

2.1.1 Grundschule

In Österreich gilt die Schulpflicht, die mit dem 6. Lebensjahr startet. Bei der Anmeldung der Kinder für die Volksschule wird die „Schulreife“ getestet. Sind diese noch nicht körperlich und geistig reif für die Schule, gibt es nach dem Kindergarten die Möglichkeit die Vorschule zu besuchen. Entweder befinden sich die Lernenden in einer getrennten Klasse oder integriert mit einer „1. oder 1. und 2.“ Klasse. Für lernschwache oder behinderte Kinder bietet das österreichische Bildungssystem die Sonderschule für 6- bis 15-Jährige an. Hier werden nach persönlichen Vorlieben im Bezug auf die Berufswahl Unterrichtsgegenstände mit Praxisbezug gefördert. Nicht nur eine verspätete Aufnahme der Schule ist möglich, sondern auch eine frühzeitige, wenn Kinder zwar noch nicht 6 Jahre alt sind, aber „Schulreife“ aufweisen. Insgesamt besteht die Volksschule aus jeweils vier Klassen, die im Normalfall vier Jahr dauern. [vgl. Bundesministerium für Unterricht, Kunst und Kultur, 2013, S. 5-6,16]

2.1.2 Mittelschule und Gymnasium

Über die Weiterbildung ihrer Kinder können Eltern am Beginn bzw. Mitte der letzten Klasse mit Hilfe von den Schulen angebotenen Informationen entscheiden, wobei auch die Noten der Kinder eine wesentliche Rolle spielen. Sie haben die Möglichkeit zwischen der Neuen Mittelschule oder der AHS-Unterstufe zu wählen. Beide Schultypen sind für 10-14 jährige SchülerInnen und dauern vier Jahre. Alle verbliebenen Hauptschulen, deren 1. Leistungsgruppe mit der AHS-Unterstufe verglichen werden konnten, sollen bis zum Jahr 2015/2016 in NMS verwandelt werden und auch den AHS-Unterstufen wird dies für einen einheitlichen Lehrplan

nahe gelegt. Der positive Abschluss der Neuen Mittelschule bzw. der AHS-Unterstufe ermöglicht den Aufstieg in eine „höhere oder mittlere Schule“. [vgl. Bundesministerium für Unterricht, Kunst und Kultur, 2013, S. 6-9]

2.1.3 Berufsbildende Mittlere Schulen

Nach der Neuen Mittelschule bzw. dem Gymnasium können SchülerInnen die 9. Schulstufe oder ein freiwilliges „10. Schuljahr“ in der Polytechnischen Schule abschließen. In einem von 7 Fachgebieten sammeln die Lernenden durch Besuche in „Betrieben“ und „Lehrwerkstätten“ praktische Erfahrungen. Mit positivem Abschluss wird ihnen der Aufstieg in die „2. Klasse einer Berufsbildenden mittleren Schule gleicher Fachrichtung“ oder der Einstieg in eine Berufsbildende höhere Schule ohne Aufnahmeprüfung ermöglicht. Die Berufsbildende Pflichtschule oder auch Berufsschule genannt bietet Lehrlingen die Chance sich neben ihrem Lehrberuf theoretisches Wissen anzueignen. Die SchülerInnen dürfen aus mehr als „200 anerkannten Lehrberufen“ wählen und die Dauer der Ausbildung beträgt im Normalfall 3 Jahre. Nach der Lehrabschlussprüfung können SchülerInnen durch „Ablegung der Reifeprüfung“ mit Hilfe von Vorbereitungskursen Zutritt zu den Universitätsstudien gelangen. Die Berufsbildenden mittleren Schulen haben eine Dauer von 1-4 Jahren. Jene, die 3-4 Jahre in Anspruch nehmen, liefern eine „abgeschlossene Berufsausbildung“. Mit Abschluss einer mindestens 3-jährigen BMS kann man mit Hilfe eines „Aufbaulehrgangs“ zur „Reife- und Diplomprüfung“ antreten. BMS bieten Zweige von Technik, Wirtschaft, Sport, Mode, Tourismus, Land- und Forstwirtschaft bis Sozialberufe an. [vgl. Bundesministerium für Unterricht, Kunst und Kultur, 2013, S. 11-12, 18-21] Diese Schulen können mit der spanischen Mittleren Berufsausbildung verglichen werden.

2.1.4 Allgemeinbildende höhere Schulen

Eine Dauer von 4 Jahren haben die Allgemeinbildenden höheren Schulen, während die Berufsbildenden höheren Schulen erst nach 5 Jahren mit der Reifeprüfung, auch Matura genannt, abschließen. Durch die Matura ist der Anschluss an Universitäten, Pädagogischen Hochschulen, Fachhochschulen oder Akademien möglich. Die Schulautonomie bietet jeder Schule ein diverses Angebot, wie zum Beispiel musischer, sportlicher, sprachlicher oder naturwissenschaftlicher Schwerpunkt bei den Allgemeinbildenden höheren Schulen, an. Die Berufsbildenden höheren Schulen fördern neben beruflichem Wissen auch die Allgemeinbildung. Wie bei der BMS gibt es verschiedene Typen mit Schweregebieten wie zum Beispiel diverse technische Fachrichtungen, Kunst, Tourismus, Wirtschaft oder Kindergartenpädagogik. [vgl. Bundesministerium für Unterricht, Kunst und Kultur, 2013, S. 13-14, 22-23]

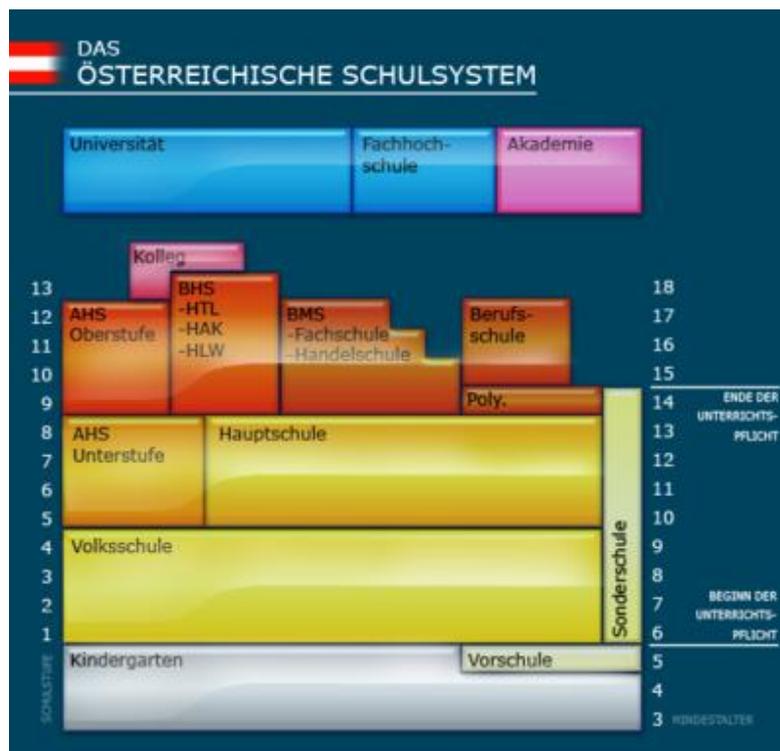
2.1.5 Reifeprüfung

Ab 2014/2015 gibt es in Österreich für die AHS die „Matura Neu“, die im ganzen Land „einheitliche Grundkompetenzen“ und „gleiche Rahmenbedingungen“ fördert. Im Schuljahr 2015/2016 soll die „neue Reife- und Diplomprüfung“ auch in allen BHS möglich sein, wodurch eine nationale und internationale Vergleichbarkeit entsteht. Die Abschlussprüfung findet derzeit noch von Schule zu Schule an verschiedenen Tagen mit unterschiedlichen Aufgabenstellungen statt. SchülerInnen ist es erlaubt selbst zu entscheiden, ob sie 3 schriftliche und 3 mündliche Prüfungen ablegen wollen oder 4 schriftliche und 2 mündliche. Ab kommendem Schuljahr soll in ganz Österreich am gleichen Tag mit gleichen Aufgabenstellungen die schriftliche Reifeprüfung stattfinden. Im Gegensatz dazu steht die mündliche Prüfung, wo der Inhalt und der Schwerpunkt dem/der LehrerIn und der Schule selbst überlassen wird. Der dritte Teil der Matura besteht aus dem Vorstellen und Erklären ihrer

vorwissenschaftlichen Arbeit, die mit Hilfe eines Betreuungslehrers und einem Thema freier Wahl erstellt wird. [vgl. Bildungsministerium für Unterricht, Kunst und Kultur, 2013, S. 24-25]

Durch den positiven Abschluss der Reifeprüfung haben die AbsolventInnen freien Zugang zu Universitäten, zweijährigen Kollegs oder einem großen Angebot an Fachhochschulen. Bei manchen Studienrichtungen, wie Medizin, Psychologie oder Fachhochschulen, müssen aufgrund von Platzbeschränkung Aufnahmeprüfungen absolviert werden. [vgl. Bundesministerium für Unterricht, Kunst und Kultur, 2013, S. 26-28]

2.1.6 Veranschaulichung des österreichischen Schulsystems



[Wikipedia, Abbildung: Österreichische Bildungssystem]

2.2 Das spanische Bildungssystem

2.2.1 Educación Infantil - Vorschulerziehung

Die erste Etappe des spanischen Bildungssystems stellt die „Educación Infantil“ dar. Die freiwillige Vorschulerziehung beginnt für Kinder zwischen 0-6 Jahren, wobei der Zugang im Normalfall für Kleinkinder ab 3-4 Monaten möglich ist. Es wird zwischen zwei Zyklen unterschieden, der erste ist für Kinder bis zum dritten Lebensalter und der zweite für jene ab dem dritten und bis zum sechsten Jahr. Beide sind freiwillig und nicht Teil der grundlegenden Pflichtschule, welche für 6-Jährige beginnt. In dieser Zeit sollen die Kinder ihre physischen, intellektuellen, sozialen, empathischen und moralischen Fähigkeiten weiterentwickeln. [vgl. Ministerio de Educación Vol. I, 2009, S. 243-244, 253]

2.2.2 Educación Primaria - Grundschule

Die Grundschule ist verpflichtend und umfasst sechs Jahre für Kinder im Alter von 6-12 und wird als die erste Etappe der grundlegenden Pflichtschule in Spanien angesehen. Die Primarschule besteht aus drei Zyklen zu je zwei Klassen. Der erste Zyklus ist für SchülerInnen von 6-8 Jahren geeignet, der zweite für 8- bis 10-Jährige und der letzte für Kinder von 10 bis 12. Normalerweise treten die spanischen SchülerInnen in dem Jahr in die Schule ein, in dem sie ihren 6. Geburtstag feiern. Die wichtigsten Ziele sind die Weiterentwicklung der persönlichen Fertigkeiten, die Fähigkeit des Schreibens, Rechnens, Sprechens und Lesens sowie die Förderung der Sozialisation und damit die Einbindung in die Klassengemeinschaft. Zu den Fächern gehören die Bereiche Natur, Kultur, Kunst, Sport, Mathematik, Religion und die Sprache, worin es um die Amtssprache und Literatur geht. Ab 8 Jahre ist in

Spanien das Erlernen einer Fremdsprache üblich. [vgl. Ministerio de Educación Vol I, 2009, S.281, 287, 291]

2.2.3 Educación Secundaria Obligatoria - Mittelschule

Die Sekundarschule „Educación Secundaria Obligatoria“, abgekürzt (ESO), dauert vier Jahre und ist für SchülerInnen von 12-16. Werden die grundlegenden Kompetenzen und Ziele erreicht, schließen die SchülerInnen mit dem Titel „Graduado/a en Educación Secundaria Obligatoria“ ab, welcher die Basis für das Bachillerato und die Mittlere Berufsausbildung „Formación Profesional de grado medio“ darstellt. Die Lernenden haben die Möglichkeit bis zu dem Jahr, in dem sie ihren 18. Geburtstag feiern, die Sekundarschule abzuschließen. Die ersten drei Klassen der Sekundarschule sind die Fächer betrachtend gleich. Naturwissenschaftliche, technische, humanistische und künstlerische Aspekte sollen abgedeckt werden. Nur die letzte bereitet auf die Arbeitswelt und auf eine Weiterbildung vor. [vgl. Ministerio de Educación Vol I, 2009, S. 315-316, 325]

2.2.4 Das Bachillerato - Oberstufe

2.2.4.1 Zugang

Diese 2- jährige freiwillige Weiterbildung schließt meist direkt nach der Mittelschule an. Dafür benötigen die Lernenden entweder den Titel „Graduado/a en Educación Secundaria Obligatoria“, also den positiven Abschluss der Mittelschule oder den Titel „Técnico/a“, den man durch positiven Abschluss der Mittleren Berufsschule erlangt. Das Bachillerato ist für SchülerInnen von 16-18 Jahren aufgebaut, aber auch für Erwachsene gibt es die Möglichkeit zur Nachholung durch Fern- und Abendkurse. Abgeschlossen wird das Bachillerato mit dem Titel „Bachiller“ [vgl. Ministerio de Educación Vol I, 2009, S. 351-352]

2.2.4.2 Ziele

Mit dem Titel „Bachiller“ sollten die AbsolventInnen über eine intelligente, selbstständige, verantwortliche und menschliche Reife und über Wissen und Fähigkeiten, die ihnen bei der persönlichen, sozialen und schulischen Weiterentwicklung und -bildung dienen sollen, verfügen. Zu weiteren Zielen des Bachilleratos zählen unter anderem das Analysieren und kritische Bewerten von Ungerechtigkeit, Diskriminierung und den Geschehnissen in der Welt, das Fördern der Chancengleichheit und Gleichberechtigung zwischen Mann und Frau, das Beherrschen einer flüssigen und selbstausbessernden Ausdrucksweise in einer Fremdsprache, persönliche und intellektuelle Weiterbildung und das Stärken von respektvollen Handlungen. [vgl. Ministerio de Educación Vol I, 2009, S. 359-360]

2.2.4.3 Freie Wahl- und Pflichtfächer

Zu Beginn des Bachilleratos kann aus drei Zweigen eine Spezialisierung erfolgen: Kunst, Wissenschaft und Technologie oder Geistes- und Sozialwissenschaften. Die spanische Oberstufe setzt sich aus Pflicht- und Wahlfächern, welche je nach persönlichen Interessen und Perspektiven zu wählen sind, zusammen. Der Kunstzweig teilt sich in zwei verschiedene Schwerpunkte: Bildende Kunst, Design, Bild und Musik, Tanz, darstellende Kunst. Der naturwissenschaftliche und technische Zweig und der geistes- und sozialwissenschaftliche Zweig besitzen keine weiteren Subkategorien. Die SchülerInnen können aus der Gesamtheit der Zweiginhalte wählen, auch wenn im ersten Kurs ein bestimmter Zweig gewählt wurde, so darf im zweiten Kurs ein anderer besucht werden. Zu den Pflichtfächern, dessen Stundenanzahl und Inhalt der Staat festlegt, gehören Zeitgenössische Wissenschaft, Sport, Philosophie und Bürgerrecht, Geschichte der Philosophie, Spanische

Geschichte, Kastilische Sprache und Literatur und Fremdsprache. [vgl. Ministerio de Educación Vol I, 2009, S. 362, 365]

Zu dem Schwerpunktstoff zählt bei dem Zweig „Bildende Kunst, Bild und Design“ audiovisuelle Kultur, künstlerisches Zeichnung I und II, technische Zeichnung I und II, Design, Geschichte der Kunst, Techniken zur grafisch-künstlerischen Ausdrucksweise und Raum. Bei „Darstellende Kunst, Tanz und Musik“ Musikanalyse I und II, Anatomie, audiovisuelle Kultur, Geschichte der Musik und des Tanzes, Weltliteratur und musikalische Sprache und Praxis. Der Sparte „Naturwissenschaften und Technologie“ widmet sich der Biologie und Geografie, Erd- und Umweltwissenschaften, technisches Zeichnen I und II, Elektrotechnik, Physik, Physik und Chemie, Mathematik I und II, Chemie und industrielle Technologie I und II. Die „Geistes- und Sozialwissenschaften“ legen ihren Schwerpunkt auf Wirtschaft, Unternehmenswirtschaft, Geografie, Griechisch I und II, Kunstgeschichte, zeitgenössische Geschichte, Latein I und II, Weltliteratur und Mathematik I und II. [vgl. Ministerio de Educación Vol I, 2009, S. 362]

Die Wahlfächer werden von den zentralen Bildungsbehörden jeder Autonomen Gemeinschaft Spaniens bestimmt, allerdings müssen eine Fremdsprache und ein Fach bezüglich Informations- und Kommunikationstechnologie inkludiert sein. [vgl. Ministerio de Educación Vol I, 2009, S. 365]

2.2.4.4 Evaluation

Um das erste Jahr des Bachilleratos zu bestehen, dürfen die SchülerInnen in maximal zwei Kursen negativ sein. Der Professor im jeweiligen Kurs entscheidet anhand des kontinuierlichen Erlernens der SchülerInnen und der Lernprozesse, ob man in die zweite Klasse aufsteigen kann oder nicht. Jene, die im zweiten Lernjahr

sind, jedoch im ersten Jahr einige Fächer nicht bestanden haben, müssen diese wiederholen. SchülerInnen, die in mehr als 4 Fächern im ersten Jahr durchgefallen sind, müssen das gesamte erste Jahr wiederholen. Lernende, die in 3 oder 4 Fächern durchgefallen sind und daher nicht in die 2. Klasse aufsteigen dürfen, können entweder das gesamte erste Jahr wiederholen oder nur die negativen Fächer. Die SchülerInnen, die alle Kurse positiv bestehen, bekommen den Titel „Bachiller“. Dieser erlaubt den Zugang zu einer Höheren Ausbildung, wie zum Beispiel eine Höhere Berufsausbildung „Formación Profesional de grado superior“ und zwischen Studiengängen an Universitäten oder Fachhochschulen zu wählen. Um auf die Universität zu gehen, ist nach dem Titel „Bachiller“ eine Aufnahmeprüfung zu absolvieren. [vgl. Ministerio de Educación Vol I, 2009, S. 367-368]

2.2.5 Formación Profesional - Berufsausbildung

In Spanien kann die Erlernung von typischen Lehrberufen durch die Mittlere und danach Höhere Berufsausbildung stattfinden. Für die Mittlere braucht man den positiven Abschluss der Mittelschule, also den Titel „Graduado/a en Educación Secundaria Obligatoria“. Die Auszubildenden sind meist 17 Jahre und schließen mit 18 ab. Nachdem sie einen ein- bis zweijährige Kurs inklusive Praxiserfahrung erfolgreich besuchen, wird ihnen der Titel „Técnico/a“ verliehen. Danach können die Lernenden in die Arbeitswelt eintreten, die Höhere Berufsausbildung besuchen oder das Bachillerato, also die Oberstufe, machen. Die Höhere Berufsschule schließt mit dem Titel „Técnico/a Superior“ ab, ist für 18- bzw. 19-Jährige und kann nach dem Bachillerato oder nach dem positiven Abschluss Mittlerer Berufsschulen gemacht werden. Die SchülerInnen sind bei dem Abschluss meist 19 bzw. 20 Jahre alt. Der Titel „Técnico/a Superior“ erlaubt den SchülerInnen ohne Aufnahmeprüfung an der

Universität ihrer Fachrichtung nachzugehen. [vgl. Ministerio de Educación Vol I, 2009, S. 384-402]

2.2.5 Prueba de Acceso a la Universidad - Aufnahmeprüfung für die Universität

Die "Prueba de Acceso a la Universidad" (PAU), umgangssprachlich auch "Selectividad" genannt, kann mit der österreichischen Reifeprüfung verglichen werden, da diese auch den Anschluss an die Universitäten und Fachhochschulen gewährleistet. Um diesen Test in Spanien machen zu können, benötigt man den Titel „Bachiller“. Organisiert und geplant wird die Selectividad von den Universitäten und allen Verantwortlichen des Studiums. Die autonomen Gemeinschaften Spaniens definieren die Kriterien zur Ausführung der PAU, wie Design oder Evaluation, und nehmen als Referenz den Inhalt des letzten Jahres des Bachilleratos. Jede Universität gibt jedoch selbst den Ort und das Datum der Prüfung an, wobei sie normalerweise einmal im Jahr stattfindet. Bei der „Prueba de Acceso a la Universidad“ gibt es zwei Phasen, die Allgemeine und die Spezialisierende, wobei die Einbindung der zweiten Phase freiwillig ist. [vgl. Ministerio de Educación Vol 2, 2009, S. 154-155]

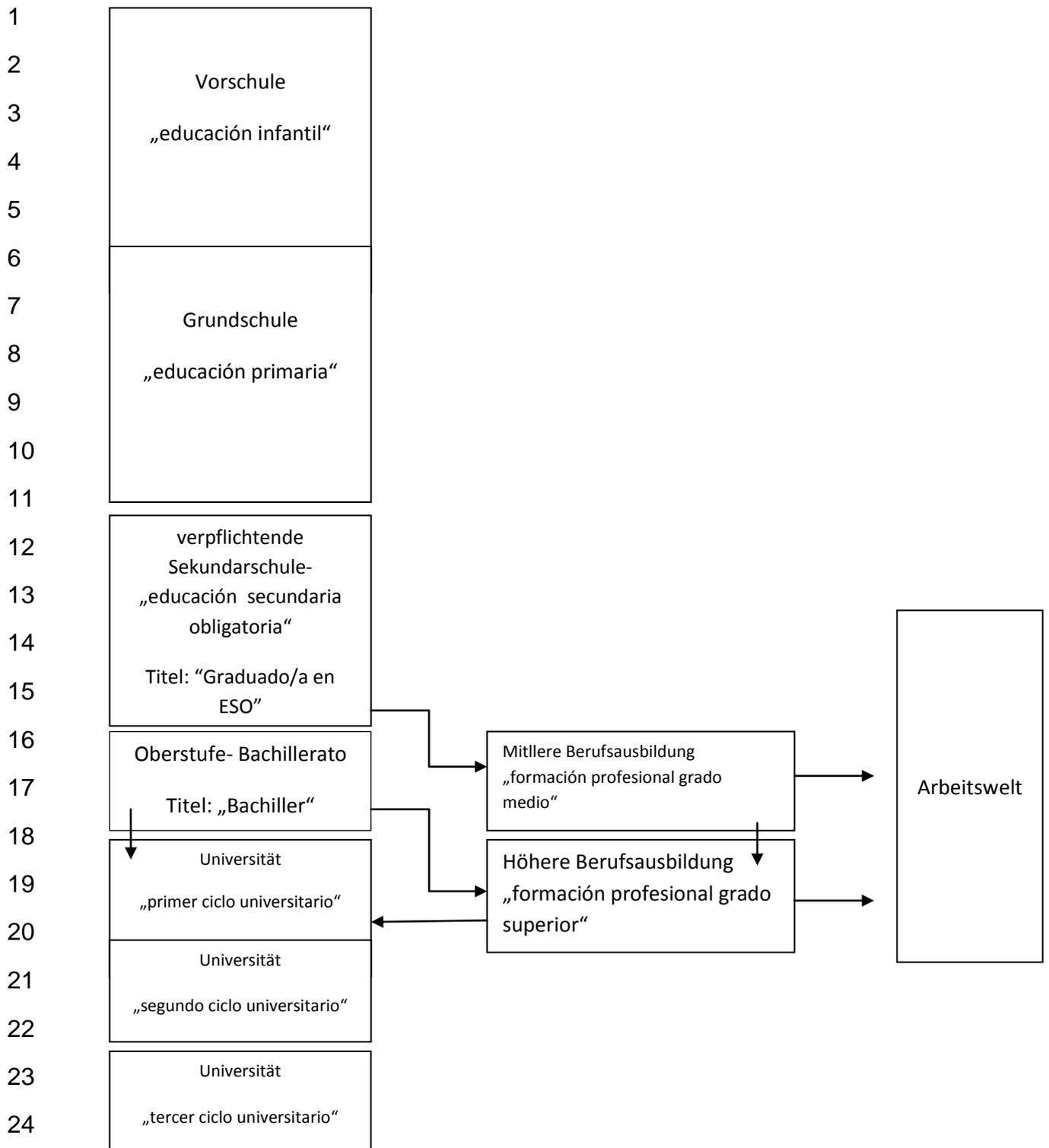
Bei dem Allgemeinen Teil werden als erstes die Amtssprache Spaniens, Kastilisch, Spanisch oder auch Castellano genannt, Literatur, Fremdsprache, Geschichte und Philosophie geprüft. Zweiter Teil ist ein Test über die Spezialisierung des Bachilleratos (Kunst, Naturwissenschaften und Technologie, Geistes- und Sozialwissenschaften). Der letzte Teil ist eine mündliche Prüfung über die Fremdsprache (Italienisch, Englisch, Französisch, Deutsch oder Portugiesisch). Bei der nicht verpflichtenden Spezialisierungsphase wählt der Prüfling ein Thema, welches noch nicht im Allgemeinen Teil abgeprüft wurde. Zum Beispiel ein Fach, das er/sie während seines/ihrem Bachilleratos nicht gewählt hat. Der Sinn dahinter ist,

dass sich die SchülerInnen nicht verpflichtet fühlen, das weiter zu studieren, was sie beim Bachillerato mit 16 Jahren ausgewählt haben. Sie sollen sehen, dass alle Möglichkeiten noch offen sind. Ein weiterer Aspekt ist, dass die jungen Erwachsenen ihr Ergebnis durch die Spezialisierung verbessern können oder einen besseren Platz an einer beschränkten Fachhochschule erlangen. [vgl. Ministerio de Educación Vol 2, 2009, S. 154-155]

Mit dem positiven Abschluss der PAU können die AbsolventInnen ihr Studium an der Universität antreten, welches aus 3 Zyklen besteht. Der erste Zyklus dauert vier Jahre und schließt mit dem Titel „Graduado/a“ ab, der zweite ein bis zwei Jahre mit dem Titel „Máster“ und der letzte Zyklus hat eine Dauer von drei bis vier Jahren. Die AbsolventInnen dürfen sich dann „Doctor/a“ nennen. [vgl. Ministerio de Educación Vol 2, 2009, S. 150]

2.2.7 Veranschaulichung

Das spanische Bildungssystem kann in der untenstehenden Veranschaulichung vereinfacht dargestellt werden.



