



Institut für Astronomie



universität  
wien

# MAGISTERARBEIT

Titel der Magisterarbeit

## Dynamik des Magellanschen Systems

Verfasser

Christian Göschl

angestrebter akademischer Grad

Magister der Naturwissenschaften (Mag. rer. nat.)

Wien, 2010

Studienkennzahl lt. Studienblatt:	A066 861
Studienrichtung lt. Studienblatt:	Astronomie
Betreuer:	Univ. Doz. Dr. Christian Theis

---

# Inhaltsverzeichnis

Erklärung	vii
Zusammenfassung	ix
Abstract	xi
Danksagung	xiii
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Magellansches System</b>	<b>3</b>
2.1 Struktur des Magellanschen Systems . . . . .	3
2.2 Rotation und Masse der Magellanschen Wolken . . . . .	8
2.3 Entfernung der Magellanschen Wolken . . . . .	11
2.4 Position der Magellanschen Wolken . . . . .	13
2.5 Eigenbewegung der Magellanschen Wolken . . . . .	13
<b>3 Numerische Modelle</b>	<b>17</b>
3.1 Galaxienmodell KD95 . . . . .	18
3.1.1 KD95: Bulge . . . . .	18
3.1.2 KD95: Halo . . . . .	19
3.1.3 KD95: Disk . . . . .	19
3.1.4 KD95: Kombiniertes Potential . . . . .	20
3.2 Modelle der beobachteten Magellanschen Wolken . . . . .	22
3.2.1 LMC . . . . .	23
3.2.2 SMC . . . . .	24
3.3 Modell des Magellanschen Systems . . . . .	25
3.3.1 Referenzwerte aus Ruzicka (2006) . . . . .	27
3.3.2 Modelle für die selbstkonsistente Simulation . . . . .	30
<b>4 Numerische Verfahren und technische Aspekte</b>	<b>37</b>
4.1 Das $N$ -Körper-Problem . . . . .	37
4.1.1 $N=1$ : Das 1-Körper-Problem . . . . .	38
4.1.2 $N=2$ : Das Kepler-Problem . . . . .	38
4.1.3 $N>2$ : Das $N$ -body-Problem . . . . .	40

4.1.4	Nicht-selbstkonsistente Verfahren . . . . .	41
4.1.5	Selbstkonsistente Verfahren . . . . .	41
4.2	<i>Softening</i> . . . . .	45
4.2.1	Erwünschte Eigenschaften eines <i>softening kernels</i> . . . . .	46
4.2.2	Plummer- <i>softening</i> . . . . .	46
4.2.3	Alternative <i>softening</i> -Funktionen . . . . .	47
4.3	Geschwindigkeitsoptimierung selbstkonsistenter Verfahren . . . . .	48
4.3.1	Adaptive Schrittweite, Mehrzeitschritt-Verfahren . . . . .	48
4.3.2	<i>Short-range force</i> vs. <i>long-range force</i> . . . . .	49
4.3.3	Parallelisierung . . . . .	49
4.4	Der Simulationscode Gadget2 . . . . .	51
4.4.1	Hydrodynamik . . . . .	52
4.4.2	Stoßfreie Dynamik . . . . .	53
4.4.3	Zeitintegration . . . . .	54
<b>5</b>	<b>Simulationen</b>	<b>59</b>
5.1	Simulation I . . . . .	59
5.1.1	LMC . . . . .	59
5.1.2	SMC . . . . .	61
5.1.3	LMC-SMC-Annäherungen . . . . .	62
5.2	Simulation Ia . . . . .	64
5.2.1	LMC . . . . .	65
5.2.2	SMC . . . . .	66
5.2.3	LMC-SMC-Annäherungen . . . . .	66
5.3	Simulation II . . . . .	69
5.3.1	LMC . . . . .	70
5.3.2	SMC . . . . .	71
5.3.3	LMC-SMC-Annäherungen . . . . .	72
5.4	Simulation III . . . . .	72
5.4.1	LMC . . . . .	74
5.4.2	SMC . . . . .	75
5.4.3	LMC-SMC-Annäherungen . . . . .	76
<b>6</b>	<b>Diskussion</b>	<b>81</b>
	<b>Anhang</b>	<b>85</b>
<b>A</b>	<b>Grundlagen und Definitionen</b>	<b>85</b>
A.1	Konstante und Integrale der Bewegung . . . . .	85
A.2	Verteilungs- oder Distributionsfunktion (DF) . . . . .	85
A.3	Stoßfreie Boltzmann-Gleichung . . . . .	86
A.4	Dynamische Reibung . . . . .	88

A.5	Symplektische Integratoren . . . . .	91
<b>B</b>	<b>Koordinatensysteme</b>	<b>93</b>
B.1	Äquatoriales System . . . . .	93
B.2	Galaktisches System . . . . .	93
B.3	Galaktozentrisches kartesisches System . . . . .	94
B.4	Koordinatentransformationen . . . . .	96
B.4.1	Positionen . . . . .	96
B.4.2	Geschwindigkeiten . . . . .	97
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>101</b>
	<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>107</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>109</b>
	<b>Curriculum Vitae</b>	<b>113</b>



# Erklärung

Ich erkläre ehrenwörtlich, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig und ohne fremde Hilfe verfasst, andere als die angegebenen Quellen nicht benutzt und die den benutzten Quellen wörtlich oder inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Wien, am 22. März 2010



# Zusammenfassung

Die Magellanschen Wolken sind zwei irreguläre Zwerggalaxien, die sich in unmittelbarer Nähe zur Milchstraße befinden. Auf Grund ihrer Nähe können verschiedene Eigenschaften mit besonders hoher Genauigkeit beobachtet werden, weshalb sie als „galaktisches Labor“ verwendet werden. Dennoch bestehen zahlreiche Unklarheiten über viele die Magellanschen Wolken betreffende Parameter.

Die vorliegende Arbeit fasst die aktuellen Beobachtungsergebnisse zusammen und versucht in einem zweiten Schritt, die Magellanschen Wolken mittels selbstkonsistenter Modelle darzustellen. Die berechneten Modelle sind in der Lage, die beobachteten Rotationskurven relativ gut wiederzugeben. Aus den verwendeten Parametern lassen sich somit Aussagen über die tatsächliche Masseverteilung innerhalb der Zwerggalaxien treffen.

In der Arbeit von Ruzicka (2006) wurde ein genetischer Algorithmus angewandt, um einen Satz optimaler Parameter für das Magellansche System zu bestimmen. Solche genetischen Codes verwenden das sehr schnelle *restricted N-body*-Verfahren, um eine große Anzahl von Modellen mit unterschiedlichen Parametern zu integrieren. Allerdings müssen für die Verwendung des *restricted N-body*-Verfahrens zahlreiche Vereinfachungen getroffen werden, um die hohe Berechnungsgeschwindigkeit zu gewährleisten. Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit versucht, die Ergebnisse von Ruzicka (2006) anhand von wesentlich genaueren selbstkonsistenten Rechnungen zu verifizieren.

Zur Modellierung der Milchstraße und der Magellanschen Wolken werden Gleichgewichtsmodelle herangezogen, die in Kuijken & Dubinski (1995) entwickelt wurden. Nach zahlreichen Simulationen stellt sich heraus, dass sich diese Modelle nicht in Einklang mit dem von Ruzicka für den Halo der Milchstraße verwendeten logarithmischen Potential bringen lassen. Die Gleichgewichtsmodelle aus Kuijken & Dubinski (1995) resultieren in einer viel größeren Masse in den inneren Bereichen der Milchstraße, als dies bei einem logarithmischen Potential der Fall ist. Da der Halo der Milchstraße in den selbstkonsistenten Modellen durch ein *lowered* Evans-Modell mit endlicher Gesamtmasse dargestellt wird, steigt der Graph der integrierten Masse in den inneren Bereichen wesentlich schneller als bei Modellen mit logarithmischen Potential. Geht man davon aus, dass die selbstkonsistenten Modelle in der Lage sind, die Milchstraße gut zu repräsentieren, so kann die Aussage getroffen werden, dass die Modellierung der Milchstraße ausschließlich mittels logarithmischen Potentials eine zu grobe Vereinfachung darstellt. Das Hinzufügen weiterer Komponenten für Scheibe und Bulge bringt nur marginale Verbesserungen, weshalb die Implementierung eines anderen Halo-Modells angeraten wäre.

Eine weitere Überprüfung des optimalen Parametersatzes aus Ruzicka (2006) kann nicht erfolgen, da sich die Orbits der Magellanschen Wolken mit den oben genannten Gleichgewichtsmodellen nicht reproduzieren lassen und die strukturelle Entwicklung somit unterschiedlich abläuft.

# Abstract

The Magellanic Clouds are two dwarf irregulars located in the immediate vicinity of the Milky Way. Due to their proximity a variety of system features can be observed and monitored with an outstanding accuracy which makes the Magellanic Clouds to function as kind of laboratory for astronomers, although a lot of parameters concerning the Magellanic Clouds remain ambiguous.

The given paper summarizes presently available observation data and, in a second step, models the Magellanic Clouds by using self-consistent galaxy models. The calculated models are able to reproduce rotation curves which are to great extent matching observational data. On the basis of used parameters conclusions can be drawn on the mass distribution within the Clouds.

In the work of Ruzicka (2006) a genetic algorithm has been used to optimize the parameters of the Magellanic System where genetic codes are able to integrate a vast amount of models with different parameters in an acceptable time by the use of the fast operating restricted N-body method. The downside of the restricted N-body method is a lot of simplifications which have to be made in order to achieve this high performance. In the given paper a self-consistent calculation using the best set of parameters found in Ruzicka's work is tested to verify its results and accuracy, especially of the use of restricted N-body methods.

The galaxy and the two Magellanic Clouds are remodeled by means of the equilibrium models developed by Kuijken & Dubinski (1995). Numerous simulations have revealed that the mass distribution of the galaxy model to a wide extent differs from that produced by the logarithmic potential by Ruzicka and does not allow to reproduce the orbits of the Magellanic Clouds as Ruzicka did. The critical difference in the models is the potential used to represent the halo component. Self-consistent models use a lowered Evans-model which produces a finite total mass per definition, whereas the mass of a logarithmic potential is only delimited by a defined cut-off radius. As a result, self-consistent models show a total mass within a certain radius which rises much steeper at small radii than the slope of the same function for logarithmic potentials which rises only linearly. Assuming that the models by Kuijken & Dubinski (1995) are capable to reproduce main characteristics of the Milky Way in accordance with observational data the mere use of a logarithmic potential for modeling the Milky Way might be an oversimplification. As can be shown, adding a mass-rich disk and bulge component would improve the situation only marginally. Thus, the use of a different model for the halo of the Milky Way should be a better solution.

## *Abstract*

---

As a result, the orbits of the Magellanic Clouds could not be reproduced on the basic assumptions by Ruzicka (2006), further conclusions have to be found in different sets of parameters.

# Danksagung

*In jede hohe Freude mischt sich eine Empfindung der Dankbarkeit.*

*(Marie von Ebner-Eschenbach)*

Das Absolvieren des Studiums der Astronomie und die Durchführung der abschließenden Diplomarbeit wäre für mich ohne die Unterstützung zahlreicher Personen und Einrichtungen nur schwer möglich gewesen. Aus der langen Liste der Unterstützer und Unterstützerinnen möchte ich hier die Wichtigsten anführen.

Mein besonderer Dank gilt meinem Betreuer, Christian Theis, den ich sowohl menschlich als auch fachlich sehr schätze. Er ließ mir bei der Durchführung der Diplomarbeit weitgehende Freiheiten, stand aber immer hilfreich zur Verfügung, wenn fachlicher Rat vonnöten war. Meinen Kollegen aus der Arbeitsgruppe „Galaxiendynamik“ danke ich für die fachlichen Diskussionen und die konstruktive Kritik, die mir oft zu neuen Einsichten verhalfen. Besonders erwähnen möchte ich in diesem Zusammenhang Alexander Bindeus und Siegfried Eggl, mit denen ich viele Gespräche führte und deren Meinung zu Fachthemen mir stets wichtig war, die ich aber auch als Freunde nicht missen will. Meine Schwester Valie und meine Partnerin Astrid übernahmen die Aufgabe des Korrekturlesens der Arbeit, wofür ich ihnen sehr dankbar bin. Weiters danke ich dem Institut für Astronomie der Universität Wien für die Bereitstellung eines Arbeitsplatzes und der für meine Arbeit notwendigen Rechneranlagen. Meine Arbeit wurde durch die Gewährung eines Studienabschluss-Stipendiums (SAS) aus den Mitteln des Europäischen Sozialfonds (ESF) wesentlich erleichtert.

Herzlicher Dank gebührt meiner Familie und meinen Freunden. Meine Lebensgefährtin Astrid und mein Sohn Nathan erhielten besonders in der Schlussphase meines Studiums nicht die Aufmerksamkeit, die ihnen zugestanden hätte. Dennoch unterstützten sie mich immer in meinem Bestreben. Von meinen Eltern bekam ich zudem Unterstützung in jeder erdenklichen Form und meine Freunde standen stets mit ermutigenden Worten hinter mir. Ohne den Rückhalt und den Beistand dieser Personen wäre der Abschluss meines Studiums nicht möglich gewesen.



# 1 Einleitung

Seit Anbeginn der Menschheit übt der nächtliche Himmel eine große Faszination auf uns aus. Wie prähistorische Funde belegen, machten sich die Menschen bereits vor tausenden von Jahren Gedanken über die Beschaffenheit des Weltalls und es ist immer wieder erstaunlich, zu welch fundierten Erkenntnissen sie mit den einfachen, jeweils zur Verfügung stehenden Mitteln kamen.

Von all den am Nachthimmel beobachteten Erscheinungen gehören die Galaxien wohl zu den spektakulärsten. Diese massereichen Systeme bestehen aus verschiedenen gravitativ aneinander gebundenen Komponenten, die auf komplexe Weise miteinander in Wechselwirkung stehen. Zum sichtbaren Teil einer Galaxie gehören neben den Sternen bzw. deren Überresten eine mehr oder weniger große Menge an Gas und Staub, die sich zwischen den Sternen befindet. Daneben wirkt nach heutigem Stand der Wissenschaft ein beträchtlicher Anteil an sogenannter Dunkler Materie. Dieser dominierende Teil der Masse konnte jedoch bis heute nicht direkt, sondern nur über seine Wirkung auf die restlichen Galaxienkomponenten nachgewiesen werden. Gängige Theorien gehen von schwach wechselwirkenden Elementarteilchen aus, die den Großteil der Masse unseres Universums bilden.

Zahlreiche Beobachtungen belegen, dass Galaxien im Allgemeinen dazu tendieren, sich in größeren Strukturen zu gruppieren. Die Anzahl der Galaxien in diesen Konfigurationen reicht von einigen wenigen bis zu 50 in den Galaxiengruppen, während sich in den sogenannten Galaxienclustern und Superclustern bis zu 1000 einzelne Galaxien ansammeln. Eine gravitative Beeinflussung einer Galaxie während ihres „Lebens“ ist daher sehr wahrscheinlich. Kollisionen und Annäherungen spielen somit eine große Rolle in der Entwicklung einer Galaxie und führen meist zu einer beachtlichen Veränderung der Massen-, Energie- und Drehimpulsverteilung innerhalb der beteiligten Sternsysteme. Um die Vorgänge während einer solchen Wechselwirkung genau zu berechnen, müsste man für jeden Stern die Summe aller Kräfte, die von den anderen Sternen stammen, addieren. Somit wären für einen gesamten Zeitschritt einer Simulation  $\mathcal{O}(N^2)$  Kraftauswertungen notwendig. Geht man von einer typischen Galaxie aus, die in etwa  $10^{11}$  Sterne beinhaltet, so wird klar, dass eine direkte Berechnung der Kraft in diesem Fall nicht mehr möglich ist. Selbst auf modernsten Großrechneranlagen, sogenannten Computerclustern, ist es bis heute nicht möglich, die Wechselwirkungen zwischen den einzelnen Sternen (auch nur einer Galaxie) genau zu berechnen. Somit ist man auch bei der numerischen Kalkulation mit der Notwendigkeit konfrontiert, Vereinfachungen vorzunehmen. Eine analytische Herangehensweise impliziert das Treffen starker Vereinfachungen und liefert in den meisten Fällen bestenfalls eine grobe Ab-

schätzung. Die Ergebnisse müssen daher in jedem Fall mit den Beobachtungen, anderen Berechnungen und gegebenenfalls mit analytischen Werten gegengeprüft werden.

Eine weitere Schwierigkeit besteht im Festlegen der zahlreichen eingehenden Parameter einer solchen Wechselwirkung. Viele dieser Kenngrößen können aus den Beobachtungen nicht oder nur mit unzureichender Genauigkeit bestimmt werden, beeinflussen die Simulationen jedoch entscheidend. Theis (1999) schlug eine Methode vor, die es ermöglicht, den Parameterraum nach dem optimalen Satz von Werten zu durchsuchen. Diese Vorgehensweise berechnet die Wechselwirkungen mit der sehr schnellen *restricted N-body*-Methode. In einem weiteren Schritt werden die Auswirkungen des betreffenden Parametersatzes mittels genetischer Algorithmen überprüft und eine neue Gruppe von entsprechenden Ausgangswerten bestimmt, die dann in der nächsten Generation Anwendung findet. Über zahlreiche Iterationen wird so ein optimaler Satz von Parametern ermittelt. Diese Methode wird von der Gruppe um Theis mit großem Erfolg angewandt.

In seiner Doktorarbeit untersuchte Ruzicka (2006) den Parameterraum des Magellanschen Systems mit der oben beschriebenen Methode. Der von ihm ermittelte optimale Parametersatz dient als Ausgangspunkt für die vorliegende Arbeit, die das erwähnte Galaxiensystem anhand selbstkonsistenter Rechnungen simulieren soll. In Kapitel 2 werden das Magellansche System vorgestellt und relevante Beobachtungsdaten angeführt. Die verwendeten Modelle sind in Kapitel 3 behandelt. Hier wird auch kurz auf die Unterschiede zwischen selbstkonsistenten und *restricted N-body*-Modellen eingegangen. Kapitel 4 beschreibt den verwendeten Simulationscode sowie die benutzte Hardware. Die Simulationen und Ergebnisse werden in Kapitel 5 präsentiert und anschließend in Kapitel 6 diskutiert.

## 2 Magellansches System

Die Magellanschen Wolken sind mit freiem Auge erkennbar und somit den Menschen der südlichen Hemisphäre schon seit tausenden von Jahren bekannt. Sie werden bereits in den Mythologien verschiedener Urvölker erwähnt und zahlreiche Seefahrer des Mittelalters beschreiben diese Gebilde in ihren Aufzeichnungen, da sie ihnen zur Navigation, insbesondere beim Auffinden des Südpols, gute Dienste leisteten. Ihr heute gebräuchlicher Name geht auf den portugiesischen Seefahrer Ferdinand Magellan zurück, der im frühen 16. Jahrhundert die erste Weltumsegelung vollzog. Schon in dieser Zeit gab es die Interpretation dieser „Wolken“ als eine Ansammlung von Sternen, die sich durch das Katalogisieren von 919 Objekten der großen Magellanschen Wolke (LMC) und 244 Himmelskörpern der kleinen Magellanschen Wolke (SMC) durch John Herschel 1847 endgültig durchsetzte. Zwanzig Jahre später stellte der Physiker und Astronom Ernst Abbé die Vermutung an, dass es sich bei den beiden Objekten um Galaxien handelt. Mit der Errichtung des *Harvard College Observatory* in Peru und etwas später in Südafrika entstand die Möglichkeit, die Wolken genauer zu untersuchen. Die zunehmende Verfügbarkeit immer größerer Teleskope auf der Südhalbkugel führte zu zahlreichen Entdeckungen im Zusammenhang mit den Magellanschen Wolken, wobei die Entdeckung der Perioden-Leuchtkraft-Beziehung von Cepheiden (H. Leavitt) und das Auffinden großer Mengen an neutralem Wasserstoff in der Umgebung der Wolken besonders zu erwähnen sind. Viele der Erkenntnisse, die durch die Beobachtung des Magellanschen Systems entstanden, sind auch auf andere Sternsysteme anwendbar. Auf Grund ihrer relativen Nähe werden die Wolken auch als „galaktisches Labor“ verwendet. Die Beschäftigung mit diesem System spielt also auch noch nach mehr als 100 Jahren der wissenschaftlichen Forschung eine große Rolle in der Astronomie. Das folgende Kapitel gibt eine kurze Zusammenfassung der Erkenntnisse über dieses System. (Eine genauere Übersicht ist in Westerlund (1997) und Van den Bergh (2000) zu finden.)

### 2.1 Struktur des Magellanschen Systems

Unter dem Begriff „Magellansches System“ werden mehrere Strukturen zusammengefasst, die örtlich und zumeist auch durch ihre Zusammensetzung unterschieden werden können. Neben den beiden Magellanschen Wolken sind dies im Wesentlichen ausgedehnte Teilbereiche, die durch die Wechselwirkung der Wolken untereinander bzw. mit der Milchstraße beeinflusst worden sind. Die wichtigsten dieser Strukturen sind

## 2 Magellansches System

---

1. die große Magellansche Wolke (LMC),
2. die kleine Magellansche Wolke (SMC),
3. der *Leading Arm*,
4. der *Magellanic Stream*,
5. die *Magellanic Bridge* und
6. die *Interface (Intercloud) Region*

(Siehe Abbildung 2.1).

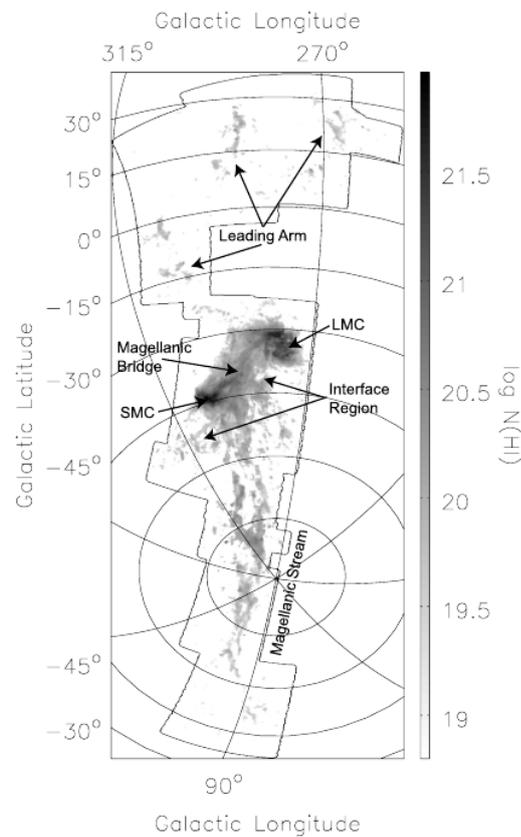


Abbildung 2.1: Die Abbildung zeigt die üblicherweise verwendeten Bezeichnungen verschiedener Regionen des Magellanschen Systems. Auf der Abszisse ist die galaktische Länge (*galactic longitude*), auf der Ordinate die galaktische Breite (*galactic latitude*) aufgetragen. Die Skalierung in grau ist logarithmisch und gibt die HI-Säulendichte zw.  $N(\text{HI}) = 6 \times 10^{18} \text{ cm}^{-2}$  (hellgrau) und  $N(\text{HI}) = 9 \times 10^{21} \text{ cm}^{-2}$  (schwarz) an (Quelle: Brüns et al., 2005).

Die große Magellansche Wolke ist die hellste Galaxie am südlichen Himmel. Sie ist nach der DDO-Klassifikation<sup>1</sup> als Ir III-IV eingestuft. Das Hauptmerkmal ist eine galaktische Scheibe, die beinahe *face-on* gesehen wird. Die Werte der Inklination der Scheibe sind abhängig von den beobachteten Bereichen und werden mit Werten von  $i = 27^\circ - 48^\circ$  angegeben (Westerlund, 1997). Der Positionswinkel ist  $PA = 170^\circ \pm 10^\circ$  (de Vaucouleurs & Freeman, 1972). In Van den Bergh (2000) ist die Skalenlänge der Scheibe mit  $R_d = 101' \pm 3'$  (1.5 kpc) angegeben. Die Scheibe beinhaltet einen Balken von etwa  $3^\circ$  Länge. In der Umgebung des Balkens finden sich hauptsächlich Sterne mittleren Alters. Junge Sternhaufen und OB-Assoziationen werden dagegen vornehmlich in den äußeren Regionen der Scheibe beobachtet. Vergleicht man das Alter der Sternhaufen in der LMC, so findet man einige Sternhaufen, die älter als 11.5 Gyr sind. Insgesamt können 13 Kugelsternhaufen beobachtet werden, die dieser ersten Periode der Sternentstehung zugeordnet werden. Im Intervall von  $11.5 \text{ Gyr} > T > 3.5 \text{ Gyr}$  findet sich nur ein einziger Sternhaufen (ESO 121-SC03), während die Anzahl jüngerer Objekte ( $T < 3.5 \text{ Gyr}$ ) stark ansteigt. Der Sternhaufen ESO 121-SC03, der mit einem Alter von ca. 9 Gyr in die „ruhige“ Periode der LMC fällt, könnte möglicherweise ein von der SMC stammendes Objekt sein (Van den Bergh, 2000). Vor etwa 3 Gyr wurde die Phase mit niedriger Aktivität beendet und eine rasante Sternentstehung begann. Die Tatsache, dass 53 Sternhaufen mit einem Alter von etwa 2 Gyr beobachtet werden, jedoch nur ein solches Objekt mit einem Alter von ca. 4 Gyr gefunden wurde, lässt darauf schließen, dass sich die Sternentstehungsrate vor ca. 3 Gyr um 1 - 2 Größenordnungen erhöhte. Allerdings ist es möglich, dass die Sternentstehungsrate weniger stark anstieg als die Rate der Sternhaufenbildung. Die Sternhaufen, die in der ersten aktiven Periode entstanden, sind über einen weit größeren Bereich verteilt als jene, die sich innerhalb der letzten 3 Gyr bildeten. Die Region aktiver Sternentstehung verkleinerte sich also mit der Zeit. Die aktive Phase dauert bis zum heutigen Zeitpunkt an. So können der LMC aktuell 110 Wolf-Rayet (WR)-Sterne zugeordnet werden und die Supernova-Rate liegt bei etwa  $(0.7 \pm 0.2) \text{ yr}^{-1}$ . Die mittlere Metallizität der LMC wird von Van den Bergh (2000) mit  $[Fe/H] = -0.30 \pm 0.04$  angegeben.

Die kleine Magellansche Wolke ist als Ir IV-V klassifiziert. Die SMC zeigt eine relativ niedrige mittlere Metallizität von  $[Fe/H] = -0.73 \pm 0.03$  (Van den Bergh, 2000). Ein großer Anteil der Masse ist als Gas vorhanden. Die Struktur und Kinematik der SMC ist bis jetzt weniger gut erforscht als die der LMC. Beobachtungen im blauen optischen Bereich zeigen eine unregelmäßige Morphologie. Die älteren Sterne ordnen sich in einer sphärodialen Konfiguration an. Daneben zeigen Beobachtungen des HI-Gases eine regelmäßige Rotation, was dafür spricht, dass sich dieses Gas in einer Scheibe befindet. Diese Scheibe ist, so sie tatsächlich vorhanden ist, in der Sichtlinie

---

<sup>1</sup>Die *David Dunlap Observatory* (DDO)-Klassifikation erweitert die Hubble-Klassifikation um die Helligkeitsklasse der Galaxie. Dabei gilt die folgende Zuordnung: I *supergiants*, II *bright giants*, III *giants*, IV *subgiants* und V *dwarfs*.

ausgedehnt. Die Inklination ist etwa  $i = 90^\circ$  (Westerlund, 1997). Die Sternentstehung in der SMC ist im Moment weit geringer als die der LMC. Zum einen weist die kleine Magellansche Wolke weniger HII-Regionen auf und auch die Anzahl der 9 beobachteten WR-Sterne ist gegenüber den festgestellten 110 WR in der LMC weitaus kleiner. Zudem zeigt sich die SMC in den Beobachtungen rötler als die LMC, obwohl die geringere Metallizität der Wolke diesem Unterschied entgegen wirkt. Das Alter der Sternhaufen und das Farb-Helligkeits-Diagramm von Feldsternen weisen darauf hin, dass sich die SMC in der Vergangenheit relativ konstant entwickelt hat. Es gibt keine Anzeichen, dass es zu einer größeren Stern- oder Sternhaufenbildung gekommen ist. Auch die Supernova-Rate mit einem Wert von ca.  $0.1 \text{ yr}^{-1}$  zeigt eine wesentlich geringere Sternentstehung als bei der LMC. Die Tatsache, dass in der LMC eine rapide Sternentstehung stattfindet, während eine solche in der SMC nicht zu beobachten ist, spricht gegen die Annahme, dass der *starburst* in der LMC durch eine Annäherung an die SMC ausgelöst wurde.

Da sich die Magellanschen Wolken in einer gemeinsamen Hülle aus neutralem Wasserstoff (HI) befinden, ist es nicht einfach, eindeutige Grenzen zwischen den einzelnen Strukturen zu definieren. In der bis heute besten verfügbaren Studie der HI-Verteilung im Magellanschen System von Brüns et al. (2005) werden die Säulendichte und die kinematischen Eigenschaften herangezogen, um eine Unterscheidung der einzelnen Strukturen vorzunehmen (siehe Abb. 2.2).

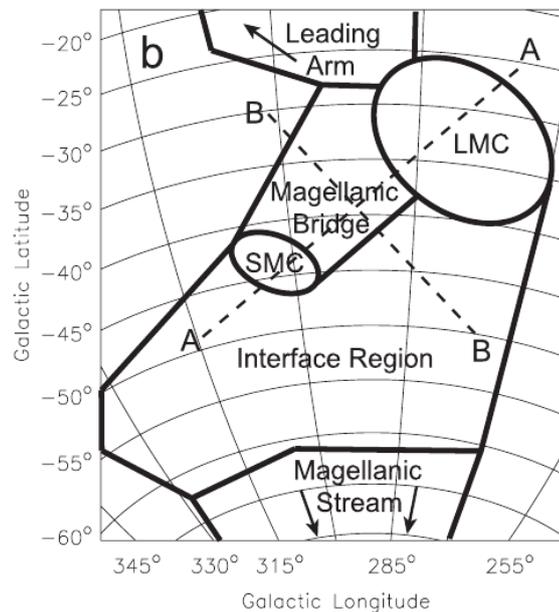


Abbildung 2.2: Definition der Grenzen der verschiedenen Strukturen im Magellanschen System laut Brüns et al. (2005). Die Pfeile deuten an, dass sich der Magellansche Strom und der *Leading Arm* über den gezeigten Bereich hinaus erstrecken.

Mit den so definierten Grenzen ergibt sich die Masse des HI der LMC zu  $M(\text{HI}) = (4.41 \pm 0.09) \times 10^8 M_{\odot}$  und der SMC zu  $M(\text{HI}) = (4.02 \pm 0.08) \times 10^8 M_{\odot}$  (Brüns et al., 2005). Die Verteilung des HI in der LMC erscheint klumpig und das Zentrum des Gases liegt nicht im Zentrum der Rotation der Galaxie. Laut Van den Bergh (2000) befindet sich ein großer Anteil davon in einer Scheibe mit einer Masse von  $(2.2 \pm 0.4) \times 10^8 M_{\odot}$ . Das Gas der SMC hingegen ist gleichmäßiger verteilt. Zwischen den beiden Magellanschen Wolken erstreckt sich der Bereich der *Magellanic Bridge*. Die Masse des in diesem Bereich enthaltenen Gases beträgt laut Brüns et al. (2005)  $1.84 \times 10^8 M_{\odot}$ . Die *Interface-Region* (IC) besteht größtenteils aus neutralem Wasserstoff. Sie verbindet die LMC und die SMC mit dem Magellanschen Strom. Die Struktur dieser Region erweist sich als sehr komplex. So können verschiedene Gruppen mit unterschiedlichen Radialgeschwindigkeiten beobachtet werden, wobei einige jeweils der LMC bzw. der SMC zugerechnet werden. Erst in jüngerer Vergangenheit konnten einige Sternassoziationen in dieser Region entdeckt werden. Die Altersbestimmung der Sterne in dieser Region weist auf eine Sternentstehung seit ungefähr 100 Myr hin, wobei auch extrem junge Objekte mit einem Alter von nur ca. 5 Myr entdeckt wurden (Westerlund, 1997). Die Masse des Gases in dieser Region beträgt  $1.49 \times 10^8 M_{\odot}$ .

Der Magellansche Strom (MS) ist ein schmales Band aus neutralem Wasserstoff. Der MS folgt den Magellanschen Wolken, wenn man die Eigenbewegungen als Bezugsgröße nimmt. Das Filament erstreckt sich über einen Bereich von etwa  $100^{\circ}$ . Die Masse des MS wird von Brüns et al. (2005) mit  $1.24 \times 10^8 M_{\odot}$  angegeben. Es gibt 6 Hauptkonzentrationen, in denen die Oberflächendichte sukzessiv abnimmt. Diese unterschiedlichen Bereiche werden mit römischen Ziffern (MS I-VI) durchnummeriert, wobei der Bereich MS I die höchste Oberflächendichte aufweist. Besonders bemerkenswert an dieser Struktur ist ihr LSR-Radialgeschwindigkeitsprofil. Dieses ändert sich von einem Wert von  $v_{\text{LSR}} \sim +250 \text{ km s}^{-1}$  nahe der *Magellanic Bridge* zu  $v_{\text{LSR}} \sim -400 \text{ km s}^{-1}$  am gegenüberliegenden Ende des Bereichs. Der Verlauf ist dabei annähernd linear (siehe Abb. 2.3). Im Gegensatz zum *Leading Arm* konnten in diesem Bereich bis jetzt keine Sterne beobachtet werden. Die Entstehung des Magellanschen Stroms ist unklar. Mehrere Modelle kommen dafür in Betracht, wobei jedes gewisse Schwächen aufweist (Westerlund, 1997).

Der *Leading Arm* besteht aus mehreren *high-velocity clouds* (HVC), die in den drei Strukturen LA I-III zusammengefasst werden, wobei sich LA I am nächsten zur LMC befindet (siehe 2.1). In Brüns et al. (2005) wird davon ausgegangen, dass die Struktur LA I aus Gas besteht, das von den Magellanschen Wolken stammt. Bei den anderen beiden Strukturen (LA II und LA III) ist die Herkunft unklar. Das Material dieser HVCs könnte auch von der Milchstraße stammen. Die Masse des HI im Bereich LA I beläuft sich auf  $1.0 \times 10^7 M_{\odot}$ , die in den Bereichen LA II + III in Summe auf  $2.0 \times 10^7 M_{\odot}$  (Brüns et al., 2005).

