



universität  
wien

# DIPLOMARBEIT / DIPLOMA THESIS

Titel der Diplomarbeit / Title of the Diploma Thesis

„Aufgaben mit gestuften Lernhilfen als Methode zur  
Differenzierung im Mathematikunterricht“

verfasst von / submitted by  
Michael Schafler

angestrebter akademischer Grad / in partial fulfilment of the requirements for the degree of  
Magister der Naturwissenschaften (Mag.rer.nat.)

Wien, 2016 / Vienna, 2016

Studienkennzahl lt. Studienblatt /  
degree programme code as it appears on  
the student record sheet:

A 190 406 412

Studienrichtung lt. Studienblatt /  
degree programme as it appears on  
the student record sheet:

Lehramtsstudium UF Mathematik UF Physik

Betreut von / Supervisor:

Mag. Dr. Andreas Ulovec



## **Danksagung**

Hier möchte ich mich bei einigen Personen bedanken, die mich während meiner Studienzeit unterstützt haben und durch deren Hilfe ich so gut vorangekommen bin.

Allen voran möchte ich meinen Eltern, Catherina und Andreas Schafner, dafür danken, dass sie es mir ermöglicht haben, dieses Studium zu absolvieren. Für sie ist es kein Problem gewesen, dass ich meinen Interessen nachgegangen und nicht in ihre Fußstapfen getreten bin, um den elterlichen Weinbaubetrieb fortzuführen. Sie haben mich immer beim Erreichen meiner Ziele gefördert. Vor allem hat meine Mutter dadurch sehr viel zu meinen Erfolgen im Studium beigetragen, dass sie mir einerseits schon in der Schulzeit bei jedem Problem geholfen und andererseits beigebracht hat, wie ich gewinnbringend lernen und arbeiten kann. Danken möchte ich ihr auch für die konstruktiven Anmerkungen zu meiner Arbeit.

Des Weiteren möchte ich meiner Freundin, Sonja Mayrhofer, meinen Dank aussprechen. Durch sie und unsere Beziehung habe ich sehr viel Energie gewonnen, welche ich unter anderem in das Studium investieren konnte. Außerdem hat sie es mir, vor allem durch ihr Organisationstalent und ihre Vernetzung in verschiedenen sozialen Medien und Foren, ermöglicht, mein Studium innerhalb von acht Semestern zu bewältigen. Bei jeglichen Fragen meinerseits ist sie mir helfend mit Rat zur Seite gestanden und hat mich mit konstruktiver Kritik und Anmerkungen oftmals auf einen noch besseren Weg gebracht.

Außerdem gebührt mein Dank Daniela Gamperl und Helmut Mayrhofer für die vielen Diskussionen, die wir über verschiedenste schulrelevante Themen geführt haben, aus denen sich neue Erfahrungen und Erkenntnisse für die zukünftige Praxis als Lehrer ergeben haben. Auch sie haben sich immer Zeit für meine Fragen zum Studium oder meiner Diplomarbeit genommen. Vor allem möchte ich mich bei Daniela für das flotte Korrekturlesen meiner Arbeit und die daraus gewonnen hilfreichen Kommentare bedanken.

Zu guter Letzt gilt mein Dank Mag. Dr. Andreas Ulovec für die intensive und gute Betreuung meiner Diplomarbeit. Durch seine raschen Rückmeldungen habe ich diese Arbeit sehr zügig fertigstellen und ehest auf eventuelle Änderungsvorschläge seinerseits reagieren können. Außerdem war die Atmosphäre bei den Besprechungen in seinem Büro immer sehr angenehm und hatte ebenso einen positiven Effekt auf das Arbeiten.



## **Abstract**

Aufgaben mit gestuften Lernhilfen stellen eine relativ neue Methode dar, mit welcher man im Mathematikunterricht einer Differenzierung nachkommen kann. Die gestuften Hilfen übernehmen dabei die Funktion des Lehrenden und bieten bei Bedarf eine Unterstützung im Lernprozess an. Dadurch soll vor allem die Selbstständigkeit der Schüler und Schülerinnen beim Lernen gefördert werden. Da dieses Aufgabenformat oftmals kooperativ gestaltet wird, können dadurch außerdem soziale Kompetenzen gesteigert werden. Diese Methode ist nach dem schlechten Abschneiden bei internationalen Schulvergleichen entwickelt worden und seitdem Gegenstand verschiedener fachdidaktischer Untersuchungen. Durch die Ergebnisse dieser Forschungen konnte sie stetig verbessert werden. Dennoch hat sie noch nicht ihren höchsten Entwicklungsstand erreicht und wird auch noch in Zukunft weiteren Analysen unterzogen werden.



# Inhalt

1	Einleitung .....	1
2	Differenzierung in Schule und Unterricht .....	3
2.1	Definition und Einteilung .....	3
2.2	Heterogenität .....	4
2.3	Möglichkeiten der inneren Differenzierung .....	5
2.3.1	Ideen von Bönsch .....	6
2.3.2	Innere Differenzierung als Landschaft .....	7
2.4	Folgen für den (Mathematik-)Unterricht .....	10
3	Forderung einer neuen Aufgaben- und Methodenkultur im (Mathematik-)Unterricht....	13
3.1	TIMSS und PISA .....	13
3.1.1	The Third International Mathematics and Science Study .....	14
3.1.2	Programme for International Student Assessment .....	17
3.2	Merkmale von Aufgaben .....	18
3.3	Möglichkeiten für eine neue Aufgabenkultur .....	22
3.3.1	Kooperatives Lernen .....	25
3.3.2	Modellierungsaufgaben .....	27
3.3.3	Gestaltung offener(er) Aufgabenformate .....	30
4	Aufgaben mit gestuften Lernhilfen – eine Unterrichtsmethode .....	36
4.1	Unterrichtsmethode .....	36
4.2	Charakteristik von Aufgaben mit gestuften Lernhilfen .....	39
4.3	Studie zur Wirksamkeit von Aufgaben mit gestuften Lernhilfen.....	49
4.4	Zusammenhang zu Differenzierung .....	54
4.5	Beispielaufgaben mit gestuften Lernhilfen.....	58
4.5.1	Aufgabe 1: „Wie man mit Pferd eine Straße sicher überquert“ .....	58
4.5.2	Aufgabe 2: Seil um die Erde .....	63
4.6	Einteilung in Methoden Mind-Map .....	67
5	Zusammenfassung .....	69
6	Literaturverzeichnis .....	71
7	Abbildungsverzeichnis .....	78



# 1 Einleitung

Im Sommersemester 2015 habe ich für mein Lehramtsstudium an einem fachdidaktischen Seminar für Physik mit dem Titel *Aufgaben für einen kompetenzorientierten Physikunterricht* teilgenommen. In dieser Lehrveranstaltung habe ich das erste Mal Aufgaben mit gestuften Lernhilfen an sich und den Einsatz für mein Zweitfach kennengelernt und bin davon sehr begeistert gewesen. Ich habe mir sehr bald die Frage gestellt, ob diese Methode nicht auch im Mathematikunterricht erfolgreich zur Anwendung kommen könnte. Dies ist auch der Hauptgrund für das gewählte Thema dieser Arbeit. Der größte Teil der Literatur, der sich mit diesem Inhalt beschäftigt, ist von den Naturwissenschaften Physik, Biologie und Chemie geprägt. Dennoch möchte ich allgemeine Aussagen über den Einsatz und die Wirkung von Aufgaben mit gestuften Lernhilfen herausfiltern, da sie meiner Meinung nach in vielen Belangen für den Mathematikunterricht ebenso ihre Richtigkeit erweisen und gewinnbringend eingesetzt werden können.

Da Aufgaben mit gestuften Lernhilfen eine Methode zur inneren Differenzierung darstellen, möchte ich zuerst klären, was prinzipiell unter Differenzierung im Unterricht verstanden wird. Schon in meiner Schulkarriere bin ich oft mit diesem Begriff in Berührung gekommen und im Alltag hört man es ebenso in sehr vielen Kontexten. Weiters ist diese Thematik immer wieder in meinem Studium vorgekommen, als ich Vorlesungen und Seminare für die pädagogische Fachrichtung und schließlich die vielen Lehrveranstaltungen der Fachdidaktik besucht habe. Obwohl dieser Begriff in aller Munde ist und in der Ausbildung zur Lehrkraft immer wiederkehrt und dabei so intensiv behandelt wird, wandelt sich der bestehende Unterricht nur sehr langsam zu einem differenzierten Idealbild hin. Dafür müssen erst alte Traditionen aufgebrochen und neue Konzepte und Methoden ausprobiert werden, was nicht allen Lehrern und Lehrerinnen leicht fällt. Es kommt vielleicht auch bei einigen die Frage auf, ob es denn überhaupt sinnvoll ist, den Unterricht differenziert zu gestalten. Ihrer Meinung nach könnte sich dieser Gedanke möglicherweise als Irrweg, als Therapie ohne nachhaltige Wirkung entpuppen und dann wäre es nur verschwendete Zeit gewesen, sich diesem Thema und einer damit verbundenen Umstellung zu widmen. Diese Frage möchte ich vor allem im ersten Kapitel klären.

Die angesprochenen alten Traditionen, die geändert werden sollten, hängen im Mathematikunterricht vor allem mit der derzeit anzutreffenden Aufgabenkultur zusammen. Dem möglichen Sollzustand möchte ich ein eigenes Kapitel widmen, da es sich hierbei auch um eine gewisse Antwort auf die Forderungen nach Differenzierung im Unterricht handelt.

Dafür werden internationale Studien, Charakteristiken von Aufgaben selbst, Möglichkeiten zur Weiterentwicklung der Aufgabenkultur und deren positiv zugeschriebenen Effekte und Vorteile behandelt und ausgearbeitet.

Den Höhepunkt dieser Arbeit stellt der Abschnitt über Aufgaben mit gestuften Lernhilfen dar. Da es sich hierbei um eine relativ neue Methode handelt und daher noch nicht vielen Menschen geläufig ist, möchte ich mit diesem Werk dazu beitragen, dieses Aufgabenformat bekannter zu machen und die möglichen konstruktiven Effekte durch den Einsatz auf den Unterricht zu erörtern. Es soll zuerst kurz erklärt werden, was man generell unter einer Unterrichtsmethode versteht. Anschließend wird dieses Aufgabenformat in all seinen Facetten beschrieben, ausgewertete Studien darüber vorgestellt und ein Zusammenhang zu den vorhergehenden Themen so gut wie möglich hergestellt. Zum Schluss werde ich noch Beispiele liefern, wie diese Aufgaben in der Praxis aussehen könnten, um den Lesern und Leserinnen neben den theoretischen Ausführungen auch ein greifbareres Bild zu vermitteln, wie sich diese Methode in der Praxis verwirklichen lässt. Dabei werde ich mich auf eine gängige Aufgabe aus der Literatur und eine, die ich selbst aus der Vorlage einer Schulbuchaufgabe nach dem vorgestellten Aufbauschema weiterentwickeln möchte, beziehen und deren Potenzial in der Weiterentwicklung beziehungsweise Abänderung beleuchten. Damit soll auch gezeigt werden, dass sich mit ein wenig Kreativität und einigen Überlegungen viele Beispiele mit dieser Methode umbauen lassen.

## **2 Differenzierung in Schule und Unterricht**

In den folgenden Kapiteln wird genauer auf den Begriff der Differenzierung in der Schule eingegangen und erörtert, wie es zu dieser Entwicklung gekommen ist. Damit soll dazu beitragen werden, dass sich mehrere Menschen mit dieser Thematik auseinandersetzen, ein gefestigteres Verständnis dafür entsteht und möglicherweise der Wert dieses Sachverhalts zur Einbeziehung in den Unterricht erkannt wird.

### **2.1 Definition und Einteilung**

Das Wort Differenzierung stammt von dem lateinischen Wort *differentia* ab, was so viel wie Unterschied oder Verschiedenheit bedeutet. In der Fachliteratur gibt es mehrere Definitionen dafür, für diese Diplomarbeit wird jene von Bönsch (1995: 21) herangezogen:

„Unter Differenzierung wird einmal das variierende Vorgehen in der Darbietung und Bearbeitung von Lerninhalten verstanden, zum anderen die Einteilung bzw. Zugehörigkeit von Lernenden zu Lerngruppen nach bestimmten Kriterien. Es geht um die Einlösung des Anspruchs, jedem Lernenden auf optimale Weise Lernchancen zu bieten, dabei die Ansprüche und Standards in fachlicher, institutioneller und gesellschaftlicher Hinsicht zu sichern und gleichzeitig lernorientiert aufzubereiten.“

Hierbei kann man aus dem ersten Teil herauslesen, dass differenzierter Unterricht auf mehreren Ebenen gestaltet wird. Einerseits geht es um die unterschiedlichen Möglichkeiten in der Darbietung, das heißt, dass die Lehrkraft die Einheiten so vorbereiten muss, dass differenzierter Unterricht möglich wird und die Schüler und Schülerinnen auf verschiedene Arten die Lerninhalte konsumieren können. Diese Ebene wird in der Literatur auch als „Innere Differenzierung“ bezeichnet, weil es sich um Tätigkeiten handelt, die innerhalb der Lerngruppe aktiv werden (Bathe, Boller und Kemper 2010: 19).

So macht es im Weiteren Sinn, die Einteilung zu derartigen Lerngruppen als „äußere Differenzierung“ zu bezeichnen. Es handelt sich also um solche Maßnahmen, die nicht mehr innerhalb einer Klasse getätigt werden (Bönsch 2000: 113). Diese beziehen sich dabei auf den zweiten Teil von obigem Zitat, wobei die Kriterien zur Einteilung sehr unterschiedlich sein können, wie zum Beispiel Alter, Geschlecht oder Interessen. Durch die Einteilung nach einem dieser Merkmale kann in ebendiesem (aber nur in diesem) eine homogene Gruppe kreiert werden (Paradies und Linser 2001: 33). Es erscheint auch sinnvoll, die Schüler und Schülerinnen nach Schulstufen und -arten zu differenzieren, da sich bei der Gesamtanzahl der Jugendlichen eines Landes, die sich in der Sekundarstufe I und II befinden, eine große und bunte Anhäufung an verschiedensten Ausprägungen ergibt (Bönsch 2000: 39).

## 2.2 Heterogenität

Die mannigfaltigen Merkmale der Lernenden sind auch der Grund dafür, dass im Schulsystem verschiedenste Unterscheidungen getroffen werden, wie zum Beispiel voneinander abgrenzende Zweige oder Leistungsgruppen, da es so viele Verschiedenheiten unter den Schülern und Schülerinnen gibt. In der Literatur wird dies als *Heterogenität* bezeichnet, es gibt innerhalb eines Klassenverbandes „soziale, kulturelle, geschlechts-, alters-, interessen- und leistungsbezogene Unterschiede [...]“. Heterogenität wird häufig als Streuung um eine fiktive Norm bzw. als eine Differenz dazu definiert und ist damit immer kontextbezogen“ (Bathe, Boller und Kemper 2010: 15). Aber nicht nur auf Grund der Heterogenität, sondern auch wegen der Komplexität, die diese mit sich bringt, ist eine Differenzierung vorzunehmen, um die Probleme, die bei Nichtbeachtung entstehen können, zu minimieren (Bönsch, 2000: 33). Wenn man die Unterschiede im Lernen und in den Leistungen der Jugendlichen ignoriert und alle an einem Durchschnittsideal misst, geht die Schere zwischen leistungsstarken und -schwachen Schülern und Schülerinnen noch weiter auf (Buholzer und Kummer Wyss 2010: 82). Von einer Beseitigung kann aber nie die Rede sein. Daher stellt sich für guten Unterricht die Frage, wie man trotz dieser Verschiedenheiten eine erfolgreiche Lernumgebung für jeden Schüler und jede Schülerin gestalten kann (Bönsch 2011: 1).

Eine der Möglichkeiten, die hier als Lösung geboten wird, ist die Zusage zu dieser Heterogenität. Man soll sich dieser nicht nur bewusst sein, sondern sie akzeptieren und zu einem positiven Vorteil nutzen und nicht als Belastung sehen (Bernard, Lau und Wäcken 2010: 40). Viele Arten der äußeren beziehungsweise inneren Differenzierung zielen darauf ab, die Homogenität in mindestens einem Merkmal herzustellen. Jedoch kann man die Unterschiede und Verschiedenheiten auch nutzen, um zum Beispiel die leistungsstärkeren Schüler und Schülerinnen dazu einzusetzen, den leistungsschwächeren etwas zu erklären. Außerdem können sich durch die unterschiedlichen Sicht- und Herangehensweisen von den verschiedenen Jugendlichen neue Wege beim Lösen eines Problems ergeben, wodurch wiederum voneinander gelernt werden kann (Hahn 2010: 32).

Bönsch (2011: 60-63) sieht dies ebenso mit der Wahrnehmung und Wertschätzung der Heterogenität und geht noch einen Schritt weiter: Seiner Meinung nach sollte die derzeit übliche Form der Klassenverbände als Form der äußeren Differenzierung langsam fallen gelassen werden, da die Kinder erst dann optimal gefördert und gefordert werden können. Ebenso kritisch betrachtet er eine Einteilung der Schulkinder nach ihrer Fachleistung, ähnlich zu Leistungsgruppen in der noch vorhandenen Hauptschule, die sehr rasch durch die Zuordnung

in verschiedene Niveaus dazu führen kann, dass die Jugendlichen sich im System nicht mehr flexibel bewegen können, vor allem nicht nach oben hin (Bönsch 2011: 71-72).

Eine andere Idee, wie man mit der anzutreffenden Heterogenität umgehen kann, wendet sich der individuellen Förderung aller Schüler und Schülerinnen zu. Diese sollen durch den auf ihre Schwächen zugeschnittenen Unterricht genau richtig gefördert werden (Bathe, Boller und Kemper 2010: 18). Dies ist außerdem eine der Forderungen Meyers in seinem Katalog für Kriterien, um guten Unterricht zu betreiben (Meyer 2011: 18).

Eine Beachtung der vorkommenden Heterogenität im Unterricht ist auf jeden Fall vorzunehmen und wird noch zusätzlich durch folgendes Zitat von Lessing (1729-1781) bestärkt: „Wir sind alle Blätter an einem Baum, keins dem andern ähnlich, das eine symmetrisch, das andere nicht, und doch alle gleich wichtig dem Ganzen.“ Es ist nur logisch, dass es verschiedene Ausprägungen und Merkmale bei Schüler und Schülerinnen gibt, dennoch sollten diese nicht ignoriert, sondern zum Wohle aller miteingebunden werden.

### **2.3 Möglichkeiten der inneren Differenzierung**

Für die nähere Zukunft sieht es aber nicht danach aus, dass man die Einteilung in Altersklassen aufhebt. Daher muss man sich mit anderen Möglichkeiten der Differenzierung beschäftigen, um heterogenen Gruppen eine möglichst qualitative Lernumgebung bieten zu können. Wichtig dabei ist, dass allen Schülern und Schülerinnen die Möglichkeit geboten wird, das Bestmögliche für jeden und jede von ihnen herauszuholen. Im Kontext von Heterogenität bedeutet dies aber auch, dass die Entwicklungsfortschritte sehr unterschiedlich sein können. Damit einhergehend sollte sich der Unterricht dazu wandeln, dass man das gleichschrittige Lernen auflöst, demnach alle Jugendlichen immer die gleichen Inhalte im selben Takt konsumieren müssen, dadurch aber der Unterschied zwischen den Lernschwachen und -starken größer wird. Ebenso gilt es hier, auch wenn es anfänglich schwer fallen wird, diese Entwicklung zu akzeptieren und zuzulassen, um sich danach an Differenzierungsstrategien und –methoden zu machen, die jedem Kind eine bestmögliche Lehr- und Leistungsumgebung ermöglichen sollen (Bruder und Reibold 2010: 2). Diese Idee spiegelt sich im sogenannten *adaptiven Unterricht* wieder, der darauf abzielt, „mit einer differenziellen Anpassung der Lehrstrategien (zum Beispiel durch vielfältige Formen der inneren Differenzierung) bei möglichst vielen Schülerinnen und Schülern ein Optimum an erreichbaren Lernfortschritten“ (Buholzer und Kummer Wyss 2010: 82) zu erzielen. Die Lehrperson hat damit Sorge zu tragen, dass der Unterricht an die lernrelevanten Unterschiede zwischen den Jugendlichen angepasst wird, um das oben genannte zu erreichen (Buholzer und Kummer Wyss 2010: 83).

Heintz (2003: 246-249) ist der Meinung, dass selbsttätiges Lernen einen sehr positiven Effekt bei Schülern und Schülerinnen hervorruft. Das Lernen geht dann schneller und gründlicher vonstatten und sie zeigen erhöhte Motivation, wenn sie selbst bestimmen dürfen, wie sie Lerninhalte verinnerlichen. Außerdem steigen dabei zusätzlich der Erkenntnisgewinn sowie der Ausbau der persönlichen Fähigkeiten. Trotz alledem stellt sie in Frage, ob diese Art des Lernens effektiver beziehungsweise erfolgreicher ist, als die Kinder zum Aneignen von Inhalten anzuleiten. Diese kann auf Grund der sehr komplex ablaufenden Aktivitäten in unserem Gehirn nicht eindeutig beantwortet werden, sehr wohl aber, wenn man Lernen in den Kontext der gesellschaftlichen Erwartungen setzt. Heutzutage ist es immer wichtiger, den eigenen Prozess des Lernens zu optimieren und flexibel auf verschiedene Problemstellungen zuzugehen. Das sture Aneignen von Lerninhalten verliert hingegen sehr an Wert. Daher ist es wichtig, die Jugend von heute dahingehend zu trainieren und den Unterricht danach zu gestalten. Darauf aufbauend muss auch der Lernbegriff erweitert werden: Schüler und Schülerinnen sollen nicht nur ihre Kompetenzen in den einzelnen Fächern erweitern, sondern auch eine Methodenkompetenz entwickeln, sich also eine Auswahl an verschiedenen Lern- und Arbeitstechniken aneignen sowie ihre Sozialkompetenz stärken.

### **2.3.1 Ideen von Bönsch**

Ebenso liefert unter anderem Bönsch (2011: 1) einige Aussichten, wie man die oben genannten Herausforderungen für das Lernen und Unterrichten positiv bewältigen kann. So schlägt er vor, Soziales Lernen, Selbstgesteuertes Lernen, Selbstkompetenzentwicklung und Differenzierungsstrategien in den Vordergrund zu rücken.

Soziales Lernen hält Bönsch (2011: 39) für wichtig, weil dadurch die sozialen Kompetenzen jedes und jeder einzelnen gestärkt werden und Kinder beziehungsweise Jugendliche im Weiteren gute soziale Beziehungen aufbauen können, durch die sie sich insgesamt positiv weiterentwickeln können. Zur besseren Verständlichkeit dieser Thematik hat ebendieser ein „Drei-Ebenen-Modell“ ausgearbeitet: Prinzipiell geht es im Unterricht darum, auf der Ebene der Lern- und Arbeitsprozesse „an Lerninhalten, Fertigkeiten und Kompetenzen in kognitiver, sozialer und pragmatischer Sicht“ (Bönsch 2011: 42) zu feilen. Dadurch stehen die Lehrkraft und die Lernenden miteinander in Beziehung, was die zweite Ebene in diesem Modell darstellt. Dazwischen findet sich die sogenannte Metaebene, in der man sich über die Qualität der Arbeit untereinander unterhalten sollte. Vorschläge zur Umsetzung von Sozialem Lernen sind zum Beispiel Partner- oder Gruppenarbeit als kooperative Arbeitsform (Bönsch 2011: 41-43).

Die Schüler und Schülerinnen müssen den Stoff selbst lernen, Lehrer und Lehrerinnen sollen dafür eine gewisse Verantwortung gegenüber dem Lernerfolg ihrer Schützlinge haben. Letztere können aber nur für ein Angebot an verschiedensten Methoden und Medien sorgen, um dies in geeigneten Lernsituationen zu unterstützen (Hahn, 2010: 25). „So wird Konfuzius z.B. folgender Spruch zugeschrieben (o. Q.): ‚Sage es mir, und ich vergesse es; zeige es mir, und ich erinnere mich; lass es mich tun, und ich behalte es‘ “ (Vollstädt 2004: 130). Selbstgesteuertes Lernen sieht Bönsch (2011: 46-48) daher als wichtig an. Sinnvoll wäre es, den Unterricht so zu gestalten, dass ein solcher Prozess des Selbsttuns zustande kommen kann. Hierbei muss man aber schon sehr früh ansetzen, da es für die Jugendlichen im Laufe ihrer Schulkarriere immer schwieriger wird, sich selbst zu organisieren, ihre Lernfortschritte selbst zu steuern und selbst die Verantwortung zu übernehmen, etwas zu lernen, wenn ihnen von Grund auf alles vorgekaut wird. Im derzeitigen Unterricht wird diese Variante sehr häufig im kleineren Rahmen so eingebaut, dass nach einer gemeinsamen Phase der Bearbeitung eines Themas Arbeitsblätter ausgeteilt werden, an denen die Kinder selbstgesteuert lernen sollen.

Damit einhergehend ist der Begriff der „Selbstkompetenz“ beziehungsweise die Entwicklung dieser, worunter Bönsch (2011: 54) folgendes versteht:

„Selbstkompetenz meint die Fähigkeit eines Individuums, sich selbst bewusst zu steuern und zu organisieren, das Selbst zu konstituieren und damit aus einem Zustand des Sich-gehen-lassens, des Getriebenseins, der Außenlenkung herauszukommen. Dies ist eine sehr grundlegende Aufgabe jedes Menschen.“

Boller und Lau (2010: 9) sehen die Unterstützung der Entwicklung dieser Kompetenz auch als eine der Hauptaufgaben der Schule an.

### **2.3.2 Innere Differenzierung als Landschaft**

Bathe, Boller und Kemper (2010: 20) vergleichen die innere Differenzierung mit einer Landschaft, in der die Berge für „die theoretischen Hintergründe für die Methoden der inneren Differenzierung“ stehen (siehe Abbildung 1). Diese Gebirge haben auch wissenschaftliche Namen, nämlich Konstruktivismus, Neurodidaktik, Dialogisches Lernen, Kooperatives Lernen und Selbstständiges Lernen.



Abbildung 1: „Die Landschaft der inneren Differenzierung“ (Bathe, Boller und Kemper 2010: 20)

Der Konstruktivismus ist eine Lerntheorie darüber, wie wir Menschen neue Inhalte verinnerlichen. Der Kern dieses Modells besagt, dass neue Erkenntnisse auf Grund unseres Vorwissens konstruiert werden. Ein wichtiges Merkmal dieses Modells ist, dass der Konstruktionsvorgang individuell verläuft. Daher geht der Wissenserwerb optimal über die Bühne, „wenn die Lernenden an ihren individuellen Vorkenntnissen, Interessen, Werten, Überzeugungen und Mustern ansetzen und eine eigene Perspektive auf den Lerngegenstand entwickeln können“ (Bathe, Boller und Kemper 2010: 21). Daraus folgt also für die innere Differenzierung, dass der Unterricht handlungsorientiert und individualisierend gestaltet werden soll (Bathe, Boller und Kemper 2010: 20-21).

Die Neurodidaktik baut auf Grund neurowissenschaftlicher Erkenntnisse Bildungskonzepte auf, die gewisse Parallelen zur Idee des Konstruktivismus, wie „individuelle Zugänge und Niveaus“ (Bathe, Boller und Kemper 2010: 21), beinhalten. Hier wird aber vor allem ein großes Augenmerk auf die Auswirkungen von Motivation und Emotion auf das Lernen gelegt. Für den Unterricht wird eine Öffnung der Lernumgebung gefordert, da nicht alle Schüler und Schülerinnen die gleichen Inhalte zur gleichen Zeit konsumieren können (Bathe, Boller und Kemper 2010: 21). Leuders (2003: 41-42) folgert auf Grund der Errungenschaften in der Neurobiologie ganz allgemein, dass man den zu lernenden Stoff so darbietet, dass er durch verschiedene Sinnesorgane wahrgenommen wird, also mit Augen, Ohren und Händen.

Außerdem sollen die Inhalte zu verschiedenen Kontexten in Verbindung gebracht werden, um so die Aktivierung später leichter zu machen.

Weiters sollen Lehrende und Lernende über die Stoffgebiete in Dialog beziehungsweise in Kommunikation auf Augenhöhe miteinander treten und Rückmeldungen geben. Dabei ist es jedoch für die Struktur der Interaktion wichtig, dass jede Person ihre eigene Stellung einnimmt, auch wenn das bedeutet, dass die Konversation mit einem Wissensgefälle auf den verschiedenen Seiten konfrontiert ist (Bathe, Boller und Kemper 2010: 21-22). Kommunikation ist schließlich auch einer der bestimmenden Faktoren im Unterricht, durch die Inhalte dargeboten, erhalten und untereinander ausgetauscht werden können, ganz gleich ob zwischen Lehrenden und Lernenden oder zwischen den Kindern selbst. Durch Sprache können Prozesse des Lernens initiiert beziehungsweise ebenso beobachtet werden (Franke-Braun 2008: 27). Es ist immerhin für die Lehrkraft schwierig genug im Vorhinein, ohne Kenntnis über den Wissens- und Kompetenzstand der Schüler und Schülerinnen, Anforderungen an diese zu stellen. Die Dialogische Didaktik macht sich dies zu Nutzen und baut es positiv in das Lehrkonzept ein. Gerade am Anfang eines neuen Themengebietes bieten sich offene Aufgaben (siehe Kapitel 3.3.3) an, sodass jedem Kind die Chance gegeben wird, so viel wie möglich von dem Vorwissen und den eigenen Gedanken zu diesem Inhalt preiszugeben. Die Lehrperson muss anschließend herausfiltern, nach welchen Konzepten die Schüler und Schülerinnen gehandelt haben und demnach die Qualität ihrer Handlung bestimmen (Winter 2008: 127). Damit darf es aber nicht enden. Wichtig beim Dialogischen Lernen ist es, aus den oben angesprochenen Rückmeldungen Konsequenzen zu ziehen und sich selbst zu verbessern. Die Jugendlichen müssen durch den Unterricht erfahren, dass sie ihre Kompetenzen prinzipiell, aber auch über mehrere Stationen verbessern und entwickeln können, was durch Dialogisches Lernen gefördert wird. Die Lehrperson muss für dieses Konzept allerdings dazu fähig sein, Arbeiten und gelöste Aufgaben der Lernenden nicht sofort zu korrigieren, zu kommentieren beziehungsweise zu bewerten. Es soll immerhin das Hauptaugenmerk auf die Möglichkeiten der Entwicklung und nicht auf die vorkommenden Mängel gelegt werden. Die Lernenden sollen zuerst für sich selbst und anschließend in der Gruppe oder auch nur mit der Lehrkraft zusammen eine Diagnose erarbeiten. Da dies aber insgesamt ein sehr zeitintensives Konzept darstellt, wird es eher für Kompetenzen empfohlen, die unabdingbar für das jeweilige Fach sind und beispielhaft erarbeitet werden sollen (Ruf und Winter 2006: 59). Eine mögliche Implementierung der Selbst- beziehungsweise Partnerdiagnose in den Unterricht kann durch sogenannte Diagnosebögen, welche im schwedischen Schulsystem seit 2001 gang und gäbe sind, gelingen (Reiff 2006: 68-69).

