DIPLOMARBEIT

Titel der Diplomarbeit

Ein Konzept zur Bildung von Grundwissen durch Gliederung der Unterstufe in Teilbereiche

angestrebter akademischer Grad

Magister/Magistra der Naturwissenschaften (Mag. rer.nat.)

Verfasserin / Verfasser:	Petra Maria Niederwieser
Matrikel-Nummer:	0306288
Studienrichtung (lt. Studienblatt):	UF Mathematik UF Psychologie Philosophie
Betreuerin / Betreuer:	Dr. Andreas Ulovec

Wien, Juni 2009

EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

Ich erkläre hiermit eidesstattlich, dass ich die vorliegende Diplomarbeit selbständig verfasst habe. Die Bearbeitung direkt oder indirekt übernommener Gedanken aus fremden Quellen, sind soweit mir bekannt, als solche kenntlich gemacht.

Diese Arbeit wurde bisher weder in dieser noch in einer ähnlichen Form einer anderen Prüfungsbehörde vorgelegt und auch noch nicht veröffentlicht.

Wien, Juni 2009 Petra Niederwieser

INHALTSVERZEICHNIS

1. Einleitung

Im Laufe meiner Ausbildung an der Universität wurde ich immer wieder gefragt, warum ich diesen Berufszweig oder diesen Studiengang gewählt habe. Ich bemerkte jedoch bald, dass es ziemlich egal war, welche Gründe ich angab. Meine Gesprächspartner/innen wollten mir hauptsächlich mitteilen, warum sie niemals Mathematik studieren oder unterrichten würden.
Viele von ihnen reagierten aber auch mit der Frage, warum ich denn ein so langweiliges, fades, trockenes, kompliziertes oder „undurchsichtiges“ Fach gewählt habe? Kaum jemand meiner Bekannten verwendete ein positives Eigenschaftswort, um die Mathematik zu beschreiben.

Trotz dieser grundsätzlich negativ geprägten Einstellung, die bei meinen Gesprächspartner/innen vorherrschte, muss ich erwähnen, dass die Auswirkungen der Mathematik, die der Fortschritt mit sich gebracht hat, sehr wohl eine positive Bedeutung in ihrem Bewusstsein besitzen. Damit meine ich, dass die Menschen wissen, dass die Mathematik in nahezu jedem Bereich ihres Lebens direkter oder indirekter vertreten ist.
Ich wurde diesbezüglich auch immer wieder in Gesprächen überrascht. War die Diskussion am Beginn doch meistens von negativen Eigenschaften und Aspekten der Mathematik geprägt, so erntete ich aber auch sehr viel Lob und Anerkennung für meine Entscheidung, sofern ich es schaffte, das Gespräch länger als drei Minuten aufrecht zu erhalten. Mir wurden die Eigenschaften „sehr mutig“ und „sehr intelligent“ zugesprochen, als ich zu studieren begann. Einzelne Personen in meinem Leben sehen in mir sogar so etwas Ähnliches wie ein mathematisches „Genie“, obwohl ich das bestimmt nicht bin.

Ich versuchte die Hintergründe der verschiedenen Einstellungen zu erahnen, und fragte nach. Woher kommt der Gedanke, dass die Mathematik „undurchsichtig“ und langweilig ist, oder dass Mathematik nur von Menschen betrieben werden kann, die über bestimmte Begabungen verfügen? Klare Antworten bekam ich kaum, manche meinten, das sei sowieso zu kompliziert für sie, wenige wollten auch gar nicht mehr weiter darüber reden. Am öftesten aber wurde das Gespräch von meinen

Diskussionspartner/innen dahingehend gelenkt, dass sie mir ihre Meinung bezüglich des gesellschaftlichen Wertes der Mathematik mitteilten. Bis auf ein paar wenige Ausnahmen vertreten meine Bekannten, Verwandten und Freund/innen die Meinung, dass die Mathematik mit ihren Entwicklungen in ihrem Leben eine nicht mehr wegzudenkende Stellung einnimmt, und sie auch (beinahe) täglich im gesellschaftlichen, beruflichen oder privaten Leben gebraucht wird. Der Stellenwert in der Gesellschaft ist deshalb meiner Meinung nach eigentlich als recht hoch einzuschätzen, trotzdem hörte ich meistens die Frage: „Ja, und wenn die Mathematik so wichtig ist, warum kann mir dann keiner sagen, wozu ich das brauche, was ich in der Schule gelernt habe?“

Einige Personen nannten dabei auch konkrete Beispiele, und meinten etwa, ich solle ihnen erklären, wozu man im täglichen Leben Gleichungen benötigt. Meine Erklärungsversuche über den Sinn und Zweck elementarer Algebra wurden fast immer unterbrochen, da nicht praktische Beispiele zu einfachen Umformungen der Grundrechnungsarten oder auch etwas schwierigere Versionen davon (mit Klammern oder mit Punkt- und Strichrechnung) gemeint waren - dazu hätte ich einige nennen können, und mein jeweiliges Gegenüber wohl auch - , sondern die Sinnhaftigkeit einer in der Schule bearbeiteten Gleichung, die zuerst auf einen kleinsten gemeinsamen Nenner gebracht werden muss, der zum Beispiel die Bezeichnung: $(6zx^3 - 2xy^2)$ trägt.
In erster Zeit geriet ich häufig in Erklärungsnotstände, dies besserte sich aber, und es entwickelten sich auch einige sehr spannende und lustige Gespräche, breitgefächert über alle möglichen mathematischen Themen.

Ich führte Gespräche mit Eltern, deren Kindern ich Nachhilfe gab, und bemerkte bei manchen von ihnen, dass sie eine innerliche Ablehnung gegen die Mathematik hegen. So erklärte mir eine gute Bekannte, dass ihre Tochter im Mathematikunterricht so „schlecht“ sei, weil sie selbst „es“ in ihrer Schulzeit auch nie verstanden habe. Als ich mit diesem Mädchen für die bevorstehende Schularbeit lernte, zeigte sich jedoch, dass sie den inhaltlich geforderten Stoff sehr gut beherrschte, ihr aber der Mut fehlte, die erlernten Schritte zur Problemlösung auch durchzuführen.

In der Mathematik ist genaues Wissen über den Aufbau der Lösung eines Problems notwendig. Dies bezieht sich in der gegenwärtigen Zeit auch aufgrund rasch voranschreitender naturwissenschaftlicher Entwicklungen besonders auf das kommunikative und interaktive Lernen[1]. Ich denke, dass gerade hier die Schüler/innen oft große Schwierigkeiten haben. Dazu möchte ich Beispiele aus meiner eigenen Erfahrung einfügen:

Das Problem einer Schülerin war nicht die Extremwertaufgabe und auch nicht die Berechnung des Volumens, das Problem war die dahinter steckende Prozentrechnung. Auch meine liebe Schwester hatte keine Probleme beim Berechnen des Differentialquotienten, oder bei der geometrischen Entsprechung der Tangentensteigung. Sie scheiterte an den Rechenregeln der Bruchrechnung. Bei Extremwertaufgaben mit Nebenbedingungen hatte sie keine Probleme, auch nicht beim Aufstellen der verschiedenen Funktionsgleichungen. Diese Beispiele misslangen meistens erst bei den Umformungen, wenn es galt zum Schluss den x - oder y – Wert zu berechnen.

Zu diesen genannten persönlichen Erfahrungen, fand ich im Laufe der Literaturrecherche den Artikel von HANISCH, Günter (1995) mit dem Titel „Wozu ist der Mathematikunterricht gut?“. Dabei beschäftigt er sich unter anderem mit der Frage „Warum ist Mathematik dann so verhasst?“ und nennt verschiedene Gründe, die seines Erachtens dafür zu nennen sind. Zwei dieser Punkte werde ich anschließend wiedergeben. Den ersten erwähne ich, da HANISCH dasselbe behauptet wie ich, und daraufhin sogar das gleiche Beispiel in präziserer Form anführt. Den zweiten Punkt möchte ich erwähnen, weil er darin aufzeigt, dass mathematische Leistungen weder angeboren noch geschlechtsspezifisch sind.

1. In Mathematik ist exaktes und präzises Wissen notwendig; dies bezieht sich auch auf die interaktiven Lernziele. Gerade bei diesen aber haben Schülerinnen und Schüler oft große Lücken. Ein Beispiel mag dies illustrieren. Zur schriftlichen Reifeprüfung gab der Autor folgende Extremwertaufgabe (vgl. HANISCH 1985c): Das Parabelstück $y = a – 2px$ mit $0 \leq y \leq a$ dreht sich um die y – Achse. Dem entstehenden Drehparaboloid ist der volumsgrößte Drehzylinder (Achse = y – Achse) einzuschreiben. Berechne, wie viel Prozent des Drehparaboloidvolumens der Drehzylinder einnimmt. Das Problem für die Schülerinnen und Schüler war nicht die Extremwertaufgabe und auch

[1] Interaktives Lernen: (Bildung) Lernen aufgrund von Verwendung neuer Technologien.

nicht die Volumsberechnung, das Problem war die Prozentrechnung!

2. Obwohl MESCHKOWSKI einen erfahrenen Schulmathematiker mit den Worten: “Es gibt nur zwei Arten von Menschen: Mathematiker und Idioten“, zitiert und diese erläutert mit: “Jeder, der über normale Geistesgaben verfügt, kann auch die `Wissenschaft von den formalen Systemen` verstehen. Die Mathematik ist nicht eine Geheimwissenschaft für eine Gruppe von Menschen mit einer Sonderbegabung“ (1965, zit. aus FÖLSCH, 1985, S. 16), ist der Autor doch der Meinung, dass es für Mathematik einer gewissen Begabung bedarf, die aber nicht angeboren, sondern anerzogen ist. Als Beweis für letzteres möchten die Untersuchungen über geschlechtsspezifische Unterschiede herhalten: so zeigten BRANDON u. JORDAN (1994), dass die Mädchen auf Hawaii in Mathematik bessere Leistungen erbringen als die Jungen und dass dieser Unterschied bei Nichtweißen noch größer ist. Als Erklärung wird u. a. gegeben, „dass die geschlechtsspezifischen Leistungsunterschiede aus der stärkeren Akzeptanz der Bedeutung schulischer Leistungen bzw. entsprechender Leistungsziele durch die Mädchen resultieren“ (1994, S. 18). Allerdings sind auch die Schülerinnen und Schüler der Meinung, dass für Mathematik Begabung notwendig ist, denn die Gründe, die sie für ihr Schummeln angaben, unterscheiden sich zwischen Mathematik und Englisch bzw. Latein wesentlich (siehe Tabelle 3); denn Schummeln in Mathematik wird – im Gegensatz zu Latein und Englisch – eher auf mangelnde Begabung als auf Faulheit zurückgeführt.[2]

Während meiner Universitätsausbildung hatte ich das Vergnügen, ein Seminar zu besuchen, in dem ich aufgefordert wurde, Leute in meinem Bekannten- und Familienkreis zu suchen, die bereit waren, für mich einfache mathematische Aufgaben zu lösen. Eine davon lautete *so:*

Die Mutter ist 3mal so alt wie Lisa. Lisa ist x Jahre. Wie alt ist die Mutter? Stelle dies in einer Gleichung dar. Drei Antworten, die ich dazu erhalten habe, möchte ich anführen:

„Das ist ja keine Zahl, das kann ich nicht ausrechnen.“
„Lisa kann nicht x Jahre alt sein.“
„Was soll das heißen Lisa ist x Jahre?“
Eine Idee zum besseren Verständnis wäre vielleicht, wenn ich nicht „Stelle dies in einer Gleichung dar.“ schreiben würde, sondern etwa: „Stelle in einer Gleichung das Alter der Mutter dem Alter der Tochter gegenüber.“

[2] HANISCH, Günter: Wozu ist Mathematikunterricht gut? Nr. 23, Wien, 1995, S 115 f.

1.1. Arbeitsbeginn

Meine Neugierde für den Stellenwert der Mathematik in der Gesellschaft war auf jeden Fall geweckt. Durch die Literaturrecherche wurde mir schnell klar, dass viele mathematische Fragestellungen auf verschiedenen Ebenen analysiert, diskutiert, bearbeitet oder weiterbearbeitet werden. Ich fand sehr viele Themenbereiche, mit denen ich mich noch nie oder kaum beschäftigt habe. Meine Suche nach einem konkreten Lösungsvorschlag, wie man die Akzeptanz, die Einstellung oder die Grundhaltung der Gesellschaft zur Mathematik verbessern könnte, blieb leider bisher erfolglos. In meinen Augen ist es notwendig, die Mathematik sowie den Mathematikunterricht, der gegenwärtig in der Gesellschaft von eher negativen Blickwinkeln aus betrachtet wird, wieder in ein positiveres Licht zu rücken.

Verschiedene Studien versuchen, den Ursachen für die vermehrt in den Medien diskutierten, schlechten naturwissenschaftlichen Leistungen der Schüler/innen auf den Grund zu gehen. Ausschlaggebend dafür waren die schlechten Ergebnisse bei der Teilnahme an internationaler Studien wie PISA[3] oder TIMSS[4].
Die Ursachen dafür sind einerseits zurückzuführen auf den zurzeit vorherrschenden Unterricht selbst, aber auch auf einen Mangel an Akzeptanz, Wertschätzung und Sichtbarkeit der Mathematik und der Naturwissenschaften, sowie der Sichtbarkeit

---

[3] PISA: (Programme for International Student Assessment) ist die internationale Schulleistungsstudie der OECD. Im Rahmen eines Ländervergleichs wird untersucht, inwieweit Schülerinnen und Schüler gegen Ende ihrer Pflichtschulzeit die Kenntnisse und Fähigkeiten erworben haben, die sie für eine volle Teilhabe an der Wissensgesellschaft brauchen. Nähere Informationen dazu finden sie unter: http://www.oecd.org/document/20/0,3343,de_34968570_34968795_39648148_1_1_1_1,00.html [Stand: 1. 4. 2009].

[4] Dritte Internationale Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie" (Third International Mathematics and Science Study - TIMSS) ist eine international vergleichende Schulleistungsuntersuchung, ausgehend von Studien der IEA.
Nähere Informationen dazu finden sie unter: http://www.timss.mpg.de/ [Stand: 3. 5. 2009].

von Bildung selbst innerhalb und außerhalb der Schule.[5] Ein Problem am Unterricht stellen für mich die vielen rechnerischen Inhalte dar, sowie einige Beispiele in den verschiedenen Schulbüchern, die einen sehr hohen Komplexitätsgrad aufweisen, und deren praktischer Nutzen für mich nicht erklärt werden kann. Dabei denke ich an Inhaltsgebiete, wie etwa Umformungen und Berechnungen von Bruchgleichungen oder quadratischen Gleichungen. Diese müssten in meinen Augen nicht so ausführlich beziehungsweise in einem so hohen Schwierigkeitsgrad bearbeitet werden, weil damit hauptsächlich die Fähigkeit vorgegangene Schritte nachzugehen, eingeübt wird. Damit meine ich, dass im Unterricht zu viel Zeit investiert wird, um bereits seit Jahren funktionierendes mathematisches Wissen in den Köpfen der Jugendlichen zu verankern.

Meine Schwester merkte in einem Gespräch über ihren damaligen Mathematikprofessor an, dass ein konventioneller Unterrichtsstil (Lehrer/innen - Vortrag) und dazu etwas ältere Lehrpersonen ein Problem darstellen. Diese Meinung teile ich unter der Voraussetzung, dass die eben erwähnten Personen den Bedeutungsumschwung in der Mathematik nicht in ihrem Unterricht berücksichtigen und somit auch nicht auf die Interessen der Schüler/innen achten. Diese Unterrichtsmethode wurde auch von vielen meiner Freund/innen beobachtet und belächelt, und sie erzählten mir auch, dass sie vor allem im Unterrichtsfach Mathematik in der Schule „die ganze Stunde nur von der Tafel abgeschrieben“ haben.

Weitere Studien möchte ich noch kurz anführen, indem ich einige Forschungsgebiete angebe. So ist ein sehr beliebtes Thema zum Beispiel: Was ist eine „gute“ Mathematikaufgabe?[6] Beschäftigt man sich mit dieser Frage genauer, findet man auch einige Unterlagen, die bestimmte Aspekte des Lehrens und

---

5 vgl.: http://www.dpg.physik.de/info/stellungnahmen/mem_bild_1998.html [Stand: 12. 1. 2009].

6 vgl.: BRUDER, Regina, BÜCHTER, Andreas, LEUDERS, Timo: Die „gute“ Mathematikaufgabe – ein Thema für die Aus- und Weiterbildung von Lehrerinnen und Lehrern, 2005.

Lernens der Mathematik mit Hilfe von Cartoons bearbeiten[7], oder Unterlagen, die dazu dienen sollen, das Interesse der Schüler/innen zu wecken, mithilfe interessanter Zahlen und verschiedener interessanter Anordnungen von Zahlen.[8]
Andere Artikel befassen sich mit der Ausbildung der Lehrpersonen. In einer Stellungnahme der OEMG[9], werden Argumente dafür gefunden, dass die gesamte Ausbildung der Mathematiklehrkräfte an Universitäten erfolgen muss. Sie umfasst 7 Punkte, die die Lehramtsausbildung zum Ziel haben soll.[10]
In einem Artikel der „Begabtenförderung Mathematik" fand ich den Vorschlag, die gesellschaftliche Akzeptanz zu erhöhen, indem wir das Grundwissen sichern. Weiters steht dort auch zu lesen, dass Schulmathematik eine entscheidende Rolle im Alltag der Anwender spielt.[11]

Schon bald nach Beginn meiner Arbeit wurde mir klar, dass ich mich auf Beispiele beschränken muss. Ich stand vor der Frage, ob ich mich auf ein Teilgebiet der Mathematik spezialisiere, oder auf eine Schulstufe. Nach kürzerem Diskutieren und längerem Überlegen ergab sich aber, dass in meiner Vorstellung der Abhandlung dieser Arbeit keine klare Differenzierung dessen möglich ist.

1.2. Anfängliche Überlegungen

Für den Großteil der Menschen spielt die Mathematik, die in der Oberstufe

---

7 vgl.: ROLKA, Katrin, HALVERSCHEID, Stefan: Cartoons als Diskussionsanlässe über das Lehren und Lernen von Mathematik, 2007.

8 vgl.: POSAMENTIER, Alfred S.: Math wonders to inspire Teachers and Students, Virgina, USA, 2003.

9 OEMG: Die „Österreichische Mathematische Gesellschaft" ist ein wissenschaftlicher Verein zur Förderung von Lehre, Forschung und Anwendung der Mathematik in Österreich. Vergleichen sie dazu: http://www.oemg.ac.at/ [Stand: 3. 5. 2009].

10 vgl.: http://www.oemg.ac.at/DK/omg_07_stellungnahme_scho_format.pdf [Stand: 12.1.2009].

11 vgl.: http://www.bfmathematik.info/akz_ford.html [Stand: 12. 1. 2009].

unterrichtet wird, im weiteren Verlauf des Lebens, kaum mehr eine große Rolle. Während meiner Literaturrecherche zu dieser Arbeit fand ich einige Studien, warum der Mathematikunterricht nicht „gut“ ist, was ein „guter“ Mathematikunterricht leisten sollte, oder auch welche Probleme im Mathematikunterricht behandelt werden sollten.

Weiters fand ich ein paar Artikel, die Beispiele enthielten, die in meinen Augen dem Ruf der Mathematik in der Gesellschaft schaden. So sagte Christoph Leitl, der Präsident der österreichischen Bundeswirtschaftskammer bei einem Interview in der Zeitschrift „profil“, er sei ein glanzvolles Beispiel eines Erfolgsmenschen, der es trotz mathematischen Unvermögens in der Schule „zu etwas gebracht habe“.

Die gesellschaftliche Akzeptanz oder ein gewisses Maß an Verständnis für mathematische Leistungen ist eine Voraussetzung dafür, dass sich Schüler/innen motiviert mit Mathematik befassen. Ich denke, wenn wir erreichen wollen, dass die Mathematik einen höheren Stellenwert in der Gesellschaft einnimmt, dann müssen wir Möglichkeiten suchen, um die Gruppe der Lehramtstudierenden und der Schüler/innen anzusprechen. Wir können in der jungen Generation versuchen, den bisher vorherrschenden, negativ geprägten Blick auf die Mathematik zu verändern. Vor allem aber sollte in der Gruppe der derzeitigen Unterrichtenden, ein Umdenken stattfinden.

Rudolf TASCHNER (2004) schreibt dazu sehr passend in seinem Artikel: „Wie Mathematik in der Schule noch zu retten ist“:

Nebenbei erwähnt: nicht gerade wenige Lehrende an der Universität sind davon überzeugt, das sie gymnasiale Mathematikkenntnisse der ihnen anvertrauten Studierenden eigentlich überhaupt nicht voraussetzen dürfen?[12]

1.3. Bedeutung und Nutzen der Mathematik

Für jedes Lernen ist der dahinterstehende Sinn von Bedeutung. Je mehr der Sinn der Aufgabe von den Schüler/innen verstanden wird, desto größer ist die Bereitschaft, mehr Zeit in die Bearbeitung zu investieren. So spielt dieser auch in der Mathematik im Leben der Menschen eine Rolle. Lehrpersonen sollen sich dafür

---

[12] TASCHNER, Rudolf: „Wie Mathematik in der Schule noch zu retten ist“, Wien, 2004, S 3.

interessieren, was die Schüler/innen lernen wollen. Dafür ist es wichtig, darauf zu achten, was die Schüler/innen in ihrem späterem Leben machen wollen.

Bei vielen meiner mathematischen Gespräche, bemerkte ich immer wieder, dass sie der „Mathematik“ einen hohen Stellenwert in der Gesellschaft einräumen. Ein paar vertreten auch die Meinung, unser Zusammenleben würde ohne die Mathematik und ihren Fortschritt in dieser Form nicht möglich sein. Obwohl sie aber wissen, dass sie die Mathematik in allen möglichen Varianten täglich anwenden, hat sie trotzdem keinen persönlichen Wert.

FISCHER, Roland unterscheidet in seinem Buch, „Materialisierung und Organisation“ (2006) zwischen dem Bedeutungswert und dem Nutzungswert der Mathematik. Seine Überlegungen dazu stützt er auf Friedrich H. TENBRUCK`s Unterscheidung zwischen Bedeutungs- und Nutzungswert einer Wissenschaft. Diese These belegt TENBRUCK insofern, dass er erklärt, den Naturwissenschaften einen hohen Bedeutungswert zum Zeitpunkt ihres Entstehens zuzugestehen, der im Laufe der Jahre und der Entwicklung aber abnimmt. Dabei gewinnt der Nutzungswert aber immer mehr an Bedeutung.[13]

Während meines Unterrichtspraktikums wurde ich zum ersten Mal mit der Frage eines Schülers, warum er das lernen soll, konfrontiert. Ich wusste zuerst keine passende Antwort, und sagte schließlich: „Wir brauchen`s für morgen.“ Nun würde ich so etwas nicht mehr sagen, da dies für Schüler/innen wohl kaum ein ausreichender „Sinn“ ist, um Mathematik zu betreiben.
In weiteren vergnüglichen Stunden mit Schüler/innen sowie meinen Nachhilfeschüler/innen, wurde mir diese oder ähnliche Fragen immer wieder gestellt. Ich denke, im Unterricht sollte auch dafür eine gewisse Zeit mit eingeplant werden. Dies zeigt vielleicht in einigen Fällen, wo Interessen der Schüler/innen liegen können.

[13] vgl. FISCHER, Roland: Materialisierung und Organisation – Zur kulturellen Bedeutung der Mathematik, Profil Verlag GmbH, München / Wien, 2006, S 15 – 25.

Warum kann ich Zahlen mit Symbolen darstellen? Warum darf ich Variablen beliebig wählen? Wer sagt, dass ich das darf? Was bedeutet Linearisierung? Was können Diagramme nicht? Zeit für die Diskussion solcher Fragen bleibt in unserem sehr prall gefüllten Lehrplan kaum.

Ich denke jedoch, dass der Unterricht auch solche mathematischen Fragen bearbeiten sollte, die zum Beispiel in der Wissenschaft der Philosophie diskutiert werden. Damit würde man weiters erreichen, dass prinzipiell mehr über die Mathematik in der Öffentlichkeit gesprochen wird.
Ein Unterschied der Natur- und Geisteswissenschaften ist, dass die Naturwissenschaften, wie sie gegenwärtig gelehrt und dargestellt werden, kaum Spielraum für individuelle Interpretationen und Ideen lassen. Dem gegenüber stehen jedoch unzählige geisteswissenschaftliche Themen, die immer wieder im Mittelpunkt der Aufmerksamkeit, vor allem der Massenmedien, stehen. Wenn Schüler/innen und Lehrpersonen über Mathematik, über ihren Sinn, ihren Aufbau, oder ihre Grenzen diskutieren und philosophieren, könnte der Spielraum vielleicht vergrößert werden, und somit wäre eine mögliche Grundlage gegeben, dass mehr Menschen an der Wissenschaft „Mathematik" interessiert sind und weiterhin Fragen stellen.

1.4. Arbeitsplan

Durch die vielen Gesprächen mit mir lieben Menschen aus verschiedensten Alters- und Berufsgruppen muss ich leider behaupten, dass viele Schulabgänger, aber auch Erwachsene aus technischen, wirtschaftlichen und sozialen Berufen nicht erklären können, welche Unterschiede in den mathematischen Teilgebieten der Algebra und der Analysis bestehen. Allein wenn sie diese Begriffe hören, verschließen einige von ihnen sofort die Ohren. Diskussionen wurden bei mir hauptsächlich mit dem Argument „Ich weiß nicht mal, was das ist." abgebrochen. Wenn ich dann einfügte, dass vereinfacht, die Algebra das „Arbeiten mit Buchstaben", und die Analysis das „Arbeiten mit Beziehungen" bedeutet, konnte ich das Gespräch zu diesem Thema, noch einige Male etwas länger aufrecht erhalten.

Aufgrund all dessen erachte ich es als sinnvoll, ein Konzept zu erstellen, das einzelne Teilbereiche in einzelnen Schulstufen bearbeitet. Dadurch soll für die Schüler/innen die Möglichkeit entstehen, dass sie sich innerhalb eines Schuljahres ein „Grundwissen[14]“ in einem Bereich aneignen können. Wichtig für mich ist dabei, dass die Schüler/innen nach Abschluss der Schule wissen, wie sie mathematische Probleme in die vier Teilgebiete

- Arithmetik / Algebra
- Analysis
- Geometrie
- Stochastik / Wahrscheinlichkeitstheorie

einordnen können. Die einzelnen, später benötigten Bereiche können gezielt durchsucht werden. Im Laufe eines Schuljahres entsteht Nachschlagematerial für einen Teilbereich. Auch wenn der Schulabschluss schon mehrere Jahre zurück liegt, kann ein besserer Überblick über die Lernmaterialien erhalten bleiben.