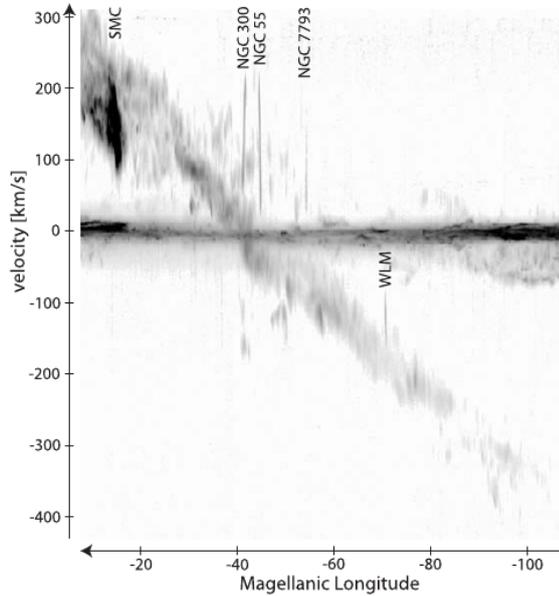


Abbildung 2.3: Radialgeschwindigkeit ( $v_{\text{LSR}}$ ) des Magellanschen Stroms gegen die galaktische Länge. Die Skalierung in Grautönen gibt die maximale Intensität der HI-Emission wieder (weiß entspricht  $T_{\text{B}} = 0$  K, schwarz entspricht  $T_{\text{B}} > 20$  K). Die starke Emission bei  $v_{\text{LSR}} = 0$  km s<sup>-1</sup> wird durch die Milchstraße verursacht (Quelle: Brüns et al., 2005).

## 2.2 Rotation und Masse der Magellanschen Wolken

Die Rotationskurve der LMC steigt in etwa linear bis zu einem Radius von  $R \sim 4$  kpc. In den Bereichen weiter außen bleibt sie annähernd konstant auf einem Wert  $V_{\text{rot}}$ . Die Messwerte für  $V_{\text{rot}}$  variieren stark, je nachdem welche Komponente der LMC beobachtet wird. So erhält man aus Analysen der sogenannten *carbon stars* einen Wert von  $V_{\text{rot}} = 61$  km s<sup>-1</sup>. Beobachtet man hingegen das HI-Gas, so ergibt sich eine Rotationsgeschwindigkeit von  $V_{\text{rot}} = 80$  km s<sup>-1</sup>, während rote Superriesen mit einer Geschwindigkeit von  $V_{\text{rot}} = 107$  km s<sup>-1</sup> um das Zentrum kreisen (van der Marel et al., 2009). In Piatek et al. (2008) wird ein noch höherer Wert von  $V_{\text{rot}} = 120 \pm 15$  km s<sup>-1</sup> aus den Eigenbewegungen der LMC errechnet. Diese Werte können nicht in Einklang gebracht werden, wenn man nur zufällige und systematische Fehler in Betracht zieht. Nimmt man die Rotationsgeschwindigkeit des HI-Gases stellvertretend für die gesamte LMC, so kann man daraus die Gesamtmasse innerhalb von 9 kpc mit  $M_{\text{LMC}}(9 \text{ kpc}) = (1.3 \pm 0.3) \times 10^{10} M_{\odot}$  abschätzen. Mit der Annahme einer stellaren Masse in der Scheibe von  $\sim 2.7 \times 10^9 M_{\odot}$  und  $\sim 0.5 \times 10^9 M_{\odot}$  als Masse des neutralen Wasserstoffs ergibt sich, dass die LMC in einen Dunklen Halo eingebettet sein muss (van der Marel et al., 2009).

In der Arbeit von Alves & Nelson (2000) versuchen die Autoren, die Rotationskurve der LMC durch verschiedene Modelle anzunähern. Ausgangspunkt sind die gemessenen Rotationskurven des HI-Gases (Kim et al., 1998) sowie die der *carbon stars* (CS) (Kunkel et al., 1997), wobei Letztere aber erneut um verschiedene Effekte korrigiert werden. So wird z. B. die transversale Bewegung der LMC so miteinbezogen, dass sie mit der Art, wie sie bei den HI-Daten verwendet wurde, vergleichbar ist. Damit weisen die errechneten Kurven höhere Geschwindigkeiten auf, als dies in den ursprünglichen Arbeiten der Beobachter der Fall war. Als nächstes werden die Daten der einzelnen Sterne kombiniert und daraus Lösungen für vier verschiedene radiale Zonen errechnet. Letztendlich wird versucht, die Gesamtheit der erhaltenen Datenpunkte durch geeignete Modelle zu reproduzieren. Werden dabei Modelle verwendet, die keinen Dunklen Halo beinhalten, so muss ein Masse-Leuchtkraft-Verhältnis von  $M/L = 2.2$  vorausgesetzt werden. Aus den entsprechenden Berechnungen ergibt sich somit für die Masse der Scheibe ein Wert von  $M_d = (4.8 \pm 1.0) \times 10^9 M_\odot$ . Nimmt man die Gesamtmasse des Gases in der LMC mit  $0.5 \times 10^9 M_\odot$  an, so errechnet sich die Gesamtmasse der LMC zu  $M_{\text{LMC}} = (5.3 \pm 1.0) \times 10^9 M_\odot$ . Das Masse-Leuchtkraft-Verhältnis ist unter anderem abhängig vom Alter der Populationen, die innerhalb einer Galaxie vorhanden sind. Für die LMC, in der zahlreiche junge Objekte beobachtet werden, ist ein Wert von  $M/L = 2.2$  relativ hoch. Dieser Wert entspräche einer Population mit einem Alter von ca. 5 Gyr. Wird dagegen ein Masse-Leuchtkraft-Verhältnis von  $M/L = 1.0$  vorausgesetzt, so erweist sich das Vorhandensein eines Dunklen Halos als notwendig. Dieser wird in der Arbeit mit einer pseudo-isothermen Dichteverteilung angenommen. Aus diesem sogenannten *minimal disk*-Modell ergibt sich für die Masse der Scheibe  $M_d = (1.1 \pm 1.0) \times 10^9 M_\odot$ . Die Summe der Massen aller Komponenten (Scheibe, Gas und Halo) beträgt in diesem Fall  $M_{\text{LMC}} \sim 5 \times 10^9 M_\odot$ . Weitere Details dazu finden sich in dem oben erwähnten Artikel. Die entsprechenden Rotationskurven der einzelnen Komponenten und der Summe daraus für das Modell mit einem isothermen Halo findet sich in der Abbildung 2.4.

Die Beobachtungen der SMC zeigen keine oder nur eine geringfügige Rotation der stellaren Komponente. Für das HI-Gas misst man eine Rotationskurve, die eine maximale Geschwindigkeit von  $V_{\text{rot}} \sim 60 \text{ km s}^{-1}$  aufweist. Die daraus abgeschätzte Gesamtmasse der SMC innerhalb von 3 kpc beträgt  $M_{\text{SMC}}(3 \text{ kpc}) = 2.4 \times 10^9 M_\odot$ , die einer stellaren Masse von  $\sim 3.1 \times 10^8 M_\odot$  und einer Masse des neutralen Wasserstoffs von  $\sim 5.6 \times 10^8 M_\odot$  entgegensteht. Es ist daher wahrscheinlich, dass auch die SMC von einem Dunklen Halo umgeben ist (van der Marel et al., 2009).

In Bekki & Stanimirović (2009) ist auch ein Modell angegeben, das diese Rotationskurve ohne Dunklen Halo reproduziert. Die Autoren des betreffenden Artikels berechnen die Rotationskurve der kleinen Magellanschen Wolke mit drei unterschiedlichen Modellen. Während das Erste dieser Modelle keinen Dunklen Halo beinhaltet, verwenden die beiden anderen ein Burkert-Profil bzw. ein Navarro-Frenk-White-Profil (NFW), um einen solchen mit in Betracht zu ziehen. Dabei werden die unterschiedlichen Modelle für verschiedene Werte des Masse-Leuchtkraft-Verhältnisses berechnet.

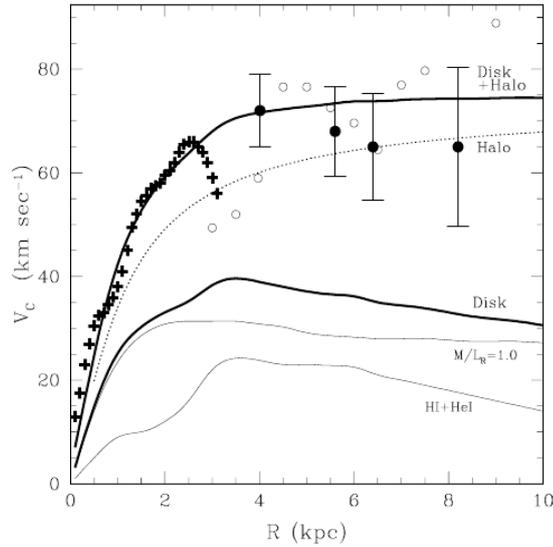


Abbildung 2.4: Rotationskurve der LMC: Rotationsgeschwindigkeit in  $\text{km s}^{-1}$  gegen den Radius in kpc. Die HI-Daten von Kim et al. (1998) sind mit Kreuzen geplottet. Die offenen Kreise zeigen die Messwerte der *Carbon Stars* von Kunkel et al. (1997), die vollen Kreise die entsprechenden Lösungen aus Alves & Nelson (2000) mit Standardfehlerbalken. Mit Linien sind die Rotationskurven des Gases (HI + HeI), der Sterne ( $M/L = 1.0$ ) und die Summe der Scheibe (Disk) gezeichnet. Die Halo-Komponente (Halo) ist punktiert eingezeichnet. Die Summe aus Halo und Scheibe ist mit „Disk+Halo“ gekennzeichnet (Quelle: Alves & Nelson, 2000).

Wie sich zeigt, können sowohl das Modell ohne Dunklen Halo unter der Voraussetzung eines Masse-Leuchtkraft-Verhältnisses von  $M/L = 3.8$  als auch jenes mit einem Burkert-Halo und  $M/L = 2.3$  die gemessene Rotationskurve gut reproduzieren. Die NFW-Modelle liefern im Vergleich dazu weniger Übereinstimmung. Die beiden Masse-Leuchtkraft-Verhältnisse liegen laut Bekki & Stanimirović (2009) innerhalb eines möglichen Bereiches, da die SMC von eher älteren Populationen dominiert wird. Allerdings ist der Wert von  $M/L = 3.8$  an der oberen Grenze des möglichen Wertebereichs angesiedelt. Die SMC müsste in diesem Fall von sehr alten ( $\sim 10$  Gyr) Populationen dominiert werden. Zwar ist es durch diese Rechnungen nicht möglich, die Existenz eines die SMC umgebenden Dunklen Halos eindeutig zu bestätigen oder auszuschließen, es ist aber nicht unwahrscheinlich, dass ein solcher Halo vorhanden ist. Die Abbildung 2.5 zeigt die Rotationskurven der SMC und eines Modells mit Burkert-Halo. Wie in dem Diagramm zu sehen ist, kann ein Burkert-Profil mit großem Skalenradius  $r_0 = 3.2$  kpc die flach ansteigende Rotationskurve gut reproduzieren. Für dieses Modell ergibt sich eine Halo-Masse  $M_{\text{dm}} = 6.5 \times 10^9 M_{\odot}$  innerhalb eines Radius von  $R = 11$  kpc. Die ent-

sprechende Gesamtmasse der Galaxie ist mit  $M_{\text{SMC}} = 8.1 \times 10^9 M_{\odot}$  angegeben. Daraus lässt sich die in der SMC enthaltene baryonische Masse zu  $M_{\text{b}} = 1.6 \times 10^9 M_{\odot}$  bestimmen, was in etwa dem Zweifachen des in van der Marel et al. (2009) angenommenen Wertes entspricht.

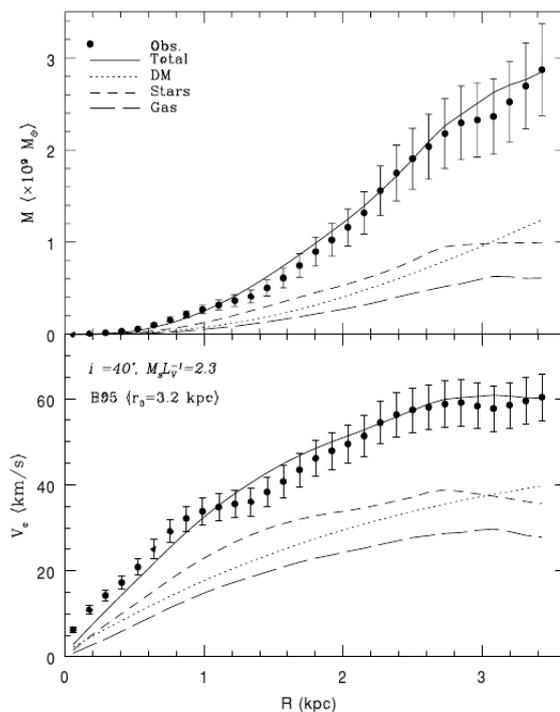


Abbildung 2.5: Masse und Rotationskurve der SMC: Gesamtmasse  $M$  innerhalb des Radius  $R$  (oberes Diagramm) und Summe der Rotationsgeschwindigkeiten  $V_c$  (unteres Diagramm) mit durchgezogener Linie, Dunkle Materie mit punktierter Linie, stellare Komponente mit kurz strichliertter Linie und gasförmige Komponente mit lang strichliertter Linie. Gemessene Werte sind als volle Kreise mit Fehlerbalken eingezeichnet. Der Dunkle Halo ist in dem Modell mit einem Burkert-Profil mit  $r_0 = 3.2$  kpc modelliert, das angenommene Masse-Leuchtkraft-Verhältnis beträgt  $M/L = 2.3$  (Quelle: Bekki & Stanimirović, 2009).

## 2.3 Entfernung der Magellanschen Wolken

Bei der Bestimmung der Entfernung der Magellanschen Wolken von der Sonne spielt die indirekte Messung eine dominierende Rolle. Dafür benötigt man prinzipiell die absolute Helligkeit der beobachteten Objekte. Kennt man die absolute Helligkeit und

misst zusätzlich die scheinbare Helligkeit, so kann man die Entfernung über den sogenannten Entfernungsmodul ( $m - M$ ) mit

$$(m - M) = 5 \log(r) - 5 + \gamma r \quad (2.1)$$

errechnen. Dabei bezeichnen  $m$  und  $M$  die scheinbare bzw. die absolute Helligkeit in Magnituden (mag) und  $r$  den Abstand in Parsec (pc).  $\gamma$  bezeichnet die Extinktion entlang der Sichtlinie in  $\text{mag pc}^{-1}$ . Sie ist im Allgemeinen schwierig zu ermitteln und bringt eine gewisse Unsicherheit in das Ergebnis. Der auf Extinktion korrigierte Entfernungsmodul wird mit  $(m - M)_0$  bezeichnet. Während mit den heute zur Verfügung stehenden Messmethoden die scheinbare Helligkeit mit guter Genauigkeit ermittelt werden kann, stellt die Bestimmung der absoluten Helligkeit eine große Schwierigkeit dar. Im Fall der Magellanschen Wolken ermittelt man die absolute Helligkeit von Objekten in erster Linie über die Perioden-Leuchtkraft-Relation (PLR) verschiedener veränderlicher Sterne durch das Einpassen der Hauptreihe von Sternhaufen und OB-Sternen in die *zero-age main sequence* (ZAMS) oder das Bestimmen einer spektroskopischen Parallaxe von OB-Sternen. Um die Distanz zu den Magellanschen Wolken zu bestimmen, beobachtet man überwiegend Cepheiden, RR-Lyrae-Sterne, Mira-Veränderliche und *red clump*-Sterne, aber auch Bedeckungsveränderliche und  $\delta$  Scuti-Sterne sowie offene Sternhaufen und planetarische Nebel werden für diese Zwecke vermessen. Alle diese Verfahren sind aber wiederum von der Kenntnis weiterer Parameter, wie zum Beispiel Alter oder Metallizität des Objekts, abhängig und liefern somit nur ein bedingt genaues Ergebnis. Besonders die Bestimmung der Metallizität erweist sich als schwierig, da das Licht der Sterne durch Staub wellenlängenabhängig gefiltert wird. Dabei werden kurzwelligere (blauere) Teile des Lichts durch den Staub in bzw. zwischen den Galaxien stärker gedämpft als der langwelligere (röttere) Anteil. In den folgenden Tabellen sind Ergebnisse von Beobachtungen mit verschiedenen Methoden für die LMC (Tab. 2.1) und die SMC (Tab. 2.2) aufgelistet.

Prinzipiell sind für die LMC mehr und genauere Daten verfügbar als für die SMC, weswegen für die Berechnung der Entfernung der Zweiteren auch einige ältere Messungen herangezogen werden. Bildet man den ungewichteten Mittelwert über die in der Tabelle 2.1 angegebenen Entfernungsmodule, so erhält man einen Wert  $\overline{(m - M)}_0 = 18.49 \pm 0.09$  für die LMC, was nach Gleichung (2.1) einer Entfernung von der Sonne von  $R = (49.89 \pm 2.11)$  kpc entspricht. Dabei ist noch zu erwähnen, dass der letzte Wert der Tabelle 2.1 durch das *Hubble Space Telescope Key Project* (HSTKP) auf besonders sorgfältige Art und Weise gewonnen wurde und sehr oft als Referenzwert dient. Auf die gleiche Art errechnet sich für die SMC  $\overline{(m - M)}_0 = 18.83 \pm 0.11$  bzw.  $R = (58.34 \pm 3.03)$  kpc.

Tabelle 2.1: Durch verschiedene Methoden ermittelte Werte für den Entfernungsmodul der LMC. Details zu den verwendeten Methoden finden sich in den obigen Referenzen bzw. in Westerlund (1997) oder Van den Bergh (2000).

Autor	Methode	$(m - M)_0$
Ngeow & Kanbur (2007)	Cepheiden	18.48 ± 0.03
Benedict et al. (2007)	Cepheiden	18.40 ± 0.05
Keller & Wood (2006)	Cepheiden	18.54 ± 0.018
Gieren et al. (2005)	Cepheiden	18.56 ± 0.04
Szewczyk et al. (2008)	RR-Lyrae	18.58 ± 0.03
Sollima et al. (2006)	RR-Lyrae	18.54 ± 0.15
Clement et al. (2005)	RR-Lyrae	18.46 ± 0.08
McNamara et al. (2007)	$\delta$ Scuti	18.48 ± 0.15
Grocholski et al. (2007)	Red Clump	18.40 ± 0.09
Salaris et al. (2003)	Red Clump	18.53 ± 0.07
Alves et al. (2002)	Red Clump	18.493 ± 0.045
Fitzpatrick et al. (2003)	Ecl. Binary	18.23 ± 0.09
Clausen et al. (2003)	Ecl. Binary	18.63 ± 0.08
Bellazzini et al. (2004)	Tip of RGB	18.50 ± 0.13
Mitchell et al. (2002)	SN 1987A	18.50 ± 0.20
Freedman et al. (2001)	HSTKP	18.50 ± 0.10

## 2.4 Position der Magellanschen Wolken

Die äquatorialen Koordinaten des optischen Zentrums der großen Magellanschen Wolke sind  $\alpha(2000) = 05^{\text{h}}23^{\text{m}}6$  und  $\delta(2000) = -69^{\circ}45'4$ . Das optische Zentrum der kleinen Magellanschen Wolke wird mit  $\alpha(2000) = 00^{\text{h}}52^{\text{m}}7$  und  $\delta(2000) = -72^{\circ}49'7$  angegeben (NASA Extragalactic Database, 2002). Die Umrechnung in galaktische Länge und Breite ( $l, b$ ) anhand der Gleichungen (B.2) liefert

$$(l, b)_{LMC} = (280^{\circ}25'5, -32^{\circ}55'8)$$

$$(l, b)_{SMC} = (302^{\circ}43'1, -44^{\circ}34'1).$$

## 2.5 Eigenbewegung der Magellanschen Wolken

Als Eigenbewegung  $\mu$  von astronomischen Objekten bezeichnet man deren auf die Himmelsphäre projizierte Bewegung. Sie wird im Allgemeinen durch ihre Komponenten in  $\alpha$ -Richtung ( $\mu_{\alpha} \cos \delta$ ) und in  $\delta$ -Richtung ( $\mu_{\delta}$ ) angegeben. (Der Faktor  $\cos \delta$  in der  $\alpha$ -Komponente berücksichtigt dabei die Änderung des Radius des Stundenkreises mit der

Tabelle 2.2: Durch verschiedene Methoden ermittelte Werte für den Entfernungsmodul der SMC. Details zu den verwendeten Methoden finden sich in den obigen Referenzen bzw. in Westerlund (1997) oder Van den Bergh (2000).

Autor	Methode	$(m - M)_0$	
Keller & Wood (2006)	Cepheiden	18.93	$\pm 0.024$
Storm et al. (2004)	Cepheiden	18.88	$\pm 0.13$
Udalski (1998b)	RR-Lyrae	18.63	$\pm 0.07$
Cole (1998)	Red Clump	18.82	$\pm 0.20$
Udalski (1998a)	Red Clump	18.65	$\pm 0.08$
Cole (1998)	Red Clump	18.82	$\pm 0.20$
Hilditch et al. (2005)	Ecl. Binary	18.91	$\pm 0.11$
Harries et al. (2003)	Ecl. Binary	18.89	$\pm 0.11$
Dolphin et al. (2001)	MS Turn off	18.88	$\pm 0.08$
Udalski (2000)	Tip of RGB	18.75	$\pm 0.08$
Cioni et al. (2000)	Tip of RGB	18.99	$\pm 0.09$

Deklination). Die Eigenbewegung stellt also die Änderung der Position ( $d\alpha/dt, d\delta/dt$ ) dar und wird gewöhnlich in Bogensekunden pro Jahr angegeben<sup>2</sup>. Die absolute Eigenbewegung bezeichnet die Änderung der Position relativ zu einem bestimmten ruhenden Bezugssystem, wobei sehr weit entfernte Systeme als annähernd ruhende Bezugssysteme erachtet werden können. Als extragalaktisches Bezugssystem dienen z. B. weit entfernte Galaxien oder Quasare. Kennt man die absolute Eigenbewegung, die radiale Geschwindigkeitskomponente und die Entfernung eines Objekts, so kann man daraus die Bewegung im Raum bestimmen, welche für Simulationen von großer Bedeutung ist. Während die Geschwindigkeit eines Objekts entlang der Sichtlinie (*line-of-sight velocity*) relativ einfach und genau über die Messung der Doppler-Verschiebung von Spektrallinien gewonnen werden kann, stellte die Bestimmung der Eigenbewegung der Magellanschen Wolken für die Wissenschaft lange Zeit ein Problem dar. Sie erfordert eine große Genauigkeit, da die jährliche Änderung der Position an der Himmelskugel auf Grund der Entfernung dieser Objekte sehr klein ist. Ebenso ist das Vorhandensein geeigneter Hintergrundobjekte, auf die die gemessene Bewegung bezogen werden kann, notwendig. Daneben müssen noch zahlreiche Korrekturen, wie z. B. die Rotation der LMC und die Inklination der Scheibe, bedacht werden. Es dauerte daher relativ lange, bis die ersten Daten zu den Eigenbewegungen der Magellanschen Wolken veröffentlicht wurden. In der Tabelle 2.3 sind die Resultate einiger Analysen zur Bestimmung der Eigenbewegung der Magellanschen Wolken aufgelistet.

<sup>2</sup>Sind die beobachteten Objekte weit entfernt, so erweist sich diese Einheit als zu groß. Man verwendet in diesem Fall die Einheit „Millibogensekunden pro Jahr“ ( $\text{mas yr}^{-1}$ ).

Einige der ersten Werte der Eigenbewegungen der LMC wurden von Jones et al. (1994) publiziert. Die Autoren verwendeten 21 Fotoplatten des 4m-Teleskops am *Cerro Tololo Inter-American Observatory* (CTIO). Die Aufnahmen deckten einen Zeitraum von 14 Jahren ab. Als Bezugsobjekte dienten 92 Galaxien. Die Berechnung der Eigenbewegung erfolgte aus 251 Sternen der LMC.

Kroupa et al. (1994) verwendeten 35 Sterne der LMC und 8 Sterne der SMC um die Bewegung der Wolken festzustellen. Die Daten der Sterne stammten aus dem *Position and Proper Motion Catalogue* (PPM). Das relativ kleine Sample von Objekten hat zur Folge, dass die Fehler der Mittelwerte sehr groß sind.

Sehr genaue Beobachtungsdaten stammen vom Astrometriesatelliten HIPPARCOS. Dieser Satellit sammelte von 1989 bis 1993 die Daten von etwa 100000 Sternen, worunter sich auch 36 Sterne der LMC und 11 Sterne der SMC befinden. Der systematische Fehler in den Messwerten des Satelliten ist typischerweise kleiner  $1 \text{ mas yr}^{-1}$ . Die gemessenen Sternparameter wurden von Kroupa & Bastian (1997) ausgewertet.

Die Autoren von Pedreros et al. (2002) beobachteten ein Feld der LMC um den Quasar Q0459-6427 über einen Zeitraum von 11 Jahren (1989 - 2000). In dieser Zeit erstellten sie 44 CCD-Aufnahmen mit dem Cassegrain-Fokus des 1.5m-Teleskops am CTIO. Der Wert für die Bewegung des Massenzentrums wurde aus den Daten von 17 Sternen gemittelt.

Die Gruppe um Kallivayalil benutzte die *High Resolution Camera* (HRC) der *Advanced Camera for Surveys* (ACS) am *Hubble Space Telescope* (HST) zur Bestimmung der Eigenbewegungen der LMC und der SMC. Für die Daten der LMC wurden 21 um Quasare zentrierte Felder der LMC vermessen. Die Zeitbasis für diese Beobachtungen betrug etwa 2 Jahre. Mehr Details dazu finden sich in Kallivayalil et al. (2006b). Im gleichen Zeitraum wurden die Sterne von 4 Feldern der SMC beobachtet, die ebenfalls einen Quasar im Hintergrund aufweisen. Die Vorgehensweise ist in Kallivayalil et al. (2006a) beschrieben. Die in den beiden Artikeln genannten Werte sind so groß, dass damit die Frage aufgeworfen wird, ob die LMC und die SMC aneinander gebunden sind. Weiters lässt sich aus diesen Werten folgern, dass sich die LMC auf ihrer ersten Annäherung zur Milchstraße befindet. Diese Annahme macht es jedoch schwierig, die Entstehung beobachteter Strukturen (besonders die Verteilung des neutralen Wasserstoffs) mit einem reinen Gezeitenmodell, das mehrere perigalaktische Durchgänge voraussetzt, zu erklären (Ruzicka et al., 2008).

Piatek et al. (2008) verwendeten ebenfalls die oben erwähnten Daten des HST, benutzten jedoch eine andere Methode und führten erweiterte Korrekturen durch. Diese Korrekturen betreffen einen entdeckten Zusammenhang zwischen der Helligkeit und der mittleren gemessenen Bewegung zahlreicher benutzter Sterne. Die Ergebnisse liefern vergleichbare Werte für die LMC. Die Werte für die SMC weichen jedoch relativ stark von den von Kallivayalil et al. (2006a) errechneten Werten ab.

Tabelle 2.3: Eigenbewegungen der Magellanschen Wolken. Für die Berechnung der Werte wurden verschiedene Methoden und unterschiedliche Samples von Sternen herangezogen. Details finden sich in den jeweiligen Referenzen.

Autor		LMC		SMC	
Jones et al. (1994)	$\overline{\mu_\alpha \cos \delta}$	1.36	$\pm$ 0.28	–	
Jones et al. (1994)	$\overline{\mu_\delta}$	–0.16	$\pm$ 0.27	–	
Kroupa et al. (1994)	$\overline{\mu_\alpha \cos \delta}$	1.3	$\pm$ 0.6	0.5	$\pm$ 1.0
Kroupa et al. (1994)	$\overline{\mu_\delta}$	1.1	$\pm$ 0.7	–2.0	$\pm$ 1.4
Kroupa & Bastian (1997)	$\overline{\mu_\alpha \cos \delta}$	1.94	$\pm$ 0.29	1.23	$\pm$ 0.84
Kroupa & Bastian (1997)	$\overline{\mu_\delta}$	–0.14	$\pm$ 0.36	–1.21	$\pm$ 0.75
Pedrerros et al. (2002)	$\overline{\mu_\alpha \cos \delta}$	1.8	$\pm$ 0.2	–	
Pedrerros et al. (2002)	$\overline{\mu_\delta}$	0.3	$\pm$ 0.2	–	
Kallivayalil et al. (2006b)	$\overline{\mu_\alpha \cos \delta}$	2.03	$\pm$ 0.08	–	
Kallivayalil et al. (2006b)	$\overline{\mu_\delta}$	0.44	$\pm$ 0.05	–	
Kallivayalil et al. (2006a)	$\overline{\mu_\alpha \cos \delta}$	–		1.16	$\pm$ 0.18
Kallivayalil et al. (2006a)	$\overline{\mu_\delta}$	–		–1.17	$\pm$ 0.18
Piatek et al. (2008)	$\overline{\mu_\alpha \cos \delta}$	1.96	$\pm$ 0.04	0.75	$\pm$ 0.06
Piatek et al. (2008)	$\overline{\mu_\delta}$	0.44	$\pm$ 0.04	–1.25	$\pm$ 0.06

# 3 Numerische Modelle

Obwohl in der letzten Zeit bei den Beobachtungstechniken große Fortschritte gemacht wurden, bleiben viele Eigenschaften von Galaxiensystemen im Verborgenen. Besonders die zeitliche Entwicklung eines astronomischen Systems kann aus den Beobachtungen nicht ermittelt werden. Hier kommen die numerischen Simulationen zur Anwendung. Daneben werden Galaxienmodelle auch dazu verwendet, die Gegebenheiten, die hinter einer beobachteten Tatsache stehen, in feinere Details aufzulösen. So werden zum Beispiel die Rotationsgeschwindigkeiten von Galaxien oft aus den beobachteten Sternspektren ermittelt. Die zugrunde liegende Massenverteilung, die oft auch nicht beobachtbare Komponenten, wie zum Beispiel Dunkle Materie, enthält, wird dann mit Hilfe von Modellen bestimmt.

Grundlage jeder numerischen Simulation sind geeignete Anfangsmodelle, die bestimmten Voraussetzungen angepasst werden müssen. Auf der einen Seite stehen die Beobachtungsdaten, die den momentanen Zustand des Systems mehr oder weniger genau beschreiben. Sie legen bestimmte Rahmenbedingungen fest, die sich auch in den Anfangsmodellen widerspiegeln müssen. Auf der anderen Seite gehen in der Regel zahlreiche Parameter ein, für deren Festlegung man bestenfalls einige Schätzungen oder Erfahrungswerte zur Verfügung hat. Eine große Schwierigkeit dabei ist, dass man die zeitliche Entwicklung eines Systems im Vorfeld noch nicht kennt. Integriert man, wie in dieser Arbeit, ein System von einem vergangenen Zeitpunkt zum jetzigen, so steht man vor dem Problem, dass man unter anderem die Positionen und Geschwindigkeiten der Konfiguration zu diesem betreffenden Zeitpunkt in der Vergangenheit kennen müsste. Unter der Voraussetzung, dass die physikalischen Grundgesetze auch für diese Systeme Gültigkeit haben und diese unter bestimmten Annahmen und Vereinfachungen zeitreversibel sind, kann man manche Parameter der Vergangenheit der Modelle aus den Beobachtungsdaten zurückrechnen. Bei dieser Zeitumkehr müssen nicht-reversible Prozesse entweder vernachlässigt oder durch ein geeignetes Verfahren genähert werden. In jedem Fall beinhalten solche Ergebnisse immer einen gewissen Fehler, weswegen eine genauere Anpassung der Anfangsbedingungen oft durch „Versuch und Fehler“ erfolgen muss.

Eine weitere Limitierung gibt die verfügbare Rechenleistung vor. Selbst mit den heute genutzten Großrechneranlagen ist es nicht möglich, auch nur eine einzige Galaxie mit all ihren Eigenschaften im Detail zu simulieren. Um die Rechenzeit in einem annehmbaren Rahmen zu halten, ist es notwendig, mehrere Vereinfachungen in den numerischen Modellen vorzunehmen. Diese Simplifizierungen hängen stark von der zu simulierenden Eigenschaft eines Systems ab. So unterscheiden sich die Parameter einer

Simulation zur Klärung der Massenverteilungen grundsätzlich von jenen einer Berechnung der chemischen Entwicklung. Bei der Simulation von Galaxiensystemen muss man sich oft auf die Berechnung globaler Eigenschaften beschränken und die Entwicklung auf lokaler Ebene vernachlässigen. Die Galaxien in solchen Modellen werden dann aus gleichartigen Einzelobjekten zusammengesetzt, deren Merkmale aus den Werten der Galaxie gemittelt werden. Oft ist man auch gezwungen, eigentlich zusammengehörige Entwicklungen in mehreren verschiedenen Simulationen zu behandeln. Im folgenden Kapitel werden die verwendeten Modelle und Parameter beschrieben.

### 3.1 Galaxienmodell KD95

Kuijken & Dubinski (1995) entwickelten ein Programm, mit dem man ein dreidimensionales Modell einer Scheibengalaxie erstellen kann. Ein mit diesem Programm erstelltes Modell setzt sich im Allgemeinen aus einer Scheibe (Disk), einem Bulge und dem umgebenden Halo zusammen und repräsentiert so eine mit der Milchstraße vergleichbare Galaxie. Die Autoren geben vier verschiedene Sätze von Eingabeparametern (Modelle A, B, C und D) vor, mit denen jeweils die Massenverteilung bzw. die Rotationskurve der Milchstraße erzeugt werden können. Der Unterschied zwischen diesen vier Standardmodellen besteht im Wesentlichen in der Masse des Halos und deren Verteilung. Die Parametersätze der Standardmodelle wurden von den Autoren durch „Versuch und Fehler“ gefunden und stellen einen guten Ausgangspunkt für ein stabiles System dar. Die damit erzeugten Modelle besitzen eine endliche Ausdehnung und befinden sich annähernd in einem Gleichgewichtszustand.

Jede der drei Komponenten ist durch eine Distributionsfunktion (siehe Anhang A.2) gegeben. Die Verteilungsfunktionen sind abhängig von unterschiedlichen Integralen der Bewegung (siehe Anhang A.1). Das Programm wird in der vorliegenden Arbeit als eine Art *black box* verwendet, weshalb im Folgenden auf die Erzeugung der Modelle nur kurz eingegangen wird.

#### 3.1.1 KD95: Bulge

Für den Bulge wird ein King-Modell (King, 1966) verwendet. Die dafür benutzte Distributionsfunktion hängt nur von der Energie  $E$  ab und erzeugt somit eine sphärisch symmetrische Dichteverteilung. Das King-Modell entstand aus dem Modell einer isothermen Sphäre, wobei jedoch die DF für große Radien „abgesenkt“ wird. Damit lässt sich realisieren, dass die Sterne bei kleinen Radien, wie bei der isothermen Sphäre, hohe Energie aufweisen. Im Gegensatz zum ursprünglichen Modell fällt die Dichte jedoch stärker mit größer werdenden Radien. Mit der Verteilungsfunktion

$$f_{\text{Bulge}}(E) = \begin{cases} \rho_b (2\pi\sigma_b^2)^{-3/2} \exp\left(\frac{\Phi_0 - \Phi_C}{\sigma_0^2}\right) \left(\exp\left(-\frac{E - \Phi_C}{\sigma_b^2}\right) - 1\right) & \text{wenn } E < \Phi_C \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.1)$$

erhält man eine sphärische Massenordnung mit endlicher Gesamtmasse. In dieser DF definiert  $\Phi_C$  das *Cutoff*-Potential des Bulges. Mit  $\rho_b$  wird die zentrale Bulgedichte festgelegt. Dieser Wert wird allerdings nur angenähert, da die Auswirkungen durch den Abbruch der DF noch miteinbezogen werden müssen. Über  $\sigma_b$  wird die Geschwindigkeitsdispersion des Bulges angegeben, während  $\Phi_0$  das Potential im Zentrum definiert.

