DIPLOMARBEIT / DIPLOMA THESIS

Titel der Diplomarbeit / Title of the Diploma Thesis

„Größen im Mathematik- und Physikunterricht.
Wie gut können Schüler und Schülerinnen schätzen?“

verfasst von / submitted by

Claudia Vanessa Moser

angestrebter akademischer Grad / in partial fulfilment of the requirements for the degree of

Magistra der Naturwissenschaften (Mag. rer. nat.)

Wien, 2017 / Vienna, 2017

Studienkennzahl lt. Studienblatt / degree programme code as it appears on the student record sheet:	A 190 406 412
Studienrichtung lt. Studienblatt / degree programme as it appears on the student record sheet:	Lehramtsstudium UF Mathematik UF Physik
Betreut von / Supervisor:	Univ.-Prof. Mag. Dr. Hans Humenberger
Mitbetreut von / Co-Supervisor:	-

Danksagung

Ich möchte mich an dieser Stelle bei all jenen Personen bedanken, die mich auf meinem Weg zum Abschluss unterstützt haben:

Danke an ***Manfred und Michaela Moser,*** meine Eltern, die mich all die Jahre emotional sowie finanziell unterstützt haben und Geduld gezeigt haben.

Danke an ***Andreas Moser,*** mein Bruder, der mir bei der Fragebogenerstellung tatkräftig geholfen hat und auf dessen Hilfe ich immer zählen konnte.

Danke an ***David Wimmer***, mein Freund, der mir immer wieder Mut zugesprochen hat und jeder Zeit ein offenes Ohr hatte. Danke für deine Geduld und Nerven!

Danke an ***Iris Bruckner***, meine Freundin, die für musikalische Ablenkung gesorgt hat und immer für mich da war.

Danke an ***Bettina Raffalt,*** meine Studienkollegin, die alle Hebel in Bewegung gesetzt hat, um Klassen für meine Studie zu bekommen.

Danke an ***Herrn Prof. Hans Humenberger,*** mein Betreuer, der mir hilfreiche Verbesserungsvorschläge gegeben hat und viel Zeit in die Korrektur der Arbeit investiert hat.

Zuletzt möchte ich mich beim **BG Babenbergerring** und beim **BRG Kirchdorf** bedanken, die mir Schulklassen zur Verfügung gestellt haben. Ohne die Hilfe dieser beiden Schulen wäre diese Arbeit nicht zu Stande gekommen.

Einen Dank natürlich auch an die **Schüler und Schülerinnen**, die den Fragebogen so gut wie möglich ausgefüllt haben.

1 Inhalt

2 Einleitung

„In nichts zeigt sich der Mangel an mathematischer Bildung mehr als in einer übertrieben genauen Rechnung." (Zitat von Carl Friedrich Gauß)

Der Mathematikunterricht sowie auch der Physikunterricht erfordern genaues Arbeiten und logisches Denken. Im klassischen Unterricht werden viel zu oft Aufgaben *übertrieben genau* gelöst, die lediglich nur als Anwendungsübungen für neu erworbenes Wissen dienen. Häufig wird dabei vergessen zu erwähnen, wie man zu den Daten in der Angabe kommt und ob diese überhaupt realistisch sind. Das soll heißen, die Lehrperson nimmt einen gewissen Stoff im Unterricht durch und anschließend wird dieses Wissen meist in eingekleideten Aufgaben verwendet, um diese gekünstelten Probleme zu lösen.

Dabei wird so vorgegangen:
Die Angabe wird sorgfältig durchgelesen und verstanden. Dabei kommen manchmal Skizzen, Tabellen, Graphen oder Ähnliches zum Einsatz.
Die relevanten Daten werden aus der Angabe herausgefiltert und notiert.
Es wird ein Lösungsplan ausgedacht, der häufig mit dem zuvor durchgenommenen Lernstoff zusammenhängt.
Dieser Plan wird durchgeführt.
Am Ende steht ein doppelt unterstrichenes Ergebnis, das meist aus einer Zahl mit zu vielen Stellen und einer Einheit besteht.
Manchmal wird noch eine Antwort formuliert, um das Ergebnis mit der Angabe in Beziehung zu setzen.

In der Schule ist hier häufig das Ende der Behandlung einer Aufgabenstellung erreicht. Dabei wurden wesentliche Dinge vergessen, die im Alltag sehr relevant sind. Im Alltag liegt selten eine detaillierte Angabe vor, der nur noch die Daten entnommen werden müssen, sondern zum Beispiel nur eine allgemeine Frage. Die Angabe mit den Daten muss zuvor auf irgendeine Weise beschafft werden, häufig können diese Daten auch nicht „genau" bestimmt werden, das heißt, sie sind mit Messfehlern oder Ähnlichem behaftet. Das Ergebnis eines im Alltag angefallenen Problems wird in den meisten Fällen weiterverwendet, das heißt dieses Ergebnis muss sich in einem realistischen Rahmen bewegen.

Nun zurück zu dem Zitat von Gauß. Es gibt natürlich Fälle, in denen eine relativ genaue Berechnung notwendig und auch erlaubt ist, jedoch gibt es viele Fälle im Alltag, wo eine schnelle Abschätzung zielführender ist als eine streng geführte Berechnung. Ob eine Schätzung oder eine detaillierte Berechnung sinnvoller ist, hängt von der Situation ab.

Wenn eine Lehrperson folgendes Ergebnis für die Masse an benötigtem Mehl für einen Gugelhupf liest, sollte sich diese darüber ernsthaft Gedanken machen, ob bei der Berechnung mitgedacht wurde, und ob bereits eine Größenvorstellung aufgebaut wurde:

„Für einen Gugelhupf benötig man 347,1758 kg Mehl.“

Hätte der Schüler oder die Schülerin bereits eine Größenvorstellung zur Masse aufgebaut, wäre ihm oder ihr aufgefallen, dass es so ein Ergebnis auf keinen Fall geben kann. Er oder sie hätte im Vorhinein abschätzen können, in welchen Bereich das Ergebnis liegen wird. Darüber hinaus hat die Masse zu viele signifikante Stellen, die eine Genauigkeit vortäuschen, die nicht sinnvoll und mit einer handelsüblichen Küchenwaage nicht schaffbar ist.

Im Vorwort des Buches „*Zahlenblind – Mathematisches Analphabetentum und seine Konsequenzen*“ beschreibt Douglas R. Hofstadter eine interessante Situation, in der er einen Anfängerkurs in Physik an dem New Yorker Hunter College im dreizehnten Stockwerk hält. Er beschreibt, dass der Blick aus dem Fenster einen tollen Ausblick auf die Skyline von Manhattan bot. Er wollte seinen Studenten und Studentinnen in den ersten Stunden etwas über Schätzungen und signifikante Zahlen erzählen. Deshalb bat er seine StudentInnen die Höhe des Empire State Building zu schätzen. Der exakte Wert der Höhe liegt bei 448 m mit der Fernsehantenne und 381 m ohne diese Antenne. Die meisten seiner 10 StudentInnen schätzten die Höhe zwischen 90 und 150 m, also nicht einmal bis zur Hälfte sind sie gekommen. Zwei Studenten schlugen sogar eine Höhe von 15 m und von 1,6 km vor. Das sind erstaunliche Fehlschätzungen! Letzteres Ergebnis (1,6 km) wurde erstaunlicherweise mittels einer kleinen Berechnung ermittelt. Der Student nahm 15 Meter für ein Stockwerk an und schätzte die Anzahl an Stockwerke auf 100 Stück. Zusammengefasst, der eine Student schätzte

Abbildung 1: Empire State Building

das gesamte Gebäude mit einer Höhe ab, die der andere für die Höhe eines Stockwerkes verwendet. (vgl. Paulos J. A., 1990, S.11f)

Offenbar scheiterten die StudentInnen an ihrer unvollständigen Größenvorstellungsausbildung im Bereich der Länge.

Ich persönlich finde, dass nicht nur Größenvorstellungen der grundlegenden Größen wie Geldwerte, Länge, Rauminhalt, Flächeninhalt, Masse, Zeit erstellt werden sollten, sondern am besten generell von allen im Unterricht eingeführten Größen, also auch von weniger beleuchteten, wie zum Beispiel der Energie. Denn nur so lässt sich ein tieferes und sinnvolles Verständnis für die jeweiligen Größen aufbauen. Was nützt einem ein Ergebnis, zu dem man keinen Bezug herstellen kann?

Die folgende Arbeit soll aufzeigen, dass das Schätzen eine wichtige Kompetenz ist, die für den Alltag und für die Größenvorstellung unentbehrlich ist. Sie soll auch einen Einblick geben, in wie weit diese Kompetenz bei den Schülern und Schülerinnen vorhanden ist.

Auf den folgenden Seiten wird erklärt, was ich unter „Schätzen“ verstehe und was ich mir unter Schätzaufgaben im Unterricht vorstelle. Anschließend wird eine Studie vorgestellt, in der Schüler und Schülerinnen unterschiedlichen Alters Fragebögen beantwortet haben, die die Schätzkompetenz prüfen. Abschließend wird versucht Tipps für den Unterricht weiterzugeben, um die Größenvorstellung und Schätzkompetenz zu entwickeln und zu verbessern.

3 Größe? Schätzen? Überschlagen? Schätzaufgaben?

3.1 Was ist eine Größe?

Julius Wallot schreibt in seinem Werk „*Grössengleichungen Einheiten und Dimensionen*“:

„Ist x eine beliebige Grundgröße und bezeichnen wir mit [x] die für sie willkürlich gewählte konstante Einheit, mit {x} den Zahlenwert, der sich bei dem Vergleich ergibt, so gilt demnach

$$\frac{x}{[x]} = \{x\}$$

oder auch

$$x = \{x\}[x]$$

„Größe = Zahlenwert mal Einheit“.“

(Wallot J., 1957, S. 50)

Siegfried Krauter schreibt hingegen in seinen fachdidaktischen Beiträgen zu „Größen im Mathematikunterricht“: Man könnte den Versuch unternehmen, *„[…] alle Angaben mit Einheiten, also die „benannten Zahlen“ als Größen zu betrachten und alle anderen nicht. Das ist jedoch zu einfach und falsch.“* Ginge es nach seiner Meinung, muss überlegt werden*, „[...] was man mit Größen tun kann und was nicht.“*

Zwei Forderungen wären, dass man zwei Größen derselben Art addieren und vervielfachen kann und man erhält daraus wieder eine Größe derselben Art. Zum Beispiel 7 m plus 3 m ergeben 10 m, oder 3 m mal 3 = 9 m. Die Angaben 13:15 Uhr und 15°C fallen zum Beispiel durch diese Forderung. Uhrzeiten können nicht addiert werden und die Celsiusskala ist eine Intervall-Skala mit willkürlichem Nullpunkt. Laut Krauter kann keine explizite Definition der Größe geliefert werden, der Begriff muss axiomatisch festgelegt werden. Das heißt, man legt fest was man mit ihnen tun kann. (vgl. Krauter S., o. J., S. 2)

In der Literatur findet man einen bunten Mix. Es gibt offenbar unterschiedliche Auffassungen, ob 10 m eine Größe, eine Größenangabe, ein Repräsentant einer Größe, … ist, oder ob die Länge, die Eigenschaft eines Objektes, eine Größe, eine Größenart, ein Größenbereich, … ist. Die Definitionen sind in der Literatur leider oft schwammig formuliert.

Michael Schmiechen schreibt in seinem Rohentwurf für die neue Norm DIN 1313 (Titel: Größen): *„Der einfache Grund für die Konfusion ist, dass der Begriff der Grösse immer wieder in anderer Bedeutung verwendet wird."* (Rohentwurf DIN 1313, S. 22) Diese Aussage soll verdeutlichen, dass diese Konfusion bereits Aufsehen erregt hat.

Zusammenfassend ist die Frage, „Was ist eine Größe?", nicht eindeutig zu beantworten. Je nach Autor bzw. Autorin werden andere Auffassungen vertreten.

<u>Folgende Zeilen sollen meinen Standpunkt zu dieser Thematik festlegen:</u>

Zum Beispiel ein Spielwürfel besitzt Kanten. Kanten sind reale Objekte, die in der Mathematik zu Strecken abstrahiert werden. Eine Strecke hat eine gewisse Länge. Zum Beispiel, beträgt die Länge der Würfelkante 1,5 cm. Das Produkt aus der Maßzahl (1,5) und der Einheit (cm) wird in dieser Arbeit als *Größenangabe* bezeichnet. Jede Einheit kann eindeutig einer *physikalischen Größe* zugeordnet werden. Zentimeter oder allgemeiner die Einheit Meter wird der *Größe* Länge zugeordnet. Eine Größe ist somit eine messbare Eigenschaft eines Objektes. Die Größenangabe ist dazu da, um Objekte, bezüglich einer Eigenschaft, miteinander zu vergleichen.

Dabei gibt die Maßzahl der Größenangabe an, wie oft eine festgelegte Einheit (z.B.: cm) im Objekt steckt. Zurück zum Spielwürfel: $a = 1{,}5$ cm bedeutet, dass eine 1 cm Strecke 1,5-mal in die Kantenlänge[1] des Würfels passt.

Der Größenbegriff ist somit eng verbunden mit dem Messbegriff, denn eine Form der objektiven Beobachtung ist die Messung, bei der ein Objekt durch das Vergleichen mit standardisierten Einheiten quantifizierbar wird.

Ein möglicher *Repräsentant* der Größenangabe 1,5 cm, wäre der Würfel. Für die Größenangabe 3 g, wäre der Würfel ebenso ein möglicher Repräsentant.

[1] Kantenlänge darf nicht mit der Größe Länge verwechselt werden! Die Kantenlänge ist eine Variable, die durch Messen bestimmt werden kann. Die Länge hingegen ist eine allgemeine Eigenschaft.

Die Einheit einer Größe wird häufig mit einem Präfix versehen, um sehr große, sehr kleine oder allgemein, Größenangaben übersichtlich anzuschreiben. Folgende Vorsätze werden in Verbindung mit dem internationalen Einheitensystem (SI) verwendet:

Symbol	**Name**	**Wert**	**Wert in Worten**
E	Exa	10^{18}	Trillion
P	Peta	10^{15}	Billiarde
T	**Tera**	$\mathbf{10^{12}}$	**Billion**
G	**Giga**	$\mathbf{10^{9}}$	**Milliarde**
M	**Mega**	$\mathbf{10^{6}}$	**Million**
k	**Kilo**	$\mathbf{10^{3}}$	**Tausend**
h	**Hekto**	$\mathbf{10^{2}}$	**Hundert**
da	**Deka**	$\mathbf{10^{1}}$	**Zehn**
d	**Dezi**	$\mathbf{10^{-1}}$	**Zehntel**
c	**Zenti**	$\mathbf{10^{-2}}$	**Hundertstel**
m	**Milli**	$\mathbf{10^{-3}}$	**Tausendstel**
µ	**Mikro**	$\mathbf{10^{-6}}$	**Millionstel**
n	**Nano**	$\mathbf{10^{-9}}$	**Milliardstel**
p	Piko	10^{-12}	Billionstel
f	Femto	10^{-15}	Billiardstel
a	Atto	10^{-18}	Trillionstel

(Giancoli D. C., 2009, S. 10)

In der Einleitung wurde von der Größenvorstellung gesprochen. Diese ist laut Franke und Ruwisch nur dann vorhanden, wenn die folgenden 3 Aspekte *„gleichermaßen ausgebildet“* sind:

- *„zu Größenangaben passende Repräsentanten kennen;“*
- *„zu alltäglichen Repräsentanten die passende Größenangabe kennen;“*
- *„stützpunktwissen beim Schätzen, Problemlösen und im Alltag flexibel nutzen;“*

(Franke M., Ruwisch S., 2010, S.235)

Folgende Punkte sollen Beispiele für die 3 Aspekte für eine vorhandene Größenvorstellung liefern:

- Wenn zum Beispiel von der Länge gesprochen wird, sollten die Schüler und Schülerinnen in der Lage sein, zu Größenangaben, wie z.B.: 1 m, Repräsentanten zuzuordnen. Beispiele für mögliche Repräsentanten wären: Tischhöhe, Länge eines großen Kinderschritts, …
- Ebenso soll die Umkehrung gelingen. Die Repräsentanten (Tischhöhe, Länge eines großen Kinderschrittes) sollen zu der Größenangabe (1m) zugeordnet werden können.
- *Bekannte Repräsentanten*, auch ***Stützpunktvorstellungen*** genannt, sollen beim Schätzen und beim Problemlösen im Alltag sicher eingesetzt werden können.

Laut einer Befragung von Winter (siehe: Franke M., Ruwisch S., 2010, S.235) werden realistische Größenvorstellungen nicht selbstständig von den Schülern und Schülerinnen aufgebaut. In dieser Befragung von 388 Viertklässlern und Viertklässlerinnen wurde 1976 festgestellt, dass nur 60% der Schüler und Schülerinnen die Körpergröße eines erwachsenen Mannes richtig (also realistisch) angeben konnten. Dabei gab es Werte, die von 26 cm bis zu 18,40 m reichten.

3.2 Was versteht man unter „Schätzen“?

Umgangssprachlich verwendet man dieses Verb („schätzen“) dann, wenn man Vermutungen oder Annahmen macht. „Ich schätze morgen wird es regnen!“ Diese Vermutung kann bloß geraten sein, also ohne Begründung gesagt werden, oder aber auch durch Erfahrungen und / oder Hintergrundwissen beeinflusst entstehen. Häufig wird bei einer Schätzung eine Wahrscheinlichkeit hinzugefügt, wie zum Beispiel: „ Ich schätze morgen wird es mit 90%iger Wahrscheinlichkeit regnen!“, um damit die persönliche Überzeugung oder Sicherheit anzugeben.

Ich möchte in weiterer Folge das „blinde Raten“ außer Acht lassen. Also wie könnte diese Schätzung über das morgige Wetter zustande gekommen sein? Da ich annehme, dass die Person nicht geraten hat, muss diese Person Vorerfahrungen und / oder Hintergrundwissen herangezogen haben. Es wäre möglich, dass die Person über Luftdruck und Temperatur Bescheid weiß und die Wolken beobachtet hat. Vielleicht hat diese Person bereits einen ähnlichen Tag vor einem kräftigen Regenguss erlebt und hat dieses Zusammenspiel aus Luftdruck, Temperatur und Wolkenbildung in Erinnerung behalten. Zusätzlich könnte ein aktueller Wetterbericht mehr Sicherheit verschaffen und die subjektive Wahrscheinlichkeit der schätzenden Person in die Höhe treiben.

Das Schätzen, von dem in dieser Arbeit die Rede ist, ist *„ein <u>gedanklicher Vergleich</u> mit bekannten Größen[angaben]“*, um eine unbekannte Größenangabe zu erhalten. (Greefrath G., 2010, S.76)

Im Fall des obigen Beispiels, können die beiden gesuchten physikalischen Größenangaben, zu Luftdruck und Temperatur, mit bekannten im Gedächtnis abgespeicherten Werten verglichen werden.

Das Schätzen kann auch als eine Art des Messens beschrieben werden. Beim Messen wird eine standardisierte Einheit, zum Beispiel 1 Meter – Maßband, mit dem zu messenden Objekt, zum Beispiel ein Stück Textilstoff, verglichen. Das heißt man arbeitet enaktiv und legt das Maßband auf den zu vermessenden Stoff und macht bei 1 m eine Markierung. Beim Schätzen hingegen, wird oft ikonisch gearbeitet, das heißt man vergleicht das Stoffstück am Tisch mit einem eingeprägten Bild von einem Objekt, dass 1 m lang ist. In beiden Fällen findet ein Vergleich mit einer bekannten Größenangabe statt.

Die Grundlage für Schätzungen sind sogenannte ***Stützpunktvorstellungen***. Das sind abgespeicherte Repräsentanten, denen Größenangaben zugeordnet werden können, z.B. könnte die Breite dieses DIN A4-Blattes als eine mögliche Vorstellung für die Größenangabe 21 cm dienen. (vgl. Greefrath G., 2010, S.76)

Gut wäre, wenn es für jede Größe mehrere Stützpunktvorstellungen im Gedächtnis abrufbereit gibt, sodass eine schnelle Schätzung ohne zeitraubende Umwege erfolgen kann. Wichtig wäre dabei auch, Stützpunktvorstellungen zu wählen, die im Erfahrungsbereich der Schüler und Schülerinnen liegen und / oder die oft verwendet werden, sodass diese sehr stark verinnerlicht werden können. (vgl. Franke M., Ruwisch S., 2010, S.236f)

3.3 Was versteht man unter „Überschlagen"?

Das mathematische Überschlagen begegnet einem im Alltag sehr häufig, zum Beispiel beim Einkaufen. Angenommen sie haben nur Bargeld bei sich und natürlich eine endliche Summe. Dann achtet der vorausschauende Einkäufer oder die Einkäuferin auf die ungefähre Geldsumme, die bereits im Einkaufswagen liegt. Dabei summiert man gedanklich gerundete Geldbeträge. Das heißt, wenn zum Beispiel eine Mango 1,89 € kostet, dann wird dieser Geldbetrag sehr wahrscheinlich auf 2 € aufgerundet. Wenn hingegen eine Liter-Packung Milch im Einkaufswagen hinzukommt, die 1,14 € kostet, dann sollte streng genommen abgerundet werden, auf 1 €, da die Festlegung gilt, dass bei den Ziffern von 1 bis 4 abgerundet und bei 5 bis 9 aufgerundet wird, um so den Rundungsfehler zu minimieren. Genauer: wenn eine Zahl auf eine gewisse Stelle gerundet wird, dann bestimmt die nächstkleinere Stelle, ob auf- oder abgerundet wird, und alle weiteren Stellen, inklusive der Stelle, die für die Rundung relevant war, werden weggelassen.

Nun zurück zum Einkaufsbeispiel. Jedoch würde man bei der Milchpackung, um auf der sicheren Seite zu sein, auf 1,20 € aufrunden, sodass am Ende nicht die Gefahr besteht, dass man zu wenig Geld dabeihat. Die exakte Summe zu berechnen, wäre für die meisten Menschen, bei vielen Dingen im Wagen, sehr mühsam.
Die dabei entstandenen Rundungsfehler werden in Kauf genommen, sie sind in diesem Kontext unerheblich. An dieser Stelle sei jedoch erwähnt, dass diese „Rundungsregel" nicht willkürlich festgelegt wurde, sondern dass diese einen Sinn hat!

Diese Regel minimiert den absoluten Rundungsfehler. In der folgenden Tabelle wird dieser Sachverhalt anschaulich am Beispiel ausgewählte Zahlen zwischen 1 und 2, die auf die Einerstelle gerundet werden sollen, dargestellt:

Exakter Wert x:	Näherungswert $\tilde{x}$:	[2]Absolute Rundungsfehler: $\Delta x = \tilde{x} - x$
1,1	1	1 – 1,1 = – 0,1
1,1	2	2 – 1,1 = 0,9
1,4	1	1 – 1,4 = – 0,4
1,4	2	2 – 1,4 = 0,6
1,5	1	1 – 1,5 = – 0,5
1,5	2	2 – 1,5 = 0,5
1,6	1	1 – 1,6 = – 0,6
1,6	2	2 – 1,6 = 0,4
1,9	1	1 – 1,9 = – 0,9
1,9	2	2 – 1,9 = 0,1

Zusammenfassend kann die Überschlagsrechnung als eine vereinfachte Rechnung mit gerundeten Zahlen beschrieben werden. (vgl. Greefrath G., 2010, S.221) Sie soll somit das Rechnen erleichtern. Das Überschlagen tritt auch oft in Kombination mit einer Schätzung auf.

3.4 Was sind Schätzaufgaben?

Eine Schätzaufgabe ist eine Aufgabe, in der die Lösung durch einmaliges oder mehrmaliges Schätzen ermittelt werden soll.

Franke und Ruwisch unterscheiden zwischen grundständigen Schätzaufgaben und eingebetteten Schätzaufgaben. Grundständige Schätzaufgaben sind solche, in denen eine Anzahl oder eine Größe geschätzt wird. Das sind Aufgaben, die lediglich mit dem gedanklichen Vergleichen eines Repräsentanten und dem zu schätzendem Objekt zu lösen sind. Ein Beispiel für eine grundständige Schätzaufgabe wäre: „Wie hoch ist diese Felswand?“. (Wobei man dabei vor der Felswand steht.)

[2] (vgl. Humenberger H., Schuppar B., 2015, S.106)

Die Lösungsstrategie kann zwischen den lösenden Personen unterschiedlich aussehen, da nicht jeder oder jede zwingend dieselben Stützpunktvorstellungen abgespeichert hat. Eine Person, zum Beispiel, könnte die Höhe eines bestimmten Hauses mit der Felswand vergleichen, eine weitere Person zieht vielleicht die Höhe eines Baumes für den Vergleich heran. Die Komplexität solcher Aufgaben wird mit zunehmender Dimension der zu schätzenden Größen erhöht. So sind, laut Ruwisch und Schaffrath, Aufgaben mit dreidimensionalen Objekten im Allgemeinen schwieriger als Aufgaben mit eindimensionalen oder zweidimensionalen Objekten. (vgl. Franke M., Ruwisch, 2010, S. 251f)

Eingebettete Schätzaufgaben oder auch Fermi-Aufgaben sind Aufgaben, die anspruchsvoller sind als die bereits vorgestellten *grundständigen* Schätzaufgaben. Bei diesen Schätzaufgaben reicht es nicht aus, nur einen Vergleich zu tätigen, sondern es muss häufig mehrmals geschätzt werden, und es können auch „kleine“ Rechnungen vorkommen, die die geschätzten Größen in Verbindung bringen. (vgl. Franke M., Ruwisch, 2010, S. 252f)

Greefrath beschreibt Fermi-Aufgaben als „[…] *unterbestimmte offene Aufgaben mit klarem Endzustand aber unklarem Anfangszustand* […]“. Sie können als spezielle Modellierungsaufgaben interpretiert werden. Diese Aufgaben gehen auf den Physik Enrico Fermi zurück, der dafür bekannt war, schnelle Abschätzungen von Problemen, bei denen beinahe keine Daten vorhanden sind, zu machen. (vgl. Greefrath G., 2010, S. 80)

Folgendes Beispiel ist eine klassische Fermi-Aufgabe:

Wie viele Klavierstimmer arbeiten in Chicago?

Möglicher Lösungsweg:

In Chicago leben ca. 3 Millionen Menschen. Etwa durchschnittlich leben zwei Personen in einem Haushalt. Angenommen in jedem zwanzigsten Haushalt gibt es ein Klavier, das regelmäßig gestimmt wird. Ein Klavier wird in etwa einmal pro Jahr gestimmt. Um ein Klavier zu stimmen (plus Fahrzeit), benötigt man ca. 2 Stunden. Ein Klavierstimmer arbeitet 8 Stunden am Tag, 5 Tage in der Woche und 40 Wochen pro Jahr.

Aus diesem Wissen ergibt sich eine Anzahl von zu stimmenden Klavieren pro Jahr in Chicago:
„(3.000.000 Einwohner) / (2 Personen pro Haushalt) × (1 Klavier /20 Haushalte) × (1 Mal Stimmen pro Klavier und Jahr) = 75.000 Mal muss in Chicago pro Jahr ein Klavier gestimmt werden.“
Folgende Arbeit wird von einem Klavierstimmer pro Jahr verrichtet:
„(40 Wochen pro Jahr) × (5 Tage pro Woche) × (8 Stunden pro Tag) / (2 Stunden pro Klavier) = 800 Klaviere kann ein Klavierstimmer pro Jahr stimmen.“
Somit müsst es ca. 100 Klavierstimmer in Chicago geben.
(siehe Wikipedia-Eintrag: Fermi-Problem)

Dieses Beispiel ist vermutlich schwierig für einen durchschnittlichen Schüler oder Schülerin, da diese Aufgabe viel Wissen über Klaviere und die Arbeit von Klavierstimmern voraussetzt.

Um zu schätzen, wie lange das Stimmen eines Klaviers dauert, müsste man wissen, wie das Klavierstimmen, in seinen Grundzügen, funktioniert. Somit lässt sich folgern, dass bei der Auswahl von solchen Schätzaufgaben für die Schule darauf geachtet werden muss, ob der Kontext im Erfahrungsbereich der Schüler und Schülerinnen liegt. Eine Möglichkeit wäre auch, die Schüler und Schülerinnen im Vorhinein über die Arbeit eines Klavierstimmers zu informieren. Bevorzugt sind jedoch jene Aufgaben, bei denen so wenig wie möglich vorweggenommen werden muss, sodass die Schüler und Schülerinnen selbstständig arbeiten können.

4 Welche Rolle spielt das Schätzen im Mathematik- und Physikunterricht?

4.1 Findet man, zum Thema „Schätzen“, in den Bildungsstandards Hinweise?

Die Schule ist nicht nur dazu da, um Wissen zu vermitteln, sondern unter anderem auch, um auf den Alltag und das Berufsleben vorzubereiten. Wie bereits in der Einleitung und in den Kapiteln zuvor dargestellt, sind Schätzungen in vielen Situationen sinnvoller als exakte Berechnungen. Das heißt im schulischen Unterricht, insbesondere im Mathematik- und Physikunterricht, sollten Schätzungen gemacht und geübt werden, um die wichtige Größenvorstellungen aufzubauen und um so einen weiteren wichtigen Beitrag zum sinnvollen Lernen für das Leben zu leisten. Im Folgenden wird erörtert, ob es Hinweise auf eine Schätzkompetenz in den Bildungsstandards der Volksschule und der Sekundarstufe 1 gibt.

- Mathematik Bildungsstandards der 4. Schulstufe (vgl. Bildungsstandards M4)[3]

Diese M4-Bildungsstandards umfassen eine Sammlung an Kompetenzen, über die die österreichischen SchülerInnen am Ende der Volksschule verfügen sollen. Diese Sammlung wird zweidimensional dargestellt. Unterteilt werden diese Standards in *„allgemeine mathematische Kompetenzen“* und in *„inhaltliche mathematische Kompetenzen“.* Zu den allgemeinen Kompetenzen gehören folgende Kompetenzbereiche: Modellieren, Operieren, Kommunizieren, Problemlösen. Die folgende Tabelle soll einen kurzen Überblick über die einzelnen Bereiche geben. Es sind jene Punkte gelb markiert, die **unmittelbar** zur Schätzkompetenz beitragen. „Unmittelbar“ deshalb, da vermutlich zu jedem Kompetenzbereich eine Verbindung zur Schätzkompetenz gesponnen werden kann, das heißt das unterliegt der Interpretation der lesenden Person.

[3] (vgl. Bildungsstandards M4) verweist auf ein PDF, dessen URL im Punkt „Elektronische Quellen“ zu finden ist. Allgemein (vgl. Name) verweist auf ein PDF, dessen URL im Literaturverzeichnis zu finden ist.

Kompetenzbereich	Die Schülerinnen und Schüler können …
Modellieren	*„… aus Sachsituationen relevante Informationen entnehmen.“* *„… passende Lösungswege finden.“* *„… die Ergebnisse interpretieren und sie überprüfen.“* *„… zu Termen und Gleichungen Sachaufgaben erstellen.*“ (Bildungsstandards M4, S. 1)
Operieren	*„… Zahlen, Größen und geometrische Figuren strukturieren.“* *„… arithmetische Operationen und Verfahren durchführen.“* *„… geometrische Konstruktionen durchführen.“* *„… Tabellen und Grafiken erstellen.“* *„… Informationen aus Tabellen und Grafiken entnehmen.*“ (Bildungsstandards M4, S. 2)
Kommunizieren	*„… mathematische Begriffe und Zeichen sachgerecht in Wort und Schrift benützen.“* *„… ihre Vorgangsweisen beschreiben und protokollieren.“* *„… Lösungswege vergleichen und ihre Aussagen und Handlungsweisen begründen.“* *„…ihre Vorgangsweisen in geeigneten Repräsentationsformenfesthalten.“* *„… Zeichnungen und Diagramme erstellen.“* (Bildungsstandards M4, S. 2)
Problemlösen	„… ein innermathematisches Problem erkennen und dazu relevante Fragen stellen.“ „… geeignete Lösungsaktivitäten wie Vermuten, Probieren, Anlegen von Tabellen oder Erstellen von Skizzen anwenden.“ „… zielführende Denkstrategien wie systematisches Probieren oder Nutzen von Analogien einsetzen.“ (Bildungsstandards M4, S. 2)

Weiters wird in der folgenden Tabelle eine Übersicht über die inhaltlichen mathematischen Kompetenzen gegeben.

Inhaltlicher Kompetenzbereich	Die Schülerinnen und Schüler können …
Arbeiten mit Zahlen	*„… Zahldarstellungen und –beziehungen verstehen."* *„… Zahlen runden und Anzahlen schätzen."* *„… das Wesen der Bruchzahlen verstehen."* (Bildungsstandards M4, S. 3)
Arbeiten mit Operationen	*„… die Grundrechnungsarten und ihre Zusammenhänge verstehen."* *„… mündliches Rechnen sicher beherrschen."* *„… schriftliche Rechenverfahren beherrschen."* (Bildungsstandards M4, S. 3)
Arbeiten mit Größen	*„… Größenvorstellungen besitzen und Einheiten kennen."* *„… Größen messen und schätzen."* *„… mit Größen operieren."* (Bildungsstandards M4, S. 4)
Arbeiten mit Ebene und Raum	*„… geometrische Figuren erkennen, benennen und darstellen."* *„… Beziehungen bei geometrischen Figuren erkennen."* *„… mit geometrischen Figuren operieren."* *„… Umfang und Flächeninhalt ermitteln."* (Bildungsstandards M4, S. 4)

Bei Betrachtung der Kompetenzbereiche fällt zu allererst auf, dass es einen eigenen Kompetenzbereich „Arbeiten mit Größen“ gibt. In diesem wird von den SchülerInnen gefordert, dass sie eine Größenvorstellung besitzen und Einheiten kennen. Liest man genauer nach, so steht in diesem Bereich geschrieben, dass geeignete Repräsentanten zu Maßeinheiten bekannt sein sollten. Weiters findet man das Schätzen von Größen und das Begründen dieses Vorganges als eigenen Punkt aufgelistet. (vgl. Bildungsstandards M4, S. 4) Im Kompetenzbereich „Arbeiten mit Zahlen“ wird das Schätzen einer Anzahl angeführt. Ein Beispiel dafür wäre ein Gewinnspiel auf einem Jahrmarkt, bei dem ein großes Glas voll mit Zuckerln für eine Anzahlschätzung bereitsteht. Derjenige oder Diejenige, der oder die mit der Schätzung am nächsten bei der exakten Anzahl liegt, gewinnt einen Preis. Solche Schätzaufgaben sind schwierig, da die Situation in alle drei Raumdimensionen ausgedehnt vorliegt.

Im allgemeinen Kompetenzbereich „Modellieren“ findet man, dass SchülerInnen Ergebnisse interpretieren und überprüfen können sollen, was sicher nicht als trivial abzustempeln ist, da sich viele dabei schwer tun. (vgl. Bildungsstandards M4, S. 1) Diese Fähigkeit ist entscheidend für den Erkenntnisgewinn der SchülerInnen und der Erwerb wird durch eine vorhandene Schätzkompetenz erleichtert, da das berechnete Ergebnis einer Aufgabe, wie bereits erwähnt, durch eine Schätzung überprüft werden kann. Ebenso hilft die Schätzkompetenz bei der Interpretation von Ergebnissen, da eine Größenvorstellung, mit der man einen Bezug zum Ergebnis knüpfen kann, zuvor aufgebaut worden sein muss, um schätzen zu können.

- Mathematik Bildungsstandards der 8. Schulstufe (vgl. Bildungsstandards M8)

Diese Bildungsstandards beinhalten jene Kompetenzen, die von den österreichischen Schülern und Schülerinnen, bis zum Ende der 8. Schulstufe zu erwerben sind. Das Kompetenzmodell, das in den Bildungsstandards der 8. Schulstufe (Bildungsstandards M8) zu finden ist, hat eine zusätzliche Dimension gegenüber den M4-Standards, die Komplexität.

Somit wird das Kompetenzmodell der Sekundarstufe 1 dreidimensional dargestellt, wobei die „*mathematische Handlung*" (oder der „*Handlungsbereich*") der „*allgemeinen mathematischen Kompetenz*" aus den M4-Standards entspricht. Weiters entspricht dem „mathematischen Inhalt" (oder dem „Inhaltsbereich") in den M8-Standards, die „inhaltliche mathematische Kompetenz" in den M4-Standards. Der zusätzliche Komplexitätsgrad wird wiederum in 3 Stufen unterteilt und gibt an, ob Grundwissen verwendet werden muss, ob Verbindungen geknüpft werden müssen oder ob Reflexionswissen zum Einsatz kommt.
Im Folgenden wird erneut ein kurzer Überblick über die beiden Kompetenzbereiche, Handlung und Inhalt, gegeben und anschließend darauf Bezug genommen:

Handlungsbereich	**Die Schülerinnen und Schüler können …**
Darstellen, Modellbilden	… „*alltagssprachliche Formulierungen in die Sprache/Darstellung der Mathematik übersetzen.*" … „*einen gegebenen mathematischen Sachverhalt in eine andere Darstellungsform (tabellarisch, grafisch, symbolisch/Rechnersyntax) übertragen; zwischen Darstellungen oder Darstellungsformen wechseln*" … „*Zeichnungen (mit Lineal oder Freihandskizze) einfacher geometrischer Figuren und Körper anfertigen*" … „*problemrelevante mathematische Zusammenhänge identifizieren und mathematisch darstellen*" … „*geeignete mathematische Mittel (Begriffe, Modelle, Darstellungsformen, Technologien) und Lösungswege auswählen*" … „*aus bekannten (z. B. auch elektronisch verfügbaren)*

	mathematischen Modellen neue Modelle entwickeln (modulares Arbeiten)“ (Bildungsstandrads M8, S. 2)
Rechnen, Operieren	*… „elementare Rechenoperationen durchführen, potenzieren, Wurzel ziehen“* *… „Maßeinheiten umrechnen“* *… „in Terme und Gleichungen (Formeln) Zahlen einsetzen, Werte berechnen* *… „Terme, Gleichungen (Formeln) und Ungleichungen umformen“* *… „Gleichungen und Ungleichungen lösen“* *… „Ergebnisse abschätzen, sinnvoll runden, näherungsweise rechnen“* *… „mit und in Tabellen oder Grafiken operieren“* *… „elementare geometrische Konstruktionen durchführen“* (Bildungsstandrads M8, S. 3)
Interpretieren	*… „Werte aus Tabellen oder grafischen Darstellungen ablesen, sie im jeweiligen Kontext deuten“* *… „tabellarisch, grafisch oder symbolisch gegebene Zusammenhänge beschreiben und im jeweiligen Kontext deuten“* *… „Zusammenhänge und Strukturen in Termen, Gleichungen (Formeln) und Ungleichungen erkennen, sie im Kontext deuten“* *… „mathematische Begriffe oder Sätze im jeweiligen Kontext deuten“* *… „Rechenergebnisse im jeweiligen Kontext deuten“* *… „tabellarische, grafische oder auch symbolische Rechnerdarstellungen angemessen deuten“* *… „zutreffende und unzutreffende Interpretationen erkennen“* (Bildungsstandrads M8, S. 3)
Argumentieren, Begründen	*… „mathematische Argumente nennen, die für oder gegen die Verwendung eines bestimmten mathematischen Begriffs, eines Modells oder einer Darstellung(sform), für oder gegen einen bestimmten Lösungsweg bzw. eine bestimmte Lösung, für oder gegen eine bestimmte Interpretation sprechen“*

	… „die Entscheidung für die Verwendung eines bestimmten mathematischen Begriffs, eines Modells, eines Lösungsweges, für eine Darstellung(sform), eine bestimmte Lösung oder eine bestimmte Sichtweise/Interpretation argumentativ belegen" *… „mathematische Vermutungen formulieren und begründen (aufgrund deduktiven, induktiven oder analogen Schließens)"* *… „mathematische Zusammenhänge (Formeln, Sätze) herleiten oder beweisen"* *… „zutreffende und unzutreffende mathematische Argumentationen bzw. Begründungen erkennen; begründen, warum eine Argumentation oder Begründung (un-) zutreffend ist"* (Bildungsstandrads M8, S. 4)

Weiters wird in der folgenden Tabelle eine Übersicht über die mathematischen Inhaltsbereiche gegeben.