[vgl. Ministerio de Educación, 2009, S. 75]

2.3 Vergleich österreichisches und spanisches Bildungssystem

Die Schulsysteme beider Länder haben eine Schulpflicht, die ab dem sechsten Lebensjahr beginnt. In Österreich endet sie mit dem 9. Schuljahr, also ca. mit 14-15 Jahren. In Spanien hingegen mit der Beendigung der Mittelschule, also für 16-Jährige. Die Grundschule dauert bei den spanischen SchülerInnen um zwei Jahre länger als bei den österreichischen. Die Mittelschule hat die gleiche Dauer in Spanien wie auch in Österreich, nur, dass die Österreicher noch zwischen Hauptschule, Neue Mittelschule und AHS-Unterstufe wählen können, während in Spanien die Mittelschule einheitlich ist. Ein weiterer Unterschied ist, dass es in Österreich keine Zyklen gibt, eine Klasse steht für ein Schuljahr. Im Gegensatz dazu ist beim spanischen Bildungssystem an der Grundschule und an der Universität von drei verschiedenen Zyklen zu unterschiedlichen Jahren die Rede. Im Vergleich der beiden Länder wird auch deutlich, dass spanische SchülerInnen beim Abschluss von Schulformen einen Titel, wie zum Beispiel „Graduado/a en Educación Secundaria Obligatoria“, „Técnico/a“ oder „Bachiller“, erhalten, während österreichische meist nur ein Zeugnis erwerben. Die Oberstufe dauert bei den spanischen Schülern 2 Jahre, hingegen bei den österreichischen hat die AHS-Oberstufe eine Dauer von 4 Jahren. Bei beiden Ländern sind die AbsolventInnen in der Regel 18 Jahre alt. Ein großer Kontrast bildet die Reifeprüfung. In Österreich findet sie am Ende der letzten Schulstufe der Oberstufe statt und wird derzeit noch von der Schule selbst und den jeweiligen Lehrern zusammengestellt. Hingegen ist in Spanien die „Prueba de Acceso a la Universidad“ wie eine Aufnahmeprüfung der Universität und wird daher von den Universitäten terminlich und zeitlich koordiniert. Für beide Länder ist die Reifeprüfung freiwillig und bietet den Anschluss an Universitäten und Hochschulen.

3. Lehrplanvergleich

3.1 Österreichischer Lehrplan für die 8. Klasse

Laut der Homepage des Bundesministeriums für Unterricht, Kunst und Kultur sieht der Lehrplan für 8. Klasse AHS wie folgt aus:

„Integralrechnung:

Ermitteln von Stammfunktionen

Definieren des bestimmten Integrals, Deuten einer Summe von „sehr kleinen Produkten“ der Form $f(x) \cdot \Delta x$ als Näherungswert des bestimmten Integrals

Kennen des Zusammenhangs zwischen Differenzieren und Integrieren sowie des Hauptsatzes der Differential- und Integralrechnung

Berechnen von bestimmten Integralen mit Hilfe von Stammfunktionen unter Verwendung elementarer Integrationsregeln

Arbeiten mit verschiedenen Deutungen des Integrals (Insbesondere Flächeninhalt, Volumen, physikalische Deutung)

Dynamische Prozesse:

Beschreiben von Systemen mit Hilfe von Wirkungsdiagrammen, Flussdiagrammen, Differenzgleichungen oder Differentialgleichungen

Untersuchen des dynamischen Verhaltens von Systemen

- *Lösen von einfachen Differentialgleichungen, insbesondere $y' = k \cdot y$*

Stochastik:

- *Kennen der Begriffe stetige Zufallsvariable und stetige Verteilung*
- *Arbeiten mit der Normalverteilung in anwendungsorientierten Bereichen*
- *Kennen und Interpretieren von statistischen Hypothesentests und von Konfidenzintervallen*

Wiederholung:

- *umfassendes Wiederholen, Vertiefen und Vernetzen von Stoffgebieten* [bm:ukk AHS-Oberstufenlehrplan, 2004, S.5-6]

3.2 Spanischer Lehrplan 2. Klasse Bachillerato

3.2.1 Unterschied Matemáticas (Ciencias y Tecnología) und Matemáticas (Humanidades y Ciencias Sociales)

Wenn Schülerinnen beschließen die Oberstufe, also das Bachillerato, in Spanien zu besuchen, können sie, wie schon bei der Erklärung des spanischen Bildungssystems erläutert, zwischen drei Zweigen wählen. Bei dem Zweig „Kunst“ umgehen sie das Fach Mathematik. Im „naturwissenschaftlichen und technologischen“ und „geistes- und sozialwissenschaftlichen“ Zweig werden sie im Fach Mathematik unterrichtet, wobei die Lehrpläne und die Bücher minimal voneinander abweichen. Im ersten Fall heißen sie „Matemáticas“ und im zweiten „Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales“. [vgl. Conserjería de Educación, 2008]

Der Unterschied liegt darin, dass sich die Mathematik für die Naturwissenschaften und Technologie in die drei großen Blöcke Algebra, Geometrie und Analysis teilt und die Geistes- und Sozialwissenschaften in Algebra, Analysis und Stochastik.

Wahrscheinlichkeiten und Statistik stehen zwar im ersten Jahr des Bachilleratos kurz im Lehrplan der Naturwissenschaftler und Technologen, jedoch liegt der Schwerpunkt auf den anderen drei Hauptthemen. Die Lehrpläne, der beiden Zweige, für die zweite Klasse des Bachilleratos unterscheidet sich dahingehend, dass die Naturwissenschaftler und Technologen im Bereich Geometrie und Analysis weiter in die Tiefe gehen. Das bedeutet sie arbeiten mit Vektoren im \mathbb{R}^3 , beschäftigen sich mit Optimierungsaufgaben und bei der Integralrechnung mit der Anwendung der Volumenberechnung. Auf Wahrscheinlichkeiten und Statistik wird im 2. Kurs des

Bachilleratos nicht mehr eingegangen. Im Gegensatz dazu liegt der Fokus bei dem Zweig Geistes- und Sozialwissenschaften statt der Geometrie auf der Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung. Die Integralrechnung kommt sehr wohl zum Einsatz, jedoch wird auf die Volumenberechnung nicht näher eingegangen. [vgl. Conserjería de Educación, 2008]

Ich habe mich im Folgenden für den Lehrplan und die Büchern aus dem Zweig Geistes- und Sozialwissenschaften entschieden, da der Inhalt des zweiten Jahres des Bachilleratos in diesem Zweig eher den österreichischen Maturaschulbüchern der AHS ähneln.

3.2.2 Spanische Lehrplan für die zweite Klasse Bachillerato Zweig Geistes- und Sozialwissenschaften

Erster Block- Lineare Algebra

- Matrizen: Darstellung in Daten- und Grafiktabelle, Definition und Eigenschaften, Summen und Produkte von Matrizen, Matrizenoperationen, Inverse und quadratische Matrizen, Lösen von Gleichungssystemen, Anwendung von Matrizen (Lösen von Problemen der Sozialwissenschaften mit Hilfe von Matrizen)
- 2×2 und 3×3 Determinanten, Regel von Cramer, Lösen, Interpretieren und Diskutieren von linearen Gleichungssystemen mit zwei oder drei Unbekannten, Anwendung von Gleichungssystemen (Lösen von Problemen der Sozialwissenschaften)
- Lineare Programmierung im Zweidimensionalen und ihre Anwendungen

- Benutzung von verschiedenen Technologien: Taschenrechner, Computerprogramme, etc., die als Hilfe für die Handhabung mit Matrizen und von linearen Gleichung und Ungleichungen dienen

Zweiter Block- Analysis

- Grenzwert und Konvergenz einer Funktion, Konvergenz elementarer und bestimmter Funktionen in einem Intervall, Bestimmung von Asymptoten einer rationalen Funktion
- Differentialquotient einer Funktion in einem Punkt, geometrische Interpretation, Tangenten an einer Kurve in einem Punkt, Ableitung, Anwendungsprobleme des Differentialquotienten in den Sozialwissenschaften und Wirtschaft wie zum Beispiel der Bevölkerungszuwachs
- Berechnen der Ableitungen und grafische Darstellung von Funktionen, welche als Summen, Produkte, Quotienten, Polynomfunktionen, Exponentialfunktionen und Logarithmusfunktionen dargestellt werden
- Lokal- und Globalstellen und ihre Anwendungen
- Flächenberechnung: Das bestimmte Integral, Konzept der Stammfunktion, Regel von Barrow, Berechnen von Stammfunktionen und ihre Eigenschaften, Stammfunktionen von Polynomfunktionen und Funktionen, welche die Ableitungen einer einfache zusammengesetzten Funktion sind, Anwendung des unbestimmten Integrals für ebene Flächen
- Verwendung von diversen Technologien: wissenschaftlicher und grafischer Taschenrechner, Computerprogramme

Dritter Block- Wahrscheinlichkeiten und Statistik

- Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten: Normalverteilung, Binomialverteilung, die Regel von Laplace, Baumdiagramme, bedingte Wahrscheinlichkeit, Satz von Bayes, etc.
- Stichproben: Probleme und Bedingungen für die Aussagekräftigkeit
- Konfidenzintervall und Gegenwahrscheinlichkeit für die Binomial- und Normalverteilung [vgl. Conserjería de Educación, 2008]

3.3 Vergleich des spanischen und österreichischen Lehrplans

Der österreichische Lehrplan ist auf vier große Themenblöcke aufgeteilt, während der spanische seinen Schwerpunkt auf drei setzt. Beim Vergleich der beiden Lehrpläne sind nur die Integral- und die Wahrscheinlichkeitsrechnung themengleich, wobei bei der Integralrechnung in Spanien nicht auf die physikalische Bedeutung und die Anwendung Volumenberechnung näher eingegangen wird.

Der spanische Lehrplan beinhaltet keine dynamischen Prozesse und kein allgemeines Kapitel zur Vorbereitung auf die Endprüfung, jedoch geht er auf den Themenblock Algebra (Matrizen, Determinanten, Gleichungssysteme, Lösen von Gleichungen und Ungleichungen) und Analysis (Differentialquotient, Kurvendiskussion) ein.

Im Gegensatz dazu wird im österreichischen Lehrplan dies als Wiederholung für die schriftliche Reifeprüfung im Lehrplan der 8. Klasse angesehen. Es wird die Differentialrechnung in der 7. Klasse bearbeitet, während die analytische Geometrie in der 5. und 6. Klasse behandelt werden. Lineare Algebra- Gleichungen werden in der 5. (quadratische Gleichungen) und in der 6. (Ungleichungen, lösen von 3 Gleichungssystemen) behandelt. Auf den Matrizen und Determinanten wird kein Augenmerk gelegt. In der achten Klasse kommen dann die drei großen Themen

Integralrechnung, Dynamische Prozesse und Wahrscheinlichkeiten neu dazu und ein Wiederholen der Themen der 5. bis 7. Klasse. Das bedeutet in Österreich sind die Maturathemen auf 4 Jahre Oberstufe verteilt, während es in Spanien nur zwei Jahre sind. [vgl. Bundesministerium für Unterricht, Kunst und Kultur, 2004]

Im ersten Jahr des Bachilleratos werden die gleichen drei Themenblöcke, Analysis, Algebra und Stochastik, gemacht wie im zweiten Jahr. Rationale und irrationale Zahlen, Logarithmus, Gaußmethode, Grenzwert, Differentialquotient, Arbeiten mit Funktionen, Experimente zur Wahrscheinlichkeitsrechnung oder Normalverteilung sind Kapitel des ersten Kurses Bachilleratos. Es wird der Grundstein für die zweite Klasse mit anspruchsvolleren Themen gelegt. [vgl. Consejería de Educación, 2008]

4. Kriterien für ein gutes Schulbuch

4.1 Formale Kriterien

- Daten des Lehrwerks: Autorenanzahl, Schulform, Schulstufe, Erscheinungsjahr, Preis, Größe
- Unterrichtsmaterialien für LehrerInnen und SchülerInnen (Online-Lehrwerk, „Kopievorlagen, CD-ROM“ oder sonstige „Zusatzmaterialien“)
- „Informationen“ für Eltern

[vgl. Kleist, 2008]

4.2 Methodische Grundsätze

4.2.1 Optik

- Übersichtlich gestaltetes Seitenlayout mit einheitlichem Aufbau
- Verständliche Struktur des „Inhaltsverzeichnis“

[vgl. Franzke]

- Farbverwendung

4.2.2 Quantität

- Kapitel,- Seiten- und Aufgabenanzahl
- Anzahl der grafischen Darstellungen, Illustrationen und Fotos
- wissensfragender Teil vs. wissensgebender Teil

[vgl. Franzke]

- Relation der verschiedenen Aufgabentypen:

	„Anfangssituation (Gegebenes)“	„Transformationen (Lösungswege(e))“	„Endsituation(en) (Ziel)“
Musteraufgabe	x	x	x
„Grundaufgabe“	x	x	
„Umkehraufgabe“		x	x
„Begründungs- bzw. Beweisaufgabe“	x		x
Problemaufgabe	x		x
Single- bzw. Multiple- Choice Aufgaben	x		x
„Offene Aufgabe“			

[vgl. Bruder, 2000, S.70]

- Anzahl der Partner- bzw. Gruppenaufgaben und technologischen Aufgaben

4.3 Inhaltliche Grundsätze

Mathematische Kompetenzen: _Gibt es Aufgaben im Lehrwerk, welche die untenstehenden Punkte zulassen?

4.3.1 Darstellen und Modellbilden

„Darstellen meint die Übertragung gegebener mathematischer Sachverhalte in eine (andere) mathematische Repräsentation bzw. Repräsentationsform. Modellbilden erfordert über das Darstellen hinaus, in einem gegebenen Sachverhalt relevanten mathematischen Beziehungen zu erkennen (um diese dann in mathematischer Form darzustellen), allenfalls Annahmen zu treffen, Vereinfachungen bzw. Idealisierung vorzunehmen u. Ä.“ [Bundesministerium für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens, 2011, S. 10]

4.3.2 Rechnen und Operieren

„Rechen im engeren Sinn meint die Durchführung elementarer Rechenoperationen mit konkreten Zahlen, Rechnen in einem weiteren Sinn meint die regelhafte Umformung symbolisch dargestellter mathematischer Sachverhalte. Operieren meint allgemeiner und umfassender die Planung sowie die korrekte, sinnvolle und effiziente Durchführung von Rechen- oder Konstruktionsabläufen und schließt z.B. geometrisches Konstruieren oder auch das Arbeiten mit bzw. in Tabellen und Grafiken mit ein.“ [Bundesministerium für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens, 2011, S. 10]

4.3.3 Interpretieren

„Interpretieren meint, aus mathematischen Darstellungen Fakten, Zusammenhänge oder Sachverhalte zu erkennen und darzulegen sowie mathematische Sachverhalte und Beziehungen im jeweiligen Kontext zu deuten.“ [Bundesministerium für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens, 2011, S. 10]

4.3.4 Argumentieren und Begründen

„Argumentieren meint die Angabe von mathematischen Aspekten, die für oder gegen eine bestimmte Sichtweise/Entscheidungen sprechen. Argumentieren erfordert eine korrekte und adäquate Verwendung mathematischer Eigenschaften/Beziehungen, mathematischer Regeln sowie der mathematischen Fachsprache. Begründen meint die Angabe einer Argumentation(skette), die zu bestimmten Schlussfolgerungen/Entscheidungen führt.“ [Bundesministerium für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens, 2011, S. 10]

4.3.5 Qualität des Schulbuches

- Inhaltlich korrekt
- geschlechterneutral [vgl. Franzke]
- neutrale Weltanschauung und religiöse Ansicht
- Sprache: transparent, verständlich, differenzierte Fragestellung [vgl. Pikas, 2010]
- altersentsprechendes „Wissensangebot“ [vgl. Franzke]
- „Erfolgssicherung“ mit Hilfe von Wiederholungselemente
- Rücksicht auf den historischen Kontext
- Verständlicher, inhaltlicher Aufbau [vgl. Geier und List]

4.4 Didaktische Grundsätze

- Differenzierungsangebot (diverse „Lernvoraussetzungen, Lernwege und Lernschwierigkeiten“)
- Methodenangebot

- Ermöglichung des Lernen im sozialen Umfeld: Variation der Sozial- und Arbeitsformen (Gruppenarbeit, Partnerarbeit, Arbeiten mit Technologie...)
- Aktualität und Lebensbezug [vgl. Kleist, 2008]
- Zulassung von mehreren Arten der Aufgabenlösung bei schwierigeren mathematischen Problemen
- Option für eigenständiges, entdeckendes, spielerisches Lernen
- „Anreize“ für Lehrpersonen für einen offenen Unterricht

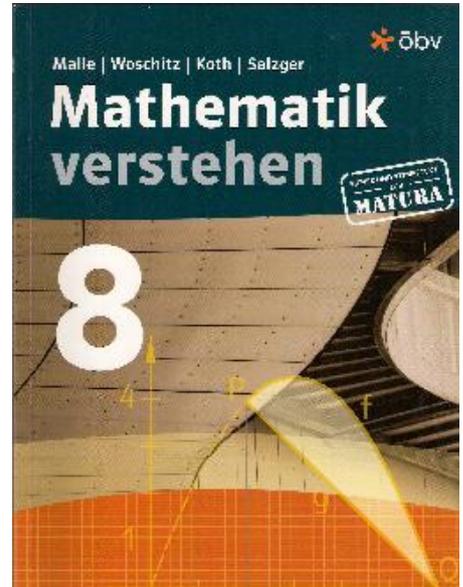
[vgl. Pikas, 2010]

5. Mathematik verstehen 8

5.1 Formale Kriterien

„Mathematik verstehen 8“ erschien in Wien im Jahr 2012.

Es hat eine Höhe von 26 cm und ist 19,4 cm breit. Zu den sechs Autoren zählen unter anderem Univ.-Prof. Mag. Dr. Günther Malle, Prof. Mag. Dr. Maria Koth und MMag. Dr. Andreas Ulovec. Am Bucheinband sind alle wichtigen Informationen, wie Titel, Autoren, Verlag und Schulstufe vorhanden.



Für die SchülerInnen, Eltern und LehrerInnen wird ein 112-seitiges Lösungsheft um 9,75 Euro laut öbv zum Lehrwerk, welches 21,95 Euro kostet, angeboten, welches das selbstständige Arbeiten erleichtert. Speziell für die MaturatInnen wird ein 128-seitiges Maturatraining um 12,95 Euro zur Verfügung gestellt. Für die LehrerInnen wird ein digitaler Unterrichtsassistent um 29,95 Euro angeboten, der für die Unterrichtsvorbereitung am Computer und das Unterrichten in der Klasse eine Hilfe darstellen soll. Im Februar 2017 soll es auch ein Technologietraining zum erwerben bei dem Verlag öbv geben. Das Onlinematerial, welches sich gerade am Entstehen befindet, und die neue digitale Präsentationsfassung sind kostenlos. Bei dem Material auf der Homepage www.oebv.at handelt es sich um kurze Einführungen in „mathematische Softwarepakete (Tabellenkalkulation, Dynamische Geometrie Software, Computer Algebra Systeme und Modellierungssoftware)“, die auf die Aufgaben im Lehrwerk abgestimmt sind.

5.2 Methodische Grundsätze

5.2.1 Optik

Das 272- seitige Buch wird in dreizehn Kapiteln unterteilt. Das übersichtliche Inhaltsverzeichnis strebt einer logischen Reihenfolge nach. Sehr deutlich wird zwischen Titeln, Untertiteln und Kontrollteilen farblich unterschieden. Das Seitenlayout folgt in jedem Kapitel einem klaren Schema: In dem Lehrwerk „Mathematik verstehen 8“ wird zwischen hellblauen und dunkelblauen Kästen unterschieden. Die Hellblauen verstehen sich als

Inhaltsverzeichnis		
1	Stammfunktion und Integral	6
1.1	Stammfunktionen	6
1.2	Unter- und Obersummen; Integral	11
1.3	Approximation des Integrals durch Summen	16
1.4	Berechnung von Integralen mit Stammfunktionen	18
1.5	Sätze über Integrale	20
1.6	Kontrolle: Grundwissen und Grundkompetenzen	22
2	Einige Anwendungen der Integralrechnung	24
2.1	Flächeninhalte	24
2.2	Weglängen	30
2.3	Volumina	35
2.4	Physikalische Anwendungen des Integrals	41
2.5	Integrale von Änderungsraten	44
2.6	Kontrolle: Grundwissen und Grundkompetenzen	46
3	Ergänzungen zur Integralrechnung	50
3.1	Die Hauptsätze der Integralrechnung	50
3.2	Integralberechnung durch Substitution	53
3.3	Kurvenlängen	55
3.4	Partielle Integration	57
3.5	Historisches zur Integralrechnung	58
3.6	Kontrolle: Grundwissen und Grundkompetenzen	61

Grundkompetenzen für die zentrale Reifeprüfung. Die Dunkelblauen sind essentiell für die „Erfüllung der restlichen Teile des Lehrplans“. Neun der dreizehn Kapitel beginnen mit einem blau hinterlegten Kasten, in dem die Grundkompetenzen, die in jedem Kapitel erworben werden sollen, aufgezählt werden. Die rosa-roten Kästchen handeln um Definitionen, wichtige Sätze oder Formeln, die sich die SchülerInnen merken sollen. Die türkisenen Abschnitte sind vorgerechnete und erklärte Aufgaben, die zum Verständnis der Vorgehensweise erstellt wurden. Alle Sätze werden danach jeweils kurz bewiesen oder begründet. [Mathematik verstehen 8, S. 2-5]

Das Seitenlayout wurde sehr übersichtlich gestaltet. Es wird mit vier verschiedenen Farben gearbeitet, wobei die kalten Farben in dem Buch dominieren. Dunkelblau wird für die Überschriften von Kapiteln und Unterkapiteln verwendet. Hellblau signalisiert die Grundkompetenzen und den Kontrollteil. Die Farbe Türkis zeigt gelöste

Aufgaben, Aufgabenüberschriften und Überschriften für Begriffe an. Die Mischung aus rot-orange-rosa deutet eine Definition, wichtige Merksätze und Formeln an.

5.2.2 Quantität

Im Bezug auf die Aufgabenverteilung im Buch, habe ich die untenstehende Tabelle erstellt. Die Kapiteln eins bis vier beinhalten die Integralrechnung. Fünf und sechs beschäftigen sich mit der Stochastik und sieben sowie acht haben als Inhalt die Differenzen- und Differentialgleichungen inklusive Modelle bzw. Diagramme. Die letzten Kapitel zehn bis dreizehn dienen der Wiederholung, des in den vier Jahren erlernten Stoffes, und tragen den Titel „Maturavorbereitung“. Nach dem Selbstkontrolleil inklusive Lösungen schließt das Lehrwerk mit fünf Seiten Erklärungen zu mathematischen Zeichen, Tabellen und einen Register.

Kapitel	Seitenanzahl	Aufgabenanzahl
1. „Stammfunktion und Integral“	19,5	67
2. „Einige Anwendungen der Integralrechnung“	27,5	118
3. „Ergänzung zur Integralrechnung“	12	29
4. „Anwendungen in der Wirtschaft“	14	41
5. „Die Normalverteilung“	25	114
6. „Testen und Schätzen von Anteilen“	25	74
7. „Differenzieren und Differentialgleichungen“	8	30
8. „Vernetzte Systeme und deren Entwicklung“	12	20
9. „Kompendium zur Maturavorbereitung“	34	-

10. „Maturavorbereitung: Algebra und Geometrie“	12	47
11. „Maturavorbereitung: Funktionale Abhängigkeiten“	22	59
12. „Maturavorbereitung: Analysis“	22	62
13. „Maturavorbereitung: Wahrscheinlichkeit und Statistik“	25	62

Inklusive Inhaltsverzeichnis, Tabelle und Register hat das Buch „Mathematik verstehen 8“ 272 Seiten. 59 Seiten davon, also aufgerundet zirka 22% widmet es der Integralrechnung. Den größten Teil macht die Maturavorbereitung mit 115 Seiten, zirka 42%, aus. Es kann gesagt werden, dass diese beiden Themengebiete die Schwerpunkte des Buches ausmachen, obwohl die Stochastik mit knapp 18% an dritter Stelle steht.

Des Weiteren bietet das Lehrwerk 723 Aufgaben an, wobei 214, knapp 30% auf die Integralrechnung eingehen. 230 Aufgaben, zirka 32%, dienen wieder als Wiederholung für die Matura. Wieder ist die Wahrscheinlichkeitsrechnung mit 26% hinter den beiden stärksten Kapiteln.