### 3.1.2 KD95: Halo

Der Halo des Modells wird durch ein *Lowered Evans*-Modell erzeugt. Kuijken & Dubinski (1994) erweiterten dafür ein von Evans (1993) entworfenes Modell. Mit seinem veränderbaren *core*-Radius und der flachen Rotationskurve bei großen Radien eignet sich das *lowered* Evans-Modell, wie auch das original Evans-Modell gut, um galaktische Halos zu modellieren. Im Gegensatz zum Evans-Modell weist die „abgesenkte“ Version eine endliche Masse auf. Der freie Parameter  $q$  ermöglicht zudem abgeflachte Modelle. Somit benötigt die verwendete DF aber zwei Integrale der Bewegung, welche durch die Energie  $E$  und den Drehimpuls in Richtung der Symmetrieachse  $L_z$  repräsentiert werden. Die entsprechende DF lautet

$$f_{\text{Halo}}(E, L_z^2) = \begin{cases} \left[ AL_z^2 + B \right) \exp\left(-\frac{E}{\sigma_0^2}\right) + C \right] \left[ \exp\left(-\frac{E}{\sigma_0^2}\right) - 1 \right] & \text{wenn } E < 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.2)$$

Die DF enthält fünf freie Parameter, die zum Teil in den Konstanten  $A$ ,  $B$  und  $C$  enthalten sind. Über die Potentialtiefe  $\Psi_0$ , Geschwindigkeitsdispersion  $\sigma_0$ , Dichte  $\rho_1$ , Kernradius  $R_c$  und Abflachung  $q$  lässt sich die endgültige Form des Modells beeinflussen.

### 3.1.3 KD95: Disk

Die Scheibe weist die komplizierteste DF auf. Da in beobachteten Galaxienscheiben die Geschwindigkeitsdispersion in vertikaler und radialer Richtung im Allgemeinen unterschiedlich ist, muss ein weiteres Integral der Bewegung inkludiert werden. Im verwendeten Modell ist das die Energie in den vertikalen Oszillationen  $E_z$ , welche für annähernd kreisförmige Orbits mit nur kleinen Auslenkungen in vertikaler Richtung als erhalten betrachtet werden kann. Mit dieser zusätzlichen Erhaltungsgröße wird ein zweidimensionales Scheibenmodell in  $z$ -Richtung erweitert. Die geeignete DF hat die Form

$$F_{\text{Disk}}(E_p, L_z, E_z) = \frac{\Omega(R_c)}{(2\pi^3)^{1/2} \kappa(R_c)} \frac{\tilde{\rho}_d(R_c)}{\tilde{\sigma}_R^2(R_c) \tilde{\sigma}_z(R_c)} \exp \left[ -\frac{E_p - E_c(R_c)}{\tilde{\sigma}_R^2(R_c)} - \frac{E_z}{\tilde{\sigma}_z^2(R_c)} \right]. \quad (3.3)$$

In der obigen Definition bezeichnet  $E_p$  die Energie in der Ebene  $z = 0$ . Es gilt also  $E_p = E - E_z$ . Mit  $L_z$  wird wiederum der Drehimpuls bezüglich der Symmetrieachse (=  $z$ -Achse) angegeben. Die Bezeichnungen  $E_c$  und  $R_c$  stehen jeweils für die Energie bzw. den Radius eines kreisförmigen Orbits mit Drehimpuls  $L_z$ . Die Kreisfrequenz und die Epizykelfrequenz am Radius  $R_c$  werden als  $\Omega(R_c)$  und  $\kappa(R_c)$  beschrieben.

### 3.1.4 KD95: Kombiniertes Potential

Jede der zuvor angeführten Verteilungsfunktionen liefert einen gewissen Beitrag zur Gesamtdichte. Aus den DF kann dieser Beitrag für jede Komponente berechnet werden. Um daraus ein selbstgravitierendes Modell zu entwickeln, muss jenes Potential gefunden werden, das die Poisson-Gleichung für die kombinierte Dichte löst. Die Lösung der Poisson-Gleichung erfolgt durch eine Entwicklung in Kugelflächenfunktionen. Dabei werden jedoch einige „Tricks“ angewandt, um die Performance des Programms zu steigern. Im Wesentlichen handelt es sich dabei um Maßnahmen, um die notwendige Ordnung der Kugelflächenfunktionen möglichst gering zu halten. Eine genauere Beschreibung der Vorgangsweise findet sich im oben erwähnten Artikel.

In der Tabelle 3.1 sind die Eingabeparameter, die die physikalischen Eigenschaften des KD95-Modells betreffen, zusammengefasst. Parameter, die rein zur Steuerung des Programms dienen oder die Physik des Modells nicht beeinflussen, sind ausgelassen. Die von den Autoren für die Modelle A und D gewählten Standardwerte sind ebenfalls aufgelistet. Eine Längeneinheit im Modell entspricht 4.5 kpc und eine Masseneinheit repräsentiert  $5.1 \times 10^{10} M_\odot$ . Damit ergibt sich für eine Einheit der Geschwindigkeit  $220 \text{ km s}^{-1}$ . Sämtliche Werte in der Tabelle sind auf diese verwendeten Systemeinheiten bezogen.

Die Standardmodelle erzeugen insgesamt eine Massenverteilung und eine Rotationskurve, die den Beobachtungen in der Milchstraße sehr nahe kommen. Das Modell D besitzt den Halo mit der größten Masse und ist in der Lage, die äußeren Teile der Galaxie am besten wieder zu geben. Die zentrale Geschwindigkeitsdispersion ist so gewählt, dass die beobachtete radiale Geschwindigkeitsdispersion von  $42 \text{ km s}^{-1}$  in der Sonnenumgebung reproduziert wird. Der Toomre-Faktor der Scheibe des Modells A beträgt  $Q = 1.94$  am Halbmassenradius und ist somit mit dem einer warmen Scheibe vergleichbar. Das Modell D weist einen geringfügig höheren Toomre-Faktor von  $Q = 2.14$  auf. Es zeigt sich, dass die Modelle für kleine Teilchenzahlen dazu neigen, einen kleinen Balken innerhalb eines Skalenradius auszubilden. Mit steigender Teilchenzahl werden die Modelle aber immer stabiler gegen diese Balkenbildung. Somit eignen sich diese Modelle gut, um unsere Galaxie in einer selbstkonsistenten Simulation zu repräsentieren. Abbildung 3.1 zeigt das Modell A, das mit den Standardwerten erzeugt wurde. Die entsprechenden Rotationskurven der Modelle A und D sind in der Abbildung 3.2 geplottet.

Tabelle 3.1: Zusammenfassung der physikalischen Parameter des KD95-Modells. In den letzten beiden Spalten sind die Standardwerte für die Modelle A und D aus Kuijken & Dubinski (1995) angegeben.

Parameter	Beschreibung	Std. A	Std. D
psi0	$\Psi_0$ . Zentralpotential des Halos. Je kleiner dieser Parameter ist, desto tiefer ist das Potential und umso ausgedehnter ist der Halo.	-4.6	-7.0
v0	$v_0 = \sqrt{2}\sigma_0$ . $\sigma_0$ ist die zentrale Geschwindigkeitsdispersion. Mit $v_0$ kann die Höhe der Rotationskurve gesteuert werden.	1.42	1.30
q	Abflachung des Halos. Mit $q = 1$ erhält man einen annähernd sphärischen Halo.	1.0	1.0
rck2	$(R_c/R_k)^2$ . $R_c$ gibt den <i>Core</i> -Radius an, während $R_k$ für den berechneten King-Radius steht.	0.1	0.1
ra	Skalenradius des Halos. Beim Radius $R_a$ erreicht die Rotationskurve des Halos den Wert $v_0$ .	0.8	0.8
md	$M_d$ . Masse der exponentiellen Scheibe	0.867	0.867
rd	$R_d$ . Skalenlänge der exponentiellen Scheibe	1.0	1.0
router	$R_{out}$ . Radius, bei dem begonnen wird, die Scheibe abzuschneiden	5.0	5.0
zd	Skalenhöhe der Scheibe, wenn eine $\text{sech}^2(z/z_d)$ -Dichteverteilung angenommen wird	0.1	0.1
drtrunc	Innerhalb des Intervalls $R_{out} < R < R_{out} + 2 \cdot dR_{trunc}$ fällt die Dichte der Scheibe auf 0 ab.	0.5	0.5
rhob	$\rho_b$ . Zentrale Dichte des Bulge	14.45	14.45
psicut	$\Psi_{cut}$ . <i>Cutoff</i> -Potential für den Bulge. Für die Wahl dieses Parameters gilt $\Psi_0 < \Psi_{cut} < 0$ .	-2.3	-4.7
sigb	Zentralpotential des Bulge	0.714	0.714
sigvr0	$\sigma_R$ . Zentrale radiale Geschwindigkeitsdispersion	0.47	0.47
sigr0	Skalenlänge von $\sigma_R^2$	1.0	1.0
fstreamb	Anteil der Bulge-Sterne mit $L_z > 0$ .	0.75	0.5
fstreamh	Anteil der Halo-Sterne mit $L_z > 0$ .	0.5	0.5

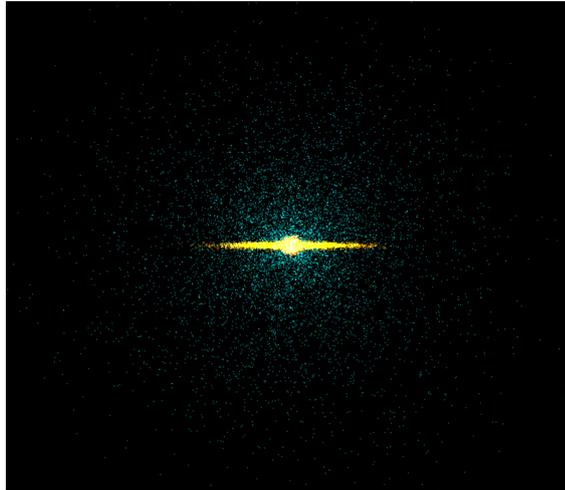


Abbildung 3.1: KD95-Modell A. Die Abbildung zeigt die Komponenten eines mit dem Programm KD95 und den Default-Werten erzeugten Galaxienmodells.

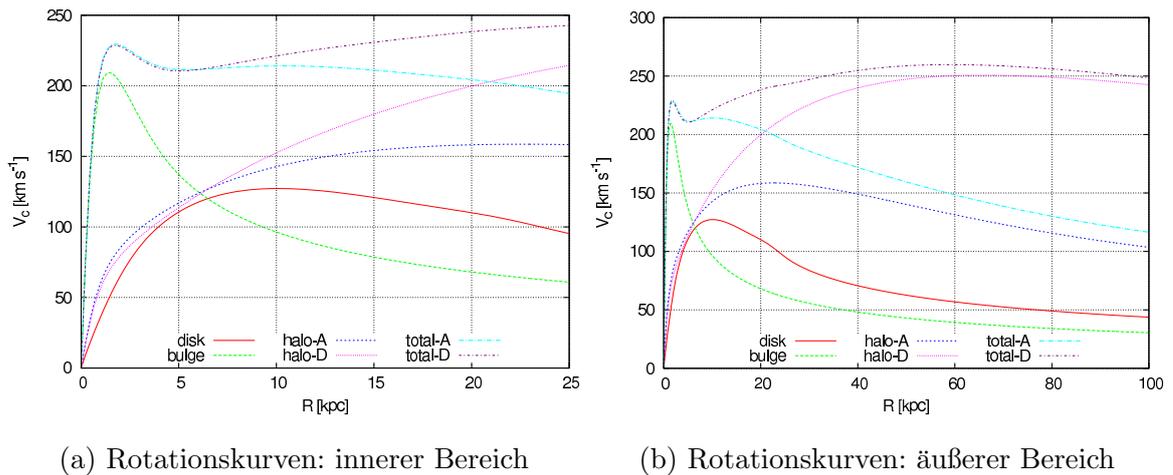


Abbildung 3.2: Rotationskurve der KD95-Modelle A und D. Abbildung (a) zeigt die Verhältnisse in den inneren Bereichen, Abbildung (b) die in den äußeren Bereichen des Galaxienmodells.

## 3.2 Modelle der beobachteten Magellanschen Wolken

Auf Grund der Beobachtungen muss man davon ausgehen, dass sich die Magellanschen Wolken nicht in einem Gleichgewichtszustand befinden. So spricht etwa die rapide Sternentstehung in der LMC, die vor etwa 4 Milliarden Jahren stark anstieg, dafür, dass sich ein Gleichgewicht noch nicht wieder einstellen konnte. Die Nähe der Wolken

zueinander und zur Milchstraße hat zur Folge, dass die LMC und die SMC starken Wechselwirkungen unterworfen sind, die ein eventuelles Gleichgewicht stören. Unter diesen Voraussetzungen mag es vielleicht nicht sinnvoll erscheinen, Modelle mit einem Programm zu erzeugen, das dazu programmiert wurde, um ein Gleichgewichtsmodell einer Galaxie zu produzieren. Obwohl die Annahme eines Gleichgewichts für die betreffenden Galaxien eine grobe Vereinfachung des tatsächlichen Zustands darstellt, wird in dieser Arbeit versucht, mit dem Programm KD95 (siehe Absatz 3.1) Modelle der Magellanschen Wolken zu erzeugen, die die gemessenen Rotationskurven und die zugehörigen Massenverteilungen reproduzieren. Wie bei der Erstellung eines Modells der Milchstraße in Kuijken & Dubinski (1995) werden die Modelle der Magellanschen Wolken durch „Versuch und Fehler“ immer näher an die beobachteten Tatsachen herangebracht. Aus den letztlich verwendeten Eingabeparametern können entsprechende Schlussfolgerungen für die tatsächlichen Werte getroffen werden.

### 3.2.1 LMC

Um ein KD95-Modell der LMC zu erzeugen, müssen die Parameter des Programms (siehe Tab. 3.1) entsprechend abgeändert werden. In meiner Arbeit gehe ich von der Existenz eines die LMC umgebenden Dunklen Halos aus und nehme die entsprechenden Werte aus Alves & Nelson (2000) als Referenz. Das betreffende Modell von Alves & Nelson wurde bereits in Abschnitt 2.2 kurz beschrieben. Damit versuche ich, die in Abb. 2.4 gezeigte Rotationskurve der LMC zu reproduzieren. In der erwähnten Arbeit wird die Skalenlänge der Scheibe mit  $R_d = 1.6$  kpc angenommen. Die entsprechende Skalenhöhe  $z_d$  ist mit 0.4 kpc festgelegt. Als Gesamtmasse der Scheibe wird ein Wert von  $M_d = 1.1 \times 10^9 M_\odot$  errechnet<sup>1</sup>. Der *core*-Radius des Halos beträgt  $R_c = 1$  kpc und die zentrale Dichte ist mit  $0.1 M_\odot \text{pc}^{-3}$  angenommen. Damit ergibt sich eine Masse für die gesamte LMC von  $M_{\text{LMC}} \approx 5 \times 10^9 M_\odot$ . Da in dem Programm KD95 aber andere Modelle für die einzelnen Komponenten (Disk, Bulge, Halo) verwendet werden, müssen diese Parameter angepasst werden. Weiters benötigt das Programm zahlreiche zusätzliche Eingabewerte, für die in der genannten Referenz keine Hinweise zu finden sind. Das Anpassen der Parameter erfolgt durch „Versuch und Fehler“. Der Bulge, den das Programm KD95 erzeugt, wird als Teil des Halos aufgefasst. Das hier präsentierte Ergebnis ist das Resultat einer Versuchsreihe, die aus mehr als 20 berechneten Modellen mit geringfügig unterschiedlichen Eingabeparametern besteht. Das Programm KD95 reagiert dabei sehr sensitiv auf verschiedene Änderungen und bei zahlreichen Versuchen konvergierte der Iterationsalgorithmus nicht mehr. Die in der Tabelle 3.2 angeführten Parameter erzeugen zwar ein Modell, das die beobachtete Rotationskurve gut approximiert, die Scheibe erweist sich jedoch als nicht stabil und bildet innerhalb 1 Gyr eine Ringstruktur aus. Auch nach zahlreichen Versuchen konnte kein Parame-

---

<sup>1</sup>Dieser Wert für die Masse der Scheibe gilt allerdings für ein Modell mit einer minimalen Scheibe und einem relativ massereichen Halo.

tersatz gefunden werden, der diese Instabilität verhindert. Die Rotationskurven der einzelnen Komponenten und deren Summenkurve sind in Abbildung 3.3 gezeigt.

Tabelle 3.2: Eingabeparameter des KD95-Programms zum Erstellen eines Modells der LMC. Alle Werte beziehen sich auf die im Programm verwendeten Systemeinheiten.

Parameter	Wert	Parameter	Wert
$\Psi_0$	-0.38	$dR_{\text{trunc}}$	1.0
$v_0$	0.375	$\rho_b$	0.07
$q$	1.0	$\Psi_{\text{cut}}$	-0.2
$(R_c/R_k)^2$	0.1	$sigb$	0.2
$R_a$	0.8	$sigvr0$	0.47
$M_d$	0.035	$sigr0$	1.0
$R_d$	0.3182	$fstreamb$	0.75
$R_{\text{out}}$	2.0	$fstreamh$	0.5
$z_d$	0.1		

### 3.2.2 SMC

Mit der in Abschnitt 3.2.1 beschriebenen Methode wird auch für die SMC ein Modell erzeugt, das die beobachtete Rotationskurve in Abbildung 2.5 reproduzieren soll. Als Quelle für geeignete Ausgangswerte dient Bekki & Stanimirović (2009). Die Autoren des betreffenden Artikels berechnen die Rotationskurve der kleinen Magellanschen Wolke mit einem Modell, das einen Burkert-Halo verwendet (siehe Abschnitt 2.2). Somit können die in der Arbeit genannten Parameter nicht direkt übernommen werden. Sie dienen jedoch wiederum als Ausgangswerte für eine Versuchsreihe für die SMC. Bekki & Stanimirović (2009) geben als Skalenradius des Halos einen Wert von  $r_0 = 3.2$  kpc an. Die Masse des Halos beträgt  $M_{\text{dm}} = 6.5 \times 10^9 M_{\odot}$ . Die Gesamtmasse der sichtbaren Materie wird mit  $M_d = 2.4 \times 10^9 M_{\odot}$  angenommen. (Mit einem angenommenen Masse-Leuchtkraft-Verhältnis von  $M/L = 2.3$  und einer Inklination der Scheibe von  $i = 40^\circ$  ergeben diese Parameter die gezeigte Kurve in Bild 2.5.) Die Versuchsreihe umfasst 17 Modelle. Die sichtbare Materie wird in dem Modell in zwei Anteile aufgeteilt, wobei sich ein Teil in der Scheibe, der andere in einem relativ ausgedehnten Bulge befindet. Die Bezeichnung Bulge ist jedoch in diesem Fall etwas irreführend. Diese sphärische Komponente hat in etwa die gleiche Ausdehnung wie die Scheibe. Die Eingabeparameter des besten gefundenen Modells sind in der Tabelle 3.3 aufgelistet, wobei wieder die systeminternen Einheiten des KD95-Programms verwendet wurden. Die Rotationskurve kann mit diesen Werten relativ gut reproduziert werden. Allerdings liegt die höchste erreichte Rotationsgeschwindigkeit leicht über dem Wert

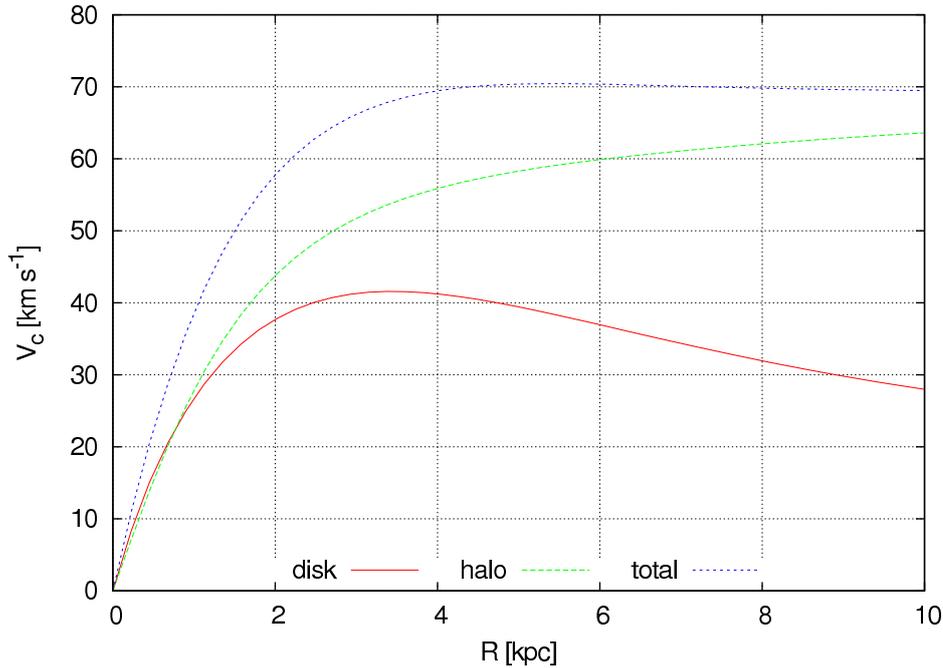


Abbildung 3.3: Rotationskurve der LMC (KD95-Modell). Rotationsgeschwindigkeit in  $\text{km s}^{-1}$  gegen den Radius in kpc. Die entsprechenden Eingabeparameter sind in Tabelle 3.2 gelistet. Die produzierten Rotationskurven sind in guter Übereinstimmung mit Alves & Nelson (2000), wie der Vergleich mit Abb. 2.4 zeigt.

von Bekki & Stanimirović (2009). Der Abfall der Rotationskurve in den äußeren Bereichen der Galaxie ist etwas steiler als im Referenzartikel.<sup>2</sup> Im Allgemeinen weicht dieser Bereich etwas von der in Bekki & Stanimirović (2009) gezeigten Kurve ab. Die Scheibe erweist sich aber wiederum als nicht stabil. Auch beim Modell für die SMC zeigen sich Ringstrukturen, die sich innerhalb von 1 Gyr entwickeln. Das Ergebnis ist in 3.4 geplottet.

### 3.3 Modell des Magellanschen Systems

Das Modell für das Magellansche System wird aus jeweils einem KD95-Modell für die LMC, die SMC und die Milchstraße zusammengesetzt. Der Parameterraum für ein solches System umfasst 20 Parameter (Ruzicka, 2006), die durch die Beobachtungen nicht oder nur unzureichend festgelegt werden können. Eine Änderung dieser vorausgesetz-

<sup>2</sup>Auch im Referenzartikel ist im äußeren Bereich der Galaxie ein leichter Abfall der Rotationskurve erkennbar. Die Messwerte aus den Beobachtungsdaten lassen jedoch nicht auf einen derartigen Verlauf der Kurve schließen.

Tabelle 3.3: Eingabeparameter des KD95-Programms zum Erstellen eines Modells der LMC. Alle Werte beziehen sich auf die im Programm verwendeten Systemeinheiten.

Parameter	Wert	Parameter	Wert
$\Psi_0$	-0.35	$dR_{\text{trunc}}$	0.08
$v_0$	0.3	$\rho_b$	0.08
$q$	1.0	$\Psi_{\text{cut}}$	-0.2
$(R_c/R_k)^2$	0.1	$sigb$	0.2
$R_a$	0.8	$sigvr0$	0.47
$M_d$	0.01	$sigr0$	1.0
$R_d$	0.25	$fstreamb$	0.75
$R_{\text{out}}$	0.777	$fstreamh$	0.5
$z_d$	0.02		

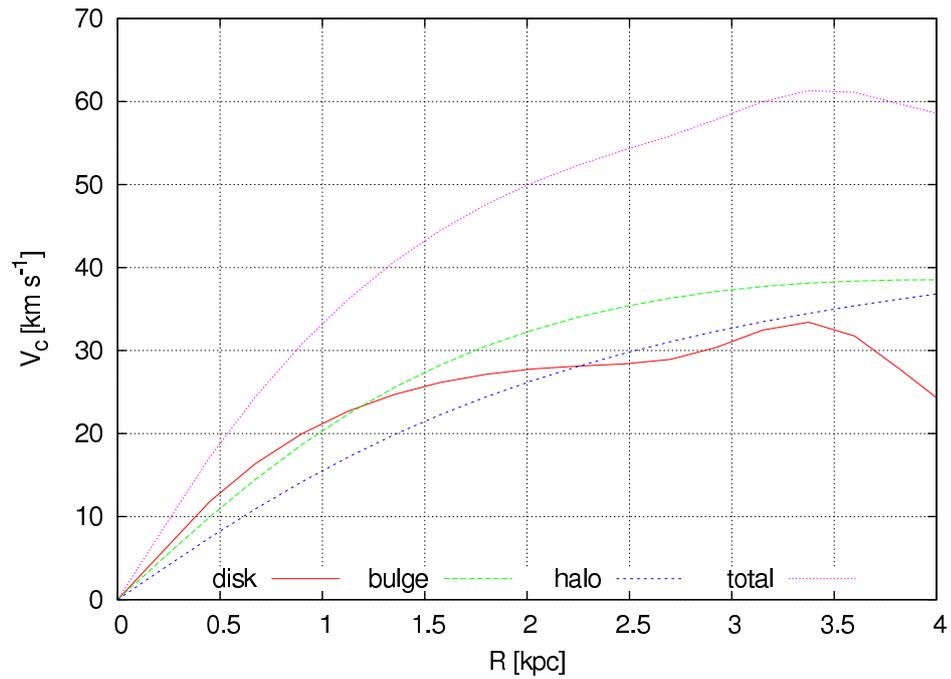


Abbildung 3.4: Rotationskurve der SMC (KD95-Modell). Rotationsgeschwindigkeit in  $\text{km s}^{-1}$  gegen den Radius in kpc. Die entsprechenden Eingabeparameter sind in Tabelle 3.3 gelistet. Die produzierten Rotationskurven sind in guter Übereinstimmung mit Bekki & Stanimirović (2009) (vgl. Abb. 2.5).

ten Werte hat in den meisten Fällen eine entscheidende Auswirkung auf die Entwicklung des Systems, auch wenn diese Änderung in relativ kleinen Bereichen durchgeführt wird. In Ruzicka (2006) wurde daher eine Suche nach Parametern realisiert, mit denen sich die Beobachtungen (vor allem des HI-Gases) möglichst gut reproduzieren lassen. Der in dieser Arbeit gefundene optimale Parametersatz liefert die wichtigsten Eckdaten für die Nachbildung des Magellanschen Systems in der vorliegenden Arbeit und wird im Folgenden kurz vorgestellt.

### 3.3.1 Referenzwerte aus Ruzicka (2006)

Ruzicka verwendet in seiner Arbeit einen sogenannten genetischen Code, um einen optimalen Satz von Parametern für das Magellansche System zu finden. Die Integration der Modelle erfolgt mit der *restricted N-body*-Methode (siehe Abschnitt 4.1.4). Da dieses Verfahren zu den schnellsten verfügbaren Integrationsmethoden zählt, ist es möglich, mehr als  $10^6$  verschiedene Parametersätze auszutesten. Jedes erzeugte Modell wird dabei über den Zeitraum von 4 Gyr integriert und zwar von  $T = -4$  Gyr bis zum heutigen Zeitpunkt  $T = 0$  Gyr.

Die Modelle der Magellanschen Wolken in Ruzicka (2006) bestehen aus einer Plummer-Sphäre, in die eine exponentielle Scheibe eingebettet ist. Das Plummer-Modell ist ein Standardmodell in der Astronomie, das eine Lösung der sogenannten Lane-Enden-Gleichung darstellt. Das kugelsymmetrische Potential einer solchen Verteilung wird mit

$$\Phi_{\text{P}} = -\frac{GM}{\sqrt{r^2 + \epsilon^2}} \quad (3.4)$$

angegeben. In dieser Gleichung bezeichnet  $r$  den Abstand zum Zentrum und  $M$  die Gesamtmasse.  $\epsilon$  ist ein Skalenradius und somit ein freier Parameter, über den die räumliche Ausdehnung gesteuert wird. Die Dichteverteilung einer Plummer-Sphäre ist mit

$$\rho_{\text{P}} = \frac{3M}{4\pi} \frac{\epsilon^2}{(r^2 + \epsilon^2)^{5/2}} \quad (3.5)$$

definiert. Damit ergibt sich die integrierte Masse  $M(r)$  innerhalb des Radius  $r$  zu

$$M(r) = 4\pi \int_0^r r^2 \rho_{\text{P}}(r) = M \frac{r^3}{(r^2 + \epsilon^2)^{3/2}}. \quad (3.6)$$

Die entsprechende Dichte- und Massenverteilung ist in Abbildung 3.5 gezeigt. Die Scheibe in den Modellen wird über eine exponentielle Scheibe realisiert. Diese Scheibe ist zweidimensional, besitzt also keine Ausdehnung in der  $z$ -Richtung. Die entsprechende Verteilung der Oberflächendichte lautet

$$\Sigma(R) = \Sigma_0 e^{-R/R_{\text{D}}}. \quad (3.7)$$

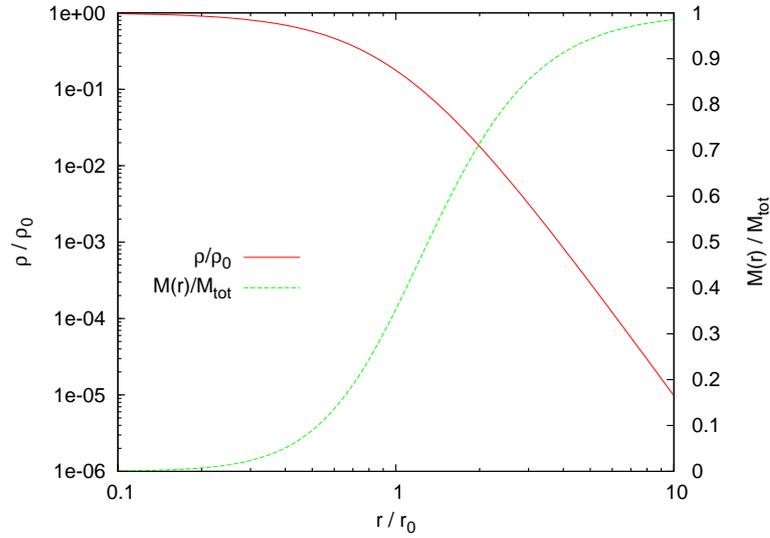


Abbildung 3.5: Dichte- und Massenverteilung eines Plummer-Modells

Dabei ist  $\Sigma_0$  die Oberflächendichte im Zentrum der Scheibe,  $R_D$  ist der Skalenfaktor der Scheibe. Die Parameter der Plummer-Sphäre und der exponentiellen Scheibe sind Teil der Parametersuche und werden durch den genetischen Code einer Optimierung unterworfen.

Der Halo der Milchstraße wird durch ein achsensymmetrisches logarithmisches Potential modelliert. Somit ist es möglich, eine eventuelle Abflachung in der Dichteverteilung zu berücksichtigen. Das Potential einer solchen Verteilung ist mit

$$\Phi_L = \frac{1}{2}v_0^2 \ln \left( R_c^2 + R^2 + \frac{z^2}{q^2} \right) \quad (3.8)$$

definiert. Die entsprechende Dichteverteilung lautet

$$\rho_L = \frac{v_0^2}{4\pi G q^2} \frac{(2q^2 + 1)R_c^2 + R^2 + (2 - q^{-2})z^2}{(R_c^2 + R^2 + z^2 q^{-2})^2}. \quad (3.9)$$

In einem solchen Potential sind  $R_c$  und  $v_0$  Konstanten. Sie werden von Ruzicka (2006) mit  $R_c = 12$  kpc und  $v_0 = \sqrt{2} \cdot 131.5$  km s<sup>-1</sup> gewählt. Durch die Variable  $q$  wird die Abflachung des Halos angegeben. Dieser Wert ist ebenfalls Teil der Parametersuche. Die Abbildung 3.6 zeigt die Verteilung der Dichte im logarithmischen Potential mit den obigen Werten und einer Abflachung von  $q = 0.8$ . Die Rotationskurve, die von einem solchen Potential erzeugt wird, ist in Abbildung 3.7 gezeigt. Die Kurve steigt innerhalb weniger Skalenradien beinahe auf die Geschwindigkeit  $v_0$  und verbleibt auf diesem Wert.

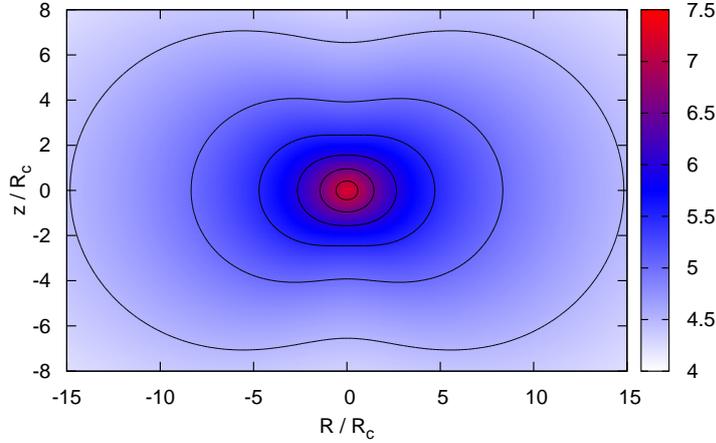


Abbildung 3.6: Dichteverteilung des logarithmischen Potentials. Aufgetragen ist der Radius in der Ebene  $R$  gegen den Abstand in  $z$ -Richtung in Einheiten des Core-Radius  $R_c = 12$  kpc. Die maximale Rotationsgeschwindigkeit ist  $v_0 = \sqrt{2} \cdot 131.5 \text{ km s}^{-1}$ . Das Potential weist eine Abflachung von  $q = 0.8$  auf. Der Farbgradient gibt den Logarithmus der Dichte wieder in  $M_\odot \text{ pc}^{-3}$ . Die Konturen zeigen Bereiche gleicher Dichte im Intervall  $[4.5, 7.0]$  mit einer Schrittweite von 0.5.