Anhand des vorherrschenden Lehrplans (Lehrplan seit 2004) der Unterstufe AHS bringe ich die geforderten Lehrziele in eine Reihenfolge, die in meinen Augen den Teilbereichen entsprechen, die in den jeweiligen Schulstufen behandelt werden sollten. Das Ziel dabei ist, dass die Schülerinnen ein Grundverständnis und auch ein bestimmtes Grundwissen für die Mathematik aufbauen.
Ich möchte erreichen, dass durch das Wissen über die Einteilung der Mathematik und durch das Einteilen - Können verschiedener Probleme in diese Bereiche, die Akzeptanz der Mathematik in der Gesellschaft erhöht wird.

Der vorherrschende Lehrplan ist so aufgebaut, dass ein Schuljahr Inhalte aus allen

[14] Anmerkung der Autorin: Was dieses „Grundwissen“ ist, und welche mathematische Elemente darin enthalten sein sollen, muss in der Fachschaft sowie in der öffentlichen Gesellschaft, noch für jedes der Teilgebiete diskutiert und festgelegt werden. Dies wäre umso bedeutsamer für die Gesellschaft, je mehr interessierte Personen dabei zusammenarbeiten, und je mehr individuelle Grundwissenskonzepte dabei zur Bearbeitung vorliegen.

vier Teilgebieten bearbeitet, und in den Folgejahren der Komplexitätsgrad der behandelten Sachverhalte und Problemstellungen erhöht wird. Im Überblick lautet der Lehrstoff für die 5. bis 8. Schulstufe gleich, wobei jedes Jahr auf dem im Vorjahr gelernten, also auf bereits vorhandenem Wissen aufbaut:

1. Arbeiten mit Zahlen und Maßen
2. Arbeiten mit Variablen
3. Arbeiten mit Figuren und Körpern
4. Arbeiten mit Modellen, Statistik

Bei der Bearbeitung mithilfe des Lehrplans (seit 2004) werde ich mich auf den Inhalt des Lehrstoffes beschränken. Die allgemeinen Punkte wie etwa „Bildungs- und Lehraufgabe“ oder „Didaktische Grundsätze“ werden im Folgenden nicht miteinbezogen.

Bevor ich den Inhalt der vier Schulstufen kurz allgemein nach meinen Vorstellungen skizziere, sowie dieses Konzept mithilfe der 5. Schulstufe spezieller vorstelle, möchte ich auf den mathematischen Begriff „Grundwissen“ eingehen. Dazu beschreibe ich Forschungen in diesem Gebiet und gefundene Unterlagen, die sich bereits mit diesem Begriff beschäftigen.

2. Begriff „Grundwissen“ in mathematischen Zusammenhängen

2.1. Nachhaltigkeit des Mathematikunterrichtes

Die mathematische und naturwissenschaftliche Bildung steht gegenwärtig in einem besonderen Interesse der gesellschaftlichen Aufmerksamkeit. Die Leistungen der Schüler/innen werden schlechter (PISA, TIMSS) und deshalb wird nach den Ursachen dieser Ergebnisse gefragt.
Zum einen liegen diese am Unterricht selbst, zum anderen aber auch an der fehlenden Wertschätzung der Gesellschaft und der fehlenden Praxisnähe. Die deutsche physikalische Gesellschaft (DPG) sieht den nachhaltigen Erfolg im Mathematikunterricht nur dann gewährleistet, wenn der Unterricht bestimmten Positionen[15] entspricht. Bei diesen Positionen handelt es sich um Beiträge, die Zusammenhänge der Mathematik und der Naturwissenschaften in verschiedenen Bereichen des Lebens untersuchen, sowie um spezielle Beiträge in einzelnen Unterrichtsfächern. Weiters werden die Punkte „Entwicklung einer nachhaltigen Unterrichtskultur“ sowie „die notwendigen Rahmenbedingungen für den Unterricht“ diskutiert.

Dazu gehört auch und besonders die Förderung der fachdidaktischen Forschung sowie eine ergebnisoffene, wissenschaftlich begleitete empirische Erprobung neuer Unterrichtsansätze.[16]

Der letzte Punkt behandelt die Lehrer/innenaus- und fortbildung, auf den ich in einem späteren Kapitel noch einmal kurz zurückkomme.[17]

Das Ziel meiner Arbeit ist, dass Schüler/innen ein bestimmtes Grundwissen in der

---

[15] Positionen: vgl.: „Stellungnahmen“ unter www.dpg.physik.de/info/stellungnahmen/mem_ bild_1998.html [Stand: 12.1.2009].

[16] www.dpg.physik.de/info/stellungnahmen/mem_bild_1998.html [Stand: 12.1.2009], S 13.

[17] vgl.: www.dpg.physik.de/info/stellungnahmen/mem_ bild_1998.html [Stand: 12.1.2009].

Mathematik aufbauen. Was aber kann unter diesem Begriff verstanden werden?

Da in Österreich die 9jährige Schulpflicht gesetzlich verankert ist, müsste man die gesamte mathematische Ausbildung bis zum Abschluss der 9. Schulstufe als Grundwissen bezeichnen, das theoretisch jedem in Österreich lebenden Staatsbürger in Form von fachlicher Kompetenz zur Verfügung steht. Ich werde mich hauptsächlich auf die Schulstufen fünf bis acht konzentrieren.

2.2. Der Begriff „Grundwissen“ in Deutschland

Die Internetsuchmaschine „Google“ fand beim Durchsuchen des ganzen Web auf Deutsch circa 69.000 Seiten, unter den Schlagworten „Grundwissen + Mathematik“. Beschränken wir unsere Suche auf „Seiten aus Österreich“, vermindert sich diese Zahl auf circa 12.000. Ich durchforstete und verglich beide Ergebnislisten und kam zu dem Schluss, dass sich unsere deutschen Nachbar/innen zu diesem Thema schon mehr Gedanken gemacht haben, als wir Österreicher/innen. Ihnen stehen online viele Seiten zur Verfügung, die den Jahresstoff zusammenfassen, und so einen Überblick über die besprochenen Teilbereiche geben. Einige Seiten beschäftigen sich damit, den Stoff nach Schulstufen zu ordnen.
Öfter aber wird darauf geachtet, je nach Schulstufe und Schultyp eine bestimmte Ordnung in den einzelnen mathematischen Teilbereichen zu konstruieren. Einige deutsche Schulen haben dazu mehrere Materialien für die Unterstufe AHS online zur Verfügung gestellt. In Österreich hingegen habe ich das Gefühl, dass die Unterstufe weniger berücksichtigt wird als die Oberstufe und berufsbildende höhere Schulen.
Auf einigen österreichischen Seiten fand ich Links, die zu deutschen Aufarbeitungen führten, jedoch weder eine zusammenfassende Seite noch eine, die eine ähnliche Konstruktion wie die deutschen Versionen aufweist.

Auf manchen Internetseiten von Schulen kann man bereits Auflistungen und weitere Auseinandersetzungen mit dem Thema Grundwissen einsehen. Im Rahmen der Umsetzung eines Grundwissenskonzepts haben bereits viele deutsche Gymnasien

Grundwissenskataloge erstellt. Diese sind zwar alle in bestimmter Weise an ihren Schultyp und an die in der Schule vertretene Lehrerschaft angepasst, sie unterscheiden sich vom inhaltlichen Stoff aber kaum. Hierzu finden Sie im Anhang eine Liste mit Links von Gymnasien in Deutschland, die dieses Konzept des Grundwissens bereits umsetzen und online zur Verfügung stellen.

2.3. Forschung und Fortschritt in Österreich

Am 4. Juli 2007 erhielten sechs Student/innen der Universität Wien einen Preis der Bank Austria Creditanstalt. Einen davon erhielt Mag. Florian Wisser von der Fakultät für Mathematik der Universität Wien für sein Projekt mit dem Titel „Grundwissen in Mathematik“. Hierbei geht es darum, dass durch das unterschiedliche mathematische Niveau der Schulausbildung in den verschiedenen Schultypen, Studienanfänger/innen oft mit großen Problemen zu kämpfen haben. Mag. Florian Wisser entwickelte einen Selbsttest, der den Studierenden online zum Aufarbeiten des Schulstoffes zur Verfügung steht.[18] Ich denke, dass Projekte dieser oder ähnlicher Form für alle Schultypen initiiert werden sollten.

In der Oberstufe wie auch im Bereich des Studiums findet man bereits solche Überlegungen. Vor allem Günther MALLE hat Gebiete der Oberstufe aufbereitet. Darunter findet man Materialen zu Funktionen und zum Bereich Vektorrechnung und analytische Geometrie. Diese Unterlagen sind vor allem für diejenigen gedacht, die in ihrem späteren Berufsfeld wenig oder nichts mehr mit wissenschaftlicher Mathematik zu tun haben.[19],[20]

---

18 vgl.: http://forschung.univie.ac.at/de/portal/forschung/ausschreibungen/bankaustriaforschungspreis/bacapreisverleihung [Stand: 1. 4. 2009].

19 vgl.: MALLE, Günther.: Materialien zur Lehrerfortbildung, Überlegungen zum Kernstoff der Oberstufe, Funktionen, Universität Wien, o.J.

20 vgl.: MALLE, Günther.: Materialien zur Lehrerfortbildung, Überlegungen zum Kernstoff der Oberstufe, Vektorrechnung und analytische Geometrie, Universität Wien, o.J.

Die Frage nach dem Grundwissen der Mathematik beschäftigt sich damit, ob es unverzichtbare Inhalte der Mathematik gibt.
Günther MALLE (1993) hat diesbezüglich drei Aspekte bearbeitet, die diese Frage mit ja beantworten. Diese werde ich kurz anführen:

1. Bildungsaspekt: Hierbei soll Verständnis für Zusammenhänge zwischen Naturwissenschaft / Technik und dem Alltagsleben gebildet werden.
Fragen wie: Wie viel Mathematik brauchen Schüler/innen? und ähnliche werden bearbeitet. Wichtig ist an diesem Punkt vor allem, den Wert der Mathematik in der Schule darzustellen.
Dies ist insofern eine schwierige Aufgabe, da viel Zeit für das Anwenden rechnerischen Wissens benützt wird.
2. Nützlichkeitsaspekt: Dieser Punkt spielt beim Wechsel von der Unterstufe AHS in die Oberstufe eine Rolle. Es erfolgt eine große Umstellung bezüglich der mathematischen Herangehensweisen an Problemstellungen.
Die Schüler/innen sollen nachdenken, warum und was sie in Mathematik lernen wollen, und was sie nach der Schulzeit noch brauchen können.
3. Selektionsaspekt: Da Mathematik ein Schularbeitenfach ist, trägt es dazu bei, dass bestimmte verschiedene Anforderungen und Erwartungen an Schüler/innen in verschiedenen Schulen gesetzt werden.
Mathematik leistet zum Beispiel an Höheren Technischen Lehranstalten einen Beitrag zur sozialen Selektion, da der anspruchsvolle Mathematikunterricht als Kriterium für Qualität verkauft wird.[21]

Reinhard WINKLER und Manfred KRONFELLNER von der TU Wien, vertreten die Meinung, dass der Komplexitätsgrad im Unterricht zu hoch sei. Es wird im Unterricht zu viel gerechnet, und zu wenig auf andere Aspekte der Mathematik eingegangen. KRONFELLNER weist in seinem Artikel „Mathematik zwischen Tradition und Herausforderung“ (1987) darauf hin, dass die Mathematik, wie sie gegenwärtig an Schulen unterrichtet wird, nicht mehr zeitgemäß ist. Dies versucht er mit Hilfe eines

[21] vgl.: MALLE, Günther: Didaktische Probleme der elementaren Algebra, Verlag Vieweg, Braunschweig, 1993.

Blickes auf die Geschichte zu erklären. Dabei hebt er besonders den Zusammenhang von Mathematik und Geschichte und Philosophie hervor und soll. Weiters erwähnt er, welche Auswirkungen eine solche Umstellung des Unterrichts auf die Leistungsbeurteilung hätte, und dass die Methoden der Leistungskontrolle mit Bedacht ausgewählt werden sollten.[22]

Reinhard WINKLER erarbeitet in seinem Artikel „Sinn und Unsinn des Rechnens im Mathematikunterricht“ (2006) Kriterien, die bei Problemstellungen im Unterricht beachtet werden sollen. Er behandelt beispielhaft verschiedene mit Rechnen lösbare Teilbereiche, und stellt deren Sinnhaftigkeit im Unterricht in Frage. Gegen Ende des Artikels findet man Vorschläge, wie daraus eine sinnstiftende Strategie entwickelt werden kann, und welche Ziele dabei verfolgt werden.[23]

Auch Günter HANISCH hat sich mit der Frage befasst, wozu Mathematikunterricht gut ist. Hierbei bearbeitet er allgemeine Ziele, die im Unterricht erreicht werden sollen. Seiner Meinung nach ist der Lehrplan einerseits zu unscharf, für die Oberstufe jedoch zu detailliert beschrieben.[24] Die Lehrziele stellt er in Form einer Tabelle dar. Dazu gehören die fachbezogenen, die interaktiven und die latenten Lehrziele.[25]

Einen weiteren sehr interessanten Artikel fand ich von MAASS, Jürgen mit dem Titel: „Was bleibt? Erfolge und Misserfolge des Mathematikunterrichts aus der Sicht von Erwachsenen“ (1994). Dieser beschreibt drei empirische Erhebungen in verschiedenen Institutionen, in denen Erwachsene mathematisch weitergebildet werden. Die erste Testgruppe bestand aus Personen der beruflichen Fachrichtung

---

[22] vgl.: KRONFELLNER, Manfred: Mathematikunterricht zwischen Tradition und Herausforderung – Versuch einer kritischen Bestandsaufnahme, Nr. 15, Wien, 1987, S 1 – 4.

[23] vgl.: WINKLER, Reinhard: Sinn und Unsinn des Rechnens im Mathematikunterricht, Nr. 39, Wien 2006, S 1 – 4.

[24] vgl.: HANISCH, Günter: Wozu ist der Mathematikunterricht gut? Nr. 23, Wien, 1995, S 118.

[25] vgl.: HANISCH, Günter: Wozu ist der Mathematikunterricht gut? Nr. 23, Wien, 1995, S 110 ff.

Maschinenbau / Betriebstechnik. Dabei konnte er feststellen, dass diese besonders geringe Kenntnisse beim Rechnen mit Variablen (Buchstaben) aufwies. Bei diesem Thema konnten auch Lernwiderstände im Kurs selbst aufgezeigt werden. Die zweite Gruppe, die aus Teilnehmern in Kursen des Bildungs- und Rehabilitationszentrums Linz, bestand, wurden Probleme bei den Grundrechnungsarten festgestellt, sobald diese Bruchzahlen oder Dezimalzahlen enthielten. Weiters gab es Schwierigkeiten beim Umrechnen von Größen.

Die dritte Gruppe bestand aus dem zweiten Hochschulehrgang für mathematische Methoden für Anwender in Linz. Die Untersuchung ergab, dass die Eingangskenntnisse in den grundlegenden mathematischen Bereichen sehr gering sind. Besondere Schwächen in den Bereichen Mengen- und Logiksymbole, Funktionen, und Lineare Algebra konnten aufgezeigt werden.

Im weiteren Verlauf seines Artikels gibt er auch Einschätzungen zur Mathematik wieder. Hierbei versucht er vor allem Differenzen in der Wahrnehmung des Unterrichts zwischen den Teilnehmer/innen und den Lehrkräften aufzuzeigen. Mithilfe graphischer Darstellungen zeigt er die großen Unterschiede in der Wahrnehmung bei den beiden Punkten Rechenverfahren und Black Box[26] auf.[27]

2.4. Bücher der Schulstufen in der Unterstufe

(Zusammenfassungen und Bearbeitung der 4 Teilgebiete der Mathematik)

Ich modifizierte meine Suche auf Bücher, die sich mit der Unterstufe AHS, oder der Hauptschule hinsichtlich des Grundwissens in Mathematik befassen. Ich fand heraus, dass es bereits einige ausgearbeitete Lektüre für die Grundschule gibt, die hauptsächlich im öbv – Verlag erhältlich ist. Aber auch für die Oberstufe fand ich viele interessante Beispiele und Methoden zur mathematischen Problemlösung, sowie auch ausgearbeitete Jahrgangs- und Teilgebietszusammenfassungen.

---

[26] Black box: Allgemein ist eine Black Box ein Objekt, dessen innerer Aufbau und innere Funktionsweise unbekannt sind oder als nicht von Bedeutung erachtet werden.
vgl. dazu: http://de.wikipedia.org/wiki/Black_Box_(Systemtheorie) [Stand: 20. 4. 2009].

[27] vgl.: MAASS, Jürgen: Was bleibt? Erfolge und Misserfolge des Mathematikunterrichts aus der Sicht von Erwachsenen, Nr, 22, Linz, 1994.

Für die Unterstufe fand ich zwei mal zwei Bände, je für die 5. - 6. und 7. - 8. Schulstufe. Zwei davon bearbeiten Tests zu bestimmten mathematischen Teilbereichen und deren entsprechende Lösungen. Diese Werke nennen sich „Grundwissen Mathematik, Jahrgangsstufen 5/6 (7/8)“[28],[29] und „Illustrierte Power-Selbsthilfe und Nachschlagewerk für Gymnasium, Realschule, Hauptschule sowie Integrierte Gesamtschule Mathematik 5 – 6 (7 – 8)“.
Die anderen zwei Bücher stellen hauptsächlich Nachschlagewerke dar, die in einfachen Schritten typische teilbereichsspezifische mathematische Probleme behandeln. Diese Werke sollen Schüler/innen, denen das Lernen aufgrund von Krankheit oder sonstigen Versäumnissen Probleme bereitet, das Verständnis des Unterrichtsstoffes erleichtern[30],[31].

Zu meinem Begriff von „Grundwissen“ und „Sicherung des Grundwissens“ im Mathematikunterricht in der AHS Unterstufe oder Hauptschule leistet Theo GLOCKE meiner Meinung nach gute Arbeit. Er veröffentlichte das Werk „Grundwissen Mathematik“ (2008), das sowohl ein Nachschlagewerk als auch ein Übungsbuch darstellt. Die in diesem Buch besprochenen Bereiche sind so aufgebaut, dass auf der einen Hälfte der Seite eine Aufgabe , die einen speziellen Problemfall darstellt, entwickelt wird, während auf der anderen Seite die

---

[28] vgl.: JACOB, Sandra, VON LEHMDEN, Susanne: Grundwissen Mathematik - Jahrgangsstufe 5/6, Auer Verlag GmbH, Donauwörth, 2008.

[29] vgl.: VON LEHMDEN, Susanne, ROHE, Karlheinz: Grundwissen Mathematik - Jahrgangsstufe 7/8, Auer Verlag GmbH, Donauwörth, 2005.

[30] vgl.: ENDNER, Dieter (Hrsg.): Illustrierte Power-Selbsthilfe und Nachschlagewerk für Gymnasium, Realschule, Hauptschule sowie Integrierte Gesamtschule Mathematik 5 – 6, Wagner Verlag, Gelnhausen, 2007.

[31] vgl.: ENDNER, Dieter (Hrsg.): Illustrierte Power-Selbsthilfe und Nachschlagewerk für Gymnasium, Realschule, Hauptschule sowie Integrierte Gesamtschule Mathematik 7 – 8, Wagner Verlag, Gelnhausen, 2007.

wissenschaftlichen, mathematischen Erklärungen dazu zu finden sind.[32]

2.5. Das Rechnen und die Mathematik

Die Mathematik selbst umfasst viele Anwendungen und Möglichkeiten, um Ansätze für Problemlösungen zu finden oder theoretisch begreifbar zu machen. In der Schule wird darüber aber kaum gesprochen, da hauptsächlich das Rechnen mit ihren Anwendungen im Vordergrund steht. Die so entstandene Vorstellung der Schüler/innen, dass die Mathematik nur Rechentechniken sind, hat *großen* Einfluss auf den Stellenwert in der Gesellschaft.[33]

Rudolf TASCHNER: Der erfolgreiche Mathematikunterricht orientiert sich an den vielen, die sich in ihrer späteren Karriere nicht mehr mit Mathematik beschäftigen werden, und sein Gelingen wird daran gemessen, wie positiv sich diesen Menschen das Bild von Mathematik einprägt.[34]

Es erscheint mir sinnvoll, dass im Unterricht eine Unterscheidung zwischen dem Rechnen und der Mathematik getroffen wird. Das Rechnen betrifft das theoretische mathematische Wissen. Dazu gehört zum Beispiel das Wissen über die Lösungsmöglichkeiten einer linearen oder quadratischen Gleichung, das Wissen über die Elementarumformungsregeln oder *auch* das Wissen über die Bildung der zweiten Ableitung einer Funktion. Die Mathematik dient im Gegenzug dazu, dass die Schüler/innen alltäglich formulierte Probleme in eine wissenschaftliche mathematische Darstellung bringen können. Ich denke, dass durch eine Verlagerung der Priorität vom Rechnen hin zur Mathematik im wissenschaftlichen Sinn, der Wert der Mathematik in der Gesellschaft erhöht werden könnte. Dadurch könnte sich auch die Kritik, dass im Unterricht zu viel Zeit für das Erlernen von Rechenfertigkeiten aufgewandt wird, vermindern. Der Einsatz von technischen

---

[32] vgl.: GLOCKE, Theo: Grundwissen Mathematik, Cornelsen Verlag GmbH, Berlin, 2008.

[33] vgl.: www.oemg.ac.at/LS/index.html# [Stand: 12.1.2009]
TASCHNER, Rudolf: Wie Mathematik in der Schule noch zu retten ist, Wien, 2004.

[34] www.oemg.ac.at/LS/index.html [Stand: 12.1.2009]
TASCHNER, Rudolf: Wie Mathematik in der Schule noch zu retten ist, Wien, 2004, Kap 5, S 4.

Entwicklungen in der Schule und der ständige schnelle technische Fortschritt erfordern von den Lehrpersonen eine ständige Diskussion und eine Anpassung des Unterrichts hinsichtlich der Unterscheidung Mathematik und Rechnen.

Die Unterscheidung zwischen Rechnen und der Mathematik wird in mehreren Artikeln behandelt. So findet man bei BRUDER Regina, BÜCHTER Andreas und LEUDERS Timo in ihrem Artikel „Die „gute“ Mathematikaufgabe“ (2005) die Unterscheidung zwischen Aufgaben zum Lernen und Aufgaben zum Leisten. Dabei geben sie einen Orientierungsrahmen, nach welchen Kriterien Aufgaben ausgewählt werden sollen. Zum Beispiel nennen sie bei Aufgaben für das Lernen, dass Fehler als Chance begriffen werden, oder auf Lösungsvielfalt und Aufgaben zum Erkunden, Sammeln und Vernetzen geachtet werden soll. Bei den Aufgaben für das Leisten geht es aber um Vermeiden von Fehlern, um Aufgaben zur Anwendung von Rechenkompetenz und Leistungsbewertung des Einzelnen.[35]

Der Mathematikunterricht hat die Aufgabe, den Schüler/innen zu vermitteln, wie sie mit vorhandenen mathematischen Methoden und Möglichkeiten umgehen können. In meinen Augen ist es dabei wichtig, den Schüler/innen Zusammenhänge dieser Methoden und Rechenweisen mit der Gesellschaft sowie deren Auswirkungen auf diese aufzuzeigen, und Weiterentwicklungen zu thematisieren.

[35] BRUDER, Regina, BÜCHTER, Andreas, LEUDERS, Timo: Die „gute“ Mathematikaufgabe –ein Thema für die Aus- und Weiterbildung von Lehrerinnen und Lehrern, 2005, S 2.

3. Umstrukturierung der Lehrziele

Günter HANISCH formuliert in seinem Artikel „Wozu ist Mathematikunterricht gut?“ (1995) folgende Aussage:

Das mathematische Wissen hat sich aus vier Tätigkeiten entwickelt, und zwar aus dem Zählen, dem Messen, dem Zeichnen und dem Schätzen. Aus ersterem wurde die Algebra, aus dem Zweiten die Analysis, aus dem Dritten die Geometrie und aus dem Schätzen die Stochastik. Anders ausgedrückt: Mathematik ist eine Fortführung dieser Kulturtechniken. Nehmen wir eine der Säulen weg, steht das Gebäude nicht mehr sicher.[36]

Aufgrund dieser Einteilung werde ich inhaltliche Gebiete der Mathematik nach diesen so genannten Kulturtechniken strukturieren. Ich werde eine kurze Beschreibung des Inhaltes geben, der in den einzelnen Schulstufen behandelt wird, der meiner Meinung nach in der Unterstufe oder Hauptschule als Grundwissen angeeignet werden sollte.

5. Schulstufe (Arithmetik / Algebra)

- Aufbau der mathematischen Zahlentheorie:

Die natürlichen Zahlen

Die ganzen Zahlen

- Die 4 Grundrechnungsarten in $\mathbb{N}$ und $\mathbb{Z}$
- Gleichungen / Ungleichungen
- Elementare Algebra: Was ist Algebra, wozu brauche ich sie?

(Terme, Rechenregeln, Gesetze)

- Lineare Gleichungen in einer Variable

6. Schulstufe (Algebra)

- Zahlenbereichserweiterung: $\mathbb{Z}$ –> $\mathbb{Q}$ –> $\mathbb{R}$
- Maße / Maßstab
- Bruchrechnung, Dezimalrechnung

[36] HANISCH, Günter: Wozu ist Mathematikunterricht gut? Nr. 23, Wien, 1995, S 118 f.

- Direkte – indirekte Proportionalitäten
- Prozent – und Zinsrechnung

7. Schulstufe (Geometrie)

- Geometrische Grundbegriffe
- Geometrische Flächen:

Quadrat, Rechteck – Würfel, Quader

Dreieck, Viereck, Vieleck, Prisma

Kreis, Winkel

Lineare Gleichungen in zwei Variablen

- Figuren und Körper im $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$

8. Schulstufe (Analysis / Stochastik)

- Funktionen
- Funktionale Abhängigkeiten
- Stochastik / Grundlagen der Wahrscheinlichkeitstheorie
- Statistik (PC)

In den folgenden Unterkapiteln werde ich die einzelnen Schulstufen kurz näher erläutern, die im derzeitigen Lehrplan vorgegebenen Lehrziele den jeweiligen Schulstufen hinzufügen und so neu ordnen, dass in meinem Konzept alle vertreten sind. Jene Lehrziele, die mit einem Quadrat am Anfang gekennzeichnet sind, sind jene, die mehrfach genannt werden können.

3.1. Lehrziele für die 5. Schulstufe

- Aufbau der mathematischen Zahlentheorie:

Die natürlichen Zahlen

Die ganzen Zahlen

- Die 4 Grundrechnungsarten in $\mathbb{N}$ und $\mathbb{Z}$
- Gleichungen / Ungleichungen
- Elementare Algebra: Was ist Algebra, wozu brauche ich sie?