Ähnlich, schon wie Bönsch davon überzeugt ist, Soziales Lernen in den Vordergrund zu rücken, wird auch bei Bathe, Boller und Kemper (2010: 22) auf die Wichtigkeit des Kooperativen Lernens und in weiterer Folge auf eine Konzentration auf das Arbeiten miteinander hingewiesen. Dies soll hierbei aber nicht nur auf Gruppenarbeiten minimiert werden, vielmehr geht es um die Fähigkeit, sich innerhalb einer Gruppe konstruktiv einfinden zu können, um so am Ende auf eine gemeinsame Lösung zu kommen.

Zu guter Letzt wird auch bei diesen Autoren von Selbstständigem Lernen als Möglichkeit der inneren Differenzierung gesprochen, was gewisse Ähnlichkeiten zum Selbstgesteuerten Lernen aufweist. Die Lernenden sollen selber entscheiden, welche Aufgaben sie bewältigen wollen, den Arbeitsvorgang selbst sowie gegebenenfalls die Gruppendynamik organisieren und in eigener Verantwortung ihre Leistung kontrollieren können. (Bathe, Boller und Kemper 2010: 22)

## **2.4 Folgen für den (Mathematik-)Unterricht**

Die Mathematik als Wissenschaft ist oftmals dadurch gekennzeichnet, durch logische Argumentation präzise und klar etwas herzuleiten. Daher sehen sich viele Lehrer und Lehrerinnen dieses Faches dazu veranlasst, die Inhalte für die Schüler und Schülerinnen zu strukturieren und anschließend zu präsentieren, wobei es meist im Verlauf immer schwieriger wird. Dadurch kann es leicht passieren, die Mathematik auf eine „Sammlung von Regeln und Algorithmen“ (Hußmann 2004: 3) zu reduzieren, die sich kaum in brauchbaren Kontexten finden. An diesem Punkt verliert man aber die Schüler und Schülerinnen. Sie können dieses Fach nicht als mächtiges Werkzeug erkennen, mit dem sich sowohl Probleme modellieren und lösen, als auch die Ergebnisse dieser logisch argumentieren lassen. Ausweg dafür könnte eine Forcierung von Unterricht sein, der Selbstgesteuertes Lernen fördert und als zentrales Anliegen sieht (Hußmann 2004: 3).

Für den Mathematikunterricht sieht Leuders (2001: 78) ebenso gerade durch Erkenntnisse des Konstruktivismus eine Ermutigung dazu, Arbeitsformen zu wählen, bei denen die Aktivität und selbstständige Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten auf Seiten der Schüler und Schülerinnen hoch sind. Zech (1977: 47) folgert aus den eben genannten Überlegungen zur Differenzierung für den Mathematikunterricht, dass das verwendete Material, bei dem er sich hauptsächlich auf Schulbücher bezieht, überdacht werden sollte. Es sollten seiner Meinung nach Texte eingesetzt werden, die manche Schüler und Schülerinnen selbstständig bearbeiten können, sodass sich die Aufmerksamkeit der Lehrkraft auf die übrigen Kinder konzentrieren kann.

Um die oben genannten Vorschläge in den Unterricht einbauen zu können, wird von Leuders (2001: 148-149) geraten, mehrere Methoden in das Unterrichtsgeschehen einzubauen. Neben einer vielfältigen Gestaltung der Einheiten, kommen positive Resonanzen aus konstruktivistischer Sicht hinzu. Demnach kann eine Fülle an Unterrichtsmethoden aussichtsreiches Lernen ermöglichen, wenn sowohl selbsttätige als auch instruierte Lernprozesse flexibel und situationsbedingt angesprochen werden. Besitzt man als Lehrkraft eine gewisse Sammlung von Methoden, kann man mindestens eine finden, die zu den entsprechenden Lernsituationen optimal passt. Hahn (2010: 25) ist ebenfalls der Meinung, dass Lehrer und Lehrerinnen über eine große Anzahl an verschiedenen Methoden verfügen müssen, mit denen sie die Lerneinheiten angepasst an die Situation strukturieren können. Dadurch soll den Schülern und Schülerinnen gewährleistet werden, dass sie „ihre Stärken entfalten, ihre Schwächen kompensieren und unterschiedliche Zugänge, Lernvoraussetzungen, Interessen und Motivationen einbringen können“ (Hahn 2010: 25). Trotzdem warnt er vor einem „Methodenfetischismus“ (Hahn 2010: 35): Ein dauerndes Einsetzen von verschiedensten Methoden ohne reflektierte Verbindung zu den Beabsichtigungen, Themengebieten und Resultaten des Unterrichts wird nicht zu dem gewünschten Lernprozess führen.

In der Einleitung zu diesem Thema ist kurz erwähnt worden, dass es einigen Lehrern und Lehrerinnen nicht leicht fallen könnte, ihren Unterricht durch verschiedenste Ansätze differenziert zu gestalten. Woran dies liegen könnte, machen Bernard, Lau und Wäcken (2010: 37-48) daran fest, dass die derzeit gegebenen Rahmenbedingungen in der Schule es erschweren, den Unterricht dahingehend zu verändern. Ebenso bedeutet dies meist einen zusätzlichen Aufwand, den die Lehrkräfte betreiben müssen, um ihre Einheiten umzubauen, diese schließlich flexibel auf die verschiedenen Gegebenheiten durchzuführen und auszuwerten. Oftmals sind die Adressaten auch noch gar nicht so weit, selbstständig zu arbeiten und zu lernen, da es im derzeitigen Regelunterricht nicht oft vorkommt, dass sie diese Kompetenzen erwerben beziehungsweise weiterentwickeln können. Es müsste sich hier also auch eine gewisse Grundhaltung der Lehrer und Lehrerinnen „bezogen auf die Heterogenität einer Lerngruppe“, „diagnostische Kompetenzen“ und „Professionswissen und didaktische Expertise“ (Bernard, Lau und Wäcken 2010: 38) ändern, sodass sie bereit und offen dafür sind, ihren Unterricht differenziert umzugestalten. Meistens entwickelt sich diese Änderung und Aneignung der benötigten Kompetenzen sogar dadurch, dass sie mit verschiedenen Methoden, die einen differenzierten Unterricht versprechen, arbeiten und so diese neuen Möglichkeiten besser kennenlernen. Auch diese Autoren kommen zu dem Schluss, dass es vor allem wichtig ist, den Unterricht nach dem Prinzip des Selbstgesteuerten Lernens zu gestalten. Dafür bedarf

es aber auf Seiten der Lehrer und Lehrerinnen der Fähigkeit, die Schüler und Schülerinnen auch selbstständig lernen zu lassen. Außerdem wird auch hier wieder von einer positiven Entwicklung des Unterrichts geredet, wenn das Repertoire an Methoden der Lehrkraft groß ist und diese sinnvoll und an den Unterricht angepasst eingesetzt werden. Differenzierung soll schließlich auch nicht heißen, dass man für jeden einzelnen Lernenden in der Klasse ein individuell zugeschnittenes Programm zusammenstellen muss. Treten bei Lehrkräften derartige Assoziationen mit Differenzierung auf, ist es nachvollziehbar, dass sie an diesem Konzept zweifeln und Angst vor einer derartigen Mammutaufgabe haben. Diesen Gedanken sollte aber entgegengesetzt werden, dass es ausreichend ist, die Gestaltung des Unterrichts auf drei verschiedene Lernniveaus abzustimmen, nämlich auf leicht, mittel und schwer. Je nach Klasse können sogar nur zwei Abstufungen berücksichtigt werden. Das Hauptaugenmerk bei dieser Aufteilung sollte immer darauf gelegt werden, dass die Schüler und Schülerinnen innerhalb eines Niveaus angepasst an die jeweiligen Voraussetzungen und Tempi beim Lernen und kognitiven Ansprüche mathematisch arbeiten können (Kleine 2012: 113).

### **3 Forderung einer neuen Aufgaben- und Methodenkultur im (Mathematik-)Unterricht**

Im vorangegangenen Kapitel ist immer wieder von der Notwendigkeit der Änderung der Aufgabenkultur sowie ein Einsetzen vielfältiger Methoden zur Veränderung des derzeitigen Unterrichts die Rede gewesen. Nachdem speziell im Mathematikunterricht Aufgaben einen zentralen Bestandteil ausmachen, ist eine Veränderung in diesem Punkt eine logische Konsequenz, um eine Qualitätsänderung in den Klassenzimmern herbeizuführen (Biermann, Wiegand und Blum 2003: 32). Dass Aufgaben einen hohen Stellenwert im Unterricht einnehmen, kann man auch daran festmachen, dass sich viele Bücher in der Didaktik damit beschäftigen, welchen Funktionen bestimmte Aufgaben nachzugehen versuchen beziehungsweise wie man passende Beispiele konstruieren kann (Franke-Braun 2008: 52). Winter (2008: 129) bringt zu diesem Thema auch einen sehr einprägsamen bildlichen Vergleich:

„Das tradierte, prüfungszentrierte Unterrichten und die dabei bevorzugten Aufgaben kann man – um ein Bild zu gebrauchen – mit einer Schmalspurbahn vergleichen. Der Weg, auf dem es dabei vorangeht, ist festgelegt, und es wird an Leistungen vorwiegend das gesehen bzw. anerkannt, was auf diesem Weg direkt weiterbringt. Demgegenüber [gibt es] Unterrichtsinstrumente und Lernarrangements [...], bei denen die Aufgabenstellung und der Umgang mit den Schülerleistungen als Sondierung zum real stattfindenden Lernen konzipiert sind. Ein solches Lernarrangement wäre vergleichbar mit einem schwer überschaubaren Gelände, in das sich eine Gruppe Lernender unter der Führung einer erfahrenen Person aufmacht, die eine Landkarte besitzt. Ein derart offenes Vorgehen lebt von anspruchsvollen, komplexen und sinnvollen Aufgaben, welche die Schülerinnen und Schüler und ihre Kompetenz – in einem weiten Sinn – herausfordern.“

In diesem Kapitel sollen Gründe für einen notwendigen Wandel der herkömmlichen Aufgabenformate und Studien, die sich mit der Änderung der Aufgabenkultur beschäftigt haben, näher beleuchtet und einen Einblick in die gängige Literatur gegeben werden. Da es vor allem für Lehrer und Lehrerinnen des Fachs Mathematik wichtig ist, über die Qualität von Aufgaben und das Ziel, welches man mit ihnen erreichen möchte, nachzudenken (Büchter und Leuders 2005: 8), werden Aufgaben an sich, deren Merkmale und deren Einsatz für den Unterricht ein wenig ausführlicher behandelt.

#### **3.1 TIMSS und PISA**

Ganz gleich mit welcher Literatur man sich zu einer neuen Aufgabenkultur beschäftigt, viele davon beginnen in ihrer Einleitung mit der Feststellung, dass spätestens seit TIMSS und/oder PISA die derzeit vorherrschende Unterrichtskultur und die damit verbundenen Aufgaben reformiert werden müssen (zum Beispiel: Biermann, Wiegand, Blum 2003: 32, Leuders

2001: 17, Stäudel und Wodzinski 2008: 183, Thonhauser 2008: 14 und viele mehr). Die bis dahingehende Auffassung, einen guten und erfolgreichen Mathematikunterricht im Land zu haben, ist eines besseren belehrt worden. Nach einem kurzen Schock über den nicht eingetroffenen Erfolg des eigenen Bildungssystems, der besonders von den Medien ausgeschlachtet worden ist, haben sich vor allem in Deutschland viele Gruppierungen gebildet, um Lösungen für das nur mittelmäßige Abschneiden der Schüler und Schülerinnen zu finden. Messner (2004: 29) spricht gar von einer „kleinen Unterrichtsrevolution“, die seit Veröffentlichung der Studienergebnisse stattgefunden hat. Selten wird jedoch in den genannten Quellen erklärt, worum es bei diesen Studien geht und welche Ergebnisse sie geliefert haben. Dies soll hier kurz zusammengefasst werden.

### **3.1.1 The Third International Mathematics and Science Study**

Die TIMS-Studie, zu Deutsch die *Dritte Internationale Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie*, wurde von der International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA) durchgeführt. Sie verglich die Unterschiede in den Leistungsniveaus der Schüler und Schülerinnen in Mathematik und Naturwissenschaften in 45 verschiedenen Staaten und untersuchte die jeweiligen Curricula (Baumert, Lehman u.a. 1997: 33). Von 1991 bis 1993 oblag die Verantwortung auf internationaler Ebene der University of British Columbia in Vancouver, ab 1993 übernahm das Boston College in den USA. In Hamburg wurden die Datensätze aufbereitet und die Stichprobenziehung beziehungsweise die Berechnung der Gewichtung dieser wurden von Stastics Canada, Ottawa und Westat Inc. überwacht. In den einzelnen Staaten gab es eigene Koordinatoren, die für die nationale Organisation zuständig waren (Baumert, Lehmann u.a. 1997: 38). Die Testaufgaben wurden zu 90 bis 95 Prozent so gestaltet, dass die Lehrpläne bis zum Ende der achten Klasse berücksichtigt wurden. Durchschnittlich waren bis zum Zeitpunkt der Studie circa 80 Prozent des getesteten Stoffs durchgenommen worden (Baumert, Lehmann u.a. 1997: 21-22).

Während der Studie fand von Oktober 1994 bis Mai 1995 auch ein intensivierter Vergleich durch eine Videostudie von Unterrichtseinheiten zwischen drei Ländern, nämlich Deutschland, Japan und den Vereinigten Staaten von Amerika, statt. Aus der Gesamtstichprobe der einzelnen Länder wurden kleinere Gruppen aus der achten Schulstufe herausgenommen und es wurde eine möglichst gewöhnliche Mathematikstunde aus der Sicht eines Schülers beziehungsweise einer Schülerin gefilmt. Anschließend wurden die Lehrpersonen zu dieser Stunde befragt (Baumert, Lehmann u.a. 1997: 53-54).

Leuders (2001: 61-64) ist der Meinung, dass die TIMS-Studie nur einen kleinen Teil von der Qualität des Mathematikunterrichts beleuchten kann, trotzdem hat sie eine Qualitätsdebatte ins Rollen gebracht, welche dadurch gesellschaftliche und politische Aufmerksamkeit genießt. Sie gilt als deskriptives Element zum Vergleich von internationalen Leistungen, enthält aber ebenfalls normative Teile, wie zum Beispiel über das Sortiment der Aufgaben. Die wichtigsten Ergebnisse liegen seiner Meinung nach in der Leistungsuntersuchung von je drei Lernendengruppen der verschiedenen Staaten nach einer international bestimmten Aufgabenauswahl. Weiters sind die unterschiedlichen Bedingungen in den verschiedenen Schulen und Unterrichtsgegebenheiten analysiert worden. Es ist nicht ausführbar, eine Rangliste der verschiedenen Länder auf Grund der Standardabweichungen zu veröffentlichen. Es ist aber durchaus möglich zu behaupten, dass Japan und Korea das Spitzenfeld anführen. Im europäischen Vergleich dazu befinden sich ein wenig darunter „die skandinavischen Länder, die Benelux-Staaten und die Schweiz“ (Leuders 2001: 62), wohingegen Deutschland und England mit den USA nur im Mittelfeld liegen. Ein Problem sieht der Autor aber darin, dass die Aufgaben nicht immer allen Lehrplänen der verschiedenen Länder gerecht geworden sind. Bei Deutschland führt er als Beispiel die fehlenden Fertigkeiten in Stochastik an. Außerdem hat sich die Gesamtzeit von Mathematikunterricht stark unterschieden. In Relation konnte man aber auch gewisse Stärken und Schwächen von deutschen Schülern und Schülerinnen herauslesen: Werden Aufgaben mit „offenen, problemhaltigen [und] ungewohnten Kontexten“ (Leuders 2001: 63) gestellt, die einerseits Kompetenzen aus mehreren Fachgebieten und andererseits mehrschrittige Ergebnisse fordern, schneiden sie schlechter ab. Handelt es sich im Gegenzug um Beispiele, bei dem mechanisches Abarbeiten des Auftrags und Faktenwissen geprüft werden und die derart einfach sind, dass man sie mit Alltagswissen lösen kann, fällt es ihnen leichter, auf das Ergebnis zu kommen. Daher müssen von dieser Studie ausgehend einige Änderungen im Mathematikunterricht vorgenommen werden, von denen angenommen wird, dass sie eine Verbesserung bringen. Es wird gefordert, dass die Beispiele in vielschichtige Kontexte, die der Welt nahe sind und mehrere Lösungswege zulassen, gebettet werden und sich auch anbieten, kooperativ gelöst zu werden. Die Schüler und Schülerinnen müssen im Sinne des Konstruktivismus mehr von selbst lernen und sich aktiv Inhalte aneignen. Sie müssen ihre Problemlösekompetenzen verbessern und Querverbindungen zu anderen Themengebieten herstellen können.

Die eben genannten Ergebnisse spiegeln sich in der Videostudie auch wieder, hier hat man aber eine Möglichkeit, die Situation im Klassenzimmer genauer zu analysieren und Gründe für das Abschließen der drei teilnehmenden Länder zu suchen. Demnach hat man festgestellt, dass der

Mathematikunterricht nach verschiedenen, ländertypischen Skripten abläuft, denen jeweils eigene Modelle vom Wissenserwerb zu Grunde liegen. In Deutschland und den USA ist es üblich, Lernen dann als erfolgreich anzusehen, wenn eine Lösung für eine Aufgabe gefunden worden ist oder bestimmte Rechenverfahren beherrscht werden. Der japanische Mathematikunterricht orientiert sich hingegen an einem konstruktivistischen Leitbild von Lernen. Die Schüler und Schülerinnen arbeiten individuell und aktiv an ihrem mathematischen Fachwissen, um Probleme verstehen und lösen zu können. Dabei setzen sie sich mit Aufgaben auseinander, die verschiedene Lösungswege zulassen und in verschiedene Kontexte gesetzt sind (Baumert, Lehmann u.a. 1997: 226).

Seit dieser Videostudie ist klar geworden, dass sich in Deutschland eine Unterrichtsmethode etabliert hat, die vor allem Arbeiten auf Seiten der Lehrkräfte fördert und daher den Schülern und Schülerinnen Fähigkeiten beim selbstständigen Lösen von Problemen fehlen. Die Rede ist hier von der fragend-entwickelten Unterrichtsmethode, bei der die Lehrperson durch Fragen an die Lernenden angeleitet den Stoff durchnimmt. Neben gewissen Vorzügen, wie klare Vorstrukturierung der Inhalte durch die Lehrkraft, dadurch auch eine gewisse Effizienz in der Darstellung und eine zeitlich kompakte Einteilung, gibt es vor allem aus Sicht des Konstruktivismus einiges an Kritik vorzubringen. Die aktive Teilnahme am Unterricht und daher auch am Lernprozess geht auf Grund der Bevorzugung einer rezeptiven Lernkultur stark zurück. Oftmals wird durch die gewählten Fragen auf nur eine bestimmte Antwort abgezielt, ein Mehr an Lösungswegen wird nicht gefordert beziehungsweise gefördert. Dem individuellen Lernen kann hierbei auch nicht Rechnung getragen werden, da der Lehrer oder die Lehrerin das Voranschreiten im Stoffgebiet bestimmt. Ihren Ursprung hat diese Methode im „sokratisch-genetische[n] Prinzip“ (Leuders 2001: 145), dessen Ziel es ist, durch passend platzierte Fragen Anreize und strategische Hilfen im Denkmuster zu schaffen, sodass die Schüler und Schülerinnen von selbst auf die Idee kommen. Diesem Idealbild kann aber in einer heterogenen Klassengemeinschaft mit unterschiedlich vorkommenden Motivationsstufen nicht gerecht werden (Leuders 2001: 142-145).

Als Reaktion auf die TIMS-Studie ist ein Projekt zur *Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts*, in abgekürzter Form als SINUS bekannt, entstanden. Von 1998 bis 2003 wurde dieses Programm durchgeführt. Im Anschluss daran lief es mit dem Projekt SINUS-Transfer weiter, welches sich hauptsächlich mit der Entwicklung einer neuen Aufgabenkultur beschäftigt hatte. Die Lernaufgabe (siehe Kapitel 3.2) ist dadurch ins Zentrum der Überlegungen gerückt, wodurch es zum Beispiel zur Entstehung von offenen

Beispieltypen im Mathematikunterricht gekommen ist (Franke-Braun 2008: 59-61). Auf die Weiterentwicklung der Aufgabenkultur wird in Kapitel 3.3 näher eingegangen.

### **3.1.2 Programme for International Student Assessment**

Die Abkürzung für PISA bedeutet im Deutschen so viel wie *Programm zur internationalen Schülerbewertung* und wird von der Organisation für wirtschaftliche Zusammenarbeit und Entwicklung (OECD) ausgeführt. Alle drei Jahre werden in 32 Staaten periodisch andere Schwerpunkte der Qualitätsüberprüfung von Schulen gesetzt: 2000 stand die Lesekompetenz im Fokus, 2003 die mathematische und drei Jahre darauf die naturwissenschaftliche Grundbildung. Während aller Testungen werden auch noch „fächerübergreifende Kompetenzen“, wie „Merkmale selbstregulierten Lernens und Vertrautheit mit Computern“ (Baumert, Stanat und Demmrich 2001: 15-16), geprüft. Kontrolliert werden alle Schüler und Schülerinnen im Alter von 15 Jahren, wobei es ganz gleich ist, ob sie verschiedenen Schulstufen angehören. Damit sollen Grundfähigkeiten erfasst werden, die nach der Auffassung der OECD die Jugendlichen nach Abschluss der Pflichtschulzeit zu einem Leben führen sollen, das sowohl aus persönlicher als auch aus wirtschaftlicher Sicht angemessen und für eine aktive Mitwirkung aus gesellschaftlicher Sicht notwendig ist (Baumert, Stanat und Demmrich 2001: 15-17).

Auch die PISA-Studie hat noch einmal aufgezeigt, dass Lernen individuell gestaltet werden muss. Schüler und Schülerinnen sollen kognitiv aktiviert werden und auch selbsttätig ihren Wissensschatz vergrößern. Der Unterricht sollte daher durch mehrere abwechselnde Methoden gestaltet werden, sodass die verschiedenen Lerntypen unter den Jugendlichen berücksichtigt werden. Generell wird seit PISA darüber nachgedacht, altersgemischte Gruppen in der Schule einzuführen und vermehrt auf „offene und handlungsorientierte Unterrichtsformen“ (Vollstädt 2004: 132) zu setzen. Es muss sich auch im Schulalltag eine selbstständige Reflexion auf Seiten der Schüler und Schülerinnen über ihren Lernprozess und über eventuell begangene Fehler etablieren. Fehler werden oftmals als etwas Negatives gewertet und daher wird versucht, sie so schnell wie möglich auszumerzen. Dabei geben doch genau diese Rückschlüsse auf die individuellen Lernprozesse und Anhaltspunkte zum Nachbessern. Ebenso wie bei TIMSS zeigte auch diese Studie auf, dass Schwierigkeiten beim Bearbeiten von Aufgaben auftreten, die nicht nur Fakten und Begriffe abfragt oder mechanische Rechenwege zur Lösungsfindung erlauben. Die neuen Aufgaben sollen aber deswegen nicht unendlich kompliziert und kaum lösbar sein. Es kann auch mit simplen Aufgaben aus dem Alltag, die dazu motivieren, ein Ergebnis zu finden, viel erreicht werden (Vollstädt 2004: 128-134).

### 3.2 Merkmale von Aufgaben

Aufgaben lassen sich an einigen Merkmalen festmachen beziehungsweise unterscheiden. Sie sollen immerhin unterschiedliche Funktionen erfüllen. Einerseits können sie dazu dienen, etwas durch Wiederholung einzuüben oder zu vertiefen. Andererseits öffnen sie Türen, hinter denen sich bislang unbekannte Anwendungsmöglichkeiten für bereits Erlerntes verbergen. Manche Aufgaben sollen die Kreativität der Schüler und Schülerinnen fördern, andere wiederum sollen nur testen, ob sie sich bereits mit dem Inhalt auseinandergesetzt haben und diesen verständig einsetzen können. Einige Aufträge sind so gestellt, dass sie herausfordernd genug für eine Person sind, andere bieten sich dazu an, diese in einer Gruppe durch Kommunikation untereinander zu bearbeiten. Schließlich sollen sie ebenso als Feedback dienen, um den Lernenden rückzumelden, wo sie gerade stehen (Stäudel 2003: 16). All dies ist eine grobe Einteilung der möglichen Eigenschaften und Varianten von Aufgaben, deren es genauerer Definitionen bedarf.

Thonhauser (2008: 13) definiert Aufgaben *„als spezifische unterrichtliche Merkmale bzw. zur Evaluation des Unterrichtsertrages“*. Aufgaben sollen also einerseits zum Unterrichtsgeschehen beitragen, sodass die Schüler und Schülerinnen das neu gelernte Wissen einüben können, andererseits stehen sie auch als Prüfungsmöglichkeit zur Verfügung. Außerdem sollen sie durch ihren Wert an der Möglichkeit des Bildungserwerbs dazu beitragen, den vorgegebenen Lehrplan zu unterstützen und durchzubringen (Thonhauser 2008: 13-14).

Für Jacobs (2008: 99) sollen Aufgaben Lernanregungen sein, sie sollen die Lernenden durch geeignete Fragestellungen mit den Lehrzielen konfrontieren und dadurch eine Auseinandersetzung mit den anzueignenden Inhalten herbeiführen. Schüler und Schülerinnen können in Relation zu der Lösung ihren Wissensstand einschätzen sowie gegebene Lücken festmachen und durch erneute Beschäftigung diese minimieren oder gar eliminieren. Aus dieser Sichtweise zu Aufgaben erscheint es logisch, dass für Jacobs diese im Großen und Ganzen aus Fragen bestehen, die dann zusammengefasst einen Test ergeben. Als Lehrziele von Aufgaben sieht er *„einfaches Faktenwissen, Begriffs- und Regellernen, Anwendungswissen, Problemlösung und kreative Anforderungen“* (Jacobs 2008: 99).

Girmes (2003: 6) stellt sogar Aufgaben mit dem Wort „Lücke“ gleich. Für sie ist eine Aufgabe eine Lücke, die aber durch Bearbeitung geschlossen werden kann. Probleme hingegen bestehen meist aus einer so großen Lücke, dass sie auf den ersten Blick keine Ideen enthalten, wie man zur Schließung dieser kommen kann. Sie müssen erst in kleinere Aufgaben beziehungsweise

Lücken eingeteilt werden. Damit diese Lücken aber auch erkannt werden können, müssen Aufgaben eine Verbindung zu unserer wahrnehmbaren Welt haben (Girmes 2003: 6-8).

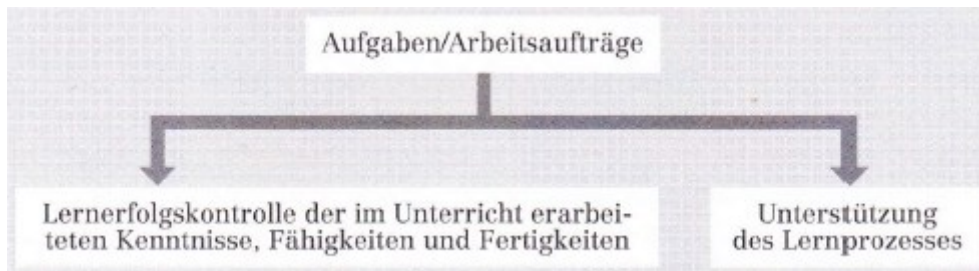
Fuchs und Blum (2008: 135) sehen Aufgaben im Mathematikunterricht „als Aufforderung zur gezielten Bearbeitung eines eingegrenzten, mehr oder minder problemhaltigen Themas“ an. Ebenso wie Thonhauser (2008: 13-14) sind sie der Auffassung, dass Aufgaben speziell in Mathematik als Vermittler zwischen den Erwartungen des Gesetzgebers und der Gesellschaft auf der einen Seite und der Praxis in der Schule in Form von Tätigkeiten von Lehrenden und Lernenden auf der anderen Seite fungieren sollen (Fuchs und Blum 2008: 135).

Wie im obigen schon zu lesen ist, werden Aufgaben dahingehend charakterisiert, ob die Schüler und Schülerinnen damit lernen oder eine Leistung erbringen sollen. Daher unterscheidet man in der Literatur zwischen Lern- und Leistungsaufgaben. Erstere sollen bei den Lernenden dafür sorgen, dass ein Bildungsprozess ausgelöst wird, sodass sie gewisse Inhalte und Kompetenzen, welche auch die Anforderungen der Aufgabe bestimmen, erwerben können. Die Anforderungen dürfen aber sehr wohl auch über das angestrebte Maß hinausgehen. (Winter 2008: 117). Weiters sollen sie laut Thonhauser (2008: 15-16) den sehr komplexen Prozess des Lernens und die Lernumgebung positiv beeinflussen und unterstützen. Da diese von immer wieder anders aussehenden Bedingungen geprägt werden, wie zum Beispiel „wer lernt, mit welchem Grad von Bewusstheit gelernt wird, was bzw. auf welches Ziel hin gelernt wird“ (Thonhauser 2008: 16) und viele mehr, bedeutet dies für die Qualität von Aufgaben eine große Herausforderung. Ein wichtiges Kennzeichen von Lernaufgaben ist außerdem, dass diese nicht unbedingt so konzipiert sein müssen, dass Lernen systematisch nach den Regeln des Unterrichtens organisiert vonstattengeht, sondern vielmehr ein Lernprozess angeregt wird. Büchter und Leuders (2005: 14) schreiben über die Auswirkungen von Lernaufgaben an die produzierte Lernsituation, dass in ihr Schüler und Schülerinnen Fehler machen dürfen, um aus ihnen lernen zu können, wie es auch schon Vollstädt (2004: 128-134) gefordert hat. Sie sollen ohne Bewertungen der Lehrkraft selbstständig arbeiten können. Aus der Definition von Flechsig (2008: 241) ist noch hinzuzufügen, dass Lernaufgaben ebenso das bereits Erlernte aktivieren und ganz im Sinne des Konstruktivismus neues „Wissen und Kompetenzen aus internen Wissensquellen [...] erzeugen“ sollen.