Im Folgenden werde ich mich mit den Kapiteln der Integralrechnung beschäftigen. Ich habe zwischen Fotografien, Illustrationen, die der Hilfestellung dienen, und Grafiken, die zur Aufgabe gehören, unterschieden. Insgesamt befinden sich 111 Grafiken, Illustrationen und Fotos in den Kapiteln. Die 56 Illustrationen dienen als Hilfestellung oder zur besseren Veranschaulichung, wie zum Beispiel bei Rotationsaufgaben oder zur besseren Vorstellung von Definitionen und Sätzen. 43 Grafiken, die als Angabe zur Ausführung der Aufgabe da sind, findet man im Kapitel

Integralrechnung. Die 12 Fotos haben den Zweck die Realitätsnähe herzustellen. Beispiele wären die Funktion eines Fensters und einer Kette in einem Park oder Geschwindigkeitsaufgaben mit Zügen, Autos und dem Austreten von Wassers eines Staudamms. Auch ein elastisches Trainingsband, von dem das Aufstellen einer Formel gefragt ist, kommt in dem Buch vor.

Die Kapitel sind eher einheitlich und klar strukturiert. Meist wird mit einer gelösten Aufgabe begonnen. Danach folgen eine Erklärung, Sätze und/oder Definitionen und danach sollen Aufgaben gelöst werden. Dann wieder eine vorgerechnete Aufgabe, Definitionen und abschließend wird wieder selbstständiges Arbeiten verlangt. Es handelt sich daher bei jedem Kapitel um ein Wechselspiel. Es wird stets zu der Definition oder zu dem Satz hingeführt und danach passende Aufgaben dazu zur Verfügung gestellt. Besonders ins Auge sind mir die Sätze gestoßen, da jeder bewiesen wird.

Grob habe ich mir die Textteile des Themas Integralrechnung angesehen. Ich habe dabei unterschieden zwischen jenen, die nach Wissen fragen und jenen, die Wissen geben. In den drei Kapiteln befinden sich 28 Seiten, die nach Wissen fragen und 28, die Wissen geben. Es ist sehr ausgeglichen, wobei, wenn man den Selbstkontrollen Teil zum Abschluss des Buches dazu zählt, führt der wissensfragende Teil um 3 Seiten.

Bei den Aufgabentypen, habe ich, nach Johanna Bruder, 9 unter den 214 Aufgaben unterschieden, wobei man die Technologie und Gruppenarbeiten extra zählen sollte, da eine „offene Aufgabe“ zum Beispiel auch eine Gruppenarbeit sein kann oder eine Grundaufgabe eine Technologieaufgabe. Es fällt auf, dass die Grundaufgaben eindeutig am beliebtesten sind, gleich danach folgen die Begründungs- und

Beweisaufgaben. Gruppenarbeiten sind im Kapitel Integralrechnung fern, kommen aber bei anderen Kapitel des Buches „Mathematik verstehen 8“ zum Einsatz.

Aufgabentyp	Anzahl der Erscheinung im Buch	In Prozent
Gelöste Aufgabe	16	7,48
Grundaufgabe	113	52,80
Umkehraufgabe	8	3,74
Begründungs- bzw. Beweisaufgabe	49	22,90
Problemaufgabe	2	0,93
Single- bzw. Multiple Choice Aufgaben	23	10,75
Offene Aufgabe	3	1,40
Aufgaben mit technologischen Einsatz	15	7,01
Gruppenaufgabe	/	/

5.3 Inhaltliche Grundsätze

Zu jedem Punkt der obigen Kompetenzen habe ich eine Aufgabe aus dem Schulbuch „Mathematik verstehen 8“ exemplarisch rausgesucht um zu unterstreichen, dass die Leitideen im Werk vertreten sind.

5.3.1 Darstellen und Modellbilden

„2.42) Ein Körper bewegt sich mit der Geschwindigkeit $v(t) = 0,4 \cdot t$ (t in s, $v(t)$ in m/s).

1) Zeichne den Graphen der Funktion v für $0 \leq t \leq 10!$

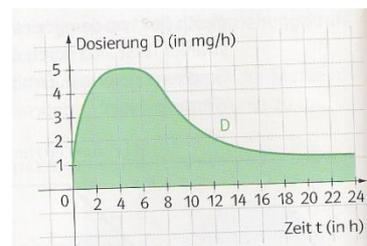
- 2) Ist die Bewegung gleichförmig oder beschleunigt?
- 3) Stelle die zurückgelegte Weglänge $w(0; 10)$ als Integral dar und veranschauliche dieses in der Abbildung!
- 4) Berechne $w(0; 10)$ anhand der Abbildung!“ [Mathematik verstehen 8, 2012, S. 32]

5.3.2 Rechnen und Operieren

„2.100) Eine Mauer ist 10 m hoch und hat in jeder Höhe eine ungefähr rechteckige waagrechte Schnittfläche. Die Breite (in Meter) der Mauer in der Höhe von z Metern ist gegeben durch $b(z) = \frac{1}{100} \cdot (z^2 + 10z + 2000)$. Die Dicke der Mauer nimmt von 30 m an der tiefsten Stelle ($z=0$) bis zu 10 m an der höchsten Stelle ($z=10$) linear ab. Wie viel Kubikmeter Baumaterial sind zur Errichtung dieser Mauer nötig?“
[Mathematik verstehen 8, 2012, S. 47]

5.3.3 Interpretieren

„2.82) Ein Patient erhält für die Dauer von 24 Stunden eine Infusion. Die Dosierung (Medikamentenmenge pro Zeiteinheit) wechselt und entspricht annähernd dem unten dargestellten Graphen.

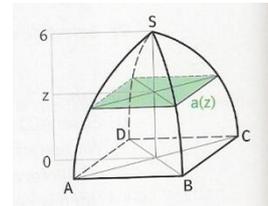


- 1) Beschreibe den Verlauf der Dosierung in Worten!
- 2) Wann ist die Zunahme der Dosierung am stärksten, wann ist ungefähr die Abnahme am stärksten?
- 3) Was gibt der Inhalt der grün unterlegten Fläche an? Begründe deine Antwort!
- 4) Stelle die vom Zeitpunkt 16 verabreichte Medikamentenmenge durch ein Integral dar! [Mathematik verstehen 8, 2012, S. 44]

5.3.4 Argumentieren und Begründen

„2.53) Für den nebenstehend abgebildeten Körper ist die Querschnittsfläche in jeder Höhe $z \in [0; 6]$ ein Quadrat mit der Seitenlänge $a(z) = 6 - \frac{1}{6}z^2$.

- 1) Begründe, dass das Volumen des Körpers als Integral dargestellt werden kann!
- 2) Berechne das Volumen des Körpers!“ [Mathematik verstehen 8, 2012, S. 36]



5.3.5 Qualität des Schulbuches

Zur Qualität des Schulbuches ist zu sagen, dass es sachliche Richtigkeit und Ganzheitlichkeit aufweist. Zur Sprache des Buches kann behauptet werden, dass es nicht geschlechterneutral arbeitet. Der Anhalte-, Brems-, und Reaktionsweg wird am Beispiel einer Autofahrerin erläutert:

„Eine Autofahrerin erkennt eine Gefahr. Vom Erkennen der Gefahr bis hin zum Beginn des Bremsens vergeht ungefähr eine Sekunde („Schrecksekunde“). Der in dieser Zeit zurückgelegte Weg wird der Reaktionsweg bezeichnet, der vom Beginn des Bremsens bis zum Stillstand zurückgelegte Weg als Bremsweg. Der gesamte Anhalteweg setzt sich aus dem Reaktionsweg und dem Bremsweg zusammen.“ [Mathematik verstehen 8, 2012, S. 32]

Weiterst handelt es sich bei der oben zitierten Aufgabe 2.82 um einen Patienten der ein Medikament zu sich nimmt. Trotz der beiden Beispiele wird die Mehrheit des Kontextes geschlechterneutral gehandhabt. Stattdessen benutzen die Autoren das Passiv „man“. Des Weiteren findet man in dem Lehrwerk viele Phrasen wie „können wir“ oder „wir betrachten“. Die 1. Person Singular dient zur Annäherung an die LeserInnen mit dem Effekt sich angesprochen zu fühlen und ein leichteres Arbeiten

zu bewirken. Es handelt sich immer um Aufforderungen wie „Begründe“, „Beweise“, „Erkläre“, „Berechne“, „Zeige“ und ähnliches, wodurch den SchülerInnen stets klar ist, was genau zu tun ist. Dadurch und durch die einheitliche Struktur ist „Mathematik verstehen 8“ für die LeserInnen transparent.

Das Wissensangebot ist verständlich durch die innere Strukturierung des Schulbuches. Zu Beginn jedes Kapitels findet man gelöste Aufgaben und Formeln, Definitionen bzw. Sätze. Darauf folgt dann eine Problemsituation, die die SchülerInnen lösen sollen. Für den Lösungsschritt muss eine zuvor erwähnte Formel, Definition oder Satz angewendet werden. Meist sind sie ähnlich lösbar, wie die schon bereits vorgerechnete Aufgabe. Danach folgt eine Steigerung und der Schwierigkeitsgrad steigt. Dieses Wechselspiel zwischen Aufgaben und Definition, Sätze, Formeln und vorgerechneten Aufgaben hilft, meiner Meinung nach, den SchülerInnen immer zu wissen worum es in der nächsten Aufgabe geht und was zu tun ist.

In Bezug auf die Erfolgssicherung gibt es, wie schon erwähnt, nach jedem Kapitel Kontrollfragen und -aufgaben. Zusätzlich existiert im Anhang des Buches weitere Selbstkontrollaufgaben inklusive Lösungen. Es handelt sich dabei um Testfragen zum eigenverantwortlichen Lernen. SchülerInnen können zu jedem Kapitel einige Multiple-Choice Fragen selbstständig erarbeiten. Anschließend finden sie die Lösungen und können sich für jede richtige Antwort einen Punkt geben und für jede falsche einen abziehen. Somit können sie ihren aktuellen Lernstand auswerten.

Im Bezug auf die Geschichte ist das Thema Integralrechnung im Vergleich zu den anderen Kapiteln im Lehrwerk „Mathematik verstehen 8“ das einzige, welches einen historischen Kontext mit drei Seiten aufweist. Die Autoren gehen in diesem Teil unter anderem auf die Quadratur des Kreises, Archimedes, Leibniz, Prinzip von Cavalieri,

Riemann, Newton und Cauchy ein. Es ist ein reiner Theorieteil mit Musterbeispielen und –beweisen. Selbst zu rechnen ist bei dem historischen Kontext nicht erforderlich.

In meinen Augen ist das Wissensangebot altersneutral, obwohl es einige Aufgaben zum Thema Auto gibt, wie zum Beispiel Bremsweg oder Beschleunigung. Dies könnte interessant für die SchülerInnen sein, da meist in der Abschlussklasse der Führerschein gemacht wird.

5.4 Didaktische Grundsätze

Die Angebote für soziales Lernen mit dem Schulbuch „Mathematik verstehen 8“ halten sich in Grenzen. Es gibt zwar Aufgaben, die als Gruppen- oder Partnerarbeit symbolisiert sind, jedoch findet man zum Thema Integralrechnung keine. Bei 18 Aufgaben findet man das Symbol zur Technologieverwendung, wo sich der Schüler oder die Schülerin auf der www.oebv.at online Materialien zu den Aufgaben durchlesen kann und mit Hilfe von geeigneter Software die Aufgaben grafisch darstellen oder berechnen könnte. Hier wäre eine Möglichkeit, dass man einen fächerübergreifenden Unterricht mit dem Fach Informatik und somit einen offenen Unterricht gestaltet. Mit Hilfe des geschichtlichen Teils wäre es naheliegend SchülerInnen Referate halten zu lassen. Direkte Anweisungen oder Vorschläge zur Unterrichtsgestaltung findet man in dem Lehrwerk nicht. Auf der Homepage habe ich entdeckt, dass es einen digitalen Unterrichtsassistenten gibt, der das Schulbuch, den Lehrerband und Arbeitsblätter online beinhaltet. Er bietet die Möglichkeit zum Differenzieren und kann Aufgaben für lernschwächere Schüler ausblenden und sich Notizen und Anmerkungen machen.

Spielerische Aktivitäten findet man nicht, die müsste sich der Lehrkörper selbst ausdenken. Die Aufgaben sind, meiner Meinung nach, für den Frontal- und

Einzelunterricht ausgerichtet. Der Vorteil des Buches ist, dass jeder Schüler und jede Schülerin mit dem Lehrwerk selbstständig zu Hause üben kann durch die Selbstkontrollenteile und das Lösungsheft.

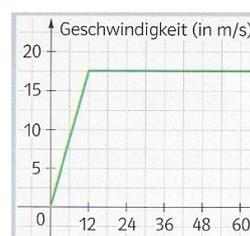
Das Schulbuch ist auf alle Fälle realitätsnah und aktuell. Das wird veranschaulicht durch Aufgaben wie:

„2.107) Um ein elastisches Band um die Länge $x > 0$ auszudehnen, ist die Kraft $F(x) = -kx - ax^2$ erforderlich (a und k konstant). Stelle eine Formel für die Arbeit auf. Die man verrichten



muss, um das von $x=0$ bis $x=m$ zu dehnen“ [Mathematik verstehen 8, S. 48]

„2.102) Ein U-Bahn-Zug fährt von einer Station zur nächsten. Er beschleunigt zuerst, fährt dann mit gleichbleibender Geschwindigkeit und bremst dann wieder ab. Der Verlauf der Geschwindigkeit kann dem nebenstehenden Graphen entnommen werden. Beantworte anhand des Graphen:



- 1) Wie lang beschleunigt der Zug? Wie groß ist die Beschleunigung? Welche Strecke legt er dabei zurück?
- 2) Wie lang bremst der Zug? Wie groß ist dabei die Verzögerung (negative Beschleunigung)? Welche Strecke legt er dabei zurück?
- 3) Wie lang fährt der Zug mit gleichbleibender Geschwindigkeit? Welche Strecke legt er dabei zurück?
- 4) Wie weit sind die beiden Stationen voneinander entfernt?“ [Mathematik verstehen 8, 2012, S. 47]

Man findet auch Aufgaben bei denen die SchülerInnen die Fläche eines Fensters berechnen müssen oder welche zum Thema Auto und Hubschrauber.

Als letztes möchte ich noch erwähnen, dass dieses Schulbuch mehrere mögliche Lösungsmodellen bietet bei der Flächenberechnung, wie das untenstehende Beispiel von der Seite 27 des Buches „Mathematik verstehen 8“ demonstriert oder bei dem Thema Auto auf den Seiten 30 und 31.

Inhalte von Flächen zwischen zwei Funktionsgraphen

Gegeben sind die Funktion f mit $f(x) = 3x - \frac{1}{2}x^2$ und die Punkte $P = (2 | f(2))$ und $Q = (6 | f(6))$. Berechne den Inhalt A der Fläche, die vom Graphen von f und der Geraden $g = PQ$ begrenzt wird!

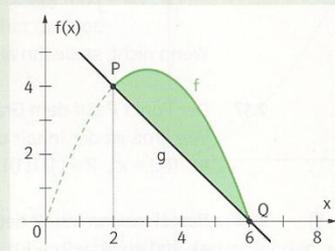
Lösung: $P = (2 | 4)$ und $Q = (6 | 0)$

1. Lösungsmöglichkeit:

$$A_f(2; 6) = \int_2^6 \left(3x - \frac{1}{2}x^2\right) dx = \left[\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{6}x^3\right]_2^6 = \frac{40}{3}$$

$$A_g(2; 6) = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8 \quad (\text{Flächeninhalt eines Dreiecks})$$

$$A = A_f(2; 6) - A_g(2; 6) = \frac{40}{3} - 8 = \frac{16}{3}$$



2. Lösungsmöglichkeit:

Zeige selbst, dass $x + y = 6$ eine Gleichung der Geraden g ist! Die Gerade ist also der Graph der linearen Funktion g mit $g(x) = -x + 6$.

$$A_f(2; 6) = \int_2^6 \left(3x - \frac{1}{2}x^2\right) dx = \left[\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{6}x^3\right]_2^6 = \frac{40}{3}$$

$$A_g(2; 6) = \int_2^6 (-x + 6) dx = \left[-\frac{1}{2}x^2 + 6x\right]_2^6 = 8$$

$$A = A_f(2; 6) - A_g(2; 6) = \frac{40}{3} - 8 = \frac{16}{3}$$

3. Lösungsmöglichkeit:

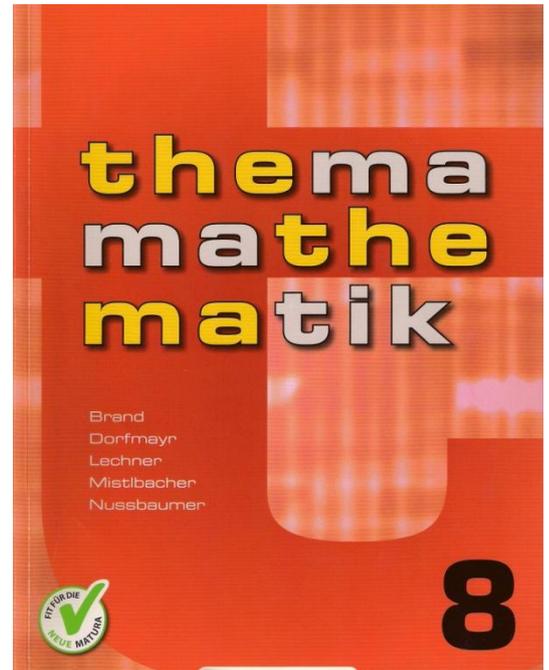
$$A = A_f(2; 6) - A_g(2; 6) = \int_2^6 f(x) dx - \int_2^6 g(x) dx = \int_2^6 [f(x) - g(x)] dx = \int_2^6 \left[\left(3x - \frac{1}{2}x^2\right) - (-x + 6)\right] dx =$$

$$= \int_2^6 \left(-\frac{1}{2}x^2 + 4x - 6\right) dx = \left[-\frac{1}{6}x^3 + 2x^2 - 6x\right]_2^6 = \frac{16}{3}$$

6. Thema Mathematik 8

6.1 Formale Kriterien

Das Lehrwerk „Thema Mathematik 8“ wurde von fünf Autoren zusammengestellt und hat ein Format mit der Höhe 25,9 cm und der Breite 18,9 cm. Die zweite Auflage, mit welcher ich gearbeitet habe, erschien im Jahr 2013. Das Schulbuch besteht aus fünf Kapiteln, einer einseitigen Tabelle für die Wahrscheinlichkeitsrechnung und einem Stichwortverzeichnis. Der Verlag Veritas verlangt für das Schulbuch laut der Homepage www.veritas.at 21, 95 Euro und für das dazu passende Lösungsheft 8,95 Euro.



Wie auch bei „Mathematik verstehen 8“ bietet „Thema Mathematik 8“ das Lehrwerk als „Digitalen Lehrerprofi“ an. Dabei kann man ebenfalls wie bei dem „digitalen Unterrichtsassistenten“ vom Verlag öbv das Buch online bearbeiten von zu Hause aus oder in der Klasse als Präsentationsmittel. Der Lehrer oder die Lehrerin kann etwas Wichtiges markieren, zoomen oder Notizen vermerken. Auf der der Homepage www.veritas.at wird er gratis angeboten, wenn das Lehrwerk in Klassengröße bestellt wird. Des Weiteren bietet der Verlag Veritas einen Serviceteil für LehrerInnen um 2,90 Euro an, wo man Jahresplanung, Tipps und Hinweise findet. Auch gibt es eine CD-Rom mit Teil-1-Aufgabenstellungen aus dem „Matura-Wiederholungsteil des Schulbuchs“ zum Üben für SchülerInnen für die Reifeprüfung um 7,90 Euro. Für 8,95 Euro gibt es ein Anleitungsbuch für Aufgaben, die man mit Hilfe von Geogebra in der 7. und 8. Klasse bearbeiten kann. [vgl. www.veritas.at]

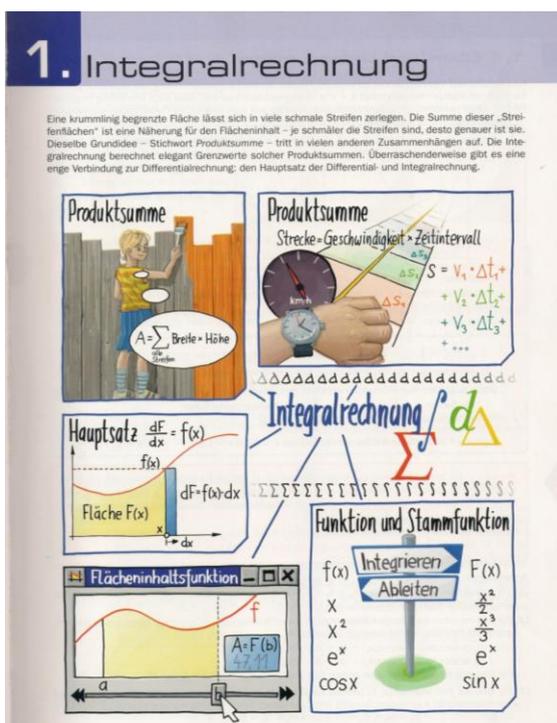
Auf der Seite www.thema-mathematik.at finden Schüler- und LehrerInnen zahlreiche Arbeitsblätter, Hot- Potatoes Zuordnungs- und Multiple-Choice-Aufgaben, Karteikarten, GeoGebra- Aufgaben und Lösungen und Jahresplanungen.

6.2 Methodische Grundsätze

6.2.1 Optik

Das Inhaltverzeichnis folgt einem logischen Aufbau. Die inhaltlich neuen Themen sind in einer schwarzen Schrift geschrieben, während die fünf zusätzlichen Übungsteile des Kapitels, wie zum Beispiel „Die Sprache der Mathematik“ oder die Kapitelcheckliste in lila zu lesen sind. Das Lehrwerk verwendet vorwiegend die Farben schwarz, lila, gelb und rot.

Jedes Kapitel beginnt mit einem kurzen Text und darunter einer bunten Comicseite mit fiktiven Figuren, die als Mind-Map dienen soll. Hier findet der Schüler oder die SchülerIn einen sehr ansprechenden und groben Überblick über das folgende Themengebiet und erfährt, was ihn oder sie ungefähr erwarten wird. Für die Integralrechnung schaut die erste Seite des Kapitels folgendermaßen aus



[vgl. Thema Mathematik 8, 2013, S. 5]

Wie auch bei „Mathematik verstehen 8“ folgt das Schulbuch „Thema Mathematik 8“ einer klaren und einheitlichen Struktur. Alle fünf Kapitel beginnen mit der genannten Mind-Map Seite. Danach ist es wieder ein Wechselspiel zwischen Definitionen, Sätzen, gelösten Aufgaben und Grundaufgaben, in welchen man die vorhergenannten Definitionen, Sätzen und Musteraufgaben anwendet oder zur Hilfe nehmen soll. Interessant ist der Unterschied, dass „Thema Mathematik 8“ bei den zu rechnenden Grundaufgaben als Seitenlayout die Spaltenschreibweise gewählt hat. Nach einigen Unterkapiteln, die stets dem gleichen Schema folgen, findet der Leser oder die Leserin eine Seite, die sich der Sprache der Mathematik zuwendet. Ausfüllen von Lückentexten, Ablieferungen von Erklärungen zu wichtigen Sätzen oder Zusammenhänge sind zu erkennen. Das Ziel ist von der mathematischen Notation zu den Worten zu gelangen.

Beim historischen zweiseitigen Teil, der an das Kapitel „Sprache der Mathematik“ anschließt, sollen die SchülerInnen auch Aufgaben lösen, wobei sich die Lösung im Lösungsheft befindet und nicht im Lehrwerk. Danach bietet das Schulbuch eine Kapitelcheckliste an, wo die SchülerInnen markieren sollen, was sie können und was sie sich gemerkt haben, und die Bifie Kompetenzen für die Matura. Abgesehen von dem Matura-Vorbereitungskapitel folgen die anderen vier Kapitel diesem gleichen Schema und schließen mit einem Selbstkontrolleteil ab, wo Lernende Multiple-Choice Fragen beantworten können.

Unterschiede zu „Mathematik verstehen 8“ sind mir unter anderem aufgefallen, dass „Thema Mathematik 8“ mit Seitenmarkierungen arbeitet. Die Unterkapitel sind dunkellila, wichtige Überschriften lila, Definitionen rot, Bemerkungen werden als helllila bis grau als Hinweis gekennzeichnet. Das heißt beim Durchblättern erkennt man an den Rändern der Seiten, wo man etwas findet.

Ein weiterer Zusatzpunkt sind jene Kapitel, die ein E tragen, denn dies bedeutet, dass es sich um Ergänzungsstoff handelt. Bei dem Kapitel mit der Integralrechnung gibt es ergänzende Unterkapitel zum Beispiel „Numerische Integration“, „Berechnen der Bogenlänge“, „Oberfläche von Rotationskörpern- berechnen der Mantelfläche“ oder „Der Mittelwert der Funktion“. Ein abfließender Punkt der mir noch aufgefallen ist, wäre, dass es im Schulbuch „Thema Mathematik 8“ keinen Selbstkontrollteil am Ende des Buches mit Lösungen gibt, sondern nur nach jedem Kapitel und alle Lösungen sind im Lösungsheft zu finden und nicht schon im Lehrwerk selbst, wie es bei „Mathematik verstehen 8“ der Fall ist. Jedoch werden im historischen Teil Rechenaufgaben angeboten.