Die *restricted N-body*-Methode vernachlässigt prinzipiell die dynamische Reibung (siehe A.4). Die Energie, die bei diesem Effekt auf kleinere „Hintergrundobjekte“ übertragen wird, ist aber nicht unerheblich. So verliert zum Beispiel eine Zwerggalaxie oder auch ein Kugelsternhaufen an Drehimpuls, wenn sie sich durch den Dunklen Halo einer Galaxie bewegen. Soll nun dieser Einfluss bei einer Rechnung mit Testteilchen einkalkuliert werden, so muss eine zusätzliche Kraft in die Bewegungsgleichung miteinbezogen werden. Die beiden Bewegungsgleichungen für die LMC und die SMC lauten somit

$$\frac{d\mathbf{v}_{\text{LMC}}}{dt} = -(\nabla\Phi_{\text{L}} + \nabla\Phi_{\text{P}}^{\text{SMC}}) + \frac{\mathbf{F}_{\text{DF}}}{m_{\text{LMC}}} \text{ bzw.} \quad (3.10a)$$

$$\frac{d\mathbf{v}_{\text{SMC}}}{dt} = -(\nabla\Phi_{\text{L}} + \nabla\Phi_{\text{P}}^{\text{LMC}}) + \frac{\mathbf{F}_{\text{DF}}}{m_{\text{SMC}}}. \quad (3.10b)$$

Nachdem ein Satz von Parametern gewählt wurde, beginnt eine Rückwärtsintegration, um die Anfangspositionen und -geschwindigkeiten vor 4 Gyr zu bestimmen. Dabei müssen möglichst alle Effekte mit gegenteiligem Vorzeichen einberechnet werden. Von diesen Anfangswerten ausgehend beginnt die eigentliche Integration bis zum jetzigen Zeitpunkt  $T = 0$ . Am Ende dieser Integration wird die entstandene Situation mit den

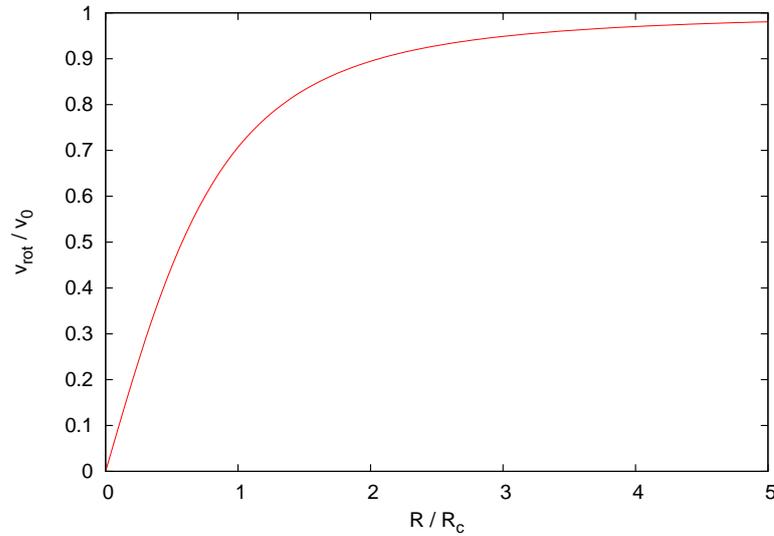


Abbildung 3.7: Rotationskurve, die von einem logarithmischen Potential erzeugt wird. Aufgetragen ist der Radius in der Ebene  $R$  in Einheiten von  $R_c$  gegen die Rotationsgeschwindigkeit in Einheiten von  $v_0$ .

Beobachtungen verglichen und über die Qualität der verwendeten Parameter entschieden. Der Parametersatz, mit dem die beste Übereinstimmung mit den Beobachtungen gefunden wurde, ist in der Tabelle 3.4 angegeben. Er dient neben den Orbitdaten dieses Modells als Referenz für meine Modelle für die selbstkonsistente Rechnung.

### 3.3.2 Modelle für die selbstkonsistente Simulation

Im Gegensatz zu einer Simulation mit masselosen Testteilchen wird bei einer selbstkonsistenten Rechnung die gravitative Wirkung zwischen den einzelnen Sternen nicht vernachlässigt. Das Potential liegt also nicht als analytische Funktion vor, sondern wird von der Massenverteilung selbst erzeugt. Da sich die Teilchen der verschiedenen Komponenten eines Modells im Fall einer *restricted N-body*-Rechnung nicht beeinflussen, können diese beliebig miteinander kombiniert werden, ohne dass sie Einfluss auf die Stabilität haben. Ruzicka konnte so problemlos eine exponentielle Scheibe mit einer Plummer-Sphäre kombinieren, um Modelle für die Magellanschen Wolken zu erhalten. Dagegen gilt für ein selbstkonsistentes Gleichgewichtsmodell, dass die Poisson-Gleichung für das kombinierte Potential der einzelnen Komponenten erfüllt sein muss. Eine Änderung der Massenverteilung innerhalb einer Komponente wirkt sich so auch immer auf die anderen Komponenten aus. Die Lösung der Poisson-Gleichung und die entsprechende Verteilung der Massen erfolgt in der Regel durch spezielle Programme.

Tabelle 3.4: Parameter des besten gefundenen Modells in Ruzicka (2006).

Parameter	Wert	Parameter	Wert
$\mathbf{r}_{\text{LMC}}$ [kpc]	$\begin{pmatrix} -1.26 \\ -40.50 \\ -26.87 \end{pmatrix}$	$\mathbf{r}_{\text{SMC}}$ [kpc]	$\begin{pmatrix} 13.16 \\ -34.26 \\ -39.77 \end{pmatrix}$
$\mathbf{v}_{\text{LMC}}$ [km s <sup>-1</sup> ]	$\begin{pmatrix} 44.0 \\ -169.9 \\ 146.7 \end{pmatrix}$	$\mathbf{v}_{\text{SMC}}$ [km s <sup>-1</sup> ]	$\begin{pmatrix} -37.2 \\ -60.2 \\ 204.3 \end{pmatrix}$
$m_{\text{LMC}} 10^9 M_{\odot}$	24.46	$m_{\text{SMC}} 10^9 M_{\odot}$	2.06
$r_{\text{LMC}}^{\text{disk}}$ kpc	9.62	$r_{\text{SMC}}^{\text{disk}}$ kpc	6.54
$\Theta_{\text{LMC}}^{\text{disk}}$	89°	$\Theta_{\text{SMC}}^{\text{disk}}$	274°
$\Phi_{\text{LMC}}^{\text{disk}}$	36°	$\Phi_{\text{SMC}}^{\text{disk}}$	229°
$q$	0.84		

Diese sind aber nur in kleiner Zahl verfügbar. Für die Modelle des Magellanschen Systems wird das in Abschnitt 3.1 beschriebene Programm KD95 verwendet.

Die Modelle für LMC und SMC verwenden das Standardmodell A aus Kuijken & Dubinski (1995) mit den entsprechenden Eingabeparametern aus der Tabelle 3.1. Das Modell A kann als Näherung die Massenverteilungen der beiden Galaxien einigermaßen gut reproduzieren. Die Milchstraße besitzt mit diesem Modell, verglichen mit dem in Ruzicka (2006) verwendeten logarithmischen Potential, zu wenig Masse. Weiters fällt die erzeugte Rotationskurve im äußeren Bereich der Galaxie relativ stark ab, während das logarithmische Potential eine Rotationskurve aufweist, die entfernt vom Zentrum gleichbleibend bei  $v_0$  verläuft (vgl. Abb. 3.2 mit Abb. 3.7). Das Standardmodell D aus Kuijken & Dubinski (1995) besitzt eine vergleichbare Gesamtmasse, wie eine Masseverteilung mit logarithmischen Potential bei einem *cutoff*-Radius von  $R_{\text{cut}} = 250$  kpc, der bei Ruzicka (2006) Anwendung findet. Die damit produzierte Rotationskurve entspricht sowohl den Beobachtungen der äußeren Bereiche der Milchstraße als auch der Rotationskurve des logarithmischen Potentials besser. Allerdings werden diese Vorteile relativ teuer erkauft. Bei Modell D wird ein Großteil der zur Verfügung stehenden Teilchen zur Repräsentation des Dunklen Halos aufgewendet. Aus diesem Grund steht man bei der Erstellung eines Modells für das Magellansche System vor folgendem Problem: Einerseits hätte man gerne Teilchen mit der gleichen Masse, um die Auswirkungen von *softening* und anderen Effekten, wie z. B. dynamischer Reibung, für alle Teilchen gleich zu halten. Auf der anderen Seite verhalten sich die dynamischen Massen der involvierten Galaxien ungefähr wie  $M_{\text{dyn}}^{\text{SMC}} : M_{\text{dyn}}^{\text{LMC}} : M_{\text{dyn}}^{\text{MW}} = 1 : 10 : 700$ , wenn die oben genannten Modelle und die entsprechenden Massen zur Anwendung kommen. Nimmt man für das gesamte System 1 Million Teilchen, so entfallen davon auf die

SMC weniger als 1500 Teilchen, welche sich wiederum in einen baryonischen Anteil und in den Dunklen Halo teilen. Letztlich bleiben so weniger als 300 Teilchen, um die baryonische Materie der SMC darzustellen. Dieser Wert ist eindeutig zu gering, um eine aussagekräftige Simulation durchzuführen. Als Ausweg bleibt nur die Verwendung unterschiedlicher Massen für die jeweiligen Galaxienteilchen. Wird die Masse der Milchstraße-Teilchen um einen Faktor 50 größer gewählt als jene der Magellanschen Wolken, so kann die Darstellung der sichtbaren Masse der SMC mit etwa 8000 Teilchen erfolgen. Um die Auswirkungen dieses Umstandes gering zu halten, werden unterschiedliche *softening*-Längen verwendet. Diese *softening*-Längen werden so adaptiert, dass der verwendete Wert der Ausdehnung einer Plummer-Sphäre entspricht, deren Gesamtmasse gleich der repräsentierten Masse eines Teilchens entspricht.

Zur Erstellung der Modelle werden also nicht wie in Abschnitt 3.2 die Parameter des KD95-Programms adaptiert, sondern die Standardparameter aus Tabelle 3.1 für das Modell A verwendet. Ausgehend von den Gesamtmassen aller in der Simulation berücksichtigten Galaxien wird die Gesamtzahl der benutzten Teilchen festgelegt. Damit ist die Masse, die ein Teilchen repräsentiert, vorgegeben. Im nächsten Schritt wird die Anzahl der Teilchen auf die einzelnen Galaxien entsprechend ihrer Masse verteilt, wobei der oben erwähnte Faktor für die Milchstraße Anwendung findet. Die Teilchenzahl pro Galaxie verteilt sich dann entsprechend der Masse der einzelnen Komponenten (Disk, Bulge, Halo) erneut. Eine typische Verteilung der Teilchen auf die verschiedenen Komponenten und deren Masse ist in Tabelle 3.5 als Beispiel aufgelistet. Die Parameter, die letztendlich zur Anwendung kommen, werden im Kapitel 5 zu jeder Simulation speziell angegeben.

Tabelle 3.5: Verteilung der Teilchen auf die einzelnen Komponenten des Modells des Magellanschen Systems

Galaxie	$N_{\text{total}}$	$N_{\text{disk}}$	$N_{\text{bulge}}$	$N_{\text{halo}}$	Masse pro Teilchen
LMC	422083	59134	28913	334036	$5.79 \times 10^4 M_{\odot}$
SMC	39297	5506	2692	31099	$5.79 \times 10^4 M_{\odot}$
MW	538620	15566	8079	514975	$2.90 \times 10^6 M_{\odot}$
Summe	1000000	80206	39684	880110	

Mit den ermittelten Teilchenzahlen wird das Programm KD95 gestartet, wobei eine eventuelle Abflachung des Halos berücksichtigt wird. Nach diesem Schritt hat man drei Modelle mit gleicher Masse aber unterschiedlichen Teilchenzahlen. Im nächsten Schritt erfolgt die Anpassung der Masse. Dazu werden die Massen der Teilchen mit einem geeigneten Faktor multipliziert. Um den Gleichgewichtszustand beizubehalten,

müssen die Radien bzw. Geschwindigkeiten ebenfalls geändert werden. Dies geschieht unter Einhaltung des sogenannten Virialgleichgewichts

$$v_{\text{rot}}^2 = \frac{GM}{r}, \quad (3.11)$$

welches in dieser Form für kugelsymmetrische Systeme gilt. In unserem Fall stellt diese Formel eine Näherung dar, da mit der Scheibe und gegebenenfalls dem Halo auch nicht sphärische Systeme transformiert werden. Da die von KD95 erzeugten Modelle in speziellen Systemeinheiten ausgegeben werden, muss noch eine Transformation in die Systemeinheiten der Simulation erfolgen, was ebenfalls mit Hilfe der Gleichung (3.11) geschieht. Die Lage der Magellanschen Wolken in Bezug auf die Milchstraße ist mit den beiden Winkeln  $\phi$  und  $\theta$  festgelegt, die mit der in Abbildung B.3 gezeigten Zählrichtung angewendet werden. LMC und SMC werden also jeweils einmal um die  $y$ - und  $z$ -Achse gedreht. Nach der Verschiebung der einzelnen Modelle an die richtige Anfangsposition werden diese in ein einziges Gesamtmodell des Systems zusammengefügt.

Durch die oben genannten Transformationen wird die Massenverteilung und damit die Form der Rotationskurven nicht verändert. Die Modelle der verschiedenen Galaxien weisen somit eine Rotationskurve auf, die in der Form jener in Abbildung 3.2 gleicht, allerdings ist die maximal erreichte Rotationsgeschwindigkeit unterschiedlich.

### 3.3.2.1 Stabilität

Um die Stabilität der Modelle zu überprüfen, wird eine gesonderte Rechnung durchgeführt. Dabei werden die Modelle isoliert betrachtet und 1 Gyr lang integriert. Da in diesem Fall keine äußeren Kräfte wirken, darf sich die Massenverteilung mit der Zeit nur marginal ändern, wenn sich die Galaxien annähernd in einem Gleichgewichtszustand befinden. Für nichtstabile Systeme hingegen erwartet man eine merkbare Abweichung von der Massenverteilung des Anfangsmodells. Die Überprüfung der Stabilität erfolgt durch das Berechnen der sogenannten Lagrange-Radien. Diese Radien sind als Radien eines sphärischen Volumens zu verstehen, innerhalb dessen sich ein bestimmter Anteil der Gesamtmasse befindet. Ändert sich die Massenverteilung eines Systems nicht, so bleiben auch diese Radien konstant. In der Abbildung 3.8 ist die Entwicklung dieser Lagrange-Radien mit der Zeit jeweils für die LMC und die SMC geplottet. Aus der Abbildung ist zu ersehen, dass die Lagrange-Radien der SMC ansteigen. Das würde prinzipiell darauf hindeuten, dass das Modell dieser Galaxie nicht stabil ist. Bei einer genaueren Untersuchung zeigt sich, dass das Modell selbst stabil bleibt allerdings kommt eine kleine Geschwindigkeitskomponente  $\mathbf{v}_{\text{err}}$  hinzu. Diese beträgt nach 1 Gyr

$$\mathbf{v}_{\text{err}}^{\text{SMC}} = \begin{pmatrix} 0.00 \\ -1.30 \\ 3.05 \end{pmatrix} \text{ km s}^{-1}$$

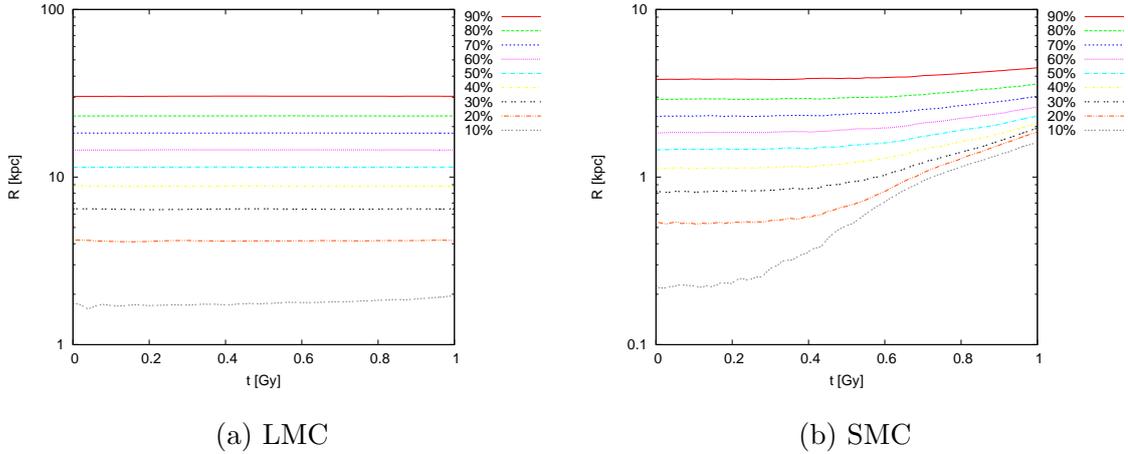


Abbildung 3.8: Lagrange-Radien der LMC- (Abb. a) und SMC- (Abb. b) Modelle. Die Abbildungen zeigen die Entwicklung der Lagrange-Radien innerhalb von 1 Gy. Geplottet wurden die entsprechenden Radien, innerhalb deren 10%, 20%, ... 90% der Gesamtmasse der Galaxie befinden, gegen die Zeit.

und liegt somit in der Größenordnung von 1% der Anfangsgeschwindigkeiten, die im gesamten Modell des Magellanschen Systems angenommen werden. Aus der Abbildung 3.9 ist ersichtlich, dass sowohl LMC und SMC stabil bleiben. Zum Erstellen dieser Kurven wurde das Koordinatensystem immer in den Massenschwerpunkt der Galaxien gelegt bevor die Lagrange-Radien berechnet wurden. Unter diesen Bedingungen kann keine Instabilität der Modelle festgestellt werden. Es stellt sich natürlich

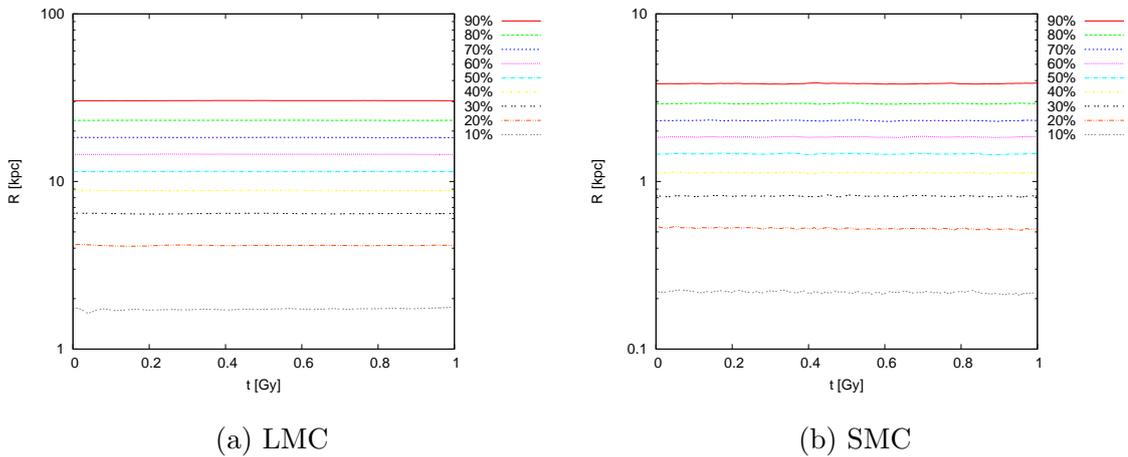


Abbildung 3.9: Lagrange-Radien der LMC- (Abb. a) und SMC- (Abb. b) Modelle. Die Abbildungen entsprechen prinzipiell jenen aus Abb. 3.8. Der Unterschied liegt darin, dass zur Berechnung das Koordinatensystem jeweils in den Massenschwerpunkt des Systems gelegt wurde.

die Frage, woher diese prinzipiell unerwünschte Geschwindigkeitskomponente kommt. Zur Skalierung der Radien und Geschwindigkeiten wurde die Gleichung (3.11) herangezogen. Diese gilt zwar für sphärische Systeme, nicht aber für ein stark abgeflachtes Gebilde, wie es die Scheibe darstellt. Wenn aber dieser Umstand für den Fehler verantwortlich ist, dann müsste der gleiche Effekt auch bei der LMC festgestellt werden können. Tatsächlich ist das auch der Fall. Der entsprechende Vektor der Geschwindigkeit lautet

$$\mathbf{v}_{\text{err}}^{\text{LMC}} = \begin{pmatrix} 1.38 \\ -0.29 \\ 0.97 \end{pmatrix} \text{ km s}^{-1}$$

und weist somit die gleiche Größenordnung auf. Allerdings kommt der Fehler bei der LMC nicht so stark zum Tragen, da das Verhältnis der Massen von Scheibe zu Halo wesentlich geringer ist als bei der SMC. Zusätzlich sind die betreffenden Radien beträchtlich größer. Hinzu kommt, dass sich in der Scheibe der LMC beinahe die 8-fache Anzahl von Teilchen verglichen mit der SMC befindet. Damit verteilen sich solche Ungenauigkeiten auf wesentlich mehr Teilchen.

Betrachtet man die Richtung des Geschwindigkeitsfehlers, so fällt auf, dass diese annähernd normal auf die Scheibe steht. Auch dieser Umstand spricht dafür, dass der Fehler durch das Anwenden der Gleichung (3.11) zustande kommt. In Abbildung 3.10 ist der Vektor der Geschwindigkeit in einen 3D-Plot der Scheibe eingezeichnet, um diesen Sachverhalt zu zeigen. Deutlich sichtbar ist auch, dass sich die Scheibe in einem kompakten Zustand befindet und keinerlei Anzeichen einer Instabilität zeigt.

Zusammenfassend bleibt zu sagen, dass der auftretende Fehler in der Geschwindigkeit einen unerwünschten Effekt darstellt, der sich durch die verwendete Vorgangsweise beim Skalieren der verschiedenen Größen einstellt. Sein Betrag ist aber hinreichend klein, um die Ergebnisse der Simulation nicht zu sehr zu verfälschen. Die wichtigere Forderung, nämlich die Stabilität der Galaxien, ist erfüllt. Damit können die Modelle für die Simulation des Magellanschen Systems herangezogen werden.

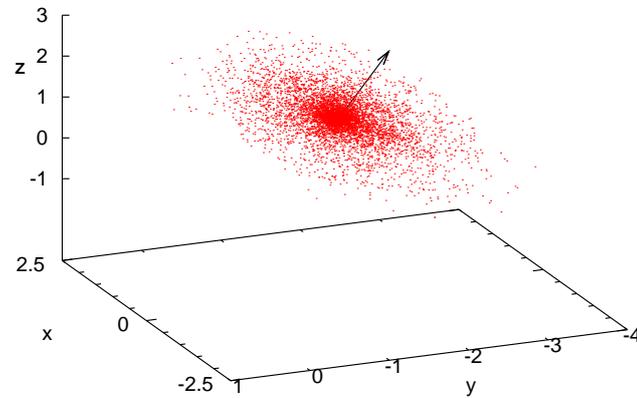


Abbildung 3.10: Scheibe der SMC nach Integration von 1 Gy. Eingezeichnet ist der Vektor des Geschwindigkeitsfehlers (stark vergrößert). Dieser steht annähernd normal auf die Scheibe. Andere Anzeichen von Instabilität sind nicht erkennbar.

# 4 Numerische Verfahren und technische Aspekte

Um den Aufbau und die Entwicklung des Universums an Hand theoretischer Modelle zu überprüfen, bedient sich die Astronomie verschiedener numerischer Verfahren. Die Verfahren unterscheiden sich im Wesentlichen durch die Art der untersuchten Objekte (z. B. Sterne, Gas), aber auch in der durch das Verfahren erreichten Genauigkeit. Höhere Genauigkeit bedeutet in diesem Zusammenhang entweder, dass ein Verfahren von sich aus den physikalischen Gegebenheiten besser entspricht oder dass eine Lösung durch ein bestimmtes Verfahren mit feineren Einzelschritten erzielt wird. In der Regel wird höhere Genauigkeit aber durch ein Mehr an Rechenaufwand „erkauft“.

Die in astronomischen Systemen, wie z. B. Galaxien oder Gruppen von solchen, dominierenden Kräfte sind in erster Linie Gravitation und Druckkräfte. Daneben spielen auch hydrodynamische Kräfte eine wichtige Rolle, wenn in den simulierten Systemen gasförmige Komponenten berücksichtigt werden sollen. Während Berechnungen zur Sternentstehung oder zur chemischen Entwicklung (z. B. Metallizität, Alter der Sterne) in einem System kaum ohne die Anwendung hydrodynamischer Gleichungen auskommen, reicht es für eine große Zahl von Simulationen, nur die gravitative Wechselwirkung einzubeziehen, um die dynamische Entwicklung aufzuzeigen.

## 4.1 Das $N$ -Körper-Problem

Die Kraft, die auf einen Körper ausgeübt wird, wenn er sich im Gravitationspotential von anderen Körpern bewegt, wird durch das Newtonsche Gravitationsgesetz festgelegt. Seine Bewegungsgleichung lautet in diesem Fall

$$\ddot{\mathbf{r}}_i = \frac{\mathbf{F}_i}{m_i} = \sum_{j \neq i} G m_j \frac{\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^3}. \quad (4.1)$$

Dabei gibt  $N$  die Anzahl aller involvierten Massen an, während mit  $m_i$  bzw.  $r_i$  die Masse bzw. die Position des  $i$ -ten Teilchens bezeichnet wird.  $G$  stellt in der Gleichung die Gravitationskonstante dar. Wie aus der Gleichung leicht ersichtlich ist, wird die Summe für jedes Teilchen  $N - 1$  mal durchlaufen. Bei einem gesamten Zeitschritt kann aber die Hälfte der Kraftauswertungen wieder verwendet werden, da man die Symmetrie  $F_{ij} = -F_{ji}$  ausnutzen kann. Somit müssen für eine komplette Kraftberechnung  $\frac{1}{2}N(N - 1)$

Kraftauswertungen durchgeführt werden. Für große Teilchenzahlen  $N \gg 1$  steigt der Aufwand der Kraftberechnung mit etwa  $N^2$ , skaliert also mit Ordnung  $\mathcal{O}(N^2)$ . Die Gravitation ist eine Zentralkraft, deren Betrag proportional zu  $1/r^2$  abfällt und somit (im Gegensatz zu Kräften mit exponentiellem Abfall) eine „unendliche“ Reichweite aufweist. Sie ist unabhängig von der Geschwindigkeit der Teilchen und wirkt immer anziehend, weswegen eine Abschirmung nicht erfolgen kann.

#### 4.1.1 $N=1$ : Das 1-Körper-Problem

Wirkt auf einen Körper in einem Inertialsystem keine externe Kraft, so bewegt er sich gemäß dem ersten Newtonschen Axiom gleichförmig oder verbleibt in Ruhe. Existiert dagegen eine externe Kraft auf das Objekt, so erfährt es nach dem zweiten Newtonschen Axiom eine Beschleunigung, die mit

$$\ddot{\mathbf{r}}_i = \frac{1}{m_i} \mathbf{F}_{\text{ext}}(\mathbf{r}_i, t) = -\nabla \Phi_{\text{ext}}(\mathbf{r}_i, t) \quad (4.2)$$

beschrieben wird. Die Beschleunigung hängt also nur von der Teilchenposition ab und kann somit direkt und schnell ermittelt werden, wenn das externe Potential bekannt ist. Dabei kann auch eine Zeitabhängigkeit des Potentials berücksichtigt werden. Die *restricted N-body*-Methode nutzt diesen Vorteil, indem sie ein Mehrkörperproblem auf mehrere 1-Körper-Probleme zurückführt.

#### 4.1.2 $N=2$ : Das Kepler-Problem

Für das Kepler-Problem existiert eine geschlossene Lösung, wenn man in das Schwerpunktsystem transformiert. Man berechnet in diesem Fall die Wirkung des zugehörigen Kepler-Potentials (siehe Gleichung (4.3)) auf ein fiktives Teilchen mit der reduzierten Masse  $\mu$  (siehe Gleichung (4.4)).

$$\Phi(r) = -\frac{GM}{r}, \quad (4.3)$$

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}. \quad (4.4)$$

Das Teilchen bewegt sich dann nach der Bewegungsgleichung

$$\ddot{\mathbf{r}}_i = F(r) \mathbf{e}_r, \quad (4.5)$$

wobei mit  $F(r)$  vereinfachend die Kraft pro Masse verwendet wird. Nimmt man den Drehimpuls  $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{v}$  des Teilchens und bildet die Zeitableitung, so ergibt sich

$$\frac{d}{dt} \left( \mathbf{r} \times \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right) = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \times \frac{d\mathbf{r}}{dt} + \mathbf{r} \times \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = F(r) \mathbf{r} \times \mathbf{e}_r = 0. \quad (4.6)$$

Der Drehimpuls  $\mathbf{L}$  stellt also in diesem Fall eine Erhaltungsgröße dar. Daraus folgt aber direkt, dass sich das reduzierte Teilchen in einer Bahnebene bewegt, die normal zum Drehimpulsvektor liegt. Es ist somit vorteilhaft, auf Polarkoordinaten zu wechseln, womit sich die Bewegungsgleichung (4.5) zu

$$\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 = F(r) \quad (4.7a)$$

$$2\dot{r}\dot{\varphi} + r\ddot{\varphi} = 0 \quad (4.7b)$$

ändert. Die Multiplikation von Gleichung (4.7b) mit  $r$  und eine anschließende Integration liefert

$$L = r^2\dot{\varphi}. \quad (4.8)$$

Damit ist es möglich, die Zeitableitungen durch Winkelableitungen zu ersetzen

$$\frac{d}{dt} = \frac{L}{r^2} \frac{d}{d\varphi}. \quad (4.9)$$

Die Bewegungsgleichung (4.7a) erhält dann die Form

$$\frac{L^2}{r^2} \frac{d}{d\varphi} \left( \frac{1}{r^2} \frac{dr}{d\varphi} \right) - \frac{L^2}{r^3} = F(r). \quad (4.10)$$

Mit der Substitution  $w = 1/r$  lässt sich die Kraft als

$$F(r) = -\frac{d\Phi}{dr} = w^2 \frac{d\Phi}{dw} \quad (4.11)$$

ausdrücken und die Gleichung (4.10) wird zu

$$\frac{d^2w}{d\varphi^2} + w + \frac{1}{L^2} \frac{d\Phi}{dw} = 0 \quad (4.12)$$

bzw. mit dem Kepler-Potential (4.3) zu

$$\frac{d^2w}{d\varphi^2} + w = \frac{GM}{L^2}. \quad (4.13)$$

Nach Lösen der letzten Differentialgleichung und Rücksubstitution von  $w$  ergeben sich die Kepler-Bahnen (Kegelschnitte)

$$r(\varphi) = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos(\varphi - \varphi_0)}, \quad (4.14)$$

wobei die große Halbachse  $a$ , die Exzentrizität  $e$  und der Winkel  $\varphi_0$  über die Anfangsbedingungen festgelegt sind. Mit dem Wert der Exzentrizität  $e$  ist der Bahntyp festgelegt. Die verschiedenen Möglichkeiten sind in Tabelle 4.1 angegeben.

Tabelle 4.1: Lösungen des Kepler-Problems. Gelistet sind die möglichen Bahntypen in Abhängigkeit von der Exzentrizität  $e$  bzw. der Energie  $E$ .

Exzentrizität	Energie	Bahntyp
0	$E < 0$	Kreisbahn (gebunden)
$0 < e < 1$	$E < 0$	Ellipse (gebunden)
1	$E = 0$	Parabel (ungebunden)
$e > 1$	$E > 0$	Hyperbel (ungebunden)

### 4.1.3 $N > 2$ : Das $N$ -body-Problem

Sind in einem System mehr als zwei Körper, die sich gegenseitig gravitativ beeinflussen, so existiert im Allgemeinen keine geschlossene Lösung der Bewegungsgleichungen. Die Bahnen verhalten sich in diesem Fall chaotisch, d. h. schon marginale Änderungen in den Anfangsbedingungen können beträchtliche Auswirkungen auf die zeitliche Entwicklung des Systems haben. Für den für Wechselwirkungen mit Doppelsternsystemen wichtigen Fall  $N = 3$  existieren analytische Lösungen nur noch in bestimmten Bereichen. Alle anderen Konfigurationen benötigen numerische Verfahren, um die Bahnen der Körper zu bestimmen.

Für die Lösung des allgemeinen  $N$ -Körper-Problems existieren mehrere verschiedene Verfahren, die in mehrere oder weniger Teilbereiche gegliedert werden können. Alle  $N$ -Körper-Verfahren beinhalten aber mindestens die zwei Aufgabenbereiche

- Kraft- oder Potentialbestimmung und
- Zeitintegration.

Die Bestimmung der Kraft auf ein Teilchen eines  $N$ -Körper-Systems hängt stark von der verwendeten numerischen Methode ab. So skaliert der dafür notwendige Aufwand bei sogenannten nicht-selbstkonsistenten Verfahren mit der Ordnung  $\mathcal{O}(N)$ . Bei selbstkonsistenten Verfahren mit direkter Summierung verändert sich der entsprechende Aufwand mit der Ordnung  $\mathcal{O}(N^2)$  (siehe Gleichung (4.1)). Im Allgemeinen stellt die Berechnung der Kräfte innerhalb eines astronomischen Systems den zeit- und rechenintensivsten Teil einer Simulation dar. Reale Konfigurationen, die im Fall von Galaxiensystemen oft mehrere  $10^{12}$  Einzelsterne beinhalten, werden so schnell nicht mehr handhabbar, wenn jeder Stern einzeln betrachtet werden soll. Für die Simulation von solchen Systemen müssen daher mehrere Sterne durch ein Teilchen im Modell repräsentiert werden. Dabei ist es keine Seltenheit, dass ein solches Teilchen einem Äquivalent von  $10^3$  -  $10^7$  realen Sternen entspricht.

#### 4.1.4 Nicht-selbstkonsistente Verfahren

Nicht-selbstkonsistente Verfahren (*restricted  $N$ -body-Verfahren*) verwenden zur Simulation von Mehr-Körper-Systemen sogenannte Testteilchen. Diese Testteilchen besitzen im Wesentlichen die gleichen Eigenschaften wie gewöhnliche Teilchen, haben aber keinen Einfluss auf das Potential. Damit gibt es auch keine Wechselwirkungen zwischen den einzelnen Teilchen und das  $N$ -Körper-Problem kann auf  $N$  1-Körper-Probleme zurückgeführt werden. Um die Bahn eines Teilchens in einem bestimmten Potential zu berechnen, muss dieses Potential schon im Vorfeld der jeweiligen Kraftauswertung bekannt sein. In sehr vielen Fällen wird dazu ein analytisch definiertes Potential herangezogen, welches sich entweder auf einer vorgegebenen Bahn bewegt oder dessen Bahn durch numerische Integration ermittelt wird. Der große Vorteil dieser Methode liegt in dem vergleichsweise geringen Aufwand, mit der die Kraftberechnung durchgeführt werden kann. Da es sich um  $N$  1-Körper-Probleme handelt, steigt der Rechenaufwand nicht mehr quadratisch mit der Anzahl der Teilchen sondern lediglich mit  $\mathcal{O}(NN_G)$ , wobei  $N_G$  die Anzahl der behandelten Galaxien angibt. Der Nachteil dabei ist, dass sämtliche Rückwirkungen der Sterne auf das Gesamtpotential vernachlässigt werden. So bleiben z. B. lokale Ansammlungen von Sternen ohne Auswirkung auf die Simulation. Dennoch werden mit dieser Methode relativ gute Ergebnisse erzielt, wenn es um die Simulation globaler Phänomene, wie z. B. Gezeitenarme geht. Der von Ruzicka (2006) benutzte Code verwendet dieses Verfahren. Ruzicka war somit in der Lage mehr als  $10^6$  verschiedene Modelle durchzurechnen, was nur auf Grund der hohen Geschwindigkeit des Codes möglich war. Im Vergleich mit selbstkonsistenten Rechnungen sind diese Methoden um Größenordnungen schneller.