Leistungsaufgaben hingegen sollen den derzeitigen Wissens- und Kompetenzstand der Lernenden feststellen und anhand eines Bewertungsmaßstabs vergleichen und bewerten (Winter 2008: 117). Bei dieser Art von Aufgabe sollten nach Büchter und Leuders (2005: 14)

Fehler vermieden werden, es geht vielmehr um das Beweisen des angelernten Könnens. Die Arbeitsaufträge müssen hierbei klar formuliert sein und eine objektive Bewertung zulassen.

Die Unterscheidung dieser beiden Aufgabentypen wird noch einmal in Abbildung 2 dargestellt beziehungsweise zusammengefasst, wobei der rechte Pfad Lernaufgaben und der linke Weg Leistungsaufgaben entsprechen:



*Abbildung 2: Aufgabenfunktion (Müller 2006: 235)*

Einem weiteren Merkmal von Aufgaben, dem sich Astleitner (2008: 65-66) zuwendet, ist die Schwierigkeit dieser. Damit ist gemeint, wie hoch die Wahrscheinlichkeit ist, mit der diese Aufgabe gelöst werden kann. Je geringer eine Aussicht auf Erfolg von vornherein gegeben ist, umso schwieriger ist die Aufgabe einzustufen. So kann dieses Merkmal dazu benutzt werden, innerhalb der Klasse differenziert zu unterrichten, da man auf individuelle Lernbedürfnisse Rücksicht nehmen sollte und die verschiedenen Lernprozesse der Jugendlichen anpassen und steuern muss. Astleitner (2008: 69) gibt auch eine Formel zur Berechnung der „objektiven Aufgabenschwierigkeit“ an: Die Anzahl der Jugendlichen, die diese Aufgabe richtig gelöst haben, muss durch die Anzahl aller Schüler und Schülerinnen der Klasse dividiert werden. Anschließend wird dieses Ergebnis mit 100 multipliziert, um die Prozentzahl zu bekommen, die den Schwierigkeitsgrad bestimmt. Meistens spricht man von leichten Aufgaben, welche einen Wert weit über 50 Prozent erreichen, mittelschwere sind um 50 Prozent angesiedelt, während schwere weit unter 50 Prozent liegen. Es werden aber in der Literatur verschiedene Grenzen angegeben. Ebenso können zur Spezifikation des Schwierigkeitsgrades aber auch sehr wichtige Beobachtungen der Lehrkraft bei der Bearbeitung der Aufgabe durch die Lernenden miteinbezogen werden, wie zum Beispiel „Fehler, die bei der Lösung der Aufgabe gemacht werden; die Zeitdauer, die für die Lösung der Aufgabe verbraucht wird oder Lernhilfen, die von Schülerinnen und Schülern abgefragt bzw. eingeholt werden“ (Astleitner 2008: 69). Im Gegensatz dazu spricht Astleitner (2008: 69-70) von der „subjektiven Aufgabenschwierigkeit“, welche eine subjektive Einschätzung der Lehrkraft zu den Aufgaben meist direkt nach einmaligen Lesen der Anforderungen darstellt und nicht unbedingt mit den objektiven Daten und Ergebnissen einhergehen muss. Es kommt beim Schwierigkeitsgrad natürlich auch darauf

an, wie die Lernenden damit umgehen und welche Konzepte beziehungsweise welcher (Vor-)Wissensstand ihnen zur Verfügung steht (Winter 2008: 116). Es zeigt sich auch, dass eine Aufgabe schwieriger wird, wenn das Aufgabenformat freier wird, der Inhalt aber gleich bleibt, da die Lernenden nun im Gegensatz zu Multiple Choice Aufgaben ihre Lösungen selbst formulieren und begründen müssen (Franke-Braun 2008: 57-58).

Leuders (2001: 100-101) sieht vor allem eine große Relevanz in der Authentizität einer Mathematikaufgabe. Oftmals werden die Inhalte von Beispielen nur oberflächlich in einen Kontext gekleidet, was sehr gekünstelt wirkt. Es sollte hierbei aber nicht darum gehen, eine Aufgabe mit erfundenen Personen und Gegenständen auszuschnücken, sondern vielmehr die Art und Weise, wie eine Verbindung von Mathematik und der realen Welt möglich ist, glaubwürdig darzubringen. Damit einhergehend sieht dieser Autor eine Verbindung zur Relevanz von Aufgaben. Schülern und Schülerinnen muss es klar sein, wozu sie eine Aufgabe lösen sollen, sie müssen sich der verfolgten Ziele bewusst sein. Können die Lernenden erkennen, wozu die Mathematik fähig ist, hat die Aufgabe auch zur Bedeutsamkeit dieser Wissenschaft beigetragen.

Die im Unterricht anzutreffenden Merkmale von Aufgaben hängen laut Hascher und Hofmann (2008: 48-49) aber auch sehr stark von der Persönlichkeit und dem Unterrichtsstil der Lehrkraft zusammen, da diese gewisse Aufgabentypen, deren Schwierigkeitsgrade sowie die zutreffenden Lösungswege favorisieren. Es kommt ganz auf die Lehrperson an, welche Vorstellungen und Erwartungen mit den gegebenen Aufgaben verbunden werden. Da innerhalb der Klasse heterogene Lernvoraussetzungen anzutreffen sind, kann man davon ausgehen, dass jedes Kind eine eigene Art entwickelt, mit den Anforderungen umzugehen. Oftmals kommt es hier zu einer Abweichung von den Ideen und Absichten der Lehrkraft, was oftmals als Fehlleistung der Schüler und Schülerinnen gewertet wird. In einigen Fällen mag dies durchaus stimmen, jedoch muss immer abgewogen werden, ob es sich um einen Lösungsweg handelt, der zwar möglicherweise umständlicher oder komplizierter durchgeführt worden ist, aber trotzdem zu einem brauchbaren Ergebnis und noch viel wichtiger zu einem konstruktiven Lerneffekt führt. Hier spiegelt sich die enge Führung der Lehrperson in den Aufgaben wieder, die dann nur noch dazu benutzt werden, um ein gewisses Schema an Lernschritten einzuüben. Anzumerken ist hierbei aber, dass es zu Beginn meist doch einer engen Führung in dem Sinn bedarf, dass die Schüler und Schülerinnen eine gewisse Stütze haben und nicht mit der plötzlich auftretenden grenzenlosen Freiheit überfordert werden. Außerdem können so Arbeitstechniken von der Lehrkraft vorgestellt werden, die nach und nach von den Lernenden aufgenommen und

möglicherweise auch abgewandelt werden. Meier (2003: 114) sieht demnach als Voraussetzung für selbstständiges Arbeiten vorangegangene enge Unterrichtssituationen. Wichtig dabei ist aber, dass eine gewisse Ausgewogenheit zwischen Instruktion und Freiarbeit gefunden wird und eben nicht nur enge Führung im Klassenzimmer anzutreffen ist.

Man darf aber bei all diesen Ausführungen zu Merkmalen von Aufgaben nicht vergessen, dass die notwendige Motivation der Jugendlichen, den Auftrag lösen zu wollen, aufrechterhalten werden muss, weil immerhin mit Aufgaben von außen in den Lernprozess eingegriffen wird. Es muss mit den Aufgaben gelingen, dass die Schüler und Schülerinnen Verantwortung für ihr Lernen übernehmen, Klarheit über das verfolgte Ziel erlangen und über den Sinn und die Bedeutung der jeweiligen Lerninhalte Bescheid wissen (Bruder 2003: 12). Andernfalls versuchen Menschen oftmals Aufträgen aus dem Weg zu gehen, wenn die notwendige Motivation zur Bewältigung fehlt. Da dies aber im Kontext von Heterogenität und der angesprochenen Komplexität von Lernen sehr schwierig ist, kann als Antwort darauf nur die Gestaltung von differenzierten Lernangeboten sein (Thonhauser 2008: 16-18). Winter (2008: 121) stellt aber fest, dass sich der derzeitige Trend der Schulentwicklung hin zur Zentrierung und Normierung eher destruktiv auf die Förderung individueller Lernangebote auswirkt. Trotzdem sieht er ebenso eine starke Gegenbewegung unter den Lehrkräften und Fachdidaktikern, die vermehrt auf Lernaufgaben setzt, welche die Normung des Lernens minimieren sollen.

Nun bleibt nur noch die Frage, wann es sich um eine gute Aufgabe für den Unterricht handelt und wann das genaue Gegenteil eintritt. Büchter und Leuders (2005: 9) sind der Meinung, dass man nicht per se von guten Aufgaben sprechen kann, da diese meist unterschiedliche Ziele erreichen wollen. Vielmehr sollte es darum gehen, für die verschiedenen Absichten die am besten passenden Aufgaben zu finden. Benutzt man vermeintlich gute Aufgaben an einer falschen Stelle im Unterricht, kann ihr innewohnendes Potenzial nicht ausgeschöpft oder sogar zerstört werden (Büchter und Leuders 2005: 14).

### **3.3 Möglichkeiten für eine neue Aufgabenkultur**

Eine Möglichkeit, der im vorherigen Kapitel dargestellten Tatsache der durchgängigen engen Führung entgegenzuwirken und ein differenziertes Lernangebot zur Steigerung der Qualität zu schaffen, besteht darin, die üblichen Lern- und Aufgabenkulturen aufzubrechen. Nach Leuders (2001: 94-98) wird der Mathematikunterricht zu sehr nur auf reines Üben an Aufgaben reduziert. Dies sieht er zum Teil auch daran verschuldet, dass die verwendeten Schulbücher die Grundstruktur des Unterrichts regelrecht nach dem Schema „*Einstiegsaufgabe* –

*Übungsaufgabe – Anwendungsaufgabe*“ (Leuders 2001: 94-95) festsetzen. Weiters werden Aufgaben auch sehr gerne als Leistungsüberprüfer verwendet und wenn man sich mit Kollegen und Kolleginnen über den Unterrichtsstand austauscht, geht es oft nur um die eingesetzten Beispiele. Aufgaben können dazu verwendet werden, eine Steuerung des Unterrichtsprozesses zu bewirken sowie die Qualitätsentwicklung positiv zu beeinflussen. Durch die starke Aufgabenzentrierung scheint es also nicht verwunderlich, dass viele Lehrer und Lehrerinnen, aber auch Schüler und Schülerinnen der engstirnigen Auffassung sind, erfolgreiches Lernen von Mathematik rein ergebnisorientiert zu definieren. Dabei rücken aber Kompetenzen, die beim Bearbeiten der Aufgabe und Kommunizieren der Inhalte zum Tragen kommen, in den Hintergrund, da meist nur mechanisches Anwenden zum Finden der Lösung verlangt werden. Viel wichtiger wäre es, problemorientierter vorzugehen, sodass zum Beispiel Lösungsstrategien eingeübt und trainiert werden können, welche flexibel in verschiedenen Situationen anwendbar sind. Die Aufgaben sollen seiner Meinung nach so verändert werden, dass sie trotz allen Umbaus realistisch im Unterricht umsetzbar sind und in verschiedenen Arbeitsformen eingesetzt werden können. Es muss im Weiteren möglich sein, komplexere und zeitintensivere Beispiele in den Unterrichtsgang zur Förderung der Qualitätsentwicklung einzubauen. Es soll nach Leuders (2001: 87) eine Lernumgebung nach Vorbild des Konstruktivismus geschaffen werden: Die Schüler und Schülerinnen sollen die Möglichkeit haben, selbstständig und unabhängig von anderen arbeiten zu können. Es sollten ihr Vorwissen beziehungsweise ihre Vorerfahrungen miteinbezogen und diese mit dem neu Erlernten verbunden werden. Die Jugendlichen sollen miteinander in Beziehung treten und sich austauschen können. Sie sollen Lernen als etwas erfahren, bei dem sie Fähigkeiten erwerben, um Aufgaben zu meistern, die sie persönlich als schwierig empfunden haben.

Durch herkömmliche Schulbuchaufgaben kann eine Steigerung der Qualität im Unterricht laut Biermann, Wiegand und Blum (2003: 32-35) nicht erreicht werden, da diese meist nur auf die Aufnahme von spezifischen Kompetenzen abzielen. Viel wichtiger wäre es ihrer Meinung nach, einer Aufgabe ihr gesamtes Potenzial zu entlocken, welches in ihr schlummern kann. Dafür müssen aber meist die üblichen Formulierungen von Aufträgen „zielgerichtet“ (Biermann, Wiegand und Blum 2003: 33) geändert werden. Es sollten nämlich auch weitere Merkmale neben der Schulung von Inhalten und Kompetenzen berücksichtigt werden. Den Schülern und Schülerinnen soll es durch Aufgaben ermöglicht werden, angemessene Grundvorstellungen entstehen zu lassen und an ihren Fähigkeiten zur Modellierung von verschiedenen Situationen zu arbeiten. Dies kann zum Beispiel durch Vorgabe von Satzteilen entstehen, die die Lernenden in eine richtige Reihenfolge bringen sollen. Außerdem ist es oftmals auch möglich, reale Daten

in die Beispiele einfließen zu lassen. Zum Tragen kommt der Aspekt der Entwicklung einer Grundvorstellung, vor allem bei der Bearbeitung von Anwendungsaufgaben. Fehlt den Jugendlichen ein gewisser Grundstein in ihrem Denken, können sie oft gar nicht erfassen, worum es in der gestellten Aufgabe überhaupt geht. Weiters ist es wichtig, die Schüler und Schülerinnen kognitiv zu aktivieren. Im derzeit üblichen Regelunterricht ist es den Kindern nämlich erlaubt, über längere Zeit hinweg nur passiv dem Geschehen in der Klasse folgen zu können. So ist es ihnen aber nicht möglich, aktiv neues Wissen zu konstruieren, daher sollte vermehrt auf Einzel- oder Gruppenarbeiten gesetzt und das fragend-entwickelnde Unterrichtsgespräch so weit wie möglich minimiert werden. Zusätzlich sollen Jugendliche darin gefördert werden, (mathematisch richtig) zu argumentieren und zu verallgemeinern. Häufig kommt dies nur in einzelnen Stunden vor, in denen die Lehrperson einen komplexen Beweis meist allein herleitet. Dies kann oft schon durch eine provokante Fragestellung des gerade Durchgenommenen gewährleistet werden, da sich die Lernenden dadurch noch einmal mit dem Kern des Stoffs auseinandersetzen müssen. Bewährt hat sich außerdem laut diesen Autoren die individuelle Verschriftlichung einer Begründung, um ein Nachvollziehen zu gewährleisten. Sehr wichtig sind zudem Aufgaben, die eine Auseinandersetzung mit bereits weiter zurückliegenden Inhalten fordern und eine Vernetzung verschiedener Gebiete möglich machen. Letzteres ist außerdem von Forschungen im Bereich der Fachdidaktik und Lernpsychologie als notwendiger Baustein für aussichtsreiches Lernen deklariert worden. Ganz im Sinne von Thonhauser (2008: 16-18) sehen es auch diese Autoren als wichtig, dass Aufgaben differenzierend und individuell fördernd wirken, was oftmals durch offene Aufgabenstellungen ermöglicht werden kann, denn dabei können Lösungswege unabhängig vom Niveaustand der Lernenden entdeckt werden. Es gilt aber nicht, dass die Aufgaben umso besser sind, je offener sie gestellt werden und ganz prinzipiell kann diese Auflistung von wünschenswerten Eigenschaften nicht in jedem Auftrag stecken. Ähnlich zu dem in Kapitel 2.4 angesprochenen „Methodenfetischismus“ (Hahn 2010: 35) darf es hier nicht zu einer Überladung von Superaufgaben kommen, die alle angesprochenen Ziele zugleich ansprechen und im Endeffekt zu einer Abnützung führen können. Vielmehr sollten einzelne Aufgaben so abgeändert beziehungsweise dazu eingesetzt werden, um bestimmte Fähigkeiten nach den Bedürfnissen der Klasse zu fördern.

Zu einigen der eben angesprochenen Veränderungsmöglichkeiten und wie diese Gedanken in den Unterricht Einzug finden können, wird in den kommenden Absätzen noch näher eingegangen.

### **3.3.1 Kooperatives Lernen**

Ein Vorschlag von Hascher und Hofmann (2008: 52) zur Verbesserung des Unterrichts lautet, Lernen kooperativ zu gestalten, also in Form von Partner- oder Gruppenarbeiten, bei denen Schüler und Schülerinnen gemeinsam eine Aufgabe bearbeiten. Traub (2010: 139) definiert Kooperatives Lernen als „eine Interaktionsform, bei der zwei bis vier Personen gemeinsam und in wechselseitigem Austausch Kenntnisse und Fertigkeiten erwerben und auf ein gemeinsames Ziel hinarbeiten.“

Damit dieser Umbau aber gelingt, müssen sowohl die Lehrperson, als auch die Lernenden offen für dieses Format zugänglich sein. Meistens tragen nämlich die Skeptiker selbst dazu bei, die Lernerfolge minimal zu halten, um sich in ihrer Meinung bestätigt zu sehen, ganz nach dem Prinzip der „self-fulfilling-prophecy“ (Hascher und Hofmann 2008: 57). Hierfür sind schon einige Studien durchgeführt worden, die zur Erkenntnis gebracht haben, dass die Formulierung und die Struktur der Aufgabenstellung sehr bedeutende Faktoren darstellen: „Darunter fallen die Qualität der Zielformulierung, die Frage der Rollenverteilung in der Gruppe, die Frage der Vorgabe einer bestimmten Arbeitsstrategie sowie die Überlegung, welche Anreize den Schüler/innen gegeben werden, damit sie motiviert arbeiten“ (Hascher und Hofmann 2008: 57). Im Detail soll auf eine genaue und klare Aufgabenstellung sowie eine Überprüfung des Verständnisses für den Sachverhalt der Schüler und Schülerinnen durch die Lehrkraft geachtet werden. Die Jugendlichen müssen sich dessen bewusst sein, dass sie durch die Bearbeitung in der Gruppe einen Vorteil gegenüber der Einzelarbeit haben. Dies kann durch den Lehrer oder die Lehrerin auch durch Festlegung komplementärer Rollen gesteuert werden. Ebenso muss die Lehrperson selbst bei sehr offener Aufgabenstellung weiterhin als Unterstützer arbeiten, der jederzeit mit Rat zur Seite steht. Außerdem muss auch hier wieder die Motivation der Schüler und Schülerinnen beachtet werden. Diese kann gesteigert beziehungsweise dann hoch gehalten werden, wenn die Lernenden erkennen, dass sie durch die Bearbeitung der Aufgabe in der Gruppe Teilziele für ein größeres Lernziel erreichen (Hascher und Hofmann 2008: 55-59).

Traub (2010: 138-143) ist ebenso der Ansicht, dass es für die Schüler und Schülerinnen beim Kooperativen Lernen um ein größeres Lernziel gehen muss, dies sich aber nicht im Anfertigen eines Gruppenprodukts, wie zum Beispiel Ausfüllen eines Arbeitsblattes oder gemeinsames Erarbeiten eines Textes, manifestieren soll. Hier kann es nämlich passieren, dass vereinzelte Schüler und Schülerinnen „Trittbrett fahren“ (Traub 2004: 32), was bedeutet, dass sich diese Mitglieder der Gruppe überhaupt nicht am Geschehen beteiligen. Dies kann durch eine schlecht formulierte Aufgabenstellung ausgelöst beziehungsweise zusätzlich noch verstärkt werden.

Hier kann es also passieren, dass man sogar nachteilig in Bezug auf Umgang mit Heterogenität in der Klasse agiert, was nicht einem differenzierten Leitbild entspricht. Vielmehr soll es ermöglicht werden, in einem sozialen Kontext zu lernen, also alle Unterschiede, die von den Individuen der Gruppe mitgebracht werden, bestmöglichst einzubinden. Weiters wird durch diese Unterrichtsgestaltung ein Verständnis für und Ausleben von Demokratie erreicht, da die Jugendlichen untereinander einen Konsens für ihre Zusammenarbeit finden müssen. Startet man mit dieser Unterrichtsform das erste Mal, sollte man unbedingt das Arbeiten der Lernenden unterstützen, da diese möglicherweise nicht daran gewohnt sind. Man sollte im Vorhinein einige effektive Lehr- und Lernstrategien mit ihnen durchgehen, Gruppenregeln aufstellen und die Benotung der Arbeitsprozesse klar definieren. Mit dieser Gestaltung des Unterrichts lassen sich auch viele bereits genannte Ideen verbinden. So ist ohne eigenständiges Lernen keine Kooperation möglich, umgekehrt aber braucht man hin und wieder Unterstützung von anderen beim Lernen. Außerdem fördert es ihre Kommunikationsfähigkeiten, das Soziale Lernen sowie soziale Kompetenzen wie Hilfsbereitschaft, einen Gemeinschaftssinn oder das Gefühl des Zusammengehörens. Die Schüler und Schülerinnen sollen dadurch positiv erleben, dass man oftmals auf mehrere intellektuelle Ressourcen zurückgreifen kann, wenn man mit anderen Menschen zusammenarbeitet und man mehr Fehler entdecken beziehungsweise Probleme lösen kann, da mehrere verschiedene Blickwinkel im Einsatz sind. Man erhält Inputs von anderen, die möglicherweise zu einer neuen Erkenntnis führen, zu der man allein eventuell langsamer oder gar nicht gekommen wäre. Die Kinder können sich erfolgreiche Lernstrategien von anderen abschauen und aneignen und jene, welche besser lernen können, wenn sie Informationen kommunizieren, können dies in dem vorgestellten Format ausüben.

Wie schon zu lesen gewesen ist, stellt es für die Lehrkraft meist eine Herausforderung dar, sich bei kooperativen Arbeiten richtig zu verhalten. Hascher und Hofmann (2008: 59-60) haben aus empirischen Studien die wichtigsten Merkmale zusammengefasst. Für das selbstständige Erreichen der Lernziele ist es wichtig, dass die Lehrperson erst dann eingreift, wenn dies von einer Gruppe verlangt wird und in diesem Fall auch nur auf die gegebene Situation eingeht und nicht zu einem längeren Monolog ausholt. Außerdem sollen keine Zwischenberichte von den Lernenden eingefordert werden, da diese Konversationen dann meist nur zwischen den leistungs- und statusstärkeren Schülern und Schülerinnen und der Lehrkraft stattfindet, was die Motivation der anderen beziehungsweise der ganzen Gruppe dämpfen kann. Weiters sinkt nach einer nicht verlangten Einmischung durch den Lehrer oder die Lehrerin die Interaktion zwischen den Jugendlichen. Falls es aber einer Hilfe bedarf, so soll diese minimal ausfallen und sich nur auf den Lösungsweg konzentrieren, andernfalls können Kinder dieses Eingreifen als

Bedrohung wahrnehmen. Die Lehrperson sollte daher auch bei Gruppenarbeiten eher abseits stehen und beobachten, anstatt in der Klasse herumzugehen.

Perels u.a. (2003: 68) sehen beim Kooperativen Lernen ebenso eine Möglichkeit, dass sich Lernende untereinander austauschen können, wie sie mit ihrem derzeitigen Wissen mathematische Probleme lösen können. Die Ergebnisse können auf Plakaten festgehalten werden und sind so jederzeit in der Klasse griffbereit. Als Beispiel führen diese Autoren an, dass man sich mit prinzipiellen Problemlösestrategien auseinandersetzen und anhand von Leitfragen, wie „*Worum geht es? Was weiß ich schon? [...] Was will ich erreichen? [...] Welche Strategien könnten weiterhelfen?*“ (Perels u.a. 2003: 68), über das eigene Können selbst und anschließend in der Gruppe reflektiert werden kann. Sie sind der Meinung, dass das Stellen der richtigen Fragen der bestimmende Zugang zum Aneignen von Lernstrategien in den verschiedensten Lebenslagen ist.

### **3.3.2 Modellierungsaufgaben**

Eine weitere schon angesprochene notwendige Veränderungsmöglichkeit machen auch Fuchs und Blum (2008: 135-137) in der Vernetzung verschiedener Themengebiete und Methoden aus, um eine Qualitätssteigerung im Mathematikunterricht zu erreichen. Außerdem sind diese Autoren der Meinung, dass die Schüler und Schülerinnen durch Aufgaben kognitiv aktiviert werden sollen. Dies kann ihrer Ansicht nach dadurch geschehen, wenn die Aufgaben mehrere Lösungswege zulassen, vielfältige Kompetenzen ansprechen, verschiedene Schwierigkeitsstufen beinhalten, fächerübergreifendes und selbstständiges Arbeiten fördern und fordern und ein nachträgliches Auseinandersetzen mit dem Lernprozess inkludieren. Diese Anforderung sehen sie mit den Modellierungsaufgaben erfüllt. Darin verstehen sie Aufgaben, bei denen die Schüler und Schülerinnen mit einem Problem aus der realen Welt konfrontiert werden, welches sie in mathematische Sprache umwandeln (modellieren) sollen. Meistens geben sich derartige Aufgaben nicht mit einem einzigen Problem zufrieden, sondern sprechen gleich mehrere an, die sowohl einfach als auch komplex sein können und führen im Weiteren zu eigens gestellten Fragen beziehungsweise verschiedenen Interpretationsmöglichkeiten. Durch diese Aufgaben trainieren die Kinder ihre Problemlöse- sowie Argumentationskompetenzen und wecken deren Kreativität beim Bewältigen der Anforderungen. Außerdem hilft das Modellieren beim Lernprozess mathematischer Inhalte, welche dadurch besser verinnerlicht und verstanden werden können. Des Weiteren erfahren die Lernenden dadurch, welche Bedeutung der Mathematik in unserer Kultur und Gesellschaft zukommt, wenn sie sehen, welch mächtiges Werkzeug es zur Bewältigung verschiedener realer

Probleme darstellt, zu welchen wiederum durch Modellierungsaufgaben ein Zugang geschaffen wird. Hier bietet sich eine Verbindung zum Kooperativen Lernen (siehe Kapitel 3.3.1) an, wodurch ebenfalls die dort angesprochene Differenzierung des Unterrichts berücksichtigt wird.

Beim Modellieren selbst sollen die Schüler und Schülerinnen drei Grundarbeitsprozesse durchlaufen und verinnerlichen (siehe Abbildung 3). Zuerst wird die gegebene Situation aus der Realität durch Mathematik in ein Modell gebracht. Dies kann in mehreren Schritten erfolgen, bei dem verschieden Aspekte der Realsituation herausgenommen werden. Nachdem Ergebnisse oder Teilziele erreicht worden sind, ist es wichtig, diese zu interpretieren und in den gegebenen Kontext zu setzen. Diesem folgt der letzte Schritt, nämlich das Erkennen der Qualität des eigenen Modells. Möglicherweise muss dieses letztendlich verworfen oder verbessert werden (Büchter und Leuders 2005: 19-21).

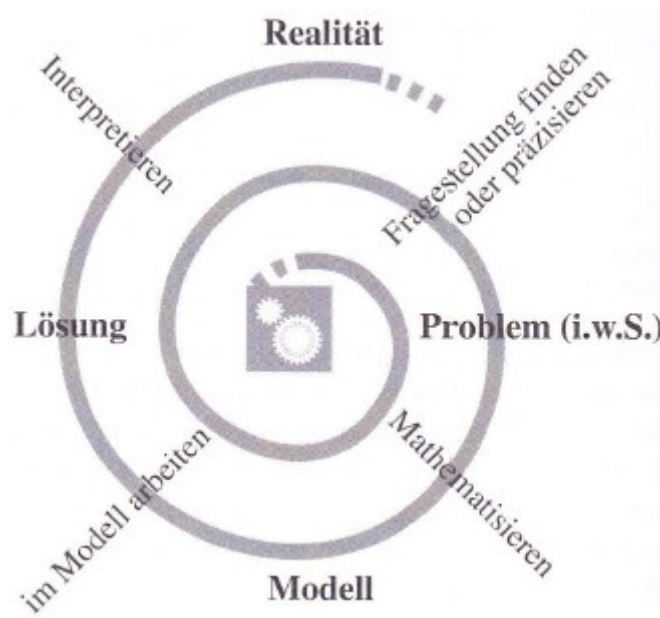


Abbildung 3: „Modellierungsspirale“ (Büchter und Leuders 2005: 76)

Büchter und Leuders (2005: 76-77) sprechen hierbei von einer „Modellierungsspirale“, in der gängigen Literatur hingegen tritt der Begriff „Modellbildungskreislauf“ auf. Diese Unterscheidung machen sie aber bewusst, da nach dem dritten Schritt („Interpretieren“) möglicherweise das verwendete Modell zwar aufgegeben, aber keineswegs wieder bei null angefangen werden muss. Man hat sich immerhin bis zu diesem Punkt mit den von der Aufgabe angesprochenen Stoffgebieten und Begrifflichkeiten auseinandergesetzt. Es ist zwar ihrer Meinung nach richtig, von einem Kreislauf beim Modellieren zu sprechen, jedoch fängt dieser nach Durchlaufen eines Zyklus meist auf einer höheren Stufe an. Hinzuzufügen sei aber noch,

dass selbst diese Abbildung nur ein Modell ist, da man auch immer wieder mit der Realsituation arbeitet, um auf Ergebnisse zu kommen.