Zu den verwendeten Symbolen ist noch zu sagen, dass es Aufgaben für die Gruppenarbeit und für den Technologieeinsatz gibt. Des Weiteren wird zwischen weißen Aufgabennummerierungen, welche die „grundlegenden, einfachen Aufgaben“ sind, violett „weiterführenden Aufgaben“ und dunkelviolet „anspruchsvollen Aufgaben“ unterschieden. [vgl. Thema Mathematik 8, S. 2]

6.2.2 Quantität

Wie schon erwähnt, besteht das Schulbuch aus fünf Kapiteln und verteilt 934 Aufgaben auf 287 Seiten. Kapitel 1 und 2 beschäftigen sich mit der „Integralrechnung“ mit insgesamt 72 Seiten, Kapitel 3 mit der „Wahrscheinlichkeitsrechnung“ in 44 Seiten, das 32-seitige Kapitel 4 mit „Dynamischen Systemen“ und das letzte Kapitel dient zur „Vorbereitung auf die schriftliche Reifeprüfung“ mit 133 Seiten. 25% wird somit der Integralrechnung gewidmet, die mit zirka 46% hinter dem Maturavorbereitungsteil steht. In der untenstehenden Tabelle, können wieder nähere Informationen entnommen werden.

Kapitel	Seitenanzahl	Aufgabenanzahl
1. „Integralrechnung“	40	192
2. „Anwendungen der Integralrechnung“	32	126
3. „Wahrscheinlichkeitsrechnung“	44	177
4. „Dynamische Systeme“	32	134
5. „Vorbereitung auf die schriftliche Reifeprüfung“	144	305

Rund 34% der Aufgaben im Buch beschäftigen sich mit der Integralrechnung. Das zweite Drittel der Aufgaben widmet sich der Übung für die Reifeprüfung und das letzte Drittel behandelt die Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung und zu den Dynamischen Systemen. Es kann daher gesagt werden, dass sich knapp die meisten Aufgaben mit der Integralrechnung beschäftigen.

Aufgabentyp	Anzahl der Erscheinung im Buch	In Prozent
Gelöste Aufgabe	56	17,61
Grundaufgabe	176	55,35
Begründungs- bzw. Beweisaufgabe	42	13,21
Umkehraufgabe	4	1,26
Single- bzw. Multiple-Choice- Aufgaben	15	4,72
Problemaufgabe	14	4,40

„Offene Aufgabe“	11	3,46
Aufgaben mit technologischen Einsatz	22	6,92
Gruppenaufgaben	14	4,40

Der Tabelle ist zu entnehmen, dass die Mehrheit wie auch bei „Mathematik verstehen 8“ gelöste Aufgaben, Grundaufgaben und Begründungs- und Beweisaufgaben ausmachen.

Zu den verschiedenen Aufgabentypen ist mir aufgefallen, dass dieses Schulbuch mehr offene Aufgabenstellungen anbietet als „Mathematik verstehen 8“, bei welchen SchülerInnen in Gruppenarbeit oder mit Hilfe von Technologie Fragen beantworten sollen. Dazu möchte ich folgende Aufgaben hervorheben:

„56) Recherchiert und diskutiert die angesprochenen Ideen zum bestimmten Integral.

Die Namen Henri und Bernhard sind nicht zufällig gewählt. Findet heraus, auf wen hier angespielt wird.

- a) *Henri teilt anstatt der x-Achse die y- Achse in gleiche Teilintervalle und approximiert die Flächen lieber durch waagrecht liegende Rechtecke. Skizziert anhand von Funktionsgraphen aus diesem Abschnitt, wie seine Näherung aussehen. Bernhard meint, da könne aber auch nichts anderes herauskommen.*
- b) *Henri hat noch eine Idee: Er zeichnet senkrechte Streifen so ein, dass die Δy (Höhe der Treppenstufen) zwischen den Streifen gleich bleiben. Dafür sind die Streifen jetzt unterschiedlich breit. Skizziert anhand von Funktionsgraphen aus diesem Abschnitt, wie seine Näherung aussehen. Bernhard meint, da sei aber nun schon gar kein Unterschied mehr zu seiner Idee.*

Henri ist jedoch überzeugt, dass seine Art der Näherung allgemeiner ist.“ [Thema Mathematik 8, 2013, S. 17]

„64) Wer hat die Schreibweise $\int \dots dx$ erfunden? Gab es andere Schreibweisen? Recherchiert zur Geschichte der Integralrechnung und erstellt eine Präsentation.“ [Thema Mathematik 8, 2013, S. 19]

„112) Finde heraus wie du mit einer Technologie deiner Wahl Integrale näherungsweise berechnen kannst, und berechne damit die Integrale aus Aufgabe 108.

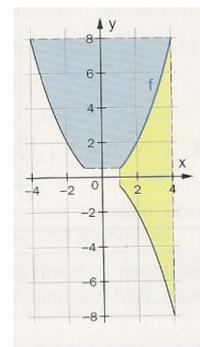
a) $\int_1^2 \sqrt{x^3 - 1} dx, n = 4$

b) $\int_0^1 e^{-x^2} dx, n = 8$

c) $\int_0^{1,25} \sin(x^2) dx, n = 5$ [Thema Mathematik 8, 2013, S. 27]

Weiterer spannender Aspekt ist für mich, dass Aufgaben, bei denen der oder die Lernende Probleme haben, können mit Hinweisen versehen werden, welche Tipps zur Fehlervermeidung geben, wie zum Beispiel bei folgender Aufgabe:

„124) Berechne die Fläche eines Viertelkreises mit Radius r (vergleiche Beispiel 81). Hinweis: Berechne y aus $x^2 + y^2 = r^2$ und verwende die Substitution $x = r \sin \alpha$. Beachte, dass $\frac{1}{2} [\sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha) + \alpha]$ eine Stammfunktion von \cos^2 ist.“ [Thema Mathematik, 2013, S. 29]



„222) Das Intervall $[1; 4]$ liegende Stück des Graphen von f mit $f(x) = \frac{x^2}{2}$ dreht sich einmal um die x - Achse und einmal um die y - Achse. Ermittle jeweils das Volumen des entstehenden Drehkörpers.

Hinweis: Beachte, dass sich bei der Drehung um die y- Achse andere Integrationsgrenzen ergeben.“ [Thema Mathematik 8, 2013, S.53]

Bei den Bildern habe ich wieder unterteilt zwischen Grafiken, die der Illustration dienen oder jene, die Teil der Aufgabe sind, da man von ihnen wichtige Informationen ablesen soll. Dritte Art sind für mich die Fotos, welche die Realitätsnähe erzeugen. In den zwei Kapiteln über die Integralrechnung gab es 187 Grafiken bzw. Fotos. 90 davon nützen der Veranschaulichung, 82 dienen als Aufgabe und bei 15, also damit bei zirka 8%, handelt es sich um Fotos aus dem Lebensbereich der SchülerInnen.

Zum Verhältnis zwischen wissenfragendem und wissengebendem Teil kann gesagt werden, dass der Theorieteil mit 54% höher ausfällt, als der Praxisteil. 39 Seiten geben Wissen, während 33 nach Wissen fragen.

6.3 Inhaltliche Grundsätze

Mathematische Kompetenzen

Zu den vier genannten Kompetenzen möchte ich vier passende Aufgaben des Lehrwerks „Thema Mathematik 8“ entnehmen, um zu demonstrieren, dass jene erfüllt wurden.

6.3.1 Darstellen und Modellbildern

„168) Eine Photovoltaikanlage erzeugt ab 6 Uhr eine elektrische Leistung P , die durch die Funktion $P(t) = -\frac{3}{80} t^2 + \frac{4}{5} t$ beschrieben wird. t ist die Zeit in Stunden ab 6 Uhr. Die Leistung wird in kW gemessen (vgl. Aufgabe 160).

a) Zeichne den Graphen von P für den Zeitraum von 6 Uhr bis 18 Uhr.

b) Schreibe die elektrische Energie E , die in diesem Zeitraum erzeugt wurde, als bestimmtes Integral und berechne ihren Wert“ [Thema Mathematik 8, 2013, S. 36]

6.3.2 Rechnen und Operieren

„20) Der Flächeninhalt unter dem Graphen der Funktion $f(x) = x^3 - 5x^2 + 4x + 7$ soll im Intervall $[0; 4]$ approximiert werden. Stelle die Funktion grafisch dar. Berechne die Untersumme U_4 und die Obersumme O_4 , sowie die Linkssumme L_4 und die Rechtssumme R_4 .

Erkläre, weshalb die Berechnung der Unter- und Obersumme schwieriger ist als die Berechnung der Links- und Rechtssumme!“ [Thema Mathematik 8, 2013, S. 9]

6.3.3 Interpretieren

„242) Die Funktion $E(t) = 18\,000 + 500(t - 20)$ beschreibt das jährliche (Netto)-Einkommen einer Person in Abhängigkeit vom Lebensalter t für den Zeitraum $t \in [20; 65]$.

a) Berechne und interpretiere $\int_{20}^{65} E(t) dt$.

b) Berechne und interpretiere $\frac{1}{45} \int_{20}^{65} E(t) dt$.

c) Wie hoch ist das Gesamteinkommen zwischen dem 20. und 50. Lebensjahr?

d) Was bedeutet $\int_{20}^{t_1} E(t) dt = 460\,000$, was bedeutet $\int_{20}^{t_2} E(t) dt = \frac{1}{4} \int_{20}^{65} E(t) dt$?

Berechne t_1 und t_2 .“ [Thema Mathematik 8, 2013, S. 59]

6.3.4 Argumentieren begründen

„102) Obwohl $f(x) = \frac{1}{x^2}$ keine negativen Funktionswerte hat, ist das bestimmte Integral $\int_{-1}^1 f(x) dx$ scheinbar negativ. Wo liegt der Fehler?

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx = \left[-\frac{1}{x} \right]_{-1}^1 = (-1) - (+1) = -2 \text{ [Thema Mathematik 8, 2013, S. 25]}$$

6.3.5 Qualität des Schulbuches

Der Kontext des Kapitels Integralrechnung ist meiner Meinung nach frei von mathematischen Fehlern und hochwertig qualitativ, da zusätzliche Themen zum Lehrplan enthalten sind, die für eine Wahlpflichtfachgruppe Mathematik gut geeignet wären. Das Lehrbuch folgt einer neutralen Weltanschauung und religiösen Ansicht, da mir kein Aspekt aufgefallen ist, der das Gegenteil erläutern würde. Es ist auf jeden Fall auf Österreich bezogen, da bei Aufgabe 36 auf der Seite 13 die Statistik über den steirischen Fluss Enns zu finden ist und bei Aufgabe 37 auf der gleichen Seite, das Wetter des ORF- Dienstes an einem Septembertag in Salzburg dargestellt wird.

Das Buch ist nicht eindeutig geschlechterneutral, da die Aufgaben im Kapitel „Integralrechnung“ mehr dazu tendieren männerspezifisch zu sein. Zum Beispiel wird bei Aufgabe 21 auf der Seite 10 im Schulbuch „Thema Mathematik 8“ über Herr Karl geschrieben, der 5 Stunden mit einer Geschwindigkeit von $v(t) = -0,2t^2 + 5$ wandert oder bei Aufgabe 22 auf der gleichen Seite über einen Autofahrer, der nach einer „Schrecksekunde sein Fahrzeug zum Stillstand bringt“. Bei der Erklärung zu Wegstrecke, Geschwindigkeit und Zeit wird ebenfalls über einen Wanderer gesprochen. Ein letztes Beispiel, was ich nennen möchte, ist Aufgabe 34 auf der Seite 13, wo ein 70 kg schwerer Raumfahrer zu einer Raumstation zu bringen ist. Trotzdem fand ich zwei Aufgaben in den beiden Kapiteln bei denen von einer Radfahrerin der Weg berechnet werden sollte [vgl. Thema Mathematik 8, S. 60, Aufgabe 247] und die Beschleunigung einer Autofahrerin im Mittelpunkt steht [vgl. Thema Mathematik 8, S. 69, Aufgabe 292]. Es kann davon ausgegangen werden, dass beide Geschlechter nicht gleich stark behandelt werden.

Sprachlich versuchen die Autoren die LeserInnen direkt und verständlich anzusprechen indem sie die 2. Person Singular bzw. die 1. Person Plural verwenden.

„Stell dir vor, du könntest in der Abbildung die rechte Grenze b verschieben. Dadurch würde sich der Inhalt der färbigen Fläche als Funktion von b verändern. Deswegen steht hier $A = F(b)$.

Der Flächeninhalt A ist zugleich der Wert des bestimmten Integrals $\int_a^b f(x)dx$. Wir können daher zu f die Flächeninhaltsfunktion

$$F(b) = \int_a^b f(x)dx$$

definieren. Diese Funktion ist ein bestimmtes Integral mit variabler rechter Grenze.“

[Thema Mathematik 8, 2013, S. 18]

Beweise werden grundsätzlich mit „Wir“ gelöst um zu veranschaulichen, dass man gemeinsam die Idee erarbeitet hat. Bei den selbstzurechnenden Aufgaben wird der Imperativ der 2. Person Singular oder Plural verwendet, was praktisch für die Differenzierung zwischen Einzel- und Partner-oder Gruppenarbeit ist. Der Unterschied zur Sprache von „Mathematik verstehen 8“ ist, dass neben „berechne“, „zeige“, „begründe“ oder „erkläre“ oft die Phrasen „recherchiert“, „diskutiert“, „sucht Argumente“, „überlege“ und „schätze ab“ verwendet werden, wodurch die Fragestellungen unterschiedlicher werden, obwohl es auch Seiten gibt, wo nur „berechne“ oder „zeige“ zu finden sind. Die Monotonie wird unterbrochen durch Fragen wie

„Existieren die uneigentlichen Integrale? Falls ja, was ist ihr Wert?“ [Thema Mathematik, S.36, Aufgabe 174].

Erfolgssicherung ist durch die Unterkapitel „Vermischte Aufgaben“, „Teste dein Wissen“, „Meine Kapitelcheckliste“ und „Kompetenzen für die Matura“ gegeben. Die Schüler wissen, was sie können müssen, jedoch befinden sich keine Lösungen im Buch und daher ist der Kauf des Lösungsheftes für die Einzelarbeit der SchülerInnen unerlässlich. Zum Vergleich: Bei dem Buch „Mathematik verstehen 8“ gab es die Lösungen zum Selbstkontrollteils am Ende des Werkes. Aufgefallen ist mir auch, dass im Lösungsheft bei einigen Aufgaben keine explizite Lösung vorhanden ist, sondern nur ein Hinweis, wie zum Beispiel bei Aufgabe 100, die ich vorhin erwähnt habe oder Aufgabe 135.

„135) Zeige die Reduktionsformeln für $n \in \mathbb{N}^+$:

$$a) \int (\ln x)^n dx = x (\ln x)^n - n \int (\ln x)^{n-1} dx$$

$$b) \int x^n e^x dx = x^n e^x - n \int x^{n-1} e^x dx$$

$$c) \int x^n \sin x dx = -x^n \cos x + n \int x^{n-1} \cos x dx$$

$$d) \int x^n \cos x dx = x^n \sin x - n \int x^{n-1} \sin x dx" [\text{Thema Mathematik 8, 2013, S. 31}]$$

„135) a) Hinweis: wähle $g = (\ln x)^n$, $f' = 1$

b) Hinweis: wähle $g = x^n$, $f' = e^x$

c) Hinweis: wähle $g = x^n$, $f' = \sin x$

d) Hinweis: wähle $g = x^n$, $f' = \cos x$ " [Thema Mathematik 8 Lösungsheft, 2013, 10]

Weitere Erfolgssicherung ist garantiert durch Aufgaben wie

„Wiederhole den Mittelwertsatz der Differentialrechnung und veranschauliche ihn in einer geeigneten Skizze!“ [vgl. Thema Mathematik 8, S. 65, Aufgabe 267]

Jedes Unterkapitel versucht auf das vorhergehende Kapitel Bezug zu nehmen. Zum Beispiel

„Bisher mussten wir oft mühsame Berechnungen durchführen, um den Grenzwert von Ober- oder Untersummen zu bestimmen. Zum Glück wissen wir nun, dass für unbestimmte Integrale F gilt: $F'(x) = f(x)$.“ [Thema Mathematik 8, S. 20]

Es wird an vorher gelerntes Schulwissen angeknüpft mit Sätzen wie

„Für Dreiecke und Vierecke kennst du einfache Formeln für die Flächenberechnung. Du hast auch gelernt: Ein Kreis mit Radius r hat den Inhalt $A=r^2\pi$. Rein anschaulich ist klar, dass auch krummlinig begrenzte Flächen einen bestimmten Flächeninhalt haben. Aber wie soll man eine solche Fläche genau ausmessen?“ [Thema Mathematik 8, S. 5]

Die Geschichte der Mathematik wird, meiner Meinung nach, in „Thema Mathematik 8“ größer geschrieben als bei „Mathematik verstehen 8“, da auch Aufgaben dazu verlangt werden, wie zum Beispiel

„2) Versucht, Archimedes' Gedankengang nachzuvollziehen und ausführlich darzustellen. Wie schwer ist das Parabel-Flächenstück im Vergleich zum Dreieck“ [Thema Mathematik 8, S. 39, 2]

Um mit den inhaltlichen Grundsätzen abzuschließen, möchte ich noch den aus meiner Sicht logischen Aufbau in dem Schulbuch „Thema Mathematik 8“ erwähnen, der wie auch „Mathematik verstehen 8“, mit der Ober- und Untersumme und physikalischen Aufgaben beginnt, danach die Flächenberechnung ausweitet und mit der Volumenberechnung abschließt.

6.4 Didaktische Grundsätze

Das Lehrwerk lässt verschiedene Lernvoraussetzungen der SchülerInnen zu. Für schneller Lernenden oder Wahlpflichtfachgruppen gibt es Zusatzteile zu den Themen „Numerische Integration“, „Berechnen von Bogenlänge“, „Oberfläche und Mantel von

Rotationskörpern“ oder „Mittelwert einer Funktion“. Weitere Differenzierung ist durch die drei verschiedenen Aufgabentypen gewährleistet. Wie schon erwähnt, wird zwischen „grundlegenden“, „anspruchsvollen“ und „weiterführenden“ Aufgaben unterschieden. Wichtig zu erwähnen erscheint mir die hohe Anzahl der Illustrationen. Die insgesamt 187 Grafiken und Fotos sind eine gute Hilfe für visuelle Lerntypen. Bei fast allen vorgerechneten Aufgaben finden die SchülerInnen eine Abbildung zur Veranschaulichung.

Diverse Lösungsmöglichkeiten werden ausschließlich nur durch die offenen Aufgaben, wie zum Beispiel

„6) Recherchiert über Ito Kiyoshi. Wo finden seine Ideen Anwendung?“ [Thema Mathematik 8, 2013, S. 39] oder

„112) Finde heraus, wie du mit einer Technologie deiner Wahl Integrale näherungsweise berechnen kannst, [...]“ [Thema Mathematik 8, 2013, S. 27] garantiert.

Diese bieten auch Anreize zum entdeckenden und spielerischen Lernen. Die große Methodenvielfalt entdecken SchülerInnen durch verschiedene Aufgabenstellungen und die hohe Anzahl von Gruppen- bzw. Partnerarbeiten. Wie vorhin erwähnt, gehen zirka 11% der Aufgaben auf das Arbeiten im sozialen Umfeld ein, dies ist deutlich höher als bei dem Lehrwerk „Mathematik verstehen 8“. Anregungen und Hilfen zur Realisierung eines offenen Unterrichts werden durch die Aufgaben des historischen Teils gegeben, wo zum Beispiel Referate erstellt werden können, durch den Ergänzungsstoff und durch die 36 Aufgaben zur Gruppen- bzw. Partnerarbeit. Eine Koppelung mit dem Informatikunterricht wäre eine andere Alternative, da 22 Aufgaben zur Integralrechnung den Technologieeinsatz benötigen.

„88) Finde heraus, wie du mit einem Computeralgebrasystem differenzieren und integrieren kannst. [...]“ [Thema Mathematik 8, 2013, S. 23]

Die Möglichkeit zum selbstständigen Lernen ist auf jeden Fall durch den „Teste dein Wissen“ Teil oder durch das Unterkapitel „Vermischte Aufgaben“ gegeben, weil es sich dabei um Wiederholungsstoff handelt. Einziger Kritikpunkt, den ich vorhin schon erwähnt habe, ist, dass der Kauf des Lösungsheftes zum selbstständigen Lernen unerlässlich ist, da sonst die Kontrolle fehlt.

Wie auch bei „Mathematik verstehen 8“ sieht man das altersentsprechende Wissensangebot durch Aufgaben zur Geschwindigkeit von Rennwagen, Lokomotiven, Flugzeugen, LKWs oder Schiffen, da die SchülerInnen in den Abschlussklassen meist zur Fahrprüfung antreten, könnte das Thema Beschleunigung, Weg und Zeit von bedeutendem Interesse sein.

Radioaktive Strahlung, Online Auktion, eine Software Firma oder ein Portal einer Konzerthalle. Um solche Themen drehen sich die nachstehenden Aufgaben im Lehrwerk „Thema Mathematik 8“, welche die Aktualität und Lebensnähe eindeutig unterstreichen.

„244) Bei einer Online- Auktion entdeckt ein Konsument ein Objekt, für das er 100€ auszugeben bereit ist. Er ersteigert das Produkt jedoch für 60 €. Gib die Höhe der Konsumentenrente an.“ [Thema Mathematik 8, 2013, S. 59]

„299) Eine Software-Firma hat ein neues Release veröffentlicht. Die Anzahl der Supportanfragen pro Tag lässt sich näherungsweise mithilfe der Funktion

$n(t) = \frac{t^3}{20} - 3t^2 + 45t + 52$ beschreiben, wobei t den jeweiligen Tag nach der Veröffentlichung angibt ($t \in [0; 30]$).

a) Wie groß ist die Anzahl der Supportanfragen während der ersten 10 Tage?

- b) *Wie viele Supportanfragen gab es innerhalb der ersten 30 Tage insgesamt?*
- c) *Welche Bedeutung besitzt das Integral $\frac{1}{30} \int_0^{30} n(t) dt$?*
- d) *Welche Bedeutung besitzt die Gleichung $\int_0^{t_1} n(t) dt = \frac{1}{2} \int_0^{20} n(t) dt$? Was wird mit t_1 angegeben?* [Thema Mathematik 8, 2013, S. 70]

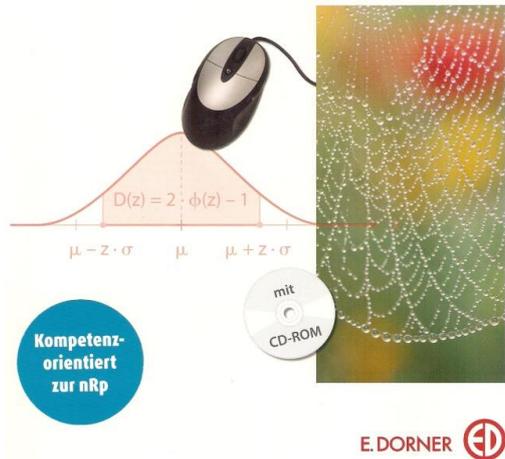
7. Dimensionen Mathematik

7.1 Formale Kriterien

Das Schulbuch „Dimensionen Mathematik 8“ erschien unter dem Verlag „E. DORNER“ im Jahr 2012. Das Format hat eine Höhe von 25,9 cm und eine Breite von 18,9 cm, also ähnlich wie die beiden anderen analysierten österreichischen Schulbücher „Mathematik verstehen 8“ und „Thema Mathematik 8“. Verfasst wurde das 288-seitige Werk von vier Autoren, Mag.^a Gabriele

Bleier, Mag.^a Judith Lindenberg, Mag. Andreas Lindner und Mag.^a Dr.ⁱⁿ Evelyn Stepancik. Preislich gesehen verlangt der Verlag laut Homepage www.dorner-verlag.at 21,20€ für „Dimensionen Mathematik 8“ und für das 104-seitige einfarbige Lösungsexemplar 11,- €. Jedes Schulbuch beinhaltet eine CD-ROM zum „selbstständigen Üben und Vertiefen“. Weiterst ergänzt sie mit Arbeitsblättern, Übungen, Tests, Tipps zur Technologieanwendung und Informationen zur Lernmethoden das Schulbuch. [vgl. Dimensionen Mathematik, 2012, S.1] Abgesehen von der CD-ROM liegt den SchülerInnen und LehrerInnen noch eine 8-seitige Broschüre zu den Grundkompetenzen für die neue Reifeprüfung mit dem Stand April 2012 bei, die als Checkliste dienen soll. Für Eltern gibt es als Materialien laut Homepage nur eine Formelsammlung um 6,03€.

Dimensionen Mathematik 8



7.2 Methodische Grundsätze

7.2.1 Optik

Das Inhaltsverzeichnis ist nüchtern in schwarz/weiß ohne Kapitelnummerierung vorzufinden, wobei die Unterkapitel einer Nummerierung folgen. Der Aufbau unterscheidet sich von den anderen beiden österreichischen Schulbüchern dahingehend, dass nach der Integralrechnung in „Dimensionen Mathematik 8“ das Thema „Dynamische Systeme und Prozesse“ herangezogen wird, die Stochastik sich in zwei Kapitel „Wahrscheinlichkeitsrechnung- Die Normalverteilung“ und „Schließende Statistik“ aufteilt. Bei den anderen beiden Büchern treten „Dynamische Systeme“ erst vor dem Kapitel Wiederholung für die Reifeprüfung auf. Auch bei dem abschließenden Themengebiet „Vorbereitung auf die Reifeprüfung“ gibt es einen Unterschied: „Dimensionen Mathematik“ teilt es in vier große Kapiteln ein und nicht in eines, sowie bei „Mathematik verstehen 8“ und „Thema Mathematik 8“.