(Terme, Rechenregeln, Gesetze)

- Lineare Gleichungen in einer Variable

Erfüllte Punkte des Lehrplans:

5. Schulstufe:

- Kenntnisse und Fähigkeiten im Umgang mit natürlichen Zahlen vertiefen, dabei auch große natürliche Zahlen verwenden und mehrstellige Multiplikationen und Divisionen durchführen können
- einfache Ungleichungen zum Einschranken benutzen
- grundlegende Sicherheit im Kopfrechnen gewinnen
- elektronische Rechenhilfsmittel einsetzen können
- Kenntnisse über Umkehroperationen erweitern
- die Regeln über die Reihenfolge von Rechenoperationen, einschließlich der Klammerregeln, anwenden können
- wichtige Teilbarkeitsregeln kennen und anwenden können
- mit Variablen allgemeine Sachverhalte beschreiben können, zB gleichartige Rechenabläufe, die sich nur durch unterschiedliche Zahlen unterscheiden, oder allgemeine Beziehungen zwischen Größen,
- insbesondere Formeln bzw. Gleichungen aufstellen,
- Lösungen zu einfachen linearen Gleichungen finden können,
- Formeln anwenden und interpretieren können.

6. Schulstufe:

- mit Variablen allgemeine Sachverhalte beschreiben,
- Gleichungen und Formeln aufstellen, insbesondere auch in Sachsituationen,
- unter Verwendung von Umkehroperationen einfache lineare Gleichungen mit einer Unbekannten lösen und Formeln umformen,
- Formeln interpretieren.

7. Schulstufe:

- Verketten der vier Grundrechnungsarten und derart entstehende Terme auch mit elektronischen Rechenhilfsmitteln berechnen können,
- Sicherheit im Kopfrechnen gewinnen;
- Mit einfachen Potenzen arbeiten können,
- Lösen von linearen Gleichungen mit einer Unbekannten.

8. Schulstufe:

- Sicherheit im Arbeiten mit Variablen, Termen, Formeln und Gleichungen steigern

- □ anhand von Teilern und Vielfachen Einblicke in Zusammenhänge zwischen natürlichen Zahlen gewinnen
- □ Formeln anwenden und interpretieren können
- □ Zahlen, vor allem in Sachsituationen, unter Verwendung von Zehnerpotenzen darstellen können.
- □ ausgehend von Objekten der Umwelt durch Idealisierung und Abstraktion geometrische Figuren und Körper sowie ihre Eigenschaften erkennen und beschreiben können,
- □ aufbauend auf die Grundschule Kenntnisse über grundlegende geometrische Begriffe gewinnen,
- □ Modelle mit realen Gegebenheiten vergleichen,
- □ grundlegende Überlegungen zur Sinnhaftigkeit von Modellen für die Praxis anstellen,

Diesem Teilbereich der Mathematik habe ich ein eigenes Kapitel gewidmet. Ich möchte damit zeigen, wie meine Vorstellungen bezüglich eines algebraischen Aufbaus der Mathematik in der Schule aussehen könnten. Wichtig in dieser Schulstufe ist mir, dass die Schüler/innen wissen, dass die Algebra und die Arithmetik in der Geometrie Anwendung findet, und dass sie algebraische Inhalte im Zusammenhang mit den anderen Teilgebieten der Mathematik erkennen.

Die Schüler/innen sollen ein Verständnis dafür aufbauen dass, wenn mathematisch wissenschaftlich gearbeitet wird, bestimmte Anfangsbedingungen akzeptiert werden müssen. In meinem Beispiel (in Kapitel 5) werde ich die Arithmetik mit Hilfe des Axiomensystems von PEANO einführen. Diese Axiome werden PEANO – Axiome genannt, obwohl dieser diese 1889 lediglich nach DEDEKIND (1888) in eine logische Formelsprache übersetzt hat.[37] Ein weiteres klassisches Beispiel, das als Einstieg, oder als Erweiterung zu den PEANO – Axiomen, in der 7. Schulstufe denkbar wäre, ist das Axiomensystem von HILBERT für die (euklidische)

[37] vgl.: http://de.wikipedia.org/wiki/Nat%C3%BCrliche_Zahl [Stand: 11. 5. 2009].

Geometrie.

In den Schulbüchern der 5. Unterstufe AHS werden die vier Grundrechnungsarten (Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division) erläutert und vertieft (Arithmetik). Es werden Beispiele in verschiedenen Zusammenhängen berechnet. Aufgrund dessen ist es meiner Meinung nach gut möglich, die Rechenregeln im Hinblick auf die Algebra einzuführen (Algebraische Zahlentheorie).

Weiters sollen die vier Grundrechnungsarten mithilfe des Begriffs der Variable bearbeitet werden. Hierbei gibt es die Möglichkeit, Zusammenhänge zwischen Arithmetik und elementarer Algebra, sowie zwischen Algebra und Geometrie aufzuzeigen. Algebra erlaubt die Formulierung allgemeingültiger arithmetischer Gesetze, beispielsweise $a + b = b + a$ für alle beliebigen a und b. Durch die Einführung des Begriffs der Variable würden die Äquivalenzumformungen[38] meiner Meinung nach, unnötig werden.

Ich denke, dass es in diesem Jahr wichtig ist, die geschichtliche Entwicklung der Mathematik immer wieder in den Unterricht einfließen zu lassen, und darüber mit den Schüler/innen zu diskutieren. Die Arithmetik und die Algebra sind aus der Zeit entstandene Teilbereiche der Mathematik

Wichtig wäre es für mich auch folgende oder ähnliche Fragen mit den Schüler/innen zu bearbeiten:
Was heißt das, dass mathematische Probleme „algebraisiert“ werden dürfen?
Wie werden verschiedene Symbole miteinander verknüpft?
Wie verändert sich die Bedeutung der mathematischen Aussage, wenn ich Symbole ändere oder vertausche?
Warum müssen strikte Regeln befolgt werden, wenn ich Sequenzen umforme?
Warum müssen genau diese Regeln befolgt werden? Wer hat die aufgestellt?

---

[38] Äquivalenzumformungen: In verschiedenen Schulbüchern werden darunter die sogenannten „Waageregeln“ verstanden: „auf beiden Seiten der Gleichung dasselbe machen“ wird graphisch durch eine „Waage“ dargestellt.

3.2. Lehrziele für die 6. Schulstufe

- Zahlenbereichserweiterung : $\mathbb{Z}$ –> $\mathbb{Q}$ –> $\mathbb{R}$
- Maße
- Direkte – indirekte Proportionalitäten
- Bruchrechnung, Dezimalrechnung
- Prozent – und Zinsrechnung

Erfüllte Punkte des Lehrplans:

5. Schulstufe:

- Rechnen mit Maßen und Umwandlungen zur Bearbeitung von Sachaufgaben und geometrischen Berechnungen
- anhand von Teilern und Vielfachen Einblicke in Zusammenhänge zwischen natürlichen Zahlen gewinnen
- Vorstellungen mit positiven rationalen Zahlen verbinden
- mit der Darstellung in Dezimal- und Bruchschreibweise vertraut sein
- mit den positiven rationalen Zahlen Rechnungen mit leicht abschätzbaren Ergebnissen durchführen und zur Lösung von Problemen in Sachsituationen vielfältig anwenden können
- Rechnen mit Brüchen, nur in einfachen Fällen, die anschaulich deutbar sind
- Formeln anwenden und interpretieren können
- direkte Proportionalitäten erkennen (z.B. Warenmenge-Geld, Zeit-Weg),
- Maßstabszeichnungen anfertigen und Längen daraus ermitteln können;

6. Schulstufe:

- Festigen und Vertiefen der Fähigkeiten beim Arbeiten mit positiven rationalen Zahlen, um vielfältige und komplexere Probleme in Sachsituationen bearbeiten zu können,
- Rechnen mit Brüchen (mit kleinen Zählern und Nennern), damit die Rechenregeln im Hinblick auf die Algebra sicher beherrscht werden,
- diese Rechenregeln für das Bruchrechnen begründen können,
- Bruchdarstellung in Dezimaldarstellung überführen und umgekehrt,
- Rechnen mit Prozenten in vielfältigen Zusammenhängen;
- Maße verwenden und Umwandlungen durchführen können in dem Ausmaß, wie es die Bearbeitung von Sachaufgaben und geometrischen Aufgaben erfordert und es dem Vorstellungsvermögen der Schülerinnen und Schüler entspricht.

7. Schulstufe:

- rationale Zahlen in verschiedenen Formen deuten können,
- als Zustände gegenüber einem Nullpunkt,

- als Punkte auf einer Zahlengeraden,
- Erkennen und Beschreiben von Kleiner-Größer-Beziehungen;
- rationale Zahlen für Darstellungen in Koordinatensystemen verwenden können;
- die Regeln für das Rechnen mit rationalen Zahlen wissen und bei Rechenbeispielen (mit einfachen Zahlen) mit Sicherheit anwenden können;
- Potenzschreibweise kennen und anwenden können,
- Zahlen, vor allem in Sachsituationen, unter Verwendung von Zehnerpotenzen darstellen können.

8. Schulstufe:

- durch zusammenfassendes Betrachten das Zahlenverständnis vertiefen,
- anhand einfacher Beispiele erkennen, dass es Rechensituationen gibt, die nicht mit Hilfe der rationalen Zahlen lösbar sind,
- Arbeiten mit einfachen Bruchtermen,

- Kenntnisse über Umkehroperationen erweitern
- die Regeln über die Reihenfolge von Rechenoperationen, einschließlich der Klammerregeln, anwenden können
- mit Variablen allgemeine Sachverhalte beschreiben können, z.B. gleichartige Rechenabläufe, die sich nur durch unterschiedliche Zahlen unterscheiden, oder allgemeine Beziehungen zwischen Größen,
- insbesondere Formeln bzw. Gleichungen aufstellen,
- Lösungen zu einfachen linearen Gleichungen finden können,
- Formeln anwenden und interpretieren können.
- Gleichungen und Formeln aufstellen, insbesondere auch in Sachsituationen,
- mit Variablen allgemeine Sachverhalte beschreiben,
- Lösen von linearen Gleichungen mit einer Unbekannten.
- Sicherheit im Arbeiten mit Variablen, Termen, Formeln und Gleichungen steigern
- direkte Proportionalitäten erkennen (z.B. Warenmenge-Geld, Zeit-Weg),
- entsprechende Fragestellungen finden und Berechnungen durchführen können,
- charakteristische Kennzeichen von indirekten und direkten Proportionalitäten an Beispielen angeben können,
- Fragen zu sinnvollen Anwendungsbereichen für solche Proportionalitäten stellen;

Aufgrund des Lehrstoffes in der 5. Schulstufe, können die Zahlbereiche $\mathbb{N}$ und $\mathbb{Z}$ erweitert werden um $\mathbb{Q}$. Die reellen Zahlen werden in dieser Schulstufe als Zahlbereichserweiterung behandelt, Eigenschaften der reellen Zahlen sollen erkundet werden, und weiters in der 7. Schulstufe bei Besprechung des Kreises wiederholt werden.

Wichtig hierbei ist es wohl, die Schüler/innen darauf aufmerksam zu machen, dass die elementare Algebra, die Algebra im Sinne der Schulmathematik ist. Sie umfasst die Rechenregeln der natürlichen, ganzen, rationalen (gebrochenen) und reellen Zahlen, den Umgang mit Ausdrücken, die Variablen enthalten, und Wege zur Lösung einfacher algebraischer Gleichungen.

Wenn die Grundrechnungsarten in der 5. Schulstufe gut eingearbeitet wurden, und die Elementarumformungsregeln im speziellen sowie auch im allgemeinen Fall beherrscht werden, kann ich mir vorstellen, dass einige Schüler/innen weniger Probleme beim Lösen von Bruchgleichungen haben könnten.

Arithmetik bezeichnet allgemein auch das Rechnen mit Zahlen. Sie beschäftigt sich im Unterschied zur Zahlentheorie mit allen Zahlenbereichen, während sich die Zahlentheorie auf $\mathbb{Z}$ und eventuell auf $\mathbb{Q}$ bezieht. Algebra beschäftigt sich mit der Struktur, der Relation und der Menge. Im alltäglichen Sprachgebrauch oft als „Buchstaben - Rechnen“ erklärt. Algebra wie Arithmetik sind Teilbereiche der Mathematik. Algebra kann wieder in verschiedene Teilbereiche eingeteilt werden.

3.3. Lehrziele für die 7. Schulstufe

- Geometrische Grundbegriffe
- Geometrische Flächen:

Quadrat, Rechteck – Würfel, Quader
Dreieck, Viereck, Vieleck, Prisma
Kreis, Winkel
Lineare Gleichungen in zwei Variablen

- Figuren und Körper im $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$

Erfüllte Punkte des Lehrplans:

5. Schulstufe:

- ausgehend von Objekten der Umwelt durch Idealisierung und Abstraktion geometrische Figuren und Körper sowie ihre Eigenschaften erkennen und beschreiben können,
- aufbauend auf die Grundschule Kenntnisse über grundlegende geometrische Begriffe gewinnen,

- Skizzen von Rechtecken, Kreisen, Kreisteilen, Quadern und ihren Netzen anfertigen können,
- Zeichengeräte zum Konstruieren von Rechtecken, Kreisen und Schrägrissen gebrauchen können,
- Umfangs- und Flächenberechnungen an Rechtecken (und einfachen daraus zusammengesetzten Figuren),
- sowie Volums- und Oberflächenberechnungen an Quadern (und einfachen daraus zusammengesetzten Körpern) durchführen können,
- Formeln für diese Umfangs-, Flächen- und Volumsberechnungen aufstellen können;
- Winkel im Umfeld finden und skizzieren,
- Gradeinteilung von Winkeln kennen,
- Winkel mit dem Winkelmesser (Geodreieck) zeichnen können;
- einfache symmetrische Figuren erkennen und herstellen können.

6. Schulstufe:

- Dreiecke, Vierecke und regelmäßige Vielecke untersuchen, wesentliche Eigenschaften feststellen,
- die Figuren skizzieren und konstruieren können,
- Erkennen, ob Angaben mehrdeutig sind oder überhaupt nicht in Konstruktionen umgesetzt werden können,
- kongruente Figuren herstellen können, die Kongruenz begründen können;
- Eigenschaften von Strecken- und Winkelsymmetralen kennen,
- und für Konstruktion anwenden können;
- Flächeninhalte von Figuren berechnen können, die sich durch Zerlegen oder Ergänzen auf Rechtecke rückführen lassen,
- Volumina von Prismen berechnen, möglichst in Anwendungsaufgaben

7. Schulstufe:

- Formeln in Sachsituationen und in der Geometrie aufstellen können,
- Aufgaben aus Anwendungsbereichen und aus der Geometrie durch Umformungen von Formeln oder Termen lösen können,
- dabei auch Aufgaben variieren und graphische Darstellungen nutzen können.
- Vergrößern und Verkleinern von Figuren,
- ähnliche Figuren erkennen und beschreiben;
- Formeln für Flächeninhalte von Dreiecken und Vierecken begründen und damit Flächeninhalte berechnen können,
- Umkehraufgaben lösen können,
- Gegenstände, die die Gestalt eines Prismas oder einer Pyramide haben, zeichnerisch darstellen können,
- Oberfläche, Rauminhalt und Gewicht von Gegenständen, die die Gestalt eines Prismas oder einer Pyramide haben, berechnen können;
- den Lehrsatz des Pythagoras für Berechnungen in ebenen Figuren nutzen können.

8. Schulstufe:

- lineare Gleichungen mit zwei Variablen graphisch darstellen und Lösungen angeben können
- Verfahren zum Lösen von linearen Gleichungssystemen (zwei Gleichungen mit zwei Variablen) nutzen können,

- den Lehrsatz des Pythagoras für Berechnungen in ebenen Figuren und in Körpern nutzen können,
- eine Begründung des Lehrsatzes des Pythagoras verstehen,
- Berechnungsmöglichkeiten mit Variablen darstellen können;
- Schranken für Umfang und Inhalt des Kreises angeben können,
- Formeln für die Berechnung von Umfang und Flächeninhalt des Kreises wissen und anwenden können,
- Formeln für die Länge eines Kreisbogens und für die Flächeninhalte von Kreisteilen herleiten und anwenden können;
- Formeln für die Berechnung der Oberfläche und des Volumens von Drehzylindern und Drehkegeln sowie für die Kugel erarbeiten und nutzen können.

- □ Kenntnisse über Umkehroperationen erweitern
- □ die Regeln über die Reihenfolge von Rechenoperationen einschließlich der Klammerregeln anwenden können
- □ mit Variablen allgemeine Sachverhalte beschreiben können, z.B. gleichartige Rechenabläufe, die sich nur durch unterschiedliche Zahlen unterscheiden, oder allgemeine Beziehungen zwischen Größen,
- □ insbesondere Formeln bzw. Gleichungen aufstellen,
- □ Lösungen zu einfachen linearen Gleichungen finden können,
- □ Formeln anwenden und interpretieren können.
- □ Gleichungen und Formeln aufstellen, insbesondere auch in Sachsituationen,
- □ mit Variablen allgemeine Sachverhalte beschreiben,
- □ Lösen von linearen Gleichungen mit einer Unbekannten.
- □ Sicherheit im Arbeiten mit Variablen, Termen, Formeln und Gleichungen steigern
- □ direkte Proportionalitäten erkennen (z.B. Warenmenge-Geld, Zeit-Weg),
- □ entsprechende Fragestellungen finden und Berechnungen durchführen können,
- □ charakteristische Kennzeichen von indirekten und direkten Proportionalitäten an Beispielen angeben können,
- □ Fragen zu sinnvollen Anwendungsbereichen für solche Proportionalitäten stellen;

Die Geometrie soll als Teilgebiet der Mathematik kennen gelernt werden, dabei insbesondere die zwei- und dreidimensionale euklidische Elementargeometrie, die auch im Schulunterricht gelehrt wird und sich mit Punkten, Geraden, Ebenen, Abständen, Winkeln etc. beschäftigt.
Die Geometrie kann man in verschiedene Teilbereiche gliedern, einerseits in Vierecke, Dreiecke, etc. und andererseits auch in Tätigkeiten wie Zeichnen, Messen, Berechnen, … Je nach Jahresplanung und individuellen Vorlieben der

Lehrperson kann wie in jedem Schuljahr der Fragenkatalog oder die Grundwissensübersicht selbstverständlich variieren.

Die Schüler/innen sollen Figuren und Körper im Zwei- und Dreidimensionalen zeichnen und kennen lernen, wobei sie Formeln anwenden und Umformungen an diesen vornehmen sollen.

Weiters sollen in diesem Schuljahr lineare Gleichungen mit zwei Variablen bearbeitet, und Sachsituationen analysiert werden. In dieser Schulstufe ist es für mich von besonderer Bedeutung, dass die Schüler/innen, die in der 5. und 6. Schulstufe bereits erlernte Arithmetik und Algebra, in der Geometrie anwenden. Die Geometrie ist eine Darstellungsmöglichkeit, um algebraisches Arbeiten zu visualisieren.

FISCHER, Roland (2006) schreibt, dass die Mathematik früher als Wissenschaft von Zahlen und als Wissenschaft von Figuren bezeichnet wurde. Neuzeitlich sind dies die Teilbereiche der Arithmetik und der Geometrie. Zur Verdeutlichung führt er hierzu an, dass es auf der einen Seite das Rechnen im Zusammenhang mit Geldwesen, Warenverkehr und etwa Steuern gab, auf der anderen Seite Bereiche wie etwa Landvermessung oder Astronomie. Durch das Entdecken und Erfinden des „Funktionsbegriffes" können Beziehungen zwischen Zahlen hergestellt werden. Hierzu suchte man geometrische Darstellungsarten, die es ermöglichten, Problemstellungen durch Rechnungen zu lösen (intuitiv). In der geschichtlichen mathematischen Entwicklung war jedoch die umgekehrte Möglichkeit, Probleme der Arithmetik im Koordinatensystem darzustellen, bedeutsamer.[39]

Dies finde ich insofern von Bedeutung, da in diesem Fall sichtbar wird, dass sich der Unterricht in Mathematik entsprechend neuer Ziele weiterentwickeln muss. Die mathematischen Anforderungen an die Gesellschaft und an die einzelnen Personen verändern sich.

---

[39] vgl FISCHER, Roland: Materialisierung und Organisation – Zur kulturellen Bedeutung der Mathematik, Profil Verlag GmbH, München / Wien, 2006, S 54 f.

Der Mensch verlässt sich zum Beispiel darauf, dass die mathematisch programmierte Software zur Zinsenberechnung in einem Geldinstitut bei Kreditvergaben funktioniert. Der Bankangestellte tippt entsprechende Beträge und Zinssätze ein, und erhält in Sekunden das Ergebnis. Mit der wissenschaftlichen Mathematik hat das nicht mehr so viel zu tun. In meinen Augen wird es wichtiger, dass Schüler/innen lernen, welche mathematischen Möglichkeiten sie haben, sich mit einem Problem zu beschäftigen. Dies würde vielleicht mehr Raum für Diskussionen und Interpretationen lassen, und auch die Kreativität anregen.

Ich denke, dass auch der allgemeine Stellenwert der Mathematik verbessert werden könnte, wenn durch den Unterricht Diskussionen ausgelöst werden, die die Öffentlichkeit dazu bewegen, sich für die geschichtliche Entwicklung der Wissenschaft Mathematik sowie ihre vielen Eigenheiten und Unterschiede zu anderen Wissenschaften interessieren.

3.4. Lehrziele für die 8. Schulstufe

- Funktionale Abhängigkeiten
- Funktionen
- Stochastik / Grundlagen der Wahrscheinlichkeitstheorie
- Statistik (PC)

Erfüllte Punkte des Lehrplans:

5. Schulstufe:

- direkte Proportionalitäten erkennen (z.B. Warenmenge-Geld, Zeit-Weg),
- entsprechende Fragestellungen finden und Berechnungen durchführen können,
- Modelle mit realen Gegebenheiten vergleichen,
- grundlegende Überlegungen zur Sinnhaftigkeit von Modellen für die Praxis anstellen,
- Tabellen und graphische Darstellungen zum Erfassen von Datenmengen verwenden können.

6. Schulstufe:

- charakteristische Kennzeichen von indirekten und direkten Proportionalitäten an Beispielen angeben können,

- einfache Fragestellungen dazu formulieren, sie graphisch darstellen und lösen können,
- Fragen zu sinnvollen Anwendungsbereichen für solche Proportionalitäten stellen;
- relative Häufigkeiten ermitteln können,
- entsprechende graphische Darstellungen lesen, anfertigen und kritisch betrachten können,
- Manipulationsmöglichkeiten erkennen.

7. Schulstufe:

- lineare Wachstums- und Abnahmeprozesse mit verschiedenen Annahmen unter Zuhilfenahme von elektronischen Rechenhilfsmitteln untersuchen können (z.B. Zinssätze),
- funktionale Abhängigkeiten erkennen, formelmäßig und graphisch darstellen;
- Untersuchen und Darstellen von Datenmengen.

8. Schulstufe:

- Näherungswerte oder Schranken für irrationale Zahlen angeben können, auch unter Verwendung elektronischer Hilfsmittel,
- bei Anwendungen Überlegungen zur sinnvollen Genauigkeit anstellen.
- durch das Arbeiten mit funktionalen Abhängigkeiten einen intuitiven Funktionsbegriff erarbeiten.
- Wachstums- und Abnahmeprozesse mit verschiedenen Annahmen unter Zuhilfenahme von elektronischen Rechenhilfsmitteln untersuchen können,
- funktionale Abhängigkeiten untersuchen und darstellen;
- Untersuchen und Darstellen von Datenmengen unter Verwendung statistischer Kennzahlen (z.B. Mittelwert, Median, Quartil, relative Häufigkeit, Streudiagramm).

- ◻ Kenntnisse über Umkehroperationen erweitern
- ◻ die Regeln über die Reihenfolge von Rechenoperationen einschließlich der Klammerregeln anwenden können
- ◻ mit Variablen allgemeine Sachverhalte beschreiben können, z.B. gleichartige Rechenabläufe, die sich nur durch unterschiedliche Zahlen unterscheiden, oder allgemeine Beziehungen zwischen Größen,
- ◻ insbesondere Formeln bzw. Gleichungen aufstellen,
- ◻ Lösungen zu einfachen linearen Gleichungen finden können,
- ◻ Formeln anwenden und interpretieren können.
- ◻ Gleichungen und Formeln aufstellen, insbesondere auch in Sachsituationen,
- ◻ mit Variablen allgemeine Sachverhalte beschreiben,
- ◻ Lösen von linearen Gleichungen mit einer Unbekannten.
- ◻ Sicherheit im Arbeiten mit Variablen, Termen, Formeln und Gleichungen steigern
- ◻ direkte Proportionalitäten erkennen (z.B. Warenmenge-Geld, Zeit-Weg),
- ◻ entsprechende Fragestellungen finden und Berechnungen durchführen können,
- ◻ charakteristische Kennzeichen von indirekten und direkten Proportionalitäten an Beispielen angeben können,

- Fragen zu sinnvollen Anwendungsbereichen für solche Proportionalitäten stellen;[40]

Die Schüler/innen sollen zuerst aufgrund von Messungen und Beobachtungen, später auch durch formelmäßigen Zusammenhang, verschiedene Zuordnungen kennen lernen. Hierbei ist für mich vor allem die Beschäftigung mit der Beschreibung von funktionalen Abhängigkeiten von Bedeutung. Auch in diesem Schuljahr ist der Lehrstoff der 6. Schulstufe wichtig, da im besten Falle der Zusammenhang zwischen Funktionen und Proportionen verstanden werden kann. Besprochen werden in diesem Teilbereich vor allem indirekte und direkte proportionale Zuordnungen und lineare und quadratische Zuordnungen (funktionale Anhängigkeiten).
Im Weiteren können darauf Zuordnungen von Wachstums- und Abklingvorgängen besprochen werden.

Die Schüler/innen sollen lernen, Schaubilder von homogenen und inhomogenen linearen Funktionen sowie von weiteren einfachen Funktionen, wie etwa die quadratische Funktion $y = x^2$, die kubische Funktion $y = x^3$ oder die Funktion $y = 1/x$ anzufertigen.

In diesem Jahr sollen die Schüler/innen lernen, Zahlenwerte und Häufigkeiten zeichnerisch darzustellen und verschiedene graphische Darstellungsarten kennen zu lernen. Weiters sollen die Schüler/innen dadurch Daten untersuchen und Graphiken lesen lernen. Mit Unterstützung von Computertechnologien gibt es meiner Meinung nach besonders gute Möglichkeiten, den Schüler/innen Kennzahlen der Lage und der Streuung näher zu bringen, sowie Abhängigkeiten von zwei Merkmalen zu untersuchen.