#### 4.1.5 Selbstkonsistente Verfahren

Will man die Potentiale der Einzelmassen (Sterne) berücksichtigen, so muss ein sogenanntes selbstkonsistentes Verfahren eingesetzt werden. Wie schon erwähnt, kann bereits ein System mit mehr als zwei Teilchen im Allgemeinen nicht mehr analytisch berechnet werden. Im einfachsten Fall wendet man die Methode der direkten Summierung an, bei welcher die in Gleichung (4.1) angegebene Summe  $\frac{1}{2}N(N-1)$ -mal durchlaufen werden muss. Dieses Verfahren ist relativ einfach zu implementieren, stößt jedoch wegen seiner  $\mathcal{O}(N^2)$ -Abhängigkeit der Kraftberechnung schon bei Systemen mit mittleren Teilchenzahlen an seine Grenzen. Eine Simulation eines größeren Systems ist mit diesem Verfahren auch mit leistungstarken Rechenanlagen nicht mehr in annehmbarer Zeit zu bewerkstelligen. Um die rechenintensive Kraftauswertung zu beschleunigen, existiert eine Reihe verschiedener Verfahren. Prinzipiell unterscheidet man direkte und indirekte Methoden.

### 4.1.5.1 Direkte Verfahren

Bei dieser Herangehensweise werden die Potentiale der Einzelmassen direkt ausgewertet und so die Gesamtwirkung auf ein bestimmtes Teilchen aufsummiert. Zur Beschleunigung der Kraftauswertung kann z. B. spezielle Hardware wie die GRAPE-6A-Karten (Fukushige et al., 2005) eingesetzt werden. Diese Boards haben das Newtonsche Gravitationsgesetz per Hardware implementiert, was einen immensen Geschwindigkeitsvorteil gegenüber herkömmlichen Berechnungsarten bringt. Zusätzlich erfolgt die Berechnung der Kraft und anderer wichtiger physikalischer Größen, wie z. B. die Ableitung der Kraft oder das gravitative Potential, auf mehreren speziellen Prozessoren parallel. So schafft ein einziges GRAPE-6A-Board eine maximale Leistung von 130 Gflops<sup>1</sup>. Die eigentliche Integration wird dabei nach wie vor auf dem Host-Rechner durchgeführt, während die Kraftberechnung durch direkte Summierung in *double precision* auf der Karte erfolgt. Das Institut für Astronomie Wien besitzt im Moment insgesamt 10 solcher Karten, die bei Bedarf parallel geschaltet werden können. Somit steht eine theoretische Leistung von 1.3 Tflops<sup>1</sup> zur Verfügung. Diese Karten werden in relativ geringen Stückzahlen produziert, da sich ihr Anwendungsgebiet fast ausschließlich auf die Astronomie beschränkt, weshalb sie sehr kostenintensiv in der Anschaffung sind. Daneben setzt sich zur Zeit die Verwendung von Grafikkchips zur Berechnung von wissenschaftlichen Problemen immer mehr durch. Diese Grafikkarten (und davon abgeleitete Hardware wie die sogenannten TESLA-Boards<sup>2</sup>) sind vergleichsweise günstig und bieten pro Karte mehrere hundert Prozessoren (*slots*), die die Berechnungen parallel durchführen können. Solche Karten erreichen im Moment bis zu 500 Gflops und werden rasant weiterentwickelt. Allerdings ist zum heutigen Zeitpunkt nur ein Teil der verfügbaren Prozessoren für *double precision*<sup>3</sup> ausgelegt. Der Großteil der Recheneinheiten einer Karte rechnet mit einfacher Genauigkeit. Der Befehlssatz dieser Grafik-Recheneinheiten ist nicht so umfangreich wie jener von herkömmlichen CPUs und eher darauf ausgelegt, die gleiche Berechnung für eine Vielzahl von Daten durchzuführen (*single instruction, multiple data* (SIMD)-Prozessoren). Die Karten sind also die Flexibilität betreffend zwischen den GRAPE-Boards und „normalen“ Rechnern angesiedelt. Sowohl die GRAPE-6A- als auch die Grafikkarten werden mittels spezieller Programmbibliotheken programmiert, wobei maximaler Geschwindigkeitsgewinn besonders im Fall der Grafikkarten erst durch geeignete Optimierung erzielt wird.

Ein anderer Ansatz zur Beschleunigung der Kraftberechnung berücksichtigt die Tatsache, dass weit entfernte Teilchen weniger zur Gesamtkraft auf einen Körper beitragen als nähere. In sogenannten *tree codes* wird das Simulationsvolumen in einen

---

<sup>1</sup>*floating point operations per second* (flops) gibt die Anzahl der möglichen Fließkommaberechnungen pro Sekunde an, wobei mit Gflops (Gigaflops) 1 Milliarde und mit Tflops (Teraflops) 1 Billion dieser Operationen pro Sekunde gemeint sind.

<sup>2</sup>Genauerer zu diesen Karten findet man auf der Homepage des Herstellers NVIDIA®.

<sup>3</sup>*Double precision* bezeichnet die in heutigen Rechnungen zumeist verwendete Genauigkeit. Dafür wird eine Gleitkommazahl in der Regel in 64 Bit gespeichert.

Würfel gepackt, der rekursiv in Unterbereiche geteilt wird. Jeder Bereich wird solange unterteilt, sodass sich in den kleinsten Teilbereichen jeweils nur mehr ein Teilchen befindet. Bereiche, in denen sich kein Teilchen aufhält werden weg gelassen. Die entstehende Struktur nennt man *octree*. Das Schema eines *octree* ist in Abbildung 4.1 ersichtlich. Die Verwendung dieses Verfahrens in dieser Form wurde von Barnes &

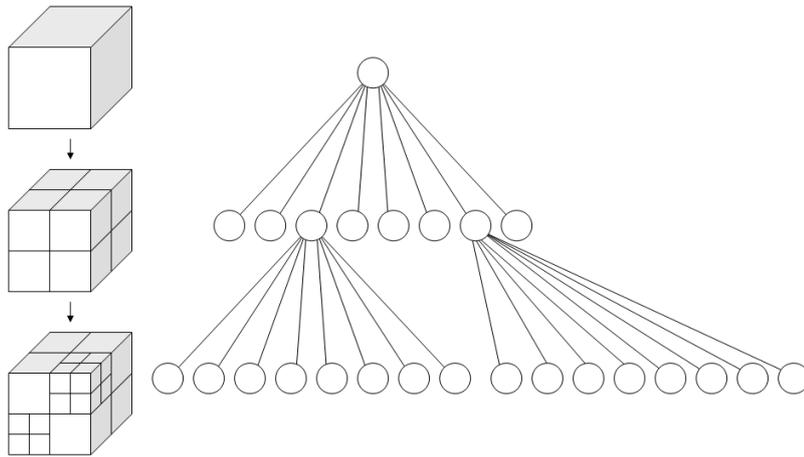


Abbildung 4.1: Prinzip eines *octrees*. Links wird die Unterteilung eines würfelförmigen Volumens gezeigt, rechts der resultierende *octree* (Quelle: Wikipedia, 2006)).

Hut (1986) eingeführt, weshalb sehr oft die Bezeichnung *Barnes-Hut tree code* benutzt wird. Neben der Gruppierung der Teilchen in einem *octree* existieren auch andere Verfahren, die die Einteilung in alternativen Baumstrukturen vornehmen. Auf Verfahren, die etwa einen binären Baum oder *nearest-neighbour pairings* zur Unterteilung verwenden, wird hier aber nicht weiter eingegangen. Die Zellen einer weit entfernten Region gehen als Ganzes in die Kraftberechnung ein, wobei über die Eigenschaften der beinhalteten Teilchen gemittelt (Schwerpunktposition) bzw. aufsummiert (Gesamtmasse) wird. Die Kraft, die von einer Zelle auf ein Teilchen wirkt, wird in der Regel durch eine Multipolentwicklung ermittelt, wobei je nach verwendetem Code Momente unterschiedlich hoher Ordnung verwendet werden.

Von großer Bedeutung für die Methode ist die Entscheidung, ob die Betrachtung eines Teilvolumens für die erforderliche Genauigkeit ausreichend ist oder ob dieses Teilvolumen „geöffnet“ werden muss, um kleinere Zellen (oder einzelne Teilchen) in die Berechnung einzubeziehen. Das Entscheidungskriterium ist der sogenannte Öffnungswinkel  $\Theta$ , welcher im einfachsten Fall als

$$\Theta = \frac{l}{r} \quad (4.15)$$

definiert ist, wobei  $l$  die Ausdehnung der betreffende Zelle und  $r$  den Abstand der Zelle vom Teilchen, für das die Kraft berechnet wird, angibt. Wird ein gewisser Öffnungswinkel

winkel überschritten, so muss die Zelle geöffnet werden. Für nahe Teilchen kommt es so wieder zur direkten Summierung der Kräfte. Die Wahl eines kleinen Öffnungskriteriums verbessert auf der einen Seite die Genauigkeit, verschlechtert aber auf der anderen die Performance des Codes. Üblicherweise wird  $\Theta$  im Bereich  $[0.7, 1]$  gewählt. Damit skaliert der Berechnungsaufwand mit der Ordnung  $\mathcal{O}(N \log N)$  und der typische Fehler in der Kraft liegt im Bereich von 1% (Barnes & Hut, 1989). Neben dem in Gleichung (4.15) genannten rein geometrischen Öffnungskriterium gibt es auch noch andere, die die dynamische Situation in der Simulation berücksichtigen. Im Simulationscode Gadget2 wird z. B. eine Zelle mit der Masse  $M$ , der Ausdehnung  $l$  und der Entfernung  $r$  zur Berechnung herangezogen, wenn

$$\frac{GM}{r^2} \left(\frac{l}{r}\right)^2 \leq \alpha |a| \quad (4.16)$$

gilt, wobei  $|a|$  die im letzten Zeitschritt errechnete Gesamtbeschleunigung und  $\alpha$  einen Toleranzparameter bezeichnet. Mit diesem Kriterium ist es möglich, bei vergleichbarem Berechnungsaufwand eine höhere Genauigkeit als mit dem in Gleichung (4.15) genannten zu erlangen (Springel, 2005). Prinzipiell muss in Zusammenhang mit *tree codes* erwähnt werden, dass die Erstellung und das Durchlaufen des *octree* einen nicht unerheblichen Berechnungsaufwand darstellen. Damit ist die direkte Summierung für Simulationen mit kleinen Teilchenzahlen  $N$  schneller als ein *tree code*. Erst wenn Teilchenzahlen von  $10^2.5$  bis  $10^3.5$  überschritten werden, ist die Verwendung eines *tree code* von Vorteil (Barnes & Hut, 1989).

#### 4.1.5.2 Indirekte Verfahren

Im Gegensatz zu den direkten Verfahren wird bei den indirekten Verfahren nicht über die Teilchen summiert. Die Kraft auf ein Teilchen wird bestimmt, indem zuerst eine Dichteverteilung errechnet wird, aus der man durch Lösen der Poisson-Gleichung das Potential erhält. Dieses Potential resultiert in einer bestimmten Kraft auf das Teilchen. Zur Bestimmung der Dichteverteilung unterteilt man den Simulationsraum mit einem Gitter (*mesh*) und ermittelt die Dichte in jeder Zelle. Dabei werden die Teilchen als Punktmassen betrachtet (*nearest grid point* (NGP)-Schema), wodurch ihre gesamte Masse jener Zelle zugerechnet wird, in der sie sich befinden. Beim *cloud in cell* (CIC)-Schema besitzen die Teilchen dagegen ein ausgedehntes Volumen und können so einen Beitrag zu verschiedenen Zellen liefern. Wegen der Berechnung der Wechselwirkung zwischen den Zellen des Gitters und den Teilchen werden Codes, die diese Methode anwenden, *particle mesh* (PM)-Codes genannt. Ist die Dichteverteilung bestimmt, kann die Poisson-Gleichung im Fourier-Raum gelöst und anschließend rücktransformiert werden. Die Transformationen erfolgen in den meisten Codes mittels *fast fourier transformation* (FFT). Durch die Verwendung dieser schnellen Transformationen (oft in Verbindung mit der sogenannten Multipol-Entwicklung) und auf Grund der Tatsache, dass es in der Regel wesentlich weniger Zellen als Teilchen gibt, gehören

indirekte Verfahren zu den schnellsten, wenn es um die Berechnung des gravitativen Kraftfeldes geht. Allerdings zeigt es sich, dass diese Methode die Kraft für Abstände unter ein bis zwei Gitterzellenlängen stark unterschätzt. Aus diesem Grund eignet sich das PM-Verfahren nicht für hochauflösende Simulationen. Um diesem Umstand entgegen zu wirken verwenden manche Codes ein adaptives Gitter, dessen Zellengröße vom Potential abhängt. Damit lässt sich der resultierende Fehler maßgeblich verkleinern, allerdings ist auch der Aufwand für die Erstellung und Berechnung der Gitterdaten wesentlich größer. Ein anderes Konzept, um den Fehler gering zu halten, benutzt für nahe Teilchen die Methode der direkten Summierung.

## 4.2 Softening

Ein Problem, das offensichtlich wird, wenn man die Gleichung (4.1) betrachtet, ist die Divergenz beim Abstand zweier Teilchen 0, also wenn  $r_i \rightarrow r_j$ . Die Kraft wird schon bei sehr kleinen Abständen unphysikalisch groß, wodurch es dazu kommen kann, dass betreffende Teilchen weggeschleudert werden. Derselbe Effekt kann auch bei indirekten Methoden auftreten. Um diese Divergenz zu verhindern, ersetzt man die Gleichung (4.1) durch

$$\ddot{\mathbf{r}}_i = \sum_{j \neq i} Gm_j S_F(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \frac{\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|}. \quad (4.17)$$

Diese Gleichung unterscheidet sich von (4.1) nur darin, dass ein Faktor  $r^{-2}$  durch den *force softening kernel*  $S_F(r)$  ersetzt wurde, wobei  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i$  gilt.  $S_F(r)$  ist eine Funktion, die gegen  $r^{-2}$  geht, wenn ihr Argument größer als eine gewisse *softening-Länge*  $\epsilon$  ist. Für Argumente kleiner als  $\epsilon$  soll die Funktion  $S_F(r)$  stetig gegen 0 laufen. Die Gleichung (4.17) weist folgende Eigenschaften auf:

- Die Kraft, die von einem Teilchen  $j$  auf ein Teilchen  $i$  ausgeübt wird, ist gleich der Kraft, die von  $i$  auf  $j$  wirkt. Newtons drittes Gesetz ist somit erfüllt.
- Die Kraft wirkt entlang der Verbindungslinie zwischen zwei Teilchen.
- Für große Abstände geht die Kraft gegen die übliche Gravitationskraft.
- Die Kraft zwischen zwei Teilchen am selben Ort ist gleich 0.

$S_F(r)$  ist die Ableitung einer Funktion  $S(r)$  (*softening kernel*), die in der Gleichung für das Potential am Ort von Teilchen  $i$

$$\Phi_i = \Phi(\mathbf{r}_i) = \sum_{j \neq i} Gm_j S(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (4.18)$$

auftaucht. Durch das Implementieren von *softening* wirkt die Masse eines Teilchens über ein bestimmtes Volumen verteilt. Die Wahl des *softening kernel* stellt einen

Kompromiss zwischen der maximalen Glättung des Kraftfeldes und der minimalen Einschränkung der räumlichen Auflösung dar. Prinzipiell wäre ein Simulationscode wünschenswert, der die *softening*-Länge anpasst, sobald sich ein Teilchen von einem Bereich hoher Dichte in einen Bereich mit niedrigerer Dichte bewegt. In der Praxis verwenden die meisten Codes ein fixiertes *softening*, da es bei einem variablen *softening* schwierig ist, die Energieerhaltung zu gewährleisten.

#### 4.2.1 Erwünschte Eigenschaften eines *softening kernels*

Folgende Eigenschaften sollten von einem guten *softening kernel*  $S(r)$  erfüllt werden:

1. Um künstliches Rauschen auf kleinen Skalen zu verhindern, muss die Kraft überall stetig sein. Dazu benötigt der *kernel* eine harmonische Funktion mit der ersten Ableitung  $S'(r) \propto r$  für  $r \ll \epsilon$ . Prinzipiell kann auch eine super-harmonische Funktion mit  $S'(r) \propto r^n$  mit  $n > 1$  verwendet werden, führt aber zu einem größeren Bias<sup>4</sup> in der Kraftberechnung.
2. Um das Newtonsche Gravitationsgesetz unter der zuvor genannten Eigenschaft möglichst gut zu erfüllen, muss der Bias<sup>4</sup> der Kraft so klein wie möglich gehalten werden. Somit sollte der *kernel* kompakt sein. Noch besser wäre  $S(r) \propto r^{-1}$  für  $r > r_0$ , wobei  $r_0$  von  $\mathcal{O}(1)$  ist.
3. Um eine genaue Integration der Bewegungsgleichungen zu erleichtern, sollte der *kernel* nicht nur stetige Kräfte erzeugen, sondern auch stetige erste und zweite Kraftableitungen.
4. Der *kernel* und seine Ableitungen sollten leicht auswertbar sein.
5. Der *kernel* sollte einen möglichst kleinen *mittleren integrierten quadratischen Fehler* (MISE)<sup>5</sup> in der Kraft erzeugen.

#### 4.2.2 Plummer-*softening*

In vielen Fällen wird die Form

$$S(r) = -\frac{1}{\sqrt{r^2 + \epsilon^2}} \quad (4.19)$$

---

<sup>4</sup>Der Bias einer Größe  $\hat{a}$  ist definiert als  $\text{bias}_x(\hat{a}) = \langle \hat{a}(\mathbf{x}) \rangle - a(\mathbf{x})$ , wobei  $\hat{a}$  den berechneten Wert der Größe  $a$  darstellt und  $\langle \rangle$  den Mittelwert einer Größe bezeichnet.

<sup>5</sup>Der mittlere integrierte quadratische Fehler (MISE) ist definiert als

$$\text{MISE}(\hat{a}) = M^{-1} \int d^3\mathbf{x} \rho(\mathbf{x}) \langle [\hat{a}(\mathbf{x}) - a(\mathbf{x})]^2 \rangle,$$

wobei über den gesamten Raum des stellaren Systems integriert wird.

als *softening kernel* verwendet und ist als Plummer-*softening* bekannt. Das Potential eines Teilchens entspricht dann dem einer Plummer-Sphäre mit dem Skalenradius  $\epsilon$ . Die Wahl eines Plummer-*softening* stellt sich als nicht optimal heraus. Bereits Punkt 2 der unter Abschnitt 4.2.1 genannten Eigenschaften trifft nicht mehr zu. Dieser *kernel* ist nicht kompakt und produziert einen großen Bias. Damit wird die Gravitation nicht nur bei kleinen Abständen verändert sondern auf allen Skalen (Dehnen, 2001).

### 4.2.3 Alternative *softening*-Funktionen

Prinzipiell kann für den *softening kernel* jede Funktion verwendet werden, die die in Abschnitt 4.2 angeführten Eigenschaften erfüllt. Eine Funktion für  $S(r)$ , die einige Nachteile des Plummer-*softening* verbessert, stellt

$$S(r) = -\frac{r^2 + \frac{3}{2}\epsilon^2}{(r^2 + \epsilon^2)^{3/2}} \quad (4.20)$$

dar. Damit wirkt das Potential eines Teilchens wie das einer Sphäre mit Radius  $\epsilon$ , in der die Dichte proportional zu  $(r^2 + \epsilon^2)^{-7/2}$  verläuft. Die Dichte fällt somit wesentlich schneller ab als bei einem Plummer-*softening*.

Neben *softening kernel*, die aus einer analytischen Funktion bestehen, existiert auch eine Reihe von sogenannten *spline kernel*. Diese setzen sich aus mehreren Funktionen (*splines*) zusammen, welche für unterschiedliche Abstände  $r$  gelten. Damit ist es möglich, die unter 4.2.1 genannten Anforderungen zu erfüllen. Im Simulationscode Gadget2 wird z. B. der *kernel*, der schon für den Hydrodynamik-Teil Verwendung findet, auch als *softening kernel* für die Gravitation verwendet. Seine Formulierung lautet

$$W(r, h) = \frac{8}{\pi h^3} \begin{cases} 1 - 6 \left(\frac{r}{h}\right)^2 + 6 \left(\frac{r}{h}\right)^3, & 0 \leq \frac{r}{h} \leq \frac{1}{2}, \\ 2 \left(1 - \frac{r}{h}\right)^3, & \frac{1}{2} < \frac{r}{h} \leq 1, \\ 0, & \frac{r}{h} > 1, \end{cases} \quad (4.21)$$

wobei der *softening kernel* mit

$$S(r) = W(r, 2.8\epsilon) \quad (4.22)$$

implementiert wurde. Mit dieser Wahl ist das Gravitationspotential eines Teilchens im Koordinatenursprung  $\Phi = -Gm/\epsilon$  und entspricht einer Plummer-Sphäre mit Radius  $\epsilon$ .

Eine ausführliche Abhandlung zur Wahl des optimalen *softening* findet sich in Dehnen (2001), wo auch die Vor- und Nachteile verschiedener *softening kernel* diskutiert werden. Die Verläufe von Potential und Kraft mit den beiden oben genannten *softening*-Methoden im Vergleich zum Verlauf ohne *softening* sind in Abbildung 4.2 gezeigt.

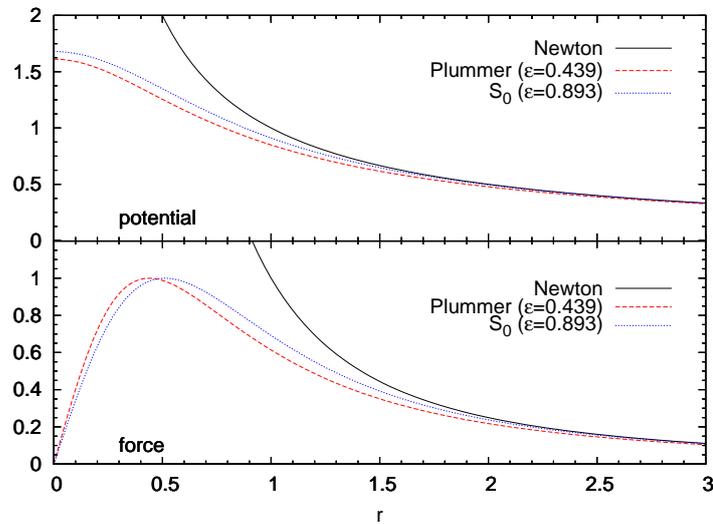


Abbildung 4.2: Verlauf von Potential und Kraft ohne *softening* (Newton), mit Plummer-*softening* (Plummer) und mit einem *softening kernel* mit einer Form, wie in Gleichung (4.20) angegeben ( $S_0$ ). Die *softening*-Länge  $\epsilon$  ist so gewählt, dass sich die maximale Kraft zu 1 ergibt.

### 4.3 Geschwindigkeitsoptimierung selbstkonsistenter Verfahren

Wie schon erwähnt, besteht der rechenintensivste Teil einer Simulation in der Bestimmung der Kraft auf ein Teilchen. Die Konzepte zur Geschwindigkeitsoptimierung von selbstkonsistenten *N-body*-Verfahren zielen daher oft darauf ab, die Zahl der notwendigen Kraftauswertungen zu verringern. Andere Methoden versuchen die Arbeit auf mehrere Prozessoren aufzuteilen. Im Folgenden werden oft angewendete Konzepte zur Geschwindigkeitsoptimierung vorgestellt, die in aktuellen *N-body*-Integratoren entweder einzeln oder in Kombination Verwendung finden. Im Allgemeinen gilt, dass Optimierungen erst ab gewissen Teilchenzahlen sinnvoll sind. Ist die Teilchenzahl zu gering, so haben die meisten Konzepte zur Optimierung den gegenteiligen Effekt, nämlich eine Verringerung der Integrationsgeschwindigkeit.

#### 4.3.1 Adaptive Schrittweite, Mehrzeitschritt-Verfahren

In astronomischen Simulationen ist die Masse in der Regel nicht homogen verteilt. Neben Bereichen mit hoher Dichte existieren Regionen, wo die Dichte wesentlich geringer ist. Bewegt sich ein Teilchen durch so einen Bereich geringer Dichte, wirkt nur das Potential weniger naher Körper. Der Großteil der anderen Teilchen ist weit entfernt. Ein

weit entferntes Teilchen hat einen weit geringeren Einfluss auf das auf ein Teilchen wirkende Gesamtpotential als ein nahes Teilchen. Für ein Objekt in einem Bereich geringerer Dichte kann also ein größerer Zeitschritt verwendet werden, ohne die Qualität der Simulation nennenswert zu beeinflussen. Sogenannte Mehrzeitschritt-Verfahren nutzen diesen Umstand und verwenden verschiedene Zeitschritte für Teilchen in Bereichen unterschiedlicher Dichte und senken so die Anzahl der notwendigen Kraftauswertungen. Dabei muss jedoch sichergestellt werden, dass sich die Teilchen immer wieder „synchronisieren“, d. h. dass alle Teilchen nach einer gewissen (unterschiedlichen) Anzahl von Zeitschritten wieder an der gleichen Simulationszeit ankommen. Dies wird in der Regel dadurch erreicht, dass größere Zeitschritte immer ein Vielfaches des kleinsten Zeitschrittes darstellen. Unglücklicherweise geht die Symplektizität eines Integrators (siehe Abschnitt A.5), sofern sie überhaupt vorhanden ist, durch die Implementierung unterschiedlicher Zeitschritte verloren. Durch die Wahl eines geeigneten Konzepts kann aber erreicht werden, dass die Abweichung von der Symplektizität nur gering ausfällt. Man spricht in diesem Fall von quasi-symplektischen Integratoren.

#### 4.3.2 *Short-range force vs. long-range force*

Nahe Teilchen haben, wie schon erwähnt, einen größeren Einfluss auf die Gesamtkraft auf ein bestimmtes Teilchen als weit entfernte. Hochoptimierte Simulationscodes berechnen daher den Kraftbeitrag weit entfernter Teilchen (*long-range force*) mit schnelleren Methoden als den Beitrag, der von den nahen Teilchen (*short-range force*) stammt. Im Prinzip wird dieses Konzept schon von den *tree codes* angewandt (siehe Abschnitt 4.1.5.1). Moderne *N-body*-Integratoren gehen aber noch einen Schritt weiter. Sie verwenden zur Berechnung der *long-range force* schnelle indirekte Verfahren wie z. B. die *particle mesh*-Methode (siehe Abschnitt 4.1.5.2), während die *short-range force* mittels *tree code* ermittelt wird. Der größere Fehler, der durch die indirekte Methode eingebracht wird, wirkt sich auf den Fehler der Gesamtkraft auf ein Teilchen wegen des größeren Abstandes nur wenig aus.

#### 4.3.3 Parallelisierung

Unter Parallelisierung versteht man die Aufteilung rechenintensiver Aufgaben auf mehrere Recheneinheiten. Parallelrechenanlagen waren bis vor kurzem eher selten und auf Grund ihres hohen Preises fast ausschließlich spezialisierten Bereichen, wie z. B. der wissenschaftlichen Forschung, vorenthalten. Heutzutage besitzen jedoch die meisten PCs bereits Prozessoren mit zwei oder mehr Rechenkernen. Moderne Großrechenanlagen (Computercluster), wie z. B. der Vienna Astro Cluster (VAC) des Instituts für Astronomie Wien bestehen aus einzelnen Rechnern (Knoten) mit jeweils zwei Prozessoren, wobei jeder dieser Prozessoren über vier Kerne verfügt. Insgesamt können maximal 44 Knoten zusammengeschaltet werden. Nicht jedes Problem lässt sich parallelisieren. Besteht zwischen den Daten eine Abhängigkeit, so kann zumindest dieser

Teil nicht parallelisiert werden. Das *N-body*-Problem eignet sich jedoch sehr gut für eine Aufteilung auf mehrere Recheneinheiten.

Prinzipiell unterscheidet man zwei verschiedene Strategien zur Parallelisierung, die von der verfügbaren Hardware abhängen. Verfügen die einzelnen Recheneinheiten über einen gemeinsamen Hauptspeicher (*shared-memory*-Maschinen), so ist das sogenannte *multi-threading* die beste Parallelisierungsstrategie. Mehrkern-Systeme sind typische Vertreter dieser *shared-memory*-Maschinen. Bei diesen Systemen wird auf *thread*-Ebene parallelisiert. Zum Beispiel kann so die Abarbeitung einer *for*-Schleife auf mehrere *threads* bzw. Prozessoren aufgeteilt werden. *Shared-memory*-Maschinen zeichnen sich durch einen schnellen Zugriff auf die Daten und einen verhältnismäßig geringen *overhead* aus. Allerdings ist die Zahl der kombinierbaren Recheneinheiten technisch stark begrenzt. Die zweite Strategie zielt auf Systeme mit verteiltem Hauptspeicher (*distributed-memory*-Maschinen) ab. Bei solchen Systemen steht jeder Recheneinheit ihr eigener Speicher zur Verfügung. Der Austausch der Daten erfolgt über ein sogenanntes *message passing interface*, das dazu Netzwerkverbindungen benutzt. Der Vorteil dieser Rechenanlagen ist, dass eine (beinahe) unbegrenzte Zahl an Recheneinheiten miteinander verbunden werden kann. Durch den Austausch der Daten über ein Netzwerk kann es aber sehr leicht zu einem „Flaschenhals“ kommen, der die Vorteile der Parallelisierung zunichte macht. Daher ist es von großer Bedeutung, die einzelnen Recheneinheiten mit schnellen Netzwerkverbindungen (z. B. Infiniband) auszustatten. Moderne Computercluster stellen heutzutage meist eine Kombination von einzelnen Mehrkern-Systemen (*shared-memory*-Maschinen) zu einem Cluster (*distributed-memory*-Maschinen) dar. Aus diesem Grund wäre auch eine Kombination der beiden Parallelisierungsstrategien notwendig, um solche Systeme optimal auszunutzen. In der Realität entscheidet man sich meist für eine einzige Strategie, um den Aufwand der Planung und Programmierung gering zu halten, obwohl auch Codes existieren, die beide Methoden implementieren (Muthsam et al., 2009).

In der Regel ist es nicht allzu schwierig, ein parallelisierbares Problem prinzipiell auf mehrere Recheneinheiten zu verteilen. Die optimale Verteilung der Aufgaben stellt aber im Allgemeinen eine große Herausforderung dar. Ein Problem, das durch Parallelisierung aufgeworfen wird, ist die optimale Lastverteilung. Eine schlechte Lastverteilung kann den Aufwand der Parallelisierung zu einem großen Teil zunichte machen, wenn z. B. alle Recheneinheiten auf eine Einzige warten müssen, bis diese ihre Aufgaben erledigt hat.

Bei der Benutzung paralleler Codes muss über die Anzahl der zu verwendenden Recheneinheiten entschieden werden. Nach dem Amdahlschen Gesetz kann ein Programm nie vollständig parallelisiert werden, da bestimmte Prozesse nur einmalig auf einem Prozessor ablaufen. Die Verwendung von zuvielen Prozessoren bringt dann keinen weiteren Geschwindigkeitsvorteil mehr und kann im schlechtesten Fall sogar

zu einer Verringerung der Geschwindigkeit gegenüber dem optimalen Fall führen. Das Amdahlsche Gesetz lautet

$$S = \frac{1}{(1 - P) + o(N) + \frac{P}{N}} \leq \frac{1}{1 - P}, \quad (4.23)$$

wobei  $S$  den *speedup*,  $P$  den parallelisierbaren Anteil des Programms und  $o(N)$  den hinzukommenden *overhead* pro Prozessor bezeichnet. Der Verlauf dieses Gesetzes ist in Abbildung 4.3 gezeigt.

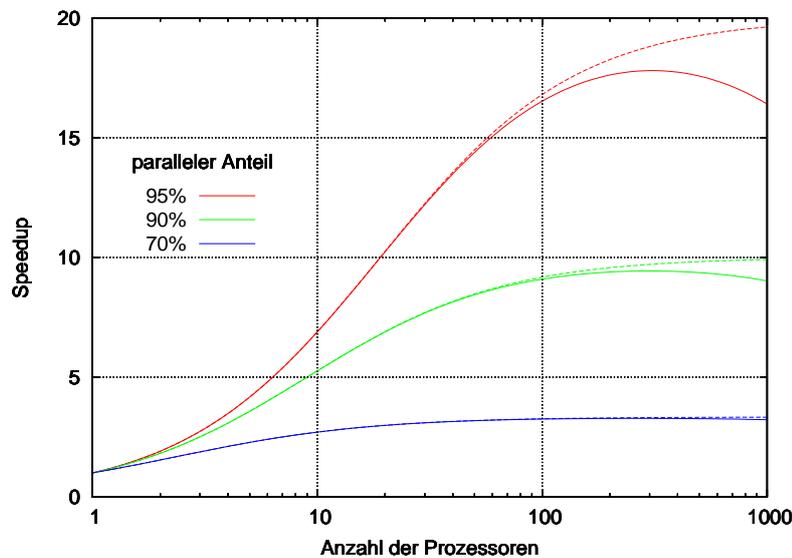


Abbildung 4.3: Verlauf des Amdahlschen Gesetzes für Programme mit 95% (rot), 90% (grün) und 70% (blau) parallelisierbarem Anteil, wenn pro Recheneinheit  $1/100000$  des gesamten Rechenaufwandes an *overhead* hinzukommt. Strichliert sind die gleichen Kurven ohne zusätzlichen *overhead* geplottet.

## 4.4 Der Simulationscode Gadget2

Gadget2 ist ein Simulationscode, der von Volker Springel am Max-Planck-Institut für Astronomie in Garching entwickelt wurde. Der Code besteht im Wesentlichen aus zwei Teilen. Der erste Teil dient zur stoßfreien Integration von Sternen, während mit dem zweiten Gasdynamik berechnet werden kann. Gadget2 wurde in erster Linie entwickelt, um damit kosmologische Simulationen, wie z. B. die bekannte „Millennium Simulation“ (Springel et al., 2005), durchzuführen. Aus diesem Grund finden sich in den Grundgleichungen einige Parameter, die ein expandierendes Universum (Friedman-

Lemaître-Modell) berücksichtigen.<sup>6</sup> Weiters bietet Gadget2 die Möglichkeit, periodische Randbedingungen zu benutzen. Solche Randbedingungen machen in kosmologischen Simulationen Sinn, da damit das Simulationsvolumen auf einen unendlichen Bereich ausgedehnt wird. Die Integration erfolgt in diesem Fall nur in einem Teilbereich, den man sich als Zelle eines unendlich ausgedehnten Gitters vorstellt. In der vorliegenden Arbeit werden Vakuum-Randbedingungen vorausgesetzt. Das simulierte System wird dabei isoliert betrachtet. Der Code ist größtenteils parallelisiert, weshalb er sich für den Einsatz auf Computerclustern eignet. Daneben benutzt er verschiedene Verfahren, um die Kraftberechnungen zu beschleunigen. Im Folgenden werden relevante Teile des Codes kurz beschrieben, eine detaillierte Erläuterung findet sich in Springel (2005).