In der kurzen Einleitung jedes Kapitels finden die LeserInnen die Inhalte, Lernziele und die zu erwerbenden Grundkompetenzen. Laut den Autoren besteht das Grundkonzept des Schulbuches aus drei Lernschritten: Im ersten Lernschritt wird das Vorwissen durch meist kurze Einzelarbeit aktiviert. Im zweiten Lernschritt entdecken die Lernenden ein Wechselspiel zwischen Lesetexten, die mit einer Brille gekennzeichnet und grün hinterlegt sind, und kleinen Aufgaben. Wichtige Sätze, Zusammenfassungen und Definitionen sind gelb hinterlegt und mit einem kleinen dreieckigen Pfeil gekennzeichnet. Der grüne senkrechte Balken markiert den Erarbeitungsteil. Im dritten Lernschritt geht es um die „Festigung und Vertiefung des neuen Wissen“. Aufgaben mit einem „GK“ versehen, stellen die Grundkompetenzen dar, anspruchsvollere Aufgaben sind durch eine Eule sichtbar und ein Planet gibt

den Tipp, dass es sich um „vorwissenschaftliche Arbeit“ handelt. [vgl. Dimensionen Mathematik 8, 2012, S.3]

Wie schon erwähnt, wird jedem Schulbuch eine CD-ROM beigelegt, die sowie bei „Thema Mathematik 8“ interaktive Übungen, Tests, Arbeitsblätter, weitere Informationen, Beschreibungen für verschiedene Lernmethoden und Anleitungen für „dynamische Geometriesoftware Geogebra, für Tabellenkalkulation und für Computeralgebrasysteme wie Derive“ zur Verfügung stellt. Auch gibt es im Werk Symbole für Partner-, Gruppen,- bzw. Technologiearbeit. [vgl. Dimensionen Mathematik 8, 2012, S. 3]

Positiv auffallend ist die erste Seite des Lehrwerks. Es handelt sich dabei um einen Brief an die SchülerInnen, in dem die Autoren ihnen das System von „Dimensionen Mathematik 8“ erläutern.

Abgesehen von den Farben grün und gelb befindet sich zur Orientierung auf jeder Seite des Lehrwerks rechts bzw. links oben ein roter bzw. violetter Balken mit jeweiligen Kapitelnamen. Bei den Grafiken werden oft die Farben blau für die Untersumme und rot für die Obersumme verwendet. Grundaufgaben sind mit einem senkrechten Balken markiert, sonstige Aufgaben und der Technologietipp sind mit einem hellblauen Balken versehen. Weiteres wird das Vorwissen mit einem gelben waagrechten Streifen dargestellt und neues mit einem grünen.

Meiner Meinung nach werden zu viele Farben, Symbole, Icons und Balken verwendet, das Schulbuch wirkt überlastet, da von den 61 Seiten, die sich der Integralrechnung widmen nur 20 rein weiß sind. Für die SchülerInnen mag dies unter Umständen leichter sein, da sie mit einem Blick erahnen, wo gerechnet und wo „nur“

gelesen werden muss, trotzdem ist die Farbverwendung sehr anstrengend für das Auge.

Abschließend sollte noch erwähnt werden, dass ein Unterkapitel in „Dynamische Systeme und Prozesse“ auf Englisch gestaltet wurde und den Titel „Cause and Effect Diagramm“ trägt. [Dimensionen Mathematik 8, 2012, S. 3]

7.2.2 Quantität

Das 288-seitige Schulbuch „Dimensionen Mathematik 8“ besteht aus 8 Kapiteln, 599 Aufgaben, wobei die Musteraufgaben nicht mit nummeriert wurden, einem 5-seitigem Vorwort, Inhaltsverzeichnis, Einführung und eines 6-seitigem Anhang.

Kapitel	Seitenanzahl	Aufgabenanzahl
„Integralrechnung“	61	156
„Dynamische Systeme und Prozesse“	32	74
„Wahrscheinlichkeitsrechnung- Die Normalverteilung“	45	113
„Schließende Statistik“	41	84
„Training für die schriftliche Reifeprüfung: Algebra und Geometrie“	17	45
„Training für die schriftliche Reifeprüfung: Funktionale Abhängigkeiten“	34	49
„Training für die schriftliche Reifeprüfung: Analysis“	21	45
„Training für die schriftliche Reifeprüfung: Wahrscheinlichkeit und Statistik“	26	33

Wie man der oben angeführten Tabelle entnehmen kann, widmen sich 21% des Schulbuchs der Integralrechnung und der Schwerpunkt wird, wie auch bei den beiden anderen österreichischen Schulbüchern, mit 34% auf die Wiederholung für die Reifeprüfung gelegt, wobei die Stochastik mit mehr als 32% deutlich mehr Gewichtung hat als die Integralrechnung. Von den Aufgabenstellungen ist die Integralrechnung, abgesehen von den abschließenden Maturaaufgaben mit knapp 29%, mit 26% der Vorreiter.

Wie ich schon bei der Optik erwähnt habe, überwiegt der grün hinterlegte Teil, also die Definitionen, Sätze und Zusammenfassungen, im Kapitel der Integralrechnung. Somit kann gesagt werden, dass der wissensgebende Teil knapp höher ist als der wissensfragende Teil (32 Seiten und 29 Seiten).

Aufgabentyp	Anzahl der Erscheinung im Buch	In Prozent
Gelöste Aufgabe	20	12,82
Grundaufgabe	88	56,41
Begründungs- bzw. Beweisaufgabe	26	16,67
Umkehraufgabe	/	/
Single- bzw. Multiple- Choice Aufgaben	7	4,49
Problemaufgabe	25	16,03
„Offene Aufgabe“	10	6,41
Aufgaben mit technologischen Einsatz	16	10,26

Gruppenaufgaben	12	7,69
-----------------	----	------

Insgesamt findet man in dem Schulbuch 116 Grafiken und Fotografien. 44 davon sind Funktionen oder Diagramme, die zur Aufgabenstellung gehören, bei 64 davon handelt es sich um Illustrationen zur Erleichterung des Kontextverständnisses und 8 sind Fotos aus dem Alltag.

7.3 Inhaltliche Grundsätze

Zu den vier genannten Kompetenzen möchte ich vier passende Aufgaben des Lehrwerks „Dimensionen Mathematik 8“ entnehmen, um zu demonstrieren, dass jene erfüllt wurden.

7.3.1 Darstellen und Modellbilden

„148) Ein Ameisenvolk teilt sich. Ameisen wandern aus, um einen neuen Staat zu gründen. Die Funktion $a(t)$ gibt an, wie viele Ameisen in der Stunde t auswandern. Die Anzahl a der pro Stunde ausziehenden Ameisen wird durch die folgende Formel beschrieben: $a(t) = 8000 \cdot 0,76^t$

Dabei ist t die Anzahl der seit dem Beginn des Auszugs vergangenen Stunden.

- a) Wie viele Ameisen wandern in den ersten drei Stunden insgesamt aus? Ermittelt den Wert sowohl exakt als auch näherungsweise. Stellt beide mathematischen Verfahren im Zeitintervall $[0;3]$ grafisch dar.*
- b) Wie viele Ameisen folgen in der 19. und 20. Stunde? Berechnet exakt und näherungsweise.*
- c) Um wie viel Prozent nimmt die Zahl der Auswanderer pro Stunde ab?*
- d) Ermittelt eine Funktion $G(t)$, die angibt, wie viele Ameisen insgesamt seit Beginn des Auszugs ($t=0$) bis zu einem Zeitpunkt t ausgewandert sind. Welchem*

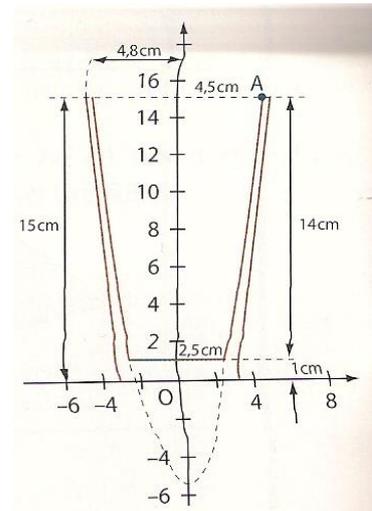
Grenzwert nähert sich diese Funktion? Was bedeutet dieser Grenzwert in Zusammenhang mit den Ameisen? Tipp: Verwendet x als Integrationsvariable und t als Integrationsgrenze.

- e) Zeichnet eine Funktion $a(t)$ und $G(t)$ mit einem elektronischen Tool und überprüft die Ergebnisse. Wie hängen $a(t)$ und $G(t)$ geometrisch zusammen?

[Dimensionen Mathematik 8, 2012, S.63]

7.3.2 Rechnen und Operieren

„116) Die innere Form einer Vase aus Glas entsteht durch Drehung eines Parabelsegments um die Parabelachse. Die äußere Form der Vase entsteht durch Drehung einer Strecke (um dieselbe Achse), die dieselbe Steigung besitzt wie die Tangente im Punkt A der Parabel. Entnimm alle Maßangaben der Skizze.



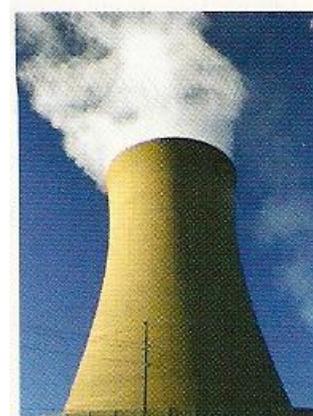
- a) Wie viel Flüssigkeit (in Liter) fasst die Vase?
 b) Berechne die Masse der Vase ($\rho = 2,5 \text{ g/cm}^3$).
 c) Wie hoch steht die Flüssigkeit in dieser Vase, wenn 0,5 Liter eingefüllt werden?“

[Dimensionen Mathematik 8, 2012, S. 50]

7.3.3 Interpretieren

„99) Der abgebildete Kühlturm eines Atomkraftwerks ist 150m hoch und hat in jeder Höhe z eine annähernd runde Querschnittsfläche $A(z)$.

- a) Was wird mit dem Integral $\int_0^{150} A(z) dz$ berechnet?
 b) Interpretiere die Gleichung $\int_0^m A(z) dz = \frac{1}{2} \int_0^{150} A(z) dz$.
 c) Stelle durch ein entsprechendes Integral dar, wie groß das Volumen des geschlossenen Kühlturbereichs ist, wenn die Mantelstützen am Fuße des Turms bereits 12



m in die Höhe ragen. [Dimensionen Mathematik 8, 2012, S. 44]

7.3.4 Argumentieren und Begründen

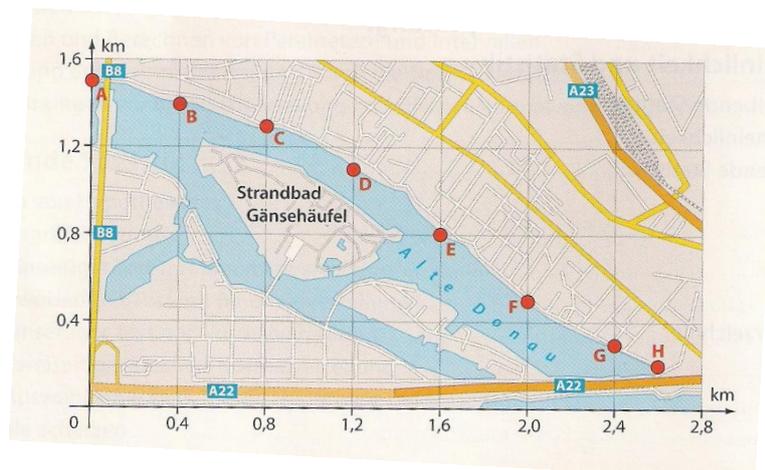
„22) Formuliert Vermutungen zu den folgenden Fragen.

- 1) Zur Funktion f ist bereits eine Stammfunktion F_1 bekannt. Wie können weitere Stammfunktionen gefunden werden? Wie viele solche Stammfunktionen gibt es?
- 2) Wie lautet eine Stammfunktion einer konstanten Funktion $f(x) = k$ mit $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$?
Was gilt bei $f(x) = 0$?
- 3) Wie lautet eine Stammfunktion einer Potenzfunktion $f(x) = x^n$ mit $n \in \mathbb{N}$? Gibt es einen Wert den n nicht annehmen darf? Begründet.
- 4) Wie lässt sich eine Stammfunktion einer Summe $f(x) + g(x)$ bzw. einer Differenz $f(x) - g(x)$ von zwei Funktionen finden?“ [Dimensionen Mathematik 8, 2012, S. 18]

7.3.5 Qualität des Schulbuches

Das Schulbuch beginnt mit einer folgenden Aufgabe zur Flächenberechnung:

- „1) Um einen Naherholungsraum der Wiener flächenmäßig zu erfassen, wird über das Gebiet, das die Alte Donau mit der B8 und der A22 einschließt, ein Koordinatensystem gelegt. Der Ursprung liegt ungefähr im Kreuzungspunkt der B8 mit der A22. Folgende Punkte werden gemessen: $A(0|1,5)$, $B(0,4|1,4)$, $C(0,8|1,3)$, $D(1,2|1,1)$, $E(1,6|0,8)$, $F(2,0|0,5)$, $G(2,4|0,3)$ und $H(2,6|0,2)$ “



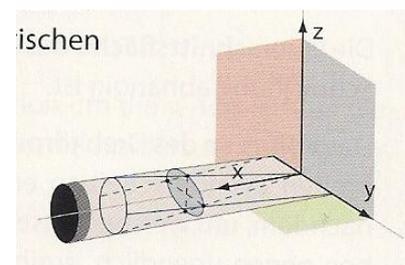
Bestimmt annähernd den Flächeninhalt des Gebiets zwischen der B8, der A22 und der Alten Donau. Beschreibt eure Vorgangsweise.“ [Dimensionen Mathematik 8, 2012, S. 6]

Diese Aufgabe liefert dem Lernenden das Gefühl der Lebensnähe und, dass Mathematik allgegenwärtig ist. Weitere Aufgaben zur Unterstreichung des allgegenwärtigen Integrals sind auf der Seite 42 die Erklärung zur Berechnung des Volumens einer achteckigen Kuppel, des Doms zu Speyer oder die Aufgaben 101, 105 und 107, die von dem Volumen eines Zelts, einer Parfumflasche und einer Tube handeln. Auch die Berechnung der Masse eines Ringes kommt in dem Schulbuch vor.

„107) Eine Tube hat näherungsweise einen ellipsenförmigen Querschnitt. Die Länge der Tube bis zum Schraubverschluss beträgt 12,5 cm. An der Basis hat sie eine Breite von 5,4 cm. Der kreisförmige obere Abschluss hat einen Durchmesser von 3,6 cm. Nimm vereinfachend an, dass sich die Achsenlängen a und b der elliptischen Querschnittsfläche linear in Abhängigkeiten a und b der elliptischen Querschnittsfläche linear in Abhängigkeit von x verändern.

(1) *Berechne das Volumen der Tube. (Der Schraubverschluss trägt nichts zum Tubeninhalt bei. Tipp: Der Flächeninhalt einer Ellipse kann mit $A=ab\pi$ berechnet werden.)*

(2) *Bis zu welcher Höhe reicht der Tubeninhalt, wenn die Tube auf dem Kopf steht und mit 50 cm^3 gefüllt ist?“ [Dimensionen Mathematik 8, 2012, S. 45]*



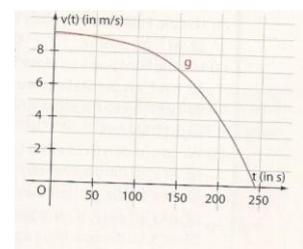
Bezüglich Sprache verhält sich „Dimensionen Mathematik 8“ gleich wie die beiden anderen Schulbücher „Mathematik verstehen 8“ und „Thema Mathematik 8“. Bei Erklärungen wird in der 2. Person Einzahl gesprochen, die 1. Person Mehrzahl kommt jedoch nicht zum Einsatz, wie es bei „Thema Mathematik 8“ vorkam. Ein Beispiel zur Sprache:

„Bei der näherungsweisen Berechnung dieses Flächeninhalts hast du festgestellt, dass es keine allgemeine Formel zur Berechnung derartiger Flächeninhalte gibt. Gelingt es dir aber, mit dem Funktionsgraphen einer Funktion f die Messpunkte gut zu verbinden, so kannst du mit der folgenden Methode den Flächeninhalt (beliebig genau) berechnen.“ [Dimensionen Mathematik 8, 2012, S. 6]

Abgesehen davon wird das Passiv verwendet und bei Aufgaben der Imperativ der 2. Person Singular und Plural bei Gruppenarbeiten. Anstatt der Standardphrasen wie „Berechne“, „Experimentiere“, „Zeichne“, „Gib an“, „Skizziere“ sticht bei „Dimensionen Mathematik 8“ „Verwende für diese Aufgabe ein elektronisches Tool deiner Wahl (14,15), „Formuliert Vermutungen zu den folgenden Fragen“, wie es Aufgabe 22 schon gezeigt hat, in das Auge:

„15) Verwende für diese Aufgabe ein elektronisches Tool deiner Wahl. Die Geschwindigkeit eines Radfahrers in m/s bergaus lässt sich durch die Gleichung

$$v(t) = -\frac{t^3}{1\,350\,000} + \frac{7t^2}{150\,000} - \frac{3t}{625} + \frac{1142}{125} \text{ angeben.}$$



- Mit welcher Geschwindigkeit in km/h beginnt der Radfahrer die Bergfahrt?*
- Wie lange dauert die Bergfahrt?*
- Stelle die Länge der Bergstrecke durch ein Integral dar.*
- Berechne die Länge der Bergstrecke näherungsweise.“* [Dimensionen

Mathematik 8, 2012, S. 15]

Eine weitere Phrase wäre „Löse die Aufgaben im Arbeitsblatt“, wie bei den Aufgaben 47, 48 und 49 auf der Seite 28, wo mit Hilfe der CD-ROM Themen wie Substitution, Partielle Integration oder Partialbruchzerlegung geübt werden können.

Das Werk ist nicht eindeutig geschlechterneutral. Bei Aufgaben wie zum Beispiel 147 oder 154 wird stets von Schülerinnen und Schülern gesprochen. Es gibt aber auch Aufgaben wie die Nummer 15, welches schon erwähnt wurde, oder 56, wo stets die Geschwindigkeit eines Radfahrers gesprochen wird und jene wie 127 und 132, wo die verrichtete Arbeit und Geschwindigkeit einer Sportlerinnen berechnet werden soll. Als Überschrift ist auf der Seite 61 die Rede von „Expertinnen-/Expertengruppen“ und zwei Seiten weiter entdeckt man folgende Anweisung:

„Jede Gruppe besteht aus mindestens einer Expertin bzw. einem Experten der Gruppe A und B. Die Expertinnen und Experten fassen das Wesentliche für die anderen zusammen. Gemeinsam wird anschließend folgende Aufgabe gelöst.“

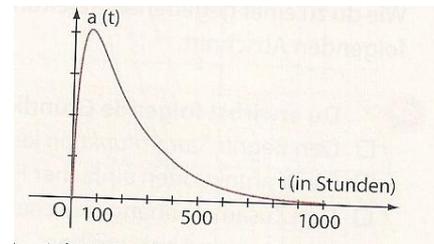
[Dimensionen Mathematik 8, 2012, S. 63]

Obwohl gegendert wird, hat es den Anschein der Bevorzugung des männlichen Geschlechts, da eine weitere Aufgabe über einen ungeschickten Touristen, der seinen Fotoapparat fallen lässt, danach sollen SchülerInnen Geschwindigkeit und Weg des Gegenstandes berechnen, im Lehrwerk vorzufinden ist. [Dimensionen Mathematik 8, 2012, S. 53]

Altersgerecht ist das Schulbuch durch Aufgaben zum Weg oder Geschwindigkeit von Meteoriten, Rennwagen, Motorbooten oder Satelliten. „Mathematik verstehen 8“ und „Thema Mathematik 8“ hatten ähnliche Aufgaben dazu. Auffallend ist die YouTube Aufgabe auf der Seite 15:

„12) Bei der Veröffentlichungen eines neuen Videos auf YouTube in der Kategorie Unterhaltung kann die Anzahl der Aufrufe während der ersten 1000 Stunden näherungsweise durch die stetige Funktion $a: t \rightarrow a(t)$ modelliert werden.

- a) Was bedeutet das Integral $\int_{100}^{200} a(t) dt$?
- b) Wie lässt sich mithilfe eines Integrals für das neue Video der Gesamtwachstum der Videoaufrufe bis zum Zeitpunkt $t=1000$ angeben?



- c) Stelle den Mittelwert, der für das neue Video angibt, wie viele Videoaufrufe durchschnittlich pro Zeiteinheit bis zum Zeitpunkt $t=1000$ hinzukommen, mithilfe eines Integrals dar. [Dimensionen Mathematik 8, 2012, S.15]

7.4 Didaktische Grundsätze

Die Möglichkeit zum selbstständigen Arbeiten ist nicht eindeutig gewährleistet, da es keinen Erfolgssicherungsteil zum Üben direkt im Buch gibt. Die Arbeitsblätter mit Lösungen und ein interaktiver Test mit Hot Potatoes können auf der CD-ROM gemacht werden und es können unterschiedliche Aufgaben im Buch mit Hilfe des Lösungsheftes erledigt werden.

Im Lehrwerk mangelt es an Kontrollfragen und Wiederholungsabschnitten für das Kapitel Integralrechnung. Die beiden anderen Schulbücher bieten mehr Möglichkeiten für die SchülerInnen. Lösungen gibt es, wie auch bei „Thema Mathematik 8“, nicht direkt im Buch. Als Checkliste kann der beigelegte Folder für die Grundkompetenzen mit dazugehörigen Aufgaben dienen.

Unterschiede zu den beiden vorangegangenen Büchern gibt es in mehreren Punkten. Zunächst werden verschiedene Lernmethoden auf der CD-ROM angeboten, zum

Beispiel auf Seite 61 das Gruppenpuzzle. Es gibt keine Aufgaben zum historischen Kontext, da es an der Geschichte der Integralrechnung fehlt.

Die Lernenden können im sozialen Umfeld lernen, da mehr als 24% der Aufgaben im Kapitel Integralrechnung Gruppenarbeit und offenes Lernen auch mit Technologie zulassen, die als Anregungen und Hilfen zur Realisierung offener Unterrichtsformen genutzt werden können. Die CD-ROM bietet ein Dokument mit Erklärung, Symbolkärtchen, Organisation und Bewertung für die Einzel-, Partner-, Gruppenarbeit, Präsentation von SchülerInnen für LehrerInnen an. Auch kann die Lehrperson die Arbeitsblätter als Unterrichtsmaterialien verwenden.

„Lest zunächst in der Gruppe den Informationstext und bearbeitet in der nachfolgenden Aufgabe den Teil A bzw. B. Jedes Gruppenmitglied soll in der Lage sein, das Wissen selbst weiterzugeben. Überlegt gemeinsam, welche Informationen wichtig sind und unbedingt in euren Mitschriften stehen sollten.“ [Dimensionen Mathematik 8, 2012, S. 61]

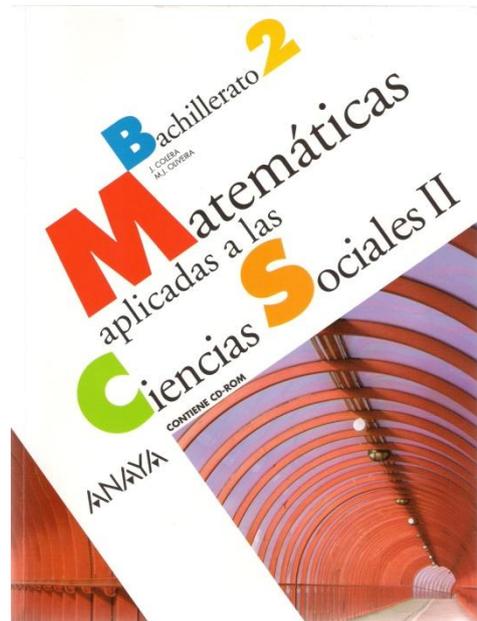
Die Aufgaben haben meist eine längere Spanne, welche bei der vorher erwähnten Ameisenaufgabe gut zu sehen war. Die Seiten 62- 66 dienen daher sehr gut zur Arbeit in Mischgruppen. Hier kann durch Erarbeitung des Theorieteils entdeckendes Lernen stattfinden.

Die Zulassung mehrerer Lösungsmodelle bieten nur die offenen Aufgaben, die als spielerische Aktivitäten zu nennen wären. Direkt im Buch mangelt es daran, jedoch bietet die CD-ROM mehr an.