Im nächsten Kapitel werde ich versuchen, speziell das 5. Schuljahr in dieses Konzept zu bringen und auszuarbeiten.

---

[40] Lehrziele nach: http://www.bmukk.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp_ahs_unterstufe.xml [Stand 3. 5. 2009].

4. „Arithmetik / Algebra“ in der 5. Schulstufe

Was könnte nach der 5. Schulstufe als Grundwissen in Arithmetik / Algebra angesehen werden?

In diesem Kapitel verfasse ich einen zeitlichen Überblick, indem ich aufzeige, was in der 5. Schulstufe besprochen werden könnte. Im darauf folgenden Kapitel stelle ich eine darauf angepasste inhaltliche Ausarbeitung vor, die als Jahresplanung dienen sowie bei Diskussionen über die Nachprüfbarkeit zur Hilfe herangezogen werden könnte. Um einen Überblick zu bekommen, wie ich das Schuljahr und die enthaltenen inhaltlichen Themen gliedern kann, beziehe ich mich bei der Planung auf das Schuljahr 2008 / 2009. Dabei versuche ich, einen so realitätsnahen Ablauf wie möglich darzustellen. Ich achte darauf, dass schulfreie Tage, wie Ferien oder auch Feiertage, soweit sie mir bekannt waren, in meinem Konzept berücksichtigt werden.

Dies ist für mich insofern von Bedeutung, weil ich denke, dass für Interpretationen oder Diskussionen über Ideen der Schüler/innen im Mathematikunterricht die Zeit fehlt. Ich denke auch, dass es nicht so leicht möglich ist, die derzeit geforderten Lehrziele mit inhaltlich sehr umfangreichen Themen vollständig mit den Schüler/innen zu bearbeiten.

Ich teile das Schuljahr in Wochen ein und notiere daneben in Klammern, wie viele Unterrichtsstunden meiner Meinung nach zur Verfügung stehen. Ich denke, dass diese zeitliche Einteilung meinem Konzept in der Hinsicht dienlich ist, dass sie eine gute Strukturierung für die Bearbeitung der einzelnen geforderten Inhalte in der 5. Schulstufe erlaubt.

Dadurch bekam ich eine Möglichkeit, meine persönlichen Erfahrungen mit Gemütsstimmungen in Schulklassen kurz vor Beginn oder kurz nach Ende der Ferien indirekt in meine Überlegungen mit einzubeziehen. Diese Zeit verwende ich in meinem Konzept, um den für mich benötigten Spielraum für Diskussionen einzuräumen.

Dies sind Themen, die ich im gegenwärtigen Unterricht vernachlässigt sehe. Ich denke, klassische mathematische Problemstellungen können im Bewusstsein der Schüler/innen gegenwärtig nur mehr nachhaltig verankert werden, wenn etwa Zusammenhänge oder Anwendungsgebiete der Gegenwart diese klassischen Probleme erklären. Gemeint ist hierbei das Bewusstsein jedes gebildeten Menschen. Ich wählte jedoch den Ausdruck „Schüler/innen“ um zu verdeutlichen, das diese Überlegungen in meinen Augen vor allem für die nachkommende Generation eine wichtige Rolle spielen werden. Die Jugend bildete die Zukunft, und wird dies auch weiterhin tun. Die Aufmerksamkeit der Lehrpersonen sollte darauf gerichtet werden, dass Beschäftigung mit solchen mathematischen Themen und Inhalten stattfindet, die für jene Menschen bedeutsam sind, die vor wichtigen schulischen oder auch beruflichen Entscheidungen stehen.

Ein Blick auf die Geschichte zeigt, dass heutzutage der Individualität des Einzelnen vermehrt Aufmerksamkeit zukommt. Die Mathematik und ihre Leistungen könnten dadurch, wie ich meine, auch wieder in der Öffentlichkeit in ein etwas besseres Licht gerückt werden.

Diskussionen im Mathematikunterricht, die etwa den Stellenwert der Mathematik in der Vergangenheit im Gegensatz zur Gegenwart thematisieren, oder Inhalte, die sich mit der Geschichte, mit verschiedenen Entwicklungen oder weiteren Forschungen beschäftigen, sowie auch philosophische Zugänge zum Beispiel zur Entstehung oder zum Aufbau der Mathematik könnten dazu beitragen, dieses Ziel zu erreichen.

4.1. Zeitplan

September und Oktober:

- Grundrechnungsarten in $\mathbb{N}$ wiederholen, und wissenschaftlich mathematisch mit Koeffizienten darstellen
- Aufbau der Mathematik mithilfe der Peano – Axiome

November – Dezember:

- Grundrechnungsarten um $\mathbb{Z}$ erweitern, und wissenschaftlich mathematisch mit Koeffizienten darstellen und anwenden
- Teiler / Vielfache; Primfaktorzerlegung; größter gemeinsamer Teiler (ggT), Kleinstes gemeinsames Vielfaches (kgV)
- Was ist Algebra? Was sind Variablen? (Gleichungen mit einer Variable kennen lernen)

WEIHNACHTSFERIEN

Jänner:

- Gleichungen und Elementarumformungen

SEMESTERENDE

Bis Anfang März:

- Einführung mathematischer Terme.

März – April:

- Rechnen mit Termen

Mai:

- Binomische Formeln

Juni:

- Rechnen mit Gleichungen mit Termen, Potenztermen, Klammertermen, binomischen Formeln und Formvariablen

SOMMERFERIEN

5. Inhaltsplan für die 5. Schulstufe

1. September 2008 – 7. September 2008 (1 – 2 Unterrichtstunden)

In der ersten Schulwoche des neuen Schuljahres stehen viele verschiedene organisatorische Tätigkeiten auf dem Stundenplan. Die Schüler/innen und Lehrer/innen, sowie die Schüler/innen untereinander, lernen sich kennen. Die ersten Kontakte werden geknüpft. In dieser Woche wird auch der provisorische Stundenplan fixiert. Ich denke, dass in dieser Woche keine fachlichen Ziele gesteckt werden sollen. Durch das Organisieren von Schülerfreikarten, Fahrscheinen, Schulbüchern, Klassenräumen, Lehrmaterialen und anderen Dingen, fällt soviel Arbeit an, dass der eigentliche Unterricht kaum zum Tragen kommt. Insbesondere bei diesen Lehrkräften, die die Position eines Klassenlehrers einnehmen.

Ich nehme an, dass trotz provisorischem Stundenplan und organisatorischem Chaos am Schulanfang, ein oder zwei Stunden für den Mathematikunterricht eingeplant sind. Diese Stunden werden dafür verwendet, sich gegenseitig vorzustellen, und vielleicht auch etwas über sich zu erzählen. Dies kann von Seiten der Lehrperson und / oder der Schüler/innen erfolgen. Wenn Zeit vorhanden ist, kann die Lehrperson mit den Schüler/innen über den Jahresstoff sprechen, und eventuell erste Ansichten und Interessen der Schüler/innen erkennen.

8. September 2008 – 14. September 2008 (4 Unterrichtstunden)

In der zweiten Unterrichtswoche wird bereits vorhandenes Wissen aus der Volksschule wiederholt. Die Schüler/innen erfahren, dass die natürlichen Zahlen im mathematischen - wissenschaftlichen Zusammenhang nur mit Hilfe eines axiomatischen Aufbaus erklärt und definiert werden können.

<u>15. September 2008 – 21. September 2008 (4 Unterrichtstunden)</u>

Die Schüler/innen sollen …

- … natürliche Zahlen mithilfe von alltäglichen Dingen (5 Rosen, 3 Orangen, 16 Euro) erkennen
- … natürliche Zahlen mithilfe des Zahlenstrahls darstellen
- … verschiedene natürliche Zahlen aus dem Zahlenstrahl ablesen
- … erklären, was es bedeutet, wenn eine Wissenschaft auf Axiomen aufgebaut ist.

Die Schüler/innen sollen in diesen Stunden auch ein paar andere Wissenschaften kennen lernen. In diesem Zusammenhang sollten auch die Grundlagen ihrer Erkenntnisse und ein grober Aufbau besprochen werden. Hierbei könnte man sich gut nach den Interessen der Schüler/innen richten.

<u>22. September 2008 – 28. September 2008 (4 Unterrichtstunden)</u>

Die Schüler/innen sollen …

- … die fünf Axiome von PEANO kennen lernen und wiedergeben können

1. 0 ist eine natürliche Zahl
2. jede verschiedene natürliche Zahl hat einen verschiedenen Nachfolger
3. 0 ist kein Nachfolger
4. jede natürliche Zahl kann nur von einer natürlichen Zahl Nachfolger sein
5. Jede Eigenschaft der 0 haben alle Zahlen, wenn auch der Nachfolger jeder Zahl diese Eigenschaft hat. Dieses Axiom wird auch Induktionsaxiom genannt! (Von allen Mengen, die die 0, und zudem zu jeder natürlichen Zahl deren Nachfolger enthalten, ist die Menge der natürlichen Zahlen die kleinste Menge)

Die Schüler/innen entwickeln für diesen Aufbau Verständnis, und erkennen den Unterschied zwischen Mathematik, die wir im Alltag betreiben und Mathematik im wissenschaftlichen Sinne.

29. September 2008 – 5. Oktober 2008 (4 Unterrichtstunden)

Die Schüler/innen sollen …

- … das Prinzip der Induktion erklären können.

Die Schüler/innen können sich zum Beispiel eine ganz lange Leiter vorstellen, an der sie das Ende nicht erkennen können. Da die Bewegungsabläufe, die notwendig sind, um von einer sichtbaren Sprosse auf die jeweils nächste zu gelangen, immer gleich sind, könnte so den Schüler/innen vermittelt werden, dass diese Bewegungen immer dieselben bleiben, unabhängig davon, an welcher Stelle der Leiter wir uns befinden.

Die Schüler/innen sollen erkennen, dass in der Schule mit speziellen Sachverhalten gearbeitet wird, die im weiteren Verlauf verallgemeinert werden, so dass sie auch in mathematisch - wissenschaftlichen Zusammenhängen gebraucht werden können.

Die Grundrechnungsarten „Addition“ und „Subtraktion“ sollen wiederholt und mathematisch allgemein mit Koeffizienten (bereits immer als Gleichung) beschrieben werden.

Dabei soll die Addition dargestellt werden als: $a + b = c$, sowie das Vertauschungsgesetz als: $a + b = b + a$, und das Verbindungsgesetz: $(a + b) + c = a + (b + c)$. Die Addition soll auf dem Zahlenstrahl veranschaulicht und um Zahlenfolgen erweitert werden. Weiters soll schriftlich addiert werden.

Die Subtraktion soll dargestellt werden als: $a – b = c$, sowie als Umkehroperation der Addition: $a + b = c \Leftrightarrow a = c – b \Leftrightarrow b = c – a$. Außerdem soll auch die Subtraktion auf dem Zahlenstrahl veranschaulicht werden und in weiteren Beispielen schriftlich bearbeitet werden.

<u>6. Oktober 2008 – 12. Oktober 2008 (4 Unterrichtsstunden)</u>

In dieser Woche werden die Grundrechnungsarten „Multiplikation“ und „Division“ mithilfe der natürlichen Zahlen und dazugehörige Rechenregeln wiederholt und mit allgemeinen Koeffizienten dargestellt.

Multiplikation: $a . b = c$:

- Herausheben, Schriftlich Multiplizieren
- Vertauschungsgesetz: $a . b = b . a$
- Verbindungsgesetz: $(a . b) . c = a . (b . c)$
- Verteilungs- / Distributivgesetze: $a . (b + c) = a . b + a . c$; $a . (b – c) = a . b – a . c$

Division $a : b = c$:

- Schriftlich Dividieren

Die Schüler/innen sollen …

- … die Grundrechnungsarten sowie dazugehörige Rechengesetze allgemein formulieren können
- … die Grundrechnungsarten und ihre Rechengesetze anwenden können
- … einfache Sachaufgaben mit Hilfe der Grundrechnungsarten beschreiben können

Wichtig ist es, den Schüler/innen mitzuteilen, dass dies so formuliert werden kann, weil die Mathematik spezielle Sachverhalte allgemein beschreibt. Durch die Buchstaben oder andere Symbole wird dies ermöglicht.

<u>13. Oktober 2008 – 19. Oktober 2008</u>

Die Schüler/innen sollen …

- … verschiedene natürliche Zahlen mithilfe der Zeichen: „kleiner“ – „<“ und „größer“ – „>“ ordnen können

- … mithilfe von praktischen Beispielen die ganzen Zahlen kennen lernen (Meeresspiegel, Temperatur, …)

Dabei sollen Beispiele gerechnet werden, bei denen schon negative ganze Zahlen als Lösung vorkommen. Ich denke, dass die Lösung vonseiten der Schüler/innen gefunden werden kann. Bei der Wiederholung der Subtraktion, könnten wie bei der Addition auch Zahlenfolgen genannt werden.

<u>20. Oktober 2008 – 26. Oktober 2008 (4 Unterrichtsstunden)</u>

Die Schüler/innen sollen …

- … den Zahlenstrahl $\mathbb{N}$ auf $\mathbb{Z}$ erweitern, und erkennen, dass die ganzen Zahlen aus den natürlichen Zahlen ($\mathbb{N} = \mathbb{Z}^+$), der Null und den negativen Zahlen ($\mathbb{Z}^-$) bestehen.
- … beliebige ganze und natürliche Zahlen mithilfe des Zahlenstrahls darstellen und ablesen können
- … die Rangordnung der Grundrechnungsarten beherrschen. (Zuerst Klammerausdrücke rechnen, dann Multiplikation / Division, und zum Schluss die Addition / Subtraktion)

<u>27. Oktober 2008 – 2. November 2008 (4 Unterrichtsstunden)</u>

Die Schüler/innen sollen …

- … verschiedene natürliche und ganze Zahlen mithilfe der Zeichen: „kleiner“ – „<“ und „größer“ – „>“ ordnen können
- … verschiedene natürliche und ganze Zahlen verschiedener Größen graphisch darstellen können
- … verschiedene Zahlensysteme kennen lernen, und das dekadische Zahlensystem erklären können
- … natürliche und ganze Zahlen auf verschiedene Stellenwerte auf- oder

abrunden können

<u>3. November 2008 – 9. November 2008 (4 Unterrichtsstunden)</u>

In dieser Woche werden die Grundrechnungsarten Addieren und Subtrahieren und dazugehörige Rechenregeln wiederholt, und um die Zahlenmenge $\mathbb{Z}$ erweitert.

Die Schüler/innen sollen …

- … addieren können in $\mathbb{N}$ und $\mathbb{Z}$
- … subtrahieren können in $\mathbb{N}$ und $\mathbb{Z}$

Dabei könnte man die Schüler/innen Textaufgaben erfinden lassen, sowie Textaufgaben in Additionen und Subtraktionen umschreiben lassen.

<u>10. November 2008 – 16. November 2008 (4 Unterrichtsstunden)</u>

In dieser Woche werden die Grundrechnungsarten Multiplizieren und Dividieren und dazu gehörende Rechenregeln wiederholt, und um die Zahlenmenge $\mathbb{Z}$ erweitert.

Die Schüler/innen sollen …

- … multiplizieren können in $\mathbb{N}$ und $\mathbb{Z}$
- … dividieren können in $\mathbb{N}$ und $\mathbb{Z}$
- … einige Teilbarkeitsregeln kennen lernen und anwenden können

Auch dabei könnten die Schüler/innen Textaufgaben erfinden, sowie diese in Multiplikationen und Divisionen umschreiben.
Bei der Aufgabenstellung könnte darauf geachtet werden, dass die Multiplikation das Vervielfachen und die Division das Teilen von Zahlen behandelt. Im Hinblick auf den weiteren Stoff wären die Schüler/innen dann bereits mit diesen Begriffen vertraut.
Teilbarkeitsregeln:

Die Schüler/innen kennen die "Vielfachen" noch nicht direkt, können aber wahrscheinlich damit umgehen, wenn sie die Vielfachen von 2, 3, 5, 9, 10 aufschreiben und anschließend untersuchen sollen (etwa die letzte Stelle oder die Ziffernsumme).
Beispiel:
Ihr wohnt zu zweit / zu fünft (oder zu dritt oder zu neunt) in einem Haushalt, und müsst euch ein Telefon, Handy teilen. Die Telefonrechnung beträgt 69 Euro. Wie viel muss jeder einzelne aufbringen?

Bei 10 – 12 jährigen besitzt bereits jeder zweite ein Mobiltelefon, dabei kommen bei den Jugendlichen das SMS schreiben und abspielen von MP3 Musik an erster Stelle der benutzten Funktionen.[41] Ich denke, es ist wichtig, viele Beispiele zu formulieren, die Handy, Internet, Telefon, Facebook, oder andere Sachen beinhalten, die Jugendliche interessieren. Eventuell könnte man auch individuelle Interessen von Schüler/innen beachten, jedoch finde ich es wichtiger, Beispiele mithilfe von allgemeinen bekannten jugendlichen Interessen zu formulieren.

<u>17. November 2008 – 23. November 2008 (4 Unterrichtsstunden)</u>

Die Schüler/innen sollen …
- … natürliche und ganze Zahlen hinsichtlich ihrer Teilbarkeit untersuchen
- … verschieden viele Teile graphisch verschieden darstellen können
- … Teilermengen beliebiger natürlicher und ganzer Zahlen bestimmen können
- … beliebige ganze und natürliche Zahlen hinsichtlich ihrer Vielfachheit unterscheiden
- … Vielfachenmengen beliebiger ganzer und natürlicher Zahlen bestimmen können
- … den Unterschied zwischen Primzahlen und zusammengesetzten Zahlen kennen lernen
- … Interessantes über Primzahlen erfahren

[41] Aus: “ZIB 20” - Zeit im Bild um 20:00 Uhr vom 26. 3. 2009.

- … Primfaktorzerlegung bei einfachen zusammengesetzten Zahlen kennen lernen und durchführen können

Beim Darstellen verschiedener Teiler können Beispiele gewählt werden, in denen schon einfache bekannte Brüche vorkommen: das Teilen einer Geburtstagstorte oder auch das Aufteilen eines großen Raumes in zwei oder drei kleinere Zimmer. Dabei können Beispiele auch als Textaufgaben formuliert werden, oder Beispiele, in denen graphische Figuren (Quadrate, Rechtecke aber auch Zahlenstrahlen oder Holzbretter mit bestimmter Länge) dargestellt werden, eingebaut werden.

Beispiel:
Drei Personen leben in einem Haushalt mit nur zwei Schlafzimmern. Die Schüler/innen können die zwei Schlafzimmer graphisch darstellen. Was können wir tun, damit jeder ein eigenes Zimmer zur Verfügung hat? Was mache ich, wenn vier oder fünf Personen im selben Haushalt leben?

<u>24. November 2008 – 30. November 2008 (4 Unterrichtsstunden)</u>

Die Schüler/innen sollen …

- … den Eindeutigkeitssatz der Primfaktorzerlegung kennen lernen
- … den größten gemeinsamen Teiler (ggT) von zwei Zahlen aus $\mathbb{N}$ und $\mathbb{Z}$, durch Multiplizieren der gemeinsamen Primfaktoren (Primfaktorzerlegung) berechnen.
- … das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV) von zwei beliebigen Zahlen aus $\mathbb{N}$ und $\mathbb{Z}$ durch die Primfaktorzerlegung bestimmen können.
- … den Zusammenhang zwischen ggT und kgV kennen lernen und erklären können.

Dabei sollen Beispiele gewählt oder gefunden werden, die veranschaulichen, wie das kleinste gemeinsame Vielfache und der größte gemeinsame Teiler im Alltag gebraucht werden. Dazu können Textaufgaben wie die folgende formuliert werden.

Beispiel:

Drei Freundinnen möchten sich regelmäßig treffen. Eine hat jeden Tag Zeit, eine jeden zweiten Tag und eine nur jeden dritten Tag. Berechne für die nächsten zwei Wochen, wie oft sie sich sehen können.

Aber es sollen auch "mathematische" Angaben gewählt werden:

Beispiel:
Berechne kgV(20,80)

<u>1. Dezember 2008 – 7. Dezember 2008 (4 Unterrichtsstunden)</u>

In dieser Woche sollen die Rechengesetze in $\mathbb{N}$ und $\mathbb{Z}$ wiederholt sowie mathematisch wissenschaftlich mit Hilfe von Koeffizienten dargestellt werden.

Die Schüler/innen sollen erkennen, dass beliebige Zahlen durch beliebige Buchstaben dargestellt werden, und diese Zahlen / Buchstaben für verschiedene Sachen aus dem Alltag stehen können. Zahlen können auch durch verschiedene Symbole dargestellt werden.

Einführungsbeispiel für Variablen:
Aus dem noch nicht besprochenen Zahlengebiet $\mathbb{R}$ wählen wir: 6,736354 + 3,987 = und schreiben dies auf die Tafel. Ich kann mir vorstellen, dass die Schüler/innen protestieren, wenn man sie nach der Lösung fragt. Sie werden sagen, sie wissen das nicht oder kennen das nicht. Hier könnten Symbole eingeführt werden, indem die Rechnung an der Tafel folgendermaßen vervollständigt wird: 6,736354 + 3,987 = ?

Wenn man die natürlichen Zahlen aufgebaut hat, kann man Beispiele rechnen, bei denen in einer der verschiedenen Darstellungen eine negative ganze Zahl als Lösung vorkommt. Ich denke, dass ein/e Schüler/in die richtige Lösung findet. So könnte man dann die Lösungsmenge und Grundmenge einführen.

Beispiel:

Ich habe zwei Äpfel und will drei essen. Bei der Darstellung 2 + 1 = 3 haben wir keine Probleme, aber was bedeutet es, wenn wir schreiben 2 - 3 = (-1)? Wie viel sind (-1) Äpfel? Wenn wir mit Objekten wie Äpfeln rechnen, befinden wir uns im Zahlenbereich der natürlichen Zahlen (später dann auch in den rationalen Zahlen Q). (-1) ist eine negative ganze Zahl, daher gibt es (-1) Äpfel in diesem Zusammenhang nicht, wohl aber in einem allgemeinen mathematischen Zusammenhang. Für die Schüler/innen verständlicher wird das Beispiel dann, wenn die Äpfel durch Geld ersetzt werden: Wenn ich zwei Euro habe, aber drei Euro ausgeben möchte, muss ich mir einen Euro ausleihen. Bis ich ihn zurückgeben kann, habe ich also Schulden in der Höhe von einem Euro (wenn ich immer aufschreibe, wie viel Geld ich habe, was ich bekomme, was ich ausgebe und was ich mir leihe, können in einem schlechten Fall negative ganze Zahlen auftreten).

Die Schüler/innen sollen …

- … Rechenregeln und Rechengesetze mit natürlichen und ganzen Zahlen, so wie mit Koeffizienten allgemein formulieren

Beispiel:

6 + 2 = 8, a + b = c, (-6) + 3 = (-3), (-6) + 3 = ?, 3 + a = 9, …

6 - 2 = 4, …

6 . 2 = 12, …

6 : 2 = 3, …

Ich denke, dies könnte die Schüler/innen auf mathematische Schreibweisen sensibilisieren. Schüler/innen sollen erkennen, dass man beliebige Sachen / Zahlen mit beliebigen Buchstaben darstellen kann. Sie können begreifen, dass eine Addition oder eine Subtraktion eine Gleichung ist.

Wichtig ist es, an dieser Stelle zu erklären, dass alle diese besprochenen Objekte (Symbole (?) oder Buchstaben (A, a, b, x, ...)) in der Mathematik als Variablen bezeichnet werden.

Beispiel:
Wie viel Geld brauche ich noch für meinen nächsten Urlaub (für das gewünschte Fahrrad, Playstation, ...)? Das benötigte Geld wird ausgedrückt durch Buchstaben, Symbole oder etwas anderes, das die Schüler/innen selbst kreieren wollen (Schüler/innen darauf aufmerksam machen, dass es egal ist, welches Symbol sie für die unbekannte Zahl wählen, in der Mathematik werden alle diese als „Variable“ bezeichnet).

Dann berechnen wir eine Zahl, die bei jedem anders sein kann.
Ein Jamaica - Urlaubsträumer wird eine andere Zahl herausbekommen als jemand, der für ein Wochenende in ein Wellness - Hotel möchte.

Beispiel:
Tamara, Richard, und Manu wollen ein iphone. Ein neues *Gerät* ohne Anmeldung kostet 480 Euro. Tamara hat 230 Euro, Richard hat 120 Euro und Manu hat 363 Euro gespart. Wie viel Geld brauchen sie noch, wenn jeder ein eigenes will? Welche zwei Leute könnten sich zusammen ein iphone kaufen, ohne noch länger sparen zu müssen?

Die Schüler/innen sollen selbst Beispiele finden, wo sie den mathematischen Teilbereich „Algebra“ gebrauchen könnten.

Die Schüler/innen sollen …

- … verschiedene Sachverhalte mit Hilfe von selbst gewählten Variablen verschieden darstellen
- … den Unterschied zwischen Gleichungen und Ungleichungen kennen lernen, und die bereits bekannten Symbole „>“ und „<“ um größer gleich - „≥“ und kleiner gleich - „≤“ erweitern.

Die Schüler/innen sollen darauf aufmerksam gemacht werden, dass sie gerade Algebra betreiben, einen Teilbereich der Mathematik, der sich damit beschäftigt, mit Buchstaben und Symbolen zu rechnen und individuelle Sachverhalte mathematisch allgemein auszudrücken.

8. Dezember 2008 - 14. Dezember 2008 (4 Unterrichtsstunden)

In dieser Woche werden die anderen wichtigen Teilbereiche der Mathematik mit ihren jeweiligen Beschäftigungsgebieten vorgestellt. Dabei glaube ich, ist es wichtig, etwas mehr Zeit für individuelle Schüler/innen - Fragen aufzuwenden, um die speziellen Interessen zu erkennen. (In dieser Woche wäre dafür auch genügend Zeit vorhanden, da für jedes Teilgebiet eine Wochenstunde zur Verfügung stehen könnte).

Die Schüler/innen sollen …

- … erkennen, dass gerade der Teil Algebra der Mathematik besprochen wird
- … alle Teilgebiete (Algebra, Analysis, Geometrie, Wahrscheinlichkeitsrechnung) kennen lernen und wissen, dass sich die Mathematik damit beschäftigt
- … wissen, womit sich die einzelnen Teilgebiete beschäftigen, was dabei untersucht wird und womit in diesen Teilbereichen gearbeitet wird.