### 4.4.1 Hydrodynamik

Für die Gasdynamik wird das *smoothed particle hydrodynamics* (SPH)-Verfahren eingesetzt, das aus der Lagrangeschen Hydrodynamik entwickelt wurde. Bei diesem Verfahren wird das Gas, anders als bei sogenannten Gitter-Codes (Euler-Verfahren), durch Teilchen mit entsprechenden Gaseigenschaften repräsentiert. SPH diskretisiert somit die Masse, während Gitter-Codes den Raum durch ein Gitter (*mesh*) diskretisieren und diesem die hydrodynamischen Eigenschaften zuweisen. Die Euler-Verfahren besitzen eine sehr gute Genauigkeit und es ist mit ihnen möglich, hydrodynamische Diskontinuitäten (*shocks*) zu erfassen. Ihr Nachteil liegt aber in dem verwendeten Gitter, das entweder statisch oder adaptiv implementiert sein kann. In jedem Fall ist die Anzahl der Gitterzellen durch die zur Verfügung stehende Rechenleistung begrenzt. Bei Verwendung eines statischen Gitters wird an jedem Punkt des Simulationsraumes mit der gleichen Auflösung gerechnet. Dadurch gehen entweder feinere Details verloren, wenn mit einem Gitter mit großen Zellen gerechnet wird, oder Bereiche mit geringer Dichte werden zu genau berechnet, wenn ein zu feinmaschiges Gitter angenommen wird. Im zweiten Fall benötigt man eine große Rechenleistung ohne die Qualität der Simulation wesentlich zu steigern. Wird dagegen ein adaptives Gitter angewendet, so kann die Auflösung in verschiedenen Bereichen unterschiedlich sein. Die Anpassung des Gitters (*adaptive mesh refinement*) ist aber in der Regel sehr rechenintensiv, da solche Gitter sehr kompliziert werden können. Langrange-Methoden haben dagegen den Vorteil, dass sie die Auflösung automatisch mit der Dichte erhöhen. Da sie ebenfalls Teilchen zur Repräsentation des Gases verwenden, ist außerdem die Behandlung der Selbstgravitation konsistent mit den stoßfreien Berechnungen, weshalb sich die beiden Methoden relativ einfach kombinieren lassen. Ein großer Nachteil der SPH-Codes ist, dass sie eine künstliche Viskosität einführen. Dadurch werden *shocks* über die *smoothing length* „verschmiert“ und nicht mehr als echte Diskontinuität dargestellt.

---

<sup>6</sup>Die betreffenden Parameter werden für diese Arbeit so gewählt, dass sie auf die Berechnungen keinen Einfluss haben.

Da in der vorliegenden Arbeit keine Gasdynamik berücksichtigt wird, gehe ich auf die unbenutzten Teile des Codes nicht weiter ein.

## 4.4.2 Stoßfreie Dynamik

Die Dynamik der in Gadget2 verwendeten Teilchen lässt sich mit der Hamilton-Funktion

$$H = \sum_i \frac{\mathbf{p}_i^2}{2m_i a^2(t)} + \frac{1}{2} \sum_{ij} \frac{m_i m_j \varphi(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)}{a(t)} \quad (4.24)$$

beschreiben. Dabei sind die  $\mathbf{x}_i$  die Koordinaten in einem mitbewegtem System. Die  $\mathbf{p}_i = a^2 m_i \dot{\mathbf{x}}_i$  stellen die zugehörigen Impulse dar. Mit dem Parameter  $a(t)$  wird eine Zeitabhängigkeit in den Hamilton gebracht, um ein expandierendes Universum zu simulieren. Für ein isoliertes stellares System wie in dieser Arbeit wird dieser Parameter  $a(t) = 1$  gesetzt. Die Simulation folgt in diesem Fall einer rein newtonschen Mechanik.

Das *softening* wird über einen *spline kernel* realisiert. Dabei kommt der in Gleichung (4.21) angegebene *kernel* zur Anwendung, wobei das *softening*  $S(r) = W(r, 2.8\epsilon)$  verwendet wird. Das Potential eine Punktmasse verhält sich in diesem Fall wie das einer Plummer-Sphäre mit Skalenradius  $\epsilon$ .

### 4.4.2.1 Kraftberechnung

Die Berechnung der Kraft erfolgt mit einer *tree code*-Methode wie in Abschnitt 4.1.5.1 beschrieben. Die verwendete Baumstruktur ist ein *octree*. Ob eine Zelle geöffnet werden muss, wird durch das in Gleichung (4.16) angeführte Öffnungskriterium entschieden. Die Berechnung der Kraft auf ein Teilchen geschieht durch eine Multipolentwicklung die nur Monopolmomente verwendet. Die Beschränkung auf Monopolmomente hat den Vorteil, dass der *octree* sehr speichereffizient aufgebaut werden kann. Dadurch können die *Cache*-Speicher moderner Prozessoren effizient ausgenutzt werden, was die Gesamtperformance des Codes erhöht.<sup>7</sup> Weiters erlauben die Monopolmomente eine dynamische Aktualisierung der Baumstruktur.

Alternativ lässt sich in Gadget2 eine PM-Methode in Kombination mit dem *tree*-Algorithmus verwenden. Dieses *treePM*-Verfahren unterteilt das Potential im Fourier-Raum in einen *long-range*- und einen *short-range*-Teil. Das Gesamtpotential ergibt sich dann durch Addition beider Teile  $\phi_k = \phi_k^{\text{long}} + \phi_k^{\text{short}}$ . Das *long-range*-Potential berechnet sich dabei über

$$\phi_k^{\text{long}} = \phi_k \exp(-\mathbf{k}^2 r_s^2), \quad (4.25)$$

wobei die Unterteilung in *long*- und *short-range* mit dem Radius  $r_s$  erfolgt. Dieser Teil des Potentials kann sehr effizient mit gitter-basierten Fouriermethoden berechnet

<sup>7</sup>Zugriffe auf *Cache*-Speicher erfolgen in wesentlich kürzerer Zeit als Zugriffe auf den Hauptspeicher.

werden. Die Zuordnung der Teilchen zum Gitter erfolgt dabei durch die CIC-Methode. Die Berechnung des *short-range*-Potentials erfolgt im Ortsraum mittels

$$\phi_k^{\text{short}} = -G \sum_i \frac{m_i}{r_i} \operatorname{erfc} \left( \frac{r_i}{2r_s} \right). \quad (4.26)$$

Dabei bezeichnet  $\operatorname{erfc}(\cdot)$  die komplementäre Error-Funktion. Sie stellt sicher, dass das Potential für Werte  $r_i \gg r_s$  schnell abfällt. Zur Ermittlung dieses Kraftanteils wird der *tree*-Algorithmus herangezogen, wobei aber nur ein kleiner räumlicher Bereich um das betreffende Teilchen betrachtet werden muss. Die Zusammensetzung der Kraft aus *long-range*- und *short-range*-Teil ist in Abbildung 4.4 gezeigt.

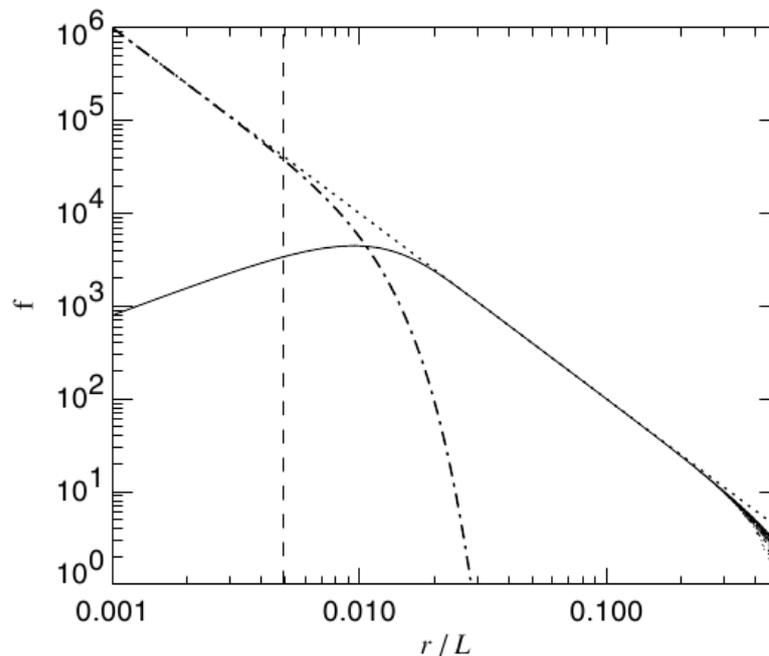


Abbildung 4.4: Zusammensetzung der Kraft aus *long-range*- und *short-range*-Teil bei Verwendung der *treePM*-Methode von Gadget2. Der Radius  $r_s$  dient zur Unterteilung der beiden Kraftanteile und ist mit einer vertikalen strichlierten Linie eingezeichnet. (Quelle: Springel, 2005)

### 4.4.3 Zeitintegration

Hamiltonsche Systeme sind nicht stabil gegen nicht-hamiltonsche Störungen. Manche Integrationsmethoden, wie z. B. das Runge-Kutta-Verfahren, erzeugen jedoch solche Störungen. Dadurch kann es passieren, dass sich das Langzeitverhalten eines Systems

grundsätzlich verändert. Die Struktur der Hamilton-Funktion eines Systems bleibt nur dann exakt erhalten, wenn jeder Integrationssschritt eine phasenraum-erhaltende kanonische Transformation darstellt und somit symplektisch ist (siehe auch Abschnitt A.5).

Die Hamilton-Funktion des  $N$ -body-Problems lässt sich separieren in je einen kinetischen und einen potentiellen Anteil

$$H = H_{\text{kin}} + H_{\text{pot}}. \quad (4.27)$$

In diesem Fall kann man für jeden Anteil einen Operator definieren, der die zeitliche Entwicklung für einen Zeitschritt durchführt. Der Operator für den potentiellen Anteil ändert nur die Koordinaten eines Teilchens und lässt den Impuls unangetastet. Er wird deshalb auch *drift*-Operator  $D_t(\Delta t)$  genannt. Der *kick*-Operator  $K_t(\Delta t)$  ist das Äquivalent für den kinetischen Anteil und ändert nur den Impuls eines Teilchens. Die Formulierung der beiden Operatoren lautet

$$D_t(\Delta t) : \begin{cases} \mathbf{p}_i \mapsto \mathbf{p}_i \\ \mathbf{x}_i \mapsto \mathbf{x}_i + \frac{\mathbf{p}_i}{m_i} \Delta t \end{cases} ; \quad (4.28)$$

$$K_t(\Delta t) : \begin{cases} \mathbf{x}_i \mapsto \mathbf{x}_i \\ \mathbf{p}_i \mapsto \mathbf{p}_i + \mathbf{f}_i \Delta t \end{cases} . \quad (4.29)$$

Dabei bezeichnet  $f_i$  die Kraft auf das Teilchen  $i$

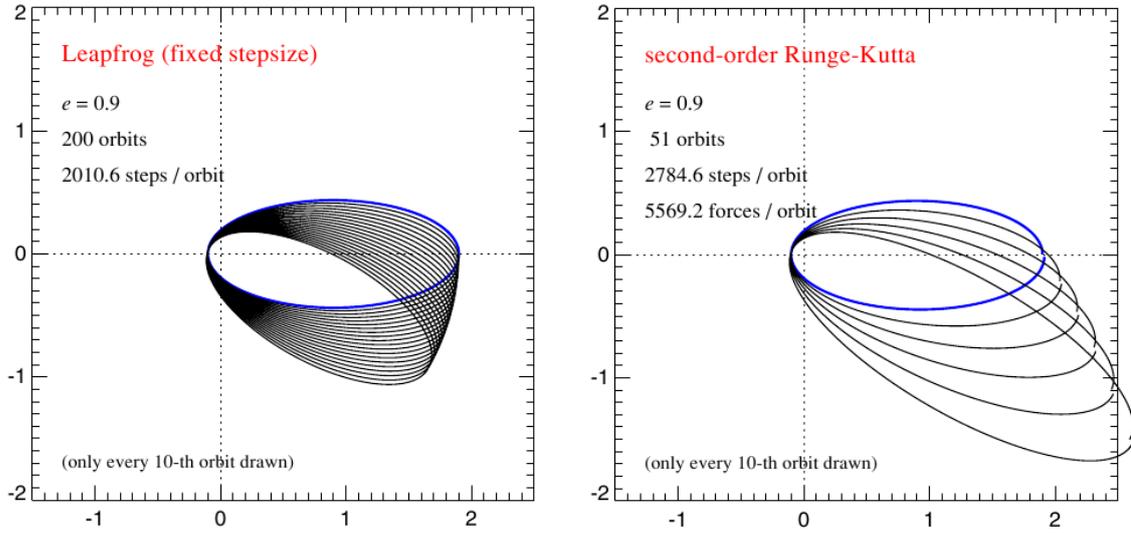
$$\mathbf{f}_i = - \sum_j m_i m_j \frac{\partial \Phi(\mathbf{x}_{ij})}{\partial \mathbf{x}_i} \quad (4.30)$$

Beide Operatoren sind symplektisch und man kann daraus die beiden Zeitintegrations schemata

$$\tilde{U}(\Delta t) = D\left(\frac{\Delta t}{2}\right) K(\Delta t) D\left(\frac{\Delta t}{2}\right) \text{ oder} \quad (4.31)$$

$$\tilde{U}(\Delta t) = K\left(\frac{\Delta t}{2}\right) D(\Delta t) K\left(\frac{\Delta t}{2}\right) \quad (4.32)$$

zusammensetzen, welche mit den oft verwendeten *drift-kick-drift* (DKD)- bzw. *kick-drift-kick* (KDK)-*leapfrog*-Integratoren übereinstimmen. Beide Methoden (und somit auch die *leapfrog*-Integratoren) sind wieder symplektisch. Abbildung 4.5 zeigt das Verhalten eines symplektischen Integrators (*leapfrog*) im Vergleich zu einem nicht-symplektischen (Runge-Kutta). Beide Integrationsverfahren sind Verfahren 2. Ordnung und benutzen den gleichen Zeitschritt. Der Fehler, der von den Integratoren erzeugt wird, ist bei einem Einzelschritt vergleichbar. Dennoch ergibt sich ein gänzlich unterschiedliches Langzeitverhalten. Beim Runge-Kutta-Integrator ist die Energie


 (a) *leapfrog*-Integrator (2. Ordnung)

(b) Runge-Kutta-Integrator (2. Ordnung)

Abbildung 4.5: Vergleich eines symplektischen Integrators (*leapfrog*) (Abbildung a) mit einem nicht-symplektischen Integrator (Runge-Kutta) (Abbildung b). Beide Methoden sind Verfahren 2. Ordnung und benutzen den gleichen Zeitschritt. Integriert wird ein Kepler-Problem mit hoher Exzentrizität  $e = 0.9$ . Obwohl der Fehler der beiden Verfahren in einem Einzelzeitschritt vergleichbar ist, zeigt sich ein gänzlich unterschiedliches Langzeitverhalten (Quelle: Springel, 2005).

nicht erhalten, während der *leapfrog* dies weitgehend gewährleistet. Selbst wenn die Ordnung des Runge-Kutta-Verfahrens auf eine wesentlich rechenintensivere 4. Ordnung erhöht wird, bleibt das Langzeitverhalten nicht stabil.

Um Simulationen mit Bereichen sehr unterschiedlicher Dichte effizient integrieren zu können, benötigt man ein Verfahren, das in der Lage ist, für verschiedene Teilchen unterschiedliche Zeitschritte anzuwenden (siehe Abschnitt 4.3.1). In Gadget2 wird dazu der potentielle Teil der Hamilton-Funktion in einen *short-range* (sr)- und einen *long-range* (lr)-Anteil zerlegt. Die gesamte Hamilton-Funktion lautet in diesem Fall

$$H = H_{\text{kin}} + H_{\text{sr}} + H_{\text{lr}}. \quad (4.33)$$

Damit kann für den *long-range*-Anteil ein größerer Zeitschritt verwendet werden als für den *short-range*-Teil, der sich auf kleineren Zeitskalen ändert. Das in Gadget2 verwendete Integrationsschema hat die Form

$$\tilde{U}(\Delta t) = K_{\text{lr}} \left( \frac{\Delta t}{2} \right) \left[ K_{\text{sr}} \left( \frac{\Delta t}{2m} \right) D \left( \frac{\Delta t}{m} \right) K_{\text{sr}} \left( \frac{\Delta t}{2m} \right) \right]^m K_{\text{lr}} \left( \frac{\Delta t}{2} \right). \quad (4.34)$$

Unglücklicherweise geht die formale Symplektizität dieses Verfahrens verloren, sobald unterschiedliche *short-range*-Zeitschritte gewählt werden. Der Fehler im Langzeitverhalten der Integration hält sich mit dieser Methode jedoch in Grenzen.

Die dynamische Anpassung des Zeitschritts erfolgt in Gadget2 über die Beziehung

$$\Delta t = \min \left[ \Delta t_{\max}, \left( \frac{2\eta\epsilon}{|\mathbf{a}|} \right)^{1/2} \right], \quad (4.35)$$

wobei  $\epsilon$  das gravitative *softening* bezeichnet und mit  $\mathbf{a}$  die Beschleunigung eines Teilchens eingeht. Mit dem Parameter  $\eta$  kann die Genauigkeit der Integration variiert werden, während  $\Delta t_{\max}$  die maximal erlaubte Schrittweite festlegt.



# 5 Simulationen

Im nachfolgenden Kapitel werden die Ergebnisse verschiedener Simulationen präsentiert, wobei in jedem Abschnitt eine Simulation beschrieben wird. Prinzipiell ist ein großer Teil des Parameterbereichs durch die Referenzarbeit (Ruzicka, 2006) vorgegeben. Die durch die *restricted N-body*-Methode gewonnenen Ergebnisse dieser Arbeit sollen anhand von selbstkonsistenten Rechnungen nachvollzogen und überprüft werden. Die relevanten Parameter sind jeweils bei den betreffenden Simulationen angegeben, wobei sich Angaben von Orten und Geschwindigkeiten der Magellanschen Wolken immer auf die Milchstraße beziehen, welche im Ursprung des gewählten Koordinatensystems ruht.

## 5.1 Simulation I

Zur Überprüfung der Orbitdaten von LMC und SMC werden diese Galaxien durch ein einzelnes Teilchen repräsentiert. Die Milchstraße wird durch das KD95-Standardmodell D (siehe Abschnitt 3.1) dargestellt, wobei allerdings eine Abflachung des Halos mit  $q = 0.84$  berücksichtigt wird. Das Modell besitzt einen ausgedehnten Halo und kann die beobachtete Rotationskurve in den äußeren Bereichen der Milchstraße am besten von allen KD95-Modellen reproduzieren. Die gesamte eingeschlossene Masse beträgt  $M_{\text{tot}} = 1.56 \times 10^{12} M_{\odot}$ , wobei eine Ausdehnung von  $R_{\text{max}} = 223$  kpc erreicht wird. Diese Werte sind vergleichbar mit jenen in der Referenzarbeit, wo ein logarithmisches Potential mit einem *cutoff*-Radius von 250 kpc angewandt wird und die eingeschlossene Masse  $M_{\text{tot}} = 1.38 \times 10^{12} M_{\odot}$  beträgt. In der Tabelle 5.1 ist die Verteilung der Teilchen auf einzelne Komponenten der Modelle angegeben. Die Tabelle 5.2 fasst die gewählten Parameter der Simulation I zusammen, wobei die Angaben als Anfangswerte bei  $T = -4$  Gyr zu verstehen sind. Der Simulationszeitraum läuft von  $T = -4$  Gyr bis  $T = 0$  Gyr.

### 5.1.1 LMC

In der Abbildung 5.1 ist der Orbit der LMC dargestellt. Die einzelnen Plots zeigen jeweils die betreffende Projektion des Orbits auf die entsprechende Ebene des Koordinatensystems. Zum Vergleich werden die korrespondierenden Werte aus Ruzicka (2006) gezeigt. Die LMC bewegt sich etwa 1.5 Gyr auf einem Orbit, der (in grober Näherung) mit jenem von Ruzicka (2006) errechneten übereinstimmt. Allerdings steigt

Tabelle 5.1: Simulation I: Verteilung der Teilchen auf die einzelnen Komponenten des Modells des Magellanschen Systems

Galaxie	$N_{\text{total}}$	$N_{\text{disk}}$	$N_{\text{bulge}}$	$N_{\text{halo}}$	Masse pro Teilchen
LMC	1	–	–	–	$2.45 \times 10^{10} M_{\odot}$
SMC	1	–	–	–	$2.28 \times 10^9 M_{\odot}$
MW	538620	15566	8079	514975	$2.90 \times 10^6 M_{\odot}$
Summe	538622				

Tabelle 5.2: Parameter für die Simulation I. Alle Angaben sind auf das Zentrum der Milchstraße bezogen.

Parameter	Wert	Parameter	Wert
Mod <sub>MW</sub>	KD95-D	$m_{\text{MW}} [10^{10} M_{\odot}]$	156.08
$R_{\text{max}}$ [kpc]	223.0	$q$	0.84
Mod <sub>LMC</sub>	1 body	$m_{\text{LMC}} [10^{10} M_{\odot}]$	2.45
$\mathbf{r}_{\text{LMC}}$ [kpc]	$\begin{pmatrix} -56.63 \\ -22.04 \\ -280.28 \end{pmatrix}$	$\mathbf{v}_{\text{LMC}} [\text{km s}^{-1}]$	$\begin{pmatrix} 26.1 \\ -50.4 \\ 55.5 \end{pmatrix}$
Mod <sub>SMC</sub>	1 body	$m_{\text{SMC}} [10^{10} M_{\odot}]$	0.23
$\mathbf{r}_{\text{SMC}}$ [kpc]	$\begin{pmatrix} -3.79 \\ -33.48 \\ 33.07 \end{pmatrix}$	$\mathbf{v}_{\text{SMC}} [\text{km s}^{-1}]$	$\begin{pmatrix} -39.0 \\ 103.3 \\ 203.0 \end{pmatrix}$

die Differenz zwischen den Abständen der LMC vom galaktischen Zentrum auch innerhalb dieses Zeitraum schon auf ca. 30 kpc an. Um den Zeitpunkt  $T = -3.6$  Gyr kommt es sowohl bei Ruzicka (2006) als auch in meiner Arbeit zu einer ersten Annäherung an das Milchstraßenzentrum. Während sich die LMC in der Arbeit von Ruzicka bis auf etwa 50 kpc nähert, beträgt der minimale Abstand bei dieser Annäherung in meiner Arbeit nur ca. 35 kpc. Dieser Umstand trägt dazu bei, dass sich die Orbits nach diesem Zeitpunkt sehr unterschiedlich entwickeln. Noch gravierender wirken sich allerdings die unterschiedlichen Potentiale in den verschiedenen Simulationen aus, die speziell in der Umgebung des galaktischen Zentrums erhebliche Unterschiede aufweisen. Die resultierenden Gravitationskräfte in meiner Arbeit weichen daher stark von den in der Referenzarbeit erzeugten ab. Die Orbits der LMC entwickeln sich somit nach

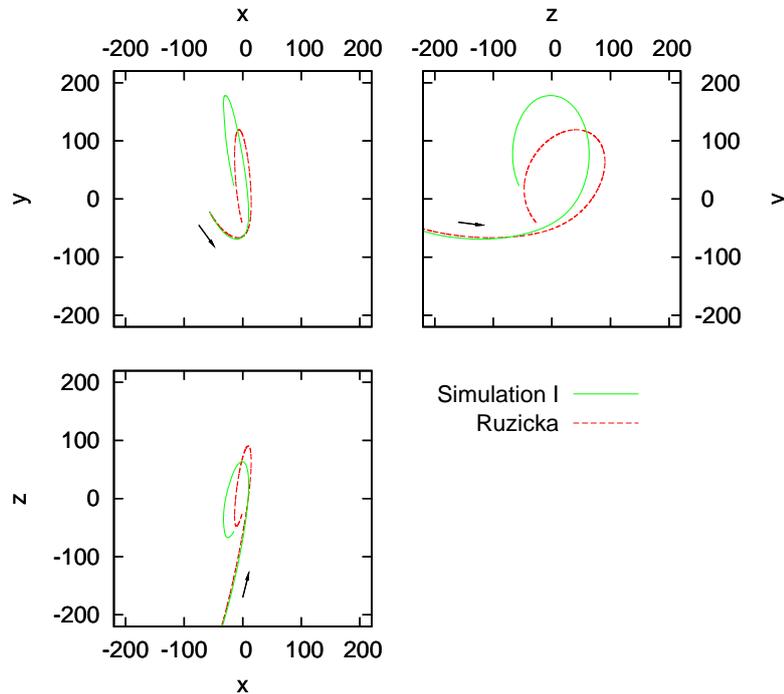


Abbildung 5.1: Orbitdaten der LMC aus der Simulation I. Die Daten aus der Simulation sind in Grün mit durchgezogener Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus Ruzicka (2006) sind mit strichlierter roter Linie geplottet. Der Beginn der Simulation und die anfängliche Entwicklungsrichtung ist jeweils mit einem schwarzen Pfeil markiert.

dieser Annäherung stark unterschiedlich. Die Differenz zwischen den LMC-Orbits der beiden Simulationen beträgt so über 70 kpc beim Zeitpunkt  $T = -0.4$  Gyr. Zwar fällt diese Differenz wieder auf etwa 20 kpc bei der Simulationszeit  $T = 0$  Gyr, die Position der LMC unterscheidet sich dennoch relativ stark in den einzelnen Komponenten des kartesischen Koordinatensystems (siehe Abbildung 5.1). Die Abbildung 5.2 zeigt die Entwicklung des Abstands der LMC zum Milchstraßenzentrum über den Simulationszeitraum. Zum Vergleich sind die entsprechenden Werte aus der Referenzarbeit und die Differenz zwischen den beiden Simulationen geplottet.

### 5.1.2 SMC

Da die SMC nur etwa ein Zehntel der Masse der LMC besitzt, reagiert sie entsprechend weniger träge. Noch stärker wirkt sich der Umstand aus, dass sich die SMC laut den Orbitdaten aus Ruzicka (2006) relativ nahe am galaktischen Zentrum bewegt und sich somit wesentlich tiefer im Potential der Milchstraße befindet. Die Auswirkungen

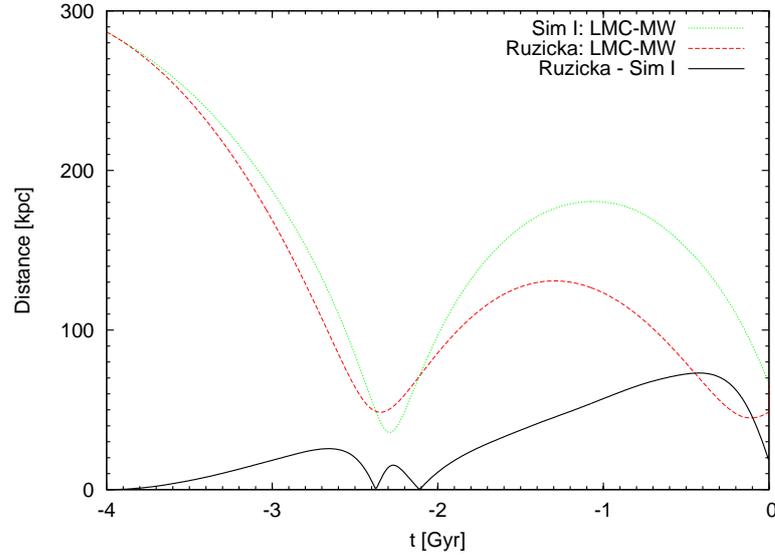


Abbildung 5.2: Simulation I: Abstand der LMC zum galaktischen Zentrum. Die Daten aus der Simulation sind in Grün mit punktierter Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus Ruzicka (2006) sind mit strichlierter roter Linie geplottet. Die schwarze durchgezogene Linie zeigt den Absolutbetrag der Differenz zwischen den beiden Simulationen.

auf den Orbit dieser Galaxie sind damit dementsprechend größer. Die Abbildung 5.3 zeigt die Orbitdaten der SMC aus meiner Arbeit im Vergleich zur Referenzarbeit. Die Anfangsgeschwindigkeit der SMC stammt, wie schon erwähnt, aus der Arbeit von Ruzicka (2006), wo ein logarithmisches Potential zur Anwendung kommt. In dem vom KD95-Modell erzeugten Potential wechselt die SMC auf einen Orbit, der wesentlich näher am galaktischen Zentrum liegt. Dementsprechend kürzer sind auch die Umlaufzeiten. Die Zwerggalaxie schafft damit ca. 4.5 Umläufe um die Milchstraße in meiner Simulation, während in der Referenzarbeit nur etwa 1.75 Umläufe stattfinden. Der somit vollzogene Orbit ist über den gesamten Simulationszeitraum gänzlich verschieden zu dem aus der Arbeit von Ruzicka. In der Abbildung 5.4 ist der Abstand der SMC vom galaktischen Zentrum gezeichnet. Die Vergleichswerte aus Ruzicka (2006) und die Differenz zu diesen ist ebenfalls geplottet. Der durchschnittliche Abstand der SMC liegt in meiner Simulation unter 40 kpc, während der Wert aus der Referenzarbeit bei über 60 kpc liegt.

### 5.1.3 LMC-SMC-Annäherungen

Obwohl die Orbits der Magellanschen Wolken in dieser Simulation stark von denen der Referenzarbeit abweichen, wird überprüft, ob es zu Annäherungen zwischen LMC und

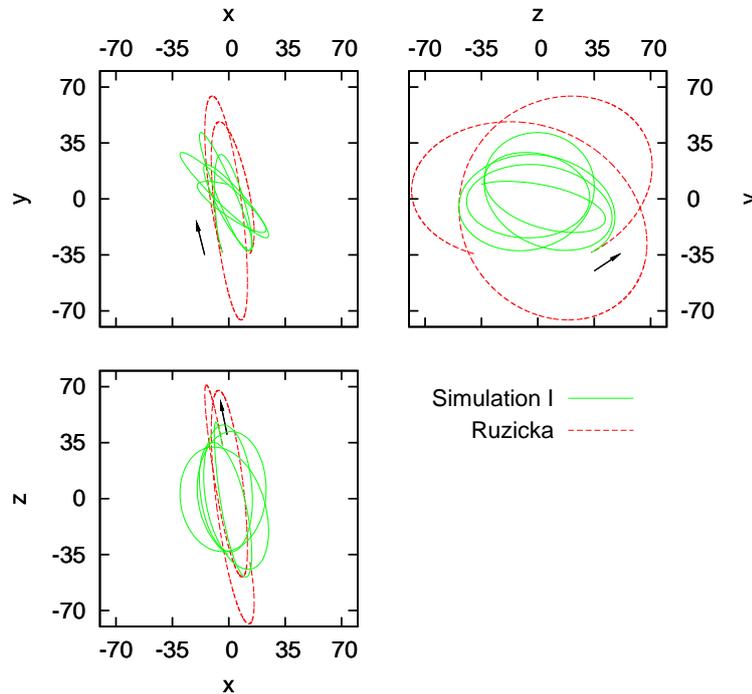


Abbildung 5.3: Orbitdaten der SMC aus der Simulation I. Die Daten aus der Simulation sind in Grün mit durchgezogener Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus Ruzicka (2006) sind mit strichlierter roter Linie geplottet. Der Beginn der Simulation und die anfängliche Entwicklungsrichtung ist jeweils mit einem schwarzen Pfeil markiert.

SMC kommt. Falls solche stattfinden, könnten eventuell ähnliche Strukturen wie sie im realen Magellanschen System beobachtet werden, auch in der Simulation festgestellt werden. Diese würden sich wahrscheinlich an anderen Orten des galaktischen Systems befinden. Wie aus Abbildung 5.5 ersichtlich ist, finden solche Annäherungen tatsächlich zweimal statt und zwar bei den Simulationszeiten  $T = -2.3$  Gyr und  $T = 0$  Gyr. Bei der Annäherung bei  $T = -2.3$  Gyr beträgt die Distanz  $R_{\text{LMC-SMC}} = 23.7$  kpc, zum Zeitpunkt  $T = 0$  Gyr ist der Abstand zwischen den beiden Magellanschen Wolken  $R_{\text{LMC-SMC}} = 31.6$  kpc. Das Zusammentreffen der beiden Zwerggalaxien ist verständlich, wenn man folgenden Sachverhalt bedenkt: Die LMC „sieht“ zu Beginn der Simulation ein Potential, das vergleichbar mit dem aus Ruzicka (2006) ist. Ihr Orbit ähnelt daher dem aus der Referenzarbeit. Wesentlich näher am galaktischen Zentrum kreist die SMC mit erheblich größerer Geschwindigkeit um die Milchstraße als bei Ruzicka. Es ist daher sehr wahrscheinlich, dass es zu einer Annäherung zwischen den Magellanschen Wolken kommt, wann immer sich die LMC in der Nähe des galaktischen Zentrums aufhält. Bis zum ersten Zusammentreffen hat die LMC auf eine weit größere

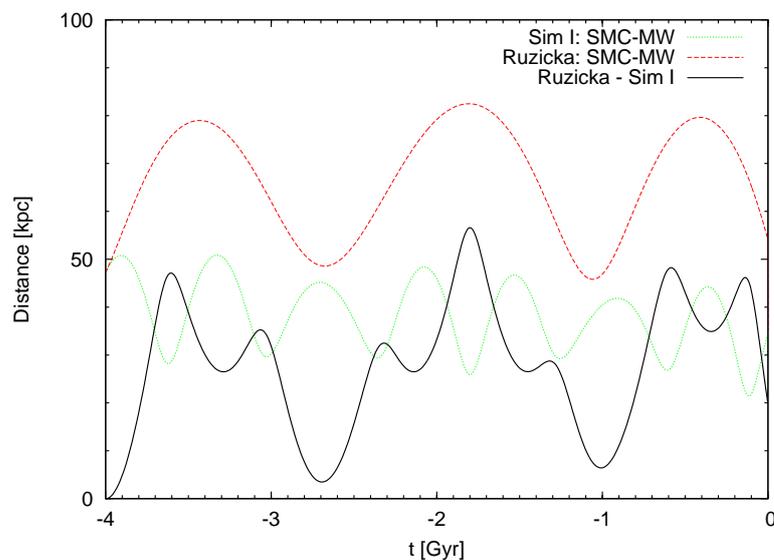


Abbildung 5.4: Simulation I: Abstand der SMC zum galaktischen Zentrum. Die Daten aus der Simulation sind in Grün mit punktierter Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus Ruzicka (2006) sind mit strichlierter roter Linie geplottet. Die schwarze durchgezogene Linie zeigt den Absolutbetrag der Differenz zwischen den beiden Simulationen.

Geschwindigkeit beschleunigt, als dies in der Vergleichsarbeit der Fall ist. Sie passiert also die SMC mit hoher Geschwindigkeit. Dass es dennoch zu einer Annäherung auf weniger als 24 kpc kommt, ist in diesem Fall rein zufällig. Für die zweite Annäherung zum Ende der Simulation gelten prinzipiell die gleichen Voraussetzungen. Der minimale Abstand zwischen den beiden Galaxien beträgt hier rund 32 kpc. Die durchschnittliche Entfernung der SMC vom galaktischen Zentrum ist zu diesem Zeitpunkt etwa 35 kpc. Die LMC reduziert ihren Abstand zum galaktischen Zentrum bis zu diesem Zeitpunkt auf etwa 70 kpc. Die Tatsache, dass die SMC mit hoher Geschwindigkeit um das galaktische Zentrum kreist, erhöht auch in diesem Fall die Wahrscheinlichkeit einer solchen Annäherung.