8. "Bachillerato 2- Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales II"

8.1 Formale Kriterien

Das spanische Lehrwerk wurde von drei Autoren geschrieben und erschien im Jahr 2009. Das Format hat eine Höhe von 28 cm und eine Breite von 21 cm und es kostet 35,55€ laut der Homepage www.popularlibros.com. „Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales II“ ist ein Buch für das 2. Lernjahr des Bachilleratos. Es enthält eine CD-ROM und alle Lösungen findet man



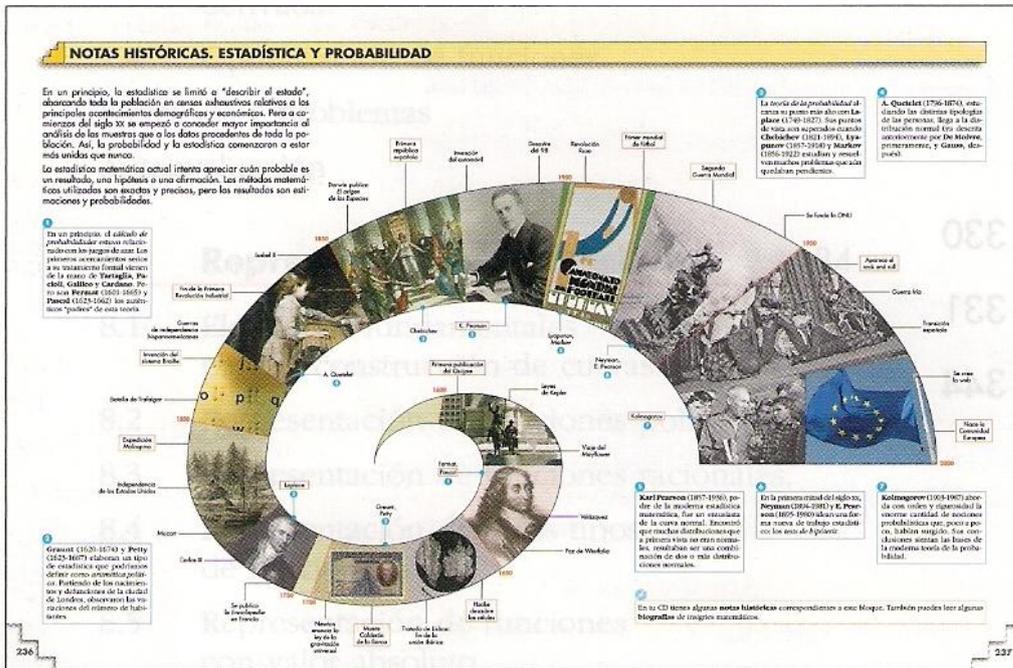
durchgerechnet gratis online auf der Seite vom Departamento de Matemáticas I.E.S. Los Boliches <http://iesboliches.org/matematicas>. Weitere Materialien für Eltern oder Lehrer sind nicht auf der Homepage zu finden. Dafür bietet die CD-ROM Erklärungen und Übungen zu Derive, grafischen Taschenrechner und zur Software Wiris an.

8.2 Methodische Grundsätze

8.2.1 Optik

Auf dem ersten Blick wird klar: Das Buch folgt einer anderen inhaltlichen und optischen Struktur als die österreichischen Schulbücher. Das Inhaltverzeichnis ist deutlich durch die Einführung, drei Hauptblöcke, Kapitel und Selbstkontrolle gekennzeichnet. Auf die Struktur des Lehrwerks wird deutlich auf Seite 6 und 7 hingewiesen. Das erste, das man im Lehrwerk vor dem ersten Kapitel findet, ist eine Einheit darüber Strategien zu finden für das Lösen von mathematischen Problemen. Den LeserInnen werden verschiedene und nützliche Formen des Konfrontierens mit Problemen und einige gelöste Aufgaben mit auf den Weg gegeben. Der 8-seitige

Beginn soll als Einführung in das mathematische Arbeiten dienen. [vgl. Bachillerato 2 Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II, 2009, S. 6]



[vgl. Bachillerato 2 Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II, 2009, S. 6]

Das Buch wird in drei Blöcke geteilt: Algebra, Analysis und Stochastik. Jeder Block beginnt mit einer chronologischen Zeitachse mit historischen relevanten mathematischen Daten sowie Fakten der entsprechenden Epochen und schließt mit einer Zusammenfassung des Inhalts, hilfreichen Ratschlägen und der Selbstkontrolle ab. Die 14 Kapitel ähneln sich in der Struktur, da sie mit zwei speziellen Seiten beginnen. Auf der ersten, entnehmen die Lernenden eine kurze Einleitung durch historische Daten und einem ansprechenden Foto, die im Zusammenhang mit dem Inhalt des Kapitels stehen. Auf der zweiten, wird über Aufgaben, welche die wichtigsten Konzepte des Kapitels einführen, reflektiert. Danach folgen Überschriften und Unterüberschriften, in welchem Konzepte und Werkzeuge für das mathematische Arbeiten gelernt werden sollten. In diesem Teil des Kapitels finden die LeserInnen eine Anhäufung an gelösten Aufgaben, die illustrieren soll, wie das passende mathematische Werkzeug einzusetzen ist, und viel Theorie, dafür nur

wenige, kurze Aufgaben zum selbstlösen. Der dritte Teil jeder Einheit trägt den Namen „gelöste Aufgaben“ und veranschaulicht wichtige Sätze und Definitionen, danach folgen eine Reihe an selbst zu lösenden Problemstellungen und der Selbstkontrollenteil. In einigen Kapiteln wird unter dem Titel „Mathematischer Stil“ auf die mathematische Ausdrucksweise, wie zum Beispiel Notationen oder theoretische Reflexionen, eingegangen. Das Symbol **s** bedeutet, dass es sich um eine Aufgabe handelt, die in früheren Aufnahmeprüfungen für die Universitäten vorkam. Das Zeichen einer CD teilt den SchülerInnen mit, dass sich die komplette Lösung auf der zusätzlichen CD-ROM befindet. [vgl. Bachillerato 2 Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II, 2009, S. 6-7]

Am Ende jeder der drei Blöcke können die jungen Erwachsenen noch einmal ihr Wissen an einem Selbstkontrollenteil testen. Die Lösungen befinden sich direkt im Buch und vollständig durchgerechnet auf der CD-ROM. [vgl. Bachillerato 2 Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II, 2009, S. 7]

Farblich verwenden die Autoren die Farbe Grün für vorgerechnete Aufgaben, orange für Definitionen und Sätze, schwarz für die Überschriften und gelb für die „Vergiss nicht“- Kästchen. Blaue Farben werden für selbstzurechnende Aufgaben verwendet. Die Zusammenfassung am Schluss jedes Kapitels wird Türkis gestaltet.

8.2.2 Quantität

In 344 Seiten werden das einführende Kapitel und die 14 weitere aufgeteilt.

Kapitel	Seitenanzahl	Aufgabenanzahl
Lösen von Problemen	15	53
1. Gleichungssysteme	23	70

2. Matrizen	26	109
3. Determinanten	26	98
4. Lineare Programmierung	24	46
Selbstkontrolle Algebra	1	11
5. Grenzwerte von Funktionen	27	77
6. Differentialquotient	16	77
7. Anwendung des Differentialquotienten	18	78
8. Darstellung von Funktionen	24	85
9. Einführung in die Integralrechnung	26	60
Selbstkontrolle Analysis	1	14
10. Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten	27	89
11. Statistische Darstellung	12	29
12. Statistische Schlussfolgerungen: Schätzen des Mittels	24	70
13. Statistische Schlussfolgerungen: Verteilungen	12	34
14. Statistische Schlussfolgerungen: Überprüfen von Hypothesen	20	35

Selbstkontrolle Stochastik	1	8
----------------------------	---	---

Insgesamt stellt das Schulbuch 1060 Aufgaben zur Verfügung. Nur die Blöcke betrachtend, macht somit der Bereich Analysis den größten Teil des Buches aus. Das Thema „Integralrechnung“, dem ich in der Arbeit die Aufmerksamkeit widme, wird mit nur 26 Seiten, also rund 8%, und 60 Aufgaben, 6%, gering in Betracht gezogen, anders als bei den österreichischen Werken, bei denen die Integralrechnung neben der Maturavorbereitung am stärksten trainiert wird.

Blöcke	Seitenanzahl	Aufgabenanzahl
Algebra	100	334
Analysis	112	408
Stochastik	96	265

Speziell das Kapitel „Integralrechnung“ fokussiert, findet man nur 1 Foto von 37 Darstellungen. 20 Illustrationen werden den Lernenden zum besseren Verständnis angeboten und 16 Grafiken dienen als Aufgabe.

Bei den Aufgaben fällt auf, dass die Musterlösungen, die durchgerechneten Aufgaben, die vermischten Aufgaben und die Aufgaben zur Selbstkontrolle stets extra nummeriert werden und keine fortlaufende Nummerierung besitzen.

Deutlich wird in „Bachillerato 2 Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II“ auch, dass ein großer Unterschied zwischen dem wissensfragenden und dem wissensgebenden Teil gibt. Im Gegensatz zu den österreichischen Exemplaren liegt der Schwerpunkt bei der Theorie, denn von 26 Seiten macht diese 22 aus, also rund 85%, während die Praxis mit nur zirka 15% im Lehrwerk vertreten ist.

Wie auch bei den österreichischen Maturaschulbüchern machen die Grundaufgaben den größten Teil der Aufgaben aus. Auffallend an der untenstehenden Tabelle ist, dass es keine offenen oder Partner- bzw. Gruppenarbeiten gibt, obwohl es ein didaktisches Werk ist.

Aufgabentyp	Anzahl der Erscheinung im Buch	In Prozent
Gelöste Aufgabe	17	20,99
Grundaufgabe	51	62,96
Begründungs- bzw. Beweisaufgabe	6	7,41
Umkehraufgabe	/	/
Single- bzw. Multiple- Choice Aufgaben	7	8,65
„Offene Aufgabe“	/	/
Aufgaben mit technologischen Einsatz	10	12,35
Gruppenaufgaben	/	/

8.3 Inhaltliche Grundsätze

Wie auch bei den österreichischen Lehrwerken haben ich mir Aufgaben in „Bachillerato 2 Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II“ herausgesucht, die Fertigkeiten wie „Darstellen und Modellbilden“, „Rechnen und Operieren“, „Interpretieren“ und „Argumentieren und Begründen“ trainieren.

8.3.1 Darstellen und Modellbilden

34) a) Stelle die Funktion $f(x) = 2x$ dar und berechne die beschränkte Fläche von f in den Intervallen $[0,1]$, $[0,2]$, $[0; 2,5]$ und $[0,3]$.

b) Erstelle eine Wertetabelle der Funktion $F(x) = \int_0^x f$ und stelle sie dar. [...] [vgl. Bachillerato 2 Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II, 2009, S. 228]

8.3.2 Rechnen und Operieren

10) Löse die folgenden Integrale:

a) $\int_2^5 (-3x^2) dx$

b) $\int_4^6 (2x - 1) dx$

c) $\int_{-2}^2 (x^3 + x) dx$

d) $\int_1^4 \sqrt{3x} dx$ [...] [vgl. Bachillerato 2 Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II, 2009, S. 227]

8.3.3 Interpretieren

2) Berechne das Integral $\int_0^2 e^x dx$ und interpretiere es geometrisch. [vgl. Bachillerato 2 Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II, 2009, S. 217]

8.3.4 Argumentieren und Begründen

32) Wenn $F(x)$ und $G(x)$ Integrale von f sind, gilt dann $F(x) = k + G(x)$? Begründe deine Antwort. [vgl. Bachillerato 2 Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II, 2009, S. 228]

8.3.5 Qualität des Schulbuches

Als sprachliche Phrasen wird vermehrt „suche“, „löse“, „berechne“, „zeige“ und „beweise“ angewendet. Es ist keine differenzierte Fragestellung in dem Kapitel

„Integralrechnung“ aufzufinden. Durch die wiederholten und kurzen Sätze in der Angabe ist stets klar, was zu tun ist. Wie auch in den österreichischen Werken liegt das sprachliche Augenmerk auf dem Gebrauch der 2. Person Singular sowie des Imperativs. Bei Erklärungen der Theorie bzw. bei vorgerechneten Aufgaben wird die 2. Person Plural verwendet. Folgende Phrasen häufen sich in „Bachillerato 2 Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II“: „Auf der CD findest du“, „wir erinnern uns“, „wir beobachten“, „wir haben gesagt“, „wir wollen“, „wir sehen“, „wir rechnen“. Aber auch das Passiv kommt, wie auch bei „Mathematik verstehen 8“ und Co., zum Einsatz.

Wie schon erwähnt, hat die Aktualität und Lebensnähe nicht viel Platz in dem spanischen Schulbuch. Nur vier Aufgaben wurden gefunden, die sich von den monotonen Fragestellungen hervorheben. Diese wären auf der Seite 227 Aufgabe 18 und 19 und Seite 229 Aufgabe 5 und 6, auf die ich später noch einmal eingehen werde.

Ein wichtiger Aspekt, der noch zu nennen wäre, ist die Geschlechter- und Weltanschauungsneutralität im Lehrwerk. Anders als in den zuvor vorgestellten österreichischen Schulbüchern, wird hier kein Geschlecht erwähnt. Auch wenn inhaltlich die Themen nicht lebensnah sind, ist das Wissensangebot für die SchülerInnen altersentsprechend.

Der Erfolg wird auf jeden Fall durch die CD-ROM, Selbstkontrollenteil und die durchgerechneten Aufgaben online garantiert. Hier liegt das spanische Lehrwerk „Bachillerato 2 Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II“ im Vorteil, da den SchülerInnen alle Aufgaben durchgerechnet präsentiert werden. Auch finden die Lernenden Zusammenfassungen am Ende jedes Blockes, wo alle wichtigen Inhalte noch einmal kompakt veranschaulicht werden.

Abschließend ist zu der Qualität des Schulbuches noch zu sagen, dass es eine hohe Informationsdichte aufweist und der historische Kontext berücksichtigt wird. Inhaltlich fehlt im Vergleich zu den österreichischen Lehrwerken die physikalischen Anwendungen und die Volumenberechnung mit Hilfe des Integrals, jedoch stehen diese nicht im spanischen Lehrplan für die 2. Klasse Bachillerato der „Geistes- und Sozialwissenschaften“.

8.4 Didaktische Grundsätze

Wie schon erwähnt, ermöglicht das spanische Werk das selbstständige Lernen. Differenzierungsangebot und Methodenvielfalt wird jedoch kleingeschrieben. Wie schon bei den formalen Kriterien erläutert, befinden sich keine Anregungen für LehrerInnen bzw. Eltern auf der Homepage oder im Lehrwerk. Es werden keine Symbole für Partner- bzw. Gruppenarbeit verwendet. Das heißt, lernen im sozialen Umfeld ist nur durch eigene Einbringung von Ideen möglich, da auch keine „offenen Aufgaben“ angeboten werden. Anreize für entdeckendes Lernen oder spielerische Aktivitäten sind im Buch „Bachillerato 2 Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II“ nicht vertreten. Es wird rein auf das Kennenlernen und Anwenden der Theorie hingearbeitet.

Es wird klar, dass deutlich weniger Übungen und Seiten zur Integralrechnung vorzufinden sind, als bei den österreichischen Schulbüchern. Fotos, welche die Lebensnähe illustrieren sollen, findet man im Lehrwerk „Bachillerato 2 Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II“ nicht. Weder fokussiert man sich auf Bezüge zum Alltag noch sind diese aktuell. Die Aufgaben, die in diesem Buch angeboten werden, sind zeit- und schmucklos. Auf Einkleidung der Aufgaben wird zum größten Teil verzichtet. Es gibt nur vier Aufgaben im Kapitel Integralrechnung, die sich von den anderen abheben, bei denen es um die Arbeit eines Motors (S. 229, Aufgabe 5),

um die Fläche eines Kristalls (S.229, Aufgabe 6), die Entleerung eines Behälters und um eine Fabrik geht:

18) Die Entleerung eines Behälters kann durch die Funktion $v(t) = 5 - 0,1t$ (t in Minuten, v in l/min) beschrieben werden. Berechne die Entleerung des Behälters zwischen den Minuten 100 und 200. [vgl. Bachillerato 2 Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II, 2009, S.227]

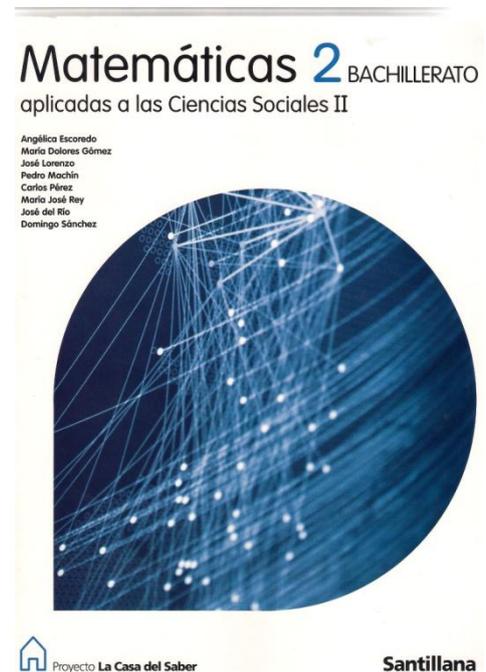
19) Eine Fabrik wirft täglich umweltschädliches Material in ein Wasserbecken. Der Vorgang lässt sich durch die Funktion $m = 0,01 t^3 - 0,2t^2 + t + 1$ beschreiben, wobei m die Menge des Materials in kg und t für die Stunden am Tag stehen. Wie viel Material wird jeden Tag weggeworfen? [vgl. Bachillerato 2 Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II, 2009, S. 227]

Abschließend kann noch gesagt werden, dass keine Vielfalt an Lösungsmodellen im Buch zugelassen werden. Dies kann aber auch an dem Fehlen von komplexeren Aufgabenstellungen liegen, da im spanischen Lehrwerk der Schwerpunkt auf das Trainieren von Fertigkeiten, in diesem Fall das Integrieren, Stammfunktion finden und Fläche berechnen, liegt.

9. Matemáticas 2 Bachillerato aplicadas a las Ciencias Sociales II

9.1 Formale Kriterien

Das spanische Lehrwerk von dem Verlag Santillana kostet laut der Homepage www.popularlibros.com 36,40 €. Acht Autoren waren bei dem im Jahr 2009 entstandenen Werk involviert. Das Format ähnelt dem spanischen Schulbuch von dem Verlag Anaya mit einer Größe von 28,8 x 21,8 cm. Wieder deutlich größer als die vorgestellten österreichischen Bücher. Es beinhaltet keine CD-ROM, dafür finden die Lernenden alle Lösungen zu den Aufgaben durchgerechnet online auf der Homepage www.matesap.wikispaces.com.



9.2 Methodische Grundsätze

9.2.1 Optik

Der Aufbau folgt dem gleichen Schema wie das Werk von Anaya. Wieder gibt es drei Blöcke: Algebra, Analysis und Stochastik. Es besteht aus 12 Kapiteln, ohne eine Einführung in das mathematische Arbeiten. Begonnen wird jedes Kapitel mit einem geschichtlichen Fragment aus einem literarischen bekannten Werk, wodurch der Zusammenhang der Mathematik mit anderen kulturellen Bereichen gezogen werden kann. Bevor die Einführung in das neue Thema beginnt, lesen die SchülerInnen auf der nächsten Seite zur Wiederholung das Vorwissen und damit wichtige Inhalte, die für das Anschneiden des neuen Themengebiets und den Übungen wichtig sind. Wie auch bei dem spanischen Schulbuch von Anaya arbeitet Santillana zuerst mit

theoretischen Seiten mit kleinen Arbeitsaufträgen, danach mit gelösten Aufgaben und anschließend mit Seiten zum selber rechnen. Jedes Kapitel schließt mit einer Vorbereitung für die Aufnahmeprüfung für die Universität, die umgangssprachlich genannte „Selectividad“ ab, wo die Lernenden ihren Stand für die Endprüfungen testen können. Die Lösungen der selbstzurechnenden Aufgaben befinden sich nicht im Lehrwerk.

Farblich gesehen verwendet der Verlag Santillana beige für selbstzurechnende Aufgaben und blau für Definitionen, Sätze, vorgerechnete Aufgaben und den Wiederholungsteil. Der historische Kontext am Beginn jedes Kapitels ist farblich verschieden gestalten.

9.2.2 Quantität

Insgesamt umfasst das Buch 352 Seiten mit 12 Kapiteln und 1854 Aufgaben.

Kapitel	Seitenanzahl	Aufgabenanzahl
Matrizen	26	151
Determinanten	24	133
Gleichungssysteme	26	115
Lineare Optimierung	28	109
Algebra: Vorbereitung für die Selectividad	8	80
Grenzwerte und Konvergenz	28	128
Differentialquotient von Funktionen	22	120
Anwendung des	24	142

Differentialquotienten		
Darstellung von Funktionen	30	143
Integrale	24	148
Analysis: Vorbereitung für die Selectividad	8	113
Wahrscheinlichkeiten	28	146
Stichproben und Verteilungen	30	126
Statistik	30	117
Stochastik: Vorbereitung für die Selectividad	7	83

588 Aufgaben werden dem Themenbereich Algebra zugeordnet, 794 der Analysis und 472 der Stochastik. Von insgesamt 1854 Aufgaben, befassen sich 148 plus 38 Aufgaben bei der Wiederholung für die Selectividad mit der Integralrechnung, das sind knapp 10%.

Aufgabentyp	Anzahl der Erscheinung im Buch	In Prozent
Gelöste Aufgabe	25	13,44
Grundaufgabe	131	70,43
Begründungs- bzw. Beweisaufgabe	8	4,30
Umkehraufgabe	/	/

Single- bzw. Multiple- Choice Aufgaben	1	0,54
Problemaufgabe	21	11,29
„Offene Aufgabe“	/	/
Aufgaben mit technologischen Einsatz	/	/
Gruppen bzw. Partneraufgaben	/	/

Man sieht die Grundaufgaben sind sowohl bei den österreichischen, als auch bei den spanischen Lehrwerken im Vordergrund. Es fällt auf, dass weder „offene Aufgaben“ noch Partner-, Gruppen-, bzw. technologische Aufgaben im dem Buch „Matemáticas 2 Bachillerato aplicadas a las Ciencias Sociales II“ zum Einsatz kommen.

Wie auch bei dem spanischen Schulbuch vom Verlag Anaya, ist bei den Autoren von Santillana der wissensgebende Teil mit 17 Seiten höher als der wissensfragende Teil mit 15 Seiten.

Der letzte Punkt, den ich zur Quantität noch ansprechen möchte, ist die Anzahl der Darstellungen im Werk. Die Mehrheit davon, mit einer Anzahl von 17, dient der Illustration, 8 sind Bestandteil der Aufgabe und genauso wie bei dem Anaya gibt es nur ein Foto der insgesamt 24 Darstellungen.

9.3 Inhaltliche Grundsätze

Wieder habe ich nach Aufgaben im Lehrwerk „Matemáticas 2 Bachillerato aplicadas a las Ciencias Sociales II“ gesucht, die wichtige Fertigkeiten, die SchülerInnen erwerben sollten, formen und trainieren.

9.3.1 Darstellen und Modellbilden

113) Man möchte ein Grundstück in einem begrenzten Garten, $y = (x - 3)^2$ und $y = x + 3$ gießen. Man misst in Meter und jeder m^2 bekommt 12 Liter Wasser:

- a) Stelle das Grundstück dar.
- b) Wie viele Liter braucht man? [vgl. Matemáticas 2 Bachillerato aplicadas a las Ciencias Sociales II, 2009, S. 243]

9.3.2 Rechnen und Operieren

111) Gegeben ist eine Parabel $f(x) = x^2 + bx + c$. Berechne b und c wissend, dass die Parabel:

- einen Punkt in $(0/2)$ hat
- ein Minimum in $x=2$ besitzt.

Berechne die Fläche begrenzt von $f(x)$, der x - Achse und den Geraden $x=1$ und $y = -x + 4$. [vgl. Matemáticas 2 Bachillerato aplicadas a las Ciencias Sociales II, 2009, S. 253]

9.3.3 Interpretieren

58) Gegeben ist die Funktion $f(x) = \begin{cases} x^3 - 3x + 2, & x < 3 \\ \frac{10}{2-x}, & x \geq 3 \end{cases}$

Berechne $\int_1^{-2} f(x) dx$ und interpretiere dein Ergebnis geometrisch. [vgl. Matemáticas 2 Bachillerato aplicadas a las Ciencias Sociales II, 2009, S. 240]

9.3.4 Argumentieren und Begründen

107) Gegeben ist die Funktion $f(x) = (x + a) x^{\left(\frac{x}{2} + 1\right)}$, a ist eine Konstante.

a) Finde die Stammfunktion von f .

b) Berechne a wissend, dass $\int_{-2}^2 f(x) dx = 8$. Begründe, dass für diesen Wert

von a , $2xe^{\left(\frac{x}{2} + 1\right)}$ ist keine Stammfunktion von f ist. [vgl. Matemáticas 2

Bachillerato aplicadas a las Ciencias Sociales II 2009, S. 253]

9.3.5 Qualität des Schulbuchs

Sprachlich gesehen, wie bei allen analysierten Schulbüchern, wird mit der 1. Person Plural gearbeitet um sich den LeserInnen anzunähern. Daher finden wir auch im Werk vom Verlag Santillana viele Phrasen wie „wir stellen dar“, „wir lernen“ oder „wir berechnen“. Bei der Sprache der Aufgabenstellungen findet man bei diesem Lehrwerk keine neue Art und Weise, es wird der Imperativ der 2. Person Singular oder das Passiv benutzt. Sie sind ähnlich wie bei Anaya gestrickt und folgen monotonen Sätzen wie zum Beispiel, „Berechne“, „Suche“, „Löse“ oder „Beweise“, wodurch die Sprache sehr transparent ist und die SchülerInnen genau wissen was zu tun ist, jedoch ist eine differenzierte Fragestellung fehl am Platz.

Im Vergleich zum vorhergehenden spanischen Buch ist „Matemáticas 2 Bachillerato aplicadas a las Ciencias Sociales II“ auch geschlechter- und weltanschauungsneutral. Es gibt weder Aufgaben die speziell auf Spanien bezogen werden können noch sind sie altersentsprechend für die SchülerInnen. Wie bei Anaya ist das passende Adjektiv für die Aufgaben „zeitlos“.