15. Dezember 2009 - 21. Dezember 2009 (4 Unterrichtsstunden)
22. Dezember 2009 - 28. Dezember 2009 (1 - 2? Unterrichtsstunden)

Die Schüler/innen sollen …

- … einfache Sachverhalte durch Gleichungen (Addition, Multiplikation, ...) niederschreiben
- … einfache Gleichungen durch Probieren lösen (Schüler/innen beschreiben lassen, wie sie die verschiedenen vorgegebenen Sachverhalte berechnet haben)

Die Schüler/innen sollen selbst weitere Beispiele finden, und mathematisch in einer Gleichung darstellen, auch in verschiedenen Darstellungsweisen (mit Variablen und Zahlen, nur mit Variablen, als Addition oder Subtraktion,...). Sie sollen erkennen, dass auch Buchstaben "Lösungen" sind.

Beispiel:
Für eine geplante Urlaubsreise habe ich bereits 500 Euro zur Verfügung, ich brauche aber 700 Euro. Wie kann man das berechnen? Wie kann man das darstellen? 500 + 200 = 700, 500 + ? = 700, 700 - 500 = ?, ...
Im Urlaub will ich etwas einkaufen, das kostet 300 Euro, ich habe 600 Euro. Wie kann man das mathematisch algebraisch beschreiben? Wie kann man das ausrechnen?
Wie können wir diesen Sachverhalt mathematisch algebraisch darstellen, wenn wir noch nicht genau wissen, wie viel wir für Shopping ausgeben wollen?

Die Schüler/innen sollen …

- … anhand eines einfachen Beispiels Grund- und Lösungsmenge erklären können

Ich denke, dass man den Schüler/innen erklären sollte, dass die Mathematik auf der 0 aufgebaut wird, und dass sie bis jetzt mit den zwei Zahlenmengen $\mathbb{N}$ und $\mathbb{Z}$ arbeiten. Wenn sie wissen, welche Zahlenmengen sie bearbeiten, könnten die Begriffe „Grundmenge“ und „Lösungsmenge“ schon intuitiv erfasst werden.

Johann SJUTS hat in seinem Artikel „Adaptivität und Diagnostik“ (2008) ein Beispiel bearbeitet, das sich gut mit meinen Vorstellungen verbinden lässt. Deshalb möchte ich hier einen Auszug daraus anführen. SJUTS untersucht, welche Probleme richtig gestellte Aufgaben aufdecken könnten, und wählt dazu das Beispiel „Klebebilder“. Dies lautet so:

Klebebilder

David sammelt Klebebilder. Am Wochenende hat er 15 Klebebilder bekommen. Jetzt hat er 89 Klebebilder. Wie viele Klebebilder hatte er vorher?
Denkbar sind mehrere Zugänge. So könnte jemand seine Vorstellung durch 74 + 15 = 89 (nach dem Gleichungsansatz $\square + 15 = 89$) ausdrücken. Zum ursprünglichen Bestand an Klebebildern kommen 15 dazu. Dann sind es 89. Also waren es zu Beginn 74.
Jemand anders rechnet 89 – 15 = 74 (nach dem Gleichungsansatz $89 - 15 = \square$), weil vom neuen Bestand an Klebebildern die hinzugekommenen wieder abgezogen werden, um den vorherigen Bestand zu erhalten.

Wichtig ist indes nicht nur, jedem einen individuellen Zugang zu ermöglichen, sondern auch, jeweils andere Zugänge zu lernen und zu verstehen. In der abgewandelten Form sieht die Aufgabe „Klebebilder“ so aus:

Klebebilder

David sammelt Klebebilder. Am Wochenende hat er 15 Klebebilder bekommen. Jetzt hat er 89 Klebebilder. Wie viele Klebebilder hatte er vorher?

Kreuze jeweils an und begründe, ob man mit der Gleichung das Ergebnis ermitteln kann.

(A) 89 = 15 + □	□ Ja, weil ...
	□ Nein, weil ...
(B) □ – 15 = 89	□ Ja, weil ...
	□ Nein, weil ...
(C) 89 – 15 = □	□ Ja, weil ...
	□ Nein, weil ...
(D) 15 = 89 – □	□ Ja, weil ...
	□ Nein, weil ...
(E) □ – 89 = 15	□ Ja, weil ...
	□ Nein, weil ...[42]

24. Dezember 2008 – 6. Jänner 2009
Weihnachtsferien

<u>5. Jänner 2009 – 11. Jänner 2009 (2 Unterrichtsstunden)</u>

In dieser Woche wird der grobe Aufbau der Mathematik in die vier Teilbereiche wiederholt, wobei der Schwerpunkt auf der Definition und Anwendungsweise der Algebra liegt. Dann sollen die Schüler/innen beliebige Gleichungen aufstellen und diese auch verschieden darstellen.

<u>12. Jänner 2009 – 18. Jänner 2009 (4 Unterrichtsstunden)</u>

---

[42] SJUTS, Johann: Adaptivität und Diagnostik: Was die Bearbeitung passender Aufgabenstellungen aufdecken kann, 2008; S1 f.

Die Schüler/innen sollen Rechenregeln und Rechengesetze der vier Grundrechnungsarten als Wiederholung allgemein formulieren und um die jeweiligen Umformungen erweitern. Die Schüler/innen sollen Gleichungen dadurch lösen, dass sie Rechenoperationen umkehren und eventuell schon im Hinblick auf Terme Angaben verwenden, in denen zwei Symbole als zusammengehörig erkannt werden müssen.

Die Schüler/innen sollen …

- … beliebige einfache Gleichungen mit den vier Grundrechnungsarten aufstellen und lösen können
- … verschiedene einfache Sachverhalte mathematisch algebraisch in verschiedenen Arten darstellen können
- … mit Elementarumformungen rechnen

(sehen Sie dazu im Anhang: „Lösen von Gleichungen mithilfe von Elementarumformungen“)

$A + B = C \Leftrightarrow A = C - B, B = C - A$

$A - B = C \Leftrightarrow A = C + B, B = A - C, -B = C - A$

$A . B = C \Leftrightarrow A = C : B, B = C : A$

$A : B = C \Leftrightarrow A = C . B, B = A : C$

<u>19. Jänner 2009 – 25. Jänner 2009 (4 Unterrichtsstunden)</u>

Die Schüler/innen sollen …

- … einfache Textgleichungen mathematisch algebraisch ausdrücken können und dabei einfache Zusammengehörigkeiten kennen lernen
- … Zahlen in Variablen beliebiger Gleichungen einsetzen können.
- … Gleichungen mit mehreren Variablen beschreiben und darstellen können

Beispiel:

Ich möchte im Urlaub einkaufen gehen. Ich brauche fünf Ansichtskarten und drei Souvenirs. Ich habe 15 Euro dafür geplant. Drücke dies in einer Gleichung aus:
5 . A + 3 . S = 15
Wenn ich nun am Urlaubsziel angelangt bin, kaufe ich gleich die fünf Ansichtskarten. Dafür hatte ich je 1 Euro geplant. Stelle dies in einer Gleichung dar:
5 . A = 5 . 1 Euro
Ich kaufe zwei Ansichtskarten um je einen Euro und drei, die zusammen nur 1 Euro kosten. Stelle dies algebraisch mathematisch mit beliebigen Symbolen dar:
(2 . A = 2 . 1 Euro) + (3 . A = 1 Euro).
Ich habe für fünf Ansichtskarten, drei Souvenirs und eine Sonnenbrille 50 Euro geplant.
5 . A + 3 . S + 1 . B = 50

Die Schüler/innen sollen …

- … Gleichungen mit verschiedenen Variablen darstellen und beliebig erweitern können

<u>26. Jänner 2009 – 1. Februar 2009 (4 Unterrichtsstunden)</u>

Die Schüler/innen sollen …

- … Gleichungen mit längeren Angaben aufschreiben und lösen können
- … das Zusammenfassen von gleichartigen Ausdrücken beherrschen
- … einfache Gleichungen mit verschiedenen und gleichen Variablen vereinfachen können

Verschiedene Gleichungen sollen in dieser Woche besprochen und gemeinsam mit den Schüler/innen formuliert und umgeformt werden. Dabei sollen die verschiedenen Rechenarten und ihre Umkehrungen angewendet werden.
Wichtig ist hier in meinen Augen, darauf zu achten, dass bereits Gleichungen mit mehreren verschiedenen Variablen aufgestellt werden, obwohl die Schüler/innen eine eindeutige Lösung noch nicht bestimmen können. Die Schüler/innen können

Klammern setzen, Zugehörigkeiten erkennen und schon mit Termen arbeiten. Dabei können sie erkenn, das zum Beispiel auch (3x+7) eine Lösung von einem Sachverhalt sein kann.

2. Februar 2009 – 8. Februar 2009
Semesterferien

<u>9. Februar 2009 – 15. Februar 2009 (4 Unterrichtsstunden)</u>

In dieser Woche werden Gleichungen der vier Grundrechnungsarten wiederholt und aufgeschrieben sowie mithilfe ihrer Umkehroperationen berechnet.

Die Schüler/innen sollen …

- … lineare Gleichungen mit Zahlen und Variablen darstellen können
- … lineare Gleichungen mit Zahlen und Variablen durch Umkehren der Rechengesetze lösen können

<u>16. Februar 2009 – 22. Februar 2009 (4 Unterrichtsstunden)</u>

Die Schüler/innen sollen …

- … einfache lineare Gleichungen anhand von Textbeispielen angeben können
- … Zahlen in Variablen beliebiger Gleichungen einsetzen können
- … die daraus entstehende Gleichung entsprechend weiter bearbeiten (zusammenfassen, vereinfachen, umformen)

<u>23. Februar 2009 – 1. März 2009 (4 Unterrichtsstunden)</u>

In dieser Woche sollen die Schüler/innen einfache geometrische Figuren kennen lernen.

Die Schüler/innen sollen …

- … Zeichnen und Messen von Quadrat, Viereck und Rechteck
- … Eigenschaften und Unterschiede dieser Formen beschreiben

Bei Beispielen können Seiten angegeben werden, und die Schüler/innen sollen selbst zeichnen und messen. Man könnte dies in Textbeispiele verpacken:

Beispiel:
Drei Personen leben in einem Haushalt, aber es gibt nur zwei Schafzimmer. Wie kann ich das mit diesen Formen darstellen?

<u>2. März 2009 – 8. März 2009 (4 Unterrichtsstunden)</u>

Die Schüler/innen sollen …

- … Umfangformeln kennen lernen (aufstellen), und Variablen verwenden

Mithilfe der bekannten Figuren sollen die Schüler/innen Umfangformeln für Quadrat, Rechteck und Viereck aufstellen, diese verschiedenen Figuren zusammensetzen oder teilen, und Umfänge berechnen und graphisch darstellen.

<u>9. März 2009 – 15. März 2009 (4 Unterrichtsstunden)</u>

Was ist ein Term? Einfache Terme sollen kennen gelernt werden. Die Schüler/innen sollen erkennen, dass ein Term eine Verknüpfung von Zahlen und Variablen durch Rechenoperationen ist.
Anhand einfacher Beispiele soll erklärt werden, was mathematisch unter einem Term verstanden werden kann. Dabei sollen Kenntnisse über Formeln und Variablen eingesetzt werden.

Beispiel:

Ich kaufe eine Sonnenbrille um 10 Euro und fünf Ansichtskarten um 2 Euro. Wie viel habe ich noch von 15 Euro? 10 + 2 + ? = 15, 15 - (10 + 2) = x,

Ein Augenmerk kann darauf gerichtet werden, dass Terme als ein Objekt angesehen werden.

Zur Verdeutlichung: 15 - (10 + 2) = x, berechne: 15 - 12 = x, x = 3

Damit dies so gerechnet wird, müssen die Schüler/innen erkennen, dass sie hier folgende Umformung einer Grundrechnungsart durchführen: A - B = C, A = 15, B = (10 + 2), C = x. An diesem Punkt wäre es wichtig, die Klammerregeln zu wiederholen, da diese im Weiteren eine wichtige Rolle spielen werden.

Die Schüler/innen sollen …

- … erklären können, was ein Term in der Mathematik ist, und wie dieser gebraucht wird.

<u>16. März 2009 – 22. März 2009 (4 Unterrichtsstunden)</u>

Die Schüler/innen sollen …

- … in vorgegebene Gleichungen vorgegebene Zahlen für Termausdrücke oder Variablen einsetzen
- … einfache lineare Gleichungen mit und ohne Klammern rechnen
- … Additionen und Subtraktionen von einfachen Termen durchführen können

<u>23. März 2009 – 29. März 2009 (4 Unterrichtsstunden)</u>

Die Schüler/innen sollen …

- … Addieren und Subtrahieren von Potenztermen
- … verschiedene Klammern kennen lernen (,), {, }, [,]

Die Schüler/innen sollen das Addieren und Subtrahieren von Klammertermen kennen lernen.

30. März 2009 – 5. April 2009 (4 Unterrichtsstunden)

Rechenregeln und Rechengesetze werden wiederholt, sowie Umformungen von einfachen Termgleichungen durchgeführt. Dabei werden Lösungen durch zurückführen auf die Grundrechnungsarten gefunden.
Dazu können einfache Gleichungen mit Termen, in denen Klammerregeln vorkommen, als Beispiele gewählt werden.

4. April 2009 – 14. April 2009
Osterferien

13. April 2009 – 19. April 2009 (3? Unterrichtsstunden)

Die Schüler/innen sollen Rechenregeln und Rechengesetze von Addition und Subtraktion mit Termen allgemein formulieren. Es soll wiederholt werden, was Terme sind, und wie diese in der Mathematik verwendet werden.

Die Schüler/innen sollen …

- … Rechenregeln und Rechengesetze von Addition und Subtraktion mit Termen allgemein formulieren
- … Additionen und Subtraktionen von Klammertermen durchführen können

20. April 2009 – 26. April 2009 (4 Unterrichtsstunden)

Die Schüler/innen sollen …

- … einfache Terme multiplizieren und dividieren
- … Potenzterme multiplizieren und dividieren und Polynome kennenlernen
- … Potenzterme mit mehreren Variablen kennenlernen

Ich denke, dass vor allem das Zusammenfassen von gleichartigen Ausdrücken geübt werden soll. Auch hier kann von den Schüler/innen gut erkannt werden, dass auch Variablen Lösungen darstellen können.

<u>27. April 2009 – 3. Mai 2009 (4 Unterrichtsstunden)</u>

Die Schüler/innen sollen …

- … Rechenregeln der Multiplikation und Division bei Gleichungen mit Termen anwenden können
- … Rechenregeln und Rechengesetze von Multiplikation und Division mit Termen allgemein formulieren.
- … Summen und Differenzen multiplizieren (ein- und zwei- und mehrgliedrige Ausdrücke)

<u>4. Mai 2009 – 10. Mai 2009 (4 Unterrichtsstunden)</u>

Die Schüler/innen sollen …

- … mithilfe von Textaufgaben Gleichungen bestimmen, die Klammern enthalten

Sie formulieren zuerst einen speziellen Sachverhalt, dann versuchen sie dies in allgemeiner mathematischer Form darzustellen. (Distributivgesetz)

Die Schüler/innen sollen …

- … mathematische Regeln allgemein darstellen und umformen (mithilfe von Termgleichungen)

Nach Besprechen dieser allgemein dargestellten Regeln und Gesetze könnten die Schüler/innen ein Beispiel lösen, in dem sie die Formel
$A . (B + C) = A . B + A . C$ anwenden.

Beispiel:
Ich kaufe drei Souvenirs und drei Ansichtskarten und habe 15 Euro zur Verfügung. Stelle dies in einer Gleichung dar.
Ich bezahle für die Souvenirs 5 Euro. Setze dies in die obige Gleichung ein, und berechne, wie viel ich für die Ansichtskarten ausgeben kann.

11. Mai 2009 – 17. Mai 2009 (4 Unterrichtsstunden)

Die Schüler/innen sollen …

- … die binomischen Formeln wiedergeben und geometrisch veranschaulichen können.
- … die Flächeninhaltsformeln von Quadraten und Rechtecken kennen lernen
- … das Herausheben und das Ausmultiplizieren gemeinsamer Faktoren beherrschen.

18. Mai 2009 – 24. Mai 2009 (4 Unterrichtsstunden)

Die Schüler/innen sollen …

- … einfache Formeln umformen
- … einfache Formeln und Gleichungen aufstellen können (Textaufgaben)
- … Gleichungen mit Klammern und binomischen Formeln lösen

25. Mai 2009 – 31. Mai 2009 (4 Unterrichtsstunden)

Die Schüler/innen sollen …

- … einfache Gleichungen aus Textaufgaben aufstellen können, in denen Terme vorkommen
- … einfache Gleichungen aufstellen, wenn zwei Größen verglichen werden.

Beispiel:
Zwei Rechtecke zeichnen. Einmal wähle ich für die Längen x, einmal x+2.
Oder: In unserem Klassenzimmer gibt es um drei Mädchen mehr als Burschen. Stelle dies in einer Gleichung dar.

30. Mai 2009 – 2. Juni 2009
Pfingstferien

1. Juni 2009 – 7. Juni 2009 (3? Unterrichtsstunden)

Wiederholung:
- Rechnen von Gleichungen mit Termen, Klammertermen, Potenztermen
- Gleichungen aufstellen und Gleichungen, in denen zwei Größen verglichen werden, aufstellen

Wie kann man die entstehenden Termgleichungen umformen? (Elementarumformungen erarbeiten)

Die Schüler/innen sollen …
- … Gleichungen mit Formvariablen kennen lernen und umformen können

Formvariablen sollen als mathematischer Begriff dargestellt werden. Die Schüler/innen sollen diese als Gleichung mit allgemeinen Koeffizienten erkennen, und verstehen, wie sie bei solchen Gleichungen ihre Umkehroperationen anwenden können.

<u>8. Juni 2009 – 14. Juni 2009 (4 Unterrichtsstunden)</u>
<u>15. Juni 2009 – 21. Juni 2009 (4 Unterrichtsstunden)</u>
<u>22. Juni 2009 – 28. Juni 2009 (1-2 Stunden – Notenkonferenz)</u>
<u>29. Juni 2009 – 5. Juli 2009 (letzte Schulwoche)</u>

In diesem Monat kann mit Hilfe einer Aufgabensequenz das im Schuljahr Gelernte wiederholt und bearbeitet werden. Die Schüler/innen sollen Gleichungen aufstellen und lösen. Die dabei verwendeten Beispiele werden immer schwieriger und bauen teilweise auf vorangegangenen Beispielen auf.

(sehen Sie dazu im Anhang: Termumformungsregeln und Aufgaben)

4. Juli 2009 - 5. September 2009
Sommerferien

6. Vorteile eines Grundwissenskonzeptes

Die Darstellung dieses Konzeptes sei vorerst jeder Lehrperson beliebig überlassen. Es bestehen verschiedene Möglichkeiten den Unterrichtsstoff der Unterstufe zusammenzufassen. Hierzu kann eine kurze Übersicht des durchgenommenen Stoffes gewählt werden, wie auch ausführliche Beispiele, deren Aufbau und Lösungswege. In diesem Kapitel skizziere ich, welche Vorteile die Erstellung und Bearbeitung eines Grundwissenskonzeptes mit sich bringen könnte.

6.1. Rahmenbildung im Unterricht

Ein solches Konzept, das jedem der Schüler/innen und Lehrer/innen zur Verfügung steht, würde einen bestimmten Rahmen des Unterrichts bilden. Eventuell könnten sich beim Vorstellen des Konzeptes zu Beginn des Jahres auch Interessen vonseiten der Schüler/innen offenbaren. Darauf aufbauend könnten Lehrpersonen auf einzelne Klassen besser eingehen und den Unterricht entsprechend gestalten und anpassen. Dieser Rahmen, den sich verschiedene Schulen durch ein Grundwissenskonzept in den einzelnen Fächern setzen, kann auch als Gerüst für inhaltliche Diskussionen innerhalb des Lehrkörpers dienen. Vor allem könnte ich mir vorstellen, dass aufgrund dieser Konzepte die Diskussion über die Sicherung des Grundwissens erleichtert werden kann.
Ich denke weiters, dass solche Konzepte an Schulen von Vorteil wären, da sie einen bestimmten Rahmen vorgeben, an dem sich die Schüler/innen und Lehrer/innen auch während des Schuljahres orientieren können.

In diesem Zusammenhang spielen weitere Fragen eine Rolle. Jede Schule muss für sich klären, wie umfangreich diese Auflistung sein soll, wie sie gestaltet sein soll, ob auch Beispiele mit (und ohne) Lösung oder mit (und ohne) Lösungsweg angegeben werden, oder ob der Katalog mit Hilfe des Stoffes im verwendeten Schulbuch erstellt werden soll. Diese und weitere Überlegungen müssten schulintern diskutiert werden.

Die Erstellung eines Grundwissenskonzeptes ist für mich insofern eine Notwendigkeit, da es darauf hinweist, wie wichtig die (mathematische) Bildung im Gymnasium oder der Hauptschule ist.

Durch die Entwicklung und Veröffentlichung eines Grundwissenskonzeptes wird in meinen Augen ein Beitrag zur Allgemeinbildung geleistet. Durch Definition, zugängig machen für die Öffentlichkeit und Verschriftlichung von mathematischem Grundwissen, sowie durch Anwendung der individuell erstellten Konzepte können Erfahrungen gesammelt werden. Vielleicht entsteht dadurch auch die Möglichkeit zu einem späteren Zeitpunkt, eine Auflistung mathematischen Grundwissens zu erstellen, das auch allgemein akzeptiert und gültig ist. Vorerst müssen solche Konzepte aber erst erstellt, erprobt und reflektiert werden.

6.2. Veränderungen der Mathematik in der Zeit

Im Verlauf der Entwicklung der Mathematik stand die Suche nach Lösungen von Problemen sowie die Möglichkeiten diese einfacher auszudrücken im Vordergrund. Durch die schnell voranschreitenden Entwicklungen auf anderen wissenschaftlichen Ebenen, die für die Mathematik genutzt werden können (zum Beispiel die Erfindung und Weiterentwicklung von Computern sowie das Programmieren von Software), bin ich der Meinung, dass klassische mathematische Probleme im Unterricht einen weniger wichtigen Platz einnehmen sollten, als dies teilweise bis jetzt der Fall ist. Der Unterricht sollte in meinen Augen weniger Zeit für das „Lösen von Problemen" beanspruchen, und dafür mehr Platz für Diskussionen über das „mathematische Beschreiben von Problemen" einräumen.

Die Einsicht, dass zwischen Mathematik und Natur eine Beziehung besteht, ist meiner Meinung nach in jedem von uns vorhanden, einfach dadurch, weil wir in dieser Zeit geboren sind und im Verlauf unserer Lebenszeit auch verschiedene Entwicklungen in verschiedenen Bereichen beobachten. Die Mathematik ist eine vom Menschen konstruierte Wissenschaft, um die Natur zu erklären. Ich denke,

wenn diesbezüglich in der Unterstufe Fragen von Seiten der Schüler/innen auftauchen, könnte man diese folgendermaßen diskutieren:
Vorerst betrachtet man die Entstehung der Menschheit mit dem gegenwärtig vorherrschenden darwinistischen Menschenbild[43]: Zuerst war der Urknall, einzelne Zellen entwickelten sich, sie vermehrten und veränderten sich. Aus diesen Zellen entstanden durch ständige Veränderungen (Mutationen) Pflanzen, Tiere und schließlich Menschen, die sich auch jetzt noch weiterentwickeln. Es ist egal, wie weit wir in die Geschichte zurückblicken, wir akzeptieren, dass etwas da war (Natur), aus dem sich alles Weitere entwickeln konnte.

Dieses Etwas wird in mathematischen Artikeln, die sich mit den Zusammenhängen von Natur und Mathematik beschäftigen (vor allem in philosophischen Zugängen), teilweise mit Materie übersetzt, da über diesen Begriff in der Gesellschaft ein recht großer gemeinsamer Konsens herrscht. Wenn man die Mathematik aus dieser Sicht betrachtet, können viele verschiedene mathematische Methoden oder Verfahren, die sich über die Jahre entwickelt haben, auf ihren Ursprung zurückgeführt werden.
In der Mathematik sowie in der Natur oder in anderen Entwicklungen müssen also anfängliche Bedingungen akzeptiert werden, um wissenschaftlich arbeiten zu können.

Dies betrifft nicht nur das Unterrichtsfach Mathematik, ich finde, dass uns die Mathematik eine gute Möglichkeit gibt, den Schüler/innen solche Sichtweisen zu offenbaren. Sie sollen dadurch leichter verstehen, dass die Mathematik ein möglicher Blickwinkel auf die Menschheit ist, die versucht ein Gesamtmodell der Wirklichkeit zu erstellen.

Ich versuche dies zu erreichen, indem ich in meinem Konzept zu Beginn der 5. Schulstufe die Mathematik (genauer gesagt die Arithmetik) mit Hilfe des Axiomensystems von PEANO aufbaue. Die einzelnen Axiome bilden verschiedene Bedingungen, die vorausgesetzt werden müssen, um Mathematik zu betreiben.

---

[43] Darwinistisches Menschenbild: Entstehung des Menschen aus Sicht der Evolutionsgeschichte, dem gegenüber steht zum Beispiel jedes theologische (christliche, jüdische, islamische, …) Menschenbild.

Umgelegt auf die Evolutionsgeschichte könnte man unter den „Axiomen" zum Beispiel das Wasser, die Erde und die Luft bezeichnen, die bestimmten Bedingungen ausgesetzt waren (sind). Betrachten wir das Teilgebiet der Algebra aus einem historischen Blickwinkel, kann man deren Entwicklung wie folgt beschreiben: Zahlenrechnen -> Variable -> algebraische Strukturen -> Logistische Berechnungen.

Zusammenhänge zwischen den Teilgebieten der Mathematik könnten auch in den nachfolgenden Schuljahren diskutiert werden. Damit meine ich Diskussionsthemen, die sich damit beschäftigen, wie sich die Algebra und die Geometrie aus der Arithmetik, entwickelt haben, oder auch wie sich Verbindungen zwischen Betrachtungen analytischer Methoden und der Geometrie und / oder der Algebra ergeben.

6.4. Vorteile für die Schüler/innen

Die Schüler/innen haben die Möglichkeit, immer überblicksartig über das behandelte Stoffgebiet Bescheid zu wissen. Wenn dieses Stoffgebiet einen der vier Teilbereiche der Mathematik darstellt, wird es den Schüler/innen erleichtert, zu den einzelnen Themen Materialien wie Beispiele, Erklärungen oder allgemeine Beschreibungen zu finden, und das auch noch nach dem Ende der Schulzeit. „Offenes" Lernen[44] kann dadurch meiner Meinung nach gefördert werden.

Durch den Aufbau der Mathematik mit Hilfe der PEANO – Axiome (wie in meiner Ausarbeitung) kann es den Schüler/innen erleichtert werden, die Mathematik bezüglich ihrer Ideen und Verfahren als gedanklichen Entwurf zu sehen, der mithelfen soll, die Wirklichkeit zu deuten und zu gestalten.