Der Verbindung von Kooperativem Lernen und anspruchsvollen Modellierungsaufgaben schreiben Leiß, Möller und Schukajlow (2006: 89-90) eine große diagnostische und förderliche Wirkung zu. Sie sehen die Veränderung des derzeit vorherrschenden Mathematikunterrichts als noch dringlicher an. Ihrer Meinung nach ist es fast nicht möglich, mit üblichen Methoden und Aufgaben die Lernprozesse der Schüler und Schülerinnen sowie deren Stärken und Schwächen zu erfassen und sie darauf aufbauend richtig zu fördern. Daher kommt es dann meist bei Schularbeiten zu einer bösen Überraschung, wenn getestet wird, wie viel verstanden worden ist. Außerdem liefern schriftliche Prüfungen möglicherweise nur einen Rechenfehler, nicht aber unbedingt einen zugrunde liegenden falschen Gedankengang, wodurch nicht am Kern des Problems angesetzt werden kann. Die traditionellen Unterrichtsformen sollen aber nicht vollständig abgeschafft werden, diese haben auch ihre individuellen Stärken. Vielmehr müssen aber vermehrt Situationen im Unterricht geschaffen werden, an denen man die gedanklichen Prozesse der Lernenden nachvollziehen kann, sodass man eventuell vorkommende Fehlkonzepte beziehungsweise Lerndefizite aufspürt. Um an diese Informationen zu gelangen, sehen diese Autoren eine gute Möglichkeit in der Bearbeitung von Modellierungsaufgaben zu zweit oder in einer größeren Gruppe, um so durch die Beobachtung der Kommunikation untereinander einen Blick in deren Köpfe zu erhalten. Ist die Aufgabenstellung authentisch aus dem Alltag entnommen und mathematisch gehaltvoll, weckt dies die Motivation und Neugierde der Lernenden und es kann eine gehaltvolle Lernumgebung entstehen. Darin können Jugendliche selbstständig ihre Fähigkeiten aktivieren und zur Schau stellen und der Lehrkraft wird die Möglichkeit geboten, die Lernprozesse und Wissensstände durch die Gespräche zu beobachten. Vor allem kommen leistungsstärkere Gruppen meist allein mit solchen Aufgaben zurecht, wodurch mehr Konzentration auf den Rest der Klasse gelegt werden kann. Falls nun ein Problem bei der Analyse der gedanklichen Strukturen auftritt, muss die Lehrperson vor der Intervention einige Faktoren berücksichtigen. Zum einen ist der Zeitpunkt des Eingreifens zu beachten, zum anderen muss man sich überlegen, wie man die Hilfe ausführt, also zum Beispiel mit einer Gegenfrage. Weiters ist in die taktischen Überlegungen miteinzubeziehen, ob bei einem einzelnen Schüler, einer Gruppe oder gleich der ganzen Klasse helfend interveniert wird und wie weit dies in die individuellen Lösungswege eingreifen soll, also nur als kleiner Hinweis oder Instruktion dient.

Mögliche Kritikpunkte von Lehrern und Lehrerinnen, die diesem Aufgabenformat eher skeptisch gegenüberstehen, sind der Zeitdruck und eine gewisse Angst vor der Kreativität der verschiedenen Lösungswege, die möglicherweise zu Gebieten führen, mit denen die Lehrkräfte nicht sehr gut vertraut sind. Abhilfe könnten demnach Lösungshinweise schaffen, die die Schüler und Schülerinnen in eine bestimmte Richtung lenken können, also eine Art Steuerungsmittel für die Lehrenden. Dabei ist aber sehr darauf zu achten, dass die Freiheit des Beispieltyps bewahrt und nicht zu sehr eingeschränkt wird. Bei den Modellierungsaufgaben soll ein gleichberechtigtes Zusammenarbeiten zwischen der Lehrperson und den Jugendlichen ermöglicht werden. Der Lehrkraft soll aber hierbei mehr eine organisatorische Rolle zukommen, wobei bei Problemen oder Zeitnot helfend eingegriffen werden darf (Kiehl 2003: 123-125).

Wenn man als Lehrkraft eine Modellierungsaufgabe gestalten möchte, sollte man sich nach Büchter und Leuders (2005: 25-26) mit folgenden Aspekten beschäftigen: Zu Beginn benötigt man eine Situation aus dem Alltag, welche mögliche mathematische Muster, die man extrahieren kann, in sich birgt. Wichtig dabei ist, dass sie für die Schüler und Schülerinnen zugänglich sein muss, sodass sie damit arbeiten können. Man sollte sich ebenso im Vorhinein überlegen, ob dafür geeignete Modelle in der Mathematik existieren, auf die man möglicherweise auch in der Aufgabenstellung hinweisen kann. Dementsprechend sollte es auch für die Jugendlichen machbar sein, die daraus gewinnbaren Ergebnisse zu interpretieren. Mögliche Übungshilfen dafür können gegeben werden, wenn man nach Änderung von Ergebnissen bei variierenden Voraussetzungen fragt.

### **3.3.3 Gestaltung offener(er) Aufgabenformate**

Als eine Variante zur Änderung des vorherrschenden status quo lohnt es sich, wie bereits gesagt, Anforderungen von Aufgaben offen(er) zu gestalten, sodass „individuelle Problemlösung, mehr entdeckendes Lernen und (mit hoher Wahrscheinlichkeit) eine stärkere Sachorientierung im Vordergrund stehen“ (Hascher und Hofmann 2008: 51). Die Hauptidee von Unterricht ist es immerhin, dass Jugendliche neues Wissen selbstständig unter Hilfestellungen der Lehrkraft erwerben können und dieses nicht immer nur präsentiert bekommen (Hascher und Hofmann 2008: 51). Kleine (2012: 16) sieht vor allem aber ein Problem darin, wie die Gesellschaft Aufgaben im Mathematikunterricht sieht: Sie besitzen nur eine eindeutige Lösung, die so präzise wie nur möglich angegeben werden sollte. Dieses Bild sollte sich durch den Unterricht dahingehend ändern, dass Arbeiten mit Mathematik als etwas

gesehen wird, was mit viel Kreativität verknüpft ist, wodurch auch die Lösungswege sehr verschieden ausfallen können.

Die Öffnung der Aufgaben sieht Bruder (2003: 13-14) in der Variation der Nichtfestlegung von drei Komponenten einer Aufgabe: Ausgangs- und Endsituation und Transformation zwischen diesen beiden. Dadurch ergeben sich acht verschiedene Aufgabentypen, die alle ein unterschiedliches Ziel verfolgen, wobei die Extremformen die vollständig gelöste Aufgabe einerseits sowie andererseits diejenige, welche außer einem Thema zunächst nicht mehr enthält, darstellen. Haben die Aufgaben mehr Spielraum zur Konstruktion von individuellen Lerninhalten, so haben sie auch größere Chancen auf Lernerfolge. Es darf aber hier nicht nur um eine Öffnung gehen, sonst werden die Schüler und Schülerinnen bei der Möglichkeit der Ausübung vielfältiger Aktivitäten ohne festgesetzte Anforderungen und Erwartungen unterfordert. Vielmehr sollte es um Situationen gehen, die einen hohen Gehalt an Bewältigungsmöglichkeiten aufweisen, gleichzeitig aber die Jugendlichen angemessen fordern.

Büchter und Leuders (2005: 88-90) definieren offene Aufgaben über Abgrenzung ihres Pendants, der geschlossenen Aufgabe. Bei diesen sind die Lösungswege durch die Anforderungen bereits impliziert, es bleibt kaum ein Handlungsspielraum für andere Ideen. Die Schüler und Schülerinnen müssen dieses Lösungsverfahren nur noch erkennen und anwenden. Bildlich vergleichen es diese Autoren ähnlich zu Winter (2008: 129) am Beginn des Kapitels mit dem Folgen „eine[s] wohlbekannten breit ausgetretenen Pfad[s]“ (Büchter und Leuders 2005: 89), wie es in Abbildung 4 dargestellt ist.

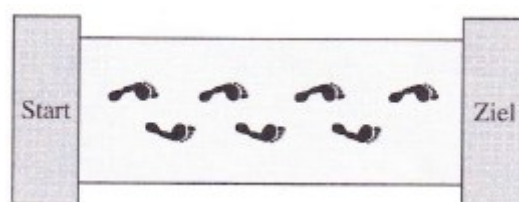


Abbildung 4: „geschlossene Aufgabe“ (Büchter und Leuders 2005: 89)

Man kann natürlich den Schwierigkeitsgrad von solchen Beispielen anheben, wodurch die Jugendlichen ein paar Umwege gehen müssen und man damit eine vermeintliche Öffnung erreichen möchte. Dennoch folgen sie, wie es in Abbildung 5 zu sehen ist, einem vorgegebenen Weg zu einem vorgegebenen Ziel hin, welches möglicherweise aber dieses Mal nicht von Anfang an sichtbar ist (Büchter und Leuders 2005: 89).

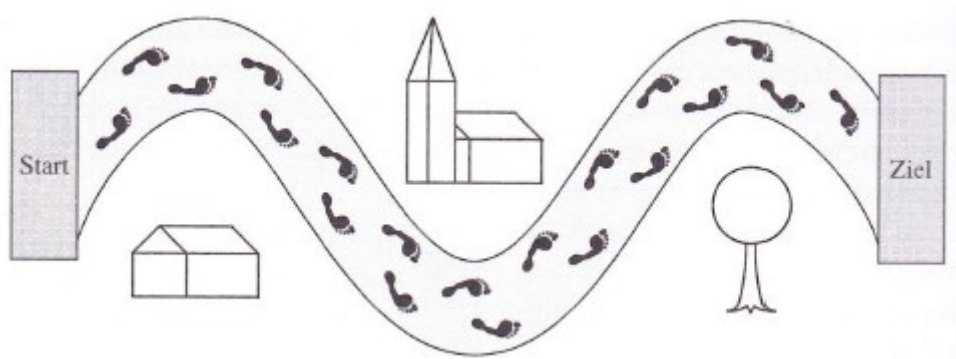


Abbildung 5: „mehrschrittige geschlossene Aufgabe“ (Büchter und Leuders 2005: 90)

Ist dieses Aufgabenformat das dominierende im Unterricht, produzieren die Lernenden ein falsches Bild von Mathematik. Demnach genüge es, ein Repertoire an Lösungsverfahren zu beherrschen, um erfolgreich Mathematik zu betreiben. Außerdem könnten sie dadurch glauben, dass diese Wissenschaft nur aus Aufgabentypen bestehe, die sie in der Schule antreffen. Dadurch bleibt ein Reflektieren über das eben Gelernte aus (Büchter und Leuders 2005: 90). Daher wäre es wünschenswert, Aufgaben zu stellen, bei dem die Lösungswege, sowie Start und Ziel offen bleiben und die Schüler und Schülerinnen ihre eigenen Ideen zur Bewältigung einbringen können. Dieses Aufgabenformat soll in Abbildung 6 verdeutlicht werden (Büchter und Leuders 2005: 92).

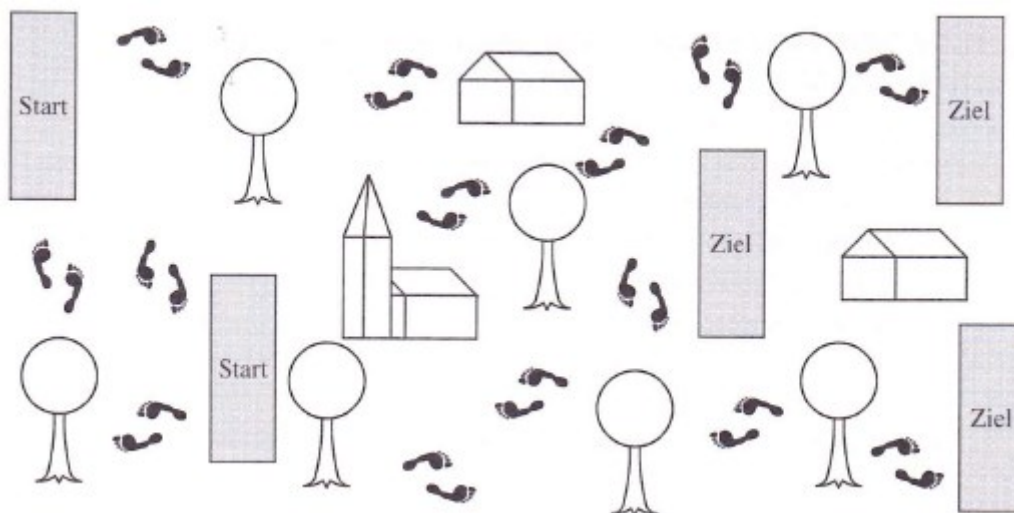


Abbildung 6: „offene Situation“ (Büchter und Leuders 2005: 99)

Offene Aufträge sollen ebenso nach Ruf (2003: 57-58) die Lernenden herausfordern und aus dem üblichen Schema der Bearbeitung einer geschlossenen Aufgabe, welche meist nur eine rasche und sichere Zuhilfenahme des gerade Gelernten verlangen, reißen. Nur durch eine Öffnung des Auftrags wird die Handlungskompetenz der Schüler und Schülerinnen um ein Vielfaches mehr beansprucht: Sie müssen selbstständig Fragen zu dem Thema stellen und im

Laufe der Bearbeitung dieser Hypothesen formulieren, wie man zu einer Lösung gelangt. Der eigene Wissensstand wird auf die Probe gestellt und oftmals müssen dabei Grenzen erkannt werden. Die Jugendlichen müssen an ihren Ideen festhalten können, aber auch bereit sein, diese bei Fehlschlägen zu verwerfen und sich in Form von Partnerarbeit mit anderen austauschen zu können. Im Prinzip testet man bei offenen Aufgabenstellungen, ob und wie weit die „individuellen Stärken und Ressourcen“ (Ruf 2003: 57) einer Person in einer sehr breit gefächerten Problemsituation optimal eingesetzt werden können. Im Kontrast dazu wird bei geschlossenen Aufgaben bloß getestet, ob ein Problem auf eine bestimmte Art und Weise in einer vorgegebenen Zeit gelöst werden kann. Man erhält lediglich ein Feedback darüber, wie gut die geforderten Prozeduren zur Lösung einstudiert worden sind. Ob der Inhalt verstanden worden ist, lässt sich schwer bis gar nicht beurteilen. Mit offenen Aufträgen hingegen trainiert man das flexible Einsetzen bereits gelernten Wissens in neuen und unbekannten Situationen, was auch fächerübergreifende Kompetenzen fördern kann. Gelingen kann dies aber nur, wenn man selbst offen ist, nämlich offen für Ideen und Kritik von anderen. Ebendieser Autor macht bei offenen Aufgaben drei Merkmale aus, die erfüllt sein müssen. Ähnlich schon zu Thonhauser (2008: 16-18) und Biermann, Wiegand und Blum (2003: 32-35) meint er, dass die Aufträge einen leistungsunabhängigen Ausgang ermöglichen, also Kinder auf unterschiedlichen Niveaus zu einer Lösung kommen können, jeder muss sich auf seine Art und Weise herausgefordert fühlen. Weiters spricht Ruf (2003: 58) von einer „Rampe“, die in den Beispielen eingebaut sein sollte, mit deren Hilfe sich begabte Schüler und Schülerinnen an ihre Grenzen herantasten können. Schlussendlich sieht er die Offenheit von Aufträgen darin, dass sie mehrere Lösungen zulassen und dadurch jedes Kind kreativ gefordert ist, einen individuellen Weg zu einem Resultat zu finden. Außerdem erhält man als Lehrkraft bei offenen Arbeitsaufträgen einen Einblick in die Gedankengänge der Schüler und Schülerinnen. Es wird zum einen der aktuelle Wissensstand preisgegeben und zum anderen erkennt man mögliche Fehlkonzepte, die in den Köpfen der Lernenden auftreten und so zu Blockaden beim Erwerb von neuem Wissen führen. Sind diese Hindernisse erst einmal offenbart, kann man ihnen entgegenwirken und den Schülern und Schülerinnen eine Möglichkeit zur Überwindung dieser Probleme geben (Ruf und Winter 2006: 56).

Auch Hascher und Hofmann (2008: 50-51) führen an, dass bei einer derartigen Änderung der Aufgabenformate einige der bereits angesprochenen Ziele der Differenzierung, wie Entwicklung von sozialer Kompetenz, methodischer Kompetenz und Selbstkompetenz (siehe Kapitel 2.3, 2.3.1 und 2.3.2), erreicht werden. Der Unterricht sollte also laut dieser Autoren so gestaltet werden, dass ein Optimum für die Lernwege der Schüler und Schülerinnen

herausgeholt werden kann, was bereits weiter oben von Buholzer und Kummer Wyss (2010: 82) gefordert worden ist und sich im adaptiven Unterricht widerspiegelt (siehe Kapitel 2.3). In Folge dessen würde eine Öffnung der Arbeitsaufträge die Lerntheorie des Konstruktivismus berücksichtigen und gleichzeitig diese als neue Lernkultur im Unterricht fördern.

Ein Beispiel, wie die eben angesprochenen Kompetenzen durch offene Aufgabenformate trainiert werden können, geben Perels u.a. (2003: 67-68). Sie schlagen vor, eine offene Musteraufgabe im Unterricht mit den Kindern durchzuarbeiten, da diese sich meistens erst an diesen Typ von Beispielen beziehungsweise an die unterschiedlichen Lösungsmöglichkeiten gewöhnen müssen. Es kann nicht vorausgesetzt werden, dass die Lernenden von Haus aus über genügend kognitive Strategien und Hilfsmittel verfügen, um solche Aufgaben auf Anhieb zu meistern. Daher wird geraten, dass in Teams an verschiedenen Wegen zur Ergebnisfindung gearbeitet wird, welche schließlich an der Tafel gesammelt werden. Gibt es noch weitere Lösungsmöglichkeiten, werden diese von der Lehrkraft an der Tafel ergänzt und die Schüler und Schülerinnen notieren sich alle Musterlösungen. Dies ist aber lediglich als wichtige Vorarbeit zu sehen, der Kern des Ganzen entwickelt sich erst, wenn die Jugendlichen an Hand dieser Musteraufgabe selbstständig weitere offene Aufgaben durcharbeiten und dabei so viele verschiedene Lösungsansätze finden, wie es ihnen möglich ist. Zusätzlich raten die Autoren ebenso, ein Lernprotokoll von den Kindern anfertigen zu lassen, sodass sie über die möglicherweise neu erlernten Arbeitstechniken, aber auch über die bereits bekannten reflektieren können. Die Lernenden sollen erkennen, für welche Strategien sie sich eher entscheiden und ebenso sollen sie bei möglichen Prüfungssituationen mehrere Auswege parat haben.

Außerdem ist Leuders (2006: 79-83) ebenso wie Ruf (2003: 58) der Ansicht, dass es Aufgabenformate braucht, die einerseits keine feste Lösung besitzen und man andererseits zu diesen Lösungen nicht nur durch einen einzigen Weg und ein einzelnes Teilgebiet in der Mathematik kommt. Sie sollen daher einen Anstoß zum Experimentieren und Begründen geben. Zurzeit sieht er aber im Mathematikunterricht hauptsächlich Aufgaben vorherrschen, die genau das Gegenteil bewirken. Es gibt einen festgesetzten Weg, der als richtig angesehen wird und der auch nur zu einem richtigen Resultat führt. Die Anzahl der Aufgaben, die man nach diesem einen Weg gelöst hat, gibt einen Rückschluss auf die Erfolgsquote, der sich meist in einem Punkte- oder Notensystem widerspiegelt. Auch wenn dabei nur die Kompetenzen, die sich auf das mechanische Durchführen von Wissen beschränken, welche Leuders (2006: 82) als „verfahrensorientierte“ bezeichnet, angesprochen werden, hält sich dieses Format sehr

widerstandsfähig im Klassenzimmer, „da sich Lehrende wie Lernende und deren Eltern in einem solchen System auf einen scheinbaren Bewertungsrahmen beziehen können“ (Leuders 2006: 80). Dadurch sieht dieser Autor nur eine Förderung des oberflächlichen Lernens, die Entwicklung von Selbstständigkeit oder Reflexion werden vernachlässigt. Auswege sieht er darin, dass Schüler und Schülerinnen ihre Lösungswege ausführlich argumentieren und kommentieren sollen. Aus der gewählten Sprachart kann man herauslesen, ob und wie weit das Fachwissen verbal und flexibel in verschiedenen Situationen umgesetzt werden kann und damit ein Verständnis dafür existiert oder nicht. Dies ist aber wiederum durch offene Arbeitsaufträge begünstigt, welche Leuders (2006: 82) mit dem Adjektiv „verstehensorientierte“ beziehungsweise „kompetenzorientierte“ versieht. Weiters führt er an, dass solche Aufgaben durchaus für den Beginn eines Themenpools geeignet sind, um mehr über das Vorwissen und Vorstellungen vom Alltag und bereits bekannte Lösungsstrategien zu erfahren. Lehrer und Lehrerinnen sehen nämlich Lernende viel zu oft als Tabula rasa an, wobei jedoch ihre Vorerfahrungen und -kenntnisse das Aufnehmen neuer Inhalte beeinflusst und positiv genutzt werden sollte.

Das Öffnen einer Aufgabe kann allein dadurch gelingen, dass man einfache Schulbuchaufgaben an bestimmten Stellen ändert. Oftmals wird durch Weglassen, Umformulieren oder Variieren von wesentlichen Informationen, die den Arbeitsprozess vorgeben würden, wie zum Beispiel eine Skizze einen Lösungsweg impliziert, schon viel erreicht. Eine weitere Möglichkeit wäre es, Aufgaben so zu stellen, dass sie auf den ersten Blick nicht mit dem gerade Gelernten in Verbindung gebracht werden, sodass wiederum vernetztes Lernen ermöglicht oder alternativen Lösungswegen Zeit zur Durchnahme im Unterricht eingeräumt wird. Neben dem Weglassen von Informationen, wodurch das Schätzen und Modellieren gefördert wird, kann auch ein Überfluss dieser dazu führen, Aufgaben zu öffnen, da hier erst von den Schülern und Schülerinnen entschieden werden muss, was für sie relevant sein könnte und was nicht (Leuders 2001: 118-119).

## 4 Aufgaben mit gestuften Lernhilfen – eine Unterrichtsmethode

In diesem Kapitel wird eine besondere Methode für den Mathematikunterricht vorgestellt, in der sich einige positive Vorteile finden lassen, die einer Änderung des Unterrichts nach den in Kapitel 3 vorgestellten Forderungen ermöglicht. Zuvor soll aber noch geklärt werden, was man in der gängigen Literatur mit einer Methode im Mathematikunterricht meint.

### 4.1 Unterrichtsmethode

Was man genau unter einer Unterrichtsmethode versteht, definieren Barzel, Büchter und Leuders (2014: 21-22) als „ein planmäßiges folgerichtiges Handeln, ein bestimmtes Verfahren, eine bestimmte Art und Weise der Durchführung – und zwar weniger die konkrete Durchführung als deren geistige, theoretische Grundlage“. Das Wort Methode stammt aus dem Griechischen *méthodos* und setzt sich aus den Wörtern *méta*, was so viel wie zwischen, hinter oder über bedeutet und *hodós*, der Weg, zusammen. Die eben genannte Definition ergibt sich klar aus der Bildung des Wortes, es geht um den Weg, der dazwischen, dahinter oder darüber liegt. Es handelt sich also um einen Weg, der sich zwischen Start und Ende befindet, Methoden können zur Zielerreichung genutzt werden. Außerdem befindet sich ein theoretischer Gedanke hinter diesem Weg, der Methode. Methoden können daher auch in verschiedenen Zusammenhängen für den Unterricht verwendet werden. Ziele möchte man immer erreichen, diese sollten aber zu der jeweiligen Methode passen. Diese Definition hat den Vorteil, dass sie nicht zwischen verschiedenen „Größen“ oder „Reichweiten“ (Barzel, Büchter und Leuders 2014: 22) unterscheiden muss. Einzelne Methoden stehen dadurch in unterschiedlichen Verhältnissen zueinander und können miteinander kombiniert werden (Barzel, Büchter und Leuders 2014: 21-23).

Leuders (2001: 141) umschreibt Methoden als „Instrumente für den Unterricht“, die im Gegensatz zu Aufgaben, deren Schwerpunkte in ihren Resultaten beziehungsweise in ihrer praktischen Umsetzung verankert sind, mehr Wert darauf legen, bestimmte Unterrichtsprozesse anzuregen. Man kann auch nicht davon sprechen, dass Methoden auf ein Fach beschränkt sind, viele davon finden sich in mehreren Gegenständen wieder (Leuders 2001: 141). So sind auch Aufgaben mit gestuften Lernhilfen zwar zuerst für den Mathematikunterricht entwickelt worden, es hat aber nicht lange gedauert, bis Fachdidaktiker und Fachdidaktikerinnen aus Physik, Biologie und Chemie diese für die genannten naturwissenschaftlichen Fächer übernommen haben (Stäudel, Franke-Braun und Hesse 2006: 61). Diese Methode ist außerdem auch schon für geisteswissenschaftliche Gegenstände im Ansatz getestet worden, hier steckt

man aber in der Entwicklung noch in den Kinderschuhen (Hänze, Schmidt-Weigand und Stäudel 2010: 68-69).

Ebenso setzt Leuders (2001: 149-150) Methoden mit Teilen von didaktischen Theorien gleich, daher sollte man sie ebenfalls als Konstrukte verstehen, die je nach Situation die Wirklichkeit von allen Unterrichtsbeteiligten darstellt. Da diese Wirklichkeit so vielfältig und verschieden ausfällt, sieht er keinen Sinn darin, Aussagen über die Effizienz von Methoden zu machen. Vielmehr sollen Lehrer und Lehrerinnen sich jederzeit neue Methoden einverleiben und diese im Unterricht auf Grund der bisher gemachten Erfahrungen kontrolliert erproben. Probleme sieht Leuders dabei, dass Lehrkräfte oftmals kaum noch verfügbare zeitliche oder räumliche Ressourcen aufbringen können, um diese Experimente im Unterricht durchzuführen. Dies kann durch Einrichten von Förderkursen für arbeitswillige Schüler und Schülerinnen gelöst werden, womit auch eine gewisse Differenzierung der Lerngruppen geleistet wird.

Bei Barzel, Büchter und Leuders (2014: 10-11) findet man noch die Ergänzung, dass Methoden dafür genutzt werden können, Unterrichtsgeschehen klar zu strukturieren oder Voraussetzungen für individuelle Förderung zu schaffen. Denkt man über Methoden für den Unterricht nach, ist man bereits dabei, über die Qualität von Unterricht eine Vorentscheidung zu treffen. Methoden „umfass[en] bereits viele relevante Aspekte von Unterricht, vor allem Handlungsabfolgen und Kommunikationsstrukturen“ (Barzel, Büchter und Leuders 2014: 11). Beginnt man damit, passende Methoden für die Inszenierung seines Unterrichts zu suchen, startet man bereits mit der Planung von gutem Unterricht. Weiters ist einem dadurch eine gewisse Orientierungshilfe gegeben, wie der Ablauf ungefähr gestaltet sein soll. Natürlich muss man in der Realität auf die jeweilige Situation reagieren, trotzdem kann man sich an dem durch die Methoden festgesetzten Plan anhalten. Außerdem trainieren Methoden bei Lehrkräften bestimmte und immer wiederkehrende Handlungsabläufe an, wodurch eine Souveränität in diesen angelernt werden kann. Demzufolge können die Lehrer und Lehrerinnen ihre Aufmerksamkeit auch mehr auf andere Abläufe richten. Zudem haben Methoden in ihrem Inneren eine theoretische Verankerung, die „lernpädagogisch und pädagogisch-didaktisch“ (Barzel, Büchter und Leuders 2014: 11) fundiert sind. Dadurch erhält Unterricht einen theoretischen Grundstein, auf dem Reflexion über diesen betrieben werden kann.

Es bleibt noch zu klären, wie man die richtige Methode zum passenden Unterrichtsziel auswählt. Zur Orientierungshilfe hat Leuders (2001: 154-155) eine Mind-Map (siehe Abbildung 7) angefertigt, welche Möglichkeiten es an Methoden für den Mathematikunterricht gibt und welchen Plan man beim Vorbereiten der Einheiten berücksichtigen sollte.