Inhaltsbereich	**Die Schülerinnen und Schüler kennen oder können…**
Zahlen und Maße	*… „natürliche, ganze, rationale Zahlen"* *… „Bruch- und Dezimaldarstellung rationaler Zahlen; Potenzschreibweise (mit ganzzahligen Exponenten), Wurzeln"* *… „Rechenoperationen, Rechengesetze und –regeln"* *… „Anteile, Prozente, Zinsen"* *… „Maßeinheiten (für Längen, Flächeninhalte, Volumina, Massen, Zeiten und zusammengesetzte Größen)"* (Bildungsstandrads M8, S. 4)
Variable, funktionale Abhängigkeiten	*… „Variable und Terme"* *… „einfache Gleichungen (Formeln) und Ungleichungen"* *… „lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen"* *… „verbale, tabellarische, grafische und symbolische Darstellung funktionaler Zusammenhänge; direkte und indirekte Proportionalität"* (Bildungsstandrads M8, S. 4)

Geometrische Figuren und Körper	*… „Punkt, Gerade, Ebene; Strecke, Winkel; Parallele, Normale“* *… „Symmetrie, Ähnlichkeit“* *… „Dreiecke, Vierecke, Kreis“* *… „Würfel, Quader, Prismen, Pyramiden“* *… „Satz von Pythagoras“* *… „Umfangs-, Flächen-, Oberflächen- und Volumsformeln“* (Bildungsstandrads M8, S. 5)
Statistische Darstellungen und Kenngrößen	*… „tabellarische Darstellung statistischer Daten“* *… „Durchschnittsberechnungen“* *… „Stabdiagramm, Kreisdiagramm, Streifendiagramm, Piktogramm, Liniendiagramm, Streudiagramm“* *… „absolute und relative Häufigkeiten“* *… „arithmetisches Mittel, Median, Quartile“* *… „Spannweite, Quartilsabstand“* (Bildungsstandrads M8, S. 5)

In den M8-Standards lassen sich auch Punkte finden, die unmittelbar der Schätzkompetenz zugeordnet werden können. Besonders im Handlungsbereich „*Rechnen und Operieren*“ und im Inhaltsbereich „*Zahlen und Maße*“ finden sich Punkte, die für das Thema der hier dargelegten Arbeit sprechen. Besonders hervorgehoben werden die Maßeinheiten für Länge, Fläche, Volumen, Masse und Zeit.

Zusammenfassend kann auch aus den Bildungsstandards für Mathematik herausgelesen werden, dass das Schätzen von Größen, im Mathematikunterricht, eine Rolle spielen sollte. Es lässt sich auch erkennen, dass das Schätzen im Primarbereich stärker vertreten ist als im Sekundarbereich. Diese Tatsache spiegelt sich auch in der Literatur zum Schätzen wider.

- Physik Bildungsstandards der 8. Schulstufe (vgl. Bildungsstandards P8)

Das Kompetenzmodell der Naturwissenschaften, zu denen Physik zählt, ist ebenfalls, wie das in Mathematik, dreidimensional aufgebaut. Die drei Dimensionen werden anders beschriftet, folgen aber dem Aufbau der Mathematikbildungsstandards. Es gibt eine Handlungsdimension, eine Inhaltsdimension und eine Anforderungsdimension.

Die folgende Tabelle gibt einen kurzen Überblick auf die Handlungsdimension:

Handlungskompetenzen	**Die Schülerin oder der Schüler „*kann einzeln oder im Team …***
Wissen organisieren	*… Vorgänge und Phänomene in Natur, Umwelt und Technik beschreiben und benennen“* *… aus unterschiedlichen Medien und Quellen fachspezifische Informationen entnehmen“* *… Vorgänge und Phänomene in Natur, Umwelt und Technik in verschiedenen Formen (Grafik, Tabelle, Bild, Diagramm …) darstellen, erklären und adressatengerecht kommunizieren“* *… die Auswirkungen von Vorgängen in Natur, Umwelt und Technik auf die Umwelt und Lebenswelt erfassen und beschreiben“* (Bildungsstandards P8, S. 2)
Erkenntnisse gewinnen	*… zu Vorgängen und Phänomenen in Natur, Umwelt und Technik Beobachtungen machen oder Messungen durchführen und diese beschreiben“* *… zu Vorgängen und Phänomenen in Natur, Umwelt und Technik Fragen stellen und Vermutungen aufstellen“* *… zu Fragestellungen eine passende Untersuchung oder ein Experiment planen, durchführen und protokollieren“*

	… Daten und Ergebnisse von Untersuchungen analysieren (ordnen, vergleichen, Abhängigkeiten feststellen) und interpretieren“ (Bildungsstandards P8, S. 2)
Schlüsse ziehen	… Daten, Fakten und Ergebnisse aus verschiedenen Quellen aus naturwissenschaftlicher Sicht bewerten und Schlüsse daraus ziehen“ … „Bedeutung, Chancen und Risiken der Anwendungen von naturwissenschaftlichen Erkenntnissen für mich persönlich und für die Gesellschaft erkennen, um verantwortungsbewusst zu handeln“ … die Bedeutung von Naturwissenschaft und Technik für verschiedene Berufsfelder erfassen, um diese Kenntnis bei der Wahl meines weiteren Bildungsweges zu verwenden“ … fachlich korrekt und folgerichtig argumentieren und naturwissenschaftliche von nicht-naturwissenschaftlichen Argumentationen und Fragestellungen unterscheiden“ (Bildungsstandards P8, S. 2)

Die Handlungskompetenzen in Physik sind eher allgemein gehalten, deshalb kann man leicht zu jeder Kompetenz eine Aufgabe finden, bei dem die Schätzkompetenz zum Einsatz kommt.

Es fällt auf, dass in den Handlungen, auch wie in Mathematik, das Interpretieren von Ergebnissen vorkommt.
Im Inhaltsbereich der Bildungsstandards Physik werden viele Größen genannt, die im Mathematikunterricht wenig behandelt werden.

Folgende Tabelle gibt einen Überblick über die Inhaltsdimension in Physik:

Inhalt	**Die Schülerin oder der Schüler *kann folgende Inhalte beobachten, benennen, beschreiben, bewerten, Experimente dazu planen etc.***
Mechanik	*… „grundlegende physikalische Begriffe und Größen (Zeit, Länge, Masse, Dichte, Geschwindigkeit, Beschleunigung, Kraft, Schwerkraft, Leistung, Energie)“* *… „einfache Bewegungen“* *… „Kräfte als Ursache für Bewegungsänderungen“* *… „Energieformen und deren Umwandlung“* (Bildungsstandards P8, S. 5)
Elektrizität und Magnetismus	… „grundlegende physikalische Begriffe und Größen (elektrisch geladene Teilchen, Spannung, Stromstärke, Widerstand, Gleichstrom, Wechselstrom)“ … „Erklärungen für elektrische Erscheinungen in Natur und Technik“ … „einfache Stromkreise (Ohm’sche Beziehung, Serienschaltung und Parallelschaltung von Verbrauchern)“ … „Unterschied zwischen Permanentmagnet und Elektromagnet“ … „Weg der elektrischen Energie vom Kraftwerk zum Verbraucher“ … „Sicherheitsaspekte beim Umgang mit elektrischer Energie“ (Bildungsstandards P8, S. 5)
Wärmelehre	*… „grundlegende physikalische Begriffe und Größen (Temperatur, Druck, Energie, Wärmekapazität)“* *… „Umwandlung innerer Energie in andere Energieformen“* *… „Zusammenhang zwischen Energie, Temperatur und Teilchenbewegung“* *… „Zustandsformen „fest“, „flüssig“ und „gasförmig“ und deren Übergänge am Beispiel Wasser“* (Bildungsstandards P8, S. 5)

Optik	… *„grundlegende physikalische Begriffe und Größen (Spiegelung/Reflexion, Brechung, Lichtgeschwindigkeit)“* … *„Ausbreitung von Licht und Entstehung von Schatten, Sender-Empfänger-Streu-Vorstellung“* … *„Kurzsichtigkeit und Weitsichtigkeit sowie deren Korrektur“* … *„Zerlegung von Licht: sichtbare, infrarote und ultraviolette Strahlung“* (Bildungsstandards P8, S. 5)
Aufbau der Materie	… *„Teilchenmodell der Materie“* … *„radioaktiver Zerfall als natürlicher Prozess (Halbwertszeit, Kernumwandlungen)“* … *„Eigenschaften und Auswirkungen ionisierender Strahlung“* … *„Unterschied Kernfusion und Kernspaltung“* (Bildungsstandards P8, S. 5)

Zusammenfassend sieht man, dass das Schätzen nicht explizit in den Bildungsstandards für Physik auftritt, jedoch liegt ein Fokus deutlich auf dem Umgehen mit physikalischen Größen.

4.2 Findet man Hinweise zum Thema „Schätzen“ in den Grundkompetenzen für die schriftliche Reifeprüfung?

Im Grundkompetenzenkatalog für die schriftliche Reifeprüfung in Mathematik sind jene Kompetenzen aufgelistet, die die AbsolventInnen einer AHS während der Schuljahre bis zur Matura erworben haben sollten. Der Katalog weist die 4 großen Themenkreise auf: Algebra und Geometrie, Funktionale Abhängigkeiten, Analysis und Wahrscheinlichkeit & Statistik

In den Grundkompetenzen lassen sich keine Hinweise auf eine Schätzkompetenz finden.(vgl. Grundkompetenzen sRP, S.8 – S.16)

5 Wichtige Größen und mögliche Stützpunktvorstellungen im Mathematik- und Physikunterricht

Im Mathematikunterricht wird häufig mit **Geldwerten, Längen, Flächeninhalten, Rauminhalten, Massen, Temperaturen, Geschwindigkeiten und Zeitspannen** gerechnet. Zu diesen Größen könnten die SchülerInnen sehr schnell selbst Bezüge herstellen, da diese Größen im Alltag der SchülerInnen vorkommen und somit vertraut sind. Im Physikunterricht kommen viele Größen vor, zu denen Bezüge schwieriger aufgebaut werden können, da ihnen oft eine umfangreichere Idee oder Theorie zugrunde liegt. Es finden sich im Physikunterricht zusätzlich Größen wie: **Dichte, Beschleunigung, Kraft, Leistung, Energie / Arbeit, Stromstärke, Widerstand, Druck, Wärmekapazität, Stoffmenge, Intensität,** … und noch viele mehr.

Auf den folgenden Seiten wird versucht, einige wichtige Größen zu definieren, und für jede dieser Größen gute einprägsame Repräsentanten (Stützpunktvorstellungen), samt Größenangaben, anzugeben. Es wird so gerundet, um einen einprägsamen Wert zu erhalten, der eine vertretbare Genauigkeit hat, da oft nur Größenordnungen ausreichend sind. Einige dieser Repräsentanten sind aus meiner „persönlichen Stützpunktvorstellungsliste“ und sollen nicht genau so im Unterricht verwendet werden, da sie teilweise aus meiner persönlichen Erfahrung heraus entstanden sind. Das heißt, dass die Liste auf die Schüler und Schülerinnen angepasst werden muss. Gut wäre, wenn man den SchülerInnen im Unterricht Zeit gibt, solche Stützpunktvorstellungen selbstständig zu sammeln, um eine eigene, vermutlich an manchen Punkten emotional besetzte, Liste schrittweise zusammenzustellen. Grundsätzlich wäre es meiner Meinung nach wünschenswert, dass bei jeder Größeneinführung, Stützpunktvorstellungen erarbeitet werden, um die Größe anschaulich und „greifbar“ zu machen.

Am Ende der Arbeit werden zusätzlich zu manchen Größen, die auf den folgenden Seiten vorgestellt werden, Aufgaben vorgeschlagen, die helfen sollen, die Größenvorstellung und somit die Schätzkompetenz zu verbessen.

Die in den folgenden Tabellen dargestellten Stützpunktvorstellungen wurden teilweise aus der Größenordnungssammlung von Wikipedia entnommen. (siehe: Wiki – Größenordnungen)

- Geldwerte

Das Leben wird zwangsweise vom Geld begleitet.
Geld ist ein Tauschmittel oder Zahlungsmittel, das eingesetzt wird, um Güter und Dienstleistungen zu erhalten. Eine Währung, wie zum Beispiel der Euro, der in weiten Teilen Europas eingeführt wurde, ist das gesetzliche Zahlungsmittel eines Staates oder eines Verbundes von Staaten. Der Umrechnungsfaktor zwischen zwei verschiedenen Währungen ist variabel, da er von der aktuellen Wirtschaftssituation abhängt. Schätzungen in der gewohnten Währung sollten keine allzu großen Probleme aufwerfen, da fast täglich neue Repräsentanten hinzukommen bzw. bekannte immer wieder vorkommen.

Größe	Einheiten	Stützpunktvorstellungen	
Geldwerte	**Euro (€),** US - Dollar ($), Yen (¥), Pfund (£), …	Preis für eine Wurstsemmel:	1,6 €
		kleiner Einkauf im Supermarkt:	15 €
		Preis für einen Mittelklasse-Laptop:	600 €
		durchschnittliches Nettomonatseinkommen (2015)[4]: 1.800 €	
		Preis für ein neues Mittelklasse-Auto:	30.000 €
		Preis für ein neues Einfamilienhaus:	300.000 €

- Länge

Die Länge ist eine Größe, für die es viele gebräuchliche Einheiten gibt. Britische Längeneinheiten wie Inch (in.), Foot (ft.), Yard (yd.) oder Meile (mi.) werden immer noch häufig verwendet. 1 Inch (= Zoll) entspricht 2,54 cm. Bildschirmdiagonalen,

[4] inkl. Vollzeit- und Teilzeitbeschäftigte und anteiligem Urlaubs- und Weihnachtsgeld, laut Statistik Austria siehe: https://www.statistik.at/web_de/statistiken/mensch_und_gesellschaft/soziales/personeneinkommen/nettomonatseinkommen/index.html, Stand: März 2017

Rohrdurchmesser oder Kleidergrößen (bei Jeans beide Werte: Bundumfang und die Hosenbeininnenlänge) werden meist noch immer in Zoll angegeben. 1 ft (= 1 Fuß) ist definiert als 30,5 cm und wird heutzutage hauptsächlich in der See- und Luftfahrt verwendet. 1 Meile entspricht einer Länge von 1,61 km. In vielen Staaten der Erde werden Geschwindigkeitsbegrenzungen im Straßenverkehr in „miles per hour" (mph) angegeben, sowie Tachometer von Fahrzeugen sind mit dieser Einheit beschriftet. In der Astronomie wird das Lichtjahr für sehr große Entfernungen verwendet. Ein Lichtjahr ist jene Länge, die das Licht im Vakuum in einem Jahr zurücklegt, diese Strecke entspricht $9{,}46 * 10^{15}$ m. (Umrechnungswerte aus der Umschlaginnenseite des Buches: (Giancoli D. C., 2006))

Die SI-Einheit der Länge ist der Meter. Die Einheit Meter wird durch die Wegstrecke des Lichtes definiert, die es im Vakuum während der Zeit von 1/299.792,458 s zurücklegt. (vgl. Giancoli D. C., 2006, S. 8)

Zu Längenschätzungen gehören auch Höhen- oder Tiefenschätzungen, deshalb sollten auch Längen in vertikaler Richtung als Stützpunkte vorhanden sein.

Größe	SI-Einheit	Stützpunktvorstellungen[5]	
Länge	Meter (m)	Durchmesser eines Stecknadelkopfs:	1 mm
		Breite des Zeigefingernagels:	1 cm
		Spannweite zwischen Daumen und Zeigefinger:	1 dm
		großer Kinderschritt:	1 m
		Körpergröße eines erwachsenen Mannes:	1,8m
		Höhe einer künstlichen Kletterwand:	15 m
		Länge eines Fußballfeldes:	100 m
		Strecke am Schulweg abmessen:	1 km
		Höhenmeter bei Besteigung des Großen Priel:	1.900 m
		Entfernung zwischen Linz und Pyhrnpass:	100 km
		Entfernung zwischen Linz und Dubrovnik (HR):	1000 km
		Erdradius:	6370 km

[5] Die Strecken zwischen Linz-Pyhrnpass und Linz- Dubrovnik können durch Eingabe in Google-Maps leicht überprüft werden.

- Fläche

Wenn von der Fläche gesprochen wird, kann umgangssprachlich einerseits das zweidimensionale Objekt selbst gemeint sein, oder es wird vom Flächeninhalt gesprochen, also einer Größe, die eine Einheit besitzt. Um Klarheit zu schaffen, sollte im Unterricht auch sprachlich von Beginn an zwischen den beiden Bedeutungen unterschieden werden. Der Flächeninhalt hat die SI-Einheit m². Zusätzlich kommen zwei Einheiten neben den gewohnten Einheiten mit Präfixen zum Einsatz, die die logische Lücke zwischen m² und km² schließen. Ein Ar (a) sind 100 m² und ein Hektar (ha) sind 100 a. Ar und Hektar werden besonders häufig in der Land- und Forstwirtschaft verwendet. Anhand der SI-Einheit wird sichtbar, dass der Flächeninhalt eine abgeleitete Größe ist. Länge und Breite miteinander multipliziert ergeben den Flächeninhalt eines Rechtecks, das durch die beiden Längen (Länge und Breite) festgelegt ist. Flächeninhalte krummlinig begrenzter Flächen, zum Beispiel die Oberfläche eines Sees, können beliebig genau durch ein Rechteckraster angenähert werden. Diese Idee ist ein möglicher Zugang zur Integralrechnung und ist zugleich eine gute Schätzstrategie, um Flächeninhalte komplizierter Flächen ungefähr anzugeben.

Größe	**SI-Einheit**	**Stützpunktvorstellungen**
Flächeninhalt	Quadratmeter (m²)	Kästchen auf Millimeterpapier: 1 mm² Kästchen auf normalkariertem Papier (5-mm-Raster): 25 mm² Fingernagelfläche: 1 cm² 2 Euro-Münze: 5 cm² Spielkarte: 54 cm² mittelgroße Handfläche: 1 dm² Hautoberfläche des erwachsenen Menschen: 1,5 – 2 m² durchschnittliche Wohnungsfläche: 100 m² typ. Grundstücksfläche für Haus am Land: 600 – 1000 m² Oberfläche des Traunsees: 25 km² Fläche von Istrien (HR): 2.800 km² Fläche des Pazifik: 160.000.000 km²

- Volumen

Das Volumen eines Stoffes ist eine dreidimensionale Größe. Sie hat die abgeleitete SI-Einheit Kubikmeter (m^3). Schätzungen des Volumens eines regelmäßigen Körpers, wie z.B. eines Quaders, können auf Schätzungen von Längen zurückgeführt werden und sind somit automatisch mit den Stützpunktvorstellungen der Länge verknüpft. Bei der Volumen-Schätzung eines unregelmäßigen Körpers müssen, bevor geschätzt wird, Näherungen an der Form des Körpers durchgeführt werden, um zu einer praktischen Geometrie zu gelangen. Dabei sind manchmal viele Schritte notwendig, die nicht immer einfach zu bewältigen sind.

Eine gute Möglichkeit, um Volumina von Körpern, insbesondere von unregelmäßigen Körpern, zu bestimmen, besteht durch die in der Physik gebräuchliche Verdrängungsmethode. Dabei nimmt man einen Messbecher und füllt eine gewisse Menge an Wasser, zum Beispiel 1/2 Liter, ein. Danach wird der Körper in dieses Gefäß mit Wasser eingetaucht, sodass er vollständig unter die Wasseroberfläche taucht. Anschließend wird die Höhendifferenz der beiden Wasserstände, also der vor dem Eintauchen und der, nachdem der Körper eingetaucht wurde, auf der Skala des Messbechers abgelesen. Diese Methode führt zu einer Messung und zu keiner Schätzung, sie hat jedoch ihre Grenzen, denn ab einem bestimmten Volumen wird es mit der Verdrängungsmethode eng und eine Schätzung muss diese ersetzen.

Zusammenfassend können Schätzungen von Volumina, durch vorherige Näherungen an der Form eines Körpers, auf eine Längenschätzung zurückgeführt werden. Dennoch finde ich es wichtig, dass zumindest für Volumina von Flüssigkeiten, die in Liter (= dm^3) angegeben werden, Stützpunktvorstellungen existieren, da diese im Alltag am häufigsten gebraucht werden, besonders im Haushalt.

Größe	Einheit	Stützpunktvorstellung	
Volumen	Liter (l)	FSME-Impfstoff:	0,5 ml
		Schnaps-„Stamperlinhalt“:	2 cl
		typischer Trinkglasinhalt:	250 ml
		typischer Milchpackungsinhalt:	1 l
		durchschnittliches Lungenvolumen eines Erwachsenen:	4 l

		Blutvolumen im Körper:	5-6l
		typisches Baustellen-Kübelvolumen:	20 l
		typischer Badewanneninhalt:	200 l
		typischer Swimmingpoolinhalt:	30.000 l

- Zeitspanne, Zeit

Eine Zeitspanne wird durch einen Anfang und durch ein Ende festgelegt. Zum Beispiel beginnt die Mathematikstunde um 8 Uhr früh, also zu einem gewissen Zeitpunkt und endet um 8 Uhr 50, also auch zu einem gewissen Zeitpunkt. Zwischen diesen beiden Zeitpunkten ist eine Zeitspanne von 50 Minuten vergangen, um auf dieses Ergebnis zu kommen wird der Anfangszeitpunkt vom Endzeitpunkt abgezogen.
Der für uns im Alltag gewohnten Uhrzeit liegt das Sexagesimalsystem aus Mesopotamien zugrunde. Die Basis in diesem System ist nicht 10, sondern 60. So kam es, dass eine Stunde gleich 60 Minuten und eine Minute gleich 60 Sekunden hat. (vgl. Alten H.-W. und andere, 2014, S. 5)

Das Jahr hingegen ist nicht eindeutig zu definieren, da es das astronomische Jahr und das bürgerliche Jahr (Gemeinjahr: 365 Tage oder Schaltjahr: 366 Tage) gibt. Laut dem physikalischen Messwesen stellt das Jahr auch keine Maßeinheit dar, es wird jedoch toleriert. Ebenso ist der Monat nicht eindeutig definiert. Über dieses Thema kann im Physikunterricht im Rahmen der Astronomie besonders gut diskutiert werden, da die Planetenbewegungen Aufschluss geben.

Um dieses Dilemma der Nicht-Eindeutigkeit bei genauen Zeitangaben zu umgehen, sollte man die SI-Einheit verwenden. Die SI-Einheit für die Zeit ist die Sekunde. Eine Sekunde ist das 9.192.631.770-fache der Periodendauer der Strahlung, die durch den Übergang zwischen zwei Cäsium-Atom-Niveaus entsteht. (vgl. Definition: SI-Einheiten)
Zeitspannen sind schwierig zu schätzen, da das menschliche Zeitempfinden sehr davon abhängig ist, in welchem Zustand man sich befindet. Zum Beispiel man wartet auf den lang ersehnten Befund im Wartezimmer des behandelnden Arztes, dabei können sich ein paar Minuten anfühlen, als säße man bereits eine halbe Stunde dort. Zeitspannen können nur dann aussagekräftig geschätzt werden, wenn es sich um Zeitspannen handelt, die von einem objektiveren Blickwinkel aus betrachtet werden

können oder bereits des Öfteren durchlebt wurden. Zum Beispiel hat man sich nach zahlreichen Unterrichtseinheiten an die 50 min gewöhnt und man weiß, wann die Lehrperson die Hausübung an die Tafel schreibt, um die Stunde zu schließen. Die Voraussetzung dafür ist, dass es sich um eine typische Stunde handelt, also keine Stunde, bei der man sich sehr gelangweilt oder sehr interessiert hat. Diese Tatsache ist bei Schätzaufgaben, bei denen es um die Zeit geht, zu berücksichtigen.

Größe	**SI-Einheit**	**Stützpunktvorstellungen**	
Zeit	Sekunde (s)	Blitzdauer bei Kameras:	1 ms (= 0,001 s)
		Menschliche Reaktionszeit:	100 ms (= 0,1 s)
		Zeitdauer eines Herzschlags:	1 s
		Dauer eines Atemzugs:	5 s
		Weltrekord im 100-Meter-Lauf:	10 s
		„Al dente“ Kochzeit von Teigwaren:	7 min
		Dauer einer Unterrichtseinheit:	50 min
		Typischer Schlafbedarf eines Erwachsenen:	8 h
		Dauer einer Mondphase:	29,5 Tage
		Erd-Umlauf um die Sonne (astronomisches Jahr):	$365\frac{1}{4}$ Tage
		Dauer des römischen Reiches:	1.100 Jahre
		Alter des Homo sapiens:	200.000 Jahre

- Masse

Die Masse ist eine Größe, um zu entscheiden wie schwer oder leicht ein Objekt ist. Die Masse wird häufig mit dem Gewicht verwechselt oder als Synonym verwendet. Das Gewicht entspricht in der Physik der Gewichtskraft, die nicht überall im Universum denselben Wert hat. Die Masse hingegen, ist eine Eigenschaft der Materie und ist somit invariant.

Streng genommen wird auch zwischen der trägen und schweren Masse unterschieden, da diese jedoch laut dem Äquivalenzprinzip gleich sind, werde ich nicht näher darauf eingehen. (vgl. Wagner P., Reischl G., Steiner G., 2012, S. 63)

Die SI-Einheit der Masse ist das Kilogramm (kg). Das Kilogramm wird durch die Masse des Urkilogramms festgelegt. (vgl. Definition: SI-Einheiten) Massenschätzungen können erleichtert werden, wenn zu schätzende Objekte in der eigenen Hand liegen und dabei die Hand zur Waage umfunktioniert wird. Dies ist natürlich nur bedingt möglich, einen Elefanten kann man schwer mit den bloßen Händen heben.

Größe	SI-Einheit	Stützpunktvorstellungen	
Masse	Kilogramm (kg)	Masse eines Bakteriums:	10^{-15} kg
		Masse einer Waldameise:	10 mg (= 10^{-5} kg)
		Masse eines Zuckerwürfels:	3 g
		Masse einer CD (ohne Hülle):	15 g
		Masse eines Hühnereis:	50 – 80 g
		Masse einer Tafel Schokolade:	100 g
		Masse einer Packung Mehl:	1 kg
		Masse eines Zementsacks:	50 kg
		Masse eines Mannes:	80 kg
		Masse einer Milchkuh:	700 kg
		Masse eines Mittelklasse Autos:	1.500 kg
		Masse eines Blauwals:	100.000 kg
		Masse der Golden Gate Bridge:	100.000.000 kg

- Dichte

Die Dichte ist eine Größe, die durch zwei andere Größen, durch die Masse und das Volumen, gebildet wird. Die Dichte ist eine Materialeigenschaft und gibt an, wie schwer oder leicht ein gewisser Stoff pro Volumeneinheit ist.

$$Dichte = \frac{Masse}{Volumen}$$

Größen, die Quotienten von Größen sind, sind dazu da, um Vergleichbarkeit zu schaffen. Dazu ein Beispiel anhand der Dichte: „Welches Metall ist schwerer, Aluminium oder Stahl?“. Angenommen zur Messung der Masse stehen nur, ein kleiner (leichter) Stahlwürfel und ein riesiger (schwerer) Aluminiumbarren zur Verfügung, dann wäre es falsch, alleine durch das Massenergebnis zu schließen, dass Aluminium schwerer als Stahl ist. Die gemessene Masse muss durch das Volumen geteilt werden, um eine richtige Aussage über das Material zu machen. Damit erreicht man, dass man eine Größe erhält, die nicht mehr von den Maßen des Objektes abhängt. Die Dichte eines Materials ist aber von der Temperatur und vom Druck abhängig, sodass eine Dichte erst im Zusammenhang mit einer Temperatur- und Druckangabe eindeutig ist. Oft hört man, dass die Dichte von Wasser gleich 1000 kg/m³ beträgt und somit 1 Liter Wasser 1 kg wiegt. Diese Aussage ist genaugenommen für Wasser mit einer Temperatur von 4°C bei einem Druck von 1 bar richtig. (vgl. Giancoli D. C., 2006, S. 451f)

Größe	**SI-Einheit**	**Stützpunktvorstellung**[6]	
Dichte	Kilogramm pro Kubikmeter (kg/m³)	<u>Festkörper:</u>	
		Holz (typisch):	0,3 – 0,9 kg/dm³ (300 – 900 kg/m³)
		Eis:	0,917 kg/dm³ (917 kg/m³)
		Aluminium, Granit:	2,7 kg/dm³ (2700 kg/m³)
		Blei:	11,3 kg/dm³ (11.300 kg/m³)
		Gold:	19,3 kg/dm³ (19.300 kg/m³)
		<u>Flüssigkeiten:</u>	
		Benzin:	0,68 kg/l (680 kg/m³)
		Wasser (4°C):	1 kg/l (1.000 kg/m³)
		Meerwasser:	1,025 kg/l (1.025 kg/m³)
		Blut:	1,05 kg/l (1.050 kg/m³)
		Quecksilber:	13,6 kg/l (13.600 kg/m³)
		<u>Gase:</u>	
		Helium:	0,179 kg/l (179 kg/l)
		Wasserdampf (100°C):	0,598 kg/l (598 kg/m³)
		Luft:	1,29 kg/l (1.290 kg/m³)
		Kohlendioxid:	1,98 kg/l (1.980 kg/m³)

[6] Falls keine Zusatzinformationen vorliegen, gelten die Werte für folgende Bedingungen: 0°C und 1 bar. (Giancoli D. C., 2006, S. 452)

Ich möchte auf keinen Fall den Eindruck verbreiten, dass ich von den SchülerInnen verlange, dass sie diese Stützpunktvorstellungen, die in der Tabelle darüber samt Größenangaben aufgelistet sind, auswendig aufsagen können. Mir ist wichtig, dass sie die Dichte von Wasser bei 4°C und 1 bar kennen und dass sie andere Materialen in Relation dazu einordnen können. Zum Beispiel sollte man wissen, dass ein typisches Holzbrett am Wasser schwimmt und deshalb eine etwas geringere Dichte als Wasser haben muss. Je mehr konkrete Repräsentanten abgespeichert sind, desto besser natürlich für die Schätzkompetenz, da unbekannte Materialen mit bekannten Materialien verglichen werden können. Es gibt jedoch auch die mögliche Schätzstrategie, dass man die Masse und das Volumen eines zu schätzenden Objektes abschätzt und daraus rechnerisch die Dichte bestimmt.

- Geschwindigkeit / Tempo

Die Geschwindigkeit ist eine vektorielle Größe, also sie hat nicht nur einen Betrag, sondern auch eine Richtung. In manchen Mechanik-Unterrichtskonzepten wird streng zwischen der vektoriellen Größe und der skalaren Größe unterschieden. Wenn vom Tempo gesprochen wird, dann meint man den Betrag der Geschwindigkeit. (vgl. LMU - Mechanikkonzept)[7]

Weiters sollte man auch im Physik-Unterricht streng zwischen der Durchschnittsgeschwindigkeit und der Momentangeschwindigkeit unterscheiden, um so später in Mathematik unter anderem eine mögliche Motivation für die Grundidee der Differentialrechnung zu erhalten. Der Betrag der Durchschnittsgeschwindigkeit v wird folgendermaßen berechnet:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$
$$\Delta s\ ist\ der\ zurückgelegter\ Weg\ ([\Delta \mathrm{s}] = m),$$
$$\Delta t\ ist\ die\ währenddessen\ verstrichene\ Zeit([\Delta t] = s);$$

Um zur Momentangeschwindigkeit zu gelangen, wird aus dem Differenzenquotient der Differentialquotient gebildet. (vgl. Giancoli D. C., 2006, S. 27f)

[7] (vgl. LMU - Mechanikkonzept) verweist auf die Homepage der LMU. URL findet man im Literaturverzeichnis.

In weiterer Folge werde ich nur vom Tempo sprechen, da man sich bei Schätzaufgaben die Bewegungssituation und somit auch die Richtung vorstellen oder aufzeichnen muss.

Größe	**SI-Einheit[8]**	**Stützpunktvorstellungen**	
Tempo	Meter pro Sekunde (m/s)	Wachstumsgeschwindigkeit des Kopfhaars:	15 cm/a
		Schneckentempo:	1 cm/s
		typ. Tempo eines Fußgängers:	1,5 m/s (5 km/h)
		typ. Tempo eines Radfahrers:	5,5 m/s (20 km/h)
		durchschnittliches Tempo eines Weltklassesprinters:	10 m/s (36 km/h)
		Höchstgeschwindigkeit im Ortsgebiet:	50 km/h
		Höchstgeschwindigkeit auf der Autobahn:	130 km/h
		typ. Tempo eines Passagierjets:	240 m/s (860 km/h)
		Schallgeschwindigkeit in Luft (20°C und 1 bar):	340 m/s (1.200 km/h)
		Tempo einer Erdbebenwelle:	4.000 m/s
		Lichtgeschwindigkeit im Vakuum:	300.000.000 m/s

- Beschleunigung

Die Beschleunigung ist ebenfalls, wie die Geschwindigkeit, eine vektorielle Größe. In Analogie zur Geschwindigkeit wird der Differenzenquotient als Durchschnittsbeschleunigung $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ bezeichnet und der Differentialquotient als Momentanbeschleunigung.
Die Beschleunigung allgemein ist eine Größe, die im Unterricht häufig für Verständnisschwierigkeiten sorgt, dann auch in weiterer Folge die Kraft. Die Beschleunigung wird deshalb im Mechanikkonzept der LMU München als Zusatzgeschwindigkeit aufgefasst, um die Verständnisschwierigkeiten zu minimieren. (vgl. LMU – Mechanikkonzept)

[8] Es sollte im Unterricht betont werden, dass die Aussprache „Stundenkilometer“, die man häufig hört, nicht förderlich für die Vorstellung der Geschwindigkeit ist.

Die Aussprache der SI-Einheit m/s² der Beschleunigung als „Meter pro Sekunde" „pro Sekunde" kann dabei zusätzlich helfen.

Beschleunigungen von Objekte werden sehr wahrscheinlich von SchülerInnen, auf Grund der Berechnungsformel, nicht direkt geschätzt, sondern werden auf eine Geschwindigkeitsschätzung zurückgeführt. Trotzdem wäre es gut, wenn zumindest wenige Stützpunktvorstellungen für die Beschleunigung vorhanden sind, um die Abneigung zur Größe zu minimieren.

Größe	**SI-Einheit**	**Stützpunktvorstellungen**
Beschleunigung	(Meter pro Sekunde) pro Sekunde (m/s^2)	Beschleunigung eines Fahrradfahrers: 1 m/s^2 Anfangsbeschleunigung eines Sprinters: 4 m/s^2 Erdbeschleunigung: 10 m/s^2 Max. Beschleunigung auf einen Formel-1 Wagen: 60 m/s^2 Max. Beschleunigung eines Menschen ohne schwere Verletzungen: 1000 m/s^2 Beschleunigung beim Aufprall eines Gegenstandes, der aus einer Höhe von 1m auf harten Boden fällt (zulässige Verformung: 1mm): 10.000 m/s^2 Max. Beschleunigung der Nähmaschinennadel: 60.000 m/s^2

- Temperatur

Die Temperatur kommt im Alltag sehr häufig vor. Wenn uns kalt ist, dann gehen wir automatisch von einer geringen Temperatur aus, ebenso wenn uns warm ist, gehen wir von einer hohen Temperatur aus. Die Temperatur ist somit eine Größe, die mit menschlichen Sinnesorganen qualitativ wahrgenommen werden kann und auch ständig wahrgenommen wird. Im Alltag hört man oft: „Mach schnell das Fenster zu, die Kälte kommt sonst herein!" Dabei wird so getan, als ob die Kälte eine Substanz wäre, die die Temperatur senkt. Aus physikalischer Sicht ist die Kälte, das Fehlen von

Wärme (Wärmemenge). Es können nur Aussagen darüber gemacht werden, wie viel Wärme, also wie viel Energie, vorhanden ist. Jedes Objekt in unserer Umgebung besitzt eine gewisse Wärmemenge, die hoch oder niedrig sein kann. Diese gespeicherte Wärmemenge ist ein Parameter, der die Temperatur dieses Objekts festlegt. Die Wärme bzw. Wärmemenge ist eine Energieform und kann übertragen werden. Wärme kann nur dann übertragen werden, wenn ein Temperaturgefälle vorhanden ist, dabei fließt sie von wärmeren Objekten zu kälteren Objekten. Die Temperatur ist eine Messgröße und bestimmt mit anderen Größen den thermodynamischen Zustand. Genauer gesagt ist die Temperatur ein Maß für die mittlere Geschwindigkeit der Teilchen in einem Stoff.

Da die Temperatur eng mit der Wärme verknüpft ist, wird sie häufig mit ihr verwechselt. Die Trennung der Temperatur von der Wärme ist für SchülerInnen schwierig. Dabei kann ein kleines Experiment helfen: Es werden 2 Blöcke mit unterschiedlichen Massen, aber aus gleichem Material, erhitzt. Dabei soll die Anfangstemperatur der beiden Blöcke gleich sein. Wenn den beiden Blöcken dieselbe Wärmeleistung (ist durch Verwendung derselben Wärmequelle gegeben) hinzugefügt wurde, kann man erkennen, dass der schwerere Block mehr Zeit benötigt, um auf dieselbe Endtemperatur zu kommen. Oder einfacher: Man nimmt zwei identische Kochtöpfe mit unterschiedlichen Wassermengen, jedoch mit derselben Wassertemperatur und lässt die beiden Töpfe gleichzeitig bei gleicher Hitze auf Kochplatten erwärmen. Man erkennt, dass der Wassertopf mit der größeren Wassermenge eine längere Zeit benötigt, um zu kochen.

Dem Schüler oder der Schülerin soll damit klar werden, dass die beiden Blöcke dieselbe Endtemperatur haben, also sie haben denselben Zustand erreicht, aber es sind, auf Grund der unterschiedlichen Zeitspannen, unterschiedliche Wärmemengen geflossen. Analog dazu das Kochtopfexperiment. (vgl. Temperatur und Wärme, S.1)

Die Wichtigkeit der Temperatur als Größe ist unbestreitbar, da viele Größen von ihr abhängen. Zum Beispiel hängt die Länge einer Stahlstange von der Temperatur ab, wenn die Temperatur steigt, dann dehnt sich das Metall aus und die Stange wird länger.

Die SI-Einheit der Temperatur ist Kelvin (K), im deutschsprachigen Raum wird dennoch häufig die Einheit Grad Celsius °C verwendet. Temperaturskalen allgemein werden durch zwei Fixpunkte definiert. Die beiden Fixpunkte bei der Celsiusskala sollten alle SchülerInnen kennen. Der erste Fixpunkt ist bei 0°C und entspricht der Schmelztemperatur von Eis, der zweite Fixpunkt ist bei 100°C und entspricht der Siedetemperatur von Wasser. Die Abstände von Grad zu Grad auf der Kelvinskala sind gleich wie auf der Celsiusskala (1/100stel der Temperaturdifferenz zwischen Gefrier- und Siedepunkt des Wassers), lediglich wird der Nullpunkt auf den absoluten Nullpunkt (-273,15°C) verschoben. Somit ist die Kelvinskala eine Verhältnisskala im Gegensatz zur Celsiusskala, die eine Intervallskala ist. Das heißt 2 Kelvin sind doppelt so „warm" wie 1 Kelvin. Man beachte, dass 2°C nicht doppelt so „warm" sind wie 1°C. (vgl. Wikipedia: Verhältnisskala, Intervallskala)

Man würde meinen, dass Schätzungen von Temperaturen nicht schwierig sind, da wir ständig damit zu tun haben und ständig „Messungen" mit unserer Haut durchführen. Aber ähnlich wie bei Zeitspannen beeinflusst uns unser Körper sehr stark bei Schätzungen. Hinzukommt, dass die gefühlte Temperatur von Faktoren wie Wind und Luftfeuchtigkeit abhängt.

Größe	**Einheit**	**Stützpunktvorstellungen**[9]	
Temperatur	Grad Celsius (°C)	Gefrierpunkt von Alkohol:	-115°C
		tiefste Temp. gemessen auf der Erde:	-90°C
		Nullpunkt der Fahrenheit-Skala:	-18°C
		Gefrierpunkt von Wasser:	0°C
		mittlere Oberflächentemperatur der Erde:	15°C
		mittlere Zimmertemperatur:	20°C
		normale Körpertemperatur des Menschen:	36,5°C
		höchste Temp. gemessen auf der Erde:	58°C
		Siedepunkt von Ethanol:	78°C
		Siedepunkt von Wasser:	100°C
		typische Backrohrtemperatur:	180°C
		typische Bügeleisentemperatur:	230°C
		Temperatur der Holzkohlegrillflamme:	500°C
		Temperatur Bunsenbrennerflamme:	1000°C

[9] Angaben bei Normaldruck.