## 5.2 Simulation Ia

In der Simulation Ia werden die gleichen Parameter verwendet wie in der Simulation I (siehe Abschnitt 5.1). Der Unterschied besteht darin, dass jetzt auch die Magellanschen Wolken durch Systeme mit vielen Teilchen dargestellt werden. Für die beiden Zwerggalaxien wird das KD95-Modell A angewendet, während die Milchstraße durch das Modell D repräsentiert wird. Alle anderen Parameter können der Tabelle 5.2 entnom-

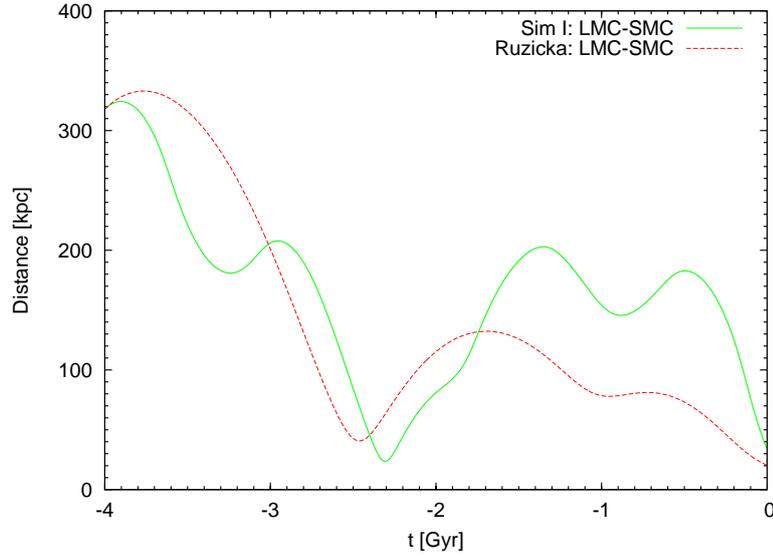


Abbildung 5.5: Simulation I: Abstand zwischen LMC und SMC. Die Daten aus der Simulation sind in Grün mit durchgezogener Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus Ruzicka (2006) sind mit strichlierter roter Linie geplottet.

men werden. Die Tabelle 5.3 zeigt die Verteilung der Teilchen auf die verschiedenen Galaxien und deren Massenentsprechung.

Tabelle 5.3: Simulation Ia: Verteilung der Teilchen auf die einzelnen Komponenten des Modells des Magellanschen Systems

Galaxie	$N_{\text{total}}$	$N_{\text{disk}}$	$N_{\text{bulge}}$	$N_{\text{halo}}$	Masse pro Teilchen
LMC	422083	59134	28913	334036	$5.79 \times 10^4 M_{\odot}$
SMC	39297	5506	2692	31099	$5.79 \times 10^4 M_{\odot}$
MW	538620	15566	8079	514975	$2.90 \times 10^6 M_{\odot}$
Summe	1000000	80206	39684	880110	

### 5.2.1 LMC

Die veränderte Massenverteilung in der LMC bewirkt, dass sich auch der Orbit etwas verschieden entwickelt. Dies kann in der Abbildung 5.6 nachvollzogen werden. Die Abbildung zeigt den Orbit der LMC, wenn für diese ein KD95-Modell A verwendet

wird. Zum Vergleich ist auch der in der Simulation I mit einem einzelnen Teilchen errechnete Orbit sowie die Differenz zwischen den Daten geplottet.

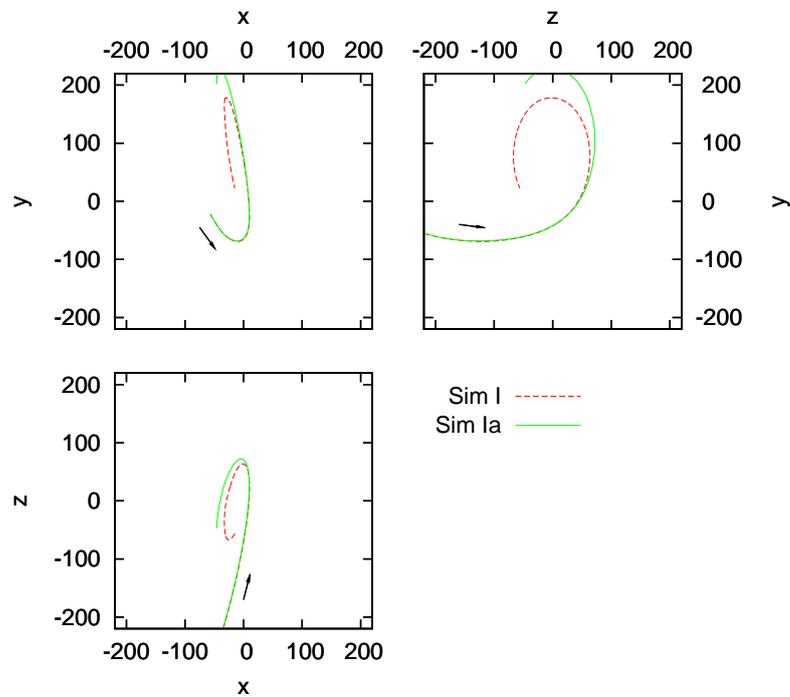


Abbildung 5.6: Orbitdaten der LMC aus der Simulation Ia. Die Daten aus der Simulation Ia sind in Grün mit durchgezogener Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus der Simulation I sind mit strichlierter roter Linie geplottet. Der Beginn der Simulation und die anfängliche Entwicklungsrichtung ist jeweils mit einem schwarzen Pfeil markiert.

### 5.2.2 SMC

Auch der Orbit der SMC entwickelt sich unterschiedlich zur Simulation I, auch wenn hier die Unterschiede nicht so groß ausfallen, da die SMC wesentlich kompakter ist als die LMC. Abbildung 5.7 zeigt diesen Orbit im Vergleich zum zuvor in der Simulation I berechneten.

### 5.2.3 LMC-SMC-Annäherungen

Betrachtet man den Abstand zwischen den Magellanschen Wolken, so stellt man fest, dass die erste Annäherung auch mit ausgedehnten Modellen eintritt. Beim Zeitpunkt  $T = -2.3$  Gyr erreicht dieser Abstand ein Minimum von etwa 40 kpc. Eine weitere

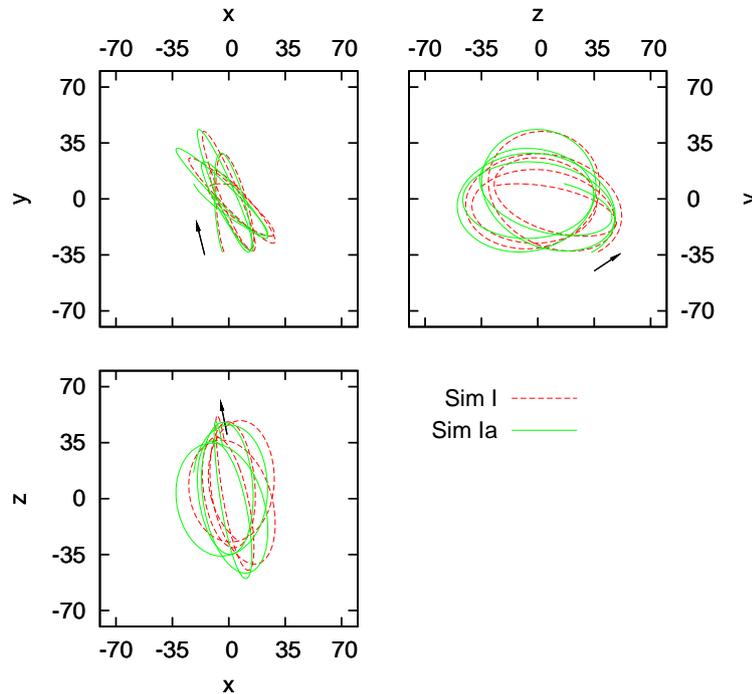


Abbildung 5.7: Orbitdaten der SMC aus der Simulation Ia. Die Daten aus der Simulation Ia sind in Grün mit durchgezogener Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus der Simulation I sind mit strichlierter roter Linie geplottet. Der Beginn der Simulation und die anfängliche Entwicklungsrichtung ist jeweils mit einem schwarzen Pfeil markiert.

Annäherung wie in der Simulation I tritt innerhalb eines Simulationszeitraumes von 4 Gyr nicht mehr ein. Allerdings wird der Magellanic Stream in den Simulationen von Ruzicka (2006) genau bei dieser ersten Annäherung erzeugt. Kurz bevor die beiden Magellanschen Wolken aufeinander treffen, beginnen in der LMC starke Störungen zu wirken. Sie bildet in der Folge große Gezeitenarme aus. Die SMC wird weit weniger gestört. Die von ihr gebildeten Gezeitenarme erstrecken sich nur über einen vergleichsweise kleinen Bereich. Materiebrücken zwischen den Galaxien können nicht festgestellt werden. In der Abbildung 5.9 ist die Situation zum Zeitpunkt  $T = -2.24$  Gyr gezeigt. Beide Galaxien sind mit etwa der gleichen Teilchenanzahl geplottet. Die Gezeitenarme entwickeln sich in der Folge und erreichen im Fall der LMC eine Ausdehnung über mehr als 300 kpc zum Zeitpunkt  $T = -0.67$  Gyr. Zur gleichen Zeit erstrecken sich die Arme der SMC nur über einen Bereich von ca. 60 kpc. Abbildung 5.10 zeigt die Verhältnisse zu diesem Zeitpunkt. In der Abbildung 5.11 ist schließlich die Situation zum Ende der Simulation geplottet. Eine Ähnlichkeit mit den Beobachtungen des Magellanschen Systems kann nicht festgestellt werden, was aber auch nicht weiter ver-

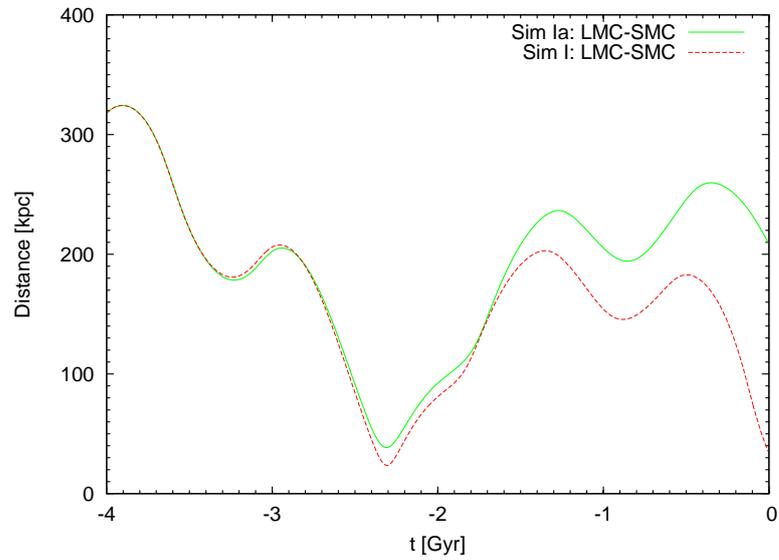


Abbildung 5.8: Simulation Ia: Abstand zwischen LMC und SMC. Die Daten aus der Simulation sind in Grün mit durchgezogener Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus der Simulation I sind mit strichlierter roter Linie geplottet.

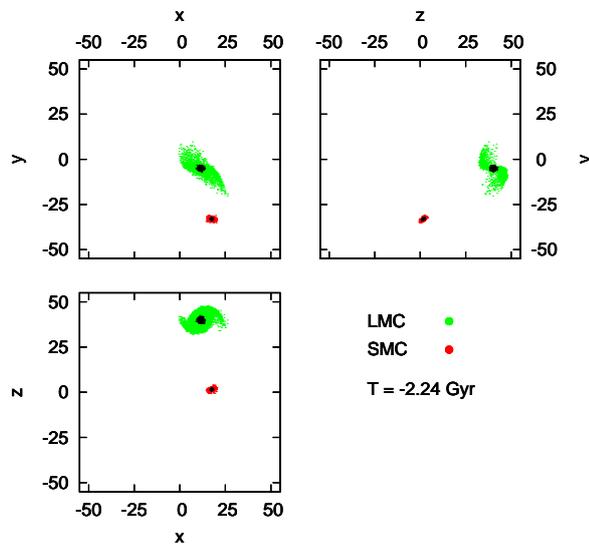


Abbildung 5.9: Simulation Ia zum Zeitpunkt  $T = -2.24$  Gyr. LMC in grüner und SMC in roter Farbe. Die Zentren der Galaxien sind schwarz markiert.

wunderlich ist, da sich die beiden Galaxien auf falschen Orbits bewegen. Aus diesem Grund weisen sie zum Ende der Simulation diese große Entfernung zueinander auf.

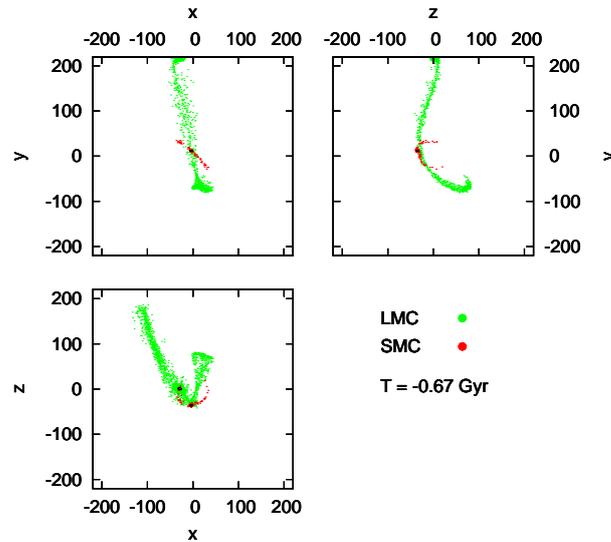


Abbildung 5.10: Simulation Ia zum Zeitpunkt  $T = -0.67 \text{ Gyr}$ . LMC in grüner und SMC in roter Farbe. Die Zentren der Galaxien sind schwarz markiert.

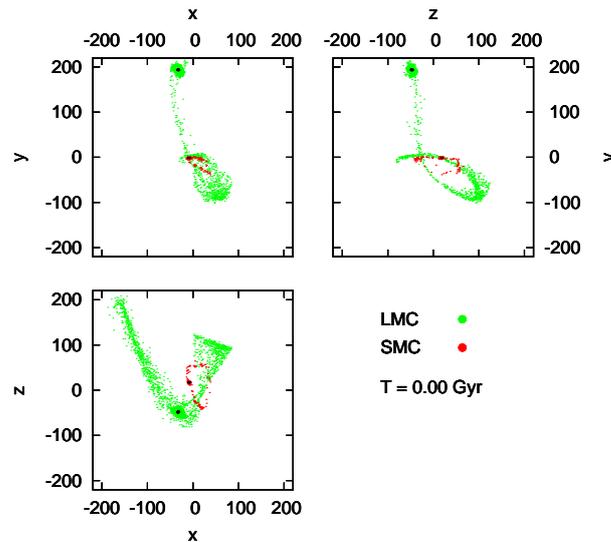


Abbildung 5.11: Simulation Ia zum Zeitpunkt  $T = 0.00 \text{ Gyr}$ . LMC in grüner und SMC in roter Farbe. Die Zentren der Galaxien sind schwarz markiert.

## 5.3 Simulation II

Wie schon in der Simulation I (siehe 5.1) werden auch in dieser Simulation die Magellanschen Wolken durch einzelne Teilchen dargestellt. Der Unterschied besteht in

der Repräsentation der Milchstraße, für die in dieser Simulation das KD95-Standard-Modell A verwendet wird. Dieses Modell nähert die Eigenschaften der Milchstraße in den inneren Regionen am besten an. Der Halo ist mäßig ausgedehnt, besitzt jedoch die geringste Masse von allen KD95-Standard-Modellen. Die gesamte Masse, die mit diesem Modell repräsentiert wird, beträgt  $M_{\text{tot}} = 3.22 \times 10^{11} M_{\odot}$ . Der Halo besitzt eine maximale Ausdehnung von  $R_{\text{max}} = 92.6$  kpc. Vergleicht man diese Werte mit jenen, die durch ein logarithmisches Potential eingestellt werden, so entspricht die eingeschlossene Masse der des logarithmischen Potentials mit einem *cutoff*-Radius von etwa 50 kpc. Die Tabelle 5.4 gibt die Verteilung der Teilchen auf die verschiedenen Komponenten der Modelle und deren Masse pro Teilchen wieder. Die Simulationspara-

Tabelle 5.4: Simulation II: Verteilung der Teilchen auf die einzelnen Komponenten des Modells des Magellanschen Systems

Galaxie	$N_{\text{total}}$	$N_{\text{disk}}$	$N_{\text{bulge}}$	$N_{\text{halo}}$	Masse pro Teilchen
LMC	1	–	–	–	$2.45 \times 10^{10} M_{\odot}$
SMC	1	–	–	–	$2.28 \times 10^9 M_{\odot}$
MW	546000	76000	39000	431000	$5.90 \times 10^6 M_{\odot}$
Summe	546002				

meter für LMC und SMC sind gleich wie bei der Simulation I und können der Tabelle 5.2 entnommen werden. Die Parameter für das Milchstraßenmodell sind jedoch unterschiedlich und werden in der Tabelle 5.5 zusammengefasst. Die Simulationszeit läuft

Tabelle 5.5: Milchstraßendaten für die Simulation II.

Parameter	Wert	Parameter	Wert
$\text{Mod}_{\text{MW}}$	KD95-A	$m_{\text{MW}} [10^{10} M_{\odot}]$	32.2
$R_{\text{max}} [\text{kpc}]$	92.6	$q$	0.84

wieder von  $T = -4$  Gyr bis  $T = 0$  Gyr.

### 5.3.1 LMC

Die Abbildung 5.12 zeigt die Entwicklung des LMC-Orbits im Vergleich zu den Orbitdaten aus Ruzicka (2006). Die Masse der Milchstraße ist in dieser Simulation so klein, dass der Orbit der LMC lange Zeit beinahe linear verläuft. In  $y$ -Richtung nimmt die

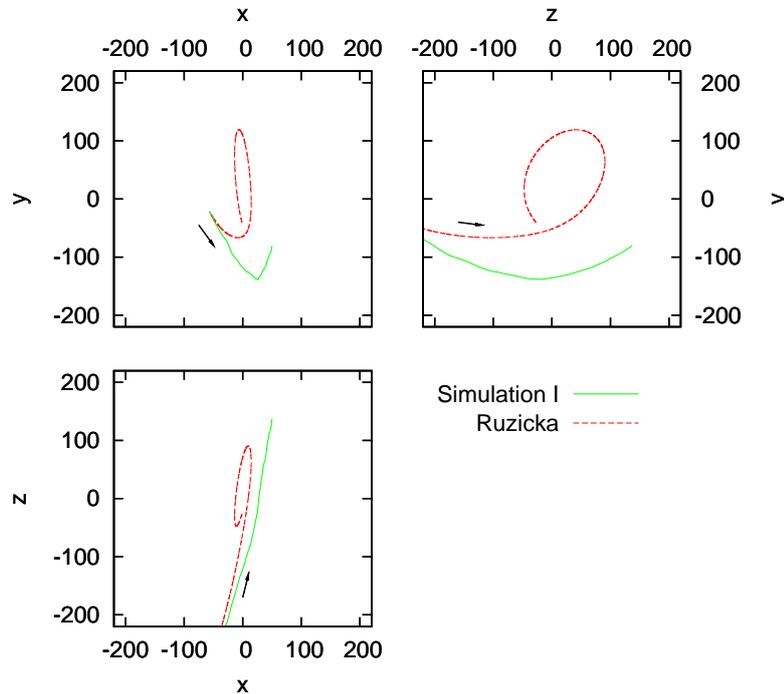


Abbildung 5.12: Orbitdaten der LMC aus der Simulation II. Die Daten aus der Simulation sind in Grün mit durchgezogener Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus Ruzicka (2006) sind mit strichliertener roter Linie geplottet. Der Beginn der Simulation und die anfängliche Entwicklungsrichtung ist jeweils mit einem schwarzen Pfeil markiert.

Geschwindigkeit sehr langsam ab, bis sie bei etwa  $T = -1.52$  Gyr ihr Vorzeichen ändert. Die LMC ist bei dieser kleinen Masse der Milchstraße nicht mehr gravitativ gebunden und würde das System verlassen. Wie aus der Abbildung 5.13 zu erkennen ist, nähert sich die LMC dem galaktischen Zentrum nur bis auf einen Abstand von etwa 140 kpc bei  $T = -0.9$  Gyr und entfernt sich danach stetig.

### 5.3.2 SMC

Selbst für die wesentlich masseärmere SMC erweist sich die Masse der Milchstraße als zu klein, um sie zu binden. Wie aus Abbildung 5.14 klar wird, verlässt die Zwerggalaxie das System auf beinahe direktem Wege. Dieser Umstand ist auch deutlich erkennbar, wenn man den Abstand zum galaktischen Zentrum in Abbildung 5.15 betrachtet. Dieser steigt vom initialen Wert von etwa 50 kpc kontinuierlich auf fast 320 kpc beim Ende der Simulation. Dabei kann kein Anzeichen einer Trendumkehr festgestellt werden.

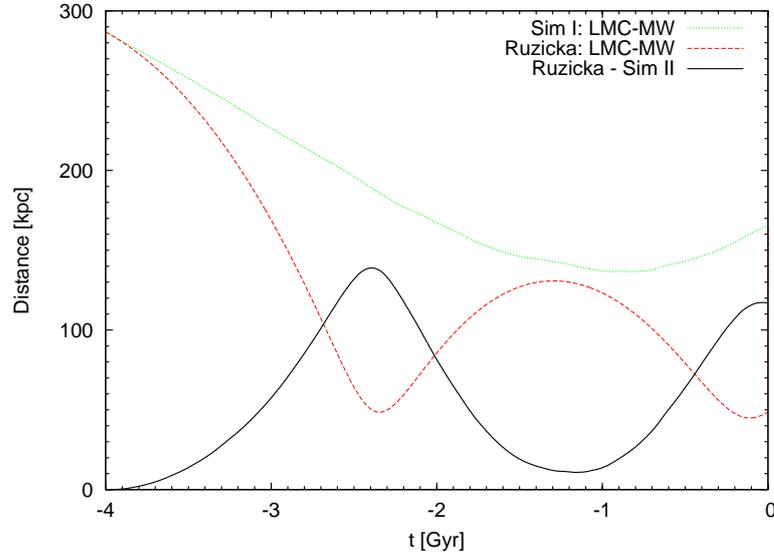


Abbildung 5.13: Simulation II: Abstand der LMC zum galaktischen Zentrum. Die Daten aus der Simulation sind in Grün mit punktierter Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus Ruzicka (2006) sind mit strichlierter roter Linie geplottet. Die schwarze durchgezogene Linie zeigt den Absolutbetrag der Differenz zwischen den beiden Simulationen.

### 5.3.3 LMC-SMC-Annäherungen

Unter den vorgefundenen Umständen ist eine Annäherung zwischen LMC und SMC sehr unwahrscheinlich. Der Abstand zwischen den beiden Zwerggalaxien kann aus der Abbildung 5.16 ersehen werden. Dieser ändert sich über den Simulationszeitraum nur gering und verläuft auf hohem Niveau bei etwa 350 kpc.

Das KD95-Modell A ist somit gänzlich ungeeignet, die Verhältnisse im Magellanschen System zu reproduzieren, wenn die Parameter aus Ruzicka (2006) vorausgesetzt werden.

## 5.4 Simulation III

Die Simulation III verwendet das KD95-Standard-Modell B, um die Milchstraße darzustellen. Dieses Modell besitzt einen Halo mit mehr Masse als das Modell A, zugleich aber mit einer geringeren Ausdehnung von  $R_{\max} = 72.9$  kpc. Die Masse, die sich innerhalb dieses Radius befindet, beträgt  $M_{\text{tot}} = 5.39 \times 10^{12} M_{\odot}$ . Diese Masse ist vergleichbar mit jener, die sich innerhalb eines *cutoff*-Radius von etwa 90 kpc befindet, wenn ein logarithmisches Potential vorausgesetzt wird. Die Magellanschen Wolken werden wiederum durch einzelne Teilchen repräsentiert. Die Tabelle 5.6 gibt die Ver-

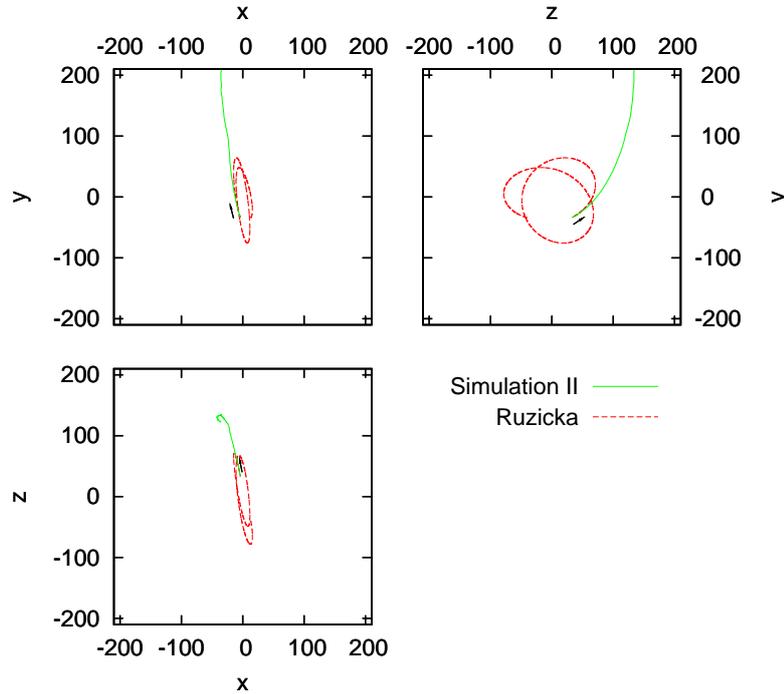


Abbildung 5.14: Orbitdaten der SMC aus der Simulation II. Die Daten aus der Simulation sind in Grün mit durchgezogener Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus Ruzicka (2006) sind mit strichlierter roter Linie geplottet. Der Beginn der Simulation und die anfängliche Entwicklungsrichtung ist jeweils mit einem schwarzen Pfeil markiert.

teilung der Teilchen und die entsprechenden Massen pro Teilchen wieder. Die Orte

Tabelle 5.6: Simulation III: Verteilung der Teilchen auf die einzelnen Komponenten des Modells des Magellanschen Systems

Galaxie	$N_{\text{total}}$	$N_{\text{disk}}$	$N_{\text{bulge}}$	$N_{\text{halo}}$	Masse pro Teilchen
LMC	1	–	–	–	$2.45 \times 10^{10} M_{\odot}$
SMC	1	–	–	–	$2.28 \times 10^9 M_{\odot}$
MW	502000	42000	22000	438000	$1.07 \times 10^6 M_{\odot}$
Summe	502002				

und Geschwindigkeiten der Magellanschen Wolken sind gleich wie bei der Simulation I und können der Tabelle 5.2 entnommen werden. Auch die Simulationszeit läuft wie

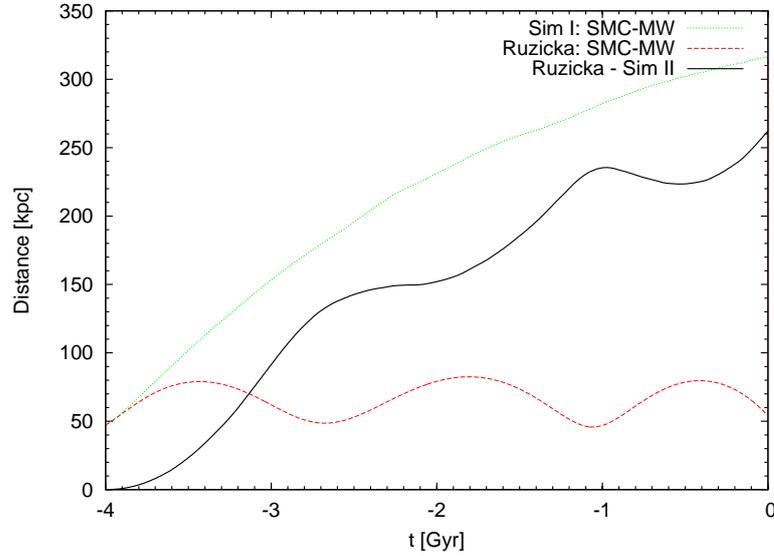


Abbildung 5.15: Simulation II: Abstand der SMC zum galaktischen Zentrum. Die Daten aus der Simulation sind in Grün mit punktierter Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus Ruzicka (2006) sind mit strichlierter roter Linie geplottet. Die schwarze durchgezogene Linie zeigt den Absolutbetrag der Differenz zwischen den beiden Simulationen.

bei der Simulation I über den gesamten Zeitraum von 4 Gyr. In der Tabelle 5.7 finden sich die Werte, die das Milchstraßenmodell charakterisieren.

Tabelle 5.7: Daten der Milchstraße in der Simulation III.

Parameter	Wert	Parameter	Wert
$\text{Mod}_{\text{MW}}$	KD95-B	$m_{\text{MW}} [10^{10}M_{\odot}]$	53.9
$R_{\text{max}}$ [kpc]	72.9	$q$	0.84

### 5.4.1 LMC

Die LMC, die sich zu Beginn der Simulation relativ weit vom galaktischen Zentrum entfernt befindet, „sieht“ in dieser Simulation ein Potential, das weit kleiner ist als das von Ruzicka (2006) verwendete logarithmische Potential mit einem *cutoff*-Radius von 250 kpc. Es ist daher nicht weiter überraschend, dass sich der Orbit der LMC grundlegend anders entwickelt als in der Referenzarbeit. Die Entwicklung des LMC-

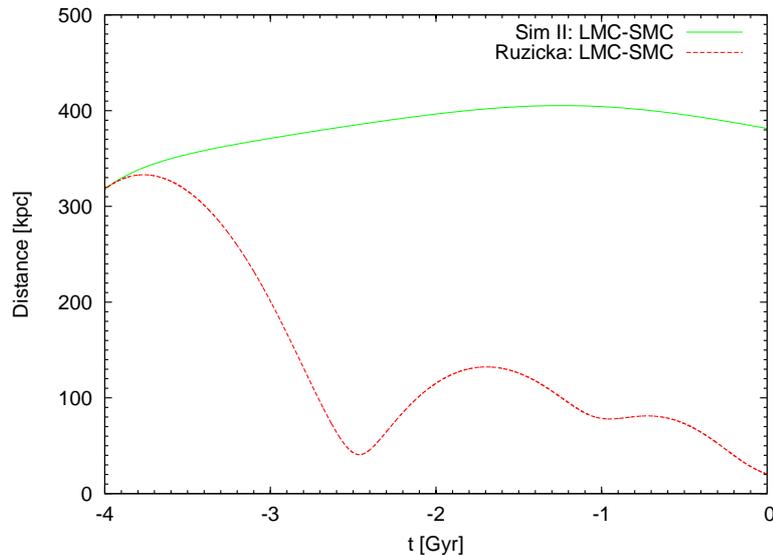


Abbildung 5.16: Simulation II: Abstand zwischen LMC und SMC. Die Daten aus der Simulation sind in Grün mit durchgezogener Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus Ruzicka (2006) sind mit strichlierter roter Linie geplottet.

Orbits ist in der Abbildung 5.17 gezeigt. Zum Vergleich sind wieder die Daten aus der Referenzarbeit angegeben. Schon kurz nach Beginn der Simulation befindet sich die LMC auf einer Bahn um die Milchstraße, die mit dem Orbit der LMC aus der Arbeit von Ruzicka (2006) nur mehr wenig zu tun hat. Die somit erreichte Position bei  $T = 0$  Gyr unterscheidet sich maßgeblich von den Vergleichsdaten. Gleiches gilt für den Abstand zum galaktischen Zentrum, der in der Abbildung 5.18 zu sehen ist. Innerhalb des Simulationszeitraums nähert sich die LMC nur ein Mal dem galaktischen Zentrum. Dabei kommt sie diesem nur auf etwa 70 kpc nahe. Danach steigt der Abstand kontinuierlich bis zum Ende der Simulation bei  $T = 0$  Gyr. Die Differenz zum Vergleichsorbit aus Ruzicka (2006) ist dementsprechend groß.

### 5.4.2 SMC

Die SMC „sieht“ in dieser Simulation ein Milchstraßenpotential, das wesentlich weniger tief ist als das der Simulation I. Dennoch sind die resultierenden Gravitationskräfte größer als in Ruzicka (2006). Der Orbit dieser Zwerggalaxie entwickelt sich daher unterschiedlich, wie aus der Abbildung 5.19 ersichtlich ist. Die erreichte Position beim Ende der Simulation entspricht damit nicht den Werten aus der Referenzarbeit. Die durchschnittliche Entfernung vom galaktischen Zentrum ist etwas geringer als in der Referenz von Ruzicka und beträgt etwa 55 kpc. Die SMC vollzieht damit nicht ganz 2.5 Umläufe um das Milchstraßenzentrum, was verglichen mit den 1.75 Umläufen der

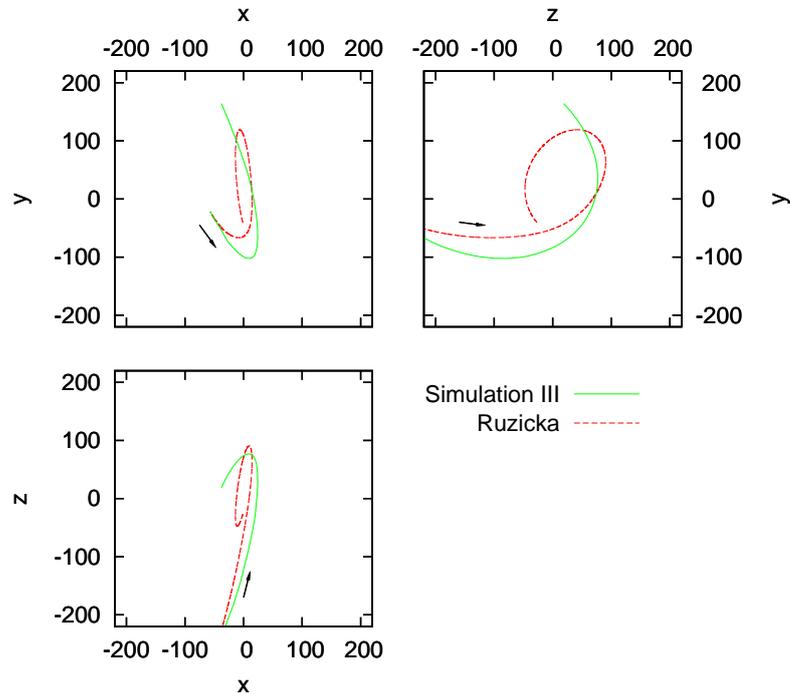


Abbildung 5.17: Orbitdaten der LMC aus der Simulation III. Die Daten aus der Simulation sind in Grün mit durchgezogener Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus Ruzicka (2006) sind mit strichlierter roter Linie geplottet. Der Beginn der Simulation und die anfängliche Entwicklungsrichtung ist jeweils mit einem schwarzen Pfeil markiert.

Vergleichssimulation noch immer zu hoch ist. Die Abbildung 5.20 zeigt die Abstände der SMC vom galaktischen Zentrum im Vergleich zur Referenzarbeit.

### 5.4.3 LMC-SMC-Annäherungen

Bei dieser Simulation kommt es zu keiner nennenswerten Annäherung zwischen den beiden Magellanschen Wolken. Der minimal erreichte Abstand beträgt über 100 kpc, wie aus der Abbildung 5.21 ersichtlich ist. Aus diesem Grund können keine Wechselwirkungen zwischen den beiden Galaxien festgestellt werden.