Die Erfolgssicherung kann auf alle Fälle durch die Wiederholungselemente am Ende jedes Kapitels und jedes Blockes garantiert werden. Die vielen Musteraufgaben im Lehrwerk und im Lösungsheft ermöglichen ein erfolgreiches lernen.

Inhaltlich gesehen fehlt die Volumenberechnung bei der Integralrechnung, die, wie vorhin schon erwähnt, aber nicht spanischen Lehrplan steht. Ansonsten finden die Lernenden ausreichend Theorie. Der geschichtliche Kontext sollte noch erwähnt werden, da er von allen analysierten Büchern sehr abweicht. Es wird zunächst ein Ausschnitt aus einem literarischen Werk und danach eine Aufgabe dazu gezeigt. Im Bezug auf die Integralrechnung sieht dies auf der Seite 222 im Werk „Matemáticas 2

9

Integrales

LITERATURA Y MATEMÁTICAS

El código Cluny

–Todo esto está muy bien, Grégoire, no obstante, querías hablarme de la cuadratura del círculo y no del modo de calcular el perímetro y la superficie de un círculo... ¡Hace mucho que me enseñaste esas fórmulas!

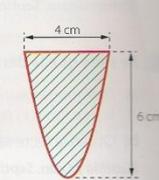
–No lo olvido, no lo olvido... Al contrario. Verás... Para que entiendas, primero era necesario que te hablase de los resultados que obtuvo Arquímedes... La cuestión de la cuadratura es casi tan vieja como la de la determinación del número π . Además, observa que estamos hablando abusivamente de un número mientras que π sólo es una proporción. En fin, así es... Por medio de π se puede calcular la superficie de un círculo dado y, por tanto, la del lado del cuadrado correspondiente. ¡Consecuentemente, la cuadratura es sencilla! Los cálculos pueden realizarse, por supuesto, pese a lo poco práctico de los números romanos... No obstante, no sé si te pasa como a mí, ¡no me gustan los cálculos! Sobre todo porque, en caso de dos superficies iguales, procuran la delicia suprema: la de tener que extraer la raíz cuadrada.

»Por muy fundamental que sea el descubrimiento de Arquímedes [un valor muy aproximado del número π], no responde realmente a las necesidades de los arquitectos ni de los constructores de iglesias... Estamos habituados a la geometría, a trazar líneas, círculos y polígonos. Es lo que sabemos hacer y lo que nos gusta. Frente a la complejidad de los cálculos, la cuestión de la cuadratura del círculo cristaliza hace mucho tiempo bajo otra forma: ¿Puede trazarse un cuadrado que tenga la misma superficie que un círculo dado? ¡No calcular..., trazar! Una vez más, fueron los griegos quienes dieron con la solución. No sé qué filósofo, algún pitagórico, creo, un buen día hizo una observación fundamental. Los pitagóricos iban tras las claves del conocimiento, que, a su entender, residían en los números y las proporciones.

JEAN-PAUL LEMONDE

Como dice el texto, el problema de la cuadratura de un círculo de radio r se puede resolver numéricamente determinando la longitud del cuadrado, que es: $\ell = \sqrt{\pi r^2} = r\sqrt{\pi}$

Pero la resolución geométrica, es decir, el trazado del cuadrado a partir del círculo utilizando solo los instrumentos clásicos de dibujo (la regla sin graduar y el compás) no se puede hacer. En contra de lo que se dice en el texto, esto no lo demostraron los matemáticos griegos. Investiga cuándo se demostró e intenta resolver numéricamente la cuadratura del recinto parabólico de esta figura.



Función primitiva
Integral de una función
Integral definida
Área encerrada bajo una curva
Área comprendida entre dos curvas

Bachillerato aplicadas a las Ciencias Sociales II“ wie folgt aus:

Übersetzung:

- Das alles ist sehr gut, Grégoire, trotzdem willst du mit mir über die Quadratur des Kreise sprechen und nicht über die Art und Weise der Berechnung des Umfangs und der Fläche eines Kreises...Es hat mir viel gebracht, dass du mir dir Formeln gelehrt hast!
- Ich vergesse es nicht, ich vergesse es nicht...Im Gegenteil. Du wirst sehen...Warum du sie verstehst, zuerst war es notwendig, dass du mit mir über die Resultate von Archimedes gesprochen hast...Die Frage der Quadratur ist fast so alt wie die der Bestimmung der Zahl π . Außerdem sprechen wir ständig von einer Zahl, obwohl π nur eine Näherung ist. Schlussendlich ist es so...Durch π kann man die Fläche eines bestimmten Kreises berechnen und daher die dazugehörige Seite der Quadratur. Schließlich ist die Quadratur einfach! Die Berechnungen kann man durchführen, selbstverständlich trotz weniger Praxis der romanischen Zahlen...Trotzdem weiß ich nicht, ob es dir genauso geht wie mir. Ich mag rechnen nicht! Vor allem, weil man bei zwei gleichen Flächen, versucht mit höchster Entzücktheit: die Quadratwurzel zu ziehen. [vgl. Matemáticas 2 Bachillerato aplicadas a las Ciencias Sociales II, 2009, S. 222]

So fundamental wie die Entdeckung von Archimedes ist (einen approximierten Wert für die Zahl π), sie beantwortet in Wirklichkeit nicht den Gebrauch der Architekten oder der Konstrukteure für Kirchen...Wir sind die Geometrie gewohnt, das Zeichnen von Linien, Winkeln und Vielecken. Wir wissen wie es funktioniert und es gefällt uns.

Vor der Komplexität des Berechnens, der Frage nach der Quadratur des Kreises kristallisiert sich seit langer Zeit eine andere Form: Kann ich ein Quadrat zeichnen, dass die gleiche Fläche hat wie ein bestimmter Kreis? Ich kann es nicht berechnen...zeichnen! Ein weiteres Mal waren die Griechen jene, welche die Lösung hatten. Ich weiß nicht welcher Philosoph es war, irgendein Pythagoreer, ich glaube, es war ein guter Tag um diese fundamentale Entdeckung zu machen. Die Pythagoreer waren hinter den Schlüsselwissen, dass, zu ihrem Verständnis, in den Zahlen und Verhältnissen innewohnt. [vgl. Matemáticas 2 Bachillerato aplicadas a las Ciencias Sociales II, 2009, S. 222]

Wie der Text schon sagt, kann man das Problem der Quadratur des Kreises mit Radius r numerisch festlegend der Länge des Quadrats lösen. Diese wäre: $\ell = \sqrt{\pi r^2} = r \sqrt{\pi}$. Aber die geometrische Lösung, das heißt das Zeichnen des Quadrats von einem Kreis nur im Gebrauch von klassischem Werkzeug zum Zeichnen (Lineal und Zirkel) ist nicht möglich. Im Gegensatz zu dem was der Text sagt, wurde das nicht von den griechischen Mathematikern bewiesen. Erforsche wann man es gezeigt hat und probiere numerisch die Quadratur der nebenstehenden Parabel zu lösen. [Matemáticas 2 Bachillerato aplicadas a las Ciencias Sociales, 2009, S. 222]

9.4 Didaktische Grundsätze

Differenzierungsangebot, Variation der Sozial- und Arbeitsformen oder spielerische Aktivitäten sind hier fremd. Wie bei Anaya geht es rein um das Erlernen der mathematischen Fertigkeiten, daher gibt es keine Anregungen für offene Unterrichtsformen oder für das entdeckende Lernen. Aufgaben, die den Einsatz von Technologie erfordern, werden, wie schon vorhin erwähnt, auch nicht angeboten. Dafür ist die Option für das selbstständige Arbeiten sehr hoch durch die unzähligen durchgerechneten Aufgaben.

Im spanischen Lehrwerk von Anaya gab es nur wenige aktuelle und lebensnahe Aufgaben. Ähnlich haben es die Autoren von dem Verlag Santillana gemacht. Die Aufgabenstellungen sind zeitlos, jedoch werden mehr lebensnahe Aufgaben angeboten als bei Anaya, aber weitaus weniger, als bei den österreichischen Schulbüchern. Beispiele wären: Flächenberechnung einer Wand, welche Jugendliche bemalen wollen (S.237, Nr. 21), eines Blumenteppichbodens (S.243, Nr. 110), eines Gartenstückes (S.243, Nr. 113), eines Tisches (S. 243, Nr. 112) oder die Fläche eines Geländes für eine Immobilienfirma (S.234, Nr. 114).

10. Direkter Vergleich österreichischer und spanischer Mathematikschulbücher für die Reifeprüfung

10.1 Formale Kriterien

Die österreichischen Schulbücher haben ein kleineres Format als die spanischen und ein aktuelleres Erscheinungsjahr. Während die spanischen Bücher aus den Jahren 2009 stammen, erschienen „Mathematik verstehen 8“, „Thema Mathematik 8“ und „Dimensionen Mathematik 8“ 2012 und 2013. Die Autorenanzahl variiert bei beiden Ländern zwischen 3 bis 8 Personen. Während das Lösungsheft bei den spanischen Werken mit durchgerechneten Aufgaben online zum Herunterladen ist, muss für das österreichische ohne Lösungsweg zwischen 8,95-11 Euro bezahlt werden. Dafür fällt das Lehrexemplar mit knapp 21Euro deutlich billiger aus, als jenes aus Spanien mit ca. 36 Euro. Die Verlage „Veritas“, „öbv“ und „E. DORNER“ bieten in Relation zu „Santillana“ und „Anaya“ ein vielfältigeres Onlinematerial an, wie Unterrichtsassistenten, Einführungen in Software, Arbeitsblätter für den Unterricht, digitale Übungen oder einer Jahresplanung. Die spanischen Schulbücher bieten zwar alle durchgerechneten Aufgaben auf der Homepage an und „Bachillerato 2 Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II“ beinhaltet eine CD-ROM mit Technologieerklärungen und -übungen, dafür ist das Angebot für die Lehrperson abgesehen davon nicht vorhanden. Für den Lernenden sind die Zusatzmaterialien jedoch eine große Hilfe.

10.2 Methodische Kriterien

10.2.1 Optik

Die Struktur ist bei den Lehrwerken aus beiden Ländern übersichtlich gestaltet und folgt einem logischen Aufbau. Farblich wird keine genau Tendenz bei

österreichischen und spanischen Schulbüchern gesehen, aber es kann gesagt werden, dass „Dimensionen Mathematik 8“ deutlich mehr Farbeinsatz aufzeigt als die spanischen Bücher. Das Schulmaterial aus Österreich arbeitet mit mehr Symbolik für Grundkompetenzen, essentielle Theorie, Gruppen- bzw. Partnerarbeiten oder Technologieaufgaben. Während in „Bachillerato 2 Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II“ von Anaya nur ein Symbol für computerunterstützte Aufgaben vorzufinden ist, gibt es in jenem vom Verlag Santillana ein Auge, Buch, Bleistift oder Rufzeichen für bedeutende grundlegende Theorie.

Strukturell gesehen beginnen die österreichischen Lehrwerke mit einem kurzen Einführungsabsatz, in dem die Grundkompetenzen aufgelistet werden, die in dem Kapitel erworben werden sollten. Danach folgt eine Einführungsaufgabe zur Annäherung an das neue Thema. Während des Kapitels erfahren die SchülerInnen ein Wechselspiel zwischen Definitionen, Bemerkungen/Hinweisen bzw. wichtigen Sätzen und gelösten bzw. selbstzurechnenden Aufgaben. Abgeschlossen wird die Einheit mit einem geschichtlichen Teil und einem Kontrollabschnitt zum selbstständigen Testen.

Im Gegensatz dazu führen die spanischen Werke ihre neuen Themen mit einem historischen Kontext ein. Auf der zweiten Seite platziert sich eine Reflexion über bisher Gelerntes und eine Arte Einführung über den folgenden Inhalt mit gelösten Aufgaben. Dann folgen vier große Blöcke. Im ersten Block befinden sich eine Auflistung der Theorie mit Erklärung zu Musteraufgaben und jeweils kleine selbst zu lösende Aufgaben nach dem gleichen Schema am Ende einiger Seiten. Der zweite Teil besteht aus seitenlangen Lösungen zu Aufgaben. Erst zum Schluss jedes Kapitels sind die selbstzurechnenden vermischten Aufgaben und ein

Selbstkontrollabschnitt. Abgeschlossen wird der vierte Block mit einer Zusammenfassung und nützlichen Ratschlägen.

Klar erkennbar ist eine unterschiedliche Methodik der beiden Bücherarten. Während die österreichischen auf eine Abwechslung zwischen Theorie, Musteraufgaben und selbst zu lösenden Aufgaben gestaltet werden, arbeiten die spanischen Schulbücher ohne ein Wechselspiel, jedoch mit homogenen Blöcken. Jeder Block wird einer andern Funktion zugeordnet. Eine Vermischung wird nicht zugelassen.

10.2.2 Quantität

Im Schnitt bestehen die spanischen Schulbücher aus ca. 4 Kapiteln, mehr als die österreichischen und auch die Seitenanzahl fällt im Durchschnitt auf gerundet 66 mehr Seiten. Die Themengebiete betrachtend, arbeiten die Bücher aus Spanien mit Analysis, Algebra und Stochastik, während jene aus Österreich sich speziell der Integralrechnung, den dynamischen Systemen, der Stochastik und der Maturavorbereitung widmen. Das Angebot an spanischen Mathematikaufgaben ist fast doppelt so hoch als bei den österreichischen.

Speziell das Kapitel Integralrechnung hat in den spanischen Werken durchschnittlich nur 25 Seiten und damit 39 weniger als bei „Dimensionen Mathematik 8“, „Mathematik verstehen 8“ und „Thema Mathematik 8“. Auch bei der Aufgabenanzahl des analysierten Themengebiets haben die österreichischen Verlage ein mehr als das Doppelte so hohes Angebot als die spanischen.

Klar erkennbar ist, dass die spanischen Schulbücher eine höhere Quantität haben, wenn das Buch als Ganzes betrachtet wird. Fokussierend auf einzelne Kapitel, wie in unserem Fall die Integralrechnung, sieht man das doppelte Angebot im Bezug auf

Seiten- und Aufgabenanzahl seitens der österreichischen Verlage. Zur Übersicht dient die untenstehende Tabelle.

	Durchschnittlicher Wert österreichischer Schulbücher	Durchschnittlicher Wert spanischer Schulbücher	Differenz
Kapitelanzahl	9	13	Spanien: +4
Seitenanzahl	282	348	Spanien: +66
Aufgabenanzahl	752	1457	Spanien: +705
Seitenanzahl im Kapitel Integralrechnung	64	25	Österreich: +39
Aufgabenanzahl im Kapitel Integralrechnung	229	104	Österreich: +125

Der Schwerpunkt liegt bei beiden Lehrwerken auf der Wiederholung und Vorbereitung auf die schriftliche Endprüfung. An zweiter Stelle steht bei „Dimensionen Mathematik 8“, „Mathematik verstehen 8“ und „Thema Mathematik 8“ die Integralrechnung. Bei den Verlagen Anaya und Santillana sticht das Themengebiet Integralrechnung nicht als zweiter Schwerpunkt heraus, da die Seitenanzahl im Schnitt nur 7% des Werkes ausmacht.

Um die Relation zwischen den verschiedenen Aufgabentypen eindeutig zu erkennen, wurde ihr durchschnittlicher Wert in Prozent angegeben. Ersichtlich wird in der untenstehenden Tabelle, dass die spanischen Lehrwerke den Lernenden mehr

Muster-, Grund,- und Problemaufgaben den Lernenden zur Verfügung stellen. Das Ergebnis überrascht nicht, da es bei den Verlagen Sanitllana und Anaya üblich ist, seitenlange durchgerechnete Aufgaben zu demonstrieren. Die anderen Aufgabentypen erlangen mehr Bedeutung bei E. DORNER, Veritas und öbv. Zweifellos legen die analysierten spanischen Werke keinen Wert auf Gruppen- bzw. Partnerarbeiten oder „Offene Aufgaben“.

Aufgabentyp	Durchschnittlicher Wert österreichischer Schulbücher (gerundet)	Durchschnittlicher Wert spanischer Schulbücher (gerundet)	Differenz
Musteraufgabe	13%	17%	Spanien: +4%
Grundaufgabe	55%	67%	Spanien:+12%
Begründungs- bzw. Beweisaufgabe	18%	6%	Österreich: +12%
Umkehraufgabe	2%	/	Österreich: +2%
Single- bzw. Multiple-Choice-Aufgabe	7%	2%	Österreich: +5%
Problemaufgabe	7%	9%	Spanien:+2%
„Offene Aufgabe“	4%	/	Österreich: +4%
Aufgaben mit technologischem Einsatz	8%	6%	Österreich: +2%
Gruppenaufgaben	4%	/	Österreich: +4%

Durch die nächste Tabelle wird erkennbar, dass bei den österreichischen Lehrwerken der wissensgebende und wissensfragende Teil fast ausgeglichen sind, während bei den spanischen der wissensgebende Teil über zwei Drittel ausmacht. Das heißt in den Schulbüchern aus Spanien wird mehr Theorie als Praxis verwendet. Klar erkennbar geht hervor, dass die österreichischen Autoren mehr Fotografien in ihre Arbeiten mit einbeziehen und, dass beide Länder mehr erklärende Illustrationen als Darstellungen, die als Aufgabe dienen, verwenden. Jedoch ist die Relation bei den Verlagen aus Spanien höher. Fast zwei Drittel dienen der Illustration zum besseren Verständnis, das könnte an der hohen Seitenanzahl der Theorie im Verhältnis zur Praxis liegen.

	durchschnittlicher Wert österreichischer Schulbücher (gerundet)	durchschnittlicher Wert spanischer Schulbücher (gerundet)	Differenz
Fotografie	9%	3%	Österreich: +6%
Illustration zum besseren Verständnis	51%	60%	Spanien: +9%
Grafik als Aufgabe	40%	37%	Österreich: +3%
wissensfragender Teil	48%	31%	Österreich: +17%
wissensgebender Teil	52%	69%	Spanien: +17%

10.3 Inhaltliche Grundsätze

Die formalen Kriterien, die Struktur, die Methodik und die Quantität betrachtend konnten schon wesentliche Unterschiede zwischen den beiden Ländern im Bezug auf die Mathematikschulbücher zur Kenntnis genommen werden. Auch inhaltlich weichen sie voneinander ab, wenn man nur den Lehrplan betrachtet. Wie bereits erwähnt steht die Volumenberechnungen mittels Integralen nicht darin.

10.3.1 Österreichische Schulbücher

Die österreichischen Schulbücher führen die Grundidee der Integralrechnung mit der Ober- und Untersumme ein. Zur Berechnung der Fläche unter einer Kurve wird ein Intervall in Teilintervalle mit Rechtecken verwendet. Die Differenz zwischen Ober- und Untersumme ergibt den Flächeninhalt. Es folgen physikalische Aufgaben zum Thema Weg, Geschwindigkeit und Zeit, die mit Ober- und Untersumme berechnet werden sollen.

Erst nach dieser Einführung wird der Integralbegriff präzisiert und zur Riemann-Summe und damit zum unbestimmten Integral geführt. Bevor mit bestimmten Integralen gerechnet wird, soll der Lernende Übungen zum Aufsuchen von Stammfunktionen lösen. Dann wird der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung und die wichtigsten Integrale auf einer Integraltafel eingeführt.

Der zweite große Block nennt sich „Anwendung der Integralrechnung“ und liefert Aufgaben und Theorie zur Flächenberechnung und Volumenberechnung.

Abgeschlossen wird das Thema mit Aufgaben im Bereich Physik und Technik.

Als Vertiefung können Klassen am Ende des Kapitels mit der Kurvenlänge und der Partiellen Integration arbeiten.

10.3.2 Spanische Schulbücher

Die spanischen Autoren steigen direkt in das Thema Integralrechnung mit der Erklärung, den Regeln und wichtigen Integralen, wie e^x , a^x , $\cos x$ oder $\sin x$, zur Berechnung von unbestimmten und bestimmten Integralen, ein. Der zweite theoretische Teil behandelt die Flächenberechnung mit Hilfe von Integralen. Danach folgen, wie schon erwähnt, durchgerechnete Musterlösungen und selbstzurechnende Aufgaben und eine Zusammenfassung.

Der eindeutige Unterschied der Mathematikschulbücher beider Länder liegt darin, dass die spanischen Werke keine Ober- und Untersumme zur Einführung verwenden, die Volumenberechnung nicht angeschnitten wird, da sie nicht im spanischen Lehrplan vorzufinden ist und keine physikalischen Aufgaben zu Weg, Geschwindigkeit und Zeit durchgenommen werden. Unterkapitel zur Vertiefung von Themen sind nicht vorhanden.

10.3.3 Qualität des Schulbuches

Alle analysierten Lehrwerke arbeiten sprachlich gesehen ähnlich. Bei Erklärungen wird die zweite Person Singular und die erste Person Plural zur Annäherung an die LeserInnen benutzt. Bei der Aufgabenstellung wird die 2. Person Imperativ verwendet. Sowohl die österreichischen als auch die spanischen Werke verwenden das Passiv mit „man“. Beliebte sind Phrasen wie „Berechne“, „Löse“, „Zeige“ und „Beweise“. Es ist ersichtlich, dass die spanischen Verlage nur solche Fragestellungen zulassen, während die österreichischen eine differenzierte ermöglichen mit „Recherchiert“, „Diskutiert“, „Suche Argumente“, „Überlege“, „Experimentiere“, „Gib an“ oder „Schätze ab“ oder Fragen, wodurch die Monotonie unterbrochen wird. Sehr oft wird bei den österreichischen Verlagen „E. DORNER“,

„öbv“ und „Veritas“ auf die Verwendung von Technologie hingewiesen. Phrasen wie „Verwende ein elektronisches Tool deiner Wahl“ oder „Löse die Aufgaben im Arbeitsblatt auf der CD-ROM“ kommen zum Einsatz.

Ein großer Unterschied zwischen den spanischen und den österreichischen Schulbüchern liegt bei der Neutralität. Während die spanischen Autoren den Text geschlechter- und nationalneutral gestaltet haben, kristallisieren sich bei den österreichischen Aufgaben Beispiele aus Österreich und Deutschland, wie zum Beispiel Aufgabe 36 oder 37 im Lehrwerk „Thema Mathematik 8“, heraus. Die österreichischen Autoren der Matura Mathematikschulbücher sind länderspezifisch gestaltet. In „Dimensionen Mathematik 8“ auf der Seite 6 wird als erstes Beispiel die Berechnung des Flächeninhalts des Gebietes B8, A22 und der Alten Donau herangezogen. Die Geschlechter betrachtend, werden bei „Dimensionen Mathematik 8“, „öbv“ und „Veritas“ die weiblichen oder männlichen Personen, wie zum Beispiel „Ein Patient“, „Eine Autofahrerin“, „Herr Karl“, „Ein Radfahrer“ oder „Ein Raumfahrer“, in den Aufgaben erwähnt, während die spanischen Verlage eine Hervorhebung des Geschlechts in den Kapiteln Integralrechnung vermeiden.

Die Aufgaben fokussierend sind die Mathematikschulbücher aus Spanien sowohl auf das Alter der SchülerInnen, als auch auf die Aktualität neutral. Es sind kaum Aufgaben mit Einkleidungen vorzufinden, wodurch sie zeitlos wirken, da es um bloße Rechnen geht. Wenn eine Ausschmückung von Aufgaben verwendet wird, dann geht es um Themen wie Flächenberechnung eines Teppichs, Wand, Gartenstück oder eines Tisches. Im Gegensatz dazu befinden sich in den österreichischen Schulbüchern Aufgaben, die deutlicher aus der Lebenswelt der Jugendlichen stammen, wie zum Beispiel die Berechnung des Volumens eines Parfums, die Masse eines Rings oder einer Zahnpasta Tube. Durch die

physikalischen Aufgaben über Weg, Geschwindigkeit und Zeit werden die Jugendlichen auch direkt angesprochen, da die meisten in der Maturaklasse den Führerschein machen und damit wichtige Aspekte des Autofahrens erfahren, wie zum Beispiel die Berechnung des Bremsweges oder der Beschleunigung. Weiteres Beispiel für die Altersgerechtheit der Aufgaben in den österreichischen Schulbüchern ist die Aufgabe 12 auf der Seite 15 von „Dimensionen Mathematik 8“, worin es um die Anzahl der Aufrufer eines Youtube Videos geht.

Die Erfolgssicherung gewährleisten alle Bücher mit genügend Selbstkontrollenteile, Checklisten, Vermischten Aufgaben, zahlreichen Musteraufgaben und Lösungen. Auch bei dem geschichtlichen Kontext kann man einen guten Vergleich ziehen. Alle Werke aus den zwei verschiedenen Ländern geben einen Text zur Historik vor und oft dazu noch Denkanstöße zum Lösen von Aufgaben.

10.4 Didaktische Grundsätze

Die Ermöglichung von Lernen im sozialen Umfeld liefern nur die österreichischen Lehrwerke, da es bei den spanischen keine Gruppen- bzw. Partneraufgaben oder „offene Aufgaben“ gibt. Zwar werden bei Anaya eine inkludierte CD-ROM zur Auflockerung des Unterrichts angeboten, trotzdem werden spielerische Aktivitäten, Anreize zum entdeckenden Lernen, ein offener Unterricht oder ein vielseitiges Differenzierungsangebot bei den Verlagen Anaya und Santillana kleingeschrieben. Es hat den Anschein, dass es nur um das bloße Erlernen von mathematischen Fertigkeiten geht. Im Gegensatz dazu bieten die österreichischen Schulbücher zusätzlichen Vertiefungsstoff, wie „Numerische Integration“, „Oberfläche und Mantel von Rotationskörper“ oder „Berechnen von Bogenlänge“ an. Eine beachtliche Menge an „offenen Aufgaben“ für Paare oder Gruppen bieten der Lehrperson Hilfestellungen bei der Gestaltung des offenen Unterrichts. Auch das Online Angebot der

österreichischen Verlage bietet mehr Möglichkeiten zum sozialen Lernen als die spanischen, da Arbeitsblätter und ein digitaler Unterrichtsassistent dort zur Verfügung stehen.