- Energie

Die Energie ist eine sehr wichtige Größe, die auch das Interesse vieler SchülerInnen weckt, besonders im Ernährungsbereich. In der Physik wird die Energie häufig über den Begriff der mechanischen Arbeit eingeführt. Die mechanische Arbeit ist jene Wirkung, die zum Vorschein kommt, wenn eine konstante Kraft, über eine bestimmte Strecke, auf einen Körper einwirkt. Konkret heißt das:

$$W = F_{\parallel} * s$$

W (Work) ist gleich der Arbeit ([W] = J), $F_{\parallel}$ (Force) ist gleich der Kraft **in Wegrichtung** ([F]=N), s ist gleich dem zurückgelegten Weg ([s]=m);

Da es häufiger Situationen gibt, in denen die wirkende Kraft nicht konstant ist, wird die Arbeit allgemein über das folgende Integral definiert:

$$W = \int_a^b F_{\parallel} * ds$$

Die Energie ist die Fähigkeit Arbeit zu verrichten. Sie wird häufig mit der Arbeit gleichgesetzt. Somit könnte man Energie als eine Art „Treibstoff" für Abläufe sehen. (vgl. Leifiphysik: Energie)

Die Energie unterliegt dem Energieerhaltungssatz und kann somit nicht erzeugt, vernichtet oder verbraucht werden. Dennoch wird häufig, aus physikalischer Sicht, fälschlicherweise von der „Energieerzeugung" oder dem „Energieverbrauch" gesprochen und geschrieben. Auf diese Tatsache sollte im Unterricht aufmerksam gemacht werden.

Die Energie tritt in unterschiedlichen Formen auf, die bedingt ineinander umwandelbar sind: elektrische Energie, mechanische Energie (kinetische/potentielle), Strahlungsenergie, chemische Energie, …

Besonders die in Nahrungsmitteln gespeicherte chemische Energie, auf Verpackungen ausgedrückt durch den Brennwert, ist für die meisten SchülerInnen spannend.

Die SI-Einheit der Energie ist Newtonmeter (Nm) und wird mit dem speziellen Namen Joule (J) abgekürzt. Eine veraltete Einheit der Energie ist die Kalorie (cal), die noch immer bei der Angabe von Brennwerten verwendet wird. Die Kalorie ist ursprünglich über die Wärmekapazität von Wasser definiert worden, da jedoch die Wärmekapizität von der Temperatur abhängig ist, gab es dadurch verschiedene Definitionen der Kalorie. Wikipedia gibt an, dass die internationale Union für Ernährungswissenschaften einen Wert von 4,182 J für 1 cal beschlossen hat. Dieser Wert leitet sich von der spezifischen Wärmekapazität von Wasser bei 20°C ab. Das heißt, um die Temperatur von 1 kg Wasser von 20°C auf 21°C zu erhöhen, benötigt man 4,182 kJ (1 kcal).

Auf Stromrechnungen liest man hauptsächlich „Kilowattstunden" (kWh). Diese Einheit wird in der Stromwirtschaft eingesetzt und nimmt Bezug auf die Leistung, denn die Einheit der Leistungen ist „Watt" (W). Die Leistung P ist folgendermaßen definiert und so wundert's nicht, dass die Einheit der Energie auch in Wattstunden (Wh) angegeben werden kann:

$$P = \frac{dW}{dt}$$

$$[W] = J, [t] = s, [P] = W = \frac{J}{s}$$

Größe	**Einheit**	**Stützpunktvorstellungen[10]**
Energie	Newton-meter (Nm) = Joule(J)	Arbeit des menschlichen Herzens pro Schlag: 1 J „Energieverbrauch" einer 100 W Glühlampe innerhalb einer Minute: 6 kJ Abrechnungseinheit für Energie („Stromrechnung"): 3,6 MJ = 1 kWh
	Kilowatt-stunde (kWh)	Durchschnittlicher „Stromverbrauch" in Österreich, einer einzelnen Person, pro Jahr: 1.800 kWh Durchschnittlicher „Stromverbrauch" eines österreichischen Haushalts: 4.000 kWh
	Kilokalorie (kcal)	Energiemenge enthalten in 1 Liter Coca Cola: 370 kcal Energiemenge in einer Portion gekochten Teigwaren: 400 kcal

[10] „Stromverbrauch"-Daten: (siehe: Stromverbrauch)

		Energiemenge eines Big Mac: 500 kcal Richtwert für tägliche Energiezufuhr eines Menschen: 2.000 kcal

Die Größenvorstellung der Energie ist wichtig, da wir von dieser Größe abhängig sind. Der richtige Umgang mit Energie soll nicht erst durch eine hohe Stromrechnung oder durch ein ungesundes Übergewicht geschult werden. Es reichen wenige Stützpunktvorstellungen aus, um Vergleiche zu tätigen.

Um eine bessere Vorstellung davon zu bekommen, wie viel 200 kJ sind, könnte man ausrechnen, um wie viel °C 1kg Wasser durch diese Energiemenge erwärmt wird.
Die Wärmemenge Q ist eine Form der Energie und kann folgendermaßen berechnet werden:

$$Q = m * c * \Delta T \Rightarrow \ \Delta T = \frac{Q}{m * c} = \frac{200\ kJ}{1\ kg * \frac{4{,}182\ kJ}{kg\ K}} = 48\ K,$$

$$wobei\ \Delta T\ die\ Temperaturdifferenz\ ([\Delta T] = K),$$

$$m\ die\ Masse\ ([m] = kg)\ und\ c\ die\ spezifische\ Wärmekapazität\ \left([c] = \frac{J}{kg\ K}\right) ist;$$

Das heißt mit 200 kJ könnte man 1 kg Wasser (mit 20°C) um 48 °C erwärmen.

- Stromstärke

Als elektrischen Strom bezeichnet man die gerichtete Bewegung von Ladungen. Die Stromstärke I ist eine sogenannte Basisgröße des internationalen Einheitensystems und hat die SI-Einheit Ampere. 1 Ampere ist laut Wikipedia seit 1948 über die Kraftwirkung zwischen zwei im Vakuum befindlichen unendlich langen stromdurchflossenen Leitern definiert. Die Stromstärke kann über die elektrische Ladung Q etwas veranschaulicht werden, diese wird jedoch erst über die Stromstärke definiert.

Die elektrische Ladung ist, wie schon erwähnt, eine abgeleitete physikalische Größe, die wie die Masse mit Materie verbunden ist. Elementarteilchen, aus denen die gesamte uns umgebende Materie besteht, können eine positive, negative oder keine

Ladung besitzen. Typische Ladungsträger sind Elektronen, die negativ geladen sind und die Elementarladung $-e$ besitzen.

Die Ladung freier Teilchen kann immer nur in ganzzahligen Vielfachen der Elementarladung e auftreten. Die Einheit der Ladung, das Coulomb (C), wurde jedoch nicht über die elementare Ladungseinheit definiert (also: 1 e $\neq$ 1 C). Die Elementarladung entspricht ca. 1,60 * 10^{-19} C. (Näherungswert aus der Umschlaginnenseite des Buches: (Giancoli D. C., 2006))

1 Coulomb entspricht der Ladung, die bei einem Ampere in einer Sekunde durch einen Leiterquerschnitt fließt.

Anschaulicher bedeutet, dies für die Stromstärke:

Die Stromstärke I ist jene elektrische Ladung ΔQ, die pro vergangener Zeitspanne Δt, durch eine Querschnittsfläche hindurchgeflossen ist, wobei von einem zeitlich konstanten Ladungsfluss ausgegangen wird.

Hängt die Ladung von der Zeit ab, dann gilt allgemein:

$$I(t) = \frac{dQ(t)}{dt}$$

$$[Q] = C\ (Coulomb), [t] = s, [I] := A\ (Ampere)$$

Es müsste streng genommen zwischen Wechselstrom und Gleichstrom unterschieden werden, aber darauf werde ich nicht näher eingehen.

Es soll nun kurz veranschaulicht werden wie viele Teilchen bereits an einem kleinen Stromfluss beteiligt sind. Eine Stromstärke von 10 mA über 1s entspräche:

$$I = 10 * 10^{-3} = \frac{Q}{1} \Rightarrow Q = 10^{-2}C \Rightarrow \frac{Q}{e} = \frac{10^{-2}}{1{,}6*10^{-19}} =$$
$$6 * 10^{16}\ Teilchen\ mit\ Elementarladung\ (z.B.: Elektronen).$$

Die Stromstärke spielt zwar im AHS Bereich eine Nebenrolle, aber die Wirkung auf den menschlichen Körper ist wichtig und diese sollte man in Grundzügen kennen. Da wir ständig von Geräten umgeben sind, die durch den elektrischen Strom erst funktionieren, sollten uns die Gefahren bewusst sein.

Diese Thematik ist auch ein Punkt im Physiklehrplan der 4. Klasse Unterstufe und wird im Kapitel „*Elektrizität bestimmt unser Leben*" aufgelistet. (vgl. Lehrplan Physik AHS-Unterstufe)

Da der menschliche Körper leitet, ebenso der von Tieren, ist der elektrische Strom gefährlich. Unsere Muskeln und Organe arbeiten auf Grund von elektrischen Impulsen, die vom Gehirn ausgesandt werden. Ströme, die von außen in unseren Körper eindringen, können somit die Arbeit unserer Organe und Muskeln beeinflussen.

Da unser Elektrizitätsnetz vom Wechselstrom dominiert wird, zeigt die folgende Abbildung 2 die Wirkung von Wechselstrom mit 50 Hz auf eine erwachsene Person.

Auf der 1. Achse ist die Stromstärke in **mA** aufgetragen. Die 2. Achse stellt die Einwirkzeit des Stromes auf den menschlichen Körper in **ms** dar. In der Grafik sind mehrere Kennlinien eingezeichnet, die bestimmte Bereiche, die in der Tabelle 1 weiter unten beschrieben werden, voneinander abtrennen. **Generell gilt, dass die Gefahr mit steigender Einwirkdauer und steigender Stromstärke ansteigt.**

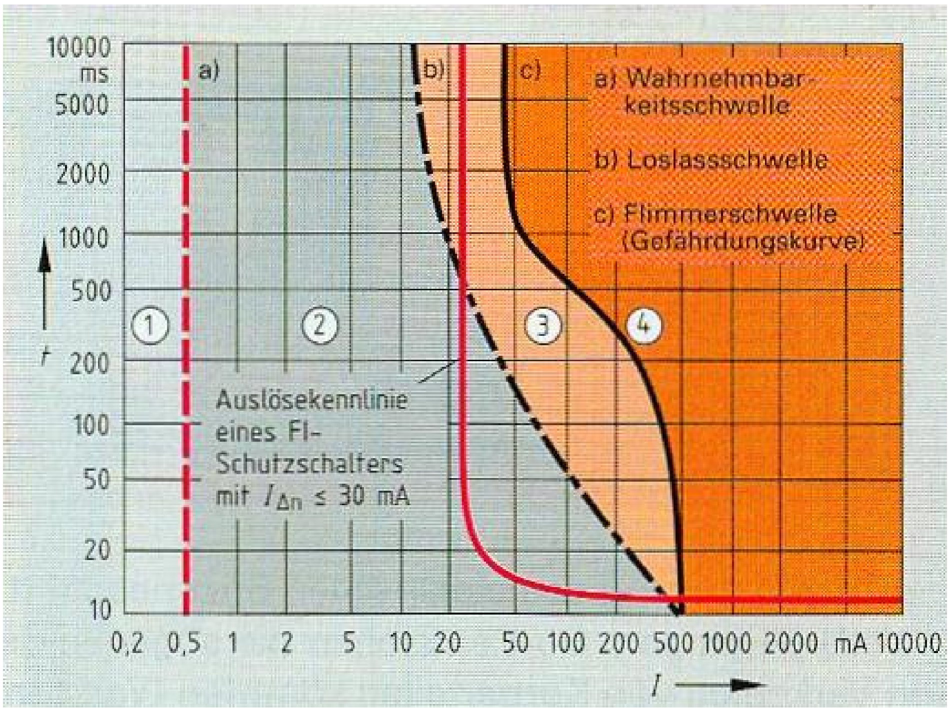


Abbildung 2: Die Wirkung von Elektrizität auf den menschlichen Körper
(vgl. Wirkung des elektrischen Stromes auf den Menschen)

Folgende Tabelle bezieht sich auf Abbildung 2:

Bereich	Körperreaktion	Wo kommt's vor?
1	Keine Reaktion des Körpers	Strom durch eine Leuchtdiode: 8 – 12 mA
2	Keine gefährliche Wirkung auf den Körper	Strom durch typischen Weidezaun[11]: einige 10 mA
3	Muskelverkrampfung, Gefahr des Herzkammerflimmerns	Haarföhn unter Wasser; Stromstärke, die durch das Wasser geleitet wird[12]: 100 mA
4	Herzkammerflimmern möglich (tödliche Stromwirkung wahrscheinlich)	Strom durch eine Glühlampe (100 W): 430 mA Input Stromstäke eines Notebooknetzgeräts: 1,2 A

Tabelle 1: Wirkung des Stromes auf den menschlichen Körper

[11] vgl. Wikipedia
[12] vgl. Video: www.wdr.de/tv/kopfball/sendungsbeitraege/2011/0925/badewanne.jsp

6 Empirische Studie zur Größenvorstellung und Schätzkompetenz

6.1 Zweck der Studie

Zentrale Frage der Studie ist: „Wie gut können Schüler und Schülerinnen schätzen?“. In der Studie steht die grundlegende Größenvorstellung im Vordergrund, das heißt es kommen fast nur Schätzaufgaben zu den Grundgrößen: Länge, Fläche, Volumen, Masse, Zeit und Anzahl vor, da ich davon ausgehe, dass die Größenvorstellung der übrigen im Unterricht behandelten Größen schlechter ist.
Mit Hilfe der Studie sollen auch folgende, von mir aufgestellte, Hypothesen, zumindest im Rahmen der mir möglichen Mittel, überprüft werden:

- Mit steigendem Alter der SchülerInnen, werden die Schätzergebnisse, in jedem Bereich, besser.
- Je besser die Mathematiknoten, desto besser die Schätzergebnisse.
- Das Geschlecht hat keinen Einfluss auf die Schätzergebnisse.
- Die SchülerInnen sind im Schätzen von Längen am sichersten.
- Bilder zu einer Schätzaufgabe erleichtern die Schätzung.
- Schätzaufgaben werden leichter eingeschätzt als übliche Berechnungsaufgaben im Unterricht.
- SchülerInnen fühlen sich nicht sicher bei Umrechnungen von Einheiten.
- Im Mathematikunterricht werden kaum Schätzaufgaben bearbeitet.

Mit Hilfe der Studienergebnisse soll zukünftig im Unterricht mehr Wert auf die Ausbildung der Größenvorstellung gelegt werden.

6.2 Stichprobe

Befragt wurden 3 Jahrgänge (5. Schulstufe, 8. Schulstufe, 11. Schulstufe) aus allgemeinbildenden höheren Schulen. Von je einem Jahrgang sollten mindestens 2 Klassen befragt werden. Konkret wurden in der 5. Schulstufe 69 SchülerInnen, in der 8. Schulstufe 54 und in der 11. Schulstufe 31 SchülerInnen befragt. Insgesamt nahmen somit **154** SchülerInnen an der Studie teil.

Die befragten Unterstufen-SchülerInnen besuchen das BG Babenbergerring in Wiener Neustadt (Niederösterreich, 60 km südlich von Wien) und die Oberstufen-SchülerInnen besuchen das BRG/BORG Kirchdorf (Oberösterreich, 60 km südlich-westlich von Linz).

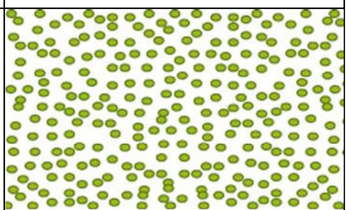
An dieser Stelle möchte ich mich noch einmal für die Zusammenarbeit bei den beiden Schulen bedanken!

Die Testung ist auf eine Zeitdauer von ca. 30 Minuten ausgelegt worden. Die Basis der Testung bildet der Fragebogen für die 5. Schulstufe. Die Schulstufen 5 und 8 bekamen idente Fragebögen, die 11. Schulstufe bekam zu den Basisfragen (Fragen aus dem Fragebogen der 5. Schulstufe) zusätzlich etwas schwierigere Schätzaufgaben, die zusätzlich die Größen Temperatur und Energie beinhalten.

6.3 Fragebogenerstellung und Auswertung

Auf den folgenden Seiten werden die Schätzaufgaben der Fragebögen samt Lösungen vorgestellt. Im Anhang stehen die Fragebögen zur weiteren Verwendung gerne zur Verfügung.

Der Fragebogen für die **Unterstufenklassen** beinhaltet folgende Schätzaufgaben:

Nr.	Fragestellung	(mögliche) Lösung	Bild und/oder Literatur zur Lösung
1	Wie viele Schüler und Schülerinnen gibt es insgesamt an deiner Schule?	**600 S&S**	(vgl. BG Babenbergerring)
2	Schätze! Wie viele Punkte sind auf Bild 1 zu sehen sind?	**288 Punkte**	 Bild 1
3	Wie dick ist eine 1 Cent Münze?	**1,67 mm**	(vgl. Münzen)
4	Wie lang ist ein gekochtes Reiskorn (typischer Langkornreis)?	**12 mm**	gemessen

5	Welchen Durchmesser hat eine 1 Euromünze?	**2,325 cm**	(vgl. Münzen)
6	Wie hoch ist ein typisches Gummibärchen?	**2 cm**	gemessen
7	Wie hoch ist eine 1,5 Liter Mineralwasserflasche?	**35 cm**	gemessen
8	Wie groß ist ein durchschnittlicher erwachsener Mann in Österreich?	**1,79 m**	(vgl. Körpermaße)
9	Wie hoch ist der Klassenraum?	**3 m**	gemessen
10	Wie hoch ist die Tanne im Bild 2?	**20 m**	 Bild 2
11	Schätze die Länge der Luftlinie zwischen Wien und Salzburg (Bild 3)! Schätze auch die Länge der Fahrstrecke zwischen Wien und Salzburg (Autobahn).	Luftlinie: **250 km,** Fahrstrecke: **300 km**	 Bild 3 (vgl. Entfernung Wien-Salzburg)
12	Wie breit ist eine typische Zimmertür?	**0,9 m** (0,610 – 1,11 m)	laut DIN 18101
13	Welchen Außendurchmesser hat eine typische CD?	**12 cm**	(vgl. Wikipedia)
14	Wie lang ist das Auto im Bild 5?	**4,77 m**	 Bild 5 (vgl. VW Passat)

15	Wie lang ist die längste Seite eines A4-Blatts?	**29,7 cm**	(vgl. DIN A4)
16	Wie groß ist der Flächeninhalt der A-Taste auf einer Computertastatur?	**2,25 cm²**	Länge und Breit gemessen
17	Wie groß ist der Flächeninhalt der Vorderseite einer DVD-Hülle?	**2,565 dm²**	Länge und Breit aus Wikipedia
18	Wie viele 1 Euromünzen kannst du auf einem Tisch (1m lang und 1m breit) auflegen, sodass sich diese Münzen nur am Umfang berühren?	**1849 Stück**	berechnet
19	Welchen Flächeninhalt hat ein Tischtennistisch?	**4,2 m²**	Länge und Breite aus Wikipedia
20	Wie groß ist der Flächeninhalt der Wasseroberfläche des Neusiedlersees?	**320 km²**	(vgl. Wikipedia)
21	Wie viel Wasservolumen passt in ein voll befülltes einfaches „Schnaps-Stamperl"?	**2 cl**	
22	Wie viel Suppe (Volumen) hat man in einem typischen Suppenteller?	**250 ml**	gemessen
23	Wie viel Liter Wasser passen in eine typische Badewanne?	**140 l**	(vgl. Wikipedia)
24	Wie viel Müllvolumen passt in ein Müllabfuhrfahrzeug (Bild 4)?	**19 m³**	 Bild 4
25	Wie schwer ist ein Stück Würfelzucker?	**3 g**	gewogen

26	Wie schwer ist eine typische Scheibe Toastbrot?	**25 g**	gewogen
27	Wie schwer ist ein durchschnittliches Hühnerei?	**65 g**	(vgl. Wikipedia)
28	Wie schwer ist dein Mathematiklehrbuch?	**50 dag**	Mittelwert aus den verwendeten Büchern
29	Wie schwer ist eine typische Mehlpackung?	**1 kg**	
30	Wie schwer ist ein durchschnittlicher erwachsener Mann?	**78 kg**	(vgl. Körpermaße)
31	Wie schwer ist eine durchschnittliche Milchkuh?	**700 kg**	(vgl. Wikipedia)
32	Wie schwer ist das Auto im Bild 5?	**1474 kg**	 Bild 5 (vgl. VW-Passat)
33	Wie lange braucht man für einen Spaziergang von 10 km?	**2 h**	Annahme: Gehgeschwindigkeit von 5 km/h

Im Folgenden werden die offenen Fragen, das heißt jene Fragen, deren Antwort begründet werden soll, gelöst:

Frage 2:

Schätze! Wie viele Punkte sind auf Abbildung 3 zu sehen? Erkläre, wie du vorgegangen bist!

Möglicher Lösungsweg:

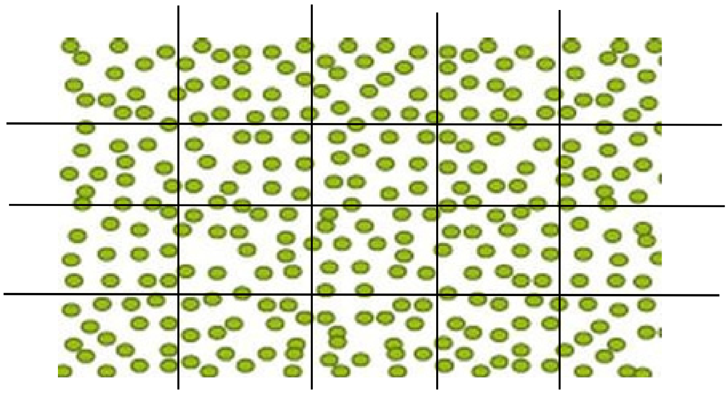


Abbildung 3: Punkteschätzbild

Das Bild wird in annähernd gleich große Bereiche eingeteilt. Die Punkte eines Bereiches werden gezählt und mit der Anzahl an Bereiche multipliziert. (links oben: 14 Pkt., 4x5 = 20 Bereiche, **280** Pkt.)

Frage 10:

Wie hoch ist die Tanne in Abbildung 4? Erkläre, wie du auf deine Antwort gekommen bist!

Möglicher Lösungsweg:

Der Holzstoß ist im Bild 4 mm hoch, die Tanne 4,5 cm. Geht man davon aus, dass der Holzstoß eine reale Höhe von 1,8 m hat, dann erhält man eine Höhe für die Tanne von 20 m.

(Schlussrechnung: $x = \frac{1{,}8\ m * 0{,}045 m}{0{,}004\ m} = \mathbf{20\ m}$)

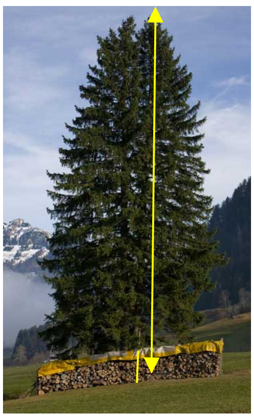


Abbildung 4: Tanne

Frage 18:

Wie viele 1 Euromünzen kannst du auf einem Tisch (1m lang und 1m breit) auflegen, sodass sich diese Münzen nur am Umfang berühren? Erkläre!

Lösung:

Eine 1 Euromünze hat einen Durchmesser von 2,325 cm. Eine 1 Euromünze benötigt eine rechteckige Fläche von 2,325 x 2,325 = 5,406 cm², da sich die Münzen nur am Umfang berühren. Der gesamte Flächeninhalt der Tischplatte ist 1 m², das heißt es passen 1:0,0005406 = **1849** Euromünzen auf den Tisch.

Frage 24:

Wie viel Müllvolumen passt in ein Müllabfuhrfahrzeug (Abbildung 5)? Erkläre, wie du auf deine Antwort gekommen bist!

Mögliche Lösung:

Der Durchmesser des vorderen Reifens des LKWs misst im Bild 10 mm. Ein LKW-Reifen kann auf einen Durchmesser von 1 m geschätzt werden. Der Teil, in dem Müll befördert wird, ist im Bild 19 mm hoch, 40 mm lang. Die Breite des Fahrzeugs kann auf 2,5 m in der Realität geschätzt werden.

Abbildung 5: Müllabfuhr

Daraus ergibt sich: 1 mm im Bild entspricht $(\frac{1}{10}=)$ 0,1 m in der Realität.

Somit ergeben sich folgende Maße für den Müllbehälter: (4 x 2,5 x 1,9) m daraus folgt ein Volumen von **19** m³.

Der Fragebogen für die **Oberstufenklassen** beinhaltet zusätzlich folgende Schätzaufgaben, wobei die Fragen 1, 3, 6, 9, 12, 24, 26, 29, 30 nicht vom Unterstufenfragebogen übernommen wurden:

Nr.	**Fragestellung**	**(mögliche) Lösung**	**Bild und/oder Literatur zur Lösung**
25	Wie lange braucht man, um mit dem Fahrrad, von Passau nach Wien entlang der Donau zu fahren?	(287 km, mit ca. 18 km/h) **16 h** reine Fahrzeit	(vgl. Donauradweg)
26	Welche Temperatur hat die Kerzenflamme in Bild 5 in der Nähe des Dochts (blauer Bereich)?	**800°C**	 Bild 5 (vgl. Kerze)
27	Wie hoch ist die durchschnittliche (örtlich und zeitlich betrachtet) Oberflächentemperatur der Erde?	**15°C**	(vgl. Erde)
28	Schätze die Dichte von Tannenholz:	**410 kg/m³**	(vgl. Tannenholz)
29	Wie viele Big Mac's müsste man als Erwachsener (bei ungesunder Lebensweise) am Tag essen, damit man den gesamten Tagesbedarf an Energie deckt? Wie viele Mc. Gartensalate (ohne Dressing) könnte man stattdessen essen? Erkläre:	(1 Big Mac: 503 kcal, 1 Mc Gartensalat: 30 kcal, durchschnittlicher Tagesbedarf: 2000 kcal) ⇒**4 Big Mac's** bzw. **67 Gartensalate**	(vgl. Mc Produkte)

30	Welche Geschwindigkeit erreicht ein Tennisball beim Aufschlag bei Tennisprofis?	Bei den Frauen wurden bisher 211 km/h, bei den Männern 263 km/h erreicht. **(235 km/h)**	(vgl. Tennisprofis)
31	Wie groß ist ungefähr die Hautoberfläche eines erwachsenen Menschen?	**1,7 m²**	(vgl. Wikipedia)
32	Wenn man ein riesiges Blatt einer Tageszeitung 20-mal falten könnte, wie dick wäre dann der Stapel ungefähr?	**52 m**, wenn man eine Blattdicke von 0,05 mm annimmt.	(vgl. Falten)

Zusätzlich beinhalten beide Fragebögen (Unterstufe sowie Oberstufe) 5 Fragen, die die persönlichen Meinungen der Schüler und Schülerinnen einholen sollen.

Kreuze an:	sehr schwer					sehr leicht
Wie empfindest du die Schwierigkeit der Schätzaufgaben, wenn du sie mit typischen Berechnungsaufgaben aus der Schule vergleichst?	❑	❑	❑	❑	❑	❑
	sehr wenig					sehr viel
Wie viel haben dir die Bilder bei den betreffenden Schätzungen geholfen?	❑	❑	❑	❑	❑	❑
	sehr sinnvoll					nicht sinnvoll
Für wie sinnvoll hältst du solche Schätzaufgaben, besonders im Hinblick auf den Alltag?	❑	❑	❑	❑	❑	❑

	nie					sehr häufig
Wie häufig wird bei dir im Mathematikunterricht geschätzt?	❑	❑	❑	❑	❑	❑
	sehr sicher					sehr unsicher
Wie sicher fühlst du dich beim Umrechnen von Einheiten? (z.B.: 10 km = ? m)	❑	❑	❑	❑	❑	❑

6.3.1 Welche Schätzung ist genau genug?

Schätzung auf er Feinkostwaage:

Im Supermarkt in der Feinkostabteilung wird man häufig von einer gut geschulten Fachkraft bedient, die ein besonders gutes Gespür für Massen über viele Arbeitsjahre erworben hat. Bestellt man sich zum Beispiel 15 dag Wurst einer bestimmten Sorte, dann benötigt die Fachkraft in den meisten Fällen nur einen Versuch, um ungefähr die gewünschte Masse an Wurst auf die Waage zu legen. Die Schätzungen sind dabei sehr gut und liegen nicht weit vom bestellten Wert entfernt. Da die Fachkraft jeden Tag mit Massen zu tun hat, die sich hauptsächlich im Bereich von 10 dag bis 1,5 kg bewegen, hat diese viele Stützpunktvorstellungen entwickelt und abgespeichert, um so die Kundschaft schnell zu bedienen. In den meisten Fällen liegt die Schätzung im Bereich von plus/minus 1 dag. Das entspricht einer prozentuellen Abweichung von ca. 6,7%. Im Falle von 16 dag Wurst (bei bestellten 15 dag) würden vermutlich die meisten Kunden die bereits auf der Waage liegende Masse zufrieden annehmen. Das heißt die überwiegende Kundschaft kommt mit der Schätzung klar.

Zusammenfassend kann man daraus schließen, dass eine Schätzung genau dann genau genug ist, wenn sie den gewünschten Zweck und die gewünschten Anforderungen erfüllt. Das heißt die Situation legt den Rahmen einer guten Schätzung fest.

Im Folgenden werden kurz die Rahmenbedingungen der Beurteilungskriterien vorgestellt:

Allgemein werden die Schätzungen in 3 Bereiche eingeteilt: gute Schätzung, mittlere Schätzung, schlechte Schätzung.

Ich möchte nochmals darauf hinweisen, dass, ob eine Schätzung gut genug ist, vom Zeck der Schätzung abhängt und sich somit streng genommen nicht einheitlich einteilen lässt. Eine prozentuelle Einteilung (z.B.: bis zu einer Abweichung von 10% = sehr gute Schätzung, bis zu 50% Abweichung = mittlere Schätzung, darüber = schlechte Schätzung) ist schwierig für alle Schätzaufgaben einheitlich zu gestalten, da sich dadurch, je nach Größenordnung, teilweise viel zu geringe oder viel zu große absolute Abweichungen ergeben.

Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit versucht für jede Frage eine individuelle und somit eine möglichst sinnvolle Einteilung in die 3 Bereiche (gut, mittel, schlecht) zu schaffen. Im Anschluss werden die Studienergebnisse präsentiert, dabei wird auch versucht, für die Mehrheit der Fragen, die Einteilung in die 3 Bereiche zu begründen.

Die Einteilung in die 3 Bereiche wird folgendermaßen aussehen:

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht

a b **Z** c d

Die Buchstaben zwischen den Bereichen sind Platzhalter für Zahlen, die auf den folgenden Seiten Grenzen zwischen den Bereichen angeben. Die Farbe der Zahlen gibt die Zugehörigkeit zum Schätzbereich an. **Z** mittig unter dem Bereich „gut“ wird durch den tatsächlichen Wert der zu schätzenden Größenangabe ersetzt.

6.3.2 Darstellung der Ergebnisse

Frage 1: Wie viele Schüler und Schülerinnen gibt es insgesamt an deiner Schule? (Lösung: ~600 S&S)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht

336 550 **600** 700 1152

Die Personenanzahl kann folgendermaßen geschätzt werden:

Angenommen es gibt 4 Klassen pro Jahrgang. In der AHS-Langform gibt es 8 Jahrgänge und somit 8*4 = 32 Klassen. Wenn man annimmt, dass in jeder Klasse im Mittel 20 SchülerInnen sitzen (in den niedrigeren Jahrgängen mehr und in den höheren weniger S&S), dann ergibt sich eine SchülerInnenanzahl von 32*20 = 640. Die Schüleranzahl pro Klasse und die Klassenanzahl pro Jahrgang kann variieren, jedoch dürfen in einer Klasse nicht mehr als 36 Schüler und Schülerinnen sitzen und eine mittlere Klassenanzahl pro Jahrgang von mehr als 4 ist eher selten. Somit ergibt sich eine maximale Anzahl von 8*4*36 = 1152 S&S. Angenommen es gibt 3 Klassen pro Jahrgang und pro Klasse sitzen 14 SchülerInnen in der Klasse (bei einer geringeren Anzahl würden wahrscheinlich die Klassen zusammengelegt), so ergibt sich eine minimale SchülerInnenanzahl von 8*3*14 = 336

Anhand der Tabelle 2 (die Wertetabelle für die Frage 1) soll die Darstellung der Daten auch für die folgenden Auswertungen erklärt werden:

Frage 1	Insgesamt								Schulstufen		
Geschlecht / Schulnoten:		m	w	1	2	3	4	5	5.	8.	11.
Bereiche:	Anzahl:	53	68	28	43	23	19	1	67	54	0
≤ 336		1,89%	8,82%	7,14%	2,33%	8,70%	0,00%	0,00%	10,45%	0,00%	
(336;550)		11,32%	4,41%	10,71%	6,98%	4,35%	0,00%	0,00%	10,45%	3,70%	
[550;700]		54,72%	29,41%	39,29%	39,53%	52,17%	31,58%	0,00%	29,85%	53,70%	
(700;1152)		30,19%	45,59%	28,57%	41,86%	30,43%	68,42%	100,00%	37,31%	40,74%	
≥1152		1,89%	11,76%	14,29%	9,30%	4,35%	0,00%	0,00%	11,94%	1,85%	
Mittelwert:		1,5	1,9	1,8	1,7	1,6	1,7	2,0	1,9	1,5	

Tabelle 2: Wertetabelle für die Frage 1 (Anzahl der S&S)

Die Daten im roten Reckteck sind nach Schulnoten eingeteilt worden, das heißt aus diesem Tabellenausschnitt kann zum Beispiel herausgelesen werden, wie viel Prozent der SchülerInnen mit einem “gut” in den jeweiligen Schätzbereichen gelandet sind. Die Daten im blauen Rechteck sind nach Geschlecht sortiert und geben den prozentuellen Geschlechterunterschied bei den Schätzungen an.

Alle Daten wurden mit Hilfe der “Zählenwenns”- Funktion in Excel ermittelt. Für diese Funktion muss ein Bereich, in dem gesucht werden soll, und eine oder mehrere Bedingungen eingegeben werden. Im Falle der 1,89% wurde in der gesamten Rohdatenliste von Frage 1 nach jenen Daten gesucht, die im unteren schlechten Schätzbereich (≤ 336) liegen und zusätzlich von männlichen Teilnehmern produziert wurden. Diese dabei entstandene Anzahl wurde anschließend durch die Anzahl an männlichen Beantwortern dieser Frage dividiert.
Die Mittelwerte entstanden, indem den Bereichen (schlecht, mittel, gut) Schulnoten von 1 bis 3 zugeordnet wurden. Wobei: schlecht = 3, mittel = 2, sehr gut = 1.

Achtung: die SchülerInnenanzahl kann unterschiedlich sein, da sie sich immer auf die jeweilige Frage bezieht.

Man kann in der Wertetabelle (Tabelle 2) ablesen, dass die 8. Schulstufe etwas besser geschätzt hat als die 5. Schulstufe. Immerhin sind ca. 22% der SchülerInnen in der 5.

Schulstufe, die diese Frage beantwortet haben, im äußersten Bereich mit ihrer Schätzung. In der 8. Schulstufe sind es nur ca. 2%.

Weiters lässt sich aus der Tabelle 2 entnehmen, dass ca. 21% der Schülerinnen im schlechten Schätzbereich liegen und nur ca. 4% der Schüler.

Die minimale Schätzung liegt bei 200 SchülerInnen und die maximale Schätzung bei 6080 SchülerInnen.

Angenommen es gibt 32 Klassen in einer Schule (8 Jahrgänge x 4 Klassen pro Jahrgang), dann würde man bei 200 S&S auf eine mittlere SchülerInnenanzahl in einer Klasse von 6,25 = 6 S&S kommen.

Bei 6080 S&S würden 190 SchülerInnen in einer durchschnittlichen Klasse sitzen. Beide Schätzungen sind total absurd. Die dahinter stehende Denkweise ist hier nicht nachvollziehbar.

Frage 2: Schätze! Wie viele Punkte sind auf Abbildung 6 zu sehen? Erkläre wie du vorgegangen bist. (Lösung: 288 Punkte)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht

144 259 **288** 317 432

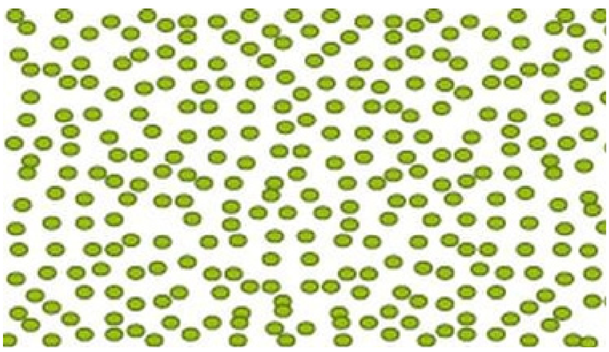


Abbildung 6: Punkteschätzbild

Weiter oben wurde bereits ein Lösungsvorschlag angegeben, bei dem ein Raster über das Punktefeld gelegt wird. Dabei ist zu berücksichtigen, dass die SchülerInnen kein Lineal zum Linienziehen zur Verfügung gehabt haben und die Anzahl an Punkte in einem Kästchen davon abhängt, ob man halbe Punkte mitzählt oder nicht. Darüber hinaus sind die Punkte nicht homogen verteilt, das heißt an manchen Stellen sind sie dichter platziert als an anderen. Bei dieser Frage wird eine prozentuelle Einteilung gewählt, bei der eine Abweichung von mehr als 50% als „schlechte“ Schätzung bezeichnet wird und eine Abweichung zwischen 10% und 50% als „mittlere“.

Schätzstrategien der SchülerInnen:

1. Schätzstrategie: Raster über das Bild legen, die Punkte eines Kästchens zählen und mit der Kästchenanzahl multiplizieren.

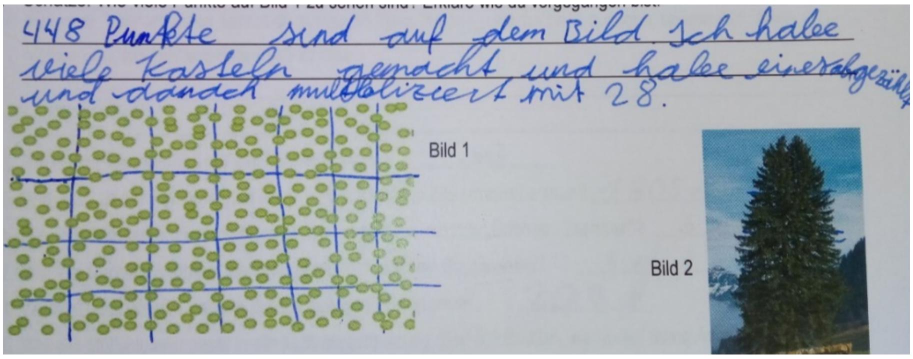


Abbildung 7: Schätzstrategie beim Punktebild durch Raster

2. Schätzstrategie: Die Punkte innerhalb eines Quadratzentimeters zählen. Die Länge und die Breite des Bildes schätzen und den Flächeninhalt berechnen. Der Flächeninhalt des Bildes in Quadratzentimeter mit der Anzahl an Punkten innerhalb eines Quadratzentimeters multiplizieren.
3. Schätzstrategie:

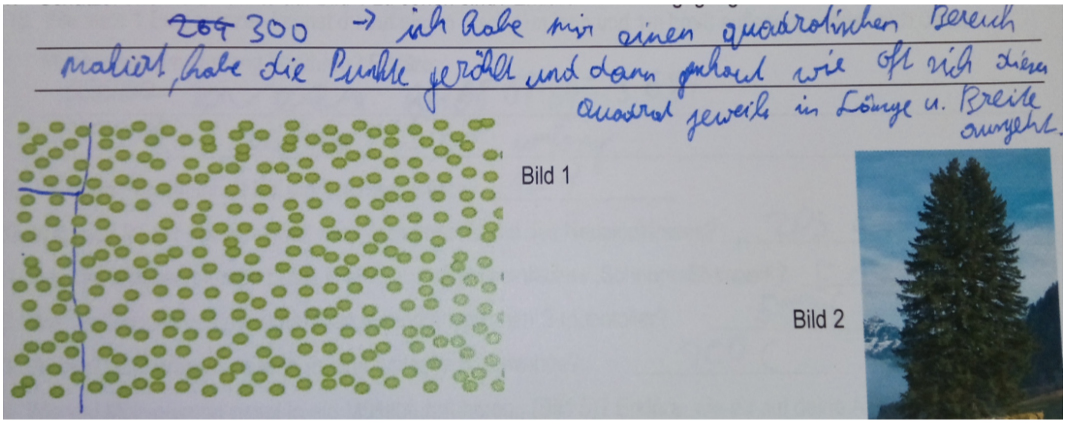


Abbildung 8: Schätzstrategie beim Punktebild durch quadratischen Bereich

4. Schätzstrategie: Die Punkteanzahl entlang der Länge und die Punkteanzahl entlang der Breite miteinander multiplizieren.
5. Schätzstrategie: Fläche betrachten, auf der 10 Punkte sind. Danach zählen, wie viele solche Bereiche (Flächen) auf dem gesamten Bild sind und mit 10 Punkte multiplizieren.
6. „Schätzstrategie“: Alle Punkte wurden gezählt und dann auf Hunderter aufgerundet.