Rudolf TASCHNER schreibt in seinem Artikel „Definiert die Mathematik ein

---

[44] Beim „offenen" Lernen, lernen die Schüler/innen sich selbst mit Lernstoff auseinanderzusetzen, ihr Lernen zu planen, zu systematisieren, zu koordinieren und zu organisieren.
vgl. dazu: http://www.feldgasse.at/OffenesLernen.html [Stand: 11. 5 .2009].

Bildungsideal?“ (1999) welche Tugenden des Menschen die Mathematik fördern kann. Anhand der „unendlich vielen Dezimalzahlen“ baut er ein Lehrer/in – Schüler/in – Gespräch auf, in dem die Lehrperson gezwungen wird, die Mathematik bis hin zu ihrem Axiomensystem zu erklären.

„Dies ist ein Axiom, das sogenannte Axiom der Vollständigkeit der reellen Zahlen“, lautet die Antwort.
„Ein Axiom? Ein Axiom sollte doch eine aus völlig durchleuchteter Evidenz geborene, klar auf sich selbst ruhende Überzeugung zum Ausdruck bringen. Wie kann man dies von jenem Vollständigkeitsaxiom behaupten?“
„Dies kann man nicht, und man braucht es auch nicht“, antwortet die pfiffige Mathematiklehrkraft, „denn seit Hilbert fassen die formalen Mathematiker ein Axiomensystem als ein Gefüge von Sätzen auf, die ein abstraktes System vollständig und widerspruchsfrei definieren. Der Gehalt oder die Bedeutung dieser Sätze haben uns nicht zu interessieren.[45]

Bereits vor der 5. Schulstufe kann eine Sensibilisierung auf mathematische Begriffe erfolgen. Buchstaben / Platzhalter / Variable als Zahlen zu sehen und mit ihnen dementsprechend umzugehen, kann den Schülerinnen schon sehr früh und auf spielerische Weise beigebracht werden. Ein Vorteil dieser Idee wäre, dass die Schüler/innen in der 5. Schulstufe, wenn sie mit Variablen konfrontiert werden, damit umgehen können. Studien (1993) haben gezeigt, dass Menschen aller Altersstufen Probleme beim Rechnen mit Buchstaben haben, und dass der Begriff der „Variable“ im Unterricht relativ spät eingeführt wird. Dabei kommt es zu bleibenden Schwierigkeiten beim Umdenken.[46] Wenn Schüler/innen von Anfang an mit Variablen arbeiten, kann ich mir vorstellen, dass sie in höheren Schulstufen weniger Probleme oder Schwierigkeiten haben, sich unter Variablen Zahlen vorzustellen.

Es ergibt sich die Möglichkeit, Aufgabenfolgen oder Aufgabensequenzen einzusetzen, dadurch würde die Selbsttätigkeit der Schüler gefördert werden. Dies ermöglicht es, die Teilbereiche mit den Schüler/innen von Grund auf aufzubauen. Durch die dadurch entstehende selbständige Befassung mit dem Thema fördert

[45] TASCHNER, Rudolf: Definiert die Mathematik ein Bildungsideal? Nr. 31, Wien, 1999, S 32.

[46] vgl.: MALLE, Günther: Didaktische Probleme der elementaren Algebra, Verlag Vieweg, Braunschweig, 1993.

dies im Idealfall das mathematische Denken, und es bilden sich eventuell individuelle Fragen. Durch das selbständige Erarbeiten können Zusammenhänge zwischen den Teilbereichen besser erkannt werden. Meiner Meinung nach können die Schüler/innen dadurch ihre mathematischen Fähigkeiten und Fertigkeiten besser erkennen, entdecken und bei Interesse individuell weiterentwickeln.

Durch den Aufbau des Schulstoffes, so wie ich *es* in meiner Ausarbeitung gezeigt habe, kann ich mir vorstellen, dass die Schüler wissen, dass Variablen und auch Terme für Zahlen stehen. Dadurch können Rechenregeln und Rechengesetze leichter erklärt und bewiesen werden, die Waageregeln würden entfallen, und weiters würden die entstehenden Schwierigkeiten beim Umdenken von Zahlen in Variablen vermindert werden

Durch diese Einteilung und das ausführliche Besprechen der einzelnen Teilgebiete in den verschiedenen Schulstufen, wäre es den Schüler/innen möglich, einen guten Überblick über die Teilbereiche der Mathematik zu erhalten und auch später zu wissen, wo sie gezielt nachschlagen müssen, um auftauchende Probleme zu bewältigen.

6.5. Vorteile für die Lehrpersonen

Wenn einzelne Teilbereiche unterrichtet werden, könnte dies eine leichtere Nachprüfbarkeit nach einem Schuljahr ermöglichen. Eventuell kann auch die vom Schüler / von der Schülerin persönliche Entwicklung besser beobachtet und bewertet werden.

In den verschiedenen Schulstufen werden verschiedene Teilbereiche der Mathematik behandelt. Dabei wird aber in jedem Schuljahr, zumindest teilweise, an bereits gelernten Stoff angeknüpft.
In der 7. Schulstufe wird das Teilgebiet der Geometrie bearbeitet. Hierbei ist es möglich, Gleichungen in zwei Variablen einzuführen und zu besprechen. An dieser Stelle könnten die Schüler/innen einen Zusammenhang zwischen algebraischen

Strukturen und Geometrie kennen lernen.
In der 8. Schulstufe wird das Teilgebiet der Analysis und der Stochastik behandelt. Hierbei lassen sich besonders gut Verknüpfungen zur 6. Schulstufe zu Maßen oder zu direkter – indirekter Proportionalität finden.

Die Lehrpersonen eines Unterrichtsfaches haben die Möglichkeit, gemeinsam eine Überprüfungsart zu entwickeln oder Absprachen darüber zu treffen, wie sie dieses Konzept verwirklichen möchten. Dabei kann jeder Einzelne individuelle Ideen und Anregungen einfließen lassen.

Da schon einige solcher Vorschläge und dazugehörige Materialien vorhanden und allgemein zugängig sind, wird es für die einzelne Lehrperson leichter, ein Konzept für den individuellen Unterricht herzustellen.

Für die Lehrperson ist eine bessere Vorbereitung des Unterrichts möglich, da eine vielfältigere Auswahl an Methoden vorhanden wäre. Jede Lehrperson der Unterstufe macht eine Jahresplanung. Dabei beschäftigen wir uns damit, was in einem Schuljahr aus dem jeweiligen mathematischen Themengebiet an die Schüler/innen weitergegeben werden soll. Ich denke, dass durch eine solche Vorgehensweise besser oder öfter ein Bezug zur Praxis hergestellt werden kann. Da in so einer Vorstellung jede Lehrperson seine eigenen Ideen einbringt, ist es für Berufseinsteiger wie auch für jene, die sich weiterbilden wollen, eine gute Möglichkeit, die verschiedenen schon vorhandenen Positionen, Perspektiven, Bearbeitungs- und Herangehensweisen der Themengebiete kennen zu lernen, und diese wieder für den eigenen Unterricht individuell zu variieren.

Dadurch, dass Themengebiete von Grund auf aufgebaut werden, wird es der Lehrperson eventuell erleichtert, Lernschwierigkeiten und Hochbegabungen ihrer Schüler/innen besser zu erkennen, und sie hat dadurch auch die Möglichkeit, besser damit zu arbeiten.

Durch eine Gliederung wie etwa in Kapitel 5 wäre dies ein strukturierter und klar vorgegebener Lehrplan, nachdem sich der Unterrichtende richten kann. Wichtig ist die Nachprüfbarkeit des mathematischen Wissens. Dies kann jedoch nur dann objektiv erfolgen, wenn mathematisches Grundwissen als bestimmtes praktisches und theoretisches mathematisches Wissen definiert wird. Durch die Erprobung meiner und ähnlich aufgebauten Jahresplanungen, könnte im Laufe der Zeit beobachtet werden, was wichtig für die Allgemeinheit ist, sodass dies anschließend als Grundwissen definiert werden könnte. Dazu denke ich aber auch, dass dieses „Grundwissen“ wenn es festgelegt ist, ständig weiter diskutiert und dem Laufe der Zeit angepasst weiter bearbeitet werden muss.

7. Was könnte darauf folgen?

7.1. Umdenken bezüglich des Unterrichtsinhaltes

Wenn Grundwissen bereit steht, haben wir die Möglichkeit, die Lehrpläne der Oberstufe so zu bearbeiten, dass sie dem jeweiligen Schulzweig entsprechen. Außerdem können wir berücksichtigen, wie viel Mathematik von den Schüler/innen in den höheren Schulen erwartet wird, was sie also wirklich lernen wollen und was sie nach dem Schulabschluss brauchen können.

Durch die Aufteilung des Lehrstoffs in Teilgebiete der Mathematik können Aufgabensequenzen erstellt werden, die es am Ende des Schuljahrs ermöglichen, Leistungen der Schüler/innen leichter zu bewerten. Werden am Anfang des nächsten Schuljahrs solche Aufgaben gestellt, kann das mathematisch schon vorhandene Wissens der Schüler/innen besser beobachtet werden.

So setzen wir das Ziel des Mathematikunterrichts neu. Wir konzentrieren uns darauf, das Grundwissen also *die* Fähigkeit, Mathematik zu betreiben, zu vermitteln. Das Hauptaugenmerk wird nicht mehr auf die Vermittlung von rechnerischem Können gerichtet.

7.2. Diskussionen hinsichtlich der Bedeutung der Mathematik

Wichtig wird es im Verlauf des Schuljahres sein, dass mit den Schüler/innen immer wieder Gespräche über den Mathematikunterricht geführt werden. Dabei sollen Themen wie die Bedeutung des besprochenen Inhaltes oder der Sinn, der hinter der Aufgabe steckt, besprochen werden.

In Österreich gibt es verschiedene höherbildende Schulen mit verschiedenen Schwerpunktsetzungen. Dazu zählen wirtschaftliche, touristische, technische, landwirtschaftliche, handwerkliche oder andere Berufsgebiete. Jeder Schultyp könnte mithilfe dieses Konzeptes ein ganz bestimmtes, definiertes Grundwissen voraussetzen und auch die mathematische Weiterbildung dem Schwerpunkt der Schulform anpassen.

Roland FISCHER schreibt in „Materialisierung und Organisation“ (2006), dass die Bedeutung der Mathematik auf den ersten Blick indirekter ist als die anderer Wissenschaften. Er meint, es ist eine Tatsache, dass etwa der Pythagoräische Lehrsatz gilt. Jedoch erst bei der Anwendung, zum Beispiel in der Kostenrechnung, bei linearen Optimierungen oder bei der Berechnung von Kräften beim Brückenbau, wird die Mathematik des Pythagoräischen Lehrsatzes für Entscheidungen, die der Mensch trifft und weiters auch andere Menschen betreffen, entscheidend.[47]
Wenn somit in der Unterstufe AHS oder der Hauptschule ein Grundwissen in Mathematik aufgebaut werden kann, dann besteht in der Oberstufe oder in höheren *berufs*bildenden Schulen die Möglichkeit, Zusammenhänge zwischen der Mathematik und ihrem Gebrauch, also ihren Anwendungen zu finden.

Ich könnte mir vorstellen, dass durch diese Sichtweise auf klassische Probleme der Mathematik die vorwiegend negativ besetzten Diskussionen in der Öffentlichkeit in eine positivere Richtung gelenkt werden könnte. Damit meine ich, dass Themen wie die Sinnhaftigkeit der Unterrichtsinhalte nicht nur negativ kritisiert werden, sondern dass versucht wird, den Sinn und die Geschichte der Mathematik in den Unterricht einzubauen, um so wieder mehr Raum für individuelle Interpretationen und Lösungsansätze zu schaffen.

7.3. Anwendungsorientierte Lehrpläne in der Oberstufe

Man könnte sich auf anwendungsorientierte Lehrpläne spezialisieren, und somit den verschiedenen Schultypen und Menschentypen besser gerecht werden.
Durch den Einsatz von Computer und Medien verändert sich die Bedeutung der Mathematik. In früherer Zeit, als noch keine elektronischen Hilfsmittel zur Verfügung

---

[47] vgl.: FISCHER, Roland: Materialisierung und Organisation – Zur kulturellen Bedeutung der Mathematik, Profil Verlag GmbH, München / Wien, 2006, S 51.

standen, hatte die Mathematik vor allem die Aufgabe, komplizierte und langwierige Rechnungen zu vereinfachen. Der Schwerpunkt wurde darauf gelegt, Verfahren zu suchen, die Kompliziertes vereinfachen. Gegenwärtig ist meiner Meinung nach die elektronische und technische Forschung soweit fortgeschritten, dass diese (ebenso wie die Mathematik) für die Allgemeinheit nicht mehr so einfach nachzuvollziehen oder zu verstehen ist.
Ich denke, dass es ein notwendiger Schritt ist, den Unterricht dahingehend umzustrukturieren, dass Schüler/innen die Möglichkeiten bekommen, den Umgang mit bestimmten Technologien und elektronischen Hilfsmitteln sowie die klassischen und neuen mathematischen Methoden kritisch zu hinterfragen.

In der Oberstufe wäre dazu ein Konzept, wie das des Grundwissens, eine gute Basis für fächerübergreifendes Lernen. Es könnten gut Zusammenhänge zwischen dem Grundwissen der Unterstufe und Anwendungsgebieten in der Oberstufe oder in anderen höheren Schulen aufgezeigt werden. Dazu ist es vielleicht auch von Vorteil, das Lebensumfeld, wie aktuelle Popgruppen, Spielsachen, Videospiele oder ähnliche allgemeine Interessen der Schüler/innen mit einzubeziehen.
Dies lässt sich vor allem in den Unterrichtsfächern Biologie, Physik, Chemie und Informatik gut arrangieren. Für mich wäre es auch denkbar, die Mathematik in die Psychologie, sozusagen in das menschliche Umfeld der Schüler/innen mit einzubeziehen.

Eine gute Möglichkeit dafür wäre es, ein Soziogramm der Schulklasse zu erstellen. Dabei können mathematische, soziale oder psychologische Sichtweisen und Interpretationen von Seiten der Schüler/innen entstehen und diese auch diskutiert werden. Ich denke, dass dieses Beispiel das Interesse der Jugendlichen wecken könnte, da es sich um eine mathematische Darstellung handelt, in der sie selbst als Personen mit bestimmten Eigenschaften vorkommen.
Dabei können mathematische Relationen und Beziehungen besprochen werden, wobei die Schüler/innen selbst Elemente ihrer mathematischen Arbeit sind. Ich denke vor allem durch fächerübergreifendes Arbeiten kann die naturwissenschaftliche Bildung gestärkt und verbessert werden.

FISCHER, Roland (2006) hat hierzu drei Anwendungsgebiete bearbeitet. Das erste klassische Anwendungsgebiet sind die Naturwissenschaften. Dazu gehören neben Physik, Chemie, Biologie und Informatik auch technische Wissenschaften. Ein weiteres Gebiet sind wirtschaftliche Berechnungen, wozu er unter anderem auch die beschreibende und die verordnende Wirtschaftsmathematik, sowie wirtschaftliche und volkswirtschaftliche Anwendungen zählt. Als drittes Anwendungsgebiet nennt er die Sozialwissenschaften, mit ihren praktischen Beispielen wie Soziogrammen oder Organigrammen.[48]

7.4. Überlegungen zur Sicherung des Grundwissens

In der Unterstufe muss ein gewisses Maß mathematischen Wissens erworben werden, um in der Oberstufe eine sogenannte „Sicherung des Grundwissens“ durchführen zu können, was auch ein Vorschlag der Begabtenförderung Mathematik zur Steigerung der gesellschaftlichen Akzeptanz der Mathematik ist.[49]

BRUDER; BÜCHTER und LEUDERS schreiben in ihrem Artikel „Die „gute“ Mathematikaufgabe“ (2005):

Basiswissen lässt sich z.B. sichern mit Aufgaben, die verstandene Grundlagen einfordern – z.B. in einem „Lernprotokoll“ (BRUDER 2001) mit den folgenden Frageformaten:

- das Einstiegsbeispiel der Unterrichtsreihe soll beschrieben werden
- eine Grundaufgabe zu einem grundlegenden Begriff, Verfahren oder Zusammenhang und eine mögliche Umkehrung dazu soll gelöst werden
- es ist jeweils ein Beispiel anzugeben, wo das jeweilige Verfahren oder der Zusammenhang angewendet werden können – und wo nicht!
- welche typischen Fehler im Umgang mit dem Begriff, Verfahren oder Zusammenhang können auftreten[50].

---

[48] vgl.: FISCHER, Roland: Materialisierung und Organisation – Zur kulturellen Bedeutung der Mathematik, Profil Verlag GmbH, München / Wien, 2006, S 52 ff.

[49] vgl.: www.bfmathematik.info/akz_ford.html [Stand: 12.1.2009].

[50] vgl.: BRUDER, Regina, BÜCHTER Andreas, LEUDERS Timo: Die „gute“ Mathematikaufgabe – ein Thema für die Aus- und Weiterbildung von Lehrerinnen und Lehrern, 2005, S 6.

Die Schüler/innen sollen eine Vorstellung bekommen, was von ihnen verlangt wird. Sie sollen sich Fragen bezüglich Zusammenhang und Verfahren schon vor Bearbeitung der Aufgaben stellen und bereits vorhandenes Wissen hinsichtlich der Problemstellung wach rufen. Dabei soll den Schüler/innen verdeutlicht werden, dass gelerntes Rechnen im Unterricht nicht automatisch angewendet werden darf, sondern dass sie die Methoden, die sie zur Verfügung haben, sorgfältig auswählen müssen. Dies gilt hauptsächlich für offene Aufgabenstellungen, jedoch werden auch geschlossene Aufgaben ausgewählt und beschrieben, die heuristische Strategien[51] gut verdeutlichen. Beispiele, die für diese Art der Leistungsüberprüfung gut geeignet sind, finden sie im Internet unter www.madaba.de. Die Autoren sind der Meinung, dass diese Beispiele wichtig sind, damit Schüler/innen einen größeren Zusammenhang zwischen ihrem Leben und der Mathematik, wie sie in der Schule unterrichtet wird, finden können.[52]

TASCHNER, Rudolf in „Wie Mathematik in der Schule noch zu retten ist“ (2004):

Ob überhaupt die derzeit gängigen Methoden der Leistungsfeststellung dafür geeignet sind, nicht bloß die Fähigkeit des Nachvollziehens, sondern vielmehr das Verstehen einer Rechentechnik authentisch zu messen, mag dahingestellt bleiben – gar nicht zu reden von der weitaus schwierigeren Frage, wie über die Rechentechnik und deren Anwendungen hinausgehend das Verstehen von Mathematik selbst einer objektiven oder gar standardisierten Überprüfung zugänglich ist.[53]

---

[51] Heuristik: Mathematisch wird der Begriff Heuristik für zwei Verfahrensarten zur Lösung mathematischer Probleme verwendet. Einerseits werden besonders einfache aber mit oft hohem Zeitaufwand verbundene Verfahren zur Lösung heuristisch genannt. Andererseits gibt es jene heuristische Verfahren, die ohne großen Aufwand innerhalb wenig Zeit eine Lösung finden.
vgl. dazu: http://de.wikipedia.org/wiki/Heuristik#Mathematik [Stand: 9.4.2009].

[52] vgl: BRUDER, Regina, BÜCHTER Andreas, LEUDERS Timo: Die „gute“ Mathematikaufgabe –ein Thema für die Aus- und Weiterbildung von Lehrerinnen und Lehrern, 2005, S 6 ff.

[53] TASCHNER, Rudolf: Wie Mathematik in der Schule noch zu retten ist, Wien, 2004, S 6.

Das Projekt DISUM[54] untersucht zwei verschiedene Unterrichtsformen hinsichtlich ihrer Nachhaltigkeit. Dazu wird einerseits eine „direktive“ und andererseits eine „operativ - strategische“ Unterrichtsform gewählt. Die erste dieser Formen zielt vor allem auf den fragen - entwickelnden Unterricht ab, wohingegen sich die zweite an Banduras Theorie des Lernens am Modell (1976) orientiert. Die Frage, welche dieser beiden Unterrichtsformen größere Leistungszuwächse hinsichtlich der Modellierungskompetenz (die nachhaltig wirkend ist) der Schüler/innen verzeichnen kann, ist dabei zentral.[55]

Die DPG – Physik beschreibt die Mathematik als nützliche und brauchbare Wissenschaft. Die Mathematik wird verstanden als die Sprache von Naturwissenschaft und Technik, die mit ihren Methoden in viele andere Disziplinen übergreift. Dazu gehören unter anderem die Psychologie, Wirtschaftswissenschaften oder die Medizin. Als Grundlage für die neuen Technologien sind Basisqualifikationen der Mathematik frühzeitig zu erwerben.[56]

Wenn die Schüler/innen ihre Aufgabe und ihr mathematisches Problem selbst konstruieren, können sie dabei besser erkennen, was wichtig ist und was nicht. Mithilfe des Konzeptes haben sie einen Überblick, welche Stoffinhalte im kommenden Jahr / in den kommenden Jahren behandelt werden.

In den Stellungnahmen der DPG wird die Meinung vertreten, dass inhaltlich zum mathematischen Grundwissen solide Kenntnisse in Arithmetik, Algebra, Geometrie und Stochastik gehören.[57] Dies ist auch meine Meinung. Damit ein bestimmtes Maß an Grundwissen erlangt werden kann, muss eine klare Strukturierung des Inhaltes

---

[54] DISUM: “Didaktische Interventionsformen für einen selbständigkeitsorienteriten aufgabengesteurerten Unterricht am Beispiel Mathematik.” Dies ist ein interdisziplinäres Projekt zwischen Mathematikdidaktik, Erziehungswissenschaft und Psychologie.
Für genauere Informationen besuchen sie bitte die Homepage: www.disum.de [Stand: 3. 3. 2009]

[55] vgl.: MÜLLER, Marcel, u.a: Auswendig gelernt – Abgefragt – Abgehackt, 2007.

[56] vgl.: www.dpg.physik.de/info/stellungnahmen/mem_bild_1998.html [Stand: 12.1.2009], S 11.

[57] vgl.: www.dpg.physik.de/info/stellungnahmen/mem_bild_1998.html [Stand: 12.1.2009], S 12.

vorgegeben sein. Dies könnte in der von mir ausgearbeiteten oder in einer anderen beliebigen individuellen Form erfolgen. Damit der jetzige Mathematikunterricht verbessert und somit die gesellschaftliche Akzeptanz erhöht werden kann, müssen neue Unterrichtsansätze erprobt und darauffolgend auch empirisch überprüft werden.

Die DPG schreibt dazu:

Weiterentwicklung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts erfordert eine weitere begriffliche theoretische fachdidaktische Forschung, wie auch eine offene, kritische und wissenschaftlich begleitete empirische Erprobung neuer Unterrichtsansätze.[58]

Während des Verfassens eines Grundwissenskonzeptes, kann die Lehrperson schon versuchen, Kontrollfragen einzubauen. Diese sollen dazu dienen, die tatsächliche Beherrschung des Grundwissens zu überprüfen.
Dabei können die Beispiele so ausgewählt werden, dass erkennbar ist, wann und wie speziell in diesem Fall mathematisches Wissen und Können angewendet wird. Diese Kontrollfragen könnten im nächsten Schuljahr am Jahresanfang zur Wiederholung ausgeteilt werden. Dadurch bekommt man als Lehrperson auch jedes Jahr die Möglichkeit, die Schüler/innen an dem Wissenspunkt abzuholen, an dem sie sich gerade befinden. Weiters könnte damit nach einer etwas längeren Zeit (den Sommerferien) die Nachhaltigkeit des Unterrichts anhand des noch vorhandenen Wissens der Schüler/innen vom vorangegangenen Jahr evaluiert werden.

Wenn sich der Inhalt und dessen Vermittlung im Unterricht ändert, müssen dementsprechend auch in der Ausbildung der zukünftigen Lehrer/innen Veränderungen vorgenommen werden. Im letzten Kapitel meiner Arbeit möchte ich größtenteils persönliche Ansichten zur Lehramtsausbildung darstellen. Ich überdenke dabei Erfahrungen aus meiner Studienzeit und versuche darauf begründete Diskussionspunkte in den einzelnen Ausbildungsbereichen zu verfassen. Sie sollen aufzeigen, wie in meinen Augen die Ausbildung verbessert werden könnte.

---

[58] vgl.: www.dpg.physik.de/info/stellungnahmen/mem_bild_1998.html [Stand: 12.1.2009], S 12.

8. Lehrerausbildung

1995 untersuchten REICHEL u. HUMENBERGER mit Hilfe eines Fragebogens die Erfahrungen von Lehrer/innen und Schüler/innen mit dem Mathematikunterricht. HANISCH (1995) führte darauf basierend eine Clusteranalyse[59] durch und konnte dadurch die Befragten in zwei Gruppen einteilen. Die erste Gruppe erlebt einen konventionellen Unterricht, und bei der zweiten Gruppe, wird von den Lehrpersonen mehr Wert auf die Selbständigkeit der Schüler/innen gelegt. Die erste Gruppe schreibt mehr von der Tafel ab, sie beschreibt und begründet weniger Sachverhalte im Unterricht.
Weiter stellte er die Frage, in welche der beiden Gruppen sich Schüler/innen bzw. Lehrer/innen selbst einordnen würden. Dies ergab, dass sich nur 20 % der Schüler/innen in Gruppe zwei sahen, aber 80 % der Lehrpersonen. Der Unterricht wird also von Schüler/innen und Lehrer/innen sehr unterschiedlich wahrgenommen. Für HANISCH bedeutet dieses Ergebnis, dass die Lehrer/innen mit ihren Schüler/innen über den Mathematikunterricht sprechen sollen, und so auch die Vorstellungen der Schüler/innen in den Unterricht mit einbeziehen können.[60]

Die Universitätsausbildung in Österreich ist in drei Teile geteilt. Die pädagogische / erziehungswissenschaftliche Ausbildung, die fachdidaktische und die fachwissenschaftliche / mathematische Bildung.

In Deutschland umfasst die Ausbildung für Lehramtskandidaten/innen zwei Phasen. Die erste umfasst die Komponenten, die auch bei uns in Österreich von Bedeutung sind. Die zweite Phase ist dafür verantwortlich, dass die Studenten/innen lernen, den zukünftigen Beruf eigenständig und verantwortlich auszuüben, sowie entscheidende Tätigkeitsfelder wie das Unterrichten, Erziehen, Beurteilen, Beraten,

---

[59] Clusteranalyse: versch. Analyseverfahren zur Ermittlung von Gruppen (Clustern) von Objekten, deren Eigenschaften oder Eigenschaftsausprägungen bestimmte Ähnlichkeiten aufweisen.
vgl. dazu: http://de.wikipedia.org/wiki/Clusteranalyse [Stand: 9. 4. 2009].

[60] vgl.: HANISCH, Günter: Wozu ist Mathematikunterricht gut? Nr. 23, Wien, 1995, S 116 f.