Im Hinblick auf das selbstständige Arbeiten sind die spanischen Schulbücher die Vorreiter, da sie alle Aufgaben im Lehrwerk durchgerechnet als Lösung gratis anbieten, während die österreichischen im Lösungsheft meist nur das Ergebnis ohne Lösungsweg gegen Bezahlung offerieren. Den einzigen Nachteil der gesehen werden kann, ist, dass die spanischen weniger als die Hälfte an Aufgaben bereitstellen.

11. Zusammenfassung

11.1 Das österreichische und spanische Bildungssystem

Im theoretischen Teil meiner Arbeit konnte ich als erste große Gemeinsamkeit bezüglich des österreichischen und spanischen Schulsystems entdecken, dass beide Nationen eine Schulpflicht ab dem 6. Lebensjahr verordnen. Die anschließende spanische Grundschule dauert 6 Jahre, während die Volksschule in Österreich 4-jährig ist. Die Mittelschule hat sowohl für spanische, also auch für österreichische SchülerInnen eine Dauer von 4 Jahren. Somit endet die Schulpflicht in Spanien, durch die um 2 Jahre längere Grundschule, mit zirka 16 Jahren, während sie in Österreich mit der Beendigung des 9. Schuljahres für 14- bzw. 15-Jährige stattfindet. Ein weiterer Unterschied ist der Abschluss der Schulen. In Österreich erlangt jede/r erfolgreiche Absolvent/in am Ende des Schuljahres ein Zeugnis, im Gegensatz dazu ist es in Spanien gang und gebe bei Schulabschlüssen zusätzliche Titel zu verleihen. Beim positiven Abschluss der Mittelschule wird der Titel „Graduado/a en Educación Secundaria Obligatoria“, bei der Berufsbildenden Schulen „Técnico/a“ und bei der Beendigung der spanischen Oberstufe „Bachiller“ erlangt. Apropos Oberstufe: Die Allgemeinbildende Höhere Schule in Österreich dauert in der Regel 4 Jahre und schließt mit der Matura ab. Die zweijährige spanische Oberstufe heißt Bachillerato und schließt nur mit dem Titel „Bachiller“ ab ohne eine Reifeprüfung, die den Zugang zur Universität ermöglicht. Es kann zu Beginn des Bachilleratos zwischen drei verschiedenen Zweigen gewählt werden, Naturwissenschaften und Technologie, Kunst oder Geistes- und Sozialwissenschaften, deren Fächer und Schulbücher voneinander abweichen. Auch bei uns gibt es in der AHS für OberstufenschülerInnen verschiedene Zweige, jedoch sollten die Bücher für die Hauptgegenstände gleich sein. In Spanien jedoch gibt es

keine Mathematik im Kunstzweig und in den beiden anderen Zweigen weichen die Lehrpläne und daher die Schulbücher voneinander ab. Im naturwissenschaftlichen und technologischen Schwerpunkt wird mehr Wert auf Trigonometrie und analytische Geometrie gelegt und im geistes- und sozialwissenschaftlichen Zweig mehr auf Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik.

Des Weiteren gibt es in Spanien eine Art Matura, allerdings findet sie nicht im letzten Jahr des Bachilleratos statt, wie es in Österreich in der 8. Klasse AHS üblich ist, sondern vor dem Eintreten in die Universität. Sie heißt „Prueba de Acceso a la Universidad“ oder umgangssprachlich Selectividad und wird anders als in Österreich, nicht von den Schulen und den Lehrern selbst zusammengestellt und abgenommen, sondern von den Universitäten, die Termin und Ort selbst koordinieren können.

11.2 Österreichische Schulbücher

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass die drei analysierten österreichischen Schulbücher inhaltlich ein Wechselspiel zwischen Sätze, Definitionen oder Musteraufgaben und selbstzurechnende Aufgaben liefern. Das heißt Theorie und Aufgaben sind ausgewogen und abwechselnd. Meist kommen am Ende der Lehrwerke ein Kontrollteil und einige Seiten zum historischer Kontext mit Denkanstößen und selbst zu lösende Aufgaben. Durch die Grundkompetenzen wissen die SchülerInnen, was sie können sollten für die Reifeprüfung. Auch wird sichtbar, dass sich österreichische Schulbücher in der 8. Klasse vertiefend auf das Training für die Reifeprüfung stürzen und die Integralrechnung den zweiten Schwerpunkt ausmacht. Des Weiteren werden diverse Aufgaben zu Softwaresystemen wie Geogebra und ebenfalls einige „offene Aufgaben“ für Gruppenarbeiten angeboten. Bezüglich der Sprache wird versucht zu gendern, wobei meist das männliche Geschlecht überwiegt. Österreichische mathematische

Maturaschulbücher sind farbenfroh gestaltet, bieten ein kostenpflichtiges Lösungsheft, Materialien auf der Homepage und Lehrerunterlagen an. Eine Art Zusammenfassung am Ende jedes Kapitels gibt es bei den analysierten österreichischen Schulbüchern für die AHS nicht. Es kommen altersgerechte, aktuelle und lebensnahe Aufgaben zum Einsatz. Die Fotos sind modern gestaltet und ausreichend. Viele verschiedene, kompetenzorientierte Aufgabentypen und Fragestellungen werden dem Lernenden angeboten. Inhaltlich gesehen bauen die österreichischen Autoren die Integralrechnung auf die Ober- und Untersumme auf. Aus dieser Überlegung führen die Autoren die SchülerInnen zu dem Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung hin, erklären und beweisen diesen. Abschließend finden meist die Rechenregeln und das intensive Üben des Integrierens mit Anwendungsbereichen wie Flächeninhalte, Weglängen, Anhalte- und Bremsweg, Volumina oder physikalische Anwendungen ihren Platz.

11.3 Spanische Schulbücher

Resümierend stellt man bei den spanischen Lehrwerken als ersten positiven Aspekt die durchgerechneten Aufgaben, die kostenlos online zu finden sind, fest. Zu Hause alleine üben und rechnen ist damit keine Hürde. Die etwas größeren Buchformate gliedern ihren Inhalt in drei große Blöcke: Algebra, Analysis und Stochastik. Oft findet man Seiten, die sich mit der Strategiefindung von mathematischen Problemen beschäftigen und wichtige Hilfestellungen oder Tipps für das mathematische Arbeiten anbieten. Die Kapitel beginnen mit dem historischen Input, der entweder durch chronologische Zeitachsen oder Literaturtexte mit kleinen Aufgaben eingeführt wird, und einer Reflexion vom bisher Gelernten. Anschließend folgt der Theorieteil mit gelösten und kurzen selbstzurechnenden Aufgaben, welche das Arbeiten mit mathematischem Werkzeug illustrieren. Erst danach folgen seitenweise Aufgaben

zum selbstständigen Rechnen, nützliche Ratschläge und eine Art Wiederholung. Am Ende jedes Blocks kann der Lernende Aufgaben für die Selectividad im Selbstkontrolleteil üben. Bei dem Buch von dem Verlag Santillana steht bei jeder Aufgabe dabei, in welchem Jahr und welchem Ort diese Fragestellung als Endprüfung vorkam.

Die spanischen Schulbücher beginnen inhaltlich mit der Definition der Stammfunktion und den Rechenregeln, danach folgt die Flächenberechnung unter einer Kurve. Erst dann wird der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung ohne Begründung oder Beweis dargelegt und lediglich Musteraufgaben zur Anwendung illustriert.

Quantitativ gesehen haben spanische Schulbücher eine hohe Kapitel- und Seitenanzahl. Auffallend ist, dass die Aufgaben keine fortlaufende Nummerierung besitzen, das bedeutet, die selbst zu rechnenden und gelösten Aufgaben sind pro Kapitel verschieden nummeriert, was meiner Meinung nach zur Verwirrung beim Üben führen kann. Optisch sind spanische Schulbücher farblich attraktiv gestaltet, jedoch befinden sich im Kapitel Integralrechnung von im Schnitt 22 Illustrationen nur 1 Foto, dies empfinde ich als zu wenig. Durch die hohe Seitenanzahl der Theorie wird ersichtlich, dass der wissensgebende Teil deutlich höher als wissensfragende ist, bei dem es sich bei fast zwei Drittel der Aufgaben um Grundaufgaben handelt. Umkehraufgaben, offenen Aufgaben, Aufgaben mit technologischen Einsatz, Gruppenaufgaben, Begründungs- und Beweisaufgaben sind nur spärlich oder gar nicht vorhanden.

Es wird kein Differenzierungsangebot, spielerische Aktivitäten oder entdeckendes Lernen angeboten. Die Aufgaben sind zeit- und schmucklos gestaltet, daher scheint es, dass es nur um das Beherrschen von operativen Kompetenzen geht und zwar dem Erlernen vom Finden einer Stammfunktion, dem Integrieren und dem Berechnen

einer Fläche. Sprachlich handelt es sich um eine monotone, geschlechter- und weltanschauungsneutrale nicht länderspezifische und zeitlose Sprache.

12. Fazit

12.1 Methodische Aspekte der österreichischen und spanischen Schulbücher

Methodisch gesehen arbeiten die analysierten Schulbücher aus Spanien zuerst mit viel Theorie und Musteraufgaben, erst danach sollen die Lernenden seitenweise selbstständig Rechnen. Im Gegensatz dazu legen die Autoren der analysierten österreichischen Schulbücher Wert auf ein Wechselspiel zwischen Theorie und Praxis, daher ist insgesamt gesehen das Verhältnis zwischen wissensgebenden und wissensfragenden Teil bei den österreichischen Werken ausgewogen, während bei den spanischen die Theorie deutlich höher ausfällt als die Praxis. Für mich hat es den Anschein, dass es um das Erlernen von mathematischen Werkzeugen und Fertigkeiten geht und nicht um lebensnahe, altersegerechte und eingekleidete Aufgaben. Im Kontrast dazu arbeiten die Schulbücher aus Österreich mit „offenen Aufgaben“, wie Partner- oder Gruppenarbeiten, spielerischen Aktivitäten und Aufgaben mit Technologieeinsatz. Sie entsprechen der Lebenswelt der Jugendlichen, sind aktuell, geschlechter- und länderspezifisch, während die spanischen Lehrwerke zeitlos, absolut geschlechterneutral und nicht spezialisiert auf Spanien sind.

12.2 Inhaltliche didaktische Aspekte der österreichischen und spanischen Schulbücher

Wenn man den Fokus auf das Themengebiet Integralrechnung richtet, fällt auf, dass die spanischen Lehrwerke das Integral über die Stammfunktion definieren, während die österreichischen das Integral über die Fläche, also über Ober- und Untersumme, einführen. Des Weiteren wird bei den spanischen Werken und auch im Lehrplan nur im \mathbb{R}^2 gearbeitet wird, also keine Aufgaben zur Volumenberechnung mit Hilfe der

Integralrechnung. Ebenfalls wird keine Verbindung zu weiteren Anwendungsbereichen, wie zum Beispiel physikalische Aspekte, hergestellt.

Für mich wirkt es, als ob spanische Schulbücher zwar wichtige Definitionen und Sätze im Buch anführen, aber nicht näher darauf eingehen bzw. fehlt mir oft speziell ein genaues Daraufhinweisen oder eine Begründung. Von meinem Standpunkt aus ist der essentiellste Unterschied zwischen dem österreichischen und spanischen Kapitel Integralrechnung das Fehlen der Erläuterung des Zusammenhangs zwischen Differential- und Integralrechnung. Meiner Meinung nach, geht es in den spanischen Schulbüchern viel mehr um das Aufstellen eines Systems, wie SchülerInnen gewisse Aufgaben bearbeiten sollen und nicht warum sie es so machen, wodurch die Mathematik auf das Erlernen von operativen Werkzeugen reduziert wird. Aus diesem Grund gibt es genügend Seiten, die sich mit Hilfestellungen, Zusammenfassungen und nützlichen Tipps zur Berechnung von mathematischen Problemen beschäftigen, die österreichische Schulbücher nicht aufweisen.

Für mich hat es den Anschein, dass Österreich in den letzten Jahren einen signifikanten Sprung im Bereich der Didaktik gemacht hat. Durch die neue kompetenzorientierte Matura wird zum Beispiel mehr auf physikalische Zusammenhänge im Hinblick auf die Mathematik eingegangen. Durch das Kompetenzmodell und an dieses angeglichene Schulbücher sind wir, meiner Meinung nach, der spanischen Didaktik um einiges voraus, da durch die Anwendungsbereiche und den Technologieeinsatz der Mathematik Leben eingehaucht wird. Ich denke, dass genau diese Entwicklung in Spanien erst kommen wird und die Mathematikschulbücher daher noch auf das bloße „Rechnen“ reduziert sind.

Um meine Aussage zu unterstreichen, dass die österreichische Didaktik einen großen Schritt vorwärts gemacht hat, habe ich mir mein Maturabuch „Mathematik verstehen 8“ von Malle, Ramharter, Ulovec und Kandl mit der Auflage aus dem Jahr 2007 durchstöbert. Damals bot das Lehrwerk, anders als das aktuelle aus dem Jahr 2012, keine Gruppen- bzw. Partneraufgaben an. Auch der Technologieeinsatz war im Vergleich nur spärlich vorhanden. „Mathematik verstehen 8“ aus dem Jahr 2012 kennzeichnet im Buch die Grundkompetenzen für die Matura und den Lehrplan, wodurch die Schüler genau wissen, was sie zur Reifeprüfung wie können müssen. Ebenfalls ist die Selbstkontrolle am Ende jedes Kapitels und im Anhang neu dazugekommen. Ein letzter Aspekt, den ich noch nennen möchte, ist die Homepage des Schulbuchverlags, die immer mehr elektronische Hilfen, wie Jahresplaner, Arbeitsblätter, Softwareerklärung oder Unterrichtsassistenten anbietet.

Einen positiven Punkt, den die österreichische Didaktik Mathematik sich von der spanischen abschauen kann, ist das Ermöglichen des selbstständigen Lernens durch gelöste Aufgaben im Lösungsheft, da es in den österreichischen Lehrwerken oft nur die Lösung ohne den Weg oder ein Hinweis im kostenpflichtigen Löser gibt.

Ich bin der Meinung, dass, obwohl wir schon einen großen Schritt gemacht haben, noch weitere Entwicklungen machen werden, da der Trend der Fachdidaktik Mathematik zum Computereinsatz und physikalischen Anwendungen hin tendiert. Laut der Homepage des Bifies soll ab 2017/18 die Reifeprüfung mit „hochwertigen Technologieeinsatz“ abgelegt werden.

Abschließend kann gesagt werden, dass ich trotz der vielen Gemeinsamkeiten und Differenzen der Schulbücher alle für gute Lehrmittel halte, auch wenn das eine oder andere mehr didaktische Vorteile aufweist. Dies ist, denke ich, ein wichtiger Aspekt als Lehrperson den Lernenden gute Unterrichtsmaterialien zur Verfügung zu stellen.

So möchte ich meine Diplomarbeit mit einem Zitat von Alexandra K. Trenfor
beenden:

*„The best teachers are those who show you where to look, but don't tell you
what to see.“ - Die besten Lehrer sind jene, die dir zeigen wo du nachsehen
sollst, aber nicht was du sehen wirst.*

13. Quellenverzeichnis

13.1 Literaturverzeichnis

Arango, Eduardo Cobe; Patrana, Grañeras Montserrat (2009): Informe del sistema educativo español Volumen 1. Gobierno de España- Ministerio de Educación

Arango, Eduardo Cobe; Patrana, Grañeras Montserrat (2009): Informe del sistema educativo español Volumen 2. Gobierno de España- Ministerio de Educación

Bleier, Gabriele Mag.^a; Lindenberg, Judith Mag.^a; Lindner, Andreas Mag.; Stepancik, Evelyn Mag.^a, Dr.ⁱⁿ (2012): Dimensionen Mathematik 8. Wien: Verlag E. DORNER GmbH

Brand, Clemens; Dorfmayr, Anita; Lechner, Josef; Mistlbacher, Aufust; Nussbaumer, Alfred (2013): Thema Mathematik 8 für die 8. Klasse AHS. Linz: Veritas-Verlag

Bruder, Regina (2000): Eine akzentuierte Aufgabenauswahl und Vermitteln heuristischer Erfahrung –Wege zu einem anspruchsvollen Mathematikunterricht für alle. In Flade/Herget (Hrsg.): Mathematik lehren und lernen nach TIMSS - Anregungen für die Sekundarstufen.-Volk und Wissen S. 69-78

Bundesministerium für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens (2011): Praxishandbuch für „Mathematik“ 8. Schulstufe- Bildungsstandards- für höchste Qualität an Österreichs Schulen. Graz: Leykam Verlag

Bundesministerium für Unterricht, Kunst und Kultur (2013): Bildungswege in Österreich 2013. Wien.

Colera, José Jiménez; González, José Oliveira M.^a; Colera, Leticia (2009): Bachillerato 2 Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II. Madrid. GRUPO ANAYA

Escoredo, Angélica; Gómez, María Dolores; Lorenzo, José; Machín, Pedro; Pérez, Carlos; Rey, María José; Río, José del; Sánchez, Domingo (2009): Matemáticas 2 Bachillerato aplicadas a las Ciencias Sociales II. Madrid. Santillana Educación, S.L.

Malle, Günther Univ.-Prof. Mag. Dr.; Koth, Maria Prof. Mag. Dr.; Woschitz, Helge Prof. Mag.Dr; Malle, Sonja Prof. Mag.; Salzger, Bernhard Prof. Mag. Dr.; Ulovec, Andreas MMag. Dr. (Unter Mitarbeit von Ramharter, Esther Univ.-Doz. MMag. DDr.; Kandl, Susanne Univ.-Ass. Mag.) (2012): Mathematik verstehen 8. Wien: Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG

13.2 Internetquellen

Bundesministerium für Unterricht, Kunst und Kultur (2004): Lehrpläne der AHS-Oberstufe Mathematik. Online im Internet: URL: http://www.bmukk.gv.at/medienpool/11859/lp_neu_ahs_07.pdf [Stand 2014-04-25]

Consejería de Educación (2008): Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales I y II- Bachillerato LOE- Comunidad Madrid. Online im Internet: URL: <http://www.e-torredobabel.com/leyes/Bachillerato-Loe-Madrid/matematicas-aplicadas-bachillerato-LOE-Madrid.htm> [Stand 2014-04-25]

Consejería de Educación (2008): Matemáticas I y II- Bachillerato LOE- Comunidad Madrid. Online im Internet: URL: <http://www.e-torredobabel.com/leyes/Bachillerato-Loe-Madrid/matematicas-bachillerato-LOE-Madrid.htm> [Stand 2014-04-25]

Departamento de Matemáticas I.E.S. Los Boliches. Lösungen zu den Aufgaben im Lehrwerk "Bachillerato 2 Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II" vom Verlag Anaya. Online im Internet: URL: http://iesboliches.org/matematicas/index.php?option=com_content&view=article&id=114&Itemid=132 [Stand: 2014-04-25]

Franzke, Reinhard Prof. Dr.: Kriterien zur Analyse und Beurteilung von Schulbüchern- Was erwarten wird von einem guten Schulbuch bzw. von einer guten Wissensquelle? Online im Internet: URL: http://www.reinhard-franzke.de/Kriterien_zur_Analyse_und_Beurteilung_von_Schulbuchern.pdf [Stand: 2014-04-25]

Geier, Marlen; List, Christine: Schulbuchvergleich. Online im Internet: URL: www.minet.uni-jena.de/~bezi/Didaktik4/GeierListSchulbuchvergleich.ppt [Stand 2014-04-25]

Kleist, Gerhard (2008): Grundsätze der Goldauer Konferenz zur Beurteilung von Lernmitteln. Hamburg. Landesinstitut für Lehrerbildung und Schulentwicklung Abteilung Fortbildung. Online im Internet: URL: <https://www.yumpu.com/de/document/view/7692000/kriterien-zur-beurteilung-von-lernmitteln-landesinstitut-fur-> [Stand: 2014-04-25]

Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien. Online im Internet: www.oebv.at [Stand: 2014-04-25]

POPULAR LIBROS, S.L. (2014), Albacete. Preis des Lehrwerks „Bachillerato 2 Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II“ Verlag Anaya. Online im Internet: URL: <http://www.popularlibros.com/libros/2bac-matematicas-ciencias-sociales-2-bachillerato/333134/978-84-667-8253-1> [Stand: 2014-04-25]

PIK AS, Kooperationsprojekte zur Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts in der Primarstufe (2010): Vergleich verschiedener Mathematik- Schulbücher. Universität Dortmund. Online im Internet: URL: http://pikas.dzlm.de/upload/Material/Haus_1_-_Entdecken_Beschreiben_Begrunden/FM/weiteres_Fortbildungsmaterial/Haus_1_P-PIKIMInformationstexteHau1_Schulbuchvergleich.pdf [Stand 2014-04-25]

POPULAR LIBROS, S.L. (2014), Albacete. Preis des Lehrwerks "Matemáticas 2 Bachillerato aplicadas a las Ciencias Sociales II" Online im Internet: URL: <http://www.popularlibros.com/libros/2bac-matematicas-aplicadas-ciencias-sociales-2-bachillerato/333300/978-84-294-0808-9> [Stand: 2014-04-25]

StudienServiceCenter Mathematik der Universität Wien. Allgemeine Informationen zum Lehramtsstudium. Online im Internet: <http://ssc-mathematik.univie.ac.at/betreute-studien/diplomstudium-unterrichtsfach-mathematik-auslaufend-kein-neueinstieg-moeglich/allgemeine-informationen/> [Stand: 2014-04-25]

VERITAS Verlags- und Handelsges.m.b.H. & Co. OG, Linz. Online im Internet: URL: www.veritas.at [Stand: 2014-04-25]

Wikipedia, Abbildung "Bildungssystem Österreich". Online im Internet: URL: http://de.wikipedia.org/wiki/Bildungssystem_in_%C3%96sterreich [Stand 2014-04-25]

Wikispace, Lösungen zur den Aufgaben im Lehrwerk „Matemáticas 2 Bachillerato aplicadas a las Ciencias Sociales II“ vom Verlag Santillana. Online im Internet: URL: http://matesap.wikispaces.com/file/view/Solucionario_libro_santillana_mataplic_ccss_bch2.pdf [Stand: 2014-04-25]

Zerlauth, Dr. Elisabeth, Verlag E. DORNER GmbH, Wien. Online im Internet: URL: www.dorner-verlag.at [Stand: 2014-04-25]

14. Lebenslauf

Persönliche Angaben

Name: Silvia Reiterer

Geburtsort: Eisenstadt

Familienstand: ledig

Staatsbürgerschaft: Österreich

Religion: röm.-kath.

Eltern: Walter Reiterer, Tischlermeister & Andrea Reiterer, Büroangestellte

Geschwister: Julia Reiterer, Büroangestellte

Bildungslaufbahn

1997-2001 Volksschule in Eisenstadt

2001-2005 Hauptschule Theresianum Eisenstadt, mit ausgezeichnetem Erfolg
absolviert

2005-2009 Höhere Schulen des Theresianum Eisenstadt, Oberstufenrealgymnasium

2009 Absolvierung der Reifeprüfung mit ausgezeichnetem Erfolg

2009-2014 Universität Wien Lehramtsstudium Mathematik und Spanisch

15. Abstract

Das Thema der Diplomarbeit handelt um einen Ländervergleich zwischen Österreich und Spanien im Bezug auf Mathematikschulbücher für die österreichische 8. Klasse einer Allgemeinbildenden höheren Schule und die spanische 2. Klasse des Bachilleratos. Das Ziel ist internationale Gemeinsamkeiten und Unterschiede der Schulsysteme und Schulbücher in Spanien und Österreich aufzeigen zu können.

Im theoretischen Beginn der Arbeit wird auf das Bildungssystem beider Nationen eingegangen um einen Vergleich zu ziehen, wofür ich als Quelle das Bildungsministerium für Unterricht, Kunst und Kultur für Österreich und das Ministerio de Educación für Spanien herangezogen habe. Speziell habe ich die österreichische Reifeprüfung und die spanische Aufnahmeprüfung für die Universität „Prueba de Acceso a la Universidad“, umgangssprachlich „Selectividad“, in den Fokus genommen. Ein weiterer Aspekt des Theorieteils der Arbeit ist der Blick auf den Lehrplanvergleich beider Länder.

Nach dem Aufstellen der formalen, methodischen, inhaltlichen und didaktischen Kriterien für ein gutes Schulbuch werden im Praxisteil der Diplomarbeit diese auf drei österreichische Mathematikschulbücher für die Matura, „Mathematik verstehen 8“, „Thema Mathematik 8“ und „Dimensionen Mathematik 8“, und auf zwei spanische Mathematikschulbücher für die Selectividad, „Bachillerato 2 Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II“ und „Matemáticas 2 Bachillerato aplicadas a las Ciencias Sociales II“, angewendet. Hauptquellen im Praxisteil sind die Schulbücher selbst. Es folgt ein quantitativer und qualitativer Vergleich der analysierten spanischen und österreichischen Schulbücher.