Frage 2	Insgesamt								Schulstufen		
Geschlecht / Schulnoten:		m	w	1	2	3	4	5	5.	8.	11.
Bereiche:	Anzahl:	57	92	33	48	31	25	5	67	52	30
≤ 144		2,17%	11,96%	6,06%	10,42%	6,45%	8,00%	20,00%	13,43%	3,85%	6,67%
(144;259)		20,65%	33,70%	33,33%	29,17%	35,48%	32,00%	20,00%	28,36%	34,62%	43,33%
[259;317]		16,30%	23,91%	36,36%	20,83%	22,58%	20,00%	40,00%	20,90%	32,69%	20,00%
(317;432)		15,22%	25,00%	24,24%	31,25%	22,58%	24,00%	20,00%	28,36%	21,15%	23,33%
≥432		7,61%	5,43%	0,00%	8,33%	12,90%	16,00%	0,00%	8,96%	7,69%	6,67%
Mittelwert:		1,2	1,9	1,7	2,0	2,0	2,0	1,8	2,0	1,8	1,9

Tabelle 3: Wertetabelle für die Frage 2 (Anzahl der Punkte)

Häufig wurde keine Begründung angegeben oder es wurde mit „ich habe geschätzt" begründet. Wobei davon ausgegangen werden muss, dass eher geraten wurde als geschätzt. Es fällt auf, dass je genauer und sauberer die Einteilung in Kästchen oder Bereiche erfolgte, desto besser gelang die Schätzung. Die SchülerInnen, die mit ihren Schätzungen im „schlechten" Bereich liegen, gaben keine Begründung an, oder haben einen Rechenfehler oder einen Zählfehler gemacht. Durch das schriftliche Multiplizieren entstanden viele typische Rechenfehler.

Die maximale Schätzung von 10000 Punkte wurde von einer Erstklässlerin folgendermaßen begründet: „*Ich habe mir das Bild ganz genau angeschaut und nachgedacht was es sein kann.*". Die minimale Schätzung von 55 Punkte wird bereits durch Zählen der Punkte entlang des Umfangs erreicht.

In der zugehörigen Wertetabelle (Tabelle 3) ist bei dieser Frage keine aussagekräftige Abhängigkeit erkennbar. Da es sich hier um keine klassische Größe mit Stützpunktvorstellungen handelt, gehe ich davon aus, dass hier die Idee (z.B.: Raster über das Bild legen) von zentraler Bedeutung ist und weniger vom Geschlecht, Alter und der Schulnote abhängt.

Frage 3: Wie dick ist eine 1 Cent Münze? (Lösung: 1,67 mm)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht

0,5 1 **1,67** 2 2,5

Einen halben Millimeter kann man sich noch vorstellen (halbe Strecke zwischen zwei Striche am Geodreieck). Objekte mit Längen, die darunterliegen, sind für das menschliche Auge bereits schwierig zu erkennen. Da laut Wikipedia das menschliche Auge nur in der Lage ist, zwischen Strukturen zu unterscheiden, die 0,3 mm voneinander entfernt sind, werden die Grenzen wie oben dargestellt gesetzt, also in ca. 0,5 mm Schritte.

Die maximale Schätzung liegt bei dieser Frage bei 25 mm und die minimale Schätzung liegt bei 0,1 mm.

25 mm könnte bereits der Durchmesser einer 1 Euromünze sein. Bei 0,1 mm wäre die Münze so dick wie zwei einzelne Haare zusammen. Die Wertetabelle (siehe Tabelle 4) lässt eine geringe Verbesserung der Schätzungen für die 8. Schulstufe gegenüber der 5. Schulstufe erkennen. Die Schülerinnen erreichten bei dieser Frage bessere Schätzungen als die Schüler. Während der Befragung ist aufgefallen, dass in der 5. Schulstufe sehr häufig unklar war, was mit der Dicke der Münze gemeint ist. Die Unklarheit sollte durch eine Erklärung für alle SchülerInnen beseitigt worden sein.

Frage 3	Insgesamt								Schulstufen		
Geschlecht / Schulnoten:		m	w	1	2	3	4	5	5.	8.	11.
Bereiche:	Anzahl:	54	69	28	45	23	19	1	69	54	0
≤ 0,5		16,67%	4,35%	10,71%	6,67%	13,04%	15,79%	0,00%	4,35%	16,67%	
(0,5;1)		42,59%	40,58%	42,86%	46,67%	39,13%	36,84%	0,00%	49,28%	31,48%	
[1;2]		24,07%	34,78%	28,57%	31,11%	30,43%	26,32%	0,00%	24,64%	37,04%	
(2;2,5)		0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	
≥2,5		16,67%	20,29%	17,86%	15,56%	17,39%	21,05%	100,00%	21,74%	14,81%	
Mittelwert:		2,1	1,9	2,0	1,9	2,0	2,1	3,0	2,0	1,9	

Tabelle 4: Wertetabelle für die Frage 3 (Dicke der 1 Cent Münze)

Frage 4: Wie lang ist ein gekochtes Reiskorn (typischer Langkornreis)?
(Lösung: 12 mm)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht

5 8 **12** 14 25

Da es verschiedene Reissorten gibt, die eine unterschiedliche Länge nach dem Kochen erreichen, und da innerhalb einer Reissorte nicht alle Reiskörner genau gleich wachsen, werden die Grenzen nicht zu eng gesetzt. Da laut Wikipedia das kleinste ungekochte Reiskorn gleich 5,2 mm lang ist, kann kein gekochtes Reiskorn kleiner als 5 mm lang sein. Bei den meisten Reissorten verdoppelt sich die Länge, wenn sie gekocht werden. Die meisten Reiskörner sind 6 mm lang, es gibt jedoch auch eine Reissorte, die gekocht auf eine Länge von 25 mm kommt. (vgl. Reisrekord)

Frage 4		Insgesamt							Schulstufen		
Geschlecht / Schulnoten:		m	w	1	2	3	4	5	5.	8.	11.
Bereiche:	Anzahl:	60	91	33	48	31	26	5	66	54	31
≤ 5		50,00%	36,26%	36,36%	37,50%	54,84%	34,62%	20,00%	48,48%	42,59%	25,81%
(5;8)		18,33%	25,27%	33,33%	16,67%	16,13%	30,77%	40,00%	9,09%	25,93%	45,16%
[8;14]		21,67%	30,77%	27,27%	31,25%	22,58%	23,08%	40,00%	30,30%	24,07%	25,81%
(14;25)		1,67%	1,10%	3,03%	2,08%	0,00%	0,00%	0,00%	3,03%	0,00%	0,00%
≥25		8,33%	6,59%	0,00%	12,50%	6,45%	11,54%	0,00%	9,09%	7,41%	3,23%
Mittelwert:		2,4	2,1	2,1	2,2	2,4	2,2	1,8	2,3	2,3	2,0

Tabelle 5: Wertetabelle für die Frage 4 (Länge des Reiskorns)

Bei der Auswertung ergab sich eine maximale Schätzung von 5000 mm (= 5 m). Die Schätzung lässt vermuten, dass nicht genauer darüber nachgedacht wurde. Die minimale Schätzung von 0,5 mm ist ebenso absurd. In der Wertetabelle und in der Grafik kann man eine geringe Verbesserung der Schätzungen mit steigender Schulstufe erkennen. Der prozentuelle Anteil an schlechten Schätzungen sinkt mit steigender Schulstufe. Ebenso lässt sich in der Tabelle 5 erkennen, dass die Schülerinnen etwas bessere Ergebnisse als die Schüler erreicht haben.

Frage 5: Welchen Durchmesser hat eine 1 Euromünze? (Lösung: 2,325 cm)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht
1,2	1,9	**2,3**	2,6	3,5

Frage 5	Insgesamt								Schulstufen		
Geschlecht / Schulnoten:		m	w	1	2	3	4	5	5.	8.	11.
Bereiche:	Anzahl:	58	90	32	49	29	25	5	64	53	31
≤ 1,2		17,24%	20,00%	15,63%	22,45%	13,79%	20,00%	20,00%	21,88%	18,87%	12,90%
(1,2;1,9)		34,48%	32,22%	34,38%	26,53%	31,03%	36,00%	40,00%	23,44%	43,40%	35,48%
[1,9;2,6]		36,21%	41,11%	37,50%	36,73%	48,28%	44,00%	40,00%	35,94%	35,85%	51,61%
(2,6;3,5)		8,62%	2,22%	9,38%	6,12%	3,45%	0,00%	0,00%	9,38%	1,89%	0,00%
≥3,5		3,45%	4,44%	3,13%	8,16%	3,45%	0,00%	0,00%	9,38%	0,00%	0,00%
Mittelwert:		1,8	1,8	1,8	1,9	1,7	1,8	1,8	2,0	1,8	1,6

Tabelle 6: Wertetabelle für die Frage 5 (Durchmesser der 1 Euro Münze)

Aus den Daten der Studie ergab sich eine maximale Schätzung von 5 cm für den Durchmesser einer 1 Euromünze. Die minimale Schätzung von 0,15 cm (1,5 mm) könnte auf eine Verwechslung mit der Dicke der Euromünze zurückzuführen sein. Ansonsten kann man aus der Tabelle erkennen, dass durchschnittlich gesehen nicht schlecht geschätzt wurde. In allen Spalten erreichten mindestens 30% den sehr guten Schätzbereich. Auch zu sehen ist, dass mit steigendem Alter der prozentuelle Anteil der SchülerInnen, die mit ihrer Schätzung im schlechten Bereich sind, sinkt.

Frage 6: Wie hoch ist ein typisches Gummibärchen? (Lösung: 2 cm)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht
1	1,7	**2**	2,3	3

Das typische Gummibärchen ist 2 cm lang, die kleinen Gummibärchen sind halb so lang, also 1 cm. Somit ist eine Schätzung unter 1 cm unterhalb der Größe eines kleinen Gummibärchens. Die oberste Grenze von 3 cm kommt durch Addition der 1 cm eines kleinen Gummibärchens (halbe Länge eines typischen Gummibärchens) zu den 2 cm zustande.

Frage 6	Insgesamt								Schulstufen		
Geschlecht / Schulnoten:		m	w	1	2	3	4	5	5.	8.	11.
Bereiche:	Anzahl:	54	68	28	45	23	18	1	69	53	0
≤ 1		44,44%	33,82%	42,86%	35,56%	47,83%	33,33%	0,00%	43,48%	32,08%	
(1;1,7)		24,07%	19,12%	14,29%	26,67%	4,35%	38,89%	0,00%	13,04%	32,08%	
[1,7;2,3]		22,22%	33,82%	35,71%	26,67%	34,78%	16,67%	0,00%	30,43%	26,42%	
(2,3;3)		3,70%	8,82%	7,14%	2,22%	8,70%	11,11%	0,00%	7,25%	5,66%	
≥3		5,56%	4,41%	0,00%	8,89%	4,35%	0,00%	100,00%	5,80%	3,77%	
Mittelwert:		2,3	2,0	2,1	2,2	2,2	2,2	3,0	2,2	2,1	

Tabelle 7:Wertetabelle für die Frage 6 (Höhe des Gummibärchens)

Die maximale Schätzung liegt bei 8,5 cm, ist also über vier Mal so groß wie das tatsächliche Gummibärchen. Die minimale Schätzung liegt bei 0,05 cm (0,5 mm). Auffällig ist, dass laut Tabelle 7 mehr als die Hälfte der SchülerInnen mit einem „Befriedigend“ (Mathematiknote) im schlechten Schätzbereich liegen. Ebenso liegen 50% der männlichen Befragten im schlechten Bereich.

Frage 7: Wie hoch ist eine 1,5 Liter Mineralwasserflasche? (Lösung: 35 cm)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht

18 32 **35** 38 52

Frage 7	Insgesamt								Jahrgänge		
Geschlecht / Schulnoten:		m	w	1	2	3	4	5	5.	8.	11.
Bereiche:	Anzahl:	60	87	33	48	31	22	5	67	50	30
≤ 18		3,33%	12,64%	9,09%	6,25%	19,35%	4,55%	0,00%	13,43%	6,00%	3,33%
(18;32)		48,33%	41,38%	57,58%	45,83%	41,94%	31,82%	20,00%	49,25%	42,00%	36,67%
[32;38]		20,00%	11,49%	6,06%	12,50%	19,35%	27,27%	20,00%	8,96%	22,00%	16,67%
(38;52)		26,67%	26,44%	24,24%	31,25%	12,90%	22,73%	60,00%	23,88%	20,00%	43,33%
≥52		1,67%	8,05%	3,03%	4,17%	6,45%	13,64%	0,00%	4,48%	10,00%	0,00%
Mittelwert:		1,9	2,1	2,1	2,0	2,1	1,9	1,8	2,1	1,9	1,9

Tabelle 8: Wertetabelle für die Frage 7 (Höhe der Mineralwasserflasche)

Die maximale Schätzung für die Höhe der 1,5 Liter Mineralwasserflasche liegt bei 250 cm (2,5 m). Diese Schätzung könnte auf einen Einheitenfehler zurückzuführen sein, bei der die Schülerin oder der Schüler anstatt mm, cm geschrieben hat. Die minimale

Schätzung von 1,7 cm entzieht sich der Nachvollziehbarkeit. Aus Tabelle 8 kann man entnehmen, dass nur ca. 4% der männlichen Befragten und hingegen ca. 21 % der weiblichen Befragten im schlechten Schätzbereich liegen. Eine Altersabhängigkeit ist auch herauszulesen, da der prozentuelle Anteil der Personen, die im schlechten Bereich liegen, mit steigender Schulstufe fällt.

Frage 8: Wie groß ist ein durchschnittlicher erwachsener Mann in Österreich? (Lösung: 1,79 m)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht

1,70 1,75 **1,79** 1,84 1,9

Die Körpergröße ist eine Länge, mit der wir bereits sehr früh konfrontiert werden. In einem Klassenverband wird häufig diskutiert, wer größer bzw. wer kleiner ist. Aus diesem Grund sind die Grenzen etwas enger gesetzt.

Laut Wikipedia ist die Hälfte aller deutschen Männer zwischen 1,75 – 1,84 m groß. Nur 6 % sind größer als 1,9 m und nur 10 % sind kleiner als 1,70 m. Natürlich gibt es größere bzw. kleinere Männer, die Körpergröße hängt auch stark vom betrachteten Land ab, jedoch wird in der Frage explizit nach der durchschnittlichen Körpergröße des österreichischen Mannes gefragt.

Frage 8	Insgesamt									Schulstufen		
Geschlecht / Schulnoten:		m	w	1	2	3	4	5		5.	8.	11.
Bereiche:	Anzahl:	59	94	33	49	32	26	5		68	54	31
≤ 1,7		13,56%	13,83%	9,09%	18,37%	15,63%	11,54%	0,00%		25,00%	7,41%	0,00%
(1,7;1,75)		10,17%	15,96%	24,24%	4,08%	15,63%	19,23%	0,00%		11,76%	12,96%	19,35%
[1,75;1,84]		55,93%	47,87%	45,45%	51,02%	46,88%	46,15%	100,00%		44,12%	50,00%	67,74%
(1,84;1,9)		16,95%	20,21%	21,21%	22,45%	18,75%	19,23%	0,00%		14,71%	27,78%	12,90%
≥1,9		3,39%	2,13%	0,00%	4,08%	3,13%	3,85%	0,00%		4,41%	1,85%	0,00%
Mittelwert:		1,6	1,7	1,6	1,7	1,7	1,7	1,0		1,9	1,6	1,3

Tabelle 9: Wertetabelle für die Frage 8 (Körpergröße)

Die maximale Schätzung für die Körpergröße liegt bei 2 m und die minimale Schätzung liegt bei 1,5 m.

Besonders auffällig ist, dass bei dieser Frage, laut Tabelle 9, das prozentuelle Gefälle mit steigender Schulstufe besonders stark gegenüber den vorherigen Fragen ausfällt. Die 5. Schulstufe hat ca. 29 % ihrer Mitglieder im schlechten Schätzbereich, die 8. Schulstufe nur noch ca. 9 % und die 11. Schulstufe hat bereits 0 % der Mitglieder im äußersten Bereich. Eine Abhängigkeit von den Mathematiknoten ist nicht erkennbar. Ebenso ist keine deutliche Abhängigkeit vom Geschlecht erkennbar. Der relativ hohe prozentuelle Anteil der SchülerInnen in der 5. Schulstufe (ca. 29%), die im schlechten Bereich liegen, ist wahrscheinlich auf die noch geringe eigene Körpergröße zurückzuführen. Bei der Befragung in einer ersten Klasse, kam eine Schülerin zu mir und fragte mich, ob ich ihr nicht sagen dürfe wie groß ich sei, damit sie das besser schätzen könne. Ich fragte sie, ob sie nicht wüsste wie groß sie selbst ist. Das Mädchen schmunzelte und ich sagte zu ihr, sie soll sich neben mich hinstellen, um unsere Körpergrößen zu vergleichen. Danach konnte sie eine Schätzung abgeben. Da die Körpergröße der Schülerin relativ klein gegenüber der eines erwachsenen Mannes ist, fällt die Schätzung schwerer.

Frage 9: Wie hoch ist der Klassenraum? (Lösung: 3 m)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht

2   2,5   **3**   3,5   4,5

Die Mindestraumhöhe liegt laut Wikipedia derzeit in Österreich bei 2,5 m. Bei einer Raumhöhe von 4,5 m würden die meisten PKW's vertikal aufgestellt in das Klassenzimmer passen. Da die meisten Türen 2 m hoch sind, wird die unterste Grenze auf 2 m festgelegt.

Frage 9		Insgesamt							Schulstufen		
Geschlecht / Schulnoten:		m	w	1	2	3	4	5	5.	8.	11.
Bereiche:	Anzahl:	53	68	28	43	23	19	1	67	54	0
≤ 2		3,77%	7,35%	3,57%	9,30%	4,35%	5,26%	0,00%	12,96%	0,00%	
(2;2,5)		3,77%	26,47%	21,43%	11,63%	26,09%	5,26%	0,00%	27,78%	9,26%	
[2,5;3,5]		54,72%	44,12%	46,43%	53,49%	34,78%	52,63%	100,00%	62,96%	46,30%	
(3,5;4,5)		33,96%	16,18%	25,00%	25,58%	26,09%	21,05%	0,00%	18,52%	35,19%	
≥4,5		3,77%	5,88%	3,57%	0,00%	8,70%	15,79%	0,00%	1,85%	9,26%	
Mittelwert:		1,5	1,7	1,6	1,6	1,8	1,7	1,0	1,6	1,6	

Tabelle 10: Wertetabelle für die Frage 9 (Höhe des Klassenraumes)

In Tabelle 10 erkennt man, dass beinahe in jeder Spalte ca. 50 % der Befragten im guten Schätzbereich liegen. Dieses Ergebnis ist möglicherweise auch deshalb zustande gekommen, da es sich um eine zu schätzende Größe handelt, die der Anschauung direkt zugänglich war. Die Raumhöhe konnte mit vielen Objekten verglichen werden, die sich im Klassenzimmer befinden. Dennoch gab es in der 5. Schulstufe ca. 15 %, die die Raumhöhe auf eine Höhe von unter 2 m bzw. auf über 4,5 m schätzten.

Die maximale Schätzung liegt bei 6 m, mit dieser Schätzung würden alle PKW-Modelle vertikal aufgestellt in das Klassenzimmer passen, ebenso ein 5-Meter-Springturm. Die minimale Schätzung von 0,45 m ist sehr verblüffend, da keiner der SchülerInnen im Klassenzimmer stehen könnte. Diese Schätzung lässt vermuten, dass das Komma falsch platziert wurde.

Frage 10: Wie hoch ist die Tanne in Abbildung 9? (Lösung: 20 m)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht

10 16,8 **20** 22,5 40

Abbildung 9: Tannenbaum mit Holzstapel im Vordergrund

Im Bild ist ein Holzstapel zu erkennen, der für die weiter oben vorgestellte Lösung herangezogen wurde. Die Holzstapelhöhe kann von 1,5 m bis zu 2 m variieren, da ansonsten eine unangenehme Stapelposition eingenommen werden muss. Wird der Holzstoß für die Schätzung herangezogen, so entstehen dadurch Schwankungen, die auf jeden Fall in den Bereich einer guten Schätzung fallen. Rechnet man mit einer Holzstapelhöhe von 2 m so kommt die Tanne auf eine Höhe von 22,5 m. Hingegen rechnet man mit einer Stapelhöhe von 1,5 m so ergeben sich für die Tanne 16,8 m. Da die SchülerInnen kein Lineal zur Verfügung haben, muss man mit starken Messfehlern rechnen. Die unterste Grenze wird bei der Hälfte der eigentlichen Baumhöhe gezogen und die oberste Grenze bei 40 m, da eine 100-jährige Tanne (bei nährstoffreichem Boden) ca. 40 m hoch werden kann.

Bei dieser Frage musste für die Schätzung eine Erklärung abgegeben werden.

Folgende Schätzstrategien kamen zur Anwendung:

- Vergleich mit der Körpergröße: *„Die Tanne ist 4,2 m hoch. Ich habe mir vorgestellt, dass ein Mann neben den Baum steht und ein Mann ist ca. 1,6 m groß, deshalb habe ich 1,6 m + 1,6 m + 1,6 m + 1 m = 4,2 m gerechnet.“ (Erklärung einer Schülerin der 1 F)* Der Mensch wurde dabei ins Bild gezeichnet und mit der Baumhöhe verglichen.
- Vergleich mit dem Holzstapel: *„~16,5 m, weil die Mauer vor der Tanne ca. so groß ist wie ich (1,5 m). Dann habe ich geschaut wie oft diese Mauer in den Baum passt.“ (Erklärung eines Schülers der 1 F)*
- Äste zählen: *„Ich habe jeden Ast gezählt und :2 30 m“ (Erklärung einer Schülerin der 1F)*
- Stützpunktvorstellung abrufen: *„ca. 20-30 m. Ich bin auf die antwort gekommen, weil einheimische Bäume ca. 20-30 m hoch werden“ (Erklärung eines Schülers der 1 F)*

Bei der Auswertung konnte beobachtet werden, dass die 5. Schulstufe häufig mit der eigenen Körpergröße gearbeitet hat, oder keine standhafte Begründung abgeben konnte. Die 11. Schulstufe verwendete beinahe ausschließlich den Holzstoß als Vergleichsobjekt.

Folgende Begründungen wurden abgegeben, die keine Begründungen sind:

„5 m“ (Schülerin der 1 F)

„2 m, Ich habe mir die Tanne in Echt vorgestellt“ (Schülerin der 1 F)

„Die Tanne ist geschätzt 20 m. Weil, die Tanne sehr groß ist.“ (Schülerin der 1 F)

„ca. 5 m weil der Baum nicht klein sondern groß auf dem Bild dargestellt wurde.“ (Schüler der 1 F)

„Bild 2: ca. 2,50 m Die Tanne ist ca. 1 m größer als ein Erwachsener.“ (Schülerin der 1 F)

„5-6 m A: Einfach geschätzt.“ (Schülerin der 1 F)

„25 m Einfach so“ (Schüler der 7 B)

Großes Kopfschütteln erzeugt Folgendes:

„ca. 6,5 m Ich schätze den Holzstapel auf 3 m, die Tanne ist ca. 2-mal der Stapel“ (Schülerin der 7 C)

„150 m realitätsgetreu vorgestellt“ (Schülerin der 7 C)

„4 m Ich glaube sie ist 4 m hoch, weil fast alle Tannen so groß sind.“ (Schülerin der 1 B)

In Tabelle 11 kann man erkennen, dass eine deutliche Altersabhängigkeit vorhanden ist. In der 5. Schulstufe schätzten ca. 72 % der SchülerInnen die Tanne auf eine Höhe von unter 10 m, in der 8. Schulstufe noch ca. 41 % und in der 11. Schulstufe nur noch ca. 10 % der SchülerInnen. Auch ein deutlicher Unterschied im Geschlecht ist erkennbar, ca. 30% der männlichen und ca. 60 % der weiblichen Befragten schätzen den Baum auf eine Höhe unter 10 m.

Frage 10	Insgesamt								Schulstufen		
Geschlecht / Schulnoten:		m	w	1	2	3	4	5	5.	8.	11.
Bereiche:	Anzahl:	58	91	33	47	31	25	5	67	51	31
≤ 10		29,31%	60,44%	54,55%	59,57%	51,61%	32,00%	0,00%	71,64%	41,18%	9,68%
(10;16,8)		25,86%	18,68%	15,15%	17,02%	19,35%	28,00%	60,00%	14,93%	21,57%	35,48%
[16,8;22,5]		15,52%	13,19%	18,18%	8,51%	12,90%	16,00%	20,00%	7,46%	13,73%	29,03%
(22,5;40)		24,14%	6,59%	9,09%	14,89%	12,90%	16,00%	20,00%	5,97%	19,61%	19,35%
≥40		5,17%	1,10%	3,03%	0,00%	3,23%	8,00%	0,00%	0,00%	3,92%	6,45%
Mittelwert:		2,2	2,5	2,4	2,5	2,4	2,2	1,8	2,6	2,3	1,9

Tabelle 11: Wertetabelle für die Frage 10 (Höhe der Tanne)

Die Auswertung hat ergeben, dass die maximale Höhe der Tanne von einem 7.-Klässler auf 200 m geschätzt wurde, also etwas höher als der längste Pfeiler der Europabrücke über das Wipptal in Tirol. Liest man sich die Begründung dazu durch, so wird klar, dass es sich um einen Rechenfehler handelt (2 m *10 = 200 m). Die minimale Schätzung von 0,18 m (18 cm) ist vermutlich auf eine missverstandene Angabe zurückzuführen, da in der 5. Schulstufe häufig die Frage kam, ob die Höhe „in echt“ oder „am Zettel“ zu schätzen ist. Die Fragestellung sollte so umformuliert werden, dass klar hervorgeht, dass die Höhe der realen Tanne gefragt ist.

Frage 11: Schätze die Länge der Luftlinie zwischen Wien und Salzburg (Abbildung 10)!
Schätze auch die Länge der Fahrstrecke zwischen Wien und Salzburg (Autobahn).
(Lösung a: 250 km, Lösung b: 300 km)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht

125 200 **250** 300 375

(150) (240) **(300)** (360) (450)

Ein wichtiger Punkt ist bei dieser Frage auf jeden Fall die Tatsache, dass die Länge der Luftlinie immer kürzer ist als die Länge der Fahrstrecke.

Abbildung 10: Ausschnitt der Österreichlandkarte

Frage 11 a		Insgesamt							Schulstufen		
Geschlecht / Schulnoten:		m	w	1	2	3	4	5	5.	8.	11.
Bereiche:	Anzahl:	59	79	33	43	29	22	4	60	48	30
≤ 125		27,12%	40,51%	27,27%	44,19%	34,48%	31,82%	0,00%	58,33%	22,92%	6,67%
(125;200)		25,42%	26,58%	15,15%	27,91%	24,14%	27,27%	75,00%	18,33%	37,50%	23,33%
[200;300]		25,42%	12,66%	24,24%	11,63%	24,14%	13,64%	25,00%	3,33%	22,92%	40,00%
(300;375)		5,08%	6,33%	6,06%	4,65%	3,45%	13,64%	0,00%	5,00%	2,08%	13,33%
≥375		16,95%	13,92%	27,27%	11,63%	13,79%	13,64%	0,00%	15,00%	14,58%	16,67%
Mittelwert:		2,2	2,4	2,3	2,4	2,2	2,3	1,8	2,7	2,1	1,8

Tabelle 12: Wertetabelle für die Frage 11 a (Luftlinie)

Die Ergebnisse der Schätzungen der Luftlinie, so wie die Schätzungen der Fahrstrecke zwischen Wien und Salzburg, sind vom Alter der SchülerInnen abhängig. In Tabelle 12 und 13 erkennt man eine deutliche Verbesserung der Schätzungen mit steigender Schulstufe. Diese Tatsache könnte mit dem zunehmenden Interesse für den Straßenverkehr zusammenhängen. Erschreckend ist, dass über 50% der 1.-Klässler bei beiden Aufgaben im schlechten Schätzbereich liegen.

Bei der Auswertung ist aufgefallen, dass über die Schulstufen verteilt vorgekommen ist, dass anstatt der Kilometeranzahl für die Fahrstrecke eine Zeitdauer angegeben

wurde. Offenbar wurde die Frage häufig nur überflogen, denn es ist die Rede von der „**Länge** der Fahrstrecke".
In den 1. Klassen kam ebenfalls wie beim Baum die Frage auf, ob die Längen in der Wirklichkeit oder die Längen am Plan geschätzt werden sollen. Die Frage sollte also so umformuliert werden, dass eine andere Interpretation nicht möglich ist.
Die maximale Schätzung für die Luftlinie liegt bei 4200 km, also beinahe so viele Kilometer, um den Atlantik zu überqueren. Die minimale Schätzung für die Luftlinie zwischen Wien und Salzburg liegt bei 0,015 km (15 m). Die maximale Schätzung der Fahrstrecke liegt bei 5000 km und die minimale bei 1,6 km.

Frage 11 b	Insgesamt								Schulstufen		
Geschlecht / Schulnoten:		m	w	1	2	3	4	5	5.	8.	11.
Bereiche:	Anzahl:	57	76	32	44	27	18	4	61	45	27
≤ 150		21,05%	31,58%	28,13%	31,82%	14,81%	33,33%	0,00%	44,26%	17,78%	3,70%
(150;240)		17,54%	18,42%	3,13%	18,18%	29,63%	11,11%	75,00%	14,75%	22,22%	18,52%
[240;360]		28,07%	27,63%	31,25%	22,73%	37,04%	22,22%	25,00%	18,03%	31,11%	44,44%
(360;450)		12,28%	7,89%	9,38%	13,64%	3,70%	16,67%	0,00%	1,64%	13,33%	22,22%
≥450		21,05%	14,47%	28,13%	13,64%	14,81%	16,67%	0,00%	21,31%	15,56%	11,11%
Mittelwert:		2,1	2,2	2,3	2,2	1,9	2,3	1,8	2,5	2,0	1,7

Tabelle 13: Wertetabelle für die Frage 11 b (Fahrstrecke)

Es kam sogar vor, dass bei der Luftlinie ein größerer Wert als bei der Fahrstrecke stand! Nicht nur in der Unterstufe, sondern auch in der 11. Schulstufe.

Frage 12: Wie breit ist eine typische Zimmertür? (Lösung: 0,89 m)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht

0,5 0,6 **0,89** 1,2 2

Laut DIN 18101 ist eine typische Zimmertür 0,61 – 1,11 m breit. Wäre die Tür 2 m breit, so könnte ein VW Passat hindurchfahren.

Frage 12		Insgesamt							Schulstufen		
Geschlecht / Schulnoten:		m	w	1	2	3	4	5	5.	8.	11.
Bereiche:	Anzahl:	54	69	28	45	23	19	1	69	54	0
≤ 0,5		7,41%	5,80%	3,57%	11,11%	4,35%	0,00%	0,00%	11,59%	0,00%	
(0,5;0,6)		0,00%	2,90%	0,00%	0,00%	4,35%	5,26%	0,00%	0,00%	3,70%	
[0,6;1,2]		64,81%	62,32%	57,14%	64,44%	69,57%	63,16%	100,00%	63,77%	62,96%	
(1,2;2)		24,07%	24,64%	39,29%	22,22%	21,74%	10,53%	0,00%	21,74%	27,78%	
≥ 2		3,70%	4,35%	0,00%	2,22%	0,00%	21,05%	0,00%	2,90%	5,56%	
Mittelwert:		1,5	1,5	1,5	1,5	1,3	1,6	1,0	1,5	1,4	

Tabelle 14: Wertetabelle für die Frage 12 (Breite der Zimmertür)

An den Mittelwerten in Tabelle 14 erkennt man, dass die Mehrheit der SchülerInnen mit ihren Schätzungen im guten Bereich gelandet ist. Weiters erkennt man auch hier eine Verbesserung der Schätzungen mit steigender Schulstufe. Das gute Ergebnis dieser Schätzfrage könnte daran liegen, dass, so wie bei der Raumhöhe, das zu schätzende Objekt vor den Augen der SchülerInnen lag.

Die maximale Schätzung von 5 m ist dennoch viel zu hoch, da beinahe alle PKW's quer in die Tür passen würden. Die minimale Schätzung von 0,04 m (4 cm) ist viel zu klein, denn da würde niemand mehr hindurchgeben können.

Frage 13: Welchen Außendurchmesser hat eine typische CD? (Lösung: 12 cm)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht
6	10	**12**	14	18

Frage 13	Insgesamt								Schulstufen		
Geschlecht / Schulnoten:		m	w	1	2	3	4	5	5.	8.	11.
Bereiche:	Anzahl:	58	87	33	47	28	24	5	62	52	31
≤ 6		12,07%	12,64%	12,12%	10,64%	7,14%	25,00%	0,00%	17,74%	11,54%	3,23%
(6;10)		27,59%	37,93%	42,42%	31,91%	39,29%	29,17%	0,00%	35,48%	36,54%	25,81%
[10;14]		29,31%	21,84%	18,18%	25,53%	32,14%	12,50%	60,00%	19,35%	28,85%	29,03%
(14;18)		13,79%	18,39%	15,15%	10,64%	14,29%	25,00%	40,00%	9,68%	17,31%	29,03%
≥ 18		17,24%	9,20%	12,12%	21,28%	7,14%	8,33%	0,00%	17,74%	5,77%	12,90%
Mittelwert:		2,0	2,0	2,1	2,1	1,8	2,2	1,4	2,2	1,9	1,9

Tabelle 15: Wertetabelle für die Frage 13 (Außendurchmesser der CD)

Bei der Befragung ist aufgefallen, dass die Bezeichnung „Außendurchmesser" in der 5. Schulstufe noch nicht bekannt war, häufig wurde gefragt, was der Außendurchmesser ist. Manche vermuteten, dass es sich um den Lochdurchmesser der CD handelt. In Tabelle 15 erkennt man eine mäßige Verbesserung der Schätzung mit steigender Schulstufe. Das Geschlecht hat laut Auswertung bei dieser Frage keine erhebliche Rolle auf den Ausgang der Schätzung. Die maximale Schätzung liegt bei einem Außendurchmesser von 80 cm und übertrifft sogar die wahrscheinlich bereits bei den SchülerInnen eher unbekannte Schallplatte um 50 cm. Die minimale Schätzung liegt bei 0,05 cm (0,5 mm).

Frage 14: Wie lang ist das Auto im Bild 5?

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht
3	4	**4,77**	5,7	6,8

Frage 14	Insgesamt								Schulstufen		
Geschlecht / Schulnoten:		m	w	1	2	3	4	5	5.	8.	11.
Bereiche:	Anzahl:	59	92	33	48	31	26	5	67	53	31
≤ 3		28,81%	41,30%	36,36%	41,67%	32,26%	26,92%	40,00%	55,22%	28,30%	9,68%
(3;4)		32,20%	33,70%	24,24%	39,58%	32,26%	34,62%	40,00%	26,87%	35,85%	41,94%
[4;5,7]		27,12%	21,74%	33,33%	16,67%	19,35%	30,77%	20,00%	10,45%	32,08%	38,71%
(5,7;6,8)		6,78%	2,17%	3,03%	2,08%	9,68%	3,85%	0,00%	4,48%	1,89%	6,45%
≥6,8		5,08%	1,09%	3,03%	0,00%	6,45%	3,85%	0,00%	2,99%	1,89%	3,23%
Mittelwert:		2,1	2,2	2,1	2,3	2,2	2,0	2,2	2,5	2,0	1,7

Tabelle 16: Wertetabelle für die Frage 14 (Länge des Autos)

In Tabelle 16 erkennt man eine starke Verbesserung der Schätzungen mit steigender Schulstufe. In der 5. Schulstufe schätzten ca. 55% der SchülerInnen die Autolänge unter 3 m, in der 8. Schulstufe ca. 28 % und in der 11. Schulstufe nur noch ca. 10%. Interessant ist auch zu beobachten, dass die Mehrheit der SchülerInnen, unabhängig von der Schulstufe, eine kürzere Länge geschätzt haben als die tatsächliche Autolänge.

Die Auswertung hat ergeben, dass die maximale Schätzung der Autolänge bei 8 m liegt und dass die minimale Schätzung bei 1,5 m liegt.

Frage 15: Wie lang ist die längste Seite eines A4-Blatts? (Lösung: 29,7cm)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht
21	27	**29,7**	33	42

Ein A4 – Blatt hat laut DIN 476 die Maße 21 cm x 29,7 cm. Die unterste Grenze wurde auf die Länge der Blattbreite (21 cm) gesetzt. Die oberste Grenze wurde auf

42 cm gelegt, da dieser Wert der Länge des nächst größeren Formates, dem A3 – Blatt, entspricht.

Frage 15	Insgesamt								Schulstufen		
Geschlecht / Schulnoten:		m	w	1	2	3	4	5	5.	8.	11.
Bereiche:	Anzahl:	60	93	33	50	32	25	5	69	53	31
≤ 21		8,33%	25,81%	21,21%	22,00%	9,38%	20,00%	0,00%	26,09%	18,87%	3,23%
(21;27)		28,33%	15,05%	27,27%	16,00%	15,63%	32,00%	0,00%	14,49%	26,42%	22,58%
[27;33]		43,33%	37,63%	30,30%	50,00%	43,75%	28,00%	40,00%	42,03%	33,96%	45,16%
(33;42)		13,33%	13,98%	9,09%	10,00%	18,75%	16,00%	40,00%	7,25%	16,98%	22,58%
≥42		6,67%	7,53%	12,12%	2,00%	12,50%	4,00%	20,00%	10,14%	3,77%	6,45%
Mittelwert:		1,7	2,0	2,0	1,7	1,8	2,0	1,8	1,9	1,9	1,6

Tabelle 17: Wertetabelle für die Frage 15 (Länge des A4 Blattes)

Das relativ gute Ergebnis dieser Frage ist vermutlich wieder auf die Tatsache zurückzuführen, dass das Schätzobjekt ständig und auch bei der Schätzung vor den Augen liegt. Die maximale Schätzung liegt bei 110 cm (1,1 m) und die minimale Schätzung liegt bei 5 cm. Die beiden Ausreißer können in keiner Weise plausibel gemacht werden. Auch bei dieser Frage ist offensichtlich, dass mit steigendem Alter besser geschätzt wird.

Frage 16: Wie groß ist der Flächeninhalt der A-Taste auf einer Computertastatur? (Lösung: 2,25 cm²)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht
1,1	2	**2,25**	2,6	3,4

Frage 16	Insgesamt								Schulstufen		
Geschlecht / Schulnoten:		m	w	1	2	3	4	5	5.	8.	11.
Bereiche:	Anzahl:	59	84	31	44	29	26	5	58	54	31
≤ 1,1		59,32%	57,14%	58,06%	75,00%	41,38%	61,54%	20,00%	70,69%	57,41%	35,48%
(1,1;2)		8,47%	21,43%	16,13%	9,09%	24,14%	7,69%	60,00%	15,52%	9,26%	29,03%
[2;2,6]		5,08%	7,14%	6,45%	4,55%	10,34%	7,69%	0,00%	0,00%	9,26%	12,90%
(2,6;3,4)		5,08%	3,57%	6,45%	0,00%	6,90%	7,69%	0,00%	3,45%	3,70%	6,45%
≥ 3,4		22,03%	10,71%	12,90%	11,36%	17,24%	15,38%	20,00%	10,34%	20,37%	16,13%
Mittelwert:		2,8	2,6	2,6	2,8	2,5	2,7	2,4	2,8	2,7	2,4

Tabelle 18: Wertetabelle für die Frage 16 (Flächeninhalt der A Taste)

Bei dieser Frage erkennt man erstaunlicherweise, dass sehr viele SchülerInnen im untersten Schätzbereich mit ihrer Schätzung gelandet sind. In der 5. Schulstufe schätzten ca. 71 % der SchülerInnen den Flächeninhalt der A-Taste auf einen Wert unter der Hälfte des tatsächlichen Wertes. Bei der Auswertung ist zusätzlich aufgefallen, dass sehr häufig die falsche Einheit verwendet wurde, also zum Beispiel statt cm² wurde cm geschrieben. Bei der Mehrheit konnte ich, bevor die Fragebögen abgegeben wurden, nachfragen, ob diese Einheit wirklich zum Flächeneinheit passt. Die Mehrheit sah den Fehler ein und korrigierte.