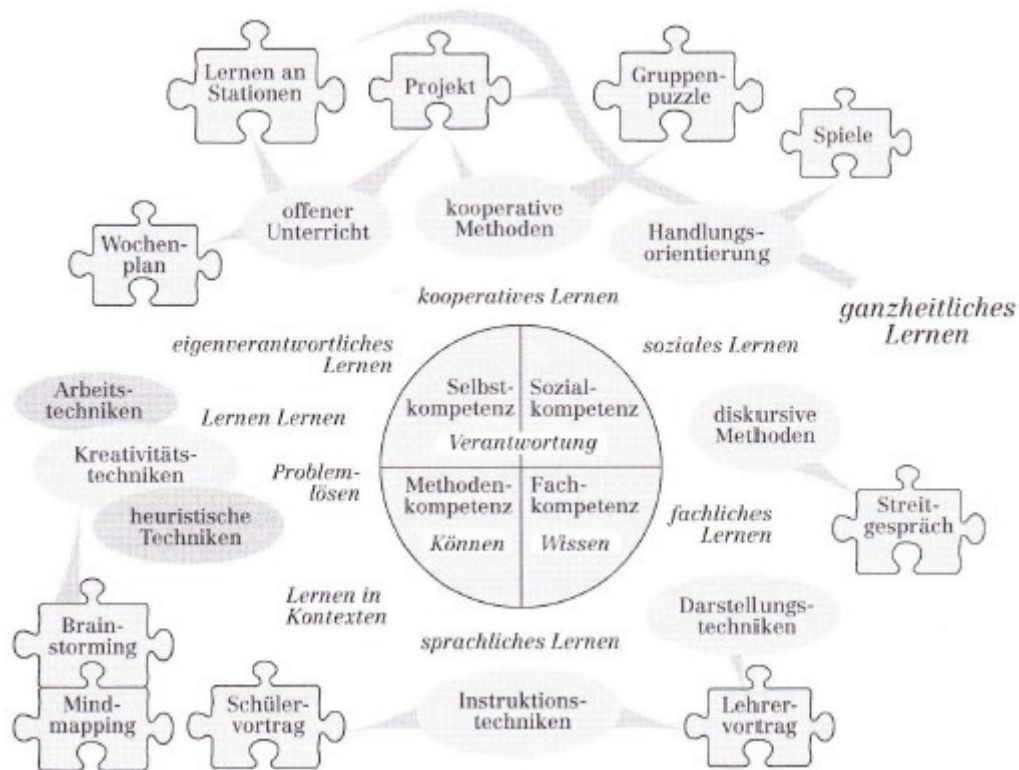


Abbildung 7: „Mind-Map: Unterrichtsmethoden“ (Leuders 2001: 154)

Dabei befinden sich im Zentrum vier Kernfähigkeiten („Selbstkompetenz“, „Sozialkompetenz“, „Methodenkompetenz“ und „Fachkompetenz“) der Schüler und Schülerinnen, die in Bezug auf Verantwortung, Können und Wissen stehen und bereits in früheren Abschnitten näher behandelt worden sind (siehe Kapitel 2.3, 2.3.1 und 2.3.2). Lediglich die letztgenannte Kompetenz ist bisher nicht ausdrücklich extra erwähnt worden. Damit meint man die erworbenen Fähigkeiten und Fertigkeiten im jeweiligen Unterrichtsgegenstand. Um diese ordnen sich „methodische Arrangements“ (Leuders 2001: 154), die eine Förderung der genannten Fähigkeiten erreichen sollen. Liest man dieses Bild von innen nach außen, so nimmt dabei der Grad der Konkretheit in drei Etappen zu. Zunächst findet man verschiedene „**Aspekte des Lernens**“ (Leuders 2001: 154), wie Lernen in Verbindung mit den Kernkompetenzen gestaltet sein kann, wie zum Beispiel „kooperatives Lernen“ oder „eigenverantwortliches Lernen“. Dabei soll der Einsatz verschiedener Methoden im Unterricht dafür sorgen, dass jede dieser Lernarten auf lange Zeit berücksichtigt wird. „[G]anzheitliches Lernen“ nimmt dabei eine Sonderstellung ein, da es in sich schon alle Ideen vereinigt. Die rundherum angeordneten Blasen stehen für „**methodische Kategorien**“ (Leuders 2001: 155). Diese können oftmals mehreren Lernarten zugeordnet werden, was durch diese Graphik aber nicht ganz hervortritt. Dies ist ein eingegangener Kompromiss zu Gunsten der Übersichtlichkeit und des Platzsparens. Trotzdem muss diese Tatsache im Hinterkopf behalten

werden. Ganz außen befinden sich als Puzzlesteine gekennzeichnet eine Auswahl von „**Unterrichtsmethoden und Arrangements**“ Leuders (2001: 155). Aufgaben mit gestuften Lernhilfen sind in dieser Abbildung noch nicht eingearbeitet worden, dies soll aber im Laufe der Arbeit nach Erörterung dieses Aufgabenformats ergänzt werden.

Wichtig bei der Auswahl der Methoden ist es aber, zuerst die Ziele des Unterrichts abzuklären und nicht die Beabsichtigungen den Methoden zu unterwerfen. Die Einheiten wirken sonst, als ob man nicht vielfältige, sondern beliebige Methoden benutzt (Stichwort „Methodenfetischismus“ (Hahn 2010: 35), siehe Kapitel 2.4). Anschließend müssen die Unterrichtsphasen und deren Funktionen geklärt werden, bei der ebenso nicht jede Methode die passende Hilfe ist. Mit der Zeit erhält man auch einen gewissen Blick darin, welche Vor- und Nachteile eine Methode mit sich bringt. Diese Erfahrung muss man hier ebenfalls in seine Überlegungen miteinbeziehen, um ein Optimum an Unterrichtsertrag herausholen zu können. Zu guter Letzt muss noch das Zusammenspiel von Methode und Aufgabenstellung berücksichtigt werden. Aufgaben sollen Schüler und Schülerinnen dazu motivieren, sich mit mathematischen Themen auseinanderzusetzen und diese zu verinnerlichen. Die dabei gewählte Methode kann einen erheblichen Einfluss auf den Akt des Lernens ausüben. Außerdem kann man durch gewisse Unterrichtsmethoden der individuellen Lehrphilosophie gerecht werden, wenn man zum Beispiel die Ideen des Konstruktivismus oder des Dialogischen Lernens einbeziehen und forcieren möchte. Ebenso schadet es nicht, sich mit fachdidaktischen Forschungen zu bestimmten Unterrichtsmethoden vertraut zu machen, um einen Einblick in die wissenschaftliche Erprobung und deren Erkenntnisse zu erhalten (Barzel, Büchter und Leuders 2014: 25-27). Hänze, Schmidt-Weigand und Stäudel (2010: 69) haben bei der Testung im naturwissenschaftlichen Unterricht festgestellt, dass sich acht bis zehn Aufgaben mit gestuften Lernhilfen pro Schuljahr als sinnvoll erweisen, dies wird sehr wahrscheinlich auch für den Mathematikunterricht zutreffen.

## **4.2 Charakteristik von Aufgaben mit gestuften Lernhilfen**

Diese spezielle Methode wird meist in einer Gruppe von zwei Jugendlichen bearbeitet, die jeweils mehrere Hilfekärtchen bekommen, welche sie jederzeit benutzen dürfen (Stäudel, Franke-Braun und Hesse 2006: 61). Es können aber durchaus auch Gruppen von drei beziehungsweise vier Schülern und Schülerinnen an einer Aufgabe zusammenarbeiten, genauso gut kann man die Lernenden alleine arbeiten lassen (Franke-Braun 2008: 75). Die Hilfen kommen in verschiedenen Abstufungen vor, manche von ihnen sind schwach und geben nur einen kleinen Hinweis, andere sind stark und geben fast die Teillösung preis. Außerdem

erhalten sie in logischer Reihenfolge zur Bewältigung des Problems eine Nummer (Freiman 2003: 97). Dabei wird von Leisen im Kapitel für Physik bei Werkzeug 23 (1999) dazu geraten, die Lernhilfen in verschlossene Briefumschläge zu stecken, um eine zusätzliche Hemmschwelle einzubauen, da man beim Konsultieren einer Hilfe zuerst den Umschlag öffnen muss. Dies könnte möglicherweise zu einer Motivationssteigerung, das Beispiel ohne Hilfen lösen zu wollen, führen. Des Weiteren kann man die Schülergruppen dazu beauftragen, die Anzahl der konsultierten Hilfen aufzuschreiben, um leistungsstärkere Teams dazu anzuregen, mit so wenigen Hilfen wie möglich auszukommen. Meistens werden für ein Beispiel fünf bis sechs Lösungshilfen erstellt, sie können entweder den Gruppen direkt ausgehändigt oder aber nur am Lehrertisch ausgelegt werden. Falls eine Hilfe in Anspruch genommen werden möchte, muss ein Gruppenmitglied nach vorne gehen, sich die erhaltene Information merken und am Arbeitsplatz den anderen preisgeben, ganz im Sinne eines Laufdiktats (Hänze, Schmidt-Weigand und Stäudel 2010: 68). Es ist noch nicht geklärt, ob es effektiver ist, homogene oder heterogene Niveaugruppen zu bilden, jedoch hat sich meistens herausgestellt, dass weniger kompetente Kinder in heterogenen Zusammensetzungen mehr lernen, während es bei leistungsstarken Jugendlichen keine Rolle für den Lernerfolg spielt, mit wem sie zusammenarbeiten (Stäudel, Franke-Braun und Hesse 2006: 62-63). Ob diese Tatsache auch bei Aufgaben mit gestuften Lernhilfen zutrifft und ob sich Differenzen im Niveau auf die erbrachte Leistung mit dieser Methode auswirken, wird ein Hauptaugenmerk von zukünftigen Forschungen sein (Forschergruppe Kassel 2006: 86).

Diesem Aufgabentyp kann man zwei markante Merkmale zuschreiben: Zum einen bestehen sie aus Aufgaben, die in einen Kontext gebettet werden, zum anderen erhalten die Schüler und Schülerinnen Lernhilfen, welche den Arbeitsprozess unterstützen sollen. Der Kontext soll dafür sorgen, dass die Jugendlichen in der Aufgabe eine gewisse Lebensnähe erkennen können, wodurch ihre Motivation steigt, sich aktiv mit dem Problem auseinanderzusetzen und eine Lösung zu finden. Außerdem können die Lernenden bereits durch den Kontext Hinweise erhalten, welche Inhalte zum Bewältigen am ehesten benötigt werden. Die Aufgabenstellung soll durchaus komplexer Natur sein und mehrere Themengebiete ansprechen (Franke-Braun 2008: 71). Die Komplexität der Aufgabenstellung ist auch notwendig, um mehrere Lernhilfen anbieten zu können, da das Lösen von anspruchsvollen Beispielen meist mehrerer Schritte bedarf. Sollte zu einem Thema kein sinnvoll erscheinender Kontext parat sein, ist es eher besser, sich lediglich auf die Entwicklung der Anforderung zu konzentrieren, als einen nicht authentisch wirkenden Kontext zu konstruieren, der augenscheinlich nur zur Förderung der Motivation dienen soll (Hänze, Schmidt-Weigand und Stäudel 2010: 67), wie es auch schon

Leuders (2001: 100-101) formuliert hat. Möchte man in der Oberstufe noch anspruchsvollere Beispiele durchgehen, kann man die Anzahl der Hilfen auch erweitern, es wird aber davon abgeraten, mehr als sieben Lernhilfen anzufertigen (Hänze, Schmidt-Weigand und Stäudel 2010: 68).

Die Lernhilfen bestehen aus zwei Teilen: Der erste besteht aus einer Aufforderung, einer bestimmten Handlung nachzugehen oder einer Frage, welche die Gedanken in eine Richtung lenken sollen. Die zweite Komponente befindet sich meist auf der Rückseite, gibt die Antwort zum ersten Teil und liefert den Lernenden so eine Rückmeldung über ihr Teilergebnis (Franke-Braun 2008: 72). Es hat sich bewährt, ein Blatt Papier zweimal zu falten und auf der Außenseite die Nummer der Hilfe zu schreiben. Nach dem ersten Mal Auffalten wird die Hilfe und erst beim zweiten Auffalten die Teillösung dafür an diesen Stellen platziert (siehe Abbildung 8). Dadurch kann meistens verhindert werden, dass die Lernenden gleich alle Hinweise nacheinander durchgehen (Stäudel und Wodzinski 2008: 193). Genauso gut können aber auch Tipps und die zugehörigen Ergebnisse auf unterschiedlichen Karten deponiert werden, welche dann auch an verschiedenen Orten im Klassenzimmer aufgelegt werden. Ebenso kann man verschiedene Schwierigkeitsgrade der Hilfen durch unterschiedliche Farben kennzeichnen (Forschergruppe – Universität Kassel 2007: 43).

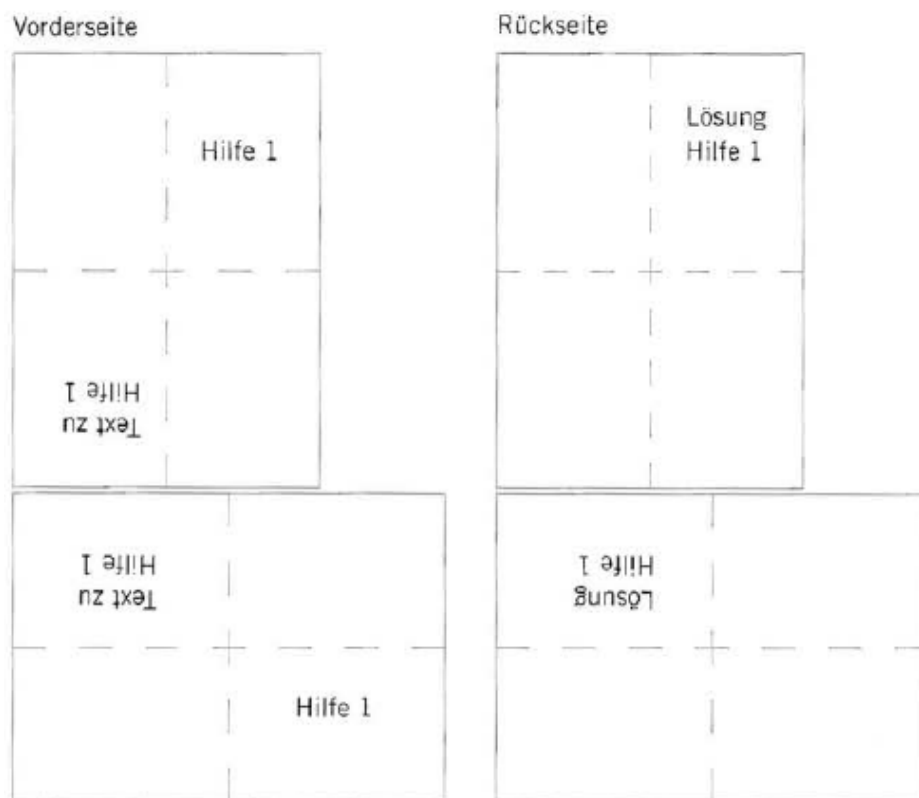


Abbildung 8: „Vorlagen zum Bedrucken der ‚Hilfekärtchen‘ im DIN-A4-Hoch- oder -Querformat“  
(Forschergruppe – Universität Kassel 2007: 43)

Diese Art von Feedback, bei dem die richtige Antwort mitgeteilt wird, nennt man „Knowledge of correct response/result: KCR“, was sich als sehr lernwirksam herausgestellt hat, im Gegensatz zu Rückmeldungen der Art „Knowledge of response/result: KOR“ (Jacobs 2008: 101), bei denen nur mitgeteilt wird, ob man richtig oder falsch liegt. Die Schüler und Schülerinnen können nämlich durch KCR ihre möglich auftretenden Fehler verbessern. Haben sie die Aufgabe von Anfang an richtig gelöst, dient diese Rückmeldung nur als Bestätigung der Fähigkeiten. Ist aber ein Fehler gemacht worden, so lässt sich ein erheblicherer Gewinn beim Lernen feststellen, als wenn diese Gruppe gar keine Rückmeldung über die Art des Fehlers bekommen hätte. Der positive Lerneffekt von KCR-Rückmeldung tritt aber nur dann ein, wenn die Lernenden viele Fehler in der Bearbeitung machen (Jacobs 2008: 101-102). Daher bietet es sich an, diese Art von Feedback bei komplexeren Aufgabenstellungen einzusetzen.

Im Normalfall steigen Schüler und Schülerinnen in Gedanken beim Unterrichtsgeschehen aus, wenn sie diesem nicht mehr folgen können. Dadurch bleibt einerseits ein beträchtlicher Teil der Lernzeit ungenutzt und andererseits machen die Kinder die negative Erfahrung von Misserfolg. Studien haben gezeigt, dass diese gedanklichen Ausstiege meist dann aufkommen, wenn sich bei den Jugendlichen ein Fehlschlag in den ersten fünf Minuten der Bearbeitung einstellt. Die gestuften Lernhilfen können diesem Effekt entgegenwirken, da so selbst weniger starke Lernende ein Teilziel erreichen können und sich selbst als fähig erfahren (Hänze, Schmidt-Weigand und Blum 2007: 201). Die Gestaltung der Hilfen ergibt sich aus den Erlebnissen mit der Arbeitshaltung in der jeweiligen Klasse. Hierbei muss man als Lehrperson auf die Erfahrung im Unterrichtsgespräch zurückgreifen, wobei man oft nur auf Grund der gemachten Beobachtungen vermuten kann, wie die Prozesse beim Arbeiten und Lernen ablaufen können. Die Hilfen werden in zwei verschiedene Gruppen eingeteilt: Die einen sollen inhaltliche Stützen darstellen, die anderen verwirklichen sich in strategischer Art. Letztere sollen zu einer guten Strukturierung beitragen, Vorwissen aktivieren sowie die Lernenden bei der taktischen Bewältigung der Aufgabe unter die Arme greifen (Stäudel, Franke-Braun und Hesse 2006: 63-65). Die genannten Bestrebungen von gestuften Lernhilfen sind in Abbildung 9 noch einmal zusammengefasst.

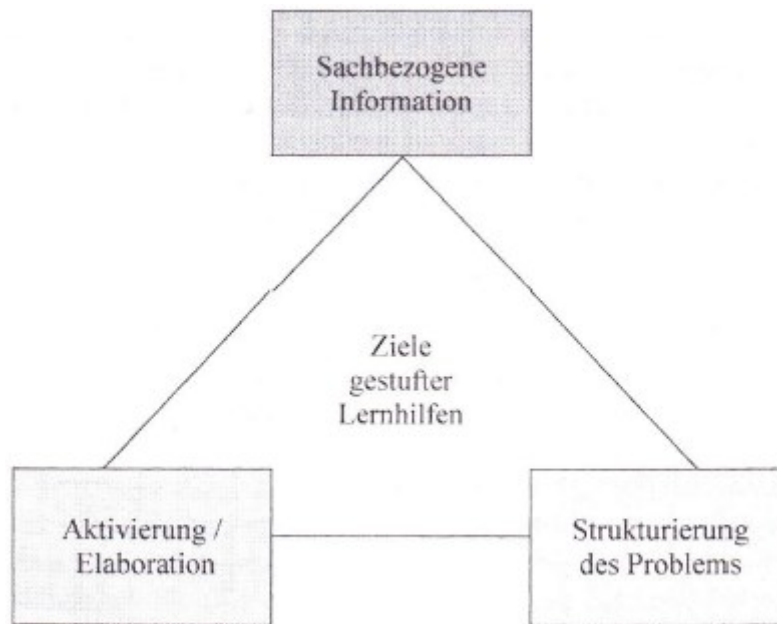


Abbildung 9: „Funktionen gestufter Lernhilfen“ (Hänze, Schmidt-Weigand und Blum 2007: 199)

Die lernstrategischen Hilfen haben im Urentwurf von Aufgaben mit gestuften Lernhilfen in Leisens Werk *Methoden-Handbuch deutschsprachiger Fachunterricht (DFU)* (1999: Kapitel Physik, Werkzeug 23) noch nicht existiert. Diese sind später durch erste Projekte hinzugekommen, bei denen klar geworden ist, dass die Schüler und Schülerinnen auch strategisch unterstützt werden sollten. „Dazu gehören die Unterstützung bei einer adäquaten Repräsentation des Problemraums, die Bildung von Unterzielen, Schlussfolgerungen aus dem Gegebenen und Rückwärtsarbeiten vom Ziel“ (Hänze, Schmidt-Weigand und Blum 2007: 199). Die Hilfen sollen aber ebenso zum selbstständigen Arbeiten anregen und das mathematische Problemlösen antrainieren. Auch deshalb sind die Lernhilfen um lernstrategische Komponenten als Unterstützung erweitert worden (Hänze, Schmidt-Weigand und Blum 2007: 199), was bereits Perels u.a. (2003: 68) beim Kooperativen Lernen festgestellt haben (siehe Kapitel 3.3.1)

Hänze, Schmidt-Weigand und Stäudel (2010: 67) nennen sechs „Impulssetzungen“ mit beispielhaften Formulierungen, die beim Konstruieren von Lernhilfen zweckmäßig sind:

- „Paraphrasierung (»Erklärt euch die Aufgabenstellung noch einmal in eigenen Worten«)
- Fokussierung (»Schaut euch die Informationen aus dem Aufgabentext genau an«)
- Elaboration von Unterzielen (»Überlegt euch, welche Gesetzmäßigkeit hier angewendet werden kann«)
- Aktivierung von Vorwissen (»Worin unterscheiden sich [...]«)
- Visualisierung (»Macht eine Skizze, die zeigt [...]«)
- Verifikation (»Schreibt die einzelnen Lösungsschritte noch einmal nacheinander auf«)

Bei Hänze, Schmidt-Weigand und Blum (2007: 200) findet man auch noch den zusätzlichen Punkt „Informationsinput („Die Formel für die Dichte lautet:  $\text{Dichte} = \text{Masse} / \text{Volumen}$ .“)“, welcher zum Einsatz bei Lernhilfen kommen kann.

Die erste Lernhilfe ist bei jedem Beispiel von derselben Art: Hier werden die Schüler und Schülerinnen aufgefordert, den verlangten Arbeitsauftrag in ihren eigenen Worten noch einmal zusammenzufassen, was der oben angesprochenen Paraphrasierung entspricht. Bereits bei diesem ersten Schritt kann man feststellen, ob die Kinder die Aufgabenstellung verstanden haben oder nicht, was einen erheblichen Faktor bei der weiteren Bearbeitung darstellt. Hinzu kommt hier der Anstoß zu einer Kommunikation über das Beispiel, wenn die Aufgabe kooperativ gestaltet ist (Franke-Braun 2008: 72). Außerdem hat man nachweisen können, dass Personen, die sich Inhalte selbst gut erklären können, wesentlich bessere Ergebnisse erzielen, als solche, die nicht dazu fähig sind. Da man durch wiederholten Einsatz von Aufgaben mit gestuften Lernhilfen auch die Kompetenz des Selbsterklärens übt, kann dies zu einem besseren Lernerfolg führen (Jacobs 2003). Alle weiteren lernstrategischen Hilfen zielen unter anderem auch darauf ab, die Jugendlichen erkennen zu lassen, ob sie die notwendigen Informationen richtig aus der Aufgabenstellung herausgefiltert haben. Meist ist es schon die zweite vorzufindende Hilfe, die einen Hinweis auf die entnehmbaren Informationen gibt (Stäudel und Wodzinski 2008: 191). Dadurch wird auch ein Beitrag zur Entwicklung des sinnerfassenden Lesens geleistet. Andere strategische Hilfen machen auf mögliche Behelfe aufmerksam, die konstruktiv zur Bearbeitung genutzt werden können, wie zum Beispiel das Anfertigen einer Skizze. Hier wird also die angesprochene Visualisierung eingearbeitet. Dies ist vor allem deshalb hilfreich, weil mehrere Darstellungsformen eines Problems eine Erleichterung und ein besseres Verstehen mit sich bringen. Dadurch wird eine Verbindung von Sprache und symbolhafter Illustration geschaffen. Da die Schüler und Schülerinnen bei jeder Hilfe auch eine Lösung gegeben haben, erfahren sie ebenso, wie ein abweichendes Ergebnis aussehen könnte und eignen sich so zusätzliche und neue Problemlösekompetenzen an. Die letzte Hilfe befasst sich meist mit der Gesamtlösung, in der alle Teilergebnisse noch einmal zusammengefasst werden (Franke-Braun 2008: 72-73). Hier kommt man der Verifikation nach. Weitere Formulierungen in den Hilfen zur Initiation von Kommunikation untereinander werden durch Satzanfänge wie „*Stellt Vermutung an über.....*“, „*Macht Vorschläge zu.....*“ oder „*Beschreibt euch gegenseitig eure Vorstellung von.....*“ (Franke-Braun 2008: 75-76) erreicht.

Wie bereits erwähnt, sind charakteristische Beispiele für dieses Aufgabenformat solche, die zwar sehr komplex, aber trotzdem noch für den Wissenstand der Schüler und Schülerinnen

bewältigbar sind. Dafür ist eine exakte Formulierung des Auftrags notwendig (Stäudel, Franke-Braun und Hesse 2006: 63). Die Schüler und Schülerinnen sollen immerhin ohne Inputs der Lehrkraft in der Lage sein, die Aufgabe zu bewältigen. Daher muss in der Aufgabenstellung klar artikuliert sein, was als Ergebnis erwartet wird. Der Schwierigkeitsgrad sollte sich auch daran orientieren, dass starke Gruppen das Beispiel ohne Hilfestellungen lösen können. Erfüllen Aufgaben diese genannten Kriterien, so steigert das deren Qualität. Die Hilfen dürfen nicht so konzipiert sein, dass man mit ihnen neue Informationen einbringt, das Wichtigste muss allein in der Formulierung des Beispiels stecken. Vielmehr soll das bereits Gelernte aktiviert und mit dem in der Aufgabenstellung beschriebenen Problem verbunden werden (Hänze, Schmidt-Weigand und Stäudel 2010: 69-70). Der Vorteil in der Verwendung von anspruchsvollen Aufgaben liegt hier daran, dass den Jugendlichen diese Lernmöglichkeit in der Regel nicht geboten wird. Im normalen Unterricht kommt der mittlere Schwierigkeitsgrad wesentlich öfter zum Einsatz, als die anderen beiden (für die Einteilung von Aufgaben in Schwierigkeitsgrade siehe Kapitel 3.2). Durch die Lernhilfen werden dann sowohl lernschwache als auch -starke Schüler und Schülerinnen ihrem Niveau angepasst gefordert (Hänze, Schmidt-Weigand und Blum 2007: 200). Komplexen Aufgaben wird eine bestimmende, anspornende Funktion beim Lernen zugeschrieben. Neben der Forderung aller Leistungsgruppen können sie auch noch einen einsichtigen Lernprozess fördern und motivierend und gegen eine systematische Unterforderung wirken, die in Einheiten, bei denen dauernd die Anforderungen gering gehalten werden, auftreten können. Durch ihre Komplexität werden die Schüler und Schülerinnen dazu aufgefordert, selbstständig eine Struktur zur Lösung zu entwickeln (Freiman 2003: 97).

Franke-Braun (2008: 76) charakterisiert passende Beispiele für Aufgaben mit gestuften Lernhilfen folgendermaßen: „[Es] eignen sich Aufgabentypen besonders gut, bei denen es um die Aktivierung von Vorwissen, die Reorganisation von Wissen, die Anwendung von bereits Erarbeitetem auf eine veränderte aber verwandte Fragestellung, mithin die Anwendung von Wissen geht.“ Gänzlich offene Aufgaben, bei denen also der Prozess und die Lösung verschiedener Gruppen stark voneinander variieren, sind dafür aber nicht ausnahmslos geeignet, da die Lernhilfen nur einen gewissen Lösungsweg vorauszeichnen und daher diesen favorisieren. Wie auch schon in Kapitel 3.3.3 angesprochen, können Aufgaben durch Umformulierung oder Weglassen geöffnet werden. Hier kann man das genaue Gegenteil anwenden, um offene Aufgabenstellungen in ihren Lösungsmöglichkeiten ein wenig zu schließen und sie so mit gestuften Lernhilfen versehen zu können. Es ist dennoch aber auch möglich, in den Lernhilfen zwei verschiedene Varianten zur Lösung anzusprechen

(Franke-Braun 2008: 76). Außerdem kann man für stärkere Gruppen, die keine Hilfen benötigt haben und daher nicht in ihrer Arbeit beeinflusst worden sind, andere Lösungen offen und diese zum Schluss mit dem vorgegebenen Weg vergleichen lassen. Zur Charakterisierung von passenden Beispielen für diese Methode eignen sich ebenso Modellierungsaufgaben sehr gut, allerdings mit gewissen Einschränkungen. Da diese meist, wie auch schon bei offenen Aufgaben erwähnt, mehrere Lösungswege tolerieren, könnte dies zu Schwierigkeiten bei der Umsetzung führen, da Modellierungsaufgaben durch Lernhilfen zu sehr eingeengt werden könnten. Kiehl (2003: 123-125) ist aber der Meinung, dass auch derartige Aufgaben mit Lösungshilfen versehen werden können (siehe Kapitel 3.3.2). Immerhin wäre es möglich, mit gestuften Lernhilfen den Arbeitsprozess bei Modellierungsaufgaben zu trainieren und den Lernenden ein Bild davon zu vermitteln, wie diese strategisch zu durchlaufen sind. Ebenso zählt hier der Ansatz wie bei offenen Aufgaben: Stärkere Gruppen können ohne Einfluss durch die gestuften Hilfen andere Lösungswege durcharbeiten, die dann am Ende mit allen durchgenommen werden können.

Während die Lernenden an ihrer Aufgabe arbeiten, sollte sich die Lehrperson so weit wie möglich aus dem Arbeitsprozess herausnehmen. Eine Schwierigkeit, die bereits in Kapitel 3.3.1 angesprochen worden ist. Die Lehrkraft soll aber in dieser Zeit nicht tatenlos in der Klasse verweilen. Vielmehr wird hier eine Möglichkeit geboten, die eigenen Schüler und Schülerinnen beim Arbeiten zu beobachten, was im Regelunterricht eher die Ausnahme ist (Franke-Braun 2008: 75). Ein zusätzlicher Vorteil an der zurückhaltenden Beobachtung besteht darin, dass so das selbstständige Arbeiten nicht gefährdet wird. Außerdem ist es speziell für leistungsschwächere Kinder angenehmer, dass sie ihre Fehlkonzepte oder ihr Nichtwissen nicht direkt dem Lehrenden darlegen müssen. Ebenso kann die Wirksamkeit der Lernhilfen geprüft werden, da sich die Schüler und Schülerinnen meist im Nachhinein sehr gut daran erinnern können, welcher Tipp für sie in welcher Situation hilfreich gewesen ist (Hänze, Schmidt-Weigand und Stäudel 2010: 66). Da die Lernhilfen auf Grund der Selbsteinschätzung der Lehrkraft vom Niveau der Schüler und Schülerinnen gestaltet werden, erhält man hier auch ein Feedback über die eigenen Auffassungen des Bildungsstands der Lerngruppe (Hänze, Schmidt-Weigand und Blum 2007: 200).