... kennenzulernen.[61]

Diese zweite Phase wird in Österreich insofern berücksichtigt, dass im Verlauf des Studiums ein fachbezogenes und ein unterrichtsbezogenes Praktikum vorgesehen sind.

Ich stelle jetzt meine Vorstellungen und Überlegungen zu den drei Ausbildungszweigen, die in der Universitätsausbildung mehr Beachtung finden sollten, dar.

8.1. pädagogische / erziehungswissenschaftliche Ausbildung

Im Verlauf der pädagogischen Ausbildung für Lehramtskandidat/innen sollte der Begriff des „Grundwissens“ vermehrt diskutiert werden. Damit meine ich nicht das spezielle mathematische Grundwissen, wie ich es oben bearbeitet habe, sondern „Grundwissen über die Pädagogik“. Vorlesungen zu Grundbegriffen der Erziehungs- und Bildungswissenschaften wären in meinen Augen dazu notwendig. Ich stelle mir dabei vor, dass Lehramtstudierende die Möglichkeit haben, folgende Fragen überblicksartig beantwortet zu bekommen und darüber im Plenum zu diskutieren.

Was bedeuten derzeit die Begriffe Bildung oder Erziehung?
Worin unterscheiden sie sich?
Womit beschäftigt sich die Pädagogik? - Was ist der Unterschied zur Fachdidaktik?
Wie hängen Pädagogik und Fachdidaktik zusammen?
In welchen verschiedenen Bereichen wird pädagogisch geforscht? (An der Universität und auch außerhalb dieser Institution) – Hierbei könnte ich mir vorstellen, dass Studierende die Möglichkeit haben, in verschiedenen pädagogischen Teilbereichen zu schnuppern. Leider werden jedoch in meinen Augen, für praktische Tage, wie etwas Besuche in Alten-, Erziehungs- oder Krankenanstalten, zuwenig finanzielle Mittel zur Verfügung gestellt.

[61] vgl.: www.dpg.physik.de/info/stellungnahmen/mem_bild_1998.html [Stand: 12.1.2009].

Überblicksartig sollten in meinen Augen auch die Geschichte und das Entstehen der Pädagogik durchgenommen werden. Hier sollten aber nur gewichtige geschichtliche Daten und Pädagogen besprochen werden. In diesem geschichtlichen Zusammenhang verdienen meines Erachtens die verschiedenen wirtschaftlichen, politischen und sozialen Umstände, und die vorherrschenden Lebensbedingungen der damaligen Bevölkerung mehr Aufmerksamkeit.

Ich denke, dass ein Seminar, dass sich mit der Frage „Zusammenhang von Pädagogik und Fachdidaktik" befasst, ausgehend vom Institut für Bildungswissenschaften, sehr interessant und aufschlussreich für die Student/innen sein könnte. Da die einzelnen Teilnehmer/innen verschiedene fachliche Studienzweige absolvieren, besteht die Möglichkeit, durch entsprechende Gestaltung des Seminars, verschiedene klassische sowie individuelle pädagogische Sichtweisen auf unterschiedliche Fachgebiete kennen zu lernen.

8.2. fachdidaktische Ausbildung

Hierbei steht die Frage, wie Mathematik im Unterricht umgesetzt werden soll, im Mittelpunkt. Bedeutungen und Ziele sollen dabei reflektiert werden Im Hinblick auf unsere zukünftige Berufswelt, wäre es sinnvoll, wenn die angebotenen Vorlesungen und zugehörigen Seminare „Schulmathematik 1 – 6" alle absolviert werden müssen. Dann wären für den Start in das Berufsleben Unterlagen vorhanden, die den Einstieg in die Praxis erleichtern könnten.

Die Vorlesungen und Seminare mit den Titeln „Schulmathematik 1 – 6" entsprechen folgenden Teilbereichen der Mathematik:

Schulmathematik 1 (Arithmetik und Algebra)
Schulmathematik 2 (Geometrie)
Schulmathematik 3 (Angewandte Mathematik)
Schulmathematik 4 (Vektorrechnung)
Schulmathematik 5 (Stochastik)

Schulmathematik 6 (Differential- und Integralrechnung)

Mit Hilfe der im Studium erworbenen Unterlagen der verschiedenen Professor/innen und Studienkolleg/innen kann jede Lehrperson leichter eine individuelle Jahresplanung erstellen. Bei dieser Einteilung der verschiedenen Schulmathematiken während des Studiums lassen sich Parallelen zum oben vorgeschlagenen Konzept für die Unterstufe finden. Hier würde sich durch die Ansammlung der verschiedenen individuellen Möglichkeiten zur Bearbeitung der verschiedenen Teilgebiete, die Möglichkeit bieten, schon während des Studiums eigene Unterrichtskonzepte zu und dabei auch eigene Vorstellungen und Werte, die den Schüler/innen mitgegeben werden sollen, zu beachten.

Weiters sollten auch pädagogischen Aspekte und unbewusste Wertevermittlungen behandelt werden. Ich denke, dass es für jede/n Unterrichtende/n wichtig ist, sich zwei Fragen zu stellen: Welchen Einfluss hat die Lehrperson auf die Schüler/innen? Welche Einstellung hat der/die Lehrer/in zur Mathematik bzw. die Student/innen zu ihren speziellen Fachgebieten? Ich denke, dass diese oder ähnliche Fragen in Gruppen, Seminaren und vielleicht auch in Vorlesungen behandelt werden könnten.

8.3. fachwissenschaftliche / mathematische Ausbildung

Das mathematische Fachwissen im 1. Studienabschnitt sollte reduziert werden. Ich denke, dass die Inhalte der angebotenen Vorlesungen „Lineare Algebra und Geometrie 1“ und „Analysis 1“ (Vorlesungen bezüglich des Studienplans bis 2004) beibehalten werden sollten, die weiteren Vertiefungen „Analysis 2, 3“ sowie „Lineare Algebra und Geometrie 2“ jedoch nicht mehr so detailliert bearbeitet werden sollten. Das Hauptaugenmerk sollte dabei auf jenes Wissen gelegt werden, das für das Verständnis der Vorlesungen im 2. Studienabschnitt, von Bedeutung ist.

Dieser ist mit vier Hauptprüfungen in den Fächern Analysis, Algebra, Wahrscheinlichkeitstheorie und Angewandte Mathematik für mich gut eingeteilt. Dabei werden die Teilbereiche der Mathematik so aufgearbeitet, wie es auch meinem Konzept für die Unterstufe entspricht. Durch das Absolvieren dieser fachlichen Gebiete sowie den dazu gehörigen fachdidaktischen Vorlesungen und Seminaren der Schulmathematik, könnten die Student/innen Zusammenhänge zwischen Inhalt und Unterricht, also zwischen wissenschaftlicher und fachdidaktischer Mathematik verstärkt diskutieren und bearbeiten.

Hierbei denke ich unter anderem an Diskussionen über eine gemeinsame Wissensbasis bestimmter Schulstufen und Schulformen, sowie Diskussionen über den Begriff „Grundwissen“ im Zusammenhang mit allen Schulfächern, besonders natürlich in Mathematik. Dabei sollten auch Probleme und Verbesserungsvorschläge, die sich mit dem Wechsel zwischen der Sekundarstufe eins und zwei, der Realschule (Hauptschule) und dem Gymnasium, sowie bei Beginn einer höheren Ausbildung befassen, besprochen werden.

HANISCH, Günter bearbeitet in seinem Artikel „Pisa, Timss, Bildungsstandards, Tests – und wie sollen wir LehrerInnen damit umgehen?“ (2006) hauptsächlich mathematische Aufnahmeprüfungen von großen Firmen und Unternehmen, hinsichtlich des mathematischen Wissens der Teilnehmer/innen.
Ich möchte hierzu einen seiner einleitenden Gedanken wiedergeben:

Die Nützlichkeit der Mathematik für den Einzelnen (für die Allgemeinheit ist das sowieso offensichtlich, denn ohne Mathematik, gäbe es nicht die Technik, die Medizin, die Verwaltung, ..., die wir kennen. Überlegen Sie einmal mit Ihren SchülerInnen, was wäre, gäbe es keine Zahlen mehr!) hängt ab, wofür sie gebraucht werden soll:

1. für das tägliche Leben: in der Unterstufe teilweise ja, in der Oberstufe sehr fraglich
2. für das Studium: eine Reihe von Studien hat Mathematik als Pflichtfach wie TU, BOKU, VET.MED., NAWI, WU, Psychologie
3. für den Beruf: das hängt ab, um welchen Beruf es sich handelt. Aber die dafür notwendigen Mathematikkenntnisse sind im Allgemeinen weniger, als die im Studium verlangten
4. bei Aufnahmsprüfungen: Darauf soll im Folgenden eingegangen werden.[62]

Meiner Meinung nach spricht er hier einige Gedanken an, die sowohl mit

[62] HANISCH, Günter: Pisa, Timss, Bildungsstandards, Tests – und wie sollen wir LehrerInnen damit umgehen? Nr. 39, Wien, 2006, S 2 f.

Schüler/innen im Unterricht als auch mit den Student/innen während ihrer Ausbildung zur Lehrperson diskutiert und bearbeitet werden sollten.

Die Ergebnisse dieser Studie möchte ich an dieser Stelle nicht wiedergeben, bitte aber all jene, die daran oder an einem anderen in der Arbeit erwähnten vollständigen Artikel interessiert sind, mit mir Kontakt aufzunehmen, damit ich ihnen betreffende Unterlagen zukommen lassen kann.

9. Schluss / Ausblick

In meiner Arbeit vertrete ich die Meinung, dass der Mathematikunterricht dahingehend überdacht werden sollte, dass in der Unterstufe „Grundwissen“ (dazu vor allem klassische Probleme) gelehrt und individuell verfasst und gesammelt wird. Wird unter mathematischem Grundwissen die Ausbildung der Unterstufe AHS verstanden, ergibt sich aufgrund der übersichtlichen Strukturierung in vier Teilbereiche die Möglichkeit, auch in höheren und weiterbildenden Schulen die Akzeptanz des Mathematikunterrichtes zu erhöhen. Wenn vermehrt anwendungsorientierte Lehrpläne diskutiert, erprobt und evaluiert werden, sind die Schüler/innen in der Lage, mit Hilfe klassischer Mathematik neuzeitlichere Probleme zu lösen.
Weiters sollten Lehrpersonen den Schüler/innen Denkanstöße für Ideen zur Lösungsfindung geben, oder sie lehren, mit Hilfe des Grundwissens und deren Anwendungen, Probleme mathematisch zu beschreiben und nicht mathematisch zu lösen.

Durch die Mathematik ergibt sich die Möglichkeit, Probleme auf verschiedene Arten zu lösen, zu beschreiben oder zu bearbeiten. Die klassische Mathematik versuchte Aussagen oder Darstellungen so zu vereinfachen, dass bestimmte Sachverhalte schneller, also mit weniger Zeitaufwand berechnet werden konnten. Durch neue Technologien verändern sich aber die Anforderungen der Zeit.

Deshalb vertrete ich die Meinung, dass die vorherrschende Starrheit und Regelhaftigkeit der Mathematik im Bewusstsein der Menschen aufgelöst werden muss. Dann erst kann ein Umdenken stattfinden und erkannt werden, dass mithilfe der Mathematik, ihrer Fortschritte und bedeutsamen Entwicklungen für die Gesellschaft und deren Einsatz in anderen Wissenschaftsgebieten, der Blickwinkel des Einzelnen erweitert werden kann.

Eine Möglichkeit, dieses Ziel zu erreichen, wäre für mich, im Unterricht mehr Zeit für individuelle Interpretationen und Gedankengänge der Schüler/innen einzuräumen, um bereits vorhandene Problemstellungen aus mathematischer Sicht zu beschreiben, zu analysieren, umzuwandeln oder darzustellen.

Die Schüler/innen könnten dadurch erkennen, dass die Mathematik doch nicht ganz so ernsthaft und „langweilig“ ist.

LITERATURVERZEICHNIS

- ENDNER, Dieter (Hrsg.): Illustrierte Power-Selbsthilfe und Nachschlagewerk für Gymnasium, Realschule, Hauptschule sowie Integrierte Gesamtschule Mathematik 5 – 6, Wagner Verlag, Gelnhausen, 2007
- ENDNER, Dieter (Hrsg.): Illustrierte Power-Selbsthilfe und Nachschlagewerk für Gymnasium, Realschule, Hauptschule sowie Integrierte Gesamtschule Mathematik 7 – 8, Wagner Verlag, Gelnhausen, 2007
- FISCHER, Roland: Materialisierung und Organisation – Zur kulturellen Bedeutung der Mathematik, Profil Verlag GmbH, München / Wien, 2006
- GLOCKE, Theo: Grundwissen Mathematik, Cornelsen Verlag GmbH, Berlin, 2008
- JACOB, Sandra, VON LEHMDEN, Susanne: Grundwissen Mathematik - Jahrgangsstufe 5/6, Auer Verlag GmbH, Donauwörth, 2008
- MALLE, Günther: Didaktische Probleme der elementaren Algebra, Verlag Vieweg, Braunschweig, 1993
- MALLE, Günther: Materialien zur Lehrerfortbildung, Überlegungen zum Kernstoff der Oberstufe, Funktionen, Universität Wien, o.J.
- MALLE, Günther: Materialien zur Lehrerfortbildung, Überlegungen zum Kernstoff der Oberstufe, Vektorrechnung und analytische Geometrie, Universität Wien, o.J.
- POSAMENTIER, Alfred S.: „119 Unterrichtseinheiten“ aus der Serie „Arbeitsmaterialen Mathematik“, Ernst-Klett Schulbuchverlag GmbH, Stuttgart, 1994
- POSAMENTIER, Alfred S.: Math wonders to inspire Teachers and Students, netLibrary E-Book: ISBN 0-87120-852-0, Association for Supervision and Curriculum Development, Virgina, USA, 2003
- POSAMENTIER, Alfred S., KRULIK, Stephen: Problem – Solving Strategies for efficient and Elegant solutions, Corwin Press, Inc., Thousand Oaks, California, 1998
- VON LEHMDEN, Susanne, ROHE, Karlheinz: Grundwissen Mathematik - Jahrgangsstufe 7/8, Auer Verlag GmbH, Donauwörth, 2005

<u>Beiträge zum Mathematikunterricht online:</u>
Jahrestagungen 2005 bis 2008 der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik

- http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/new/index_f-bzmu.html: [Stand: 12. 1. 2009]

  - BRUDER, Regina, BÜCHTER Andreas, LEUDERS Timo: Die „gute“ Mathematikaufgabe – ein Thema für die Aus- und Weiterbildung von Lehrerinnen und Lehrern, 2005
  - KESSLER, Stefan: Erwachsene lösen TIMSS Aufgaben: Mathematische Grundbildung nach dem Schulabschluss, 2005

- MÜLLER, Marcel, u.a: Auswendig gelernt – Abgefragt – Abgehackt, 2007
- ROLKA, Katrin, HALVERSCHEID Stefan: Cartoons als Diskussionsanlässe über das Lehren und Lernen von Mathematik, 2007
- SCHWEIGER, Frith: Mathematik als Kulturgut, 2008
- SJUTS, Johann: Adaptivität und Diagnostik: Was die Bearbeitung passender Aufgabenstellungen aufdecken kann, 2008
- THIEL, Oliver: Was denken Erzieherinnen über Mathematik?, 2008

Didaktikhefte 1 - 40 online:

- http://www.oemg.ac.at/DK/omg_07_stellungnahme_scho_format.pdf: [Stand: 12.1.2009]

  - FISCHER, Roland: Mittel und System – zur sozialen Relevanz der Mathematik, Nr. 19, Klagenfurt, 1987
  - FISCHER, Roland: Mathematik anthropologisch: Materialisierung und Systemhaftigkeit, Nr. 32, Wien, 2000
  - HANISCH, Günter: Wozu ist Mathematikunterricht gut? Nr. 23, Wien, 1995
  - HANISCH, Günter: Pisa, Timss, Bildungsstandards, Tests – und wie sollen wir LehrerInnen damit umgehen? Nr. 39, Wien, 2006
  - HEFENDEHL – HEBEKER, Lisa: Struktur und Genese mathematischen Wissens als Leitlinie für den Unterricht, Nr. 31, 1999
  - KRONFELLNER, Manfred: Mathematikunterricht zwischen Tradition und Herausforderung – Versuch einer kritischen Bestandsaufnahme, Nr. 15, Wien, 1987
  - MAASS, Jürgen: Was bleibt? Erfolge und Misserfolge des Mathematikunterrichts aus der Sicht von Erwachsenen, Nr, 22, Linz, 1994
  - POSAMENTIER, Alfred S.: Eine vernachlässigte Kunst: Motivation im Mathematikunterricht, Nr. 19, The City College of the City University of New York, 1991
  - TASCHNER, Rudolf: Definiert die Mathematik ein Bildungsideal? Nr. 31, Wien, 1999
  - WINKLER, Reinhard: Sinn und Unsinn des Rechnens im Mathematikunterricht, Nr. 39, 2006

- http://www.bfmathematik.info/akz_ford.html [Stand: 12. 1. 2009]
- http://www.bmukk.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp_ahs_unterstufe.xml [Stand 3 .5. 2009]
- http://de.wikipedia.org/wiki/Black_Box_(Systemtheorie) [Stand: 3. 5. 2009]
- http://de.wikipedia.org/wiki/Clusteranalyse [Stand: 9. 4. 2009]
- http://de.wikipedia.org/wiki/Heuristik#Mathematik [Stand: 9. 4. 2009]
- http://de.wikipedia.org/wiki/Nat%C3%BCrliche_Zahl [Stand: 11. 5. 2009]
- http://www.disum.de [Stand: 3. 3. 2009]
- http://www.dpg.physik.de/info/stellungnahmen/mem_bild_1998.html [Stand: 12. 1. 2009]
- http://www.feldgasse.at/OffenesLernen.html [Stand: 11. 5. 2009]

- http://forschung.univie.ac.at/de/portal/forschung/ausschreibungen/bankaustriaforschungspreis/bacapreisverleihung [Stand: 1. 4. 2009]
- http://imst.uni-klu.ac.at/imst-wiki/images/3/38/Langfassung_GB_Bernauer.pdf [Stand: 3. 4. 2009]
- http://www.oecd.org/document/20/0,3343,de_34968570_34968795_39648148_1_1_1_1,00.html [Stand: 1. 4. 2009]
- http://www.oemg.ac.at/DK/index.html [Stand: 12.1.2009]
- http://www.oemg.ac.at/ [Stand: 3. 5. 2009[
- http://www.oemg.ac.at/LS/index.html [Stand: 12.1.2009]
  - GÖTZ, Stefan: Stellungnahme zu Taschner – E&U 3/4, 2004
  - TASCHNER, Rudolf: Wie Mathematik in der Schule noch zu retten ist, Wien, 2004
- http://www.pisa.oecd.org/pages/0,2987,en_32252351_32235731_1_1_1_1_1,00.html [Stand: 1. 4. 2009]
- http://www.timss.mpg.de/ [Stand 3. 5. 2009]
- http://www.univie.ac.at/constructivism/EvG/papers/188.pdf [Stand: 2. 4. 2009]
- http://www.univie.ac.at/mathematik_didaktik/2008_schulmathematik_tagung/programm.html [Stand: 12. 1. 2009]
  - POSAMENTIER, Alfred S.: A Mathematics Teacher`s Responsibility – Beyond the Curriculum, 2008

TV:

- “ZIB 20” - Zeit im Bild um 20:00 Uhr vom 26. 3. 2009

Anhang

Zusammenfassung

Viele Gespräche mit Personen aller Art waren zu einem großen Teil Ausgangspunkt für die Erstellung dieser Arbeit. Ein wesentliches Ziel ist, dass öffentliche Diskussionen mit mathematischen Inhalten wieder in ein positiveres Licht gerückt werden. Um dieses zu erreichen werden zuerst Forschungen und Entwicklungen hinsichtlich des Begriffes „Grundwissen“ erarbeitet. Darauf hin wird die Mathematik in 4 Teilbereiche eingeteilt und je einer Schulstufe wie folgt zugeordnet.

5. Schulstufe – Arithmetik / Algebra
6. Schulstufe – Algebra
7. Schulstufe – Geometrie
8. Schulstufe – Analysis / Stochastik

Diese Konzeptidee wird zeitlich und inhaltlich spezieller erarbeitet anhand der 5. Schulstufe der Unterstufe AHS. Es wird beschrieben, warum die Gesellschaft oft negativ auf mathematische Inhalte reagiert, und dass diese aber zugleich einen hohen Bedeutungswert in der Gesellschaft einnehmen.

Aus verschiedenen Blickwinkeln wird betrachtet, welche Vorteile die Erstellung und Erprobung eines solchen oder ähnlichen Konzeptes mit sich bringen könnte. Dabei wird gefragt welchen Nutzen ein derartiges Konzept, für die Schüler/innen sowie für die Lehrpersonen, im Unterricht haben könnte. Das abschließende Kapitel stützt sich hauptsächlich auf persönliche Erfahrungen der Autorin sowie ihrer Mitstudent/innen. Dabei wird die derzeitige Ausbildung für Lehramtkandidat/innen an der Universität geprüft.

Abstract

Many discussions with all kind of people were basically the starting point to make this compilation available. A priority objective is, that public discussions with mathematical contents appear in a better light. To achieve that, the term „basic knowledge“ will be formed in consideration of research und development.
Mathematics will be divided into 4 sections and assigned to the different levels of education as follows:
5th year – arithmetic / algebra
6th year – algebra
7th year – geometry
8th year – calculus / theory of probabilities
This concept will be specified with regard to the time frame and the contents relating to the 5th year. (The 5th year describes the 1st class in secondary school.) The compilation describes why people often show negative reactions in connection with mathematical contents. While at the same time they attach great importance to the mathematical science.
From different perspectives this work deals with advantages that can follow a creation and test of such or similar concept. It considers the use that such a concept could have in school, mainly for teachers and pupils.
The final points are mostly based on personal experiences from the author and from her student mates. There, the current education in university will be checked.

Liste von Gymnasien

in Bayern (Deutschland), die auf ihrer Internetseite bereits ein Konzept zur Darstellung von Grundwissen präsentieren.

- Balthasar-Neumann-Gymnasium, Marktheidenfeld;
  Grundwissenskataloge mit Beispielen für die Jahrgänge 5 und 6
  www.bng-online.de
- Carl-Orff-Gymnasium, Unterschleißheim;
  Grundaufgaben und Grundwissen für die Jahrgänge 5 bis 11 (im Schulbuch festgelegt)
  www.carl-orff-gym.de
- Christian-Ernst-Gymnasium, Erlangen;
  Grundwissenskataloge mit Aufgaben, Beispielen und Erläuterungen für die Jahrgänge 5 bis 11
  *www.ceg-**erlangen**.de*
- Christoph-Jacob-Treu-Gymnasium, Lauf a. d. Pegnitz;
  Grundwissenskataloge mit Aufgaben und Beispielen für die Jahrgänge 5 bis 10
  *www.**cjt-gym-lauf**.de*
- Finsterwalder-Gymnasium, Rosenheim;
  Informationen zum Thema Grundwissen
  *www.schulen.**rosenheim**.de*
- Franz-Marc-Gymnasium, Markt Schwaben;
  Aufgaben mit Lösungen zum Grundwissen für die 5. Schulstufe
  *www.**franz-marc-gymnasium**.de*
- Fridericianum Gymnasium, Erlangen
  Grundwissenskataloge mit Aufgaben und Beispielen für die Schulstufen 5 bis 9
  *www.**gymnasium-fridericianum**.de*
- Friedrich-Dessauer-Gymnasium, Aschaffenburg;
  Kernfragen und Aufgaben zum Grundwissen für die Jahrgänge 7 bis 11
  www.fdg-online.de

- Goethe-Gymnasium, Regensburg;

  Broschüre „Der Mathe-Speicher“, darin sind Aufgaben und Lösungen enthalten, zu den Jahrgängen 5 bis 7

  ***goethe-gymnasium-regensburg**.de*

- Herzog-Christian-August-Gymnasium, Sulzbach-Rosenberg;

  Grundwissenskataloge mit Beispielen für die Schulstufen 5 bis 11

  www.hca-gymnasium.de

- Johann-Michael-Sailer-Gymnasium, Dillingen;

  Grundwissen – Lehrtexte und Übungsaufgaben mit Lösungen für die Jahrgänge 5 bis 12

  *www.**sailer-gymnasium**.de*

- Kurt-Huber-Gymnasium, Gräfelfing;

  Grundwissenskataloge für die Jahrgänge 5 bis 11

  www.khg-online.de

- Ludwigsgymnasium, Straubing;

  Kompendium zum Grundwissen für die Schulstufen 5 bis 10

  *www.**ludwigsgymnasium**.de*

- Max-Born-Gymnasium, Germering;

  Übungsaufgaben Mathematik für die Jahrgänge 5, 7 bis 10

  *www.mbg-**germering**.de*

- Otto-Hahn-Gymnasium, Marktredwitz;

  Grundwissenskataloge mit Beispielen für die Jahrgangsstufen 5 und 6

  *www.ohg-**marktredwitz**.de*

- Pegnitz Gymnasium, Pegnitz;

  Grundwissen in Form von Fragen und Antworten sowie Aufgaben zum Wiederholen und Vertiefen

  www.gympeg.de

- Rhön-Gymnasium, Bad Neustadt;

  Grundwissenskataloge mit Beispielen für die Jahrgangsstufen 5 bis 10

  www.rhoen-gymnasium.de

- Sigmund-Schuckert-Gymnasium, Nürnberg;

  Grundwissenskataloge mit Beispielen für die Jahrgangsstufen 5 und 6

  *www.**sigmund-schuckert-gymnasium**.de*

- Willstätter-Gymnasium, Nürnberg;
  Aufgaben zum Grundwissen Unter- und Mittelstufe
  www.willstaetter-gymnasium.de

Gleichungen lösen mit Elementarumformungen

1	$x+1=6$ $x=5$	$A+B=C \Leftrightarrow A=C-B$
2	$6=x-1$ $7=x$ $x=7$	$A=B-C \Leftrightarrow A+C=B$ *Seiten vertauschen*
3	$3\cdot x=12$ $x=4$	$A\cdot B=C \Leftrightarrow B=C:A$
4	$\frac{2\cdot x}{4}=5$ $2\cdot x=20$ $x=10$	$A:B=C \Leftrightarrow A=C\cdot B$ $A\cdot B=C \Leftrightarrow B=C:A$
5	$3\cdot x+1=10$ $3\cdot x=9$ $x=3$	$A+B=C \Leftrightarrow A=C-B$ $A\cdot B=C \Leftrightarrow B=C:A$
6	$5\cdot x-12=13$ $5\cdot x=25$ $x=5$	$A-B=C \Leftrightarrow A=C+B$ $A\cdot B=C \Leftrightarrow B=C:A$
7	$\frac{x+1}{2}=6$ $x+1=12$ $x=11$	$A:B=C \Leftrightarrow A=C\cdot B$ $A+B=C \Leftrightarrow A=C-B$

Termumformungsregeln und Aufgaben

1. Zusammenfassen gleichartiger Ausdrücke

1 Eine Mutter kauft für eine Geburtstagsfeier 5 Packerl Schnitten, 2 Sackerl Gummibärchen und 3 Liter Eis zu jeweils e Euro. An der Kassa bezahlt sie 20 Euro. Wie groß ist der Einzelpreis e?

$$5 \cdot e + 2 \cdot e + 3 \cdot e = 20$$
$$10 \cdot e = 20$$
$$e = 2$$

Zusammenfassen

$$A \cdot B = C \Leftrightarrow B = C : A$$

Der Einzelpreis e beträgt jeweils 2 Euro.