Die maximale Schätzung liegt bei 500 cm² (5 dm²) also ca. gleich dem Flächeninhalt eines 13 Zoll Bildschirms. Die minimale Schätzung liegt bei 0,0025 cm² (0,25 mm²).

Frage 17: Wie groß ist der Flächeninhalt der Vorderseite einer DVD-Hülle? (Lösung: 2,565 dm²)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht
1	2	**2,57**	3	4

Frage 17	Insgesamt								Schulstufen		
Geschlecht / Schulnoten:		m	w	1	2	3	4	5	5.	8.	11.
Bereiche:	Anzahl:	58	78	30	41	30	24	4	58	48	30
≤ 1		60,34%	48,72%	53,33%	58,54%	53,33%	50,00%	25,00%	56,90%	68,75%	23,33%
(1;2)		24,14%	33,33%	30,00%	21,95%	36,67%	25,00%	50,00%	29,31%	18,75%	46,67%
[2;3]		8,62%	11,54%	16,67%	9,76%	3,33%	16,67%	0,00%	5,17%	8,33%	23,33%
(3;4)		0,00%	5,13%	0,00%	2,44%	3,33%	4,17%	25,00%	3,45%	2,08%	3,33%
≥4		6,90%	1,28%	0,00%	7,32%	3,33%	4,17%	0,00%	5,17%	2,08%	3,33%
Mittelwert:		2,6	2,4	2,4	2,6	2,5	2,4	2,3	2,6	2,6	2,0

Tabelle 19: Wertetabelle für die Frage 17 (Flächeninhalt der DVD Hülle)

Auch hier ist erstaunlich, dass sehr viele SchülerInnen den Flächeninhalt einer DVD Hülle unter 1 dm² geschätzt haben, obwohl sogar der Flächeninhalt einer CD-Hülle größer ist als 1 dm², nämlich 1,7 dm² ist. Auffällig ist der deutliche Sprung zwischen der 8. und 11. Schulstufe. In der 8. Schulstufe schätzten ca. 70% der SchülerInnen den Flächeninhalt unter 1 dm² und in der 11. Schulstufe sind es nur noch ca. 23%.

Frage 18: Wie viele 1 Euromünzen kannst du auf einem Tisch (1m lang und 1 m breit) auflegen, sodass sich diese Münzen nur am Umfang berühren? (Lösung: 1849 Stück)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht

816 1371 **1849** 2770 6944

Die Schranken bei dieser Frage entstehen durch Weiterverwendung der verschiedenen Schrankenwerte für den Durchmesser einer 1-Euromünze. Man erkennt bei diesem Beispiel sehr schön, dass eine geringe Änderung der Eingabedaten (sprich des Münzendurchmessers) zu einer großen Änderung der Ausgabedaten führen kann.

Bei der Auswertung wurde sichtbar, dass die Frage von der Mehrheit der SchülerInnen anders interpretiert wurde als beabsichtigt, deshalb auch das schlechte Ergebnis in Tabelle 20. Die Frage wurde vermutlich deshalb oft falsch interpretiert, da die SchülerInnen vermutlich die Frage nur überflogen haben.

Frage 18		Insgesamt							Schulstufen		
Geschlecht / Schulnoten:		m	w	1	2	3	4	5	5.	8.	11.
Bereiche:	Anzahl:	52	76	28	42	28	19	5	52	45	31
≤ 816		50,00%	63,16%	50,00%	57,14%	64,29%	68,42%	40,00%	73,08%	44,44%	51,61%
(816;1371)		5,77%	11,84%	3,57%	7,14%	10,71%	10,53%	40,00%	7,69%	15,56%	3,23%
[1371;2770]		19,23%	13,16%	28,57%	14,29%	10,71%	10,53%	0,00%	7,69%	17,78%	25,81%
(2770;6944)		13,46%	5,26%	3,57%	16,67%	3,57%	5,26%	0,00%	7,69%	11,11%	6,45%
≥6944		11,54%	6,58%	14,29%	4,76%	10,71%	5,26%	20,00%	3,85%	11,11%	12,90%
Mittelwert:		2,4	2,6	2,4	2,5	2,6	2,6	2,6	2,7	2,4	2,4

Tabelle 20: Wertetabelle für die Frage 18 (Münzen am Tisch)

Folgende Schätzstrategien wurden verwendet:

- Länge mal Breite:

  „2500 Stk. Durchmesser einer 1 Euromünze: 2 cm → 50 Stk./Seite 50^2 →2500!" (Erklärung einer Schülerin der 7 B)

- Wie viele Münzen passen auf 1 dm^2?*:*

  „~360 1 Euromünzen, weil auf eine CD-Hülle (=1dm^2) 36 Münzen passen und

auf einen m^2 360 Münzen, weil man mit 10 multiplizieren muss." (Erklärung eines Schülers der 1 F)

→Der Ansatz dieses Schülers ist gut, jedoch wurde angenommen, dass 1 m^2 = 10 dm^2.

- Fläche einer Münze?:

  „1000, eine Münze hat einen Inhalt von 1 cm^2, 100 davon mal 100 sind 1000" (Erklärung einer Schülerin der 4 C)

  →Der Ansatz dieser Schülerin ist ebenfalls gut, jedoch wurde hier leider falsch multipliziert (100*100 = 10000) und zusätzlich ist die Schätzung von 1 cm^2 für den Flächeninhalt einer 1€ - Münze schlecht.

Sehr häufig wurde die **Frage falsch interpretiert**, sodass die SchülerInnen die Münzen nur entlang des Umfangs gedanklich aufgelegt haben:

„400, wenn eine 1 € Münze 2 cm breit ist dann haben auf einer Reihe etwa 50 platz, Man muss beachten das auf der anderen Länge um 1 Münze weniger gerechnet werden muss." (Erklärung einer Schülerin der 7 B)
→Laut Erklärung müsste sich dabei eine Münzenanzahl von 50*2 + 49*2 = 298 ergeben. Offenbar wurde falsch gerechnet, davon abgesehen, dass die Frage falsch verstanden wurde.

Auf Grund vieler Falschinterpretationen sollte die Fragestellung so umformuliert werden, dass der Umfang nicht vorkommt, sondern dass man schreibt, dass sich die Münzen einander berühren.

Frage 19: Welchen Flächeninhalt hat ein Tischtennistisch? (Lösung: 4,2 m^2)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht

2 3,5 **4,2** 4,5 6

In Tabelle 21 erkennt man sehr gut, dass die Schätzergebnisse mit steigender Schulstufe besser werden. In der 5. Schulstufe liegen ca. 70% der SchülerInnen im schlechten Schätzbereich, hingegen in der 11. Schulstufe nur noch ca. 27%. Eine

Abhängigkeit von der Schulnote kann nicht festgestellt werden. Beim Geschlechterunterschied erkennt man, dass die männlichen Testteilnehmer etwas besser geschätzt haben als die weiblichen. Bei der Auswertung ist eine maximale Schätzung von 15 m² herausgekommen und eine minimale von 0,0001 m² (1 cm²). Beide Schätzungen sind sehr weit weg vom tatsächlichen Wert. Bei einer Tischplatte von 15 m² (3 x 5 m) bräuchte man bereits ein großes Zimmer, um diesen dort unterzubringen. Bei einer Tischplatte von 1 cm² würde nicht einmal der Tischtennisball darauf Platz haben.

Frage 19	Insgesamt								Schulstufen		
Geschlecht / Schulnoten:		m	w	1	2	3	4	5	5.	8.	11.
Bereiche:	Anzahl:	58	82	30	45	29	25	3	61	50	29
≤ 2		29,31%	42,68%	30,00%	40,00%	34,48%	36,00%	33,33%	57,38%	32,00%	3,45%
(2;3,5)		20,69%	18,29%	20,00%	15,56%	20,69%	20,00%	33,33%	16,39%	18,00%	27,59%
[3,5;4,5]		8,62%	8,54%	6,67%	6,67%	13,79%	12,00%	0,00%	1,64%	10,00%	20,69%
(4,5;6)		18,97%	17,07%	23,33%	15,56%	17,24%	24,00%	0,00%	11,48%	22,00%	24,14%
≥6		22,41%	13,41%	20,00%	22,22%	13,79%	8,00%	33,33%	13,11%	18,00%	24,14%
Mittelwert:		2,4	2,5	2,4	2,6	2,3	2,3	2,7	2,7	2,4	2,1

Tabelle 21: Wertetabelle für die Frage 19 (Flächeninhalt des Tischtennistisches)

Frage 20: Wie groß ist der Flächeninhalt der Wasseroberfläche des Neusiedlersees? (Lösung: 320 km²)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht

160 250 **320** 400 480

Frage 20	Insgesamt								Schulstufen		
Geschlecht / Schulnoten:		m	w	1	2	3	4	5	5.	8.	11.
Bereiche:	Anzahl:	51	61	28	37	21	16	4	58	33	21
≤ 160		88,24%	91,80%	85,71%	91,89%	90,48%	93,75%	75,00%	93,10%	93,94%	76,19%
(160;250)		1,96%	0,00%	3,57%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	3,03%	0,00%
[250;400]		3,92%	4,92%	7,14%	2,70%	4,76%	0,00%	25,00%	1,72%	0,00%	19,05%
(400;480)		0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
≥ 480		5,88%	3,28%	3,57%	5,41%	4,76%	6,25%	0,00%	5,17%	3,03%	4,76%
Mittelwert:		2,9	2,9	2,8	2,9	2,9	3,0	2,5	3,0	3,0	2,6

Tabelle 22: Wertetabelle für die Frage 20 (Flächeninhalt des Neusiedlersees)

Diese Frage ist vermutlich für die SchülerInnen die am schwierigsten zu beantwortende Frage, da solche Flächeninhalte nicht sehr häufig im Alltag vorkommen. Aus Tabelle 22 kann man herauslesen, dass auf jeden Fall in allen Spalten, also somit unabhängig vom Geschlecht, Noten und Schulstufen, sehr schlecht geschätzt wurde. Meistens wurden nur wenige km² als Schätzung angegeben. Die maximale Schätzung von 4500 km², ist doppelt so groß wie der Flächeninhalt von Vorarlberg.

Die minimale Schätzung von $4{,}26 * 10^{-8} km^2$ (4,26 dm²) lässt auf einen Einheitenfehler schließen. Es gibt jedoch auch sehr viele Schätzung, die im Bereich von wenigen Quadratmetern liegen.

Frage 21: Wie viel Wasservolumen passt in ein voll befülltes einfaches „Schnaps-Stamperl“? (Lösung: 2 cl entspricht 20 cm³)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht

0,5 1 **2** 3 3,5

Bei der Befragung in der Schule wurde sofort klar, dass diese Frage für die 5. Schulstufe nicht geeignet ist, da nur wenige SchülerInnen wussten, was ein solches Gefäß ist bzw. wie es aussieht. Den SchülerInnen wurde daraufhin erklärt, wie ein solches Glas aussieht.

Frage 21	Insgesamt								Mahrgänge		
Geschlecht / Schulnoten:		m	w	1	2	3	4	5	5.	8.	11.
Bereiche:	Anzahl:	57	79	33	40	30	22	5	61	46	29
≤ 0,5		17,54%	37,97%	24,24%	35,00%	30,00%	13,64%	40,00%	45,90%	15,22%	17,24%
(0,5;1)		15,79%	8,86%	6,06%	12,50%	16,67%	18,18%	0,00%	14,75%	8,70%	10,34%
[1;3]		22,81%	24,05%	27,27%	25,00%	23,33%	18,18%	20,00%	16,39%	26,09%	34,48%
(3;3,5)		3,51%	2,53%	3,03%	2,50%	0,00%	9,09%	0,00%	0,00%	6,52%	3,45%
≥3,5		40,35%	26,58%	39,39%	25,00%	30,00%	40,91%	40,00%	22,95%	43,48%	34,48%
Mittelwert:		2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,6	2,5	2,3	2,2

Tabelle 23: Wertetabelle für die Frage 21 (Schnaps Stamperl)

Die Wertetabelle 23 lässt erkennen, dass die Schätzungen mit steigender Schulstufe besser wurden. Die maximale Schätzung liegt bei 300000 cl (3000 l) und die minimale Schätzung liegt bei 0,0005 cl (0,005 ml).

Frage 22: Wie viel Suppe (Volumen) hat man in einem typischen Suppenteller? (Lösung: 250 ml)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht
100	125	**250**	375	1000

Frage 22		Insgesamt							Schulstufen		
Geschlecht / Schulnoten:		m	w	1	2	3	4	5	5.	8.	11.
Bereiche:	Anzahl:	57	79	31	39	30	23	5	58	48	30
≤ 100		15,79%	36,71%	35,48%	30,77%	26,67%	17,39%	20,00%	39,66%	25,00%	10,00%
(100;125)		0,00%	2,53%	0,00%	0,00%	3,33%	4,35%	0,00%	0,00%	2,08%	3,33%
[125;375]		26,32%	25,32%	25,81%	23,08%	20,00%	26,09%	80,00%	12,07%	29,17%	46,67%
(375;1000)		42,11%	30,38%	29,03%	38,46%	36,67%	39,13%	0,00%	41,38%	25,00%	40,00%
≥ 1000		15,79%	5,06%	9,68%	7,69%	13,33%	13,04%	0,00%	6,90%	18,75%	0,00%
Mittelwert:		2,1	2,2	2,2	2,2	2,2	2,0	1,4	2,3	2,1	1,6

Tabelle 24: Wertetabelle für die Frage 22 (Suppenteller)

Auch bei dieser Frage lässt sich eine Abhängigkeit der Schätzkompetenz vom Alter erkennen. Mit steigender Schulstufe verbessern sich die Schätzungen. Die maximale Schätzung liegt bei 10000 ml (10 l), ein Suppenteller (eher Suppenkübel) mit solchem Volumen würde den Wassertagesbedarf von 5 Menschen decken. Die minimale Schätzung von 0,0002 ml (0,2 µl) ist mit dem Volumen von eingespritztem Kraftstoff in den Verbrennungsraum vergleichbar.

Frage 23: Wie viel Liter Wasser passen in eine typische Badewanne?
(Lösung: 140 l)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht

70 100 **140** 220 800

Typische rechteckige Badewannen haben ein Fassungsvermögen von 100 – 220 l. Große Eckbadewannen können ein Fassungsvermögen von 800 l haben.

Frage 23	Insgesamt								Schulstufen		
Geschlecht / Schulnoten:		m	w	1	2	3	4	5	5.	8.	11.
Bereiche:	Anzahl:	60	89	33	46	31	26	5	65	53	31
≤ 70		53,33%	73,03%	63,64%	58,70%	58,06%	76,92%	80,00%	76,92%	56,60%	54,84%
(70;100)		8,33%	10,11%	6,06%	13,04%	9,68%	7,69%	20,00%	9,23%	9,43%	9,68%
[100;220]		18,33%	6,74%	15,15%	10,87%	19,35%	3,85%	0,00%	7,69%	11,32%	19,35%
(220;800)		20,00%	8,99%	15,15%	15,22%	12,90%	11,54%	0,00%	4,62%	22,64%	16,13%
≥800		0,00%	1,12%	0,00%	2,17%	0,00%	0,00%	0,00%	1,54%	0,00%	0,00%
Mittelwert:		2,4	2,7	2,5	2,5	2,4	2,7	2,8	2,7	2,5	2,4

Tabelle 25: Wertetabelle für die Frage 23 (Badewanne)

Bei dieser Frage wurden sehr viele Fehlschätzungen gemacht. In Tabelle 25 erkennt man, dass in allen Spalten mindestens 50% der SchülerInnen den Inhalt einer Badewanne auf ein Volumen unter 70 l geschätzt haben. Auch bei dieser Frage erkennt man eine Altersabhängigkeit. Ebenso wird sichtbar, dass die Schüler etwas besser geschätzt haben als die SchülerInnen. Die beiden Ausreißer liegen bei 2 l und 5000 l (5 m^3). Letztes Volumen würde dem Volumen von 5 Müllkontainern entsprechen.

Frage 24: Wie viel Müllvolumen passt in ein Müllabfuhrfahrzeug (Abbildung 11)? (Lösung: 19 m³)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht

5 10 **19** 30 50

Die 5 m³ als unterste Grenze wurden auf Grund des Radstandes des LKW's gewählt, der einen Radstand unter 5 m hat. Der LKW in Abbildung 12 hat eine Gesamtlänge von ca. 7 m, eine Höhe von 3 m und eine Breite von ca. 2,5 m, somit ergibt sich ein Gesamtvolumen von ca. 50 m³.

Abbildung 11: Müllabfuhrwagen

Bei dieser Frage kamen folgende Schätzstrategien zum Einsatz:

- Länge mal Breite mal Höhe:
  „ca. 14 m³ Ich habe die lang, die Breite und die Höhe ungefähr abgeschätzt und dann das Volumen ausgerechnet." (Erklärung eines Schülers der 1 F)
- *Volumen abschnittsweise geschätzt:*
  „Es passen 120 m³ in den Wagen. Ich stelle mir vor das ein strich zum anderen 30 m³ sind und dann habe ich gezehlt. Wen sie nicht verstehen was ich mit strich meine auf der abildung 5 habe ich es gezeichnet" (Erklärung eines Schülers der 1 F)
  → Ist eine gute Methode, nur leider wurde das Volumen eines Abschnittes viel zu groß geschätzt.
- Wie oft passt die Mülltonne rein?:
  *„Im Abstand zwischen zwei Strichen kann man 2 Mülltonnen aufeinander stellen also 7*2 und das ist 14 Mülltonnen." (Erklärung einer Schülerin der 1 F)*
  → Ist ebenfalls eine gute Methode, jedoch weiß man nicht, welche Mülltonne sich die Schülerin vorgestellt hatte.

In Tabelle 26 erkennt man wiederum eine Abhängigkeit vom Alter. Weiters ist hier auch ersichtlich, dass die Schüler etwas besser geschätzt haben als die Schülerinnen. Die maximale Schätzung liegt bei 800 m³ und entspricht dem Müllvolumen von ca. 42 Müllwagen, sie wurde nicht begründet.

Die minimale Schätzung von 60 cm³ ist nicht nachvollziehbar: *„60 cm³ Ich drauf gekommen weil Müll ja, groß und klein sein kann.“ (Erklärung einer Schülerin der 1 F).*

Bei dieser Schätzfrage wurde auch manchmal eine Masse anstatt von einem Volumen angegeben.

Frage 24		Insgesamt							Schulstufen		
Geschlecht / Schulnoten:		m	w	1	2	3	4	5	5.	8.	11.
Bereiche:	Anzahl:	39	37	24	25	12	11	0	36	40	0
≤ 5		12,82%	27,03%	16,67%	8,00%	16,67%	54,55%		16,67%	22,50%	
(5;10)		20,51%	18,92%	12,50%	24,00%	25,00%	9,09%		30,56%	10,00%	
[10;30]		35,90%	24,32%	25,00%	44,00%	25,00%	27,27%		19,44%	40,00%	
(30;40)		7,69%	5,41%	8,33%	8,00%	8,33%	0,00%		5,56%	7,50%	
≥ 50		23,08%	24,32%	37,50%	16,00%	25,00%	9,09%		27,78%	20,00%	
Mittelwert:		2,0	2,3	2,3	1,8	2,2	2,4		2,3	2,0	

Tabelle 26: Wertetabelle für die Frage 24 (Müllabfuhr)

Frage 25: Wie schwer ist ein Stück Würfelzucker? (Lösung: 3 g)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht

0,5 1 **3** 5 10

Frage 25		Insgesamt							Schulstufen		
Geschlecht / Schulnoten:		m	w	1	2	3	4	5	5.	8.	11.
Bereiche:	Anzahl:	60	90	33	47	31	26	5	67	52	31
≤ 0,5		8,33%	2,22%	9,09%	0,00%	3,23%	11,54%	0,00%	2,99%	9,62%	0,00%
(0,5;1)		20,00%	21,11%	12,12%	23,40%	22,58%	26,92%	20,00%	26,87%	15,38%	16,13%
[1;5]		38,33%	44,44%	42,42%	36,17%	45,16%	42,31%	40,00%	26,87%	46,15%	67,74%
(5;10)		18,33%	17,78%	9,09%	34,04%	19,35%	3,85%	20,00%	26,87%	7,69%	16,13%
≥ 10		15,00%	14,44%	27,27%	6,38%	9,68%	15,38%	20,00%	16,42%	21,15%	0,00%
Mittelwert:		1,9	1,7	1,9	1,7	1,7	1,8	1,8	1,9	1,8	1,3

Tabelle 27: Wertetabelle für die Frage 25 (Masse des Würfelzuckers)

Bei dieser Frage sind die Schätzungen der Schülerinnen besser als die der Schüler. Die Altersabhängigkeit ist auch hier sehr gut zu sehen. In der 11. Schulstufe schätzten ca. 68% der SchülerInnen die Masse eines Würfelzuckers sehr gut zwischen 1 und 5 Gramm ein. Die maximale Schätzung liegt bei 2500 g (2,5 kg) und die minimale Schätzung bei 0,002 g (2 mg).

Frage 26: Wie schwer ist eine typische Scheibe Toastbrot?
(Lösung: 25 g)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht
10	20	**25**	30	50

Frage 26	Insgesamt								Schulstufen		
Geschlecht / Schulnoten:		m	w	1	2	3	4	5	5.	8.	11.
Bereiche:	Anzahl:	52	64	28	41	22	17	1	67	49	0
≤ 10		36,54%	50,00%	46,43%	34,15%	40,91%	64,71%	0,00%	44,78%	42,86%	
(10;20)		23,08%	10,94%	14,29%	24,39%	13,64%	11,76%	0,00%	16,42%	16,33%	
[20;30]		9,62%	9,38%	3,57%	12,20%	4,55%	11,76%	0,00%	5,97%	14,29%	
(30;40)		3,85%	6,25%	3,57%	7,32%	9,09%	0,00%	0,00%	5,97%	4,08%	
≥40		26,92%	23,44%	32,14%	21,95%	31,82%	11,76%	100,00%	26,87%	22,45%	
Mittelwert:		2,5	2,6	2,8	2,4	2,7	2,6	3,0	2,7	2,5	

Tabelle 28: Wertetabelle für die Frage 26 (Masse des Toastbrotes)

Diese Frage wurde von den Schülern besser beantwortet als von den Schülerinnen. Ich persönlich war der Überzeugung, dass der Wechsel des Schätzkönigs bei der letzten Frage (Frage 25) dadurch zustande gekommen ist, da es sich bei den folgenden Fragen um Nahrungsmittel handelt und somit eher im Interessensfeld der Schülerinnen befindet. Aber bei dieser Frage wendet sich das Blatt erneut und die Burschen haben erneut die Nase etwas weiter vorne. Eine Verbesserung der Schätzungen mit steigendem Alter ist auch hier zu erkennen. Interessant ist auch, dass die geschätzte Masse des Toastbrotes, in beiden Schulstufen (5. und 8.) von über 50% der SchülerInnen, in den schlechten Schätzbereich fällt. Die Auswertung hat weiters ergeben, dass die maximale Schätzung bei 1,5 kg liegt und die minimale bei 0,1 g. Eine gefüllte Toastbrot-Packung zum Vergleich ist in den meisten Fällen 500 g schwer.

Frage 27: Wie schwer ist ein durchschnittliches Hühnerei?
(Lösung: 65 g)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht

40 53 **65** 73 85

Laut Wikipedia gibt es 4 Gewichtsklassen bei Hühnereier, nämlich XL (sehr groß), L (groß), M (mittel), S (klein). Ein sehr großes Ei ist schwerer als 73 g. Ein großes Ei hat eine Masse zwischen 63 g und 73 g. Ein mittleres ist zwischen 53 g und 63 g schwer und ein kleines Ei hat eine Masse unter 53 g.

Frage 27		Insgesamt							Schulstufen		
Geschlecht / Schulnoten:		m	w	1	2	3	4	5	5.	8.	11.
Bereiche:	Anzahl:	58	87	32	44	31	25	5	65	49	31
≤ 40		41,38%	52,87%	34,38%	36,36%	54,84%	72,00%	40,00%	46,15%	48,98%	51,61%
(40;53)		8,62%	17,24%	18,75%	20,45%	6,45%	4,00%	40,00%	12,31%	8,16%	25,81%
[53;73]		3,45%	4,60%	9,38%	2,27%	3,23%	0,00%	0,00%	3,08%	4,08%	6,45%
(73;85)		1,72%	2,30%	0,00%	4,55%	3,23%	0,00%	0,00%	0,00%	2,04%	6,45%
≥85		44,83%	22,99%	37,50%	36,36%	32,26%	24,00%	20,00%	38,46%	36,73%	9,68%
Mittelwert:		2,8	2,7	2,6	2,7	2,8	3,0	2,6	2,8	2,8	2,5

Tabelle 29: Wertetabelle für die Frage 27 (Masse des Hühnereis)

Allgemein kann gesagt werden, dass die Schätzungen allgemein schlecht ausgefallen sind. In allen Spalten liegen mehr als die Hälfte im schlechten Schätzbereich. Die maximale Schätzung liegt bei 5 kg, vergleicht man diese Schätzung mit der Masse eines Straußeneis, das eine durchschnittliche Masse von 1,35 kg hat, so wirkt das größte Ei aller Eier leicht. Die minimale Schätzung liegt bei 0,6 g.

Frage 28: Wie schwer ist dein Mathematikbuch?
(Lösung: 50 dag)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht

20 30 **50** 70 100

In der 5. Schulstufe wird das Schulbuch „Thema Mathematik“ (A4 Format) verwendet, dieses hat 228 Seiten. In der 8. Schulstufe wird das Buch „Expedition Mathematik“ benützt mit 292 Seiten und in der 11. Schulstufe wird das Buch „Mathematik verstehen[13]“ verwendet, das 272 Seiten hat. Um die Masse der Schulbücher zu ermitteln habe ich zwei alte Schulbücher herangezogen, eines hat knapp über 300 Seiten und das zweite hat knapp unter 150 Seiten (A4 Format). Diese beiden habe ich gewogen und jedes durch seine Seitenanzahl dividiert, dabei kam eine Seitenmasse von durchschnittlich 1,6 g für das A5 - artige Format und 2,7 g für das A4 Format heraus. Mit den Seitenanzahlen multipliziert ergeben sich folgende Massen für die verwendeten Schulbücher: 41 dag, 44 dag und 62 dag.
Die äußersten Grenzen wurden so festgelegt, dass sich das Mathematikbuch zwischen der Masse einer Tafel Schokolade mit 200 g und einer Packung Mehl mit 1 kg befindet.

Die Mehrheit hat bei der Schätzung, das Schulbuch tatsächlich in die Hände genommen.

In der Tabelle 30 sieht man, dass wieder der Altersunterschied ausschlaggebend ist, wie gut geschätzt wird und dass die Schüler etwas besser geschätzt haben als die Schülerinnen.

[13] Mathematik verstehen und Expedition Mathematik haben ca. dasselbe A5-ähnliche Format (Sie sind tatsächlich etwas größer als ein A5-Format).

Frage 28	Insgesamt									Schulstufen		
Geschlecht / Schulnoten:			m	w	1	2	3	4	5	5.	8.	11.
Bereiche:	Anzahl:		57	87	32	45	29	25	5	66	48	30
≤ 20			15,79%	36,78%	31,25%	28,89%	10,34%	36,00%	20,00%	30,30%	25,00%	30,00%
(20;30)			17,54%	10,34%	12,50%	17,78%	17,24%	8,00%	0,00%	12,12%	10,42%	20,00%
[30;70]			35,09%	28,74%	28,13%	24,44%	37,93%	32,00%	60,00%	22,73%	35,42%	43,33%
(70;100)			22,81%	12,64%	18,75%	15,56%	24,14%	12,00%	20,00%	22,73%	16,67%	3,33%
≥ 100			8,77%	11,49%	9,38%	13,33%	10,34%	12,00%	0,00%	12,12%	12,50%	3,33%
Mittelwert:			1,9	2,2	2,1	2,2	1,8	2,2	1,6	2,2	2,0	1,9

Tabelle 30: Wertetabelle für die Frage 28 (Masse des Mathematikbuches)

Die maximale Schätzung liegt bei 180 kg (Schülerin der 5. Schulstufe mit einem „sehr gut“ im Zeugnis) und die minimale Schätzung bei 0,3 dag (3 g). Traurig ist, dass solche Schätzungen keine Einzelfälle waren, besonders in der 5. Schulstufe.

Frage 29: Wie schwer ist eine typische Mehlpackung? (Lösung: 1 kg)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht

0,5 0,8 **1** 1,2 2

Frage 29	Insgesamt									Schulstufen		
Geschlecht / Schulnoten:			m	w	1	2	3	4	5	5.	8.	11.
Bereiche:	Anzahl:		54	64	28	42	21	19	1	67	51	0
≤ 0,5			25,93%	28,13%	39,29%	23,81%	14,29%	31,58%	100,00%	32,84%	19,61%	
(0,5;0,7)			3,70%	0,00%	0,00%	2,38%	0,00%	5,26%	0,00%	0,00%	3,92%	
[0,7;1,3]			50,00%	51,56%	50,00%	52,38%	42,86%	52,63%	0,00%	44,78%	58,82%	
(1,3;2)			7,41%	7,81%	7,14%	7,14%	14,29%	0,00%	0,00%	8,96%	5,88%	
≥ 2			12,96%	12,50%	3,57%	14,29%	28,57%	10,53%	0,00%	13,43%	11,76%	
Mittelwert:			1,9	1,9	1,9	1,9	2,0	1,9	3,0	2,0	1,7	

Tabelle 31: Wertetabelle für die Frage 29 (Masse der Mehlpackung)

Bei dieser Frage würde man erwarten, dass alle im grünen Bereich liegen, da die Mehlpackung eine typische Stützpunktvorstellung der Volksschule ist. Dennoch gibt es viele, die mit ihrer Schätzung weit außerhalb liegen. Die maximale Schätzung, die angegeben wurde, liegt bei 40 kg und ist mit der Körpermasse eines Kindes vergleichbar. Diese Massenangabe könnte noch zu einem Mehlsack vom Müller passen, dieser ist aber heutzutage nicht mehr typisch. Die minimale Schätzung von 10 g kann nicht einmal mehr aus einem Rezept für einen Kuchen stammen, da dort fast nur Mehlmassen über 100 g vorkommen.

Frage 30: Wie schwer ist ein durchschnittlicher erwachsener Mann? (Lösung: 78 kg)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht

50 70 **78** 85 100

Frage 30		Insgesamt							Schulstufen		
Geschlecht / Schulnoten:		m	w	1	2	3	4	5	5.	8.	11.
Bereiche:	Anzahl:	53	68	28	44	22	19	1	68	53	0
≤ 65		15,09%	10,29%	10,71%	6,82%	22,73%	15,79%	0,00%	14,71%	9,43%	
(65;74)		16,98%	25,00%	14,29%	27,27%	18,18%	26,32%	0,00%	25,00%	16,98%	
[74;85]		52,83%	50,00%	64,29%	47,73%	50,00%	36,84%	0,00%	47,06%	56,60%	
(85;100)		15,09%	14,71%	10,71%	18,18%	9,09%	21,05%	100,00%	13,24%	16,98%	
≥ 100		0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	
Mittelwert:		1,6	1,6	1,5	1,6	1,7	1,8	2,0	1,7	1,5	

Tabelle 32: Wertetabelle für die Frage 30 (Körpergewicht)

Wie erwartet fällt das Ergebnis für diese Frage für die Mehrheit gut aus. Jedoch gibt es auch hier utopische Größenangaben. Die maximale Schätzung liegt bei 98 kg. Doch die minimale Schätzung von 8 kg ist nicht nachvollziehbar und würde auf einen Säugling mit 7 Monaten passen.

Frage 31: Wie schwer ist eine durchschnittliche Milchkuh? (Lösung: 700 kg)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht

100 450 **700** 850 1000

Frage 31	Insgesamt								Schulstufen		
Geschlecht / Schulnoten:		m	w	1	2	3	4	5	5.	8.	11.
Bereiche:	Anzahl:	57	89	33	46	29	25	5	65	51	30
≤ 150		15,79%	24,72%	15,15%	19,57%	20,69%	28,00%	0,00%	23,08%	19,61%	20,00%
(150;600)		52,63%	34,83%	42,42%	28,26%	55,17%	52,00%	60,00%	21,54%	60,78%	53,33%
[600;800]		14,04%	19,10%	15,15%	30,43%	10,34%	4,00%	20,00%	26,15%	7,84%	13,33%
(800;1000)		7,02%	11,24%	9,09%	13,04%	10,34%	4,00%	20,00%	13,85%	5,88%	6,67%
≥ 1000		10,53%	10,11%	18,18%	8,70%	3,45%	12,00%	0,00%	15,38%	5,88%	6,67%
Mittelwert:		2,1	2,2	2,2	2,0	2,1	2,4	1,8	2,1	2,2	2,1

Tabelle 33: Wertetabelle für die Frage 31 (Masse der Milchkuh)

Laut Tabelle 33 können für diese Frage keine eindeutigen Korrelationen herausgefiltert werden. Die Auswertung ergab eine maximale Schätzung von 850 t und ist mit der 8-fachen Masse eines Blauwals vergleichbar. Die minimale Schätzung von 1 dag entzieht sich jeglicher Vorstellung.

Frage 32: Wie schwer ist das Auto in Abbildung 12? (Lösung: 1,5 t)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht

0,8 1,2 **1,5** 1,6 3,5

Abbildung 12: VW Passat

Die derzeit am Markt befindlichen Autos haben ein Leergewicht zwischen 1,2 und 1,6 Tonnen. Man benötigt mindestens einen C-Führerschein, um mit einem Fahrzeug zu fahren, das eine Gesamtmasse über 3,5 t hat.

Frage 32	Insgesamt								Schulstufen		
Geschlecht / Schulnoten:		m	w	1	2	3	4	5	5.	8.	11.
Bereiche:	Anzahl:	60	89	33	47	31	25	5	67	52	30
≤ 0,8		11,67%	10,11%	6,06%	8,51%	16,13%	12,00%	20,00%	11,94%	11,54%	6,67%
(0,8;1,2)		20,00%	28,09%	30,30%	21,28%	19,35%	24,00%	40,00%	29,85%	19,23%	23,33%
[1,2;1,6]		11,67%	12,36%	9,09%	6,38%	22,58%	12,00%	20,00%	4,48%	11,54%	30,00%
(1,6;3,5)		50,00%	32,58%	45,45%	44,68%	29,03%	40,00%	20,00%	32,84%	51,92%	33,33%
≥ 3,5		6,67%	16,85%	9,09%	19,15%	12,90%	12,00%	0,00%	20,90%	5,77%	6,67%
Mittelwert:		2,1	2,1	2,1	2,2	2,1	2,1	2,0	2,3	2,1	1,8

Tabelle 34: Wertetabelle für die Frage 32 (Masse des Autos)

Interessant ist, dass bei dieser Frage kein deutlicher Unterschied zwischen den Schülern und den Schülerinnen erkennbar ist. Aber die Verbesserung mit steigender Schulstufe ist erkennbar. Die Auswertung liefert die beiden Ausreißer: 850 t und 73 kg.

Frage 33: Wie lange braucht man für einen Spaziergang von 10 km? (Lösung: 2 h)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht

1,3 1,7 **2** 2,3 3,3

Die durchschnittliche Gehgeschwindigkeit liegt bei 5 km/h. Ein Hobbysportler läuft mit einer Geschwindigkeit von ca. 8 km/h und würde somit ca. 1,3 h benötigen. Würde man mit 3 km/h dahinschlendern, so würde man 3,3 h benötigen.

Frage 33	Insgesamt								Schulstufen		
Geschlecht / Schulnoten:		m	w	1	2	3	4	5	5.	8.	11.
Bereiche:	Anzahl:	58	91	33	48	31	24	5	65	53	31
≤ 1,3		18,97%	27,47%	30,30%	20,83%	29,03%	16,67%	40,00%	32,31%	18,87%	16,13%
(1,3;1,7)		13,79%	13,19%	27,27%	10,42%	6,45%	4,17%	20,00%	12,31%	11,32%	19,35%
[1,7;2,3]		29,31%	12,09%	15,15%	22,92%	16,13%	25,00%	0,00%	12,31%	22,64%	25,81%
(2,3;3,3)		18,97%	27,47%	18,18%	25,00%	16,13%	41,67%	40,00%	18,46%	24,53%	35,48%
≥ 3,3		18,97%	19,78%	9,09%	20,83%	32,26%	12,50%	0,00%	24,62%	22,64%	3,23%
Mittelwert:		2,1	2,4	2,2	2,2	2,5	2,0	2,4	2,4	2,2	1,9

Tabelle 35: Wertetabelle für die Frage 33 (Dauer des Spaziergangs)

Auch bei dieser letzten Frage des Unterstufen-Fragebogens erkennt man in Tabelle 35, dass mit steigender Schulstufe, die Schätzungen besser werden. In der 5.

Schulstufe liegen mehr als 50% der SchülerInnen im schlechten Schätzbereich. Wiederum erkennt man, dass die Schüler etwas besser schätzen als die Schülerinnen. Die Ausreißer liegen bei den Zeiten: 168 h und 0,083 h (5 min). Diese beiden Zeiten würden den beiden Gehgeschwindigkeit von 0,06 km/h und 120 km/h entsprechen. Eine Geschwindigkeit von 0,01 km/h ist vergleichbar mit dem Tempo einer Schnecke.

Folgende Fragen wurden nur in der **Oberstufe** gefragt, deshalb wird auf die Unterteilung in Schulnoten verzichtet (da zu wenig SchülerInnen pro Note übrigbleiben würden):

Frage 25: Wie lange bracht man, um mit dem Fahrrad, von Passau nach Wien entlang der Donau zu fahren? (Lösung: 16 h)

schlecht		mittel		gut		mittel		schlecht
	7		11	**16**	20		29	

Die Fahrstrecke von Passau nach Wien ist gleich 287 km. Würde man mit 10 km/h laufen, würde man 28,7 h benötigen. Hingegen würde man mit einem Rennrad mit 40 km/h fahren, so bräuchte man 7 h.

Frage 25 O				
Geschlecht / Schulstufe:		m	w	11.
Bereiche:	Anzahl:	6	25	31
≤ 7		16,67%	52,00%	45,16%
(7;11)		16,67%	20,00%	19,35%
[11;20]		33,33%	4,00%	9,68%
(20;29)		0,00%	8,00%	6,45%
≥ 29		33,33%	16,00%	19,35%
Mittelwert:		2,2	2,6	2,5

Tabelle 36: Wertetabelle für die Frage 25 der Oberstufe (Dauer der Fahrradtour)

Man erkennt in Tabelle 36, dass die Schüler der 11. Schulstufe besser geschätzt haben als die Schülerinnen. Insgesamt kann man beobachten, dass die SchülerInnen geringere Zeiten schätzen als tatsächlich benötigt wird.
Die Auswertung liefert eine maximale Schätzung von 72 h und eine minimale von 1,5 h. Würde man nur 1,5 h benötigen, so müsste man mit beinahe 200 km/h „strampeln“,

das ist natürlich unmöglich. Die 72 h könne man sich durch realistische Pausen bzw. Nächtigungen entlang der Strecke erklären. Jedoch sollten Pausen außer Acht gelassen werden, da diese sehr unterschiedlich ausfallen können.

Frage 26: Welche Temperatur hat die Kerzenflamme in Bild 5 in der Nähe des Dochts (blauer Bereich)? (Lösung: 800°C)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht
200	600	**800**	1200	1500

Die Temperatur im Backofen beim Backen von einem Kuchen beträgt ca. 200°C. Die Schelztemperatur von Eisen liegt bei 1500 °C. Eine Kerzenflamme hat Zonen unterschiedlicher Farben und somit auch unterschiedlicher Temperaturen. Bei dieser Frage wurde konkret nach der blauen Zone gefragt.

Frage 26 O				
Geschlecht / Schulstufe:		m	w	11.
Bereiche:	Anzahl:	6	23	29
≤ 200		16,67%	56,52%	48,28%
(200;600)		50,00%	21,74%	27,59%
[600;1200]		16,67%	21,74%	20,69%
(1200;1500)		0,00%	0,00%	0,00%
≥ 1500		16,67%	0,00%	3,45%
Mittelwert:		2,2	2,3	2,3

Tabelle 37: Wertetabelle für die Frage 26 der Oberstufe (Temperatur der Kerzenflamme)

In der Tabelle 37 wird sichtbar, dass fast 50% der SchülerInnen der Oberstufe eine Temperatur unter 200°C für den blauen Bereich in einer Kerzenflamme angegeben haben.