Bei den ersten Einsätzen dieses Aufgabenformats empfiehlt Franke-Braun (2008: 75), die Schüler und Schülerinnen ein wenig zu coachen, da viele von ihnen möglicherweise zu Beginn mit derart vielen Freiheiten überfordert sind beziehungsweise die notwendigen Strategiemuster zum Lösen erst erlernt werden müssen. Hänze, Schmidt-Weigand und Stäudel (2010: 68-69)

fügen hinzu, dass beim ersten Mal auch eine schriftliche Erläuterung zum Einsatz kommen kann. Außerdem sollte darauf hingewiesen werden, dass die konstruktive Arbeit miteinander gewünscht wird und angegeben werden, wie viel Zeit den Lernenden eingeräumt wird, um auf eine Lösung zu kommen. Weiters muss erklärt werden, dass die Lernhilfen erst dann zum Einsatz kommen sollen, wenn eine Gruppe nicht mehr weiter weiß. Gerade beim ersten Mal kann es passieren, dass Gruppen aus Neugier sogleich die letzte Hilfe mit der Zusammenfassung der Lösungsschritte einsehen. Dies wird aber bei mehrmaligem Durchführen dieser Methode nicht mehr vorkommen, da die Jugendlichen sich sonst ihres Erfolgserlebnisses berauben. Eine Erklärung der Hilfen, insbesondere deren zweigeteilter Aufbau in Tipp und zugehörige Lösung, sollte ebenfalls durchgeführt werden. Hänze, Schmidt-Weigand und Blum (2007: 205-206) nehmen an, dass der mehrmalige Einsatz von Aufgaben mit gestuften Lernhilfen im Unterricht eine Fähigkeitssteigerung auf Seiten der Schüler und Schülerinnen bei der Bearbeitung von anspruchsvollen Aufgaben mit sich bringt. Durch die immer wiederkehrende Auseinandersetzung mit komplexen Aufgaben und Lösungsstrategien sollte eine nachhaltige Beeinflussung der Lernenden beobachtet werden können. Man erhofft sich dadurch eine Verbesserung der Basiskompetenzen, ein Einverleiben und Benutzen von Taktiken zum Meistern von schwierigen Aufgaben, in Folge dessen ein Lernen durch diese und eine Erhöhung des „fachbezogene[n] Selbstkonzept[s]“ (Hänze, Schmidt-Weigand und Blum 2007: 206) und des anhaltenden Interesses an diesem Fach.

Werden gestufte Lernhilfen im Gruppenformat eingesetzt, handelt es sich hierbei um eine Art des kooperativen Arbeitens und Kooperativen Lernens. Im Gegensatz zur Partner- oder Gruppenarbeit wird hierbei aber nicht der Fokus auf das Erstellen eines Gruppenprodukts gelegt, das Hauptaugenmerk liegt am Arbeiten und Lernen selbst. Die Schüler und Schülerinnen sollen nicht nur fachliche Kompetenzen erwerben, sondern sich auch neue Strategien zum Lernen und soziale Fähigkeiten aneignen. Ganz im Sinne des Dialogischen Lernens (siehe Kapitel 2.3.2) sollen dabei alle Beteiligten gleichberechtigt mitwirken und gemeinsam die Verantwortung für das Lernergebnis übernehmen. Die Arbeitsgemeinschaft soll (ausgenommen bei den Einführungsstunden dieser Methode) ohne Intervention auf Seiten der Lehrperson durch Kommunikation untereinander ihr jeweiliges Wissen und ihre individuellen Kompetenzen zum Lösen des Problems miteinander austauschen. Geschieht dies in Partnerarbeit, wird in der Literatur vom „Lernen in Dyaden“ (Franke-Braun 2008: 48) gesprochen. Dabei ergeben sich zwei wichtige Aspekte: Zum einen müssen die Jugendlichen ihre Gedanken in Worten fassen und ausformulieren, was eine große Rolle beim Lernen und bei der Entwicklung spielt. Zum anderen können dadurch die Lehrenden einen kleinen Einblick in das Innere der Schüler und

Schülerinnen erhalten, was wiederum einen großen diagnostischen Wert bedeutet. Die Vorteile in solchen Lernformen sind neben den in Kapitel 3.3.1 genannten des Weiteren, dass auftretende Fehler oder Lücken im Denkmuster durch das bereitgestellte Arbeitsmaterial selbstständig ausgebessert werden können und dadurch auch eine eigenständige Überprüfung des Lernfortschrittes geschieht. Außerdem erhält man zusätzliches Feedback durch die anderen Mitglieder, welche den eigenen Ausführungen aufmerksam folgen sollten. Kommt es möglicherweise zu Unverständnis bei der mündlichen Darbietung der eigenen Ideen, muss der Gedankengang neu strukturiert werden, um ihn besser vermitteln zu können, was eine zusätzliche Auseinandersetzung mit dem Stoffgebiet und dadurch eine Vertiefung mit sich bringt. Als Zuhörender beziehungsweise Zuhörende muss man sich mit möglicherweise anderen Standpunkten und Sichtweisen auseinandersetzen, was gleichzeitig einer Kontemplation des eigenen Gedankenbildes bedarf. In einer möglich entstehenden Diskussion über die verschiedenen Standpunkte erfolgt eine weitere Vertiefung mit dem Inhalt, da die Jugendlichen ihre Ansichten stofflich begründen müssen. Gleichzeitig werden dadurch „argumentative Kompetenzen“ trainiert, „[so]dass die Lernenden Gründe für ihre Behauptungen artikulieren können, um ihren Standpunkt zu vertreten, [...] sie Zweifel äußern, Fragen stellen und Alternativen betrachten können“ (Franke-Braun 2008: 50). Durch den Dialog miteinander kommt es zu förderlichen Arbeits- und Lernsituationen, die bei der Einzelarbeit oder beim Folgen des Klassengesprächs nur selten auftreten können. Der Erfolg von dieser Arbeitsform hängt auch von deren Zusammenstellung ab. Logischerweise geht die Theorie nur dann auf, wenn die Gruppenmitglieder miteinander kommunizieren können, daher sollte auf die Harmonie und Sympathie geachtet werden. Demnach darf auch die Geschlechtlichkeit der verschiedenen Akteure nicht außer Acht gelassen werden. Es hat sich gezeigt, dass vor allem bei der Partnerarbeit gleichgeschlechtliche Lernende bessere Erfolge erzielen, wenn diese unterschiedlichen Leistungsniveaus angehören, wie es auch schon zum Teil bei Stäudel, Franke-Braun und Hesse (2006: 62-63) prognostiziert worden ist. Wichtig dabei ist aber, dass die Leistungsstärkeren sicher mit ihrem Wissensschatz auftreten und sich nicht von den Schwächeren auf Irrwege abbringen lassen. Trotzdem sollten alle möglichen Pfade durchgenommen werden, da durch die Besprechung mehrerer Lösungsmöglichkeiten eine intensive Auseinandersetzung mit dem Inhalt ermöglicht wird und sich die Kommunikation untereinander wieder positiv auf das Lernen auswirkt. Selbst, wenn die Harmonie in der Gruppe und alle anderen Faktoren gut aufeinander abgestimmt sind, kann es trotzdem sein, dass der interaktive und kommunikative Stein sprichwörtlich nicht ins Rollen kommt. Daher gibt es in den gestuften Lernhilfen solche, die gerade dies initiieren sollen, wie

die bereits angesprochene erste Hilfe, die das Paraphrasieren des Arbeitsauftrages in eigenen Worten verlangt. Ein Problem in dieser Arbeitsform tritt dann auf, wenn gruppenintern Themen besprochen werden, die nichts mit der Aufgabenstellung zu tun haben. Da sich die Lehrkraft so gut wie möglich aus dem Arbeitsprozess raushalten sollte, um den von konstruktivistischer Theorie geprägten Lernerfolg nicht zu untergraben, müssen die Arbeitsmaterialien und der gewählte Kontext dermaßen motivierend sein, dass eine Ablenkung durch andere Themen eingedämmt wird. Die Auseinandersetzung mit nicht relevanten Inhalten soll nämlich gar nicht ausgelöscht werden, da sie, in Maßen betrieben, durchaus positiv für die Gruppenarbeit in sozialer Hinsicht wirken kann. Dadurch können etwaig vorkommende Spannungen gelöst und der Zusammenhalt untereinander gestärkt werden (Franke-Braun 2008: 48-51).

Am Ende der Bearbeitung der gestellten Aufgabe wird dazu geraten, dass einzelne Gruppen ihre Ergebnisse vor der restlichen Klasse präsentieren, die Lehrkraft kann dabei noch einige Ergänzungen machen oder andere Lösungswege thematisieren (Hänze, Schmidt-Weigand und Stäudel 2010: 68).

### **4.3 Studie zur Wirksamkeit von Aufgaben mit gestuften Lernhilfen**

Franke-Braun (2008: 96-97) hat dieses Aufgabenformat für den naturwissenschaftlichen Unterricht auf dessen Wirksamkeit und Nutzbarkeit empirisch untersucht. Auch wenn der derzeitige Mathematikunterricht von den Arbeitsformen in Physik, Biologie und Chemie abweicht, lassen sich trotzdem aus den zumeist allgemein gehaltenen Ergebnissen aus dieser Studie Schlüsse zum Einsatz für diesen Gegenstand ziehen. Außerdem könnte dies zu fächerübergreifenden Einheiten anspornen, um die Mathematik wieder vermehrt als praktische Naturwissenschaft oder zumindest als Hilfe dieser zu verstehen. Mit dieser Studie sollen konkret folgende Fragen geklärt werden: Sind Aufgaben mit gestuften Lernhilfen im Stande, eine „sachbezogene Kommunikation“ (Franke-Braun 2008: 97) anzutreiben? Bringen gestufte Lernhilfen bei komplexen Beispielen wirklich einen Vorteil gegenüber einem voll ausgefertigten Lösungstext, der aber nicht in mehrere Schritte geteilt ist? Hängen Kommunikation und der individuelle Erfolg beim Lernen bei Aufgaben mit gestuften Lernhilfen zusammen? Gibt es Anweisungen, welche in hohem Maß dafür geeignet sind, Kommunikation und den Ertrag beim Lernprozess wirksam beim Bewältigen der Aufgaben zu initiieren? Dafür wurden zwei voneinander getrennte experimentelle Studien durchgeführt. Die erste war videobasiert und hat Schüler und Schülerinnen nur ein komplexes Beispiel lösen lassen, wobei eine Gruppe mit gestuften Lernhilfen und die andere mit einem Lösungstext, der

das gleiche beinhaltet hatte, gearbeitet haben.<sup>1</sup> Hier wurde vor allem das Hauptaugenmerk auf den Vergleich von Kommunikation und Zuwachs beim Lernen unter den zwei genannten Bedingungen gelegt. Die zweite Studie ließ die Jugendlichen zwei komplexe Beispiele direkt nacheinander bearbeiten, wobei die Aufgabe aus der ersten Studie wieder, aber durch deren Ergebnisse abgeändert verwendet wurde.<sup>2</sup> Hierbei wurde verglichen, ob gestufte Lernhilfen zu einem besseren Lernerfolg bei der Arbeit allein oder mit einem Partner oder einer Partnerin führen, wobei die zwei gestellten Aufgaben verschiedene Beihilfen zum Finden der Lösung anboten. Des Weiteren wurde hier ebenso untersucht, ob bei dem zweiten Beispiel gestufte Lernhilfen oder ein Lösungstext zu einem besseren Lernerfolg führen.

Die erste Studie wurde in zwei Teilstudien unterteilt und mit je einer neunten Jahrgangsstufe zeitlich versetzt durchgeführt. Die erste davon ging im September und Oktober 2005 über die Bühne, die zweite im Jahr darauf im Dezember (Franke-Braun 2008: 117). Hierbei haben insgesamt 62 Neuntklässler aus vier Hauptschul- und zwei Realschulklassen von drei Schulen aus Kassel in den Räumlichkeiten der ortsangehörigen Universität am Nachmittag freiwillig teilgenommen (Franke-Braun 2008: 125). Bei dem ersten Durchgang hat sich herausgestellt, dass gestufte Lernhilfen einen positiven Einfluss auf das Arbeiten mit komplexen Beispielen nehmen können. Dadurch wird nämlich eine Kommunikation, die mit dem Thema zu tun hat, verstärkt, wodurch die Schüler und Schülerinnen ihre Lernleistungen erhöhen können. Es ist aber nicht nachweisbar gewesen, dass das Verhalten beim Kommunizieren eine Auswirkung auf den Erfolg beim Lernen ausgeübt hat. Es ist zwar durch die angesprochenen strategischen Hilfen mehr miteinander kommuniziert worden, die Effektivität dieser hat sich aber nicht gesteigert. Dies sieht die Autorin ein wenig darin begründet, dass die Schüler und Schülerinnen nicht viel Wissen zu dem notwendigen Konzept zum Lösen der Aufgabe mitgebracht und sich mehr auf den kurz vor der Studie durchgenommen Unterrichtsinhalt konzentriert haben. Außerdem sind die Teilnehmer und Teilnehmerinnen zum ersten Mal mit diesem Aufgabenformat konfrontiert worden und haben sich in einer ungewöhnlichen Lernsituation befunden, da mitgefilmt worden ist und ein Versuchsleiter anwesend war, welcher aber nicht helfend eingreifen durfte. Daher haben sich die Kinder wahrscheinlich nicht zu 100 Prozent getraut, frei zu sprechen. Trotzdem hat sich gezeigt, dass die Jugendlichen den durch die

---

<sup>1</sup> Für die Aufgabenstellung „Besteht die 5-cent-Münze tatsächlich aus Kupfer?“ siehe Franke-Braun (2008: 79), für die verwendeten gestuften Lernhilfen siehe Franke-Braun (2008: 204-205) und für den Lösungstext siehe Franke-Braun (2008: 208).

<sup>2</sup> Einerseits sind die bereits angesprochene Aufgabe zur 5-Cent-Münze mit veränderten abgestuften Lernhilfen (Franke-Braun 2008: 80-81), andererseits die Aufgabe „Salze lösen sich unterschiedlich gut“ (Franke-Braun 2008: 211-215) bearbeitet worden.

Lernhilfen favorisierten Lösungsweg besser verstehen, mehrere Schritte beim Bearbeiten durchgehen und nachbilden können und ein besseres Verständnis für das notwendige Konzept entwickeln. Insgesamt haben sich aber viele Schüler und Schülerinnen beim Bearbeiten schwer getan, was sich bei den produzierten Lösungen herauskristallisiert hat. Dies hat zu einer Optimierung der gegebenen gestuften Lernhilfen für die Studie im Jahr darauf geführt, welche auch sogleich untersucht, ob diese Änderungen eine Effizienzerhöhung erwirken. Die Erneuerungen manifestieren sich in weiteren Instruktionen, die zu verschiedensten Lernstrategien raten und dadurch eine Förderung im Lernen erfolgen kann. Diese erweiterten Hilfen regen zum Anfertigen von Notizen oder zum Zusammenfassen der einzelnen Schritte an. Dadurch findet ein Abgleich zwischen dem derzeitigen Erfolg der Schüler und Schülerinnen und den Lernhilfen statt, wodurch eine zusätzliche Vertiefung mit dem Fachinhalt angeregt wird, falls Lücken oder Fehler auftreten. Die zweite Teilstudie verlief vom Setting her ähnlich zur ersten, jedoch kamen drei neue Lernhilfen zu dem gewählten Beispiel hinzu, um die Schülerkommunikation effektiver zu initiieren und ein insgesamt besseres Verständnis zu ermöglichen.<sup>3</sup> Es haben dieses Mal 30 Kinder der neunten Jahrgangsstufe von zwei Schulen aus Kassel freiwillig teilgenommen, wobei aber bei diesen im Vorhinein individuelle Daten, Fähigkeiten im Lesen, bereits erlerntes Wissen und das Niveau der Intelligenz aufgenommen wurden. Diese Teilstudie wurde wieder in der Universität von Kassel am Nachmittag durchgeführt (Franke-Braun 2008: 146-49). Durch das Hinzufügen der Lernhilfen ist die gewählte Aufgabe besser als in der ersten Teilstudie gelöst worden. Die Schüler und Schülerinnen haben deutlich mehr miteinander zum anliegenden Thema gesprochen, wodurch eine stärkere Auseinandersetzung und daraus folgend eine bessere Lernleistung zu verzeichnen gewesen ist. Die erste Hilfe ist so abgeändert worden, dass die Jugendlichen dazu aufgefordert worden sind, die Aufgabenstellung nicht nur mündlich zu paraphrasieren, sondern auch schriftlich festzuhalten. Hier ist beobachtet worden, dass dadurch viele Kinder das angefangene Blatt Papier für weitere anfallende wichtige Notizen, die sie aus den Lernhilfen generiert hatten, benutzt haben. Dies ist vermutlich insofern hilfreich gewesen, da auch diese Testgruppe zum ersten Mal mit Aufgaben mit gestuften Lernhilfen konfrontiert gewesen ist. Prinzipiell hat sich aber gezeigt, dass das Anfertigen von Notizen meist zu einer erhöhten Leistung beim Lösen eines Problems führt. Daher wird geraten, die erste Hilfe für anspruchsvolle Beispiele immer so zu gestalten, dass die Lernenden die Aufgabenstellung in eigenen Worten verschriftlichen sollen. Die Lernhilfen sind aber nicht nur um eine strategische Komponente verändert worden,

---

<sup>3</sup> Für die veränderten gestuften Lernhilfen bei der 5-Cent-Aufgabe siehe Franke-Braun (2008: 206-207).

sondern auch um eine inhaltliche. Dabei ist der Fokus mehr auf das notwendige Lösungskonzept gelegt worden, was nahelegt, dass man generell bei komplexen Aufgaben eine vollständige Lösung präsentieren sollte, um ein besseres Verständnis und einen höhergradigen Erfolg beim Lernen zu erzielen. Nach der ersten Studie haben die Jugendlichen von sich aus angegeben, dass sie sich fähig gefühlt haben, die Aufgabe zu meistern, sie haben sich motivierter gefühlt, ein Ergebnis zustande zu bringen und sind in der Partnerarbeit sehr stark in sozialer Hinsicht eingebunden gewesen. Insgesamt also haben sie ein besseres Gefühl in ihrem Lernerleben gehabt. Durch die zweite Teilstudie ist nachgewiesen worden, dass die verstärkte Kommunikation über das aufgabenrelevante Thema und die erbrachte Leistung positiv miteinander zusammenhängen (Franke-Braun 2008: 168-169).

An der zweiten Studie haben 146 Kinder aus dem neunten Jahrgang, die sich auf sechs Klassen aus der Haupt- und Realschule verteilen, während der normalen Unterrichtszeit freiwillig teilgenommen. Diese wurden nach den Klassenlisten in vier Gruppen geteilt, sodass jede Kombination aus gestuften Lernhilfen oder durchgehender Hilfetext und Einzelarbeit oder Arbeit mit einem Partner oder einer Partnerin abgedeckt worden ist. Im Vorhinein hat jeder Teilnehmer und jede Teilnehmerin noch einen Test zur jeweiligen Ausgangslage beim Lernen absolviert (Franke-Braun 2008: 173). Da in der zweiten Studie die Lernhilfen um zwei mit inhaltlichen Komponenten im Gegensatz zu ersten Teilstudie der ersten Studie erweitert worden sind, haben die Jugendlichen im Vergleich besser abgeschnitten. Betrachtet man aber die zweite Teilstudie der ersten Studie, die eine zusätzliche lernstrategische Hilfe eingebaut hat, fallen die Ergebnisse der zweiten Studie wieder schlechter aus. Daraus lässt sich ebenso schließen, dass die verstärkte Initiierung von sachbezogener Kommunikation zu einer höheren Leistung führt. Interessant ist die Tatsache, dass trotz der hinzugefügten zwei Lernhilfen in Studie zwei die Schüler und Schülerinnen im Durchschnitt um einiges schneller mit der Bearbeitung der Aufgabe vorangeschritten sind. Der Grund dafür liegt darin, dass die Jugendlichen zwei Aufgaben hintereinander bearbeiten haben müssen und die Reihenfolge dieser einen Einfluss auf die Arbeitszeit ausübt, da sie sich meistens länger auf die erste Aufgabe konzentriert haben. Da aber nur die Hälfte der Teilnehmer und Teilnehmerinnen zuerst das Beispiel von der ersten Studie mit den erweiterten Lernhilfen bearbeitet haben, gibt es hier einen niedrigeren Durchschnittswert. Betrachtet man hingegen nur die durchschnittliche Bearbeitungsdauer der Gruppen, die sich zuerst mit der veränderten Aufgabe aus der ersten Studie beschäftigt haben, sind die Unterschiede nicht mehr so groß, dennoch waren die Gruppen aus Studie zwei schneller. Dies lässt darauf schließen, dass sich die Kinder in der zweiten Studie weniger gewissenhaft und nutzbringend mit den Lernhilfen befasst haben. Dennoch bestätigt die zweite

Studie ebenso wie die erste, dass gestufte Lernhilfen eine positive Förderung des Lernerfolgs bei komplexen Beispielen mit sich bringen. Sowohl in der Arbeit allein als auch mit einem Partner hat sich gezeigt, dass gestufte Lernhilfen einem Lösungstext hinsichtlich der Leistung vorzuziehen sind. Da man hier auch den positiven Einsatz in Einzelarbeit studiert und nachgewiesen hat, bieten Aufgaben mit gestuften Lernhilfen eine gute Möglichkeit einer inneren Differenzierung im Unterricht nachzukommen. Nach der Bearbeitung beider gestellten Beispiele haben die Schüler und Schülerinnen angegeben, dass sie einer Aktivierung ihrer kognitiven Fähigkeiten verspürt haben (Franke-Braun 2008: 184-185).

Die zu Anfang formulierten Forschungsfragen können durch die Resultate dieser zwei Studien prinzipiell positiv beantwortet werden, die wichtigsten Erkenntnisse werden hier noch einmal kurz zusammengefasst: Aufgaben mit gestuften Lernhilfen vermögen es, Kommunikation über fachliche Inhalte unter den Jugendlichen zu initiieren und zu stärken. Dies gilt nach der Auswertung der Statistik als gesichert. Vor allem im Vergleich zu einem vorgefertigten Lösungstext hat sich gezeigt, dass die Lernenden eher gründlicher und einem Ziel zugewandt miteinander arbeiten, wenn sie die Hilfestellungen nur häppchenweise vorgesetzt bekommen haben. Da die Schüler und Schülerinnen zum ersten Mal mit dieser Methode gearbeitet haben, sind sie nicht unbedingt darauf trainiert gewesen, wie man in einer Gruppe (in diesem Fall mit einem Partner oder einer Partnerin) konstruktiv arbeitet. Es ist oft dazu gekommen, dass sich die Jugendlichen ins Wort gefallen sind und ihr Gegenüber nicht ausreden haben lassen. Diese fehlenden Kompetenzen im konstruktiven Arbeiten und sinnstiftenden Kommunizieren miteinander sollten innerhalb des Schulunterrichts nachgeholt werden. Die Bearbeitung anspruchsvoller Beispiele mit gestuften Lernhilfen hat gezeigt, dass Fähigkeiten in der Kommunikation und im Teamwork gesteigert werden können. Durch die strategischen Hilfen erhalten die Gruppen auch eine gewisse Anleitung und Strukturierung, wie sie optimal miteinander eine positive Leistung erbringen können. Trotz der vorgefertigten Hilfen ist es noch möglich, dass die einzelnen Mitglieder ihre individuellen Fähigkeiten und Fertigkeiten einbringen können. Durch die Verschriftlichung des Arbeitsauftrages und Anfertigen von Notizen bauen die Schüler und Schülerinnen einen eigenen Plan auf, wie sie das gestellte Problem lösen können und praktizieren dabei gleichzeitig eine Strukturierung des Stoffs, die zur Vertiefung hilfreich ist. Außerdem haben sich die Jugendlichen, die zur Anfertigung von Notizen aufgefordert worden sind, im Nachhinein besser an die einzelnen durchgeführten Schritte erinnern und sie korrekt wiedergeben können. Dies hat sich „als wichtiges Werkzeug für selbstgesteuertes Lernen und Handeln“ (Franke-Braun 2008: 188) herausgestellt. Aufforderungen dieser Art, die die Lernenden dazu ermuntern, die Anforderungen, aber auch

die einzelnen Arbeitsschritte in eigene Worte zu fassen und anschließend zu Papier zu bringen und untereinander zu vergleichen, haben sich als sehr wirksam herausgestellt. Durch die Erkenntnisse dieser Studie sieht die Autorin durch Aufgaben mit gestuften Lernhilfen eine Förderung der Evolution einer neuen Aufgabenkultur. Ganz nach konstruktivistischem Leitbild ist es demnach möglich, eine Lernumgebung zu schaffen, welche den Jugendlichen Platz für selbstständiges Arbeiten und Selbstständiges Lernen bietet, in der sie zusätzlich miteinander in Kommunikation über das behandelte Thema treten können. Lernhilfen wie „*Welche Information sind besonders wichtig und wie könnt ihr sie nutzen?*“ oder „*Erinnert euch: wie lautet die Formel für ...?*“ (Franke-Braun 2008: 189) haben sich als wirksam und gut verständlich herausgestellt, wenn Informationen aus dem Aufgabentext herausgefiltert werden sollen oder es um Aktivierung von bereits Erlerntem geht. Durch die jeweiligen Antworten können nämlich Kinder, die Schwierigkeiten beim Verstehen der Anforderungen oder zu wenig Vorwissen haben, den vorgezeichneten Lösungsweg durch die Lernhilfen Schritt für Schritt besser nachvollziehen, vor allem auch in ihrer eigenen Geschwindigkeit. Nach der inneren Differenzierung möchte man allen Lernenden die jeweils individuell notwendige Zeit zur Verfügung stellen, dem kann man durch Aufgaben mit gestuften Lernhilfen nachkommen. Da sich die Lehrkraft während der Bearbeitungszeit zurückhält, können Diagnosen über die verschiedenen Verständnisschwierigkeiten, über den vorhandenen beziehungsweise fehlenden Fachwortschatz und über die zur Anwendung gekommenen Strategien erstellt werden. Dabei zeigt sich nämlich, ob die Jugendlichen über einen gesamten stofflichen Zusammenhang verfügen und diesen in veränderten Kontexten anwenden können, denn bei Fragen der Lehrperson müssen meist nur einzeilige Antworten gegeben werden (Franke-Braun 2008: 186-190). Nach einer gestellten Diagnose kann die Lehrperson darauf mit einer entsprechenden Therapie antworten und den kommenden Unterricht nach den erforderlichen Unterstützungen aufbauen (Forschergruppe Kassel 2006: 86), wie es auch schon Ruf und Winter (2006: 56) festgestellt haben.

#### **4.4 Zusammenhang zu Differenzierung**

Mit diesem Aufgabenformat ist es, wie bereits kurz angesprochen, realisierbar, eine innere Differenzierung in der Lerngruppe anzustreben. Es wird den Kindern ermöglicht, das Lernen in dem spezifischen Fach zu verbessern, gleichzeitig können sie aber auch Lernziele erreichen, die nicht speziell mit diesem Gegenstand etwas zu tun haben. Durch die Lernhilfen kann die Lehrkraft den Unterricht außerdem auf einen Mittelweg bringen, nämlich zwischen kompletter Instruktion, die durch die gestellten Aufgaben vorhanden sind und Unterstützung in der

Ausübung einer gewissen Selbstständigkeit beim Bearbeiten von anspruchsvollen und zu einem gewissen Grad auch offenen Anforderungen. Genau hier erkennt man Maßnahmen zur inneren Differenzierung, denn die Schüler und Schülerinnen können selbst entscheiden, ob und welche Lernhilfen sie einsehen möchten, ganz angepasst an ihr Niveau und ihre Motivation. Eher schwächere Lernende erhalten so eine Unterstützung, die sie benötigen, für die stärkeren bleibt aber der Reiz, dass sie die Aufgabe allein bewältigen, immerhin müssen sie die Hilfen nicht einsehen. Herauszuheben ist jedoch, dass die Hilfen nicht so aufgebaut sind, dass sie einen kompletten Lösungsweg zeigen, sondern nur einen Anstoß leisten soll, der die Schüler und Schülerinnen in eine vorgesehene Richtung lenkt. Nachdem diese neuen Ideen ausgearbeitet worden sind, können sie mit der beiliegenden Lösung ihr bisheriges Werk überprüfen (Hänze, Schmidt-Weigand und Stäudel 2010: 64). Hier spiegeln sich ebenso Ideen des adaptiven Unterrichts wieder, welche bereits in Kapitel 2.3 erwähnt worden sind. Durch die den Beispielen innewohnende Komplexität werden alle Lernenden kognitiv stärker aktiviert, als wenn es sich um Durchschnittsaufgaben handelte (Franke-Braun 2008: 73-74). Diese Methode bietet auch eine Möglichkeit, mit der anzutreffenden Heterogenität in einer Klasse umzugehen. Komplexe Problemstellungen werden, wenn sie überhaupt auftreten, im Normalfall in kleinere Einheiten zerlegt, um den Leistungsniveaus aller Schüler und Schülerinnen gerecht zu werden. Dabei kann es aber leicht passieren, dass die Jugendlichen durch die Zerstückelung den Zusammenhang mit dem eigentlichen Ausgangspunkt verlieren. Gestufte Lernhilfen bieten aber den Lehrenden eine Möglichkeit, komplexere Aufgaben in einem Stück zu stellen, trotzdem aber auch den leistungsschwächeren Kindern eine konstruktive Lernumgebung zu bieten. Durch die gestuften Hilfekärtchen können „sowohl inhaltliche als auch lernstrategische Unterstützungen angeboten“ (Stäudel, Franke-Braun und Hesse 2006: 61) werden, denn selbst Gruppen, die keine Hilfe verwendet haben, werden durch die bereits angesprochene letzte Hilfestellung aufgefordert, dies im Nachhinein zu erledigen. Einerseits können sie dadurch ihre Lösung überprüfen und andererseits erfahren sie, wie sie auf eine andere Art mit diesen Aufgaben strategisch umgehen können. Es wird außerdem ermöglicht, bereits Erlerntes in einen Zusammenhang zu bringen, aber auch Neues zu entdecken und zu erfahren. Weiters wird hier die bereits in früheren Abschnitten angesprochene Selbstständigkeit beim Lernen und die Kommunikation untereinander gefördert (siehe Kapitel 2.3.1 und 2.3.2). Es bleibt allein den Jugendlichen überlassen, ob sie eine Hilfe in Anspruch nehmen oder nicht und durch Aufforderungen in den Hilfen, wie zum Beispiel die erste formuliert ist, kommen die Schüler und Schülerinnen in ein lernförderliches Gespräch. Auch leistungsschwächere Gruppen können konstruktiv und an dem Problem orientiert miteinander arbeiten, wenn immer wieder

inhaltliche Tipps durch die zur Verfügung stehenden Hilfen gegeben werden (Stäudel, Franke-Braun und Hesse 2006: 61-62). Auch wenn diese Gruppen alle zur Verfügung stehenden Hilfen gebraucht haben, kann trotzdem ein konstruktives Lernen festgestellt werden. Die Schüler und Schülerinnen haben mit den Hilfen Lösungsstrategien eingeübt und selbstständig mit einem gestuften Ergebnistext das Beispiel gemeistert, worauf sie auch meistens stolz auf sich sind, ein so komplexes Beispiel lösen zu können (Forschergruppe Kassel 2006: 85). Außerdem muss man als Lehrkraft keine Angst davor haben, dass manche Gruppen wesentlich schneller fertig werden, als andere. Es hat sich gezeigt, dass die Bearbeitungszeit in den verschiedenen Gruppen meist gleich lang ist, da solche, die ohne Hilfen auskommen wollen beziehungsweise können, auch länger miteinander über Details diskutieren (Stäudel und Wodzinski 2008: 193).