2 $8 \cdot x + 4 = 5 \cdot x + 8$

Berechne x.

$$8 \cdot x + 4 = 5 \cdot x + 8$$
$$8 \cdot x = 5 \cdot x + 4$$
$$8 \cdot x - 5 \cdot x = 4$$
$$3 \cdot x = 4$$
$$x = \frac{4}{3}$$

$$A + B = C \Leftrightarrow A = C - B$$
$$A = B + C \Leftrightarrow A - B = C$$

Zusammenfassen

$$A \cdot B = C \Leftrightarrow B = C : A$$

2. Vertauschen in Summen und Produkten

3 Zwei Lehrerinnen kaufen für Ihre Klassen ein: Eine Lehrerin kauft 12 Hefte zu jeweils a Euro und Bleistifte um 10 Euro. Die zweite Lehrerin kauft 24 Hefte zu a Euro und bezahlt für die Bleistifte 12 Euro. Gemeinsam liefern Sie eine Abrechnung an die Direktorin über 76 Euro ab. Wie viel kostet ein Heft?

$(12\cdot a+10)+(24\cdot a+12)=76$	Weglassen der Klammern
$12\cdot a+10+24\cdot a+12=76$	Vertauschen
$12\cdot a+24\cdot a+10+12=76$	Zusammenfassen
$36\cdot a+22=76$	
$36\cdot a=54$	$A+B=C \Leftrightarrow A=C-B$
$a=\frac{3}{2}=1,5$	$A\cdot B=C \Leftrightarrow B=C:A$

Ein Heft kostet 1 Euro 50.

4

$4\cdot a+7\cdot b+2\cdot a+3\cdot b=10\cdot b-2\cdot a+16$	Berechne a!
$4\cdot a+7\cdot b+2\cdot a+3\cdot b=10\cdot b-2\cdot a+16$	Vertauschen
$4\cdot a+2\cdot a+7\cdot b+3\cdot b=10\cdot b-2\cdot a+16$	Zusammenfassen
$6\cdot a+10\cdot b=10\cdot b-2\cdot a+16$	$A+B=C \Leftrightarrow A=C-B$
$6\cdot a=10\cdot b-2\cdot a+16-10\cdot b$	Vertauschen
$6\cdot a=10\cdot b-10\cdot b-2\cdot a+16$	Zusammenfassen
$6\cdot a=-2\cdot a+16$	$A=B+C \Leftrightarrow A-B=C$
$6\cdot a-(-2\cdot a)=16$	Klammer auflösen: $-(-A)=A$
$6\cdot a+2\cdot a=16$	Zusammenfassen
$8\cdot a=16$	$A\cdot B=C \Leftrightarrow B=C:A$
$a=2$	

3. Setzen und Weglassen von Klammern

5 Markus kauft 7 T-Shirts um x Euro. Ebenso kann er sich noch 2 T-Shirts zu x Euro leisten, muss aber wegen eines Aufdrucks für diese zwei insgesamt 12 Euro mehr bezahlen. Insgesamt zahlt er an der Kassa 66 Euro. Wie viel kostet ein T-Shirt?

$$7 \cdot x + (2 \cdot x + 12) = 66$$

Klammer weglassen

$$7 \cdot x + 2 \cdot x + 12 = 66$$

Zusammenfassen

$$9 \cdot x + 12 = 66$$

$A + B = C \Leftrightarrow A = C - B$

$$9 \cdot x = 54$$

$A \cdot B = C \Leftrightarrow B = C : A$

$$x = 6$$

Ein normales T-Shirt kostet 6 Euro.

6

$$4 \cdot a = \frac{3}{2 \cdot a + 3}$$

Fasse alle a auf einer Seite zusammen.

$A = B : C \Leftrightarrow A \cdot C = B$

$$4 \cdot a = \frac{3}{2 \cdot a + 3}$$

Setzen von Klammern

$$(4 \cdot a) \cdot (2 \cdot a + 3) = 3$$

Distributivgesetz:
$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$

$$4 \cdot a \cdot 2 \cdot a + 4 \cdot a \cdot 3 = 3$$

Vertauschen

$$4 \cdot 2 \cdot a \cdot a + 4 \cdot 3 \cdot a = 3$$

Zusammenfassen

$$8a^2 + 12a = 3$$

4. Klammerauflösungsregeln

7 Subtrahiert man vom Fünffachen der Zahl x das um 2 vergrößerte Dreifache der Zahl x, so erhält man 12. Wie groß ist x?

$$\begin{aligned} 5\cdot x-(3\cdot x+2)&=12 \\ 5\cdot x-3\cdot x-2&=12 \\ 2\cdot x-2&=12 \\ 2\cdot x&=14 \\ x&=7 \end{aligned}$$

Klammer auflösen: $A-(B+C)=A-B-C$
Zusammenfassen
$A-B=C\Leftrightarrow A=C+B$
$A\cdot B=C\Leftrightarrow B=C:A$

8 $2\cdot x-(8-5\cdot x)=13$ Bestimme x.

$$\begin{aligned} 2\cdot x-(8-5\cdot x)&=13 \\ 2\cdot x-8+5\cdot x&=13 \\ 2\cdot x+5\cdot x-8&=13 \\ 7\cdot x-8&=13 \\ 7\cdot x&=21 \\ x&=3 \end{aligned}$$

Klammer auflösen: $A-(B-C)=A-B+C$
Vertauschen
Zusammenfassen
$A-B=C\Leftrightarrow A=C+B$
$A\cdot B=C\Leftrightarrow B=C:A$

5. Distributivgesetze

9 Eine Kinokarte kostet 8 Euro. Eine Schulklasse besucht eine Vorstellung. Drei Schüler sind krank und können die Vorstellung nicht besuchen. Insgesamt bezahlt die Klasse 168 Euro. Wie viele SchülerInnen sind in dieser Klasse?

$$\begin{aligned} 8\cdot(x-3)&=168 \\ 8\cdot x-24&=168 \\ 8\cdot x&=192 \\ x&=24 \end{aligned}$$

Distributivgesetz:
$A\cdot(B-C)=A\cdot B-A\cdot C$
$A-B=C\Leftrightarrow A=C+B$
$A\cdot B=C\Leftrightarrow B=C:A$

In der Klasse gibt es 24 SchülerInnen.

10 $3\cdot(x+3\cdot y)+2\cdot(x-y)=3$ Drücke x durch y aus.

$$\begin{aligned} 3\cdot(x+3\cdot y)+2\cdot(x-y)&=3 \\ 3\cdot x+9\cdot y+2\cdot x-2\cdot y&=3 \\ 3\cdot x+2\cdot x+9\cdot y-2\cdot y&=3 \\ 5\cdot x+7\cdot y&=3 \\ 5\cdot x&=3-7\cdot y \\ x&=\frac{3-7\cdot y}{5} \end{aligned}$$

Distributivgesetz:
$A\cdot(B\pm C)=A\cdot B\pm A\cdot C$
Vertauschen
Zusammenfassen
$A+B=C\Leftrightarrow A=C-B$
$A\cdot B=C\Leftrightarrow B=C:A$

6. Vorzeichenregeln und Gegenzahlregeln

11 Subtrahiert man vom Dreifachen der Zahl y die um zwei vergrößerte Zahl x, so erhält man 15.

Drücke x durch y aus.

$3 \cdot y - (x+2) = 15$	Klammer auflösen: $A - (B + C) = A - B - C$
$3 \cdot y - x - 2 = 15$	Vertauschen
$-x + 3 \cdot y - 2 = 15$	$A + B = C \Leftrightarrow A = C - B$, Klammer setzen
$-x = 15 - (3 \cdot y - 2)$	Klammer auflösen: $A - (B - C) = A - B + C$
$-x = 15 - 3 \cdot y + 2$	Vertauschen
$-x = -3 \cdot y + 15 + 2$	Zusammenfassen
$-x = -3 \cdot y + 17$	Gegenzahlregel: $-A = B \Leftrightarrow A = -B$,
$x = -(-3 \cdot y + 17)$	Klammer setzen
$x = 3 \cdot y - 17$	Klammer auflösen: $A - (-B + C) = A + B - C$

12 $(-3) \cdot (1 - 7 \cdot x) = 6 \cdot x$ Berechne x.

$(-3) \cdot (1 - 7 \cdot x) = 6 \cdot x$	Vorzeichenregel: $(-A) \cdot B = -(A \cdot B)$
$-(3 \cdot (1 - 7 \cdot x)) = 6 \cdot x$	Gegenzahlregel: $-A = B \Leftrightarrow A = -B$,
$3 \cdot (1 - 7 \cdot x) = -6 \cdot x$	Distributivgesetz: $A \cdot (B - C) = A \cdot B - A \cdot C$
$3 - 21 \cdot x = -6 \cdot x$	$A - B = C \Leftrightarrow A = C + B$
$3 = -6 \cdot x + 21 \cdot x$	
$3 = 15 \cdot x$	Zusammenfassen
$\frac{1}{5} = x$	$A = B \cdot C \Leftrightarrow A : B = C$
$x = \frac{1}{5}$	Seiten vertauschen

7. Potenzen

13 Multipliziert man das um 3 vergrößerte Quadrat der Zahl a mit derselben Zahl, so erhält man die um 6 vergrößerte dritte Potenz von a. Berechne a.

$a \cdot (a^2 + 3) = a^3 + 6$	Distributivgesetz: $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
$a \cdot a^2 + 3 \cdot a = a^3 + 6$	Potenzregel: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
$a^3 + 3 \cdot a = a^3 + 6$	$A + B = C \Leftrightarrow B = C - A$
$3 \cdot a = a^3 + 6 - a^3$	Vertauschen
$3 \cdot a = a^3 - a^3 + 6$	Zusammenfassen
$3 \cdot a = 6$	$A \cdot B = C \Leftrightarrow B = C : A$
$a = 2$	

14 $x^3 \cdot (y^3 - x^3) - x^3 \cdot y^3 = (-x) \cdot (x^5 + 1)$ Berechne x.

$x^3 \cdot (y^3 - x^3) - x^3 \cdot y^3 = (-x) \cdot (x^5 + 1)$	Distributivgesetz: $A \cdot (B \pm C) = A \cdot B \pm A \cdot C$
$x^3 \cdot y^3 - x^3 \cdot x^3 - x^3 \cdot y^3 = (-x) \cdot x^5 - x$	Vertauschen
$x^3 \cdot y^3 - x^3 \cdot y^3 - x^3 \cdot x^3 = (-x) \cdot x^5 - x$	Zusammenfassen
$-x^3 \cdot x^3 = -(x \cdot x^5) - x$	Vorzeichenregel: $(-A) \cdot B = -(A \cdot B)$
$-x^6 = -x^6 - x$	Potenzregel: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
$x^6 = -(-x^6 - x)$	Gegenzahlregel: $-A = B \Leftrightarrow A = -B$, Klammer setzen
$x^6 = x^6 + x$	Klammer auflösen: $A - (-B - C) = A + B + C$
$x^6 - x^6 = x$	$A = B + C \Leftrightarrow A - B = C$
$0 = x$	Zusammenfassen
$x = 0$	Seiten vertauschen

8. Multiplikation von Klammern

15 In einem Rechteck mit Seitenlänge a und b wurde die Seitenlänge a um 2 vergrößert und die Seitenlänge b um 2 vermindert. Wie groß ist der Flächeninhalt des Rechtecks?

$A=(a+2)\cdot(b-2)$	$(a+b)\cdot(c-d)=a\cdot c+b\cdot c-a\cdot d-b\cdot d$
$A=a\cdot b+2\cdot b-a\cdot 2-4$	Vertauschen
$A=a\cdot b+2\cdot b-2\cdot a-4$	

16 $(3+x)\cdot(y+1)-2\cdot y\cdot(x+3)=-x\cdot y$ Drücke x durch y aus.

$(3+x)\cdot(y+1)-2\cdot y\cdot(x+3)=-x\cdot y$	$(a+b)(c+d)=ac+bc+ad+bd$
$3\cdot y+x\cdot y+3+x-2\cdot y\cdot(x+3)=-x\cdot y$	DG: $A\cdot(B+C)=A\cdot B+A\cdot C$
$3\cdot y+x\cdot y+3+x-(2\cdot y\cdot x+2\cdot y\cdot 3)=-x\cdot y$	Vertauschen
$3\cdot y+x\cdot y+3+x-(2\cdot y\cdot x+2\cdot 3\cdot y)=-x\cdot y$	Klammer auflösen: $A-(B+C)=A-B-C$
$3\cdot y+x\cdot y+3+x-2\cdot y\cdot x-6\cdot y=-x\cdot y$	Vertauschen
$3\cdot y+x\cdot y+3+x-2\cdot x\cdot y-6\cdot y=-x\cdot y$	Vertauschen
$3\cdot y-6\cdot y+x+3+x\cdot y-2\cdot x\cdot y=-x\cdot y$	Zusammenfassen
$-3\cdot y+x+3-x\cdot y=-x\cdot y$	$A-B=C\Leftrightarrow A=C+B$
$-3\cdot y+x+3=-x\cdot y+x\cdot y$	Zusammenfassen
$-3\cdot y+x+3=0$	Vertauschen
$x-3\cdot y+3=0$	$A+B=C\Leftrightarrow A=C-B$,
$x=-(-3\cdot y+3)$	Klammer setzen
$x=3\cdot y-3$	Klammer auflösen: $-(A+B)=-A-B$

9. Binomische Formeln

17 Vermindert man eine Zahl um zwei und quadriert diese, so erhält man das Quadrat der ursprünglichen Zahl. Welche Zahl erfüllt diese Bedingungen?

$$(x-2)^2 = x^2$$

Binomische Formel:
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$$x^2 - 4 \cdot x + 4 = x^2$$

$A + B = C \Leftrightarrow B = C - A$

$$-4 \cdot x + 4 = 0$$

$A + B = C \Leftrightarrow A = C - B$

$$-4 \cdot x = -4$$

Gegenzahlregel: $-A = -B \Leftrightarrow A = B$

$$4 \cdot x = 4$$

$A \cdot B = C \Leftrightarrow B = C : A$

$$x = 1$$

18 $3 \cdot (x+1)^2 + 2 \cdot (x-1)^2 = 5 \cdot x^2$

Berechne x.

$$3 \cdot (x+1)^2 + 2 \cdot (x-1)^2 = 5 \cdot x^2$$

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$$3 \cdot (x^2 + 2 \cdot x + 1) + 2 \cdot (x^2 - 2 \cdot x + 1) = 5 \cdot x^2$$

Distributivgesetz:
$A \cdot (B \pm C + D) = A \cdot B \pm A \cdot C + A \cdot D$

$$3 \cdot x^2 + 6 \cdot x + 3 + 2 \cdot x^2 - 4 \cdot x + 2 = 5 \cdot x^2$$

Vertauschen

$$3 \cdot x^2 + 2 \cdot x^2 + 6 \cdot x - 4 \cdot x + 3 + 2 = 5 \cdot x^2$$

Zusammenfassen

$$5 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 5 = 5 \cdot x^2$$

$A + B = C \Leftrightarrow B = C - A$

$$2 \cdot x + 5 = 5 \cdot x^2 - 5 \cdot$$

Zusammenfassen

$$2 \cdot x + 5 = 0$$

$A + B = C \Leftrightarrow A = C - B$

$$2 \cdot x = -5$$

$A \cdot B = C \Leftrightarrow B = C : A$

$$x = -\frac{5}{2}$$

10. Herausheben und Faktorisieren

19 Anna kauft 5m Stoff zu jeweils c Euro pro Meter und noch 3m eines anderen Stoffes um ebenso jeweils c Euro pro Meter. Sie zahlt insgesamt 16 Euro. Wie viel kostet ein Meter Stoff?

$$\begin{aligned} 5 \cdot c + 3 \cdot c &= 16 \\ (5+3) \cdot c &= 16 \\ 8 \cdot c &= 16 \\ c &= 2 \end{aligned}$$

$A \cdot C + B \cdot C = (A+B) \cdot C$

Zusammenfassen
$A \cdot B = C \Leftrightarrow B = C : A$

Ein Meter Stoff kostet 2 Euro.

20 $7 \cdot x \cdot y - 14 \cdot x^2 - 2 \cdot y + 4 \cdot x = 0$

Stelle die linke Seite der Gleichung als Produkt dar.

$$\begin{aligned} 7 \cdot x \cdot y - 14 \cdot x^2 - 2 \cdot y + 4 \cdot x &= 0 \\ 7 \cdot x \cdot (y - 2 \cdot x) - 2 \cdot y + 4 \cdot x &= 0 \\ 7 \cdot x \cdot (y - 2 \cdot x) + 4 \cdot x - 2 \cdot y &= 0 \\ 7 \cdot x \cdot (-(2 \cdot x - y)) + 4 \cdot x - 2 \cdot y &= 0 \\ -7 \cdot x \cdot (2 \cdot x - y) + 4 \cdot x - 2 \cdot y &= 0 \\ -7 \cdot x \cdot (2 \cdot x - y) + 2 \cdot (2 \cdot x - y) &= 0 \\ (-7 \cdot x + 2) \cdot (2 \cdot x - y) &= 0 \end{aligned}$$

Herausheben: $A \cdot B - A \cdot C = A \cdot (B - C)$
Vertauschen
$A - B = -(B - A)$, Klammer setzen
Vorzeichenregel: $A \cdot (-B) = -(A \cdot B)$
Herausheben: $A \cdot B - A \cdot C = A \cdot (B - C)$
Herausheben: $A \cdot B + C \cdot B = (A + C) \cdot B$

Termgleichungen lösen mit Elementarumformungen

1 Herr Maier kauft im Zug nach Wien für sich und seine Frau je eine Fahrkarte. Für jede Karte, die im Zug gekauft wird, muss man einen Aufschlag von 3 Euro bezahlen. Herr Maier gibt dem Schaffner für die zwei Bahnkarten 10 Euro. Wie viel kostet eine Karte, wenn sie am Schalter gekauft wird (also ohne Aufschlag)?

$(x+3)\cdot 2 = 10$ $\qquad A\cdot B = C \Leftrightarrow A = C : B$

$x+3 = 5$ $\qquad A+B = C \Leftrightarrow A = C - B$

$x = 2$

2

$\frac{4\cdot x+2}{3} = 1$ $\qquad A : B = C \Leftrightarrow A = C\cdot B$

$4\cdot x+2 = 3$ $\qquad A+B = C \Leftrightarrow A = C - B$

$4\cdot x = 1$ $\qquad A\cdot B = C \Leftrightarrow B = C : A$

$x = \frac{1}{4}$

3

$\frac{2\cdot(x+3)}{3} = 6$ $\qquad A : B = C \Leftrightarrow A = C\cdot B$

$2\cdot(x+3) = 18$ $\qquad A\cdot B = C \Leftrightarrow B = C : A$

$x+3 = 9$ $\qquad A+B = C \Leftrightarrow A = C - B$

$x = 6$

4

$9 = \frac{x+1}{2} - 3$ $\qquad A = B - C \Leftrightarrow A + C = B$

$12 = \frac{x+1}{2}$ $\qquad A = B : C \Leftrightarrow A\cdot C = B$

$24 = x+1$ $\qquad A = B + C \Leftrightarrow A - C = B$

$23 = x$

$x = 23$ $\qquad$ *Seiten vertauschen*

5

$\frac{12}{x+5} = 1$ $\qquad A : B = C \Leftrightarrow A = C\cdot B$

$12 = x+5$ $\qquad A = B + C \Leftrightarrow A - C = B$

$7 = x$

$x = 7$ $\qquad$ *Seiten vertauschen*

Ein Besuch beim Friseur

2 Bei einem Friseurbesuch wird jede Leistung getrennt verrechnet. Im Preis sind die Einzelpreise für Waschen, Schneiden und Föhnen zusammengezählt.

a) Wie hoch ist der Preis, wenn Waschen 5 €, Schneiden 20 € und Föhnen 15 € kostet?

b) Versuche nun auch eine Formel für den Preis aufzustellen.

3 Verwende die Formel aus Aufgabe 1 und berechne den Preis, wenn W=3 € 50 Cent, S=10€ und F=12 € 50 Cent sind.

4 a) Wenn man weiß, wie groß P und S ist, wie kann man die Formel anders aufschreiben, sodass man W+F erhält?

b) Du weißt, dass du bei deinem letzten Besuch beim Friseur 22 € bezahlt hast. Du fragst deine Friseuse, wie viel das Schneiden gekostet hat. Sie sagt dir, dass es 7 € ausgemacht hat. Stelle eine Tabelle mit möglichen Zahlenpaaren für die Preise für Waschen und Föhnen auf.

5 Die Gleichung, die du in Aufgabe 1 aufgestellt hast, lässt sich auch als Zeichnung darstellen. Fertige eine Zeichnung für diese Formel an.

6 Eine Kundin möchte zusätzlich zu dem normalen Programm (Waschen, Schneiden, Föhnen) auch ihre Haare getönt haben.
Stelle dafür eine neue Formel auf. Was verändert sich an der Formel im Vergleich zu der aus Aufgabe 1?

7 Eine Kundin hat ihre Haare schon selbst zu Hause gewaschen und möchte auch nicht geföhnt werden. Woraus setzt sich bei dieser Kundin der Preis zusammen?

8 Das Warmwasser wird durch die hohen Energiekosten teurer. Der Friseur muss seine Einzelpreise auch dementsprechend anpassen und verlangt für das Waschen um 1 Euro mehr. Wie sieht nun die Formel für den Preis (Waschen, Schneiden, Föhnen) aus?

9 Eine Mutter und ihre Tochter gehen gemeinsam zum Friseur. Stelle den Gesamtpreis für beide auf zwei verschiedene Arten grafisch und mit Variablen dar.

10 In einem Monat lassen sich n Personen bei dem Friseur ihre Haare waschen, schneiden und föhnen. Stelle den Verdienst des Friseurs grafisch und mit Variablen dar.

11 In einer guten Woche kommen vier Kundinnen zu dem Friseur für das volle Programm (Waschen, Schneiden Föhnen), weiters kommen zwei Herren, die das Programm ohne Föhnen bezahlen und eine weitere Dame möchte ihre Haare geschnitten, getönt und geföhnt haben.

Stelle eine Formel für den Verdienst des Friseurs in dieser Woche auf.

12 Erfinde eine Geschichte zur Formel: $V = W + 2 \cdot S + F$

13 a) Ein Vater mit seinen zwei Söhnen möchte beim Friseur nur Waschen und Schneiden. Stelle eine Formel für den Gesamtpreis G auf.

b) Wie kann man aus dem Gesamtpreis G und dem Preis für Waschen W den Preis für das Schneiden von einer Person berechnen?

14 Zwei Personen kommen an diesem Tag für Waschen, Schneiden und Föhnen zum Friseur. Ein dritter Kunde möchte nur die Haare geschnitten.

Die Friseuse erhält für den Verdienst an diesem Tag: $V = 2 \cdot W + 3 \cdot S + 2 \cdot F$

Der Friseur berechnet den Verdienst so: $V = 2 \cdot (W + S + F) + S$

Überlege dir, wer von den beiden richtig gerechnet hat, und versuche mit einer Streckendarstellung dein Ergebnis zu begründen.

Lösungsmöglichkeiten zu: „Ein Besuch beim Friseur“

1 a) Der Preis beträgt 5 + 20 + 15 = 40 Euro.

b) P = W + S + F

2 P = 3€ 50 Cent + 10€ + 12€ 50 Cent = 26 €

3 a) P – S = W + F

b) P – S = 22 – 7 = 15

15 = W + F

P - S	W	F
15	7	8
15	6	9
15	5€ 50 Cent	9 € 50 Cent

4

P		
W	S	F

5 P = W + S + F + T

Es wird nur der Einzelpreis für das Tönen dazugerechnet.

6 P = S; der Preis besteht nur mehr aus den Kosten für Schneiden.

7 P = (W+1) + S + F

8

G					
P			P		
W	S	F	W	S	F

G					
W	W	S	S	F	F

$$G = 2 \cdot P = 2 \cdot (W + S + F) = 2 \cdot W + 2 \cdot S + 2 \cdot F$$

9 $V = n \cdot P = n \cdot (W + S + F) = n \cdot W + n \cdot S + n \cdot F$

V

P	P	...	P

W	S	F	W	S	F	...	W	S	F

oder:

V

W	...	W	S	...	S	F	...	F

10 $V = 4 \cdot (W + S + F) + 2 \cdot (W + S) + (S + T + F) = 6 \cdot W + 7 \cdot S + 5 \cdot F + T$

11 Der Verdienst an einem Tag, an dem eine Person einmal das volle Programm bezahlt und eine Person nur ihre Haare schneiden lässt.

12 a) $G = 3 \cdot (W + S) = 3 \cdot W + 3 \cdot S$

b) $W + S = G : 3$

oder: $3 \cdot S = G - 3 \cdot W$; $S = G : 3 - W$; $S = (G - 3 \cdot W) : 3$

13 Beide haben richtig gerechnet.

V

W	W	S	S	S	F	F

und:

V

W	S	F	W	S	F	S

LEBENSLAUF

	Personalien
Vor- und Zuname	Petra Niederwieser
Adresse	Schopenhauerstr. 73 / 7, 1180 Wien
Telefon	0676 / 9331787
Email	petra_niederwieser@hotmail.com
Geburtstag und –ort	11.April 1983, Lienz
Familienstand	ledig
	schulischer Werdegang
08/1989 – 06/1993	Volksschule Penzendorf (Osttirol)
09/1993 – 07/1997	Hauptschule Lienz – Nord mit Abschluss
09/1997 – 07/2002	HBLA Lienz (mit Matura abgeschlossen)
	Studium
Seit 10/2003	Universität Wien, Richtung: Lehramt Mathematik, Psychologie / Philosophie
Seit 10/2007	Universität Wien, Richtung: Bachelorstudium Bildungswissenschaft
Datum, Ort	Juni 2009, Wien

Mit freundlichen Grüßen

Petra Niederwieser