Die maximale Schätzung liegt bei 1600°C und liegt somit über dem Schmelzpunkt von Eisen. Würde dieser Wert stimmen, könnte man mit einer Kerzenflamme Eisen schmelzen. Die minimale Schätzung liegt bei 60°C.

Frage 27: Wie hoch ist die durchschnittliche (örtlich und zeitlich betrachtet) Oberflächentemperatur der Erde? (Lösung: 15°C)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht

0 10 **15** 20 35

Frage 27 O				
Geschlecht / Schulstufe:		m	w	11.
Bereiche:	Anzahl:	6	23	28
≤ 0		0,00%	4,35%	3,57%
(0;10)		16,67%	30,43%	27,59%
[10;20]		66,67%	47,83%	51,72%
(20;35)		16,67%	4,35%	6,9%
≥ 35		0,00%	13,04%	10,34%
Mittelwert:		1,3	1,7	1,6

Tabelle 38: Wertetabelle für die Frage 27 der Oberstufe (Oberflächentemperatur der Erde)

Bei dieser Frage liegen mehr als 50 % der SchülerInnen im guten Schätzbereich. Die maximale Schätzung liegt bei 200°C und die minimale Schätzung liegt bei 0°C. Der maximale Wert von 200°C ist sicher darauf zurückzuführen, dass die Schülerin geglaubt hatte, dass bei dieser Frage die Querschnittstemperatur der Erde gefragt ist. Diese Sicherheit nehme ich aus einem Gespräch, das zwischen den Schülerinnen in der Klasse nach der Abgabe der Fragebögen stattgefunden hat.

Frage 28: Schätze die Dichte von Tannenholz. (Lösung: 410 kg/m³)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht

1,2 300 **410** 900 1000

Die Dichte von Luft beträgt bei 20°C ca. 1,2 kg/m³ hat somit eine geringere Dichte als Holz. Die Dichte von Wasser ist rund 1000 kg/m³ und hat eine höhere Dichte als Holz, deshalb schwimmen die meisten Holzarten auf dem Wasser. Die Dichte von Holz variiert je nach Sorte zwischen 300 und 1120 kg/m³ (vgl. Wikipedia). Die gebräuchlichsten Hölzer haben eine Dichte zwischen 300 kg/m³ und 900 kg/m³.

Frage 28 O				
Geschlecht / Schulstufe:		m	w	11.
Bereiche:	Anzahl:	5	10	15
≤ 1,2		0,00%	10,00%	6,67%
(1,2;300)		20,00%	20,00%	20,00%
[300;900]		40,00%	20,00%	26,67%
(900;1000)		20,00%	0,00%	6,67%
≥ 1000		20,00%	50,00%	40,00%
Mittelwert:		1,8	2,4	2,2

Tabelle 39: Wertetabelle für die Frage 28 der Oberstufe (Dichte von Tannenholz)

Diese Frage dürfte nicht sehr beliebt gewesen sein, da nur die Hälfte der SchülerInnen ernsthaft versucht hat eine Schätzung abzugeben. Manche SchülerInnen warfen den KollegInnen fragende Blicke zu und fragten geschämt, ob sie oder er die Einheit der Dichte weiß.

Auch bei der Auswertung gab es Fragebögen, in denen bei dieser Frage nur eine einsame Zahle stand ohne Einheit. (Diese sind natürlich nicht mit in die Wertetabelle eingeflossen.)
Die Tabelle 39 zeigt eine sehr deutliche Abhängigkeit vom Geschlecht. Wieder haben die Schüler besser geschätzt als die Schülerinnen.
Die Mehrheit der Schülerinnen ist offenbar der Überzeugung, dass Tannenholz eine höhere Dichte als Wasser hat.

Die Ausreißer bei dieser Frage sind: 20000 kg/m³, 0,002 kg/m³
Bei einer Dichte von 0,002 kg/m³ würde das Holz „fliegen lernen“.

Frage 29: Wie viele Big Mac's müsste man als Erwachsener (bei ungesunder Lebensweise) am Tag essen, damit man den gesamten Tagesbedarf an Energie deckt? Wie viele Mc. Gartensalate (ohne Dressing) könnte man stattdessen essen? (Lösung: 4 Big Mac's, 67 Gartensalate)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht

2 3 **4** 5 6

(15) (33) **(67)** (100) (150)

Der durchschnittliche Tagesbedarf eines Erwachsenen entspricht 2000 kcal. Ein Big Mac hat durchschnittlich einen Brennwert von 503 kcal und der Gartensalat ohne Dressing hat 30 kcal.

Frage 29 O	**Big Mac**			
Geschlecht / Schulstufe:		m	w	11.
Bereiche:	Anzahl:	6	25	31
≤ 2		33,33%	12,00%	16,13%
(2;3)		0,00%	28,00%	22,58%
[3;5]		50,00%	36,00%	38,71%
(5;6)		0,00%	4,00%	3,23%
≥ 6		16,67%	20,00%	19,35%
Mittelwert:		2,0	2,0	2,0

Tabelle 40: Wertetabelle für die Frage 29 der Oberstufe (Big Mac)

Frage 29 O	**Gartensalat**			
Geschlecht / Schulstufe:		m	w	11.
Bereiche:	Anzahl:	6	25	31
≤ 15		33,33%	56,00%	51,61%
(15;33)		50,00%	24,00%	29,03%
[33;100]		16,67%	12,00%	12,90%
(100;150)		0,00%	0,00%	0,00%
≥ 150		0,00%	8,00%	6,45%
Mittelwert:		2,2	2,5	2,5

Tabelle 41: Wertetabelle für die Frage 29 der Oberstufe (Gartensalat)

Vergleicht man die beiden Wertetabellen (40 und 41) so fällt auf, dass der Big Mac viel besser geschätzt wurde als der Gartensalat. Interessant ist auch, dass die Schüler besser geschätzt haben als die Schülerinnen, da das Thema Ernährung bei den Mädchen ein größeres Interesse genießt als bei den Burschen. Beim Gartensalat wurde eher angenommen, dass dieser einen höheren Brennwert hat als er tatsächlich hat. Die Hälfte aller Befragten schätzten, dass weniger als 15 Salate pro Tag gegessen werden können, um den Tagesbedarf zu erreichen. Umgerechnet würden das mehr als 133 kcal sein, diesem Brennwert würde ein voller 250g Naturjoghurtbecher mit 3,8% Fett entsprechen. Dem gegenüber stehen ca. 6% der SchülerInnen, die der Meinung sind, dass über 150 Salate gegessen werden können, mit einem Brennwert von maximal 13 kcal.

Maximal wurde geschätzt, dass entweder 20 Big Mac's oder 300 Gartensalate gegessen werden können, um den Tagesbedarf zu decken. Die minimalen Schätzungen liegen bei ¾ Big Mac und 6 Gartensalate.

Frage 30: Welche Geschwindigkeit erreicht ein Tennisball beim Aufschlag bei Tennisprofis? (Lösung: 235 km/h)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht

100 210 **235** 270 400

Der Rekord bei den Männern liegt bei einer Geschwindigkeit von 263 km/h und bei den Frauen bei 211 km/h.

Frage 30 O				
Geschlecht / Schulstufe:		m	w	11.
Bereiche:	Anzahl:	6	25	31
≤ 100		0,00%	36,00%	29,03%
(100;210)		66,67%	52,00%	54,84%
[210;270]		33,33%	12,00%	16,13%
(270;400)		0,00%	0,00%	0,00%
≥ 400		0,00%	0,00%	0,00%
Mittelwert:		1,7	2,2	2,1

Tabelle 42: Wertetabelle für die Frage 30 der Oberstufe (Geschwindigkeit des Tennisaufschlags)

In Tabelle 42 erkennt man erneut, dass die männlichen Testteilnehmer bessere Schätzergebnisse geliefert haben als die weiblichen. Bei den Männern fällt keine Schätzung in den schlechten Bereich, hingegen schätzen 36% der Frauen die Geschwindigkeit auf eine Größenangabe unter 100 km/h. Interessant ist auch zu beobachten, dass über 270 km/h keine Schätzungen abgegeben wurden. Maximal wurde eine Geschwindigkeit von 260 km/h geschätzt, die dem Rekord der Männer entspricht. Die minimale Schätzung liegt bei 40 km/h und kann mit einem fahrenden Auto in einer 30er Zone verglichen werden.

Frage 31: Wie groß ist ungefähr die Hautoberfläche eines erwachsenen Menschen? (Lösung: 1,7 m²)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht

1 1,5 **1,7** 1,9 3,4

Laut Wikipedia schwankt die Hautoberfläche vom Menschen, abhängig vom Geschlecht, zwischen 1,5 und 1,9 m². Die Hautoberfläche eines 9-jährigen Kindes entspricht ca. 1 m² und dient bei dieser Frage als unterste Schätzgrenze. Die oberste Grenze lege ich auf den doppelten Wert der tatsächlichen Größenangabe.

Frage 31 O				
Geschlecht / Schulstufe:		m	w	11.
Bereiche:	Anzahl:	6	25	31
≤ 1		0,00%	4,00%	3,23%
(1;1,6)		0,00%	0,00%	0,00%
[1,6;1,9]		0,00%	12,00%	9,68%
(1,9;3,4)		66,67%	20,00%	29,03%
≥ 3,4		33,33%	64,00%	58,06%
Mittelwert:		2,3	2,6	2,5

Tabelle 43: Wertetabelle für die Frage 31 der Oberstufe (Hautoberfläche)

Auch bei dieser Frage haben die Männer durchschnittlich besser geschätzt als die Frauen. Wobei anzumerken ist, dass bei den Männern keiner in den guten Schätzbereich gelangt ist. Bei den Frauen haben immerhin 12% gut geschätzt.

Insgesamt betrachtet fällt jedoch das Ergebnis ernüchternd aus, da die Mehrheit der Befragten im roten Bereich gelandet ist und somit eine sehr schlechte Schätzung abgegeben haben.

Die maximale Schätzung liegt bei einer Hautoberfläche von unsinnigen 100 m², also so groß wie die Grundfläche einer durchschnittlichen Wohnung. Als minimale Schätzung kam bei der Auswertung 0,5 m² heraus und entspricht der Hautoberfläche eines Kleinkindes.

Frage 32: Wenn man ein riesiges Blatt einer Tageszeitung 20-mal falten könnte, wie dick wäre dann der Stapel ungefähr?
(Lösung: 52 m)

schlecht	mittel	gut	mittel	schlecht

1 26 **52** 105 1570

Würde man annehmen, dass das Ergebnis gleich 20-mal der Papierdicke von 0,05 mm dickem Papier ist, dann würde sich 1 m ergeben. Normales Druckerpapier hat eine Stärke von 0,1 mm und würde man diese Stärke mit den korrekten 2^{20} multiplizieren, so ergibt sich eine Stapelhöhe von ca. 105 m. Würde man einen dünnen Karton mit einer Stärke von 1,5 mm verwenden, so würden sich ca. 1570 m ergeben. Zeitungspapier ist dünner als Karton und als die normale Papierstärke von gewöhnlichem Druckerpapier. Ich vermaß 3 verschiedene Zeitungspapiere und kam auf einen Mittelwert von 0,05 mm pro Blatt.

Frage 32 O				
Geschlecht / Schulstufe:		m	w	11.
Bereiche:	Anzahl:	6	23	29
≤ 1		0,00%	69,57%	55,17%
(1;26)		16,67%	8,70%	10,34%
[26;105]		50,00%	0,00%	10,34%
(105;1570)		16,67%	4,35%	6,90%
≥ 1570		16,67%	17,39%	17,24%
Mittelwert:		1,7	2,9	2,6

Tabelle 44: Wertetabelle für die Frage 32 der Oberstufe (Zeitungsstapelhöhe)

Auch bei dieser Frage sind die Männer den Frauen überlegen. In Tabelle 44 kann man ablesen, dass 50% der Burschen gut geschätzt haben und nur ca. 17% der Burschen im schlechten Schätzbereich liegen. Zirka 87% der Mädels liegen im roten Bereich und haben somit eine schlechte Schätzung abgegeben.

Die maximale Schätzung liegt bei 350 000 km und entspricht ca. der Strecke zwischen Erde und Mond. Minimal wurden 2 mm geschätzt.

Die folgende Darstellung soll die Meinungen der SchülerInnen insgesamt aufzeigen.

✖ Das große X soll den Mittelwert der abgegebenen Meinungen darstellen.

Kreuze an:	sehr schwer					sehr leicht
Wie empfindest du die Schwierigkeit der Schätzaufgaben, wenn du sie mit typischen Berechnungsaufgaben aus der Schule vergleichst?	❑	❑	❑ ✖	❑	❑	❑
	sehr wenig					sehr viel
Wie viel haben dir die Bilder bei den betreffenden Schätzungen geholfen?	❑	❑	❑	✖ ❑	❑	❑
	sehr sinnvoll					nicht sinnvoll
Für wie sinnvoll hältst du solche Schätzaufgaben, besonders im Hinblick auf den Alltag?	❑	❑	✖ ❑	❑	❑	❑
	nie					sehr häufig
Wie häufig wird bei dir im Mathematikunterricht geschätzt?	❑	❑ ✖	❑	❑	❑	❑
	sehr sicher					sehr unsicher
Wie sicher fühlst du dich beim Umrechnen von Einheiten? (z.B.: 10 km = ? m)	❑	❑ ✖	❑	❑	❑	❑

Laut den SchülerInnen sind die Schätzaufgaben nur mäßig schwieriger als typische Aufgaben aus dem Schulalltag. Die Bilder haben bei den Schätzungen ein bisschen geholfen, viele haben hinzugefügt, dass sie gerne mehr Bilder gehabt hätten. Bei der Sinnhaftigkeit der Schätzaufgaben liegt die Durchschnittsmeinung eher im sinnvollen Bereich. Die Auswertung hat auch ergeben, dass im Mathematikunterricht kaum geschätzt wird und dass die SchülerInnen meinen, dass sie sicher umrechnen können.

Folgende Anmerkungen wurden von den SchülerInnen, unter dem Punkt „Was möchtest du mir noch sagen? (Was würde dir beim Schätzen helfen? …), zusätzlich gemacht.

„Schätzen kleiner Dinge fällt mir eher leicht, von großen Strecken allerdings extrem schwer. Fehlende Vorstellung!" (Schülerin der 7 B)

→ Ist nachvollziehbar, da wir häufiger mit kleineren Objekten zu tun haben. Wir können sie anfassen und sie oft mit dem gewohnten Geodreieck abmessen.

„Bild der Kerze hilft wenig! Klarer Strukturieren: also km (Länge), kg (Gewicht) nicht durcheinander" (Schülerin der 7 B)

→ Das Bild der Kerze hilft natürlich bei der Temperaturschätzung wenig, aber durch das Bild ist eindeutig festgelegt, von welchem Bereich die Rede ist. Die klare Strukturierung war meiner Meinung gut gegeben.

„Dinge, die ich gut kenne oder einen Größenvergleich habe, sind einfacher zu schätzen. Unbekanntes (auch bei den EH wie z.B.: cl) sind sehr schwer! Interessante Umfrage!" (Schülerin der 7 B)

→ Da wir zum Schätzen Anhaltspunkte benötigen, also Stützpunktvorstellungen, ist diese Aussage auf jeden Fall nachvollziehbar.

„Bezugsgrößen wären nicht schlecht!" (Schülerin der 7 B)

→ Wurde häufig angemerkt und lässt darauf schließen, dass nur wenige Stützpunktvorstellungen gesammelt wurden.

„Mir hat zum Beispiel geholfen, dass ich mein ganzes Leben lang meine ersten Erfahrungen gesammelt habe und damit konnte ich diesen „Test" leichter lösen." (Schüler der 1 F)

→ Natürlich greift man, wenn man mit offenen Augen durch das Leben geht, täglich neue Stützpunktvorstellungen auf, da wir ständig Bekanntes mit Unbekanntem vergleichen.

„Wenn man das Gewicht schätzt dass man dann z.B.: die Länge vorgegeben hat." (Schülerin der 1 F)

→ Diese Aussage bestätigt die Schülervorstellung in Physik, dass Objekte die größer sind (also z.B.: länger) schwerer sind als kleinere. Dieser Schluss ist falsch, aber man kann verstehen, dass einem zusätzliche Informationen zum Schätzobjekt helfen können.

„Noch mehr Bilder! Die würden viel helfen!" (Schüler der 1 F)

„Bilder, Maßstab und Modelle" (Schüler der 1 F)

→ Modelle helfen verständlicherweise, jedoch ist beim Schätzen auch wichtig ohne Modelle, die man anfassen kann, Aussagen über das Objekt zu machen. Da eine wichtige Anwendung des Schätzens ist, erste Information über Ungewisses zu beschaffen.

„Ich fand es cool :-)" (Schülerin der 1 F)

→ Den SchülerInnen hat es offenbar Spaß gemacht, da bereits mehrmals solche Kommentare gekommen sind.

„Ich fand den Test mittelschwer weil ich Schätzen nicht so gut kann" (Schülerin der 1 F)

„Beim Schätzen würde mir ein Taschenrechner helfen, weil dadurch der Kopf nicht so überlasstet wird." (Schüler der 4 B)

→ ☺ Das Schätzen soll schnell gehen und deshalb sollte man auch keinen Taschenrechner benötigen. Außerdem können am Zettel Nebenrechnungen gemacht werden.

„Eine gute bildliche Vorstellung!" (Schüler der 4 B)

„Wenn man die geschätzten Werte ankreuzen könnte." (Schülerin der 4 B)

→ ☺ Dadurch würde der Fragebogen auf jeden Fall leichter werden, da man selbst weniger nachdenken muss. Wenn man im Alltag ein Schätzproblem zu lösen hat, kann man leider auch nicht aus einer Auswahl an Möglichkeiten ankreuzen.

„Ich mag es eigentlich nicht zu schätzen, ist viel zu ungenau.“ (Schülerin der 4 C)

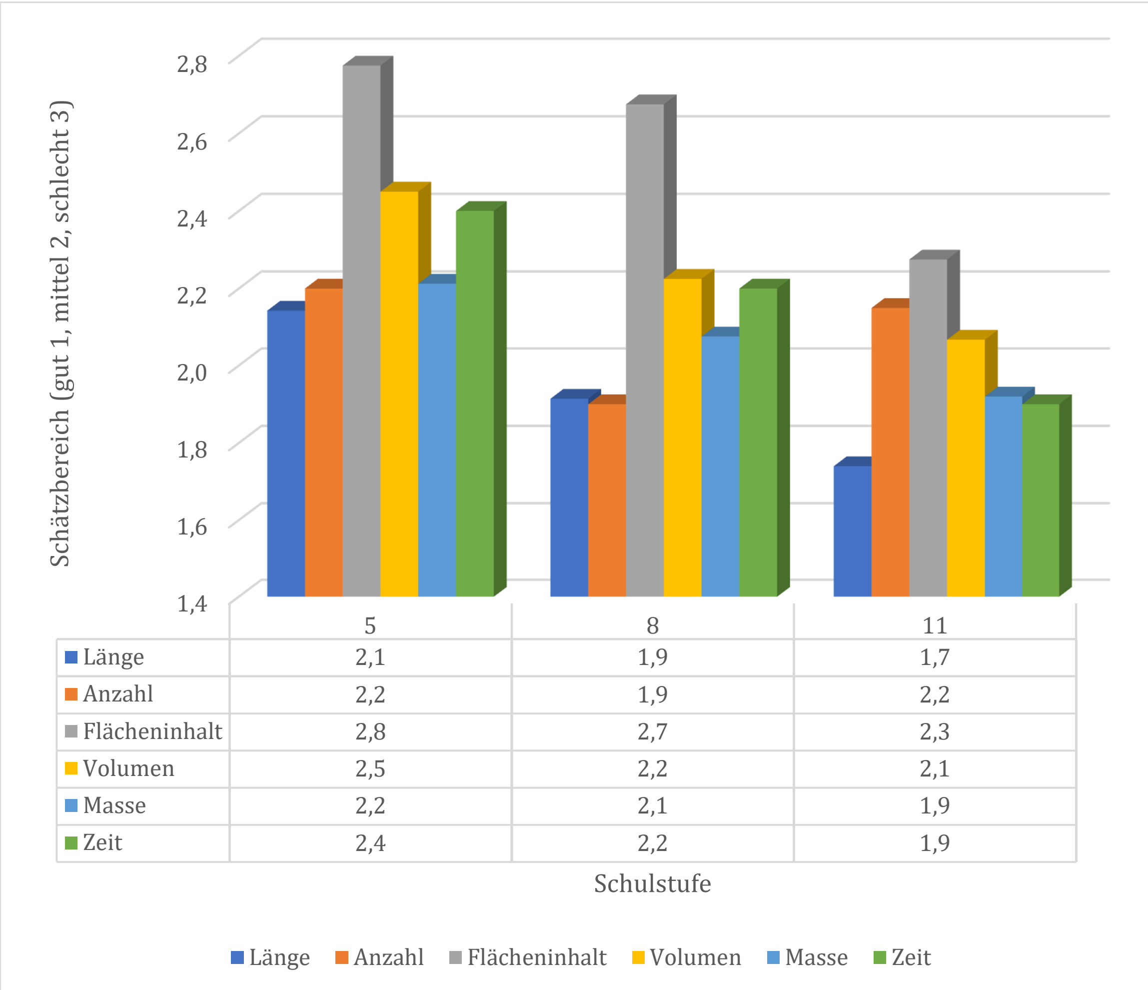
→ Dieser Kommentar bestätigt meine Meinung darüber, dass die SchülerInnen Unbehagen verspüren, wenn an ungewissen und anfangs weglosen Aufgaben gearbeitet werden soll. Eine Aufgabe zu lösen, bei der ein Weg indirekt bzw. eine konkrete Angabe vorgegeben wird, ist meist einfacher.

„Mir würde beim Schätzen machmal auch ein Einheit Tabelle helfen! Mir hat es sehr gut gefallen!“ (Schülerin der 1 B)

6.4 Zusammenfassung des Studienergebnisses

Folgende Ergebnisse konnten der Studie entnommen werden:

1. Die Studie hat ergeben, dass in 30 von 33 Fällen **mit steigendem Alter der SchülerInnen, die Schätzergebnisse besser** werden. Folgende Grafik soll die Abhängigkeit der Schätzergebnisse vom Alter anschaulich darstellen:

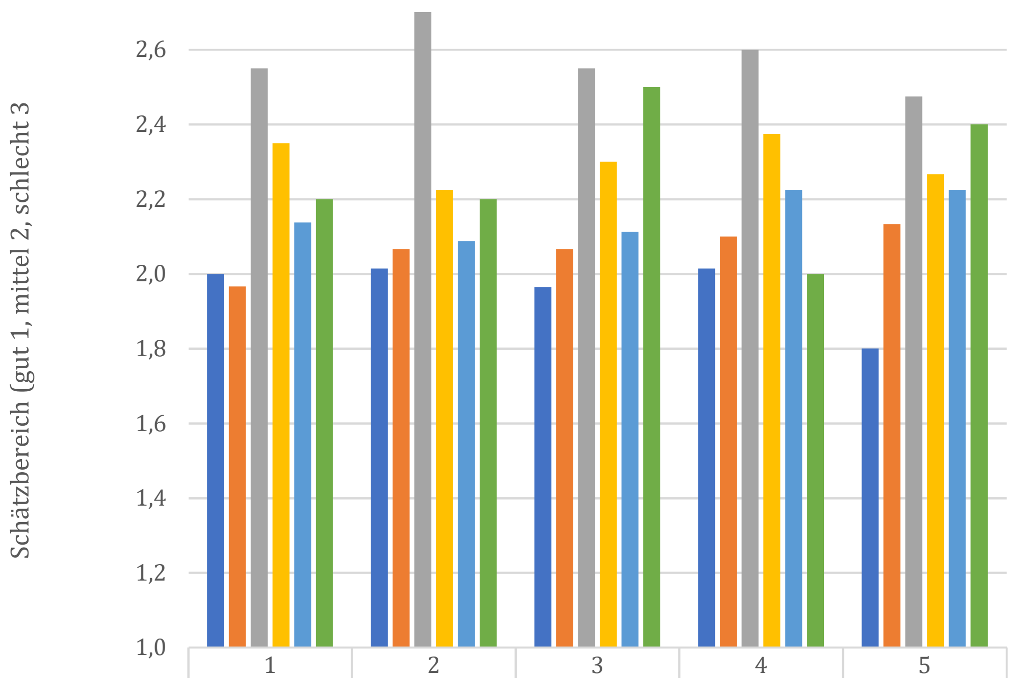


	5	8	11
Länge	2,1	1,9	1,7
Anzahl	2,2	1,9	2,2
Flächeninhalt	2,8	2,7	2,3
Volumen	2,5	2,2	2,1
Masse	2,2	2,1	1,9
Zeit	2,4	2,2	1,9

Abbildung 13: Altersabhängigkeit der Schätzergebnisse nach Größen sortiert

Die im Fragebogen der Unterstufe gestellten Fragen wurden den Größen (Länge, Anzahl, Flächeninhalt, Volumen, Masse und Zeit) zugeordnet. Für das Diagramm in Abbildung 13 wurde ein Mittelwert pro Größe und Schulstufe erstellt. **Bei jeder Größe, mit Ausnahme der Anzahl, verbessert sich die Schätzleistung mit steigendem Alter.**

2. Die Studie hat ergeben, dass **kein eindeutiger Zusammenhang zwischen der Mathematiknote** und **besseren Schätzergebnissen** besteht. Lediglich bei 2 Fragen wurde ein Zusammenhang sichtbar, bei Frage 18 (1 € Münzen auf Tischplatte) und Frage 30 (Masse eines Mannes). Dass dieser Zusammenhang bei Frage 18 besteht, kann man sich so erklären, da diese Frage einer typischen Aufgabe im Mathematikunterricht ähnelt. Bei Frage 30 könnte der Zusammenhang zufällig entstanden sein.



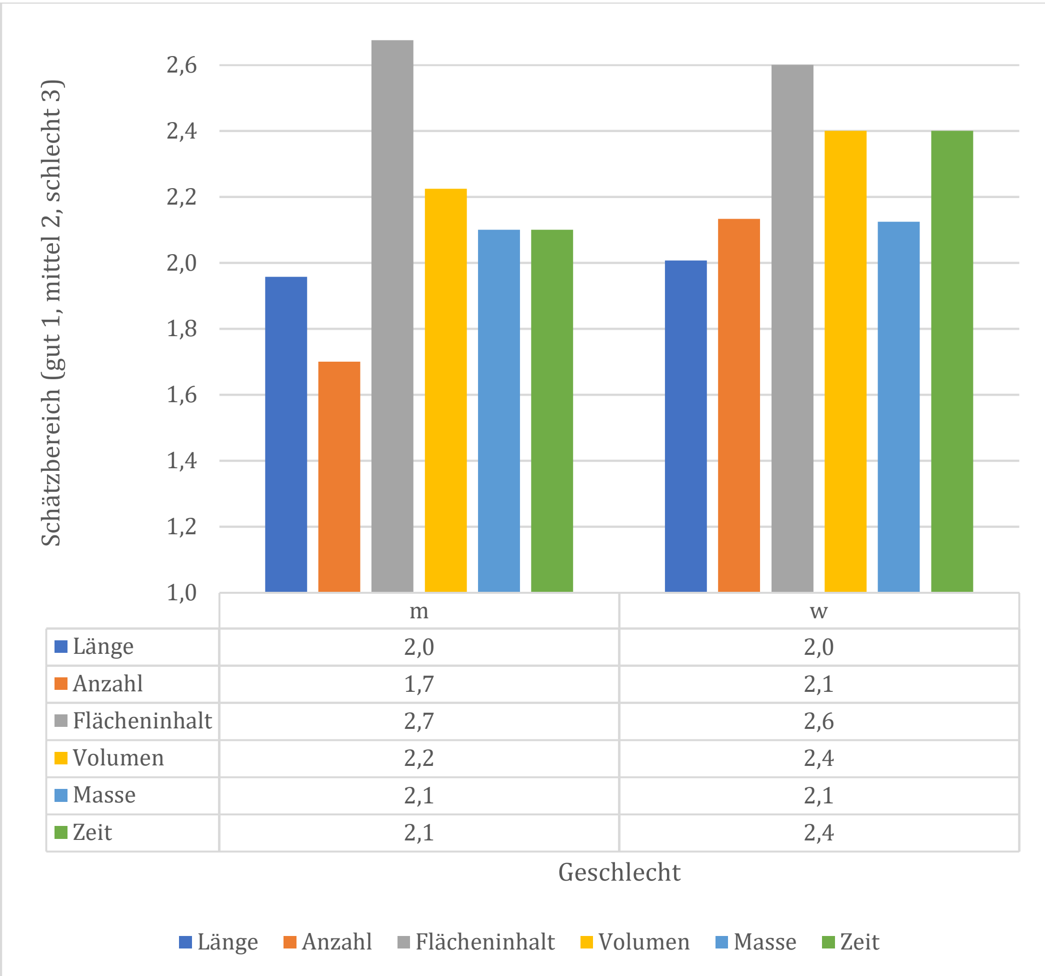
	1	2	3	4	5
Länge	2,0	2,0	2,0	2,0	1,8
Anzahl	2,0	2,1	2,1	2,1	2,1
Flächeninhalt	2,6	2,7	2,6	2,6	2,5
Volumen	2,4	2,2	2,3	2,4	2,3
Masse	2,1	2,1	2,1	2,2	2,2
Zeit	2,2	2,2	2,5	2,0	2,4

Schulnoten

Abbildung 14: Notenabhängigkeit der Schätzergebnisse nach Größen sortiert

Für das Diagramm in Abbildung 14 wurde ein Mittelwert pro Größe und Mathematiknote erstellt. Man erkennt, dass durchschnittlich **kein Zusammenhang** zwischen der Mathematiknote und den Schätzergebnissen besteht.

3. Die Studie hat ergeben, dass das Geschlecht offenbar einen Einfluss auf die Schätzergebnisse hat. In 27 von 43 Fällen ist herausgekommen, **dass die Schüler etwas besser schätzen als die Schülerinnen**. Lediglich bei 7 Fragen haben die Schülerinnen ein besseres Ergebnis erzielt als die Schüler. Bei den verbliebenen 9 Fragen konnte kein signifikanter Unterschied herausgelesen werden. Bei den folgenden Fragen haben die Schülerinnen besser abgeschnitten als die Schüler: Frage 3 (Dicke einer 1 Cent Münze), Frage 4 (Reiskornlänge), Frage 6 (Gummibärchenlänge), Frage 16 (Flächeninhalt der A-Taste), Frage 17 (Flächeninhalt der DVD-Hülle), Frage 25 (Masse eines Würfelzuckers), Frage 27 (Masse des Hühnereis)



	m	w
Länge	2,0	2,0
Anzahl	1,7	2,1
Flächeninhalt	2,7	2,6
Volumen	2,2	2,4
Masse	2,1	2,1
Zeit	2,1	2,4

Abbildung 15: Geschlechterabhängigkeit der Schätzergebnisse nach Größen sortiert

In Abbildung 15 wurde ein Mittelwert pro Größe und Geschlecht erstellt. Man erkennt im Diagramm, dass die Burschen etwas besser geschätzt haben, lediglich bei der Masse waren beide Geschlechter durchschnittlich gleich gut und beim Flächeninhalt haben die Mädchen durchschnittlich besser geschätzt. Der **größte Unterschied** in den Schätzergebnissen, bezogen auf das Geschlecht, wird bei der **Anzahl** sichtbar.

4. Die Studie hat ergeben, dass **bei Längenschätzungen** allgemein etwas **bessere Ergebnisse zu erwarten** sind.

5. Die Studie hat ergeben, dass viele SchülerInnen der Meinung sind, dass **Bilder die Schätzungen erleichtern**

6. Die Studie hat ergeben, dass sich die SchülerInnen bei **Umrechnungen von Einheiten sicher fühlen**, obwohl ich nicht den Eindruck habe, dass dies auch wirklich der Fall ist.

7. Die Studie hat ergeben**, dass im Mathematikunterricht kaum geschätzt wird**.

8. Die Studie hat ergeben, dass, den SchülerInnen Schätzaufgaben **mindestens genauso schwerfallen** wie Standardaufgaben des Unterrichts.

Insgesamt betrachtet liegen die SchülerInnen mit ihren Schätzung im **Mittelfeld**. Das heißt die Mehrheit lag mit ihren Schätzungen im mittleren Schätzbereich und wenige haben gute Schätzungen abgegeben bzw. wenige haben sehr schlechte Schätzungen gemacht. **Dennoch sind nicht wenige Schätzungen sehr daneben und werfen viele Fragen auf und geben hoffentlich einen Grund, um im Mathematik und Physikunterricht Schätzungen einzubauen.** Aus den Anmerkungen der SchülerInnen ist auch abzuleiten, dass **zu wenige Stützpunktvorstellungen vorhanden** sind, um Vergleiche zu machen, also ein weiterer Grund, um der Größenvorstellung mehr Beachtung zu schenken.

7 Wie kann die Größenvorstellung und das Schätzen verbessert werden?

7.1 Wie wird die Größenvorstellung in der Volksschule aufgebaut?

Eine wesentliche Aufgabe der mathematischen Grundschulausbildung ist der Aufbau des Mess- und Größenverständnisses. Im deutschen Mathematikunterricht dominiert dabei das umstrittene didaktische Stufenmodell. Die darin beschriebene Methode ist deshalb umstritten, da der Erfolg als sehr gering beschrieben wird, da damit weder das Messverständnis bzw. die Größenvorstellung hinreichend ausgebildet wird. Ruwisch und Franke nennen Nührenbörger, der im Stufenmodell eine allgemein nicht passende Vorstellung vom Lernen sieht. (vgl. Franke, Ruwisch, 2010, S.178f)

Auf den folgenden Seiten wird dieses didaktische Stufenmodell als Grundlage für die Ausbildung der Größenvorstellung vorgestellt. Dieses Stufenmodell sollte als Grundgerüst gesehen werden, das vielfältig ausgebaut gehört und an die SchülerInnen angepasst werden muss.
Innerhalb dieses Modelles werden folgende Phasen durchlaufen:

- *„Erfahrungen sammeln und aufgreifen“*
- *„Direktes Vergleichen von Repräsentanten“*
- *„Indirektes Vergleichen von Repräsentanten“*
- *„Umwandeln“*
- *„Rechnen mit Größen“*

(Franke, Ruwisch, 2010, S. 184)

Auf den folgenden Seiten werden die Phasen kurz beschreiben:

1. Erfahrungen sammeln und aufgreifen

Jeder macht vor Beginn des Unterrichts bereits verschiedene Erfahrungen. Diese dienen als Grundlage für den Unterricht. Die SchulanfängerInnen vergleichen, ordnen und sortieren bereits. Dabei werden auch schon qualitative Größenbezeichnungen wie größer – kleiner, schwerer – leichter, … verwendet. Oft sind bereits Maßeinheiten bekannt, zu denen jedoch häufig noch keine brauchbaren Vorstellungen existieren. Manche Messgeräte (z.B.: Obstwaage im Supermarkt, Wanduhr, Messbecher aus der

Küche,…) sind teilweise auch schon bekannt, auch wenn diese als solche noch nicht erkannt wurden.

(vgl. Franke, Ruwisch, 2010, S. 184)

2. Direktes Vergleichen von Repräsentanten

Auf diese bestehenden Erfahrungen muss aufgebaut werden. Unter direktem Vergleichen von Repräsentanten versteht man einen an Ort und Stelle durchgeführten Vergleich von zwei Objekten. Zum Beispiel stellen sich zwei Schülerinnen nebeneinander, und die SchulkameradInnen können die beiden miteinander vergleichen und entscheiden daraufhin, wer größer ist. Diese Erfahrungen legen die Grundsteine für das Verständnis von Ordnungs- und Äquivalenzrelationen. Das soll heißen, dass wenn zum Beispiel Susi größer ist als Max und Max größer ist als Maria, die SchülerInnen wissen, dass Susi größer als Maria ist. Ruwisch konnte 2008 feststellen, dass die Schulkinder zu Beginn des 1. Schuljahres schon Stäbe unterschiedlicher Längen transitiv ordnen konnten, hingegen war dies bei Objekten mit unterschiedlichen Massen schwieriger.

(vgl. Franke, Ruwisch, 2010, S.187)

3. Indirektes Vergleichen von Repräsentanten (mit Hilfe selbst gewählter Maßeinheiten)

Indirektes Vergleichen wird dann unausweichlich, wenn Objekte miteinander verglichen werden, die nicht zur selben Zeit am selben Ort sind. Die Transitivität muss zu diesem Zeitpunkt verstanden worden sein, da nun ein dritter „beweglicher“ Repräsentant als Vermittler benötigt wird. Angenommen man möchte prüfen, ob der Tisch durch die Tür passt. Zum Beispiel könnte man eine Schnur zurechtschneiden, die genauso lang ist wie die Tür breit ist. Nun kann die Schnur mit dem Tisch verglichen werden. Dabei ist die Schnur eine selbstgewählte Maßeinheit.

(vgl. Franke, Ruwisch, 2010, S.189)

4. Indirektes Vergleichen von Repräsentanten (mit Hilfe standardisierter Maßeinheiten)

Diese Stufe ist eine der wichtigsten und soll dazu beitragen ein Messverständnis aufzubauen und den Umgang mit Messinstrumenten zu schulen. Es soll auch darum gehen den Sinn von Maßeinheiten zu verstehen. Ruwisch zitiert Peter - Koop und Nührenbörger, die 2007 3 Kernideen des Messens angaben:

„Es muss eine Einheit gefunden werden. Diese muss wiederholt benutzt und dabei gezählt werden, wenn das zu Messende größer ist als die Maßeinheit. Die Maßeinheit muss systematisch untergliedert werden, wenn keine Maßzahl aus den natürlichen Zahlen das zu Messende vollständig erfasst.“ (Franke, Ruwisch, 2010, S.191)

Auf ein Beispiel angewandt heißt das: Soll ein Stoffballen vermessen werden, so wird ein 1 Meterstab verwendet, dass immer wieder von neuem auf den Stoff gelegt wird, so dass das Ende des ersten gemessenen Meters als Anschlag für den Meterstabanfang ist. Während dieses Vorganges wird mitgezählt, wie oft das Meterstabband auf die Stoffballenlänge passt. Dabei kann es natürlich vorkommen, dass ein Stück am Ende übrigbleibt, das kürzer ist als 1 Meter. Nun ist man gezwungen, den Meter in eine feinere Einheit zu zerteilten. Zum Beispiel in 100 gleich lange Abschnitte, wobei 1 Abschnitt 1 Zentimeter (Zenti - = 1/100) genannt wird. An dieser Stelle muss ein neues Messinstrument angefertigt werden, dass genau 1 Zentimeter entspricht. Man könnte zum Beispiel ein Holzstück so zuschneiden, dass dieses danach genau 1/100stel eines Meters misst. Mit diesem Holzstück kann genauso weiter verfahren werden, wie mit dem Metermaßband. Irgendwann ist man hoffentlich bei einer Genauigkeit angekommen, die vollkommen ausreichend ist für den Zeck, den die Messung erfüllen soll. Mit einer in der Natur inne lebenden Ungenauigkeit (bzw. Unschärfe) ist laut derzeitigem Forschungsstand in der Physik leider dennoch zu leben.