Weiters fördert diese Methode durch die freie Entscheidungsmöglichkeit, wie das Beispiel angegangen wird, das Autonomieerleben. Die Schüler und Schülerinnen werden dazu eingeladen, ihre Ideen auszutesten, selbst wenn diese falsch sind. Zur Not rücken die Lernhilfen alles wieder zurecht und verhindern, dass eine Frustration eintritt, wenn man bei den anspruchsvollen Aufgaben nicht auf einen grünen Zweig kommt. Dadurch wird auch verhindert, dass das Fach selbst als negativ erlebt wird. Die Lernenden können durch die Bearbeitung von Aufgaben mit gestuften Lernhilfen erfahren, dass sie aus eigener Kraft ein so schwieriges Beispiel gemeistert haben. Es ergibt sich hier eine Möglichkeit, auch den Kindern, die dem Fach nicht nur positiv gegenüberstehen, das Gefühl zu vermitteln, dass sie zu etwas Konstruktivem in diesem Gegenstand fähig sind und das Gelernte richtig und wirksam einsetzen können (Hänze, Schmidt-Weigand und Stäudel 2010: 64-65).

Mit diesem Aufgabenformat werden ebenso die Ergebnisse von TIMSS und PISA (siehe Kapitel 3.1.1 und 3.1.2) berücksichtigt, da vermehrt auf verschiedene Kontexte gesetzt wird, um den Schülern und Schülerinnen beizubringen, ihr Wissen flexibel in verschiedenen Situationen einzusetzen. Die Aufgabenstellungen bringen meist ein ungewohntes Maß an Komplexität mit sich, was den Schwierigkeitsgrad zwar immens erhöht, jedoch werden durch die Hilfen Probleme vieler Art abgefangen. Die Lernenden sollen durch die Aufgaben eine gewisse Herausforderung erfahren, aber ebenso erleben, dass sie dazulernen und sich Kompetenzen aneignen können. Da zumeist eine Vernetzung mit anderen Themengebieten oder gar anderen Fachrichtungen geschieht, wird hier ebenso bereits Gelerntes wieder hervorgebracht und mit anderen Inhalten und Anwendungsmöglichkeiten verknüpft. Diese Methode steht ebenso im Zeichen der neuen Aufgabenkultur, wodurch einer Differenzierung

im Unterricht nachgekommen werden soll. Da die Aufgaben meist kooperativ gelöst werden, werden hier die bereits genannten Ideen aus Kapitel 3.3.1 verwirklicht. Kurz zusammengefasst bedeutet dies für die Lernenden eine Unterstützung und Förderung in ihrer Selbstständigkeit und in ihren sozialen Kompetenzen in der Interaktion untereinander. Durch die Einbettung in einen realitätsnahen Kontext können die Forderungen von Leuders (2001: 78), welche in Kapitel 2.4 ausgeführt worden sind, insofern eingehalten werden, da man die Motivation der Jugendlichen erhöht, diese Aufgabe durchzuführen. Außerdem sollen in diesem Aufgabenformat ganz im Sinne des Konstruktivismus die Lernenden selbstständig arbeiten (Franke-Braun 2008: 64-65). Dies wird auch durch die Lernhilfen gefördert, was wichtig ist, denn wenn sich die Schüler und Schülerinnen nicht selbst in den Arbeitsprozess einbringen, können auch die am besten ausgearbeiteten Materialien nichts bewirken. Laut Jacobs (2003) ist es auch das Ziel einer „vernünftigen Pädagogik“ eine derartige Unterstützung als Lehrkraft zu bieten, sodass die Jugendlichen in kurzer Zeit viel lernen können. Dieses Wissen soll außerdem nachhaltig angeeignet sein und flexibel in verschiedenen Kontexten eingesetzt werden können. Derartiges Lernen sieht er aber nur dann als wirksam an, wenn die Kinder sich selbst in den Lernprozess eingebracht haben (Jacobs, 2003).

Wie außerdem bereits kurz angesprochen, sind Aufgaben mit gestuften Lernhilfen meist nicht komplett offen, sondern favorisieren einen oder möglicherweise zwei bestimmte Lösungswege. Dies stellt aber auch eine Unterstützung im Aneignen von eigenständigem Lernen für nicht so starke Schüler und Schülerinnen dar. Oftmals erhoffen sich die Lehrkräfte von offenen Lernumgebungen, dass die Kinder diese Kompetenzen nebenbei verinnerlichen, doch leistungsschwächere Jugendliche können mit dieser Offenheit oft überfordert sein, wie es bereits Hascher und Hofmann (2008: 48-49) festgestellt haben (siehe Kapitel 3.2). Durch die bereitgestellten Hilfen, vor allem jene von lernstrategischer Art, können auch diese Lernenden derartige Fähigkeiten aufbauen und erwerben. Dadurch können die Prozesse der Verarbeitung von Information und des Lernens erheblich verbessert werden, vor allem da sich die lernstrategischen Hilfen mit inhaltlichen Tipps abwechseln und miteinander kombiniert werden. Die Jugendlichen lernen, wann sie bestimmte Lerntaktiken am sinnvollsten einsetzen können (Hänze, Schmidt-Weigand und Stäudel 2010: 65). Abschließen sollen diese Betrachtungen die Worte von Hänze, Schmidt-Weigand und Blum (2007: 206): „Die Aufgaben mit gestuften Lernhilfen scheinen ein vielversprechender Weg für die Gratwanderung zwischen Autonomieförderung und Überforderung im Rahmen von gemäßigt konstruktivistischen Unterrichtsansätzen zu sein.“

## 4.5 Beispielaufgaben mit gestuften Lernhilfen

In diesem Abschnitt sollen zwei Beispiele gezeigt werden, um einen Eindruck davon zu vermitteln, wie derartige Aufgaben aussehen könnten. Anschließend wird auch noch jeweils darüber diskutiert, welche Änderungen noch möglich wären.

### 4.5.1 Aufgabe 1: „Wie man mit Pferd eine Straße sicher überquert“

Das erste Beispiel hat die Forschergruppe von der Universität Kassel (2007: 44) in ihren Untersuchungen für den Physikunterricht erprobt. Auch wenn es sich hier um eine Aufgabe aus der Physik handelt, benötigen die Schüler und Schülerinnen dennoch nur Kompetenzen, welche sie ebenso im Mathematikunterricht benötigen. Es ist hierbei also kein spezifisches Fachwissen aus der Physik zur Lösung des Beispiels notwendig.

Die Aufgabenstellung lautet im Originalen wie folgt (Forschergruppe – Universität Kassel 2007: 44):

Tanja muss ihr Pferd über eine 5 m breite Straße führen. Damit sie sicher die Straße überqueren kann, müssen die heranfahrenden Autos weit genug weg sein. Aber was genau heißt „weit genug weg“?

Nimm an, dass sie mit Pferd 1 m/s gehen kann und das Auto mit 50 km/h fährt.

Wie weit muss das Auto dann mindestens entfernt sein, damit sie sicher an der anderen Straßenseite ankommt?

Die dazu entwickelten gestuften Lernhilfen lauten (Forschergruppe – Universität Kassel 2007: 44):

Hilfe 1	Lösung 1
Erklärt euch gegenseitig die Aufgaben noch einmal in eigenen Worten. Klärt dabei miteinander, wie ihr die Aufgabe verstanden habt und was euch noch unklar ist.	Zum Beispiel: „Wir sollen herausfinden, wie weit ein fahrendes Auto weg sein muss, damit Tanja mit dem Pferd in langsamen Tempo die Straße sicher überqueren kann.“
Hilfe 2	Lösung 2
Macht euch eine Skizze, in der ihr Tanjas Weg über die Straße und den Weg des Autos grob skizziert.	Siehe Abbildung 10

<b>Hilfe 3</b>	<b>Lösung 3</b>
Wie lange dauert es, bis Tanja und das Pferd sicher an der anderen Straßenseite angekommen sind? Welche Strecke hat das Auto in dieser Zeit zurückgelegt?	Um 5 m zurückzulegen benötigt Tanja 5 s. Das Auto hat in dieser Zeit eine Strecke von etwa 70 m zurückgelegt. Wenn ihr einen anderen Wert herausbekommen habt, schaut in <b>Hilfe 4</b> nach.
<b>Hilfe 4</b>	<b>Lösung 4</b>
Für die Lösung der Aufgabe müsst ihr wissen, wie man $\frac{km}{h}$ in $\frac{m}{s}$ umrechnet. Probiert zuerst selbst, es euch noch einmal herzuleiten. Schaut evtl. im Heft nach. Eine Antwort findet ihr auch auf der Rückseite.	$1 \frac{km}{h} = \frac{1000 m}{3600 s} = \frac{1}{3,6} m/s$ Um $km/h$ in $m/s$ umzurechnen, muss man den Zahlenwert durch 3,6 teilen. Merkregel: Von den großen zu den kleinen Einheiten: Durch 3,6 teilen.
<b>Hilfe 5</b>	<b>Lösung 5</b>
Schaut noch einmal, was ihr jetzt alles wisst. Könnt ihr die Aufgabe nun beantworten? Überlegt noch einmal, ob auch das Pferd bei eurer Rechnung sicher ankommt.	Genaugenommen muss auch das Hinterteil des Pferdes noch über die Straße kommen. Statt der 5 m sind also eher 7 m zu rechnen. Die Strecke, die das Auto in dieser Zeit zurücklegt, beträgt etwa 97 m. Das Auto sollte also etwa 100 m entfernt sein.



Abbildung 10: Lösung zur Hilfe 2 bei Aufgabe 1 (Forscherguppe - Universität Kassel 2007: 44)

Dieses Beispiel beinhaltet sehr viele von den bereits in den vorangegangenen Kapiteln aufgezählten Merkmalen. Die Formulierungen der gestuften Hilfen kommen den Empfehlungen von Hänze, Schmidt-Weigand und Stäudel (2010: 67) und Hänze, Schmidt-Weigand und Blum (2007: 200) aus Kapitel 4.2 nach. Die erste Hilfe soll demnach die Kommunikation in der Gruppe sowie das Paraphrasieren der Aufgabenstellung initiieren. Durch die zweite Hilfe soll ein Anstoß zur Visualisierung des Problems geliefert werden, wodurch sich die Schüler und Schülerinnen ein (vereinfachtes) Bild von der Problemstellung machen können. Der dritte Hinweis soll die Lernenden dazu anregen, zwei Teilziele zu

berechnen, um daraus später das Endresultat zu erhalten. Die vierte Hilfe soll einerseits Vorwissen aktivieren, andererseits zählt die Lösung als Informationsinput, wenn sich die Jugendlichen die Formel nicht selbst herleiten können. Die letzte Hilfe fällt unter das Merkmal der Verifikation, nun sollen alle erhaltenen Ergebnisse zusammengetragen und eine Antwort auf das zu lösende Problem gegeben werden. Dieses Beispiel ist für die achte Schulstufe erprobt worden (Forschergruppe – Universität Kassel 2007: 43).

Diese Aufgabe kann man meiner Meinung nach sehr gut in einer Klasse der achten oder neunten Schulstufe im Fach Mathematik durchführen, da diese dem erforderlichen Wissensstand entsprechen sollten. Das einzige physikalische Fachwissen, welches hier benötigt wird, bezieht sich auf die Formel für die gleichbleibende Geschwindigkeit  $v = \frac{s}{t}$  und das Umgehen mit der zugehörigen physikalischen Einheit.

Zur Legitimation des Einsatzes dieses Beispiels in der Mathematik, welches eigentlich für den Physikunterricht gedacht ist, werden nachstehend einige Stellen aus dem AHS-Lehrplan für Mathematik zitiert. Im Lehrplan für die Unterstufe (BMBF 2000: 6) steht bei „**Kernbereich**“ geschrieben, dass die Kinder „ihre Erfahrungen auch in fächerübergreifenden Vorhaben einbringen“ sollen. Bereits für die zweite Klasse wird beim Punkt „**Arbeiten mit Zahlen und Maßen**“ formuliert, dass die Lernenden „Maße verwenden und Umwandlungen durchführen können in dem Ausmaß, wie es die Bearbeitung von Sachaufgaben [...] erfordert und es dem Vorstellungsvermögen der Schülerinnen und Schüler entspricht“ (BMBF 2000: 6). Sowohl für die zweite als auch die dritte Klasse findet man bei den Abschnitten „**Arbeiten mit Variablen**“, dass die Kinder „Gleichungen und Formeln aufstellen [können sollen], insbesondere in Sachsituationen“ (BMBF 2000: 6) beziehungsweise „Formeln in Sachsituationen [...] aufstellen können“ (BMBF 2000: 7). Im Lehrplan von Mathematik für die Oberstufe (BMBF 2004: 2) findet man beim Abschnitt „**Beiträge zu den Bildungsbereichen**“ bei „Natur und Technik“ folgende Formulierung, wozu der Mathematikunterricht beisteuern soll: „Viele Naturphänomene lassen sich mit Hilfe der Mathematik adäquat beschreiben und damit auch verstehen.“ Außerdem liest man beim Punkt „**Lernen in anwendungsorientierten Kontexten**“ (BMBF 2004: 2) folgendes:

„Anwendungsorientierte Kontexte verdeutlichen die Nützlichkeit der Mathematik in verschiedenen Lebensbereichen und motivieren so dazu, neues Wissen und neue Fähigkeiten zu erwerben. Vernetzungen der Inhalte innerhalb der Mathematik und durch geeignete fächerübergreifende Unterrichtssequenzen sind anzustreben.“

Für die fünfte Klasse der Oberstufe steht im Kapitel „**Gleichungen und Gleichungssysteme**“, dass Schüler und Schülerinnen das „Lösen von linearen [...] Gleichungen in einer Variablen“

und „Anwenden [dieser] auf inner- und außermathematische Probleme“ beherrschen sollen (BMBF 2004: 3).

Weiters sprechen ebenso Richtlinien für die standardisierte schriftliche Matura vom Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation und Entwicklung des österreichischen Schulwesens (BIFIE), welches unter anderem für das Erstellen der zentralen Reifeprüfung in Österreich zuständig ist, für die Verwendung des vorgestellten Beispiels. Im Kapitel „Kontexte“ kommt sowohl bis zu den Terminen für 2017/18, als auch für die Termine ab dem Haupttermin 2018 (BIFIE 2013: 19 bzw. BIFIE 2015: 19) folgendes vor:

„Bei der Anwendung von Mathematik in alltäglichen Situationen kommt man nicht umhin, sich auch mit Größenverhältnissen, (physikalischen) Größen im Allgemeinen und Einheiten im Speziellen auseinanderzusetzen. Der korrekte Umgang mit Größen(-verhältnissen) und Einheiten ist jedenfalls in Kommunikationssituationen unumgänglich und zeugt von einem tiefergehenden Verständnis für Zusammenhänge. [...] (Physikalische) Größen und ihre Einheiten treten in praktisch allen technisch-naturwissenschaftlichen Kontexten auf. Die grundlegende Kenntnis der Größen, Einheiten und Symbole des SI-Einheitensystems bzw. im SI-System zulässiger Einheiten ist daher unumgänglich.“

Anschließend wird auch noch unter anderem die Formel für die „gleichförmige geradlinige Bewegung  $v = \frac{s}{t}$ “ (BIFIE 2013: 21 bzw. BIFIE 2015: 21) bei folgender Erklärung genannt: „Die entsprechenden (physikalischen) Größen und ihre Einheiten werden in der Aufgabenstellung angeführt, deren korrekte weitere Verwendung obliegt jedoch den Schülerinnen und Schülern“ (BIFIE 2013: 20 bzw. BIFIE 2015: 20).

Das vorgestellte Beispiel muss aber vor dem Einsatz im Unterricht noch kritisch überprüft werden. So wird zum Beispiel in Hilfe 2 dazu geraten, eine Skizze zu dem vorgestellten Problem zu erstellen, welche dann auch in der Lösung gezeigt wird. Es ist aber aus der Angabe nicht ersichtlich, dass das Auto unbedingt von rechts kommen muss, es könnte immerhin genauso von der anderen Seite kommen und damit müsste nur der halbe Weg der Straße, den Tanja mit ihrem Pferd zurücklegen muss, in den Berechnungen berücksichtigt werden. Diesen alternativen Weg sollte man auf jeden Fall als Lehrkraft am Ende des Beispiels thematisieren, falls diesen nicht sowieso eine Gruppe gewählt hat. Des Weiteren könnte man die Aufgabe noch ein wenig mehr öffnen und zum Beispiel die Auskunft über die Breite der Straße, die Geschwindigkeit von Tanja und dem Pferd sowie die Geschwindigkeit des Autos entfernen. Je nach Niveau der Klasse kann man hier eine Kombination aus diesen drei Informationen angeben beziehungsweise weglassen, dies bleibt ganz im Ermessen der Lehrperson. Außerdem lassen sich mit ein wenig Kreativität der Kontext und der Schwierigkeitsgrad dieses Beispiels erhöhen. Da es sich hier um einen Pferdeausflug handelt, könnte es passieren, dass die

Motivation, dieses Beispiel zu lösen, bei einem größeren Teil der Schüler und Schülerinnen von Anfang an eher minimal ausfällt, weil es wahrscheinlich bei nicht vielen Kindern im Alltag häufig vorkommt, dass sie mit einem Pferd die Straße überqueren müssen. Es soll hier auf keinen Fall eine Verallgemeinerung der Schülerschaft vorgenommen werden, es geht lediglich darum, im Hinterkopf zu behalten, dass die Kontexte so realitätsnah wie möglich ausgewählt werden sollten, wie bereits in vorangegangenen Kapiteln erläutert worden ist. Eine Änderung der Aufgabenanforderungen könnte zum Beispiel folgendermaßen lauten:

**Wie man mit einer Schulklasse eine Straße sicher überquert**

Lehrerin Doris muss ihre 21 Schüler und Schülerinnen und sich über eine (5 m breite) Straße in der Stadt führen. Damit sie sicher die Straße überqueren können, müssen die heranfahrenden Autos weit genug weg sein. Aber was genau heißt „weit genug weg“?

Nimm an, dass Doris mit ihren Schülern und Schülerinnen in 2er-Reihe (3 m/s) gehen kann. Wie weit muss das Auto dann mindestens entfernt sein, damit sie sicher an der anderen Straßenseite ankommen?

Die eingeklammerten Informationen obliegen der Lehrkraft, ob diese notwendigerweise von Anfang an gegeben werden oder als Annahme in einer Hilfe zu finden sind. Durch die Zusatzinformation, dass sich die Schulklasse in einer Stadt befindet, kann man erwarten, dass die Lernenden die Geschwindigkeit des Autos durch ihre passiven oder aktiven Erfahrungen im Straßenverkehr mit 50 km/h folgern, da dies meist im Ortsgebiet so vorgesehen ist. Dennoch sollte man auch hier spätestens im Nachhinein thematisieren, dass es sich um eine Straße in einer 30er-Zone handeln könnte oder um eine Straße an einer Stelle der Stadt, in der 70 km/h, 80 km/h oder gar 100 km/h als Maximalgeschwindigkeit erlaubt sind. Weiters gibt es unter den Autofahrern auch solche, welche rasen oder die maximal erlaubte Geschwindigkeit nicht ausnützen. Die Lösungshilfen sollten sich nur mit einer Lösung, eventuell auch noch mit einem zusätzlichen Weg beschäftigen, alle verbleibenden Möglichkeiten sollten aber in der Nachbesprechung durchgenommen werden. Hierbei ist natürlich wichtig, die Schüler und Schülerinnen darauf aufmerksam zu machen, dass es für diese Aufgabe alternative Lösungsrouten gibt und sie die Hilfestellungen nicht eins zu eins übernehmen, sondern für ihre Ideen adaptieren sollen. Außerdem sollten zusätzliche Tipps für weggelassene Informationen erstellt werden. Ebenso hätte man im ursprünglichen Beispiel mit Tanjas Pferd hinzufügen können, dass es sich um eine Landstraße handelt und daher die Geschwindigkeit von herannahenden Autos durch die Straßenverkehrsordnung mit 100 km/h oder eventuell nur mit 70 km/h oder 80 km/h angenommen werden kann. Eine zusätzliche Steigerung der Komplexität

in dem umformulierten Beispiel bringt der Aspekt, dass die Gruppe in einer Zweierreihe gehen soll, mit sich. Dafür sollte man eventuell die Anzahl der Hilfen um eine erhöhen. Die zusätzliche Hilfe setzt sich dann damit auseinander, was das für den Weg, den man nun zurücklegen muss, bedeutet. Man könnte zum Beispiel annehmen, dass zwischen jedem Paar in etwa ein Meter Platz ist und daher zehn Meter zusätzlich zu der ganzen oder halben Straßenbreite (je nachdem, wie die Richtung des sich nähernden Autos angenommen wird) zurückgelegt werden müssen, bis auch das letzte Paar sicher am anderen Ende ankommt. Diese Abänderung ist nur eine von unzähligen Möglichkeiten, dieses Beispiel zu variieren. Meiner Ansicht nach sollte diese Hilfe zwischen zweiter und dritter eingefügt werden.

#### 4.5.2 Aufgabe 2: Seil um die Erde

Das zweite Beispiel habe ich selbst durch Inspiration einer Aufgabe aus einem Schulbuch für die achte Schulstufe entwickelt. Es handelt sich um Beispiel „798“ aus dem Mathematikbuch *Das ist Mathematik 4* von Reichel u.a. (2012: 195), welches im Originalen wie folgt lautet:

- 1) Wie lang müsste ein Seil sein, das am Äquator um die Erde ( $r = 6370 \text{ km}$ ) gespannt wird?
- 2) Wenn man das Seil um **1 m** verlängert und gleichmäßig vom Äquator abhebt, kann dann ein Hase unter dem Seil durchkriechen?
- 3) Um wie viel Meter müsste das Seil aus Aufgabe 1) verlängert werden, wenn es in **1 m** Höhe um den Äquator gespannt werden sollte? Schätze bevor du rechnest!
- 4) Wie weit könnte ein Seil gleichmäßig abgehoben werden, das zunächst straff um eine Kugel mit  $r = 1 \text{ m}$  bzw.  $r = 1 \text{ dm}$  liegt und um **1 m** verlängert wird? Was fällt dir auf? Erkläre!

Als Aufgabe mit gestuften Lernhilfen habe ich unter Zuhilfenahme von Messners Text *Selbstständiges Lernen und PISA – Formen einer neuen Aufgabenkultur* (2004: 30) folgende Formulierung gewählt:

Stellt euch vor, die Erde wäre eine perfekte Kugel, um welche ein Seil so straff gespannt wird, sodass nichts mehr dazwischen passt, nicht einmal ein Blatt. Nun wird dieses Seil um 1 m verlängert und wieder gleichmäßig um die Erde gelegt, wodurch die straffe Spannung nachlässt und zwischen Erdkugel und Seil ein Freiraum entsteht. Jetzt stellt sich die Frage, wie groß dieser Freiraum ist? Passt nun ein Papierblatt, eine Ameise, eine Maus oder gar mehr dazwischen? Gebt vor den Berechnungen jeweils einen Tipp ab.

Die dazu von mir entwickelten gestuften Lernhilfen lauten wie folgt:

<b>Hilfe 1</b>	<b>Lösung 1</b>
Worum geht es in dieser Aufgabe? Jedes Gruppenmitglied soll die Aufgabenstellung für sich in eigenen Worten aufschreiben. Danach vergleicht untereinander wie ihr diese Aufgabe versteht!	Zum Beispiel: „Ein Seil wird straff um die Erde gespannt und anschließend um 1 m verlängert. Wir sollen nun herausfinden, wie viel Platz zwischen Erde und Seil frei geworden ist, um abschätzen zu können, welches Objekt oder Tier hindurchpassen könnte.“
<b>Hilfe 2</b>	<b>Lösung 2</b>
Skizziert die Situation vor und nach der Verlängerung des Seils. Betrachtet dabei die Erdkugel als Kreis in der Ebene.	Siehe Abbildung 11
<b>Hilfe 3</b>	<b>Lösung 3</b>
Das Seil wird um 1 m verlängert – wie lang ist es dann überhaupt? Überlegt in der Gruppe, wie man die Länge des Seils bestimmen kann. Beschafft euch notwendige Informationen aus eurem Heft oder aus dem Internet.	Wenn das Seil straff um die Erdkugel liegt, hat es genau die Länge des Umfangs eines Kreises mit dem Erdradius. Dieser beträgt im Mittel laut dem Bundesverband Geothermie 6370 km. <sup>4</sup> Damit ergibt sich nach der Kreisumfangsformel $U = 2 \cdot r \cdot \pi$ für die ursprüngliche Seillänge $l_1$ des Seils ca.: $l_1 \approx 40\,023,8904\text{ km} = 40\,023\,890,4\text{ m}$ Die neue Seillänge $l_2$ ist um 1 m größer: $l_2 \approx 40\,023\,891,4\text{ m}$

<sup>4</sup> Diese Information ist von der Seite <http://www.geothermie.de/wissenswelt/glossar-lexikon/e/erdradius.html> (letzter Zugang am 28.6.2015) entnommen worden.

<b>Hilfe 4</b> Das neue Seil wird nun gleichmäßig um die Erde gelegt, wodurch Platz dazwischen frei wird. Wie könnte man diesen Platz berechnen? Seht auch zur Hilfe in eurer Skizze nach.	<b>Lösung 4</b> Es entsteht nun ein neuer Kreis, dessen Umfang der Länge des neuen Seils $l_2 \approx 40\,023\,891,4\text{ m}$ entspricht. Mit diesem neuen Umfang lässt sich auch der neue Radius über die Kreisumfangsformel $U = 2 \cdot r \cdot \pi$ durch Umformen berechnen. $r = \frac{U}{2 \cdot \pi} \approx 6\,370\,000,16\text{ m}$ Der neue Kreis hat einen um ca. $0,16\text{ m} = 16\text{ cm}$ größeren Radius, was der Größe des Freiraums entspricht.
<b>Hilfe 5</b> Betrachtet noch einmal eure Teilergebnisse. Lässt sich nun die Eingangsfrage beantworten bzw. passt dies mit eurem abgegeben Tipp zusammen?	<b>Lösung 5</b> Zwischen dem längeren Seil und der Erdkugel ergibt sich also ungefähr ein Platz von 16 cm. Hier passt also nicht nur eine Maus hindurch, sondern auch eine kleine Katze oder ein Welp.

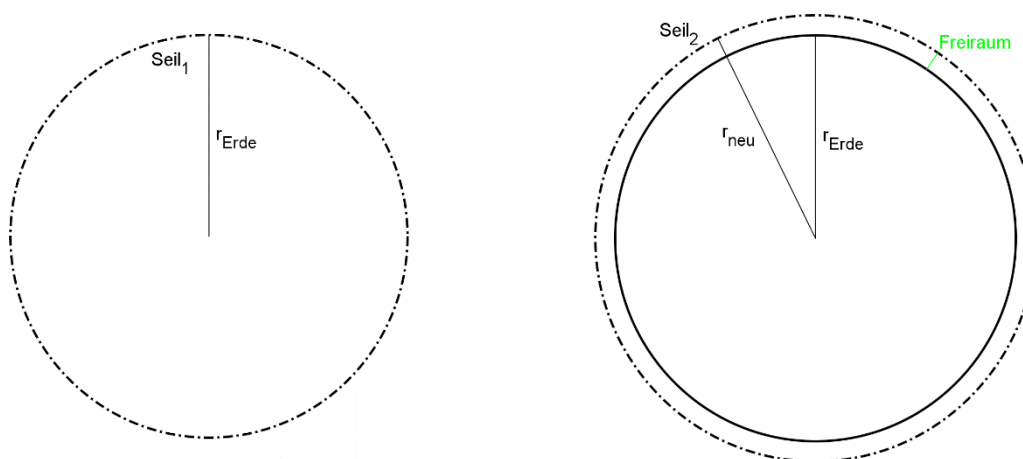


Abbildung 11: Lösung zur Hilfe 2 bei Aufgabe 2

Interessant ist hier vor allem der direkte Vergleich der Schulbuchaufgabe mit der daraus konstruierten Aufgabe mit gestuften Lernhilfen. Wie man bei der ursprünglichen Aufgabe sehen kann, werden die Schüler und Schülerinnen durch die ersten beiden Aufgabenanforderungen Schritt für Schritt angeleitet, was zu tun ist. Die Aufgabe mit gestuften Lernhilfen dagegen stellt gleich die zweite Frage ins Zentrum und lässt damit vorerst die erste außen vor, welche aber zur Lösung der nachfolgenden wichtig ist und in den Hilfen thematisiert

wird. Daher müssen hier die Lernenden selbst feststellen, dass die Länge des ursprünglichen Seils wichtig für die weitere Bearbeitung ist und falls sie dies nicht erkennen, können sie die dritte Hilfe und zur Not dessen Lösung konsultieren. Hier hat man also durch Weglassen von Informationen eine Öffnung der Aufgabe erreicht (siehe Kapitel 3.3.3). Meiner Meinung nach werden die Jugendlichen bei zweiterer Aufgabenart von vornherein wesentlich besser kognitiv aktiviert, da hier im Gegensatz zu dem ursprünglichen Beispiel aus dem Schulbuch keine Anleitung gegeben wird, die die Kinder nur stur abarbeiten sollen. Sie müssen viel mehr Denkarbeit für den Lösungsweg aufwenden. Trotzdem muss angemerkt werden, dass sich die ursprüngliche Aufgabe ein wenig von den üblichen Beispielen aus den Büchern abhebt, da hier die Schüler und Schülerinnen aufgefordert werden, Schätzungen zu den erwarteten Ergebnissen im Vorhinein abzugeben. Dieses Beispiel wird außerdem im Buch als eine von den „Denksportaufgaben bzw. Aufgaben, die von den klassischen Lösungsmustern abweichen, Känguru-Aufgaben und Aufgaben mit PISA-Charakter“ (Reichel u.a. 2012: 2) aufgelistet. Für meinen Teil sehe ich aber nur die Aufforderung zur kritischen Auseinandersetzung mit dem erhaltenen Ergebnis und einer Abschätzung, was daraus gefolgert werden kann, als Abgrenzung zu anderen Aufgaben an. Hier wird also eine Vorgehensweise gefördert, welche die Kinder aber sowieso bei fast jedem Beispiel anwenden sollten.