Diese Kernidee ist für das Messverständnis unersetzlich. Auf dieser Stufe soll auch verstanden werden, dass Maßeinheiten passend zu den betrachteten Objekten auswählt werden müssen. Dabei spielt auch schon die Messgenauigkeit eine Rolle. Die Entfernung zwischen zwei Städten wird nicht mit einem Lineal vermessen und in Zentimeter oder sogar Millimeter angegeben. Diese Genauigkeit wäre viel zu übertrieben, die Angabe in Kilometer ist oft vollkommen ausreichend. (vgl. Franke, Ruwisch, 2010, S. 191ff)

5. Umwandeln: Verfeinern und Vergröbern der Maßeinheiten

Um passende Maßeinheiten anzugeben, müssen die Kinder die Umwandlungszahlen zwischen den Einheiten kennen. Um bei Tests Umwandlungsaufgaben zu meistern, reichen formale Umwandlungsübungen. Soll jedoch der Kern der Sache verstanden werden, müssen sich die Kinder länger und intensiver anhand konkreter Objekte und Messinstrumente mit dem Zusammenhang der Einheiten auseinandersetzen. So könnte zum Beispiel eigens ein Messinstrument gebastelt werden, indem ein 1 m langer Papierstreifen durch selbstständiges Einzeichnen in Dezimeter- und Zentimeter- Abschnitten unterteilt wird. Diese Methode bei einem Kilometer durchzuführen, ist nicht sinnvoll, aber das Abschreiten und mit Kreide Einzeichnen eines Meters, auf jeden Fall. Bei anderen Größen, zum Beispiel bei der Masse und bei dem Volumen, wird die Situation bereits schwieriger, da die Umwandlungszahl hier 1000 ist und somit auf Grund der Messungenauigkeit die Unterteilung nicht mehr erfahrbar ist. 1 kg Mehl könnte jedoch theoretisch mit 1000 Büroklammern aufgewogen werden, jedoch wird die tatsächliche Anzahl auf Grund der Messungenauigkeit von 1000 stark abweichen. Hilfreich ist an dieser Stelle, den Aufbau des gesamten Größenbereichs zu durchblicken und nicht nur den Zusammenhang zwischen zwei benachbarten Maßeinheiten. Glücklicherweise sind die meisten Größenbereiche dezimal aufgebaut. Das heißt beim Umwandeln von einer Einheit in eine andere, wird immer mit einer Zehnerpotenz multipliziert und aber auch gleichzeitig dividiert. Soll die Einheit vergröbert werden, sodass zum Beispiel statt Zentimeter Dezimeter dasteht, muss die Maßzahl durch 10 dividiert werden (verfeinert werden). "Zenti" steht für ein $\frac{1}{100}$ und "Dezi-" steht für $\frac{1}{10}$, somit wird die Einheit beim Umwandeln mit 10 multipliziert (vergröbert). Anhand eines Beispiels bedeutet das:

$$5\,cm = ?\,dm \quad \overset{Umwandlung}{\rightleftarrows} \quad 5 * \frac{10}{10}\,cm \quad \overset{Präfix\ als\ Zehnerpotenz}{\hat{=}} \quad 5 * \frac{10}{10} * 10^{-2}\,m$$

$$= 0{,}5 * 10^{-1}\,m \quad \overset{als\ Präfix\ anschreiben}{\hat{=}} \quad 0{,}5\,dm$$

Dies hört sich leicht an, jedoch ist dies für die Kinder nicht leicht, besonders wenn es um abgeleitete Einheiten geht, wie z.B.: die Einheitenkette des Volumens oder des Flächeninhaltes. Denn hier sind die Umwandlungszahlen 1000 und 100 und die Sprünge zwischen km^2 und m^2 und km^3 und m^3 sind Fehlerhäufungspunkte. Eine Verbesserung der Situation schaffen beim Flächeninhalt die zusätzlichen gebräuchlichen Einheiten Ar und Hektar. So schließt sich die Lücke zwischen m^2 und km^2 und die Abstände bleiben bei der Umwandlung gleich. (vgl. Franke, Ruwisch, 2010, S.193f)

6. Rechnen mit Größen

Ab dieser Stufe beginnt das Sachrechnen, das heißt das Rechnen mit Größen. Dabei werden Aufgabenstellungen behandelt, die einen alltagsbezogenen Kontext aufweisen und alle vorhergehenden Stufen aufgreifen. Dabei wird klar, dass Größenangaben addiert, subtrahiert, vervielfacht, geteilt und ausgemessen werden können. Folgende Beispiele sollen die Verben erklären:

Addieren: Wie viel Obst liegt insgesamt im Einkaufskorb, wenn Fr. Müller 1 kg Äpfel gekauft hat und 2 kg Birnen?
→ Beim Addieren werden zwei Größenangaben addiert, die zur selben Größe gehören.

Subtrahieren: Von 500 g gehobelten Mandelblättern, verwendet Fr. Müller für eine Torte 100 g. Wie viele g Mandelblätter bleiben übrig?
→Hier werden zwei Größenangaben subtrahiert, die zur selben Größe gehören.

Vervielfachen: Fr. Müller erntet 4 Körbe mit je 5 kg Apfel. Wie viel kg Äpfel hat sie geerntet?
→Hier wird eine Größenangabe mit einer Zahl multipliziert.

Ausmessen: Fr. Müller hat 20 kg Kirschen gepflückt und verpackt diese in 1 kg Körbchen. Wie viele Körbchen kann sie verkaufen?
→Hier wird eine Größenangabe durch eine weitere Größenangabe dividiert, die zur selben Größe gehört.

Teilen: Fr. Müller hat 20 kg Kirschen gepflückt und verteilt diese Menge auf 20 Körbchen. Wie viel kg Kirschen enthält ein Körbchen?
→Hier wird eine Größenangabe durch eine Zahl dividiert.

(vgl. Franke, Ruwisch, 2010, S.201f)

7.2 Tipps für den (Sekundarstufen -) Unterricht

Im vorhergehenden Unterkapitel wurde kurz dargestellt, wie die Größenvorstellung in der Volksschule aufgebaut wird. Dieses Unterkapitel soll nun Möglichkeiten der Verbesserung in den Sekundarstufen bieten.

- Schulbuchaufgaben auf realistische Daten checken

Die meisten Aufgaben im Unterricht stammen meist aus diversen Schulbüchern. Viele LehrerInnen arbeiten generell nur mit dem Buch. Dabei ist zu allererst darauf zu achten, dass nicht blind nach irgendwelchen Aufgaben gegriffen wird. Die Mehrheit der Schulbücher ist zwar mit weitgehend guten Aufgaben gefüllt, jedoch kommt es an manchen Ecken immer noch vor, dass die Daten, die in den Angaben stehen, nicht den Daten in der Realität ähneln. (vgl. Realitätsbezogene Aufgaben, S. 2) Wenn bereits in der Angabe Daten gegeben sind, die nicht realistisch sind, kann das Ergebnis nicht mit der Realität in Verbindung gebracht werden und es werden auf lange Sicht schlechte Stützpunktvorstellungen erzeugt. Dasselbe gilt für eigens konstruierte Aufgaben, diese brauchen auch realistische Daten.

Ein Beispiel dazu: (entnommen aus einem österreichischen Schulbuch, (vgl. Realitätsbezogene Aufgaben, S. 2))

„Ein Spengler stellt eine 10 cm lange, 10 cm breite, und 22 cm hohe, oben offene Blechdose her. Berechne wie viele dm² Blech er dafür benötigt, wenn der Abfall bei der Arbeit 6 dm² 20 cm² beträgt.“

Der Realitätsbezug wird bei dieser Aufgabe vergebens gesucht.
$(A = 10\ cm * 10\ cm + 4 * 22\ cm * 10\ cm = 980\ cm^2 = 9{,}8\ dm^2, Abfall{:}\ 6{,}2\ dm^2 \Longrightarrow$ $ca.\ 40\ \%\ des\ benötigten\ Materials\ wäre\ damit\ Abfall)$ Ein Abfall von 40% ist furchtbar, wenn man annimmt, dass die einzelnen Bleche, die für die Dose nötig sind, einzeln aus einem Blechbogen gestanzt werden! Außerdem wird das benötigte

Material nicht über den Abfall berechnet, sondern der Konstrukteur erstellt eine virtuelle Schablone, auf der die Stanzteile so dicht wie möglich platziert werden. Die Software berechnet nach Fertigstellung automatisch den benötigten Flächeninhalt.

- Auf Begründung und Antwortsatz bestehen

Werden nun Aufgaben im Unterricht bearbeitet, die Größen beinhalten, dann soll am Ende jeder Aufgabe eine Begründung bzw. ein Antwortsatz stehen, die oder der das Ergebnis mit der Wirklichkeit verknüpft. Die Lehrperson soll dabei als Vorbild agieren und auch während des Unterrichts nicht auf Antwortsätze vergessen. Mit Hilfe des Antwortsatzes können auch Verständnisschwierigkeiten bei Hausübungen und Schularbeiten aufgedeckt werden. Der eigentliche Grund, warum man auf diese Begründung nicht verzichten darf, ist der, dass durch das Hinschreiben einer Antwort, noch einmal darüber nachgedacht wird, was jetzt eigentlich ausgerecht oder allgemein gefunden wurde. Beim nochmaligen Nachdenken können Fehler entdeckt werden. Dabei soll auch immer wieder im Unterricht darauf hingewiesen werden, dass die Ergebnisse immer mit der Realität verglichen werden sollten. Passt das Ergebnis nicht mit der Wirklichkeit zusammen, dann muss die Aufgabe noch einmal durchgegangen werden, da offenbar ein Fehler passiert ist.

- Schwierig zu fassende Größenangaben in bekannte umrechnen

Wird in den Aufgaben mit schwierigen Größen (z.B.: Energie, …) gerechnet und kann man sich unter dem Ergebnis nicht viel vorstellen, sollten diese Ergebnisse in bekannte Einheiten umgerechnet werden, sodass das Ergebnis mit Stützpunktvorstellungen verglichen werden kann. Ebenso, wenn es sich allgemein um sehr große bzw. sehr kleine Größenangaben handelt.

Ein Beispiel aus der **Unterstufe** dazu:

Vor einigen Jahrzehnten wurden auf einem Hektar Wald 500 Eschen zur selben Zeit eingepflanzt. Nun haben sie eine Höhe von ca. 25 m. Der Forstwirt möchte einen Kahlschlag machen, das heißt er möchte alle Bäume fällen. Die Bäume sind bereits mit dem asiatischen Pilz befallen, der für das Eschensterben in Europa verantwortlich ist. Alle Äste sind bereits morsch und können nicht mehr zum Heizen verwendet werden. Der Forstwirt schätzt, dass vom Stamm 15 m pro

Baum heizbar sind. Mit wie viel m³ Hackgut (Hackschnitzel) kann der Forstwirt rechnen?

Ein Baum mit einer Höhe von ca. 25 m hat einen Stammdurchmesser von ca. 50 cm und somit einen Durchmesser von ca. 25 cm in der Mitte. Daraus ergibt sich ein Volumen pro Baum von: $V = r^2 * \pi * h \approx \left(\frac{0{,}25}{2}\right)^2 \; m^2 * \overset{\approx\pi}{\widetilde{3}} * 15\, m \approx 0{,}7\, m^3$. Es werden 500 Eschen gefällt. Daraus ergibt sich ein Hackgut von ca. $500 * 0.7\, m^3 = 350\, m^3$.

350 m³ können sich die SchülerInnen schwer vorstellen. Ein üblicher rechteckiger Swimmingpool (4 m x 8 m x 1,5 m) fasst ca. 50 m³ Wasser, somit könnten ca. 7 Swimmingpools mit Hackschnitzel befüllt werden.

Ein Beispiel aus der **Oberstufe** dazu: (siehe Seitenanfang von Seite 41: Energie wird durch eine Temperaturerhöhung ausgedrückt, da die Temperatur einfach einzuschätzen ist)

- Einheiten immer mitschleppen

An dieser Stelle ist auch interessant zu fragen, ob Einheiten, innerhalb einer Gleichung, ständig mitgeschleppt werden sollen, oder ob sie dadurch mehr verwirren als helfen. Gemeint ist dabei:

$$A = r^2 * \pi = (1\, m)^2 * \pi = \pi\, m^2 \quad oder \quad A = r^2 * \pi = 1^2 * \pi = \pi\, m^2$$

Eines steht fest, wenn man sich für eine der beiden Möglichkeiten entschieden hat, dann muss man auch selbst, als Lehrperson, einer der beiden Varianten treu bleiben. Ein offensichtlicher Nachteil bei der linken Variante (Einheiten auch in Zwischenschritten) ist der Mehraufwand beim Schreiben, es kann auch passieren, dass Gleichungen dadurch noch unübersichtlicher werden, als sie ohnehin bereits sind. Das zusätzliche Anschreiben der Einheiten kann somit eine neue Fehlerquelle sein. Ein Vorteil ist, dass die Einheit des Ergebnisses sofort mitserviert wird, da mit den Einheiten „gerechnet" wird, als wären sie Variablen. Ein weiterer Vorteil ist, dass dadurch sofort erkannt wird, wenn mehrere nicht SI-Einheiten zusammenkommen, dass zuvor umgewandelt werden muss bzw. dass die Präfixe in Zehnerpotenzen angeschrieben werden sollten. Darüber hinaus ist das Anschreiben der Einheiten eine zusätzliche Kontrolle des Ergebnisses. Denn wenn am Ende eine Einheit herauskommt, die nicht zur berechneten Größe passt, dann wurde offenbar ein Fehler

gemacht.
Ich persönlich würde meinen, dass die Vorteile überwiegen und würde raten, die Einheiten immer mitzuschleppen, auch wenn dadurch ein Mehraufwand entsteht, der vielleicht zur Unübersichtlichkeit beitragen kann. Besonders im Fach Physik bzw. in allen naturwissenschaftlichen Fächern würde ich raten, die Einheiten mitanzuschreiben, da hier sehr häufig mit verschiedenen Größen gearbeitet wird. Zusätzlich kann man argumentieren, dass die Gleichheit nicht erfüllt ist, wenn man die Einheiten nicht mitschleppt.

Um dies zu erklären soll der Flächeninhalt eines Quadrats mit 1 m Seitenlänge berechnet werden. Es gilt:

$A = 1\,m \cdot 1m = 1\,m^2$.

Würde man die Einheit nur beim Ergebnis anschreiben, so wie es oft der Fall ist, wäre die Gleichheit verletzt, da streng genommen $1 \cdot 1 \neq 1m^2$ ist.

- Intensive Auseinandersetzung mit neu eingeführten Größen (Erstellung von Stützpunktvorstellungen)

Werden im Unterricht neue Größen eingeführt, dann würde ich dringend empfehlen, in die intensive Auseinandersetzung mit diesen zu investieren. Ich weiß, der Zeitdruck beim Unterrichten ist enorm, ich bin dennoch davon überzeugt, dass sich die Fehler im Anschluss bei den Übungsaufgaben vermindern und dadurch beim Üben in der Schule weniger Zeit eingeplant werden muss. Das heißt, die gewonnene Zeit könnte anders genützt werden, es können zum Beispiel Stützpunktvorstellungslisten von den SchülerInnen erstellt werden.

Beispiele aus der **Unterstufe**:

Im Schulbuch „Mathematik verstehen 1“ wird im Kapitel 4 „Länge, Masse, Temperatur, Zeit“ intensiv in den Aufbau von Größenvorstellungen investiert. Aufgaben zu Beginn des Kapitels geben Anlass sich aktiv im Unterricht zu beteiligen.

„Wählt als Maßeinheit die Länge eurer Füllfeder! Gebt damit die Maßzahl für die Körpergröße eures Sitznachbarn bzw. eurer Sitznachbarin an!“ (Mathematik verstehen 1, S. 116)

Die Füllfeder fungiert dabei als nicht standardisiertes Messgerät. Bei dieser Aufgabe wird nicht nur das Messverständnis geschult, sondern auch das soziale Zusammenleben.

Auf der folgenden Seite des Schulbuches werden Stützpunktvorstellungen für die Länge gegeben, die im Alltag der SchülerInnen täglich vorkommen. Leider wird jedoch nur ein Repräsentant pro Standard-Einheit (1m, 1 dm, 1 cm, 1 mm) vorgeschlagen. An dieser Stelle im Unterricht könnte man die SchülerInnen in Gruppen auffordern, weitere Objekte zu suchen. Dabei könnte man die Gruppen auf einem Plakat niederscheiben lassen, was sie gefunden haben. Eventuell könnten Fotos dazu geklebt werden, oder es könnten auch Zeichnungen der Objekte erstellt werden. Eine weitere Möglichkeit wäre auch, als Lehrkraft Objekte mitzubringen und diese dann im Unterricht gemeinsam mit den SchülerInnen zu vermessen. Der Klassenboden könnte mit Klebeband in Bereiche unterteilt werden, die den Standard-Einheiten entsprechen und die vermessenen Objekte könnten in die jeweiligen Bereiche gestellt werden. Zum Abschluss könnte man ein Foto des Klassenbodens schießen und dieses dann den SchülerInnen zur Verfügung stellen. Zusätzlich könnte nach alternativen Messinstrumenten und deren Funktionsweise recherchiert werden.

Diese Vorgehensweise kann für die Masse wiederholt werden.

Auf Seite 123 des Schulbuches wird die Temperatur eingeführt. Die erste Aufgabe zur Temperatur besteht darin, auf verschiedenen Thermometern Werte abzulesen. Daran anschließend könnte man die SchülerInnen überlegen lassen, mit welchen unterschiedlichen Temperaturen sie im Laufe eines Tages in Berührung kommen. (Bettdecke, Duschwasser, heiße Luft des Haarföhns, Umgebungs-Temperaturen drinnen und draußen, Lebensmittel aus dem Kühlschrank, heißes Toastbrot aus dem Toaster, heißer Kakao oder Tee, …) Anschließend sollen die SchülerInnen nach möglichen Größenangaben dazu recherchieren. Diese können im Schulübungsheft in einer Tabelle festgehalten werden. Mit diesen Größenangaben kann auch noch weitergearbeitet werden, indem man sie z.B. in Fahrenheit umformen lässt.

Zu Zeitspannen findet man in Mathematik verstehen 1 keine Stützpunktvorstellungen. Um solche zu erstellen, könnte man den SchülerInnen eine Liste mit Repräsentanten austeilen und einen Tagesablauf einer beliebigen Person auf Basis dieser Liste planen lassen. Dabei kann man Verschiedenes vorgeben, das unbedingt an einem Tag erfüllt werden muss.

Allgemein sollte man mit diesen erstellten Stützpunktvorstellungslisten weiterarbeiten, sodass sich diese die SchülerInnen gut einprägen. Anbieten würden sich dafür Aufgaben, bei denen die SchülerInnen Daten aus diesen Listen herauslesen müssen.

In der **Oberstufe** werden im Mathematikunterricht keine neuen Größen eingeführt. Aber dennoch sollte die Größenvorstellung weiter ausgebaut werden. Eine nette spielerische Möglichkeit dies zu tun wäre, mit den SchülerInnen hin und wieder z.B. in einer Weihnachtsstunde ein *Größen-Memory* zu spielen. (Kann natürlich auch in der Unterstufe mit den Grundgrößen gespielt werden.) Unter einem Größen-Memory kann man sich ein handelsübliches Memory vorstellen, also ein gedächtnistrainierendes Spiel, bei dem verdeckte Kartenpärchen gefunden werden müssen. Die Bilder auf den Memory-Kärtchen werden jedoch von Größenangaben und zugehörige Repräsentanten ersetzt. Das könnte folgendermaßen aussehen:

$$40\ \frac{m}{s^2}$$

Abbildung 16: Silver Star

500 kcal

Abbildung 17: Big Mac

300 kA

Abbildung 18: Blitze

Die Kärtchen kann man sich als Lehrperson, aus z.B. Ideen von SchülerInnen heraus, selbst anfertigen. Für jede Größe sollten möglichst viele verschiedene Größenangaben in verschiedenen Größenordnungen dabei sein. Dabei sollten zwei Größenangaben nicht dicht beieinanderliegen, das heißt wenn bereits 4g als Größenangabe der Beschleunigung vorkommt, sollte mindestens eine Größenordnung zwischen einer anderen liegen, da sonst die Zuordnung schwieriger wird. Beim Spielen haben die SchülerInnen eine nette Abwechslung und gleichzeitig prägen sie sich die Objekte auf den Kärtchen sehr gut ein. Die Kärtchen sollte man auf jeden Fall, bevor gespielt wird, einmal durchbesprechen, um Missverständnissen vorzubeugen.

- Das Problem der Woche (Fermi-Aufgaben lösen)

Das Bearbeiten von anwendungsorientierten Aufgaben fördert die Größenvorstellung natürlich auch, jedoch nur, wie am Anfang bereits erwähnt, wenn man selbst als Lehrperson dahinter ist, die Ergebnisse nicht im Raum stehen zu lassen, sondern über diese zu sprechen und mit ihnen zu arbeiten. Eine nette Möglichkeit wäre auch, um nicht ständig im Unterricht anwendungsorientierte Aufgaben zu lösen, da auch andere Bildungsziele erfüllt werden müssen, das Konzept des Problems der Woche einzuführen. Das Problem der Woche ist, wie der Name erraten lässt, eine Aufgabe die während einer Woche gelöst werden soll. Diese Aufgabe wird nicht im Unterricht gelöst, sondern von den SchülerInnen zuhause erledigt. Dieses Problem muss nicht als Hausübung bewertet werden, sondern kann als Zusatzleistung in die Note einfließen. Das heißt, wenn eine gewisse Anzahl an solchen Problemen im Schuljahr bearbeitet wurde, dann ist zum Beispiel die Vergabe der Note „sehr gut“ möglich. Besonders Fermi – Aufgaben würden sich für solche Probleme sehr gut eignen.

7.3 Verbesserung der Größenvorstellung und der Schätzkompetenz durch Fermi-Aufgaben

Im Unterkapitel davor wurde das Problem der Woche angesprochen. Auf den folgenden Seiten sollen mögliche Fermi – Aufgaben präsentiert werden, die im Unterricht als solche Probleme der Woche angeboten werden könnten. Allgemein sollten hin und wieder Fermi – Aufgaben den Weg in den Unterrichtsalltag finden. Sie dienen nicht nur der Größenvorstellungsausbildung, sondern sie sind auch eine gute Möglichkeit, um in ein neues Thema einzuführen, um das selbständige Arbeiten zu fördern, um Nähe zwischen Mathematik und der Realität zu schaffen, um Berechnungen zu überprüfen, ... (vgl. Ebersdorfer, 2011, S. 7-S. 10)

Bei manchen folgenden Aufgaben können auch anstatt von Schätzungen, Messungen vorgenommen werden, diese fördern natürlich auch die Größenvorstellung und in weiterer Folge die Schätzkompetenz.

Wie stark verdünnt sind Homöopathika? (aus: Physik im Alltag Vorlesung von Herrn Martin Apollin)

Es wird angenommen, dass sich in einem Fläschchen 1 Mol Wasser befindet. Ein Mol einer Substanz enthält immer ca. 10^{24} Teilchen. Wissen muss man, dass in der Homöopathie, Potenzierungsangaben, wie zum Beispiel C1, heißen, dass der Ausgangsstoff, im Falle von C1, auf 1:100 (1 Teil Urtinktur und 100 Teile Wasser) verdünnt wurde. Es gilt, dass C**n** gleich $1:10^{2\boldsymbol{n}}$ bedeutet. Wenn man C12 eines Stoffes heranzieht, dann entspricht diese Verdünnung dem Verhältnis von $1:10^{24}$. In einem Mol befinden sich 10^{24} Teilchen, also befinden sich in einem Mol C12 verdünntem Homöopathikum höchstens nur mehr ein Teilchen des Ausgangsstoffes. Das heißt bei stärkeren Verdünnung als C12 würde man lediglich nur mehr Wasser verdünnen.

Wie viel Liter Wasser geht über ein Jahr an einem tropfenden Wasserhahn verloren? Wie viele Badewannen könnte man mit diesem Wasser füllen?

Ein Wassertropfen kann als Kugel angenähert werden, wobei der Durchmesser ca. 6 mm entspricht. Das Volumen einer Kugel ist gleich $\frac{3}{4} * \pi * r^3$. Wenn $\pi \approx 3$, dann ergibt sich ein Volumen von $\frac{3*3*\left(\frac{6}{2}\right)^3 mm^3}{4} \approx 60\ mm^3$.

Ein tropfender Wasserhahn verliert alle 2 Sekunden einen Wassertropfen. (kann natürlich stark variieren)
Ein Jahr hat 365 Tage und somit 365*24*60*60 Sekunden. In einem Jahr fallen daher $\frac{365*24*60*60}{2} \approx 16\,000\,000$ Wassertropfen. Das sind $16\,000\,000\ Tropfen * 60\ mm^3 \approx 1000\ l$ Wasser (1 m^3) pro Jahr, die verloren gehen.

Abbildung 19: Tropfender Wasserhahn

Eine Badewanne fasst ca. $140\ l$. Das heißt es könnten $\frac{1000\ l}{140\ l} \approx 7$ Badewannen befüllt werden.

Wie viele Bücher könnte man in einem Menschenleben lesen?

Ein Buch hat im Durchschnitt 400 Seiten und um eine Seite zu lesen, benötigt man ca. 2 Minuten. Also braucht man $400\ Seiten * 2\ \frac{min}{Seite} = 800\ min = 13$ Stunden für ein gesamtes Buch. Ein Buch lesen kann man ab einem Alter von 10 Jahren bis ins hohe Alter von 85 Jahren. Von diesen 75 Jahren arbeitet man häufig ca. 45 Lebensjahre 40 Stunden in der Woche, 8 Stunden pro Tag sollte man schlafen und ca. 3 Stunden benötigt man, um der Körperpflege nachzugehen und um zu Essen. Daraus ergeben sich für die jeweiligen Lebensabschnitte:

$10 - 15\ Jahre$: $\mathbf{8}$ $Stunden\ Schlaf\ pro\ Tag$, $\mathbf{3}$ $Stunden\ für$ $Körperpflege\ und\ Nahrungsaufnahme\ und$ $\mathbf{8}$ $Stunden\ Lernaktivitäten$

$16 - 60\ Jahre$: $\mathbf{8}$ $Stunden\ Schlaf\ pro\ Tag\ und$ $\mathbf{40}$ $Stunden\ pro\ Woche$ $um\ zu\ arbeiten,$

$\mathbf{2}$ $Stunden\ für\ Körperpflege\ und\ Nahrungsaufnahme$

$61 - 85\ Jahre$: $\mathbf{8}$ $Stunden\ Schlaf\ pro\ Tag\ und$ $\mathbf{3}$ $Stunden\ für$ $Körperpflege\ und\ Nahrungsaufnahme$

Im Alter zwischen 10 und 15 Jahren kann man $\overbrace{5 * 365 * 24}^{5\ Jahre\ in\ h} - 5 * (\mathbf{8} * 365 + \mathbf{3} * 365 + \mathbf{8} * 365) = 9125$ Stunden zum Lesen verwenden.

Im Alter zwischen 16 und 60 Jahren kann man $\overbrace{44 * 365 * 24}^{44\ Jahre\ in\ h} - 44 * (\mathbf{8} * 365 + \mathbf{40} * 52 + \mathbf{2} * 365) = 133\,320$ Stunden lesen.

Und im Alter zwischen 61 und 85 Jahren kann man $\overbrace{24 * 365 * 24}^{24\ Jahre\ in\ h} - 24 * (\mathbf{8} * 365 + \mathbf{3} * 365) = 113\,880$ Stunden Bücher lesen.

Insgesamt stehen $9\,125 + 133\,320 + 113\,880 = 256\,325$ Stunden innerhalb eines Lebens zum Lesen zur Verfügung.

Somit könnte man ca. $\frac{256\,325\ Stunden}{13\ Stunden} \approx 20\,000$ Bücher in einem Menschenleben lesen.

Wie schwer ist die oberste 1 mm dicke Bodenschicht der Erde? Wie viele LKW's könnte man damit beladen?

Die Erde kann als Kugel angenähert werden mit einem Radius von rund R = 6 000 km. Die Erde hat eine Oberfläche von ca. $O = 4 * r^2 * \pi = 4 * 6\,000^2 km^2 * 3 = 432\,000\,000$ km². Das Volumen der 1 mm dicken Bodenschicht ist somit annähernd gleich $V = O * 1\,mm = 432 * 10^6\,km^2 * 10^{-6} km = 432\,km^3$.

70% der Erdoberfläche ist mit Wasser bedeckt, nur **5%** sind mit Sand bedeckt, der Rest (**25%**) besteht aus Gestein und Humus. Wasser hat eine Dichte von 1 000 kg/m³. Sand hat eine Dichte von rund 1200 kg/m³. Humus ist gleichzusetzen mit Blumenerde und ein 40 l Blumenerdensack hat ca. 20 kg, daraus ergeben sich 500 kg/m³. Da jedoch nicht nur reiner Humus auftritt, sondern auch schwere Lehmerde und da auch Gesteine wie zum Beispiel Kalkgestein mit einer Dichte von rund 2 000 kg/m³ vorkommen, kommt man auf eine mittlere Dichte von 1 200 kg/m³. Daraus ergibt sich eine Masse für die Bodenschicht von: $m = \mathbf{0,7} * 432 * 10^9 m^3 * 1000\,\frac{kg}{m^3} + \mathbf{0,3} * 432 * 10^9 m^3 * 1200\frac{kg}{m^3} \approx 5 * 10^{14}$ kg.

Ein 3 Achs-LKW darf mit maximal 14 Tonnen beladen werden. Daraus ergeben sich $\frac{5*10^{11}t}{14\,t} \approx 4 * 10^{10}$ LKW-Ladungen. (Möglich wäre auch eine Längenschätzung hinzuzufügen, in dem man ein Bild eines LKW zur Aufgabenstellung dazugibt, dass zur Volumenbestimmung der Ladefläche verwendet werden könnte.)

Ein 3 Achs-LKW hat ca. eine Länge von 8 m. Reiht man die $4 * 10^{10}$ LKW's hintereinander auf, so ergibt sich eine LKW-Schlang mit einer Länge von $3 * 10^{11}$ km. Das Licht würde für diese Strecke 280 Stunden benötigen.

Welche Zentripetalbeschleunigung wirkt auf die Erde, um auf der Umlaufbahn zu bleiben?

Nimmt man an, dass die Erde auf einer kreisförmigen Bahn, um die Sonne kreist und dass die newtonsche Gravitationskraft F_g zwischen den beiden wirkt, dann kann das Erde-Sonne-Modell folgendermaßen beschrieben werden:

$F_g = \frac{G*M*m}{r^2}$, wobei G die Gravitationskonstante, M die Sonnenmasse, m die Erdmasse und r der Abstand zwischen den Himmelskörpern sind. F_g ist für die Zentripetalbeschleunigung a_z der Erde verantwortlich: $F_g = m * a_z$.

Die Sonne hat eine Masse von 10^{30} kg, die Erde hat eine Masse von 10^{24} kg. Das Licht von der Sonne benötigt ca. 8 Minuten, um auf die Erde zu treffen. Das Licht hat eine Geschwindigkeit von 300 000 km/s. Daraus ergibt sich ein Abstand zwischen Sonne und Erde von: $r = 300\,000\ \frac{km}{s} * 8 * 60\ s = 144\ Millionen\ km\ \approx 10^8 km$. Dabei haben die beiden Radien keinen signifikanten Einfluss auf den Abstand. Die Gravitationskonstante ist ca. $7 * 10^{-11} \frac{m^3}{kg*s^2}$. Somit ist $a_z = \frac{F_g}{m} = \frac{G*M*m}{r^2*m} = \frac{G*M}{r^2} =$

$\frac{7*10^{-11}\frac{m^3}{kg*s^2}*10^{30}kg}{(10^8)\text{^}2\ km^2} = \frac{7*10^{19}\frac{m^3}{s^2}}{10^{16}km^2} = \frac{7*10^{19}\frac{m^3}{s^2}}{10^{16}*10^6m^2} = 7 * 10^{-3}\frac{m}{s^2} \approx 10^{-2}\frac{m}{s^2}$.

Offenbar liegt der Grund, dass wir diese Zentripetalbeschleunigung nicht wahrnehmen, in der Tatsache, dass diese Beschleunigung um 3 Größenordnungen kleiner ist als die Gravitationsbeschleunigung mit $10\ \frac{m}{s^2}$.

Welche Bahngeschwindigkeit haben wir auf Grund der Erdrotation?

Die Erde benötigt für eine volle Umdrehung um die eigene Achse *T* = 24 h. Die Winkelgeschwindigkeit ω berechnet sich wie folgt: $\omega = 2 * \pi * \frac{1}{T} = 2 * 3 * \frac{1}{24\,h} = 0{,}25\ \frac{1}{h}$.

Die Bahngeschwindigkeit v ist gleich dem Produkt aus der Winkelgeschwindigkeit ω und dem Erdradius *R.* Den Erdradius R kann man auf ca. 6000 km schätzen. Daraus ergibt sich eine Bahngeschwindigkeit von $v = \omega * R = 0{,}25\frac{1}{h} * 6\,000\ km =\ 1\,500\ \frac{km}{h}$.

Ein Passagierflugzeug fliegt mit Rückenwind mit einer Geschwindigkeit von ca. 1000 $\frac{km}{h}$. Das heißt wir drehen uns mit der Erde ca. 1,5-mal so schnell wie ein Passagierflugzeug.

Wie hoch ist die Dichte des Menschen? Versuche zwei verschiedene Bestimmungswege anzugeben!

1. Möglichkeit: Dichte der Stoffe, die den Körper bilden, schätzen

Der menschliche Körper besteht in groben Zügen aus Wasser (60%), Knochen, Muskel-, Fett- und Bindegewebe. Die Dichten von diesen Bestandteilen unterscheiden sich nicht erheblich, sie liegen im Bereich der Dichte von Wasser. Fett ist lediglich etwas leichter als Wasser, Muskeln und Knochen sind etwas schwerer als Wasser. Da der menschliche Körper mit entleerter Lunge im Wasser untergeht, und da der Hauptbestandteil des Körpers Wasser ist, ist die Dichte des Menschen nur geringfügig höher als Wasser, die gleich 1000 kg/m^3 ist.

Eine Recherche im Internet ergibt eine durchschnittliche Dichte eines erwachsenen Menschen von 1055 kg/m^3. (vgl. Dichte des Menschen)

2. Möglichkeit: Volumen und Masse des Menschen schätzen bzw. messen, daraus die Dichte berechnen

Die Körpermasse eines erwachsenen Mannes liegt durchschnittlich bei 78 kg. Ein einfaches Modell des menschlichen Körpers ist, wenn man die äußeren Extremitäten (Arme, Beine) als Zylinder, den Oberkörper und Kopf als Quader modelliert.

Die Körpergröße eines erwachsenen Mannes liegt im Durchschnitt bei 1,79 m. Die Armspannweite ist in etwa so groß wie die Körperhöhe. Die Beinlänge ist ca. gleich der halben Körperhöhe und der Oberkörper macht ca. 2/3 der halben Körperhöhe aus. Die Länge des Kopfes misst ca. ein Sechstel der Körperhöhe. Die Oberschenkel bzw. die Oberarme haben einen größeren Durchmesser als die Unterschenkel und Unterarme. Der Oberkörper eines Mannes ist bei den Schultern breiter als bei der Hüfte, da auf Grund der Vernachlässigung von Hals, Füßen und Händen ein Volumsanteil fehlt, kann der reale Oberkörper eines Mannes auf einen Quader ergänzt werden.

Folgende Daten wurden gemessen und beziehen sich auf einen 25 - jährigen Mann mit einem Körpergewicht von 85 kg und einer Körpergröße von 192 cm.

David: In Abbildung 20 ist die Wahl der Koordinatenachsen eingezeichnet.

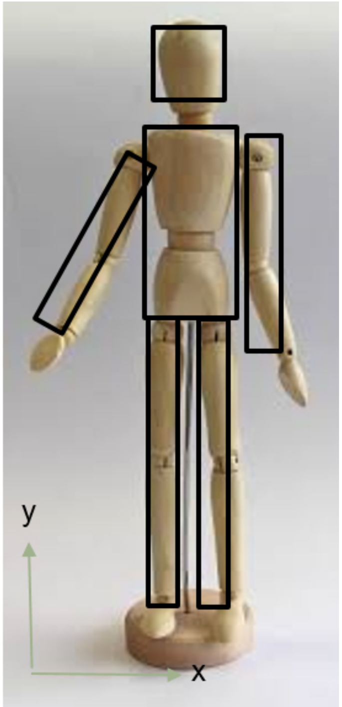


Abbildung 20: Modellierung Gliederpuppe

Kopf: Quader (x / y / z) = (15 cm / 26 cm / 19 cm)

Oberkörper: Quader (32 cm / 67 cm / 19 cm)

Arm: Oberarm (d = 9 cm), Unterarm (8 cm),
Durchschnitt Arm:
(d/l) = (8,5 cm / 63 cm)

Bein: Oberschenkel (Durchmesser = 11 cm),
Unterschenkel (9 cm),
Durchschnitt Bein:
(d/l)= (10 cm / 92 cm)

Daraus ergibt sich ein Gesamtvolumen von:

$$V = Kopf + Oberkörper + 2 * Arm + 2 * Bein = 15\ cm * 26\ cm * 19\ cm + 32\ cm * 67\ cm * 19\ cm + 2 * 8{,}5^2 cm^2 * \overset{\approx\pi}{\widetilde{3}} * 63cm + 2 * 10^2 cm^2 * \overset{\approx\pi}{\widetilde{3}} * 92\ cm = 130\,656{,}5\ cm^3 \approx 0{,}1\ m^3 .$$

Somit ist die durchschnittliche Dichte von David:

$$\varrho = \frac{m}{V} = \frac{85\ kg}{0{,}1\ m^3} = 850 \frac{kg}{m^3}$$

Das Ergebnis würde bedeuten, dass ein regloser David im Wasser schwimmen würde, da dieser eine niedrigere Dichte als Wasser hat. David hat einen sehr niedrigen Körperfettanteil und müsst dadurch eine Dichte über 1000 kg/m³ haben, er sinkt auch sofort mit gefüllten Lungen im Schwimmbad zu Boden. (Dabei erfährt er keinen Auftrieb durch Schwimmbewegungen.) Offenbar muss das Modell verbessert werden, das Volumen des Körpers ist zu hoch. Das Beispiel zeigt, dass die Modellbildung entscheidend ist und dass auch mit weniger Aufwand bessere Ergebnisse erzielt werden können. (siehe Möglichkeit 1) Das Ergebnis liegt aber dennoch ca. in der richtigen Größenordnung.

3. Möglichkeit: Volumsbestimmung durch die Verdrängungsmethode

Eine weitere Möglichkeit die Dichte „rechnerisch" zu bestimmen wäre, das Volumen durch die Verdrängungsmethode zu ermitteln und die Masse erneut zu schätzen. Dabei muss ein Mensch, in einer ausreichend befüllten Badewanne, vollständig untertauchen. Bevor die Person in die Wanne steigt, sollte der anfängliche Wasserstand markiert werden, ebenso während die Person vollständig unter der Wasseroberfläche ist. Der Abstand zwischen den beiden Markierungen kann geschätzt oder abgemessen werden.

Die Grundfläche der Badewanne hat in den meisten Fällen die Form eines Langlochs (Halbkreis + Rechteck + Halbkreis). Grundfläche mal Höhe (geschätzter oder abgemessener Abstand) ergibt das verdrängte Volumen. Durch Berechnung des verdrängten Volumens kann auch auf die Dichte geschlossen werden (analog zu 2. Möglichkeit).

Wie viele 100 W Glühbirnen würden dieselbe Energie wie die Sonne liefern?
(aus: http://www.michael-holzapfel.de/schuelerseite/fermifragen.html, Stand: 23.05.17))

Ist die Solarkonstante eine bekannte Stützpunktvorstellung, dann kann folgendermaßen vorgegangen werden:

Die Solarkonstante liegt im Bereich von $10^3 \frac{W}{m^2}$ und gibt die Intensität auf einer Kugelfläche mit dem Radius, der gleich dem Abstand zwischen Sonne und Erde ist, an. Der Abstand zwischen Sonne und Erde ist ca. 10^8 km. Daraus ergibt sich eine Kugelfläche von: $O = 4 * r^2 * \pi \ \approx 4 * (10^8)^2 \ km^2 * 3 \ \approx 10^{17} km^2$. Das heißt die Sonne emittiert eine Strahlungsleistung von $P = 10^3 \frac{W}{m^2} * 10^{17} km^2 = 10^3 * 10^{17} * 10^6 \ W = 10^{26} \ W$. Somit würde man $\frac{10^{26} W}{10^2 W} = 10^{24} \ Glühlampen \ (100 \ W)$ benötigen, um die Sonne energetisch zu ersetzen.

An dieser Stelle könnte man darauf hinweisen, dass die Spektralverteilungen der beiden Strahler, also der Glühlampe und der Sonne, sich sehr voneinander unterscheiden. Deshalb würde wahrscheinlich dieser Ersatz drastische Auswirkungen auf das Leben auf der Erde haben. Die Glühbirne setzt nur 5% der elektrischen Energie in sichtbares Licht um, die Mehrheit wird in Form von Strahlung mit niedrigerer Wellenlänge als Licht (Infrarotstrahlung) abgegeben.

Ist die Solarkonstante nicht bekannt, könnte man sie auch experimentell ermitteln. Siehe dazu folgenden Link: http://www.gymnasium-jessen.de/fbphysik/fb_ph_x0.htm (Stand: 23.05.17)

Wie auch gezeigt wurde, sind Fermi-Aufgaben Modellierungsaufgaben.

Deshalb ist auch wichtig, bei Fermi-Aufgaben, über mögliche Modellverbesserungen zu sprechen und darauf hinzuweisen, dass ein Modell kein Abbild der Natur ist, sondern sehr viele Vereinfachungen trägt und immer wieder verbessert werden kann.

Folgende Aufgaben sind zwar keine klassischen Fermi-Aufgaben, dennoch müssen manche Größen geschätzt werden, um zu einer Lösung zu gelangen:

Wie lange kann ein nackter erwachsener Mensch im Eiswasser, der auf Hilfe wartet, überleben?

Um eine Chance zu haben, darf die Körpertemperatur eines gesunden Menschen nicht unter 27°C sinken. Der Mensch hat eine normale Körpertemperatur von 37°C. Das heißt die Körperinnentemperatur darf nicht um mehr als 10°C sinken.

Der Wärmefluss erfolgt über Wärmeleitung und kann durch folgenden Zusammenhang beschrieben werden:

$\frac{dQ}{dt} = -\lambda * \frac{A}{d} * \Delta T$ (Fouriersches Gesetz)

Dabei ist $\frac{dQ}{dt}$ der sogenannte Wärmestrom oder auch die verlorene Wärmeleistung, λ ist die Wärmeleitfähigkeit des leitenden Stoffes, A ist die Körperoberfläche, d ist die Dicke der Fettschicht und ΔT ist die Temperaturdifferenz zwischen Körpermitte und Hautoberfläche.

Die rechte Seite des Fourierschen Gesetzes wird mit *H* addiert. *H* soll die Heizleistung des Menschen darstellen, da ein Mensch innerhalb einer Stunde 5 kJ Wärme produziert.

$\Longrightarrow \frac{dQ}{dt} = -\lambda * \frac{A}{d} * \Delta T + H$

(Die Vorzeichen sind so gewählt worden, dass die nach außen fließende Energie negativ ist.)

Es gilt auch:

$C = \frac{dQ}{dT}$, wobei C die Wärmekapazität eines Materials ist, das die Wärme speichert. Formt man nun diese Gleichung auf $dQ = C * dT$ um und setzt dies in das Fouriersche Gesetz ein, so ergibt sich:

$$C * \frac{dT}{dt} = -\lambda * \frac{A}{d}(T(t) - T_{\text{Haut}}) + H$$

Dies ist nun eine Differentialgleichung 1. Ordnung, die zum Beispiel mit Hilfe von Geo Gebra gelöst werden könnte.

Der menschliche Körper besteht zum Großteil aus Wasser und deshalb kann die Wärmekapazität von Wasser herangezogen werden. Ein erwachsener Mann hat durchschnittlich eine Körpermasse von 78 kg und einen Wasseranteil von **60%**. Das heißt, die Wärmekapazität für einen Mann kann auf folgenden Wert geschätzt werden: $C = \mathbf{0{,}6} * 78\ kg * 4\ \frac{kJ}{kg\ K} \approx 2 * 10^5\ \frac{J}{K}$. (spezifische Wärmekapazität von Wasser ≈ $4\ \frac{kJ}{kg\ K}$)

$\lambda = 0{,}16\ \frac{W}{m\ K}$ ist die Wärmeleitfähigkeit von Fett.

Es wird eine durchschnittliche Fettschicht von d = 5 mm angenommen und die Körperoberfläche eines Erwachsenen liegt bei *A* = 1,7 m².

Die Temperatur der Haut wird mit $T_{\text{Haut}} = 0°C$ angenommen.

Die Lösung der Differentialgleichung, mit der Anfangsbedingung *T*(0) = 37°C, ist folgende Funktionsgleichung der Innentemperatur in Abhängigkeit von der Zeit:

$T(t) = 37 * e^{-3{,}4*10^{-4}*t*3600}$

(*T* ist in °C einzusetzen und *t* in Stunden.)

Folgende Grafik (erstellt mit Geo Gebra) soll den Funktionsgraphen veranschaulichen:

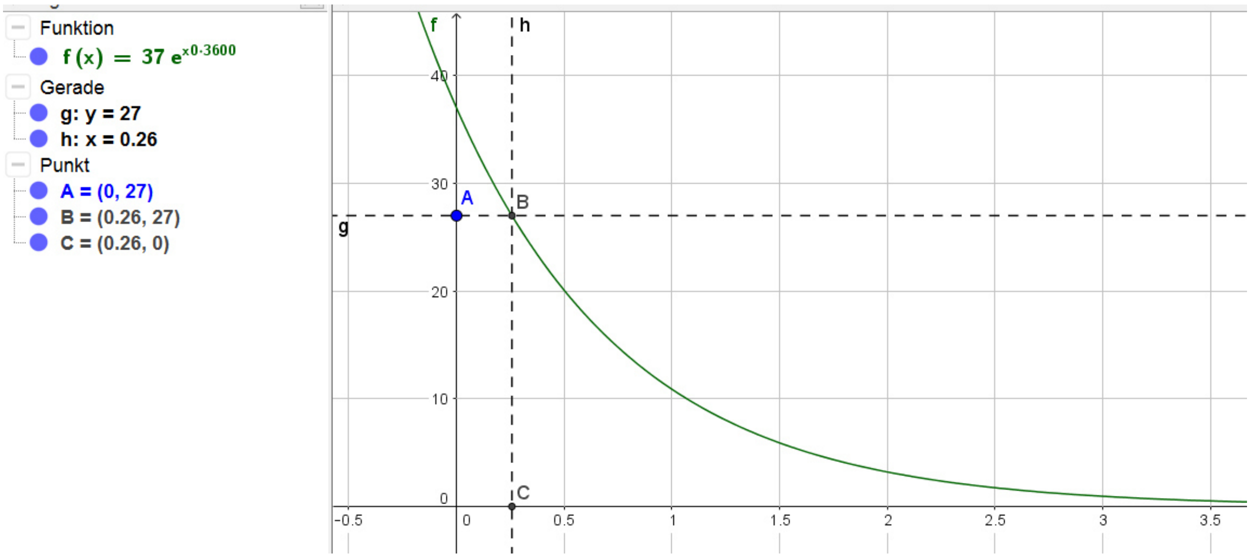


Abbildung 21: Abkühlkurve eines Menschen im Eiswasser

In Abbildung 21 erkennt man, dass der menschliche Körper nach ca. 0,26 h (15,6 min) auf eine Körperinnentemperatur von 27°C abgekühlt ist. Laut Wikipedia kann bei dieser Temperatur bereits der Kältetod eintreten. Man verliert das Bewusstsein und allmählich stellen sich Herzrhythmusstörungen ein. Wichtig dabei zu beachten ist, dass die körperliche Verfassung entscheidend ist und die oben dargestellte Berechnung nur eine grobe Abschätzung liefert. Der Mensch wurde so modelliert, als hätte dieser im Inneren eine homogene Körpertemperatur. In Wahrheit ist die Körpertemperatur von der Körperregion abhängig und zusätzlich ist die Fettschicht nicht überall gleich stark ausgeprägt. Diese Tatsachen dürfen nicht aus den Augen gelassen werden!

Eine etwas weniger schwierigere Aufgabe zum selben Thema wäre:

Welche Energie muss ein erwachsener Mensch zu sich führen, der sich 1 h lang im Eiswasser befindet, um die Körpertemperatur zu halten?

Um die Körpertemperatur von 37°C zu halten, muss der Mensch jene Energie zuführen, die durch Wärmeleitung aus seinem Körper entweicht. Dabei wirkt das Körperfett als Schutz gegen die Kälte. Kleidung wird dabei nicht beachtet, das heißt man kann sich vorstellen, der Mensch hat lediglich eine Badehose an.

Das Fouriersches Gesetz hängt vom Material, Oberfläche, Dicke und Temperaturdifferenz ab.

$P = \frac{E}{t} = \lambda * \frac{A}{d} * \Delta T$

Dabei ist P die verlorene Wärmeleistung (Energie pro Zeit), λ ist die Wärmeleitfähigkeit des leitenden Stoffes, A ist die Körperoberfläche, d ist die Dicke der Fettschicht und ΔT ist die Temperaturdifferenz zwischen Körpermitte und Hautoberfläche.

Die Wärmeleitfähigkeit von Fett beträgt 0,16 W/(mK). Die Körperoberfläche eines erwachsenen Menschen beträgt ca. 1,7 m². Angenommen der Mensch hat eine durchschnittliche Fettschicht von 5 mm, dann gilt:

$$\frac{E}{t} = \lambda * \frac{A}{d} * \Delta T \Rightarrow E = \frac{\lambda * A * \Delta T * t}{d} = \frac{0{,}16 \, \frac{W}{m*K} * 1{,}7 \, m^2 * 37 \, K * 60 * 60 \, s}{5 * 10^{-3} m}$$
$$\approx 7 * 10^6 J \approx 1800 \, kcal$$

Der Mensch müsste somit ca. 1800 kcal zu sich führen, um auf seiner Körpertemperatur zu bleiben. Die benötigte Energie entspräche der verbrannten Energie nach ca. 3 h schwimmen. (Würde man 1 Stunde lang schwimmen, hätte man am Ende ca. 600 kcal verbrannt.)

Wie viel muss ein Blauwal pro Tag fressen? (aus: Physik im Alltag Vorlesung von Herrn Martin Apollin)

Um zu überleben und seine Körpertemperatur zu halten, muss der Blauwal Nahrung aufnehmen. Er muss mindestens so viel Energie zu sich nehmen, wie über die Fettschicht aus seinem Körper entweicht. Die Wärmeleitungsformel hängt vom Material, Oberfläche, Dicke und Temperaturdifferenz ab.

$P = \lambda * \frac{A}{d} * \Delta T$

Dabei ist P die verlorene Wärmeleistung, λ ist die Wärmeleitfähigkeit des leitenden Stoffes, A ist die Oberfläche des Wals, d ist die Dicke der Fettschicht und ΔT ist die Temperaturdifferenz zwischen Körpermitte und Hautoberfläche.

Blauwale können bis zu 30 m lang werden und haben einen Durchmesser von ca. 5 m. Der Körper des Blauwals kann vereinfacht als Zylinder angenommen werden. Die Oberfläche des Wals kann als Mantel des Zylinders angenommen werden, obwohl der Wal, hinten und vorne spitz zuläuft. Somit ist $A = d * \pi * l \approx 5\,m * 3 * 30\,m = 450\,m^2$.

Ein Blauwal hat eine ca. 5 dm dicke Fettschicht, die eine Wärmeleitfähigkeit von 0,16 $\frac{W}{m\,K}$ hat. Die Körpertemperatur des Wals kann auf 37°C geschätzt werden. Da der Blauwal im Sommer auf Nahrungssuche in die polaren Meerregionen auswandert, liegt die Außentemperatur auf ca. 5°C.

Daraus ergibt sich eine benötigte Tagesenergie von:

$$E = \lambda * \frac{A}{d} * \Delta T * t = 0{,}16\,\frac{W}{m\,K} * \frac{450\,m^2}{0{,}5\,m} * (37°C - 5°C) * 24 * 3600\,s \approx 4 * 10^8\,J$$

Blauwale ernähren sich von Plankton, hauptsächlich von Krill. 1 kg Krill hat einen Brennwert von 300 kJ. Somit müsste ein Blauwal $\frac{4*10^8 J}{3*10^5 J} \approx 1\,t$ Krill pro Tag verschlingen.

Laut Wikipedia frisst ein Blauwal pro Tag 3,5 t Kleikrebse, somit stimmt zumindest die Größenordnung.

Weitere Aufgaben würden den Rahmen dieser Arbeit sprengen, deshalb möchte ich besonders auf die Arbeit von Frau Ebersdorfer (Mehr denken statt rechnen – Fermi-Aufgaben im Mathematikunterricht) verweisen, die sich mit Fermi-Aufgaben intensiver auseinandergesetzt hat. In der Arbeit von Frau Ebersdorfer werden viele Aufgaben mit Lösungen und mit möglichen Einsätzen im Unterricht dargestellt.

8 Zusammenfassung

Das Schätzen begegnet uns sehr häufig im Alltag und somit sollte die Schätzkompetenz auch von Seiten der Schule gefördert werden. In den Kompetenzmodellen für Mathematik und Physik wurden sogar Hinweise dafür gefunden, dass das Schätzen im Unterricht behandelt werden soll. Dennoch trat in der Studie, die im Rahmen dieser Arbeit erstellt wurde, zu Tage, dass im Unterricht kaum geschätzt wird. Dementsprechend fielen die Schätzergebnisse der Studie aus. Sehr viele utopische Größenangaben wurden sichtbar, die die Schüler und Schülerinnen verwenden, um Objekte des alltäglichen Lebens zu beschreiben. Oft lagen viele Größenordnungen zwischen den realen und den geschätzten Größenangaben. Sichtbar wurde auch, dass die Größenvorstellung mit steigendem Alter besser wird, jedoch kann auch in den höheren Schulstufen noch nicht von einer sicheren Schätzkompetenz gesprochen werden. Diese Arbeit soll darauf aufmerksam machen, dass das Schätzen auch in der Sekundarstufe gefördert werden muss. Fermi – Aufgaben können dazu einen wesentlichen Beitrag leisten. In der Studie und beim Kontakt mit den StudienteilnehmerInnen wurde für mich außerdem sichtbar, dass Schätzaufgaben Spaß machen und eine nette Abwechslung zu den üblichen anwendungsorientierten Aufgaben sind. Ich hoffe auch gute Tipps für den Unterricht angeführt zu haben, um langfristig eine gute Größenvorstellung bei den SchülerInnen aufzubauen.

Christoph Drösser schreibt in seinem Buch „Der Mathematikverführer“**:**

„Also: Haben Sie Mut zur Ungenauigkeit, solange die Größenordnung stimmt. Dann bekommen Sie mit etwas Übung das Reich der Zahlen in den Griff.“

9 Literatur

Greefrath G., Didaktik des Sachrechnens in der Sekundarstufe, 2010, Spektrum Akademischer Verlag

Humenberger H., Schuppar G., Elementare Numerik für die Sekundarstufe, 2015, Springer Spektrum

Franke M., Ruwisch S., Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule, 2010, Spektrum Akademischer Verlag, 2. Auflage

Paulos J. A., Zahlenblind- Mathematisches Analphabetentum und seine Konsequenzen, 1990, Heyne Verlag

Giancoli D. C., Physik, 2006, Pearson Studium, 3. Auflage

Wagner P., Reischl G., Steiner G., Einführung in die Physik, 2012, Facultas Verlags- und Buchhandels AG, 2. Auflage

Alten H.-W., Djafari Naini A., Eick B., Folkerts M., Schlosser H., Schlote K.-H., Wesemüller-Kock H., Wußing H., 4000 Jahre Algebra, 2014, Springer Spektrum, 2. Auflage

Ebersdorfer A. E., 2011, Mehr denken als rechnen – Fermi – Aufgaben im Mathematikunterricht, Diplomarbeit der Universität Wien

Elektronische Quellen:

https://www.aphorismen.de/suche?f_autor=1395_Carl+Friedrich+Gau%C3%9F (Zitat von Carl Friedrich Gauß, Stand: 06.02.2017)

https://de.wikipedia.org/wiki/Fermi-Problem (Fermi-Problem, Stand: 08.02.2017)

https://www.bifie.at/system/files/dl/Deskriptoren_BiSt_M4.pdf (Bildungsstandards M4, Stand: 26.02.2017)

https://www.google.at/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0ahUKEwj336b68rTSAhXCjCwKHfFvB-oQFggaMAA&url=https%3A%2F%2Fwww.bifie.at%2Fsystem%2Ffiles%2Fdl%2Fbist

_m_sek1_kompetenzbereiche_m8_2013-03-28.pdf&usg=AFQjCNEywbb7MnQ3SahOtNu3ijOrK86ClA&sig2=oLz97Q-UR-eKDc-t70J0CA&cad=rja (Bildungsstandards M8, Stand: 01.03.2017)

https://www.bifie.at/system/files/dl/bist_nawi_kompetenzmodell-8_2011-10-21.pdf (Bildungsstandards P8, Stand: 01.03.2017)

https://www.srdp.at/.../07.../srdp_ma_praxishandbuch_mathematik_2013-11-05.pdf *(Grundkompetenzen sRP, Stand: 03.03.2017)*

https://www.bipm.org/en/measurement-units/ *(Definition: SI-Einheiten, Stand: 06.03.2017)*

https://de.wikipedia.org/wiki/Größenordung (Wiki - Größenordnung, Stand: 06.03.2017)

http://www.leifiphysik.de/ (Leifiphysik: Energie, Stand: 06.03.2017)

https://www.statistik.at/web_de/statistiken/mensch_und_gesellschaft/soziales/personeneinkommen/nettomonatseinkommen/index.html (Statistik: Nettomonatseinkommen, Stand: 03.03.2017)

https://www.didaktik.physik.lmu.de/archiv/inhalt_materialien/mechanikkonzept/index.html (LMU - Mechanikkonzept, Stand: 09.03.2017)

https://www.m-schmiechen.homepage.t-online.de/HomepageClassic01/din_raw_draft.pdf (Rohentwurf DIN 1313, Stand: 20.03.2017)

https://www.ph-ludwigsburg.de/fileadmin/subsits/2e-imix-t-01/user_files/personal/krauter/kurse/WS_05_06/Pruefungsseminar/Groessen.pdf (Krauter S., Größen im Mathematikunterricht, Stand: 20.03.2017)

https://stromliste.at/nuetzliche-infos/durchschnittlicher-stromverbrauch (Stromverbrauch, Stand 21.03.2017)

euro.raddos.de/deutsch/muenzen.php (Münzen, Stand: 21.03.2017)

www.thomas-wilhelm.net/klausur/Temperatur+Waerme.pdf (Temperatur und Wärme, Stand: 22.03.2017)

https://www.bmb.gv.at/schulen/unterricht/lp/ahs16_791.pdf?5te5g0 (Lehrplan Physik AHS-Unterstufe, Stand: 22.03.2017)

https://elektro-wissen.de/Tipps/Wirkung-des-elektrischen-Stroms-auf-den-Menschen.php (Wirkung des elektrischen Stromes auf den Menschen, Stand: 22.03.2017) https://www.laenderdaten.info/durchschnittliche-koerpergroessen.php (Körpermaße, Stand: 23.03.17)

https://www.luftlinie.org/Wien/Salzburg (Entfernung Wien-Salzburg, Stand: 23.03.17)

http://www.mobile.de/modellverzeichnis/volkswagen/passat-tdi-tab-technische-daten.html (VW-Passat, Stand: 23.03.17)

https://www.bg-bab.ac.at/index.php?id=1&dev=p (BG Babenbergerring, Stand: 18.04.2017)

http://www.gym.kirchdorf.eduhi.at/ (BRG Kirchdorf, Stand: 18.04.2017)

https://de.wikipedia.org/wiki/A4-Format (DIN A4, Stand: 18.04.2017)

http://www.weltderphysik.de/thema/hinter-den-dingen/farben-einer-kerzenflamme/ (Kerze, Stand: 18.04.2017)

http://www.donauradweg-passau.com/donauradweg/donauradweg.html (Donauradweg, Stand: 18.04.2017)

https://de.wikipedia.org/wiki/Erde (Erde, Stand: 18.04.2017)

https://de.wikipedia.org/wiki/Tannenholz (Tannenholz, Stand: 18.04.2017)

http://www.mcdonalds.at/produkte/produktuebersicht/standard-produktuebersicht (Mc Produkte, Stand: 18.04.2017)

http://www.tennis-weblog.de/grundlagen/aufschlag-weltrekorde/ (Tennisprofis, 18.04.2017)

http://www.focus.de/wissen/weltraum/erstaunliche-mathematik-wenn-sie-ein-blatt-papier-103-mal-falten-wird-es-so-dick-wie-das-universum_id_4046938.html (Falten, 18.04.2017)

http://www.apotheken-anzeiger.de/reis-rekord-das-laengste-korn-indiens-kommt-in-deutsche-kuechen_630708/ (Reisrekord, 23.04.2017)

https://www.oemg.ac.at/DK/Didaktikhefte/2010%20Band%2043/VortragUlovec.pdf (Realitätsbezogene Aufgaben, Stand: 27.05.17)

http://www.samariter-grenchen.ch/joomla25/index.php/elearning-spart-zeit-und-geld/11-diverses/47-der-mensch-in-zahlen (Dichte des Menschen, Stand: 31.05.2017)

Bildquellen:

Ich habe mich bemüht, sämtliche Inhaber der Bildrechte ausfindig zu machen und ihre Zustimmung zur Verwendung der Bilder in dieser Arbeit eingeholt. Sollte dennoch eine Urheberrechtsverletzung bekannt werden, ersuche ich um Meldung bei mir.

https://de.wikipedia.org/wiki/Empire_State_Building#/media/File:Empire_State_Building_from_the_Top_of_the_Rock.jpg (Empire State Building, Stand: 07.02.2017)

https://www.google.at/search?biw=1280&bih=589&tbm=isch&sa=1&q=Anzahl+sch%C3%A4tzen+mathematik&oq=Anzahl+sch%C3%A4tzen+mathematik&gs_l=img.3...2156.2660.0.3120.4.4.0.0.0.0.0.0..0.0....0...1c.1.64.img..4.0.0.08HDZIoL1-k#imgrc=_2ykhqDzJb_fpM: (Punkteschätzbild, Stand: 23.03.17)

https://www.google.at/search?biw=1280&bih=589&tbm=isch&sa=1&q=Tanne+&oq=Tanne+&gs_l=img.3...7892.7892.0.8100.0.0.0.0.0.0.0.0..0.0....0...1c.1.64.img..0.0.0.4DRncf_BISY#imgrc=VNFVtWeHfd4aPM: (Tanne, Stand: 23.03.17)

https://www.luftlinie.org/Wien/Salzburg (Ausschnitt der Österreichlandkarte, Stand: 23.03.17)

https://www.google.at/search?q=m%C3%BCllabfuhr&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwj7hZ_0k9fSAhWHvRQKHV7qB4UQ_AUICCgB&biw=1280&bih=589#imgrc=Vcs4HE9-wUfi7M: (Müllabfuhr, Stand: 23.03.17)

https://www.google.at/search?tbm=isch&q=VW+Passat+schwarz+wei%C3%9F+foto&spell=1&sa=X&ved=0ahUKEwipr5O_jNvSAhUDVRQKHZK5CcsQBQgZKAA&biw=1280&bih=555&dpr=1.5#imgrc=7VAGI-ib4cHjKM: (VW Passat, Stand: 23.03.17)

https://www.google.at/search?q=Kerzenflamme&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwjgx4LmmYbUAhXKVRQKHTUiBsQQ_AUICigB&biw=1280&bih=588#imgrc=sFhvRSnZaTOe9M: (Kerze, Stand: 23.03.17)

https://www.google.at/search?biw=1280&bih=588&tbm=isch&sa=1&q=Modell+Mensch&oq=Modell+Mensch&gs_l=img.3...101101.102001.0.102195.0.0.0.0.0.0.0.0..0.0....0...1.1.64.img..0.0.0.vYnhMF8173A#imgdii=YxFsBGmLPPdbaM:&imgrc=nSSpJkVplkHmKM: (Modellierung Gliederpuppe, Stand: 22.05.17)

https://de.wikipedia.org/wiki/Silver_Star_(Europa-Park)#/media/File:Silverstar_sg.jpg (Silver Star, Stand: 30.05.17)

https://www.google.at/search?q=tropfender+Wasserhahn&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwiguf-BmobUAhUHPhQKHTf7DFUQ_AUICigB&biw=1280&bih=588#imgdii=uakB8bIaFbQe9M:&imgrc=WUq3wevv0C7USM: (Tropfender Wasserhahn, Stand: 22.05.17)

https://de.wikipedia.org/wiki/Silver_Star_(Europa-Park)#/media/File:Silverstar_sg.jpg (Silver Star, Stand: 31.05.17)

https://www.google.at/search?q=big+mac&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwi2mrjfrprUAhXE1hoKHcHiAisQ_AUICigB&biw=1280&bih=588#imgrc=Y3LbpCFs6oxyNM: (Big Mac, Stand: 31.05.2017)

https://de.wikipedia.org/wiki/Blitz#/media/File:Lightning3.jpg (Blitze, Stand: 31.05.2017)

10 Abbildungsverzeichnis

11 Tabellenverzeichnis

12 Anhang

Fragebogen der Unterstufe

Fragebogen der Oberstufe

Lebenslauf

Abstract

Wie gut kannst du schätzen?

Bei dieser Testung bleibst du anonym, das heißt deine Ergebnisse können nicht mit dir in Verbindung gebracht werden. Bitte nimm die Testung ernst! Vergiss bitte nicht auf die Einheiten! Verwenden darfst du nur dein Schreibzeug und einen unbeschriebenen Zettel. Ich wünsche dir viel Spaß beim Schätzen!

Wie alt bist du? _______ Auf welcher Schulstufe bist du? ☐ 5. ☐ 8. ☐ 11.

In welche Klasse gehst du? ______________ Welche Mathematiknote hattest du in der Schulnachricht? _____

Welches Geschlecht hast du? ☐ männlich ☐ weiblich

1. Wie viele Schüler und Schülerinnen gibt es insgesamt an deiner Schule? __________________
2. Schätze! Wie viele Punkte sind auf Bild 1 zu sehen sind? Erkläre wie du vorgegangen bist!

____

____

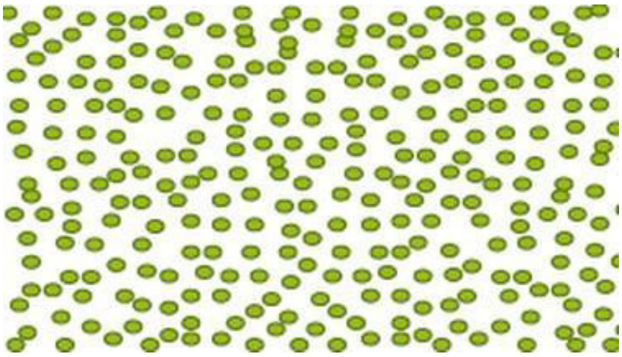


Bild 1

Bild 2

3. Wie dick ist eine 1 Cent Münze? __________________
4. Wie lang ist ein gekochtes Reiskorn (typischer Langkornreis)? _________________
5. Welchen Durchmesser hat eine 1 Euromünze? __________________
6. Wie hoch ist ein typisches Gummibärchen? __________________
7. Wie hoch ist eine 1,5 Liter Mineralwasserflasche? ________________
8. Wie groß ist ein durchschnittlicher erwachsener Mann in Österreich? __________________

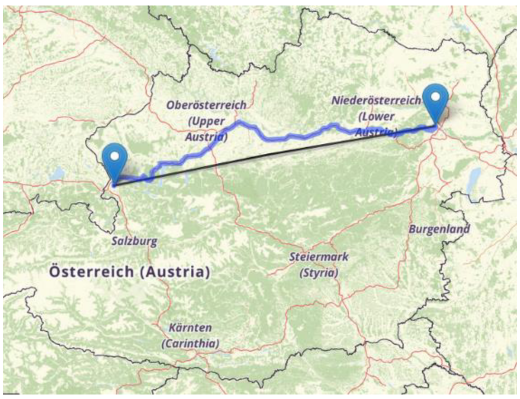


Bild 3

Bild 4

Bild 5

9. Wie hoch ist der Klassenraum? _________________
10. Wie hoch ist die Tanne im Bild 2? Erkläre, wie du auf deine Antwort gekommen bist!

    ____

    ____

11. Schätze die Länge der Luftlinie zwischen Wien und Salzburg (Bild 3)! Schätze auch die Länge der Fahrstrecke zwischen Wien und Salzburg (Autobahn). Luftlinie:_________________, Fahrstrecke: ___________________
12. Wie breit ist eine typische Zimmertür? _________________
13. Welchen Außendurchmesser hat eine typische CD? _________________
14. Wie lang ist das Auto im Bild 5? _________________
15. Wie lang ist die längste Seite eines A4-Blatts? _________________
16. Wie groß ist der Flächeninhalt der A-Taste auf einer Computertastatur? ____________________
17. Wie groß ist der Flächeninhalt der Vorderseite einer DVD-Hülle? ________________
18. Wie viele 1 Euromünzen kannst du auf einem Tisch (1m lang und 1m breit) auflegen, sodass sich diese Münzen nur am Umfang berühren? Erkläre:

    ____

    ____

    ____

19. Welchen Flächeninhalt hat ein Tischtennistisch? _________________
20. Wie groß ist der Flächeninhalt der Wasseroberfläche des Neusiedlersees? _________________
21. Wie viel Wasservolumen passt in ein voll befülltes einfaches „Schnaps-Stamperl“? _________________
22. Wie viel Suppe (Volumen) hat man in einem typischen Suppenteller? _________________
23. Wie viel Liter Wasser passen in eine typische Badewanne? _________________
24. Wie viel Müllvolumen passt in ein Müllabfuhrfahrzeug (Bild 4)? Erkläre, wie du auf deine Antwort gekommen bist!____

    ____

    ____

25. Wie schwer ist ein Stück Würfelzucker? _________________
26. Wie schwer ist eine typische Scheibe Toastbrot? _________________
27. Wie schwer ist ein durchschnittliches Hühnerei? _________________
28. Wie schwer ist dein Mathematiklehrbuch? _________________
29. Wie schwer ist eine typische Mehlpackung? _________________
30. Wie schwer ist ein durchschnittlicher erwachsener Mann? _________________
31. Wie schwer ist eine durchschnittliche Milchkuh? _________________
32. Wie schwer ist das Auto im Bild 5? _________________
33. Wie lange braucht man für einen Spaziergang von 10 km? _________________

Danke, dass du dich mit den Aufgaben gewissenhaft auseinandergesetzt hast!

Bitte beantworte noch folgende Fragen:

Kreuze an:	sehr schwer					sehr leicht
Wie empfindest du die Schwierigkeit der Schätzaufgaben, wenn du sie mit typischen Berechnungsaufgaben aus der Schule vergleichst?	❑	❑	❑	❑	❑	❑
	sehr wenig					sehr viel
Wie viel haben dir die Bilder bei den betreffenden Schätzungen geholfen?	❑	❑	❑	❑	❑	❑
	sehr sinnvoll					nicht sinnvoll
Für wie sinnvoll hältst du solche Schätzaufgaben, besonders im Hinblick auf den Alltag?	❑	❑	❑	❑	❑	❑
	nie					sehr häufig
Wie häufig wird bei dir im Mathematikunterricht geschätzt?	❑	❑	❑	❑	❑	❑
	sehr sicher					sehr unsicher
Wie sicher fühlst du dich beim Umrechnen von Einheiten? (z.B.: 10 km = ? m)	❑	❑	❑	❑	❑	❑
Was möchtest du mir noch sagen? (Was würde dir beim Schätzen helfen? …)						

Wie gut kannst du schätzen?

Bei dieser Testung bleibst du anonym, das heißt deine Ergebnisse können nicht mit dir in Verbindung gebracht werden. Bitte nimm die Testung ernst! Vergiss bitte nicht auf die <u>Einheiten</u>! Verwenden darfst du nur dein Schreibzeug und einen unbeschriebenen Zettel. Ich wünsche dir viel Spaß beim Schätzen!

Wie alt bist du? _______ Auf welcher Schulstufe bist du? ☐ 5. ☐ 8. ☐ 11.

In welche Klasse gehst du? ______________ Welche Mathematiknote hattest du in der Schulnachricht? _____

Welches Geschlecht hast du? ☐ männlich ☐ weiblich

1. Schätze! Wie viele Punkte auf Bild 1 zu sehen sind? Erkläre wie du vorgegangen bist!

____

____

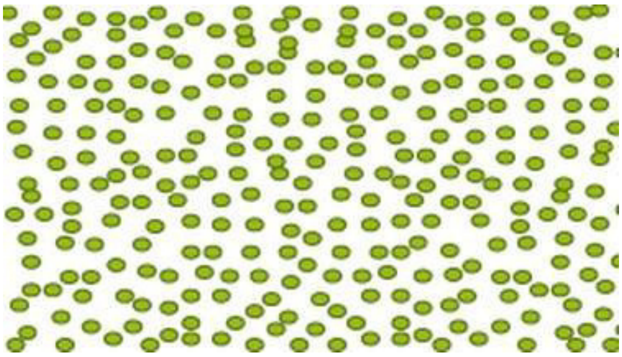


Bild 1

Bild 2

2. Wie lang ist ein gekochtes Reiskorn (typischer Langkornreis)? _________________
3. Welchen Durchmesser hat eine 1 Euromünze? __________________
4. Wie hoch ist eine 1,5 Liter Mineralwasserflasche? ________________
5. Wie groß ist ein durchschnittlicher erwachsener Mann in Österreich? __________________
6. Wie hoch ist die Tanne im Bild 2? Erkläre, wie du auf deine Antwort gekommen bist!

____

____

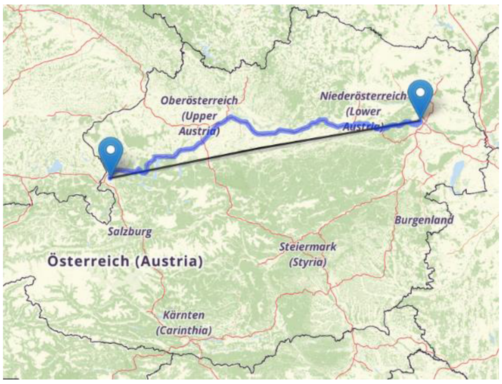


Bild 3

7. Schätze die Länge der Luftlinie zwischen Wien und Salzburg (Bild 3)! Schätze auch die Länge der Fahrstrecke zwischen Wien und Salzburg (Autobahn). Luftlinie:_________________, Fahrstrecke: ____________________
8. Welchen Außendurchmesser hat eine typische CD? __________________

9. Wie lang ist das Auto im Bild 4? ________________
10. Wie lang ist die längste Seite eines A4-Blatts? ________________
11. Wie groß ist der Flächeninhalt der A-Taste auf einer Computertastatur? ___________________
12. Wie groß ist der Flächeninhalt der Vorderseite einer DVD-Hülle? _______________
13. Wie viele 1 Euromünzen kannst du auf einem Tisch (1m lang und 1m breit) auflegen, sodass sich diese Münzen nur am Umfang berühren? Erkläre:

    ____

    ____

Bild 4

Bild 5

14. Welchen Flächeninhalt hat ein Tischtennistisch? ________________
15. Wie groß ist der Flächeninhalt der Wasseroberfläche des Neusiedlersees? ________________
16. Wie viel Flüssigkeit (Volumen) passt in ein voll befülltes einfaches „Schnaps-Stamperl"? ________________
17. Wie viel Suppe (Volumen) hat man in einem typischen Suppenteller? ________________
18. Wie viel Liter Wasser passen in eine typische Badewanne? ________________
19. Wie schwer ist ein Stück Würfelzucker? ________________
20. Wie schwer ist ein durchschnittliches Hühnerei? ________________
21. Wie schwer ist dein Mathematiklehrbuch? ________________
22. Wie schwer ist eine durchschnittliche Milchkuh? ________________
23. Wie schwer ist das Auto im Bild 4? ________________
24. Wie lange braucht man für einen Spaziergang von 10 km? ________________
25. Wie lange braucht man, um mit dem Fahrrad, von Passau nach Wien entlang der Donau zu fahren?

    ____

26. Welche Temperatur hat die Kerzenflamme in Bild 5 in der Nähe des Dochts (blauer Bereich)?

    ____

27. Wie hoch ist die durchschnittliche (örtlich und zeitlich betrachtet) Oberflächentemperatur der Erde?

    ____

28. Schätze die Dichte von Tannenholz: ________________
29. Wie viele Big Mac's müsste man als Erwachsener (bei ungesunder Lebensweise) am Tag essen, damit man den gesamten Tagesbedarf an Energie deckt? Wie viele Mc. Gartensalate (ohne Dressing) könnte man stattdessen essen?

    Erkläre:____

    ____

30. Welche Geschwindigkeit erreicht ein Tennisball beim Aufschlag bei Tennisprofis? ________________

31. Wie groß ist ungefähr die Hautoberfläche eines erwachsenen Menschen? ________________

32. Wenn man ein riesiges Blatt einer Tageszeitung 20-mal falten könnte, wie dick wäre dann der Stapel ungefähr?

    ____

Danke, dass du dich mit den Aufgaben gewissenhaft auseinandergesetzt hast!

Bitte beantworte noch folgende Fragen:

Kreuze an:	sehr schwer					sehr leicht
Wie empfindest du die Schwierigkeit der Schätzaufgaben, wenn du sie mit typischen Berechnungsaufgaben aus der Schule vergleichst?	❑	❑	❑	❑	❑	❑
	sehr wenig					sehr viel
Wie viel haben dir die Bilder bei den betreffenden Schätzungen geholfen?	❑	❑	❑	❑	❑	❑
	sehr sinnvoll					nicht sinnvoll
Für wie sinnvoll hältst du solche Schätzaufgaben, besonders im Hinblick auf den Alltag?	❑	❑	❑	❑	❑	❑
	nie					sehr häufig
Wie häufig wird bei dir im Mathematikunterricht geschätzt?	❑	❑	❑	❑	❑	❑
	sehr sicher					sehr unsicher
Wie sicher fühlst du dich beim Umrechnen von Einheiten? (z.B.: 10 km = ? m)	❑	❑	❑	❑	❑	❑
Was möchtest du mir noch sagen? (Was würde dir beim Schätzen helfen? …)						

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird erklärt, was ich mir unter einer Größe vorstelle, da in der Literatur verschiedene Definitionen zu finden sind. Ebenso wird das Schätzen anhand eines anschaulichen Beispiels erklärt. Ein kurzer Abschnitt der Arbeit befasst sich damit, ob das Schätzen eine Rolle in den österreichischen Bildungsstandards spielt und ob es ein Thema bei der schriftlichen Reifeprüfung ist. Daran anschließend werden physikalische Größen beschrieben und es werden zu jeder Größe für das Schätzen unentbehrliche Beispiele für Größenangaben in Tabellen angeführt.

Der Hauptteil beschäftigt sich mit der von mir durchgeführten empirischen Studie. Bei der Studie nahmen rund 150 SchülerInnen aus verschiedenen Schulstufen teil. Die SchülerInnen aus der 5. und der 8. Schulstufe mussten denselben Fragebogen bearbeiten. Die SchülerInnen aus der 11. Schulstufe bekamen einen anderen Fragebogen, bei dem 9 Fragen durch schwierigere Fragen ausgetauscht wurden. Auf den Fragebögen befanden sich Schätzaufgaben, die die SchülerInnen ohne Hilfsmittel lösen mussten. Bei manchen Schätzaufgaben mussten die SchülerInnen Begründungen für ihre Schätzungen abgeben, um so die Schätzstrategien herauszufinden. Die Studie wurde durchgeführt, um zu erfahren, wie gut die SchülerInnen schätzen können, ob die Schätzergebnisse von Alter, Geschlecht und der Mathematiknote abhängen. Die SchülerInnen wurden auch befragt, wie oft in ihrem Mathematikunterricht geschätzt wird, um so aufzuzeigen, dass die Schätzkompetenz kaum gefördert wird.

Der Schluss befasst sich mit verschiedenen Vorschlägen, um die Größenvorstellung und somit die Schätzkompetenz zu verbessern. Zuerst wird aufgezeigt, wie die Größenvorstellung in der Volksschule aufgebaut wird. Danach werden Tipps vorgestellt, die in der Sekundarstufe Anwendung finden könnten. Es werden auch vorgeschlagene Fermi-Aufgaben analysiert, die die Schätzkompetenz fördern.

Zusammenfassend soll diese Arbeit aufzeigen, dass das Schätzen eine wichtige Kompetenz ist, die für den Alltag und für die Größenvorstellung unentbehrlich ist, und dass sie gefördert werden muss.

Abstract

This work is an introduction to physical quantities. Estimating is explained by an illustrative example. A short section of the thesis deals with whether estimation plays a role in the Austrian educational standards and whether it is a topic in the maturity examination. Physical quantities are described, and examples are given in tables for each physical quantity which is indispensable for estimating.

The main part deals with the empirical study I conducted. Approximately 150 pupils from different school levels took part in the study. The pupils from the 5th and 8th grades had to work on the same questionnaire. The pupils from the 11th grade received another questionnaire in which 9 questions were exchanged by more difficult questions. On the questionnaires there were appraisal tasks which the students had to solve without any tools. In some appraisal tasks the pupils had to provide justifications for their estimates in order to find the estimation strategies. The study was conducted to find out how well the students can estimate and whether the estimation results depend on the age, sex, the mathematics grade. The pupils were also asked how often pupils estimate in school in order to show that the competency is hardly promoted.

The closing deals with the question how to improve the estimating competency. First, we record how the size representation is built up in the primary school. Afterwards, tips are presented which could be applied at the secondary level. Also some Fermi tasks which foster the estimation competency are shown and analyzed.

In summary, this work is intended to show that estimating is an important competence that is indispensable for everyday life and for the size representation and that it has to be promoted.