Zur Aufgabenstellung mit gestuften Aufgaben selbst sollte noch hinzugefügt werden, dass sich die Entwicklung der ersten Hilfe an den Forschungsergebnissen von Franke-Braun (2008: 168-169), welche in Kapitel 4.3 nachzulesen sind, orientiert. Dabei ist ein positiver Effekt nachgewiesen worden, wenn die Aufgabenstellung von den Kindern in eigenen Worten schriftlich und nicht nur mündlich paraphrasiert wird. Weiteres sollte erwähnt werden, dass die Verwendung des Internets abhängig von der Klasse und den Gegebenheiten in dieser gemacht werden sollte. Handelt es sich um eine Laptop- oder Computerklasse, sollte dies sowieso kein Problem darstellen. Müssen die Kinder aber ihre Smartphones für einen Internetzugang zücken, sollten vorher klare Regeln ausgemacht werden, dass die Handys auch nur zur Informationsbeschaffung verwendet und in der übrigen Zeit nicht benutzt werden. Falls dies nicht funktioniert, spricht nichts dagegen, den Erdradius in die Aufgabenstellung zu verpacken. Des Weiteren könnte man das Beispiel noch dahingehend verändern, dass das Seil nicht um einen Meter, sondern um die Körpergröße einer beliebigen Person vergrößert wird, zum Beispiel um die des größten oder kleinsten Menschen der Welt (was wiederum Anlass für eine Internetrecherche bietet) oder eines Klassenmitglieds. Dadurch erhält die Aufgabe einen weiteren Reiz beziehungsweise ein weiteres markantes Merkmal, wodurch sie eventuell besser in Erinnerung bleibt. Unter Umständen fördert es auch das Vorstellungsvermögen der Kinder,

wenn man das Seil um eine Größe verlängert, die ihnen vom Alltag her geläufiger ist. Jedoch ist der Unterschied der Körpergröße zum Erdradius so eklatant hoch, dass es für sie wahrscheinlich noch immer geistig sehr schwer fassbar ist.

Falls jede Gruppe nur dem in den gestuften Hilfen vorgestellten Pfad zum Ergebnis gefolgt ist, sollte hierbei zum Schluss auf jeden Fall auch noch jener Lösungsweg von der Lehrkraft thematisiert werden, welcher sich nur Umformungen der Formel zur Berechnung des Kreisumfangs bedient und keine Zwischenergebnisse der verschiedenen Radien benötigt. Es gilt immerhin, dass die Differenz des Umfangs vom neuen Kreis  $U_2$  und des Umfangs des Erdkreises  $U_1$  genau einen Meter beträgt, welche durch die Verlängerung des Seils entsteht. Daraus lässt sich folgendes schließen:

$$\textbf{Verlängerung} = U_2 - U_1 = 1 = 2 \cdot r_{neu} \cdot \pi - 2 \cdot r_{Erde} \cdot \pi = \mathbf{2 \cdot \pi \cdot (r_{neu} - r_{Erde})}$$

Da der gesuchte Freiraum genau dem Term  $(r_{neu} - r_{Erde})$  entspricht, kommt man durch Umformen auf:

$$\textbf{Freiraum} = (r_{neu} - r_{Erde}) = \frac{\textbf{Verlängerung}}{2 \cdot \pi} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \approx 0,16 \text{ m} = 16 \text{ cm}$$

Das Interessante an diesem Ergebnis ist die Folgerung, dass es ganz gleich ist, um welche Kugel man ein Seil spannt, welches im Nachhinein um einen Meter verlängert wird, es kommt immer dasselbe Ergebnis heraus, unabhängig vom Radius des betrachteten Objekts. In die Rechnung geht nämlich im Endeffekt nur die Größe der Verlängerung ein. Genau darauf zielt auch die vierte Fragestellung aus dem oben genannten Beispiel des Schulbuchs ab. Mit diesem Ergebnis könnte man dann im weiteren Unterrichtsverlauf ganz einfach die dritte Frage aus der obigen Schulbuchaufgabe bearbeiten, da jetzt der Freiraum gegeben ist, aber die Verlängerung fehlt.

## 4.6 Einteilung in Methoden Mind-Map

Zum Abschluss dieses Kapitels über Aufgaben mit gestuften Lernhilfen soll noch die Eintragung dieser Methode in die weiter oben vorgestellte Mind-Map (siehe Abbildung 7) von Leuders (2001: 154-155) vorgenommen werden. Der Puzzlestein, welcher Aufgaben mit gestuften Lernhilfen darstellen soll, passt meiner Meinung nach am besten in das linke obere Eck zwischen „Lernen an Stationen“ und „Wochenplan“, wenn man bis dorthin die Linie, welche ihren Ursprung bei „ganzheitliches Lernen“ hat, verlängert. Meine Überlegungen beruhen auf folgenden Ideen, die in dieser Arbeit detailliert ausgeführt worden sind:

Aufgaben mit gestuften Lernhilfen gehören zu den „kooperative[n] Methoden“ und zu einem handlungsorientierten und „offene[n] Unterricht“. Es werden aber durch die lernstrategischen Inputs ebenso Techniken zum Arbeiten weitergegeben, was möglicherweise auch die Kreativität bei zukünftigen Arbeiten fördert. Die Verbindung von ganzheitlichem Lernen und der vorgestellten Methode hat deshalb seine Berechtigung, weil viele der skizzierten Lernaspekte hier verwirklicht werden. Durch die kooperative Arbeitsform werden „kooperatives Lernen“ und „soziales Lernen“ gefördert, aber auch das „eigenverantwortliche Lernen“ bekommt eine zugehörige Stellung in dieser Methode. Weiters werden Kompetenzen beim „Problemlösen“ angeeignet und die Beispiele sind darauf ausgelegt, dass „Lernen in Kontexten“ stattfinden kann. Ebenso nimmt „sprachliches Lernen“ eine sehr wichtige Rolle ein, da die Schüler und Schülerinnen miteinander über die benötigten Inhalte in Kommunikation treten, was einen positiven Einfluss auf ihr „fachliches Lernen“ haben soll. Die Fähigkeiten, die bei dieser Abbildung im Zentrum stehen, werden ebenso alle durch diese Methode abgedeckt und gefördert.

## 5 Zusammenfassung

Differenzierung in der Schule ist ein wesentlicher Faktor, der unbedingt bei der Planung des Unterrichts berücksichtigt werden sollte. Selbst wenn die Schüler und Schülerinnen in altersgleiche Gruppen eingeteilt werden, treten viele Unterschiede in den verschiedenen Merkmalen auf (Heterogenität), die sich auf die Lern- und Arbeitsleistung innerhalb einer Klasse auswirken. Zur Bewältigung dieser werden Ideen wie Soziales Lernen, Selbstgesteuertes Lernen oder Selbstkompetenzentwicklung genannt. Des Weiteren sollte man sich mit Erkenntnissen der Forschung über die Lernpsychologie auseinandersetzen, welche unter anderem gezeigt hat, dass Menschen neue Inhalte auf Grund ihres Vorwissens ganz individuell konstruieren. Diese Erkenntnis spricht ebenso für einen differenziert gestalteten Unterricht.

Da vor allem in Mathematik Aufgaben eine sehr zentrale Rolle im Unterrichtsablauf spielen, scheint es sinnvoll, oben angesprochene Veränderungen über Beispiele zu steuern. Internationale Tests wie TIMSS oder PISA haben bestätigt, dass die derzeit anzutreffende Aufgabenkultur nur mäßig zu einem Verständnis der Inhalte und einer Anwendung in verschiedenen Kontexten beiträgt. Daher wird unter anderem dazu geraten, Aufgabenformate zu forcieren, die Kooperatives Lernen und Modellierungsfähigkeiten steigern und offener gestaltet sind, um mehrere Lösungswege zuzulassen. Die zentrale Methode, welche in dieser Arbeit vorgestellt wird, kann es idealerweise schaffen, alle drei genannten Eigenschaften zu vereinen.

Aufgaben mit gestuften Lernhilfen sind eine vielfältige Unterrichtsmethode zur Erreichung verschiedenster Unterrichtsziele im Sinne eines differenzierten Leitbilds. Meist wird sie in kooperativer Form abgehalten, wodurch die Lernenden soziale und kommunikative Kompetenzen erwerben können, oft auch in Kombination mit Modellierungsaufgaben und/oder offenen Beispielen. Die gestuften Hilfen, welche sowohl inhaltliche als auch lernstrategische Inputs liefern, sorgen dafür, dass die Schüler und Schülerinnen selbst entscheiden können, ob und wann sie diese zur Beratung einsehen, was ihre Selbstständigkeit fördern soll. Hinzuzufügen ist noch das Verhindern eines Ausstiegs mitten im Lernprozess, da bei einer Hürde jederzeit um Rat gebeten werden kann. Außerdem wird durch die Hilfen die in einer Klasse vorkommende Heterogenität berücksichtigt. Schwächere Arbeitsgruppen können sich bei Bedarf jederzeit Hilfe holen, stärkere können dazu angespornt werden, mit so wenigen Hilfen wie möglich auszukommen. Eine weitere Motivationssteigerung soll der eingebettete Kontext mit sich bringen. Die Beispiele sollten so gestellt werden, dass die Jugendlichen sich in gewissermaßen mit der Aufgabenstellung und dem Problem identifizieren und es

nachvollziehen können. Natürlich können auch interessante Fragestellungen zum Einsatz kommen, welche nicht unbedingt mit dem Alltag zu tun haben, aber das Interesse der Kinder weckt. Da den Beispielen eine gewisse Komplexität innewohnt, kann man ihnen ebenso eine motivierende Funktion und eine Verhinderung der Unterforderung zuschreiben. Ebenso wird auch hier noch einmal das selbstständige Arbeiten gefördert, da die Schüler und Schülerinnen einen eigenen Lösungsweg mit einer geeigneten Struktur entwickeln sollen. Außerdem steigen bei komplexen Aufgaben die Chancen, bereits Gelerntes mit neuen Inhalten verknüpfen zu können, was das geforderte vernetzende Lernen fördert. Alles in allem werden die Ideen der konstruktivistischen Lerntheorie so gut wie möglich umgesetzt. Die Lehrperson kann sich während der Arbeitszeit aus dem Unterrichtsgeschehen zurückziehen und die Lernenden bei der Bewältigung der Aufgabe beobachten. Durch diese Observation können Diagnosen über den Leistungsstand der Jugendlichen angestellt werden und daraus Gegenmaßnahmen zu möglichem Fehlwissen in den nachkommenden Stunden eingeleitet werden. Eine größer angelegte Studie über diese Methode von Franke-Braun (2008) hat zu einem Großteil die genannten positiven Wirkungen bestätigen können.

Diese Arbeit zeigt durch die Herausarbeitung der Merkmale und der Wirkung von Aufgaben mit gestuften Lernhilfen, dass diese einen wesentlichen Beitrag zur konstruktiven Veränderung der Aufgabenkultur im Mathematikunterricht, aber auch in anderen Fächern leisten kann und so zu einer Differenzierung innerhalb der Lerngruppe beisteuert. Wie bereits erwähnt, steht die fachdidaktische Entwicklung und Erforschung dieser Methode noch lange nicht an ihrem Ende, man kann also auf eine Evolution dieser zu einem noch besseren Unterrichtsbeitrag hoffen. Man sollte dieses Fortschreiten auf jeden Fall in Zukunft weiterhin verfolgen.

## 6 Literaturverzeichnis

**Astleitner, Hermann (2008).** Die lernrelevante Ordnung von Aufgaben nach der Aufgabenschwierigkeit. In: Thonhauser, Josef (Hrsg.). Aufgaben als Katalysatoren von Lernprozessen. Eine zentrale Komponente organisierten Lehrens und Lernens aus der Sicht von Lernforschung, Allgemeiner Didaktik und Fachdidaktik. (Waxmann, Münster/New York/München/Berlin)

**Barzel, Bärbel; Büchter, Andreas und Leuders, Timo (2014).** Mathematik Methodik. Handbuch für die Sekundarstufe I und II. (Cornelson, Berlin).

**Bathe, Silvia; Boller, Sebastian und Kemper, Angela (2010).** Innere Differenzierung – auch in der Sekundarstufe II. In: Boller, Sebastian; Lau, Ramona (Hrsg.). Innere Differenzierung in der Sekundarstufe II. Ein Praxishandbuch für Lehrer/innen. (Beltz, Weinheim/Basel)

**Baumert, Jürgen; Lehmann, Rainer u.a. (1997).** TIMSS – Mathematisch-naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich. Deskriptive Befunde. (Leske und Budrich, Opladen)

**Baumert, Jürgen; Stanat, Petra und Demmrich, Anke (2001).** PISA 2000: Untersuchungsgegenstand, theoretische Grundlagen und Durchführung der Studie. In: Baumert, Jürgen u.a. (Hrsg.). PISA 2000. Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich. (Leske und Budrich, Opladen)

**Bernard, Rieke; Lau, Ramona und Wäcken, Martina (2010).** Professionalität von Lehrerinnen und Lehrern im Kontext innerer Differenzierung. In: Boller, Sebastian; Lau, Ramona (Hrsg.). Innere Differenzierung in der Sekundarstufe II. Ein Praxishandbuch für Lehrer/innen. (Beltz, Weinheim/Basel)

**Biermann, Mark; Wiegand, Bernd und Blum, Werner (2003).** Nicht „irgendwie“, sondern zielgerichtet. Aufgaben verändern. Friedrich Jahresheft XXI. Aufgaben. Lernen fördern – Selbstständigkeit entwickeln.

**BIFIE. Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens (2013).** Die standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik (gültig bis Maturatermin 2017).

[https://www.bifie.at/system/files/dl/srdp\\_ma\\_konzept\\_2013-03-11.pdf](https://www.bifie.at/system/files/dl/srdp_ma_konzept_2013-03-11.pdf) (letzter Zugang am 27.6.2016)

**BIFIE. Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens (2015).** Die standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik (gültig ab Maturatermin 2018).

[https://www.bifie.at/system/files/dl/srdp\\_ma\\_konzept\\_neuaufgabe\\_2018\\_2015-10-19.pdf](https://www.bifie.at/system/files/dl/srdp_ma_konzept_neuaufgabe_2018_2015-10-19.pdf)

(letzter Zugang am 27.6.2016)

**BMBF. Bundesministerium für Bildung und Frauen (2000).** Lehrplan der AHS-Unterstufe. Mathematik.

[https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/ahs14\\_789.pdf?4dzgm2](https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/ahs14_789.pdf?4dzgm2) (letzter Zugang am 27.6.2016)

**BMBF. Bundesministerium für Bildung und Frauen (2004).** Lehrplan der AHS-Oberstufe. Mathematik.

[https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp\\_neu\\_ahs\\_07\\_11859.pdf?4dzgm2](https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp_neu_ahs_07_11859.pdf?4dzgm2) (letzter Zugang am 27.6.2016)

**Boller, Sebastian und Lau, Ramona (2010).** Wozu ein Praxishandbuch zur inneren Differenzierung in der Sekundarstufe II? In: Boller, Sebastian; Lau, Ramona (Hrsg.). Innere Differenzierung in der Sekundarstufe II. Ein Praxishandbuch für Lehrer/innen. (Beltz, Weinheim/Basel)

**Bönsch, Manfred (1995).** Differenzierung in Schule und Unterricht. Ansprüche, Formen, Strategien. (Ehrenwirth, München)

**Bönsch, Manfred (2000).** Intelligente Unterrichtsstrukturen. Eine Einführung in die Differenzierung. In: Bennack, Jürgen u.a. (Hrsg.). Grundlagen der Schulpädagogik. Band 31. (Schneider, Hohengehren)

**Bönsch, Manfred (2011).** Heterogenität und Differenzierung. Gemeinsames und differenziertes Lernen in heterogenen Lerngruppen. In: Kaiser, Astrid und Winkel, Reiner (Hrsg.). Grundlagen der Schulpädagogik. Band 67. (Schneider, Hohengehren)

**Bruder, Regina (2003).** Konstruieren – auswählen – begleiten. Über den Umgang mit Aufgaben. Friedrich Jahresheft XXI. Aufgaben. Lernen fördern – Selbstständigkeit entwickeln.

**Bruder, Regina und Reibold, Julia (2010).** Weil jeder anders lernt. Ein alltagstaugliches Konzept zur Binnendifferenzierung. Mathematik lehren 162. Differenzieren.

**Büchter, Andreas und Leuders, Timo (2005).** Mathematikaufgaben selbst entwickeln. Lernen fördern – Leistung überprüfen. (Cornelson Scriptor, Berlin)

**Buholzer, Alois und Kummer Wyss, Annemarie (2010).** Zur Einführung: Reaktionen auf Heterogenität in Schule und Unterricht. In: Buholzer, Alois; Kummer Wyss, Annemarie (Hrsg.). Alle gleich – alle unterschiedlich! Zum Umgang mit Heterogenität in Schule und Unterricht. (Klett/Kallmeyer, Seelze)

**Flehsig, Karl-Heinz (2008).** Komplexe Lernaufgaben in der beruflichen Aus- und Weiterbildung. In: Thonhauser, Josef (Hrsg.). Aufgaben als Katalysatoren von Lernprozessen. Eine zentrale Komponente organisierten Lehrens und Lernens aus der Sicht von Lernforschung, Allgemeiner Didaktik und Fachdidaktik. (Waxmann, Münster/New York/München/Berlin)

**Forschergruppe Kassel (2006).** Archimedes und die Sache mit der Badewanne. Gestufte Hilfen im naturwissenschaftlichen Unterricht. Friedrich Jahresheft XXIV. Diagnostizieren und Fördern. Stärken entdecken – Können entwickeln.

**Forschergruppe – Universität Kassel (2007).** Schritt für Schritt zur Lösung. Differenzierung durch Aufgaben mit gestuften Lernhilfen. Unterricht Physik Heft 99/100. Differenzierung.

**Franke-Braun, Gudrun (2008).** Aufgaben mit gestuften Lernhilfen. Ein Aufgabenformat zur Förderung der sachbezogenen Kommunikation und Lernleistung für den naturwissenschaftlichen Unterricht. In: Niedderer, Hans; Fischler, Helmut und Sumfleth, Elke (Hrsg.). Studien zum Physik- und Chemielernen. Band 88. (Logos, Berlin)

**Freiman, Thomas (2003).** Bientanz. Abgestufte Lernhilfen unterstützen die Individualisierung. Friedrich Jahresheft XXI. Aufgaben. Lernen fördern – Selbstständigkeit entwickeln.

**Fuchs, Karl Josef und Blum, Werner (2008).** Selbstständiges Lernen im Mathematikunterricht mit ‚beziehungsreichen‘ Aufgaben. In: Thonhauser, Josef (Hrsg.). Aufgaben als Katalysatoren von Lernprozessen. Eine zentrale Komponente organisierten Lehrens und Lernens aus der Sicht von Lernforschung, Allgemeiner Didaktik und Fachdidaktik. (Waxmann, Münster/New York/München/Berlin)

**Girmes, Renate (2003).** Die Welt als Aufgabe?! Wie Aufgaben Schüler erreichen. Friedrich Jahresheft XXI. Aufgaben. Lernen fördern – Selbstständigkeit entwickeln.

**Hahn, Stefan (2010).** Bildungstheoretische Grundlagen einer differenzierenden Didaktik der Oberstufe. In: Boller, Sebastian; Lau, Ramona (Hrsg.). Innere Differenzierung in der Sekundarstufe II. Ein Praxishandbuch für Lehrer/innen. (Beltz, Weinheim/Basel)

**Hänze, Martin; Schmidt-Weigand, Florian und Blum, Simone (2007).** Mit gestuften Lernhilfen im naturwissenschaftlichen Unterricht selbstständig lernen und arbeiten. In: Rabenstein, Kerstin; Reh, Sabine (Hrsg.). Kooperatives und selbstständiges Arbeiten von Schülern. Zur Qualitätsentwicklung von Unterricht. (Verlag für Sozialwissenschaften, Wiesbaden)

**Hänze, Martin; Schmidt-Weigand, Florian und Stäudel, Lutz (2010).** Gestufte Lernhilfen. In: Boller, Sebastian; Lau, Ramona (Hrsg.). Innere Differenzierung in der Sekundarstufe II. Ein Praxishandbuch für Lehrer/innen. (Beltz, Weinheim/Basel)

**Hascher, Tina und Hofmann, Franz (2008).** Aufgaben – noch unentdeckte Potenziale im Unterricht. In: Thonhauser, Josef (Hrsg.). Aufgaben als Katalysatoren von Lernprozessen. Eine zentrale Komponente organisierten Lehrens und Lernens aus der Sicht von Lernforschung, Allgemeiner Didaktik und Fachdidaktik. (Waxmann, Münster/New York/München/Berlin)

**Heintz, Gaby (2003).** Selbstständiges Lernen in einer medialen Lernumgebung. In: Leuders, Timo (Hrsg.). Mathematik Didaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II. (Cornelson Scriptor, Berlin)

**Hußmann, Stephan (2004).** Zur Einführung. Der Mathematikunterricht. Beiträge zu seiner fachinhaltlichen und fachdidaktischen Gestaltung. 50(3). Selbstgesteuertes Lernen.

**Jacobs, Bernhard (2003).** Mehr Eigeninitiative und Eigenverantwortung einfordern!

<http://psydok.sulb.uni-saarland.de/volltexte/2003/41/> (letzter Zugang am 18.6.2016)

**Jacobs, Bernhard (2008).** Was wissen wir über die Lernwirksamkeit von Aufgabenstellungen und Feedback. In: Thonhauser, Josef (Hrsg.). Aufgaben als Katalysatoren von Lernprozessen. Eine zentrale Komponente organisierten Lehrens und Lernens aus der Sicht von Lernforschung, Allgemeiner Didaktik und Fachdidaktik. (Waxmann, Münster/New York/München/Berlin)

**Kiehl, Martin (2003).** Eine Autobahnauffahrt planen. Mathematische Modellierung mit Schülern. Friedrich Jahresheft XXI. Aufgaben. Lernen fördern – Selbstständigkeit entwickeln.

**Kleine, Michael (2012).** Lernen fördern: Mathematik. Unterricht in der Sekundarstufe I. Praxisband. In: Priebe, Botho (Hrsg.). Unterrichtsentwicklung und Unterrichtsqualität. (Klett/Kallmeyer, Seelze)

**Leisen, Josef (1999).** Methoden-Handbuch deutschsprachiger Fachunterricht (DFU). (Varus, Bonn)

**Leiß Dominik; Möller, Viktoria und Schukajlow, Stanislaw (2006).** Bier für den Regenwald. Diagnostizieren und fördern mit Modellierungsaufgaben. Friedrich Jahresheft XXIV. Diagnostizieren und Fördern. Stärken entdecken – Können entwickeln.

**Leuders, Timo (2001).** Qualität im Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I und II. (Cornelson Scriptor, Berlin)

**Leuders, Timo (2003).** Perspektiven von Mathematikunterricht. In: Leuders, Timo (Hrsg.). Mathematik Didaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II. (Cornelson Scriptor, Berlin)

**Leuders, Timo (2006).** „Erläutere an einem Beispiel...“. Mathematische Kompetenzen erkennen und fördern – mit offenen Aufgaben. Friedrich Jahresheft XXIV. Diagnostizieren und Fördern. Stärken entdecken – Können entwickeln.

**Meier, Richard (2003).** Bäume erkunden. Zum Verhältnis von enger Führung und Selbstständigkeit. Friedrich Jahresheft XXI. Aufgaben. Lernen fördern – Selbstständigkeit entwickeln.

**Messner, Rudolf (2004).** Selbstständiges Lernen und PISA – Formen einer neuen Aufgabenkultur. In: Bosse, Doris (Hrsg.). Unterricht, der Schülerinnen und Schüler herausfordert. (Julius Klinkhardt, Bad Heilbrunn)

**Meyer, Hilbert (2011).** Was ist guter Unterricht? (Cornelsen, Berlin)

**Müller, Wieland (2006).** Physikunterricht evaluieren. Aufgaben entwickeln, bewerten, prüfen. In: Mikelskis, Helmut Friedrich (Hrsg.). Physik-Didaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II. (Cornelson Scriptor, Berlin)

**Paradies, Liane und Linser, Hans Jürgen (2001).** Differenzieren im Unterricht. (Cornelson, Berlin)

**Perels, Franziska; Bruder, Regina; Gürtler, Tina und Schmitz, Bernhard (2003).** Das eigene Tun beobachten. Aufgaben zur Förderung von Selbstregulation und Problemlösen. Friedrich Jahresheft XXI. Aufgaben. Lernen fördern – Selbstständigkeit entwickeln.

**Reichel, Hans-Christian (Hrsg.) u.a. (2012).** Das ist Mathematik 4. Lehrbuch und Aufgabensammlung für die 4. Klasse der allgemein bildenden höheren Schulen und Hauptschulen. (Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien)

**Reiff, Rosel (2006).** Selbst- und Partnerdiagnose im Mathematikunterricht. Gezielte Förderung mit Diagnosebögen. Friedrich Jahresheft XXIV. Diagnostizieren und Fördern. Stärken entdecken – Können entwickeln.

**Ruf, Urs (2003).** Metakompetenz. Über das Verhältnis von Person und Sache. Friedrich Jahresheft XXI. Aufgaben. Lernen fördern – Selbstständigkeit entwickeln.

**Ruf, Urs und Winter, Felix (2006).** Qualitäten finden. Der Blick auf die Defizite hilft nicht weiter. Friedrich Jahresheft XXIV. Diagnostizieren und Fördern. Stärken entdecken – Können entwickeln.

**Stäudel, Lutz (2003).** Der Aufgabencheck. Überprüfen Sie ihre „Aufgabenkultur“. Friedrich Jahresheft XXI. Aufgaben. Lernen fördern – Selbstständigkeit entwickeln.

**Stäudel, Lutz und Wodzinski, Rita (2008).** Aufgaben als Katalysatoren im Lernprozess am Beispiel Naturwissenschaften. In: Thonhauser, Josef (Hrsg.). Aufgaben als Katalysatoren von Lernprozessen. Eine zentrale Komponente organisierten Lehrens und Lernens aus der Sicht von Lernforschung, Allgemeiner Didaktik und Fachdidaktik. (Waxmann, Münster/New York/München/Berlin)

**Stäudel, Lutz; Franke-Braun, Gudrun und Hesse, Sibylle (2006).** Wasser marsch! Naturwissenschaftliches Wissen verknüpfen. In: Groppengießer, Harald u.a. (Hrsg.). Mit Aufgaben lernen. Unterricht und Material 5-10. (Friedrich Verlag, Seelze)

**Thonhauser, Josef (2008).** Warum (neues) Interesse am Thema ‚Aufgaben‘? In: Thonhauser, Josef (Hrsg.). Aufgaben als Katalysatoren von Lernprozessen. Eine zentrale Komponente organisierten Lehrens und Lernens aus der Sicht von Lernforschung, Allgemeiner Didaktik und Fachdidaktik. (Waxmann, Münster/New York/München/Berlin)

**Traub, Silke (2004).** Unterricht kooperativ gestalten. Hinweise und Anregungen zum kooperativen Lernen in Schule, Hochschule und Lehrerbildung. In: Apel, Hans Jürgen u.a. (Hrsg.). Erziehen und Unterrichten in der Schule. (Julius Klinkhardt, Bad Heilbrunn)

**Traub, Silke (2010).** Kooperativ lernen. In: Buholzer, Alois; Kummer Wyss, Annemarie (Hrsg.). Alle gleich – alle unterschiedlich! Zum Umgang mit Heterogenität in Schule und Unterricht. (Klett/Kallmeyer, Seelze)

**Vollstädt, Witlof (2004).** Konsequenzen aus PISA: Auf dem Weg zu einer neuen Lernkultur. In: Bosse, Doris (Hrsg.). Unterricht, der Schülerinnen und Schüler herausfordert. (Julius Klinkhardt, Bad Heilbrunn)

**Winter, Felix (2008).** Mit Aufgaben das Lernen sondieren. In: Thonhauser, Josef (Hrsg.). Aufgaben als Katalysatoren von Lernprozessen. Eine zentrale Komponente organisierten Lehrens und Lernens aus der Sicht von Lernforschung, Allgemeiner Didaktik und Fachdidaktik. (Waxmann, Münster/New York/München/Berlin)

**Zech, Friedrich (1977).** Grundkurs Mathematikdidaktik. Theoretische und praktische Anleitungen für das Lehren und Lernen von Mathematik. (Beltz, Weinheim/Basel)

## 7 Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: „Die Landschaft der inneren Differenzierung“ (Bathe, Boller und Kemper 2010: 20) .....	8
Abbildung 2: Aufgabenfunktion (Müller 2006: 235).....	20
Abbildung 3: „Modellierungsspirale“ (Büchter und Leuders 2005: 76).....	28
Abbildung 4: „geschlossene Aufgabe“ (Büchter und Leuders 2005: 89) .....	31
Abbildung 5: „mehrschrittige geschlossene Aufgabe“ (Büchter und Leuders 2005: 90) .....	32
Abbildung 6: „offene Situation“ (Büchter und Leuders 2005: 99) .....	32
Abbildung 7: „Mind-Map: Unterrichtsmethoden“ (Leuders 2001: 154) .....	38
Abbildung 8: „Vorlagen zum Bedrucken der ‚Hilfekärtchen‘ im DIN-A4-Hoch- oder -Querformat“ (Forscherguppe - Universität Kassel 2007: 43) .....	41
Abbildung 9: „Funktionen gestufter Lernhilfen“ (Hänze, Schmidt-Weigand und Blum 2007: 199) .....	43
Abbildung 10: Lösung zur Hilfe 2 bei Aufgabe 1 (Forscherguppe - Universität Kassel 2007: 44) .....	59
Abbildung 11: Lösung zur Hilfe 2 bei Aufgabe 2.....	65