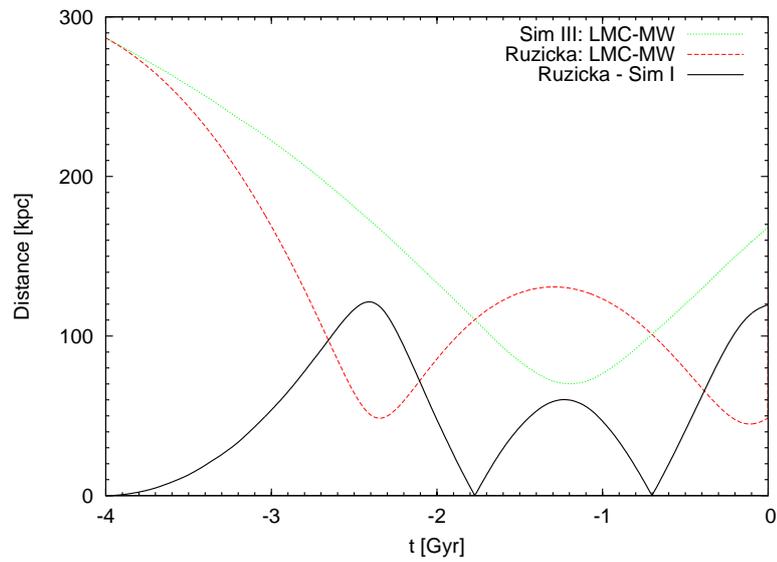


Abbildung 5.18: Simulation III: Abstand der LMC zum galaktischen Zentrum. Die Daten aus der Simulation sind in Grün mit punktierter Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus Ruzicka (2006) sind mit strichlierter roter Linie geplottet. Die schwarze durchgezogene Linie zeigt den Absolutbetrag der Differenz zwischen den beiden Simulationen.

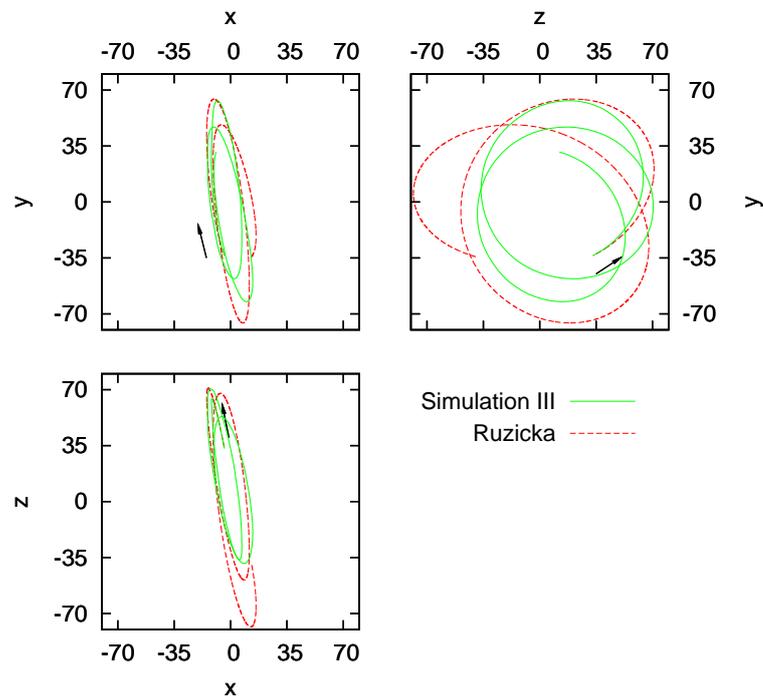


Abbildung 5.19: Orbitdaten der SMC aus der Simulation III. Die Daten aus der Simulation sind in Grün mit durchgezogener Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus Ruzicka (2006) sind mit strichlierter roter Linie geplottet. Der Beginn der Simulation und die anfängliche Entwicklungsrichtung ist jeweils mit einem schwarzen Pfeil markiert.

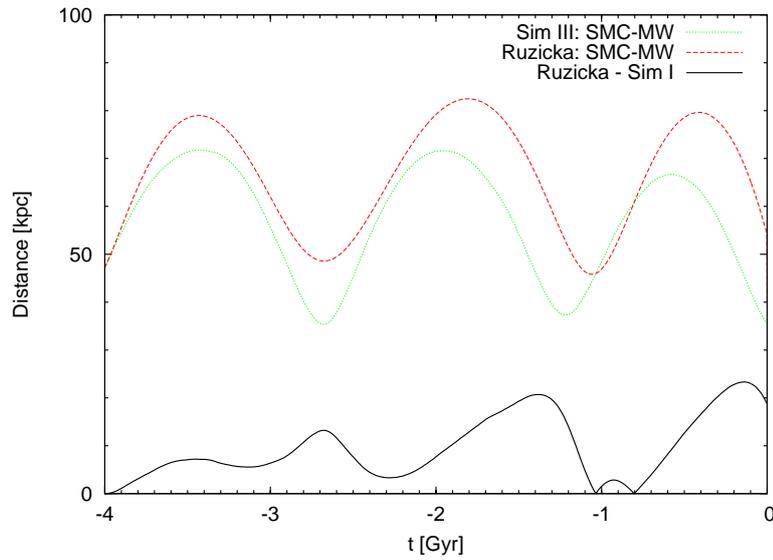


Abbildung 5.20: Simulation III: Abstand der SMC zum galaktischen Zentrum. Die Daten aus der Simulation sind in Grün mit punktierter Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus Ruzicka (2006) sind mit strichlierter roter Linie geplottet. Die schwarze durchgezogene Linie zeigt den Absolutbetrag der Differenz zwischen den beiden Simulationen.

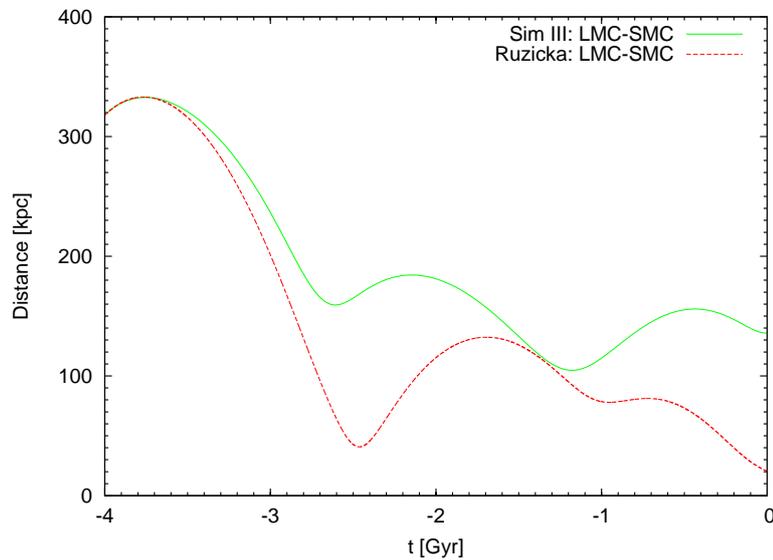


Abbildung 5.21: Simulation III: Abstand zwischen LMC und SMC. Die Daten aus der Simulation sind in Grün mit durchgezogener Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus Ruzicka (2006) sind mit strichlierter roter Linie geplottet.



## 6 Diskussion

Wie aus den Simulationen in Kapitel 5 hervorgeht, verhalten sich die berechneten Orbits der Magellanschen Wolken grundlegend verschieden von jenen, die von Ruzicka (2006) ermittelt wurden. Da sich die Galaxienmodelle der Simulationen von den Modellen der Referenzarbeit unterscheiden, konnte nicht davon ausgegangen werden, dass die Berechnungen in absoluter Übereinstimmung mit der Vergleichsarbeit ablaufen, allerdings überraschen die großen Abweichungen auf den ersten Blick.

Bei genauerer Betrachtung stellt sich heraus, dass die Abweichungen durch das verwendete Modell für die Milchstraße verursacht werden. Ruzicka (2006) verwendet in der Referenzarbeit ein abgeflachtes logarithmisches Potential, wie in Abschnitt 3.3.1 beschrieben, um den Halo der Milchstraße darzustellen. Dieses Potential ist in seinen Berechnungen analytisch implementiert. Prinzipiell weist ein solches Potential eine divergente Gesamtmasse auf, weshalb in den numerischen Simulationen ein *cutoff*-Radius festgelegt wird, außerhalb dessen die Dichte auf Null gesetzt wird. Die maximale Ausdehnung des Halos entspricht dann diesem *cutoff*-Radius. Ruzicka wählt einen Wert von 250 kpc für die größte Ausdehnung des Halos. Alle Parameter für das in Ruzicka (2006) verwendete logarithmische Potential sind in der Tabelle 6.1 noch einmal zusammengefasst.

Tabelle 6.1: Parameter des logarithmischen Potentials, wie es in Ruzicka (2006) zur Anwendung kommt.

Parameter	Bemerkung	Wert
$R_c$ [kpc]	<i>core</i> -Radius	12.0
$v_0$ [km s <sup>-1</sup> ]	max. Rotationsgeschwindigkeit	$\sqrt{2} \cdot 131.5$
$R_{\text{cut}}$ [kpc]	<i>cutoff</i> -Radius	250.0
$q$	Halo-Abflachung	0.84

In meiner Arbeit wird die Milchstraße durch Galaxienmodelle dargestellt, die sich aus Disk, Bulge und Halo zusammensetzen (siehe Abschnitt 3.1). Bei der Entwicklung dieser Modelle wurde darauf geachtet, die beobachteten Eigenschaften der Milchstraße möglichst genau zu reproduzieren. Ein solches Modell unterscheidet sich in mehreren Punkten von dem Halo-Modell in Ruzicka (2006). Im Vergleich zu einem

reinen Halo-Modell bewirken die zusätzlichen Komponenten (Disk, Bulge) einen wesentlich stärkeren Anstieg der integrierten Masse in den inneren Bereichen des Modells. Des Weiteren werden für alle Komponenten eines KD95-Modells sogenannte *lowered* Versionen von Standardmodellen verwendet, die sich durch eine endliche Gesamtmasse auszeichnen. Aus diesem Grund nimmt die Dichte ab einem gewissen Radius ab, was eine Abflachung des Graphen der integrierten Masse in den äußeren Bereichen des Modells zur Folge hat. Die Abbildung 6.1 zeigt die integrierte Masse in Abhängigkeit des Radius für das logarithmische Potential mit den Parametern der Tabelle 6.1 und verschiedene KD95-Modelle. Vergleicht man die Masse innerhalb eines bestimmten

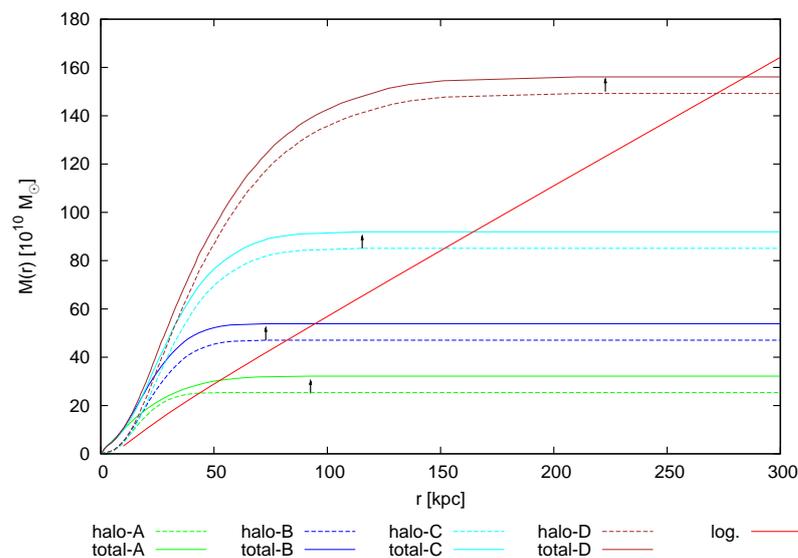


Abbildung 6.1: Integrierte Masse in Abhängigkeit des Radius. Die Kurve „log.“ zeigt die integrierte Masse eines logarithmischen Potentials mit den Parametern aus der Tabelle 6.1. Die Gesamtmasse (durchgezogene Linie) und die Halo-Masse (strichlierte Linie) innerhalb eines gewissen Radius für die KD95-Standardmodelle wird durch die Graphen „total-[A, B, C, D]“ bzw. „halo-[A, B, C, D]“ gezeigt. Ein schwarzer Pfeil markiert die maximale Ausdehnung des jeweiligen Modells.

Radius des logarithmischen Potentials mit der eines KD95-Modells, so wird klar, dass sich auf Grund dieser erheblichen Unterschiede die Orbits der Magellanschen Wolken verschieden entwickeln müssen. Das Problem ist, dass sich für eine Galaxie, die sich dem galaktischen Zentrum nähert, das Potential unterschiedlich ändert, wenn für die Milchstraße ein KD95-Modell statt des logarithmischen Potentials verwendet wird. Dieser Umstand wird zwar durch die zusätzlichen Modellkomponenten Disk und Bulge noch verstärkt, er wäre aber wegen des verwendeten *lowered* Modells auch existent,

wenn nur die Halo-Komponente vorhanden wäre, wie aus der Abbildung 6.1 hervorgeht, wenn man die Halo-Massen betrachtet.

Die KD95-Modelle erzeugen mit ihrer Masseverteilung eine Rotationskurve, die in Sonnenumgebung ( $R_{\odot} = 8.5$  kpc) den Wert  $V_c = 220$  km s $^{-1}$  annimmt. Mit dem logarithmischen Potential und den entsprechenden Parametern aus Ruzicka (2006) beträgt dieser Wert jedoch nur  $V_c = 108$  km s $^{-1}$ . Auch dieser Umstand belegt den großen Unterschied zwischen den verschiedenen Masseverteilungen. In der Abbildung 6.2 ist der Verlauf der Rotationskurven im Vergleich gezeigt.

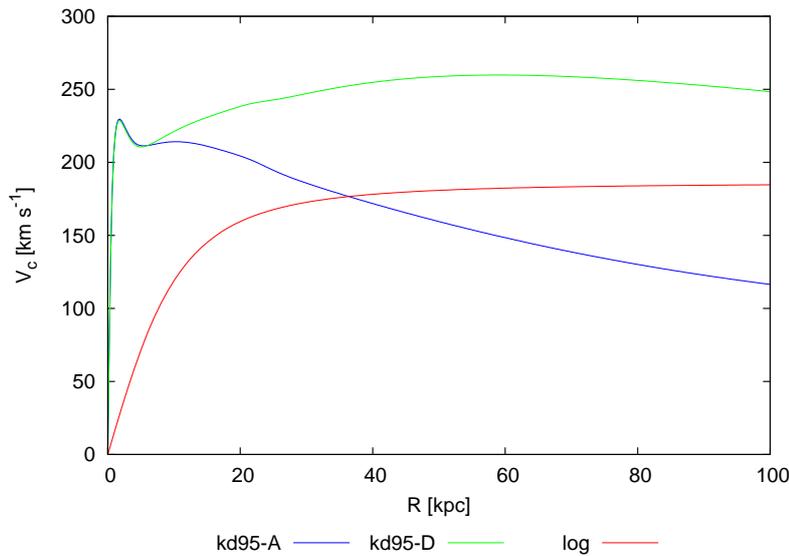


Abbildung 6.2: Rotationskurven der Modelle KD95-A und KD95-D im Vergleich zu einer Rotationskurve, die von einem logarithmischen Potential erzeugt wird.

Schlußendlich ist zu sagen, dass es mit den Gleichgewichtsmodellen von Kuijken & Dubinski (1995) nicht möglich ist, die Arbeit von Ruzicka (2006) nachzuvollziehen. Allerdings dürfte es auch mit anderen Modellen nicht einfach sein, die Orbits der Magellanschen Wolken zu reproduzieren, wenn diese einen Halo mit endlicher Masse verwenden. Genau das ist aber meistens der Fall, wenn es sich um Gleichgewichtsmodelle handelt.

Im Allgemeinen stellt es sich als schwierig heraus, Orbits die mit einer *restricted N-body*-Rechnung ermittelt wurden, durch eine selbstkonsistente Rechnung nachzuvollziehen. Die verwendeten Potentiale in den verschiedenen Modellen weisen dafür zu große Unterschiede auf. So bestätigte mir Adam Ruzicka, dass er vergleichbare Ergebnisse erhielt, als er die *restricted N-body*-Simulation für die *Sagittarius Dwarf Galaxy* selbstkonsistent nachvollzog.

Um das Magellansche System selbstkonsistent zu simulieren, müssen geeignete Anfangsbedingungen gefunden werden. Das könnte durch eine Rückintegration in der

Zeit durch eine *restricted N-body*-Rechnung erfolgen, wo jedoch ein wesentlich anderes Potential für die Milchstraße zur Anwendung kommt, als dies bei Ruzicka (2006) der Fall ist. Diese Untersuchungen werden Ziel einer nachfolgenden Arbeit sein.

Über die Resultate der Arbeit von Ruzicka (2006) können aus den obigen Gründen keine Aussagen getroffen werden. Die Annahme eines logarithmischen Potentials für den Halo der Milchstraße setzt jedoch eine wesentlich kleinere Masse in der Umgebung von 100 kpc um das galaktische Zentrum an, als dies die Gleichgewichtsmodelle von Kuijken & Dubinski (1995) tun. Das Hinzufügen entsprechender Komponenten für Disk und Bulge könnte die Situation nur wenig verbessern. Zielführender wäre die Implementation eines Potentials, das dem der selbstkonsistenten Modelle ähnlicher ist. Allerdings ist es für die Verwendung eines genetischen Algorithmus zur Optimierung von Parametern von entscheidender Bedeutung, dass die Modelle in sehr kurzer Zeit durchgerechnet werden können. Aus diesem Grund kann kein sehr kompliziertes Potential für die Milchstraße angenommen werden.

# A Grundlagen und Definitionen

## A.1 Konstante und Integrale der Bewegung

Jeder Sternorbit besitzt eine Trajektorie im 6-dimensionalen  $(\mathbf{x}, \mathbf{v})$ -Phasenraum. Dabei entspricht  $\mathbf{x}$  der Position und  $\mathbf{v}$  der Geschwindigkeit des Objekts. Als Konstante der Bewegung wird dann jede Funktion  $C(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$  bezeichnet, die entlang eines Orbits konstant ist. Es gilt also

$$C(\mathbf{x}(t_1), \mathbf{v}(t_1), t_1) = C(\mathbf{x}(t_2), \mathbf{v}(t_2), t_2) \quad (\text{A.1})$$

für beliebige Zeitpunkte  $t_1, t_2$ .

Im Gegensatz dazu hängt ein Integral der Bewegung nicht explizit von der Zeit ab. Für ein solches Integral gilt

$$I(\mathbf{x}(t_1), \mathbf{v}(t_1)) = I(\mathbf{x}(t_2), \mathbf{v}(t_2)) \quad (\text{A.2})$$

entlang eines Orbits. Es ist leicht ersichtlich, dass jedes Integral auch eine Konstante der Bewegung darstellt. Die Umkehrung dieser Folgerung ist im Allgemeinen aber nicht richtig. In einigen Spezialfällen ist es einfach, einige dieser Integrale der Bewegung anzugeben. So ist für ein beliebiges statisches Potential  $\Phi(\mathbf{x})$  die Hamilton-Funktion  $H(\mathbf{x}, \mathbf{v}) = \frac{1}{2}v^2 + \Phi$  ein Integral der Bewegung, während in einem sphärischen System der Drehimpuls  $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{v}$  ein solches darstellt. Für ein axialsymmetrisches Potential  $\Phi(R, z, t)$  mit der  $z$ -Achse als Symmetrieachse, ist die  $z$ -Komponente des Drehimpulses  $L_z = Rv_\varphi$  ein solches Integral. Im allgemeinen Fall ist es meist nicht möglich, ein Integral der Bewegung analytisch anzugeben, auch wenn ein solches existiert. Integrale der Bewegung, die nicht dicht im Phasenraum liegen, sogenannte isolierende Integrale, isolieren die Sternbahnen eindeutig. Daneben existieren auch nicht-isolierende Integrale, mit denen eine Einschränkung der Trajektorie aber nicht möglich ist.

## A.2 Verteilungs- oder Distributionsfunktion (DF)

Für die Modellierung eines stoßfreien Systems berechnet man im Allgemeinen nicht die Orbits der einzelnen Sterne, da dies zu aufwändig wäre. Man wechselt in diesem Fall zur sogenannten Verteilungs- oder Distributionsfunktion (DF), welche die mittlere Verteilung der Massen angibt. Bezeichnen  $\mathbf{x}$  und  $\mathbf{v}$  die Komponenten des 6-dimensionalen

Phasenraums, ist die DF  $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$  so definiert, dass mit  $f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)d^3\mathbf{x}d^3\mathbf{v}$  die Wahrscheinlichkeit angegeben wird, einen Stern zur Zeit  $t$  im Phasenraumvolumen  $d^3\mathbf{x}d^3\mathbf{v}$  anzutreffen.

Die DF besitzt die folgenden Eigenschaften:

- $f$  ist normiert:

Die Wahrscheinlichkeit, einen Stern irgendwo im gesamten Phasenraum zu finden ist gleich 1

$$\int_{(\mathbf{x}, \mathbf{v})} f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)d^3\mathbf{x}d^3\mathbf{v} = 1.$$

- $f$  ist positiv definit:

Die Wahrscheinlichkeit, einen Stern im Phasenraumvolumen  $d^3\mathbf{x}d^3\mathbf{v}$  anzutreffen ist  $\geq 0$ , daher gilt

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) \geq 0.$$

- Anzahldichte  $n(\mathbf{x}, t)$  der Sterne:

$$n(\mathbf{x}, t) = N \cdot \int f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)d^3\mathbf{v}$$

- Massendichte  $\rho(\mathbf{x}, t)$  der Sterne:

$$\rho(\mathbf{x}, t) = N\bar{m} \cdot \int f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)d^3\mathbf{v} = M \cdot \int f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)d^3\mathbf{v} \quad (\text{A.3})$$

Dabei bezeichnet  $N$  die Anzahl der Sterne,  $\bar{m}$  die mittlere Sternmasse und  $M$  die Gesamtmasse des Systems.

### A.3 Stoßfreie Boltzmann-Gleichung

Um ein Sternsystem selbstkonsistent zu beschreiben, verwendet man oft die stoßfreie Boltzmann-Gleichung (CBE). Darüber hinaus werden die meisten Gleichgewichtsmodelle durch das Lösen dieser Gleichung entwickelt. Die Anwendung der CBE setzt die folgenden Annahmen und Vereinfachungen voraus:

- Das Potential kann durch eine *mean field*-Näherung beschrieben werden, d. h. es ist nur durch den kollektiven Effekt der anderen Sterne gegeben. Lokale Fluktuationen werden vernachlässigt.
- Die Bewegung der Sterne verläuft ohne zu große Änderungen. Stöße zwischen einzelnen Sternen werden vernachlässigt.
- Die Verteilung der Sterne wird durch eine Distributionsfunktion (DF) mit den in Abschnitt A.2 angegebenen Eigenschaften beschrieben.

- Die Sterne sind voneinander statistisch unabhängig. Für reale Systeme ist diese Voraussetzung nicht erfüllt, da sich die Sterne gegenseitig anziehen. Dieser Umstand erhöht die Wahrscheinlichkeit, dass in der Umgebung eines Sterns weitere gefunden werden. Die statistische Abhängigkeit der Sterne wird jedoch vernachlässigt.
- Sterne werden weder neu gebildet noch zerstört.

Jeder Stern bewegt sich gemäß der Newtonschen Mechanik durch den Phasenraum, wodurch sich die Wahrscheinlichkeit, ihn an bestimmten Phasenraumkoordinaten zu finden, entsprechend ändert. Analog zur Massenerhaltung in der kinematischen Gastheorie stellt die Wahrscheinlichkeit eine Erhaltungsgröße dar und es lässt sich eine Kontinuitätsgleichung für  $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{k=1}^6 \frac{\partial f \dot{w}_k}{\partial w_k} = 0 \quad (\text{A.4})$$

anschreiben, wobei  $\mathbf{w}_k = (w_k) = (x_1, x_2, x_3, u_1, u_2, u_3)$  gilt. Mit den Beziehungen

$$\dot{x}_i = u_i \quad \text{und} \quad \dot{u}_i = -\frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \quad (\text{A.5})$$

gilt

$$\sum_{k=1}^6 \frac{\partial \dot{w}_k}{\partial w_k} = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial v_i}{\partial x_i} + \frac{\partial \dot{v}_i}{\partial v_i} = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial v_i} \left( -\frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right) = 0, \quad (\text{A.6})$$

wobei der erste Term der Summe verschwindet, da die Geschwindigkeiten und die Orte voneinander unabhängige Größen sind. Der zweite Term der Summe ergibt sich zu Null, da das Potential nur vom Ort abhängt nicht aber von der Geschwindigkeit. Setzt man die Beziehung (A.6) in die Gleichung (A.4) ein, so ergibt sich die stoßfreie Boltzmann-Gleichung

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{k=1}^6 \dot{w}_k \frac{\partial f}{\partial w_k} = 0 \quad (\text{A.7})$$

bzw. in vektorieller Form

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f - \nabla \Phi \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = 0. \quad (\text{A.8})$$

Die konvektive Ableitung der DF  $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{k=1}^6 \dot{w}_k \frac{\partial f}{\partial w_k} \quad (\text{A.9})$$

gibt an, wie sich die Funktion  $f$  entlang einer Phasenraumtrajektorie ändert. Mit der Boltzmann-Gleichung  $df/dt = 0$  ist festgelegt, dass die Phasenraumdichte entlang einer solchen Trajektorie konstant ist, d. h. der Fluss im Phasenraum entspricht dem einer inkompressiblen Flüssigkeit. Die Poisson-Gleichung lautet mit der Definition (A.3)

$$\Delta\Phi = 4\pi G\rho = 4\pi GM \int f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d^3\mathbf{v}. \quad (\text{A.10})$$

Mit dieser Gleichung und der CBE ist die Dynamik eines selbstgravitierenden Sternengases vollständig beschrieben, allerdings entzieht sich die Berechnung der Verteilungsfunktion im 6-dimensionalen Phasenraum den praktischen Möglichkeiten.

## A.4 Dynamische Reibung

Betrachtet man die Bewegung eines Körpers mit der Masse  $M$  durch ein Feld von Sternen mit der Masse  $m$ , so kommt es zu einer Wechselwirkung zwischen dem Körper und den Feldsternen. Im angenommenen Fall soll  $M \gg m$  gelten.  $(\mathbf{x}_M, \mathbf{v}_M)$  bezeichnen den Ort und die Geschwindigkeit der Masse  $M$  und  $(\mathbf{x}_m, \mathbf{v}_m)$  dieselben Größen eines Sterns der Masse  $m$ . Der Abstand zwischen den beiden Objekten sei  $\mathbf{r} = \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_M$ , die Relativgeschwindigkeit ist mit  $\mathbf{V} = \dot{\mathbf{r}}$  angegeben. In diesem Fall kann die Bewegung eines fiktiven Teilchens mit der reduzierten Masse im Gravitationspotential der Masse  $M + m$  über die Kepler-Gleichung

$$\left( \frac{mM}{m+M} \right) \ddot{\mathbf{r}} = -\frac{GMm}{r^2} \mathbf{e}_r \quad (\text{A.11})$$

beschrieben werden. Mit den Bezeichnungen  $\Delta\mathbf{v}_M$  und  $\Delta\mathbf{v}_m$  für die Änderung der Geschwindigkeit des jeweiligen Objekts gilt für die Relativgeschwindigkeit

$$\Delta\mathbf{V} = \Delta\mathbf{v}_m - \Delta\mathbf{v}_M. \quad (\text{A.12})$$

Der Schwerpunkt des Systems ändert sich während der Wechselwirkung nicht. Damit gilt

$$m\Delta\mathbf{v}_m + M\Delta\mathbf{v}_M = 0, \quad (\text{A.13})$$

womit sich  $\Delta\mathbf{v}_m$  eliminieren lässt. Es ergibt sich somit

$$\Delta\mathbf{v}_M = -\left( \frac{m}{m+M} \right) \Delta\mathbf{V}. \quad (\text{A.14})$$

Setzt man in die allgemeine Lösung des Kepler-Problems ein, so ergibt sich

$$\frac{1}{r} = C \cos(\psi - \psi_0) + \frac{GM}{L^2}, \quad (\text{A.15})$$

wobei der Drehimpuls mit  $L = r^2\dot{\psi} = bV_0$  definiert wurde (siehe Abb. A.1). Die Ableitung obiger Gleichung liefert

$$\frac{dr}{dt} = Cr^2\dot{\psi} \sin(\psi - \psi_0) = CbV_0 \sin(\psi - \psi_0). \quad (\text{A.16})$$

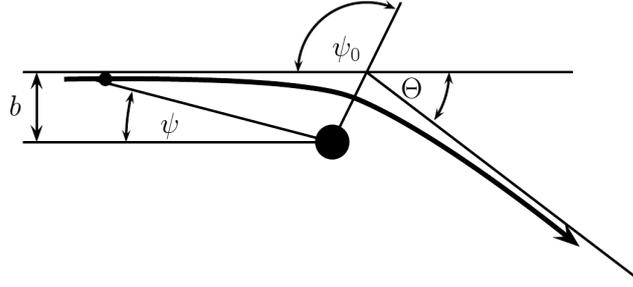


Abbildung A.1: Gravitative Streuung eines kleinen Körpers an einem massereichen Objekt. Der Stoßparameter  $b$  und der Ablenkwinkel  $\Theta$  charakterisieren die Flugbahn des Teilchens.

Die Konstanten  $C$  und  $\psi_0$  sind dabei durch die Anfangsbedingungen festgelegt. Für  $t \rightarrow -\infty$  gilt  $\psi = 0$ . Die Gleichungen (A.15) bzw. (A.16) ergeben damit

$$\cos(\psi_0) = -\frac{G(M+m)}{Cb^2V_0^2} \text{ bzw.} \quad (\text{A.17a})$$

$$\sin(\psi_0) = \frac{1}{Cb}. \quad (\text{A.17b})$$

Die Eliminierung der Konstante  $C$  führt zu

$$\tan(\psi_0) = -\frac{bV_0^2}{G(M+m)}. \quad (\text{A.18})$$

Der Punkt mit dem geringsten Abstand der beiden Massen wird bei  $2\psi_0 - \Theta = \pi$  erreicht. In diesem Punkt bestimmt sich die vertikale Änderung der Geschwindigkeit relativ zur Anfangsgeschwindigkeit  $\mathbf{V}_0$  zu

$$\begin{aligned} \Delta V_{\perp} &= V_0 \sin \Theta = V_0 |\sin 2\psi_0| = \frac{2V_0 \tan \psi_0}{1 + \tan^2 \psi_0} \\ &= \frac{2bV_0^3}{G(M+m)} \left[ 1 + \frac{b^2V_0^4}{G^2(M+m)^2} \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

Die Komponente der Änderung parallel zur Anfangsgeschwindigkeit ist

$$\begin{aligned}\Delta V_{\parallel} &= V_0(1 - \cos \Theta) = V_0(1 + \cos 2\psi_0) = \frac{2V_0}{1 + \tan^2 \psi_0} \\ &= 2V_0 \left[ 1 + \frac{b^2 V_0^4}{G^2(M+m)^2} \right]^{-1}\end{aligned}\quad (\text{A.20})$$

und zeigt stets in die entgegengesetzte Richtung von  $\mathbf{V}_0$ . Mit Hilfe von Gleichung (A.14) errechnet sich die Änderung der Geschwindigkeit der Masse  $M$  in vertikaler bzw. paralleler Richtung zu

$$|\Delta \mathbf{v}_{M\perp}| = \frac{2mbV_0^3}{G(M+m)^3} \left[ 1 + \frac{b^2 V_0^4}{G^2(M+m)^2} \right]^{-1} \quad \text{bzw.} \quad (\text{A.21a})$$

$$|\Delta \mathbf{v}_{M\parallel}| = \frac{2mbV_0}{M+m} \left[ 1 + \frac{b^2 V_0^4}{G^2(M+m)^2} \right]^{-1}. \quad (\text{A.21b})$$

Im nächsten Schritt nimmt man an, dass sich die Masse durch eine unendlich ausgedehnte Menge von Sternen bewegt, welche sich gegenseitig nicht gravitativ beeinflussen (Jeans-Schwindel). Damit wird die Bewegung der Sterne einzig durch die Wirkung der Masse  $M$  verursacht. In diesem Fall mitteln sich die transversalen Störungen  $\Delta \mathbf{v}_{M\perp}$  weg und es bleibt nur eine Nettowirkung der zu  $V_0$  parallelen Störungen  $\Delta \mathbf{v}_{M\parallel}$ . Dieser Effekt führt zur Verminderung der Geschwindigkeit der Masse  $M$  und wird als dynamische Reibung bezeichnet.

Im Weiteren wird eine Sternverteilung angenommen, deren Sterndichte im Phasenraum durch  $f(\mathbf{v})$  gegeben ist. Die Rate der Sterne im Geschwindigkeitsintervall  $[\mathbf{v}_m, \mathbf{v}_m + d^3\mathbf{v}_m]$  ist dann als

$$2\pi b db V_0 f(\mathbf{v}_m) d^3\mathbf{v}_m \quad (\text{A.22})$$

definiert. Dabei setzt der Streuquerschnitt  $2\pi b db$  eine axiale Symmetrie um die ursprüngliche Flugrichtung  $\mathbf{V}_0$  voraus. Um die gesamte Verzögerung zu berechnen, muss man über alle Stoßparameter  $b$  integrieren, wobei mit  $b_{\max}$  ein maximaler Einflussbereich festgelegt wird. Die Integration

$$\left. \frac{d\mathbf{v}_M}{dt} \right|_{\mathbf{v}_m} = V_0 f(\mathbf{v}_m) d^3\mathbf{v}_m \int_0^{b_{\max}} \frac{2mV_0}{M+m} \left[ 1 + \frac{b^2 V_0^4}{G^2(M+m)^2} \right]^{-1} 2\pi b db \quad (\text{A.23})$$

kann durch das Einführen einer neuen Integrationsvariable

$$y = \frac{b^2 V_0^4}{G^2(M+m)^2} \quad (\text{A.24})$$

in

$$\begin{aligned}\left. \frac{d\mathbf{v}_M}{dt} \right|_{\mathbf{v}_m} &= 2\pi m G^2 (M+m) \frac{V_0}{V_0^3} f(\mathbf{v}_m) d^3\mathbf{v}_m \int_0^{y_{\max}} \frac{1}{1+y} dy \\ &= 2\pi m G^2 (M+m) \frac{V_0}{V_0^3} f(\mathbf{v}_m) d^3\mathbf{v}_m \ln(1 + \Lambda^2)\end{aligned}\quad (\text{A.25})$$

umgeschrieben werden. Dabei wurde ein neuer Parameter

$$\Lambda = \frac{b_{\max} V_0}{G(M+m)} \quad (\text{A.26})$$

eingeführt. In Analogie zur elektrischen Wechselwirkung der Plasmatheorie wird  $\ln \Lambda$  als Coulomb-Logarithmus bezeichnet. In unseren Anwendungen gilt  $\Lambda \gg 1$  und damit  $\frac{1}{2} \ln(1 + \Lambda^2) \simeq \ln \Lambda$ . Unter Verwendung der Beziehung (A.12) wird Gleichung (A.25) zu

$$\left. \frac{d\mathbf{v}_M}{dt} \right|_{\mathbf{v}_m} = 4\pi \ln \Lambda m G^2 (M+m) \frac{\mathbf{v}_m - \mathbf{v}_M}{|\mathbf{v}_m - \mathbf{v}_M|^3} f(\mathbf{v}_m) d^3 \mathbf{v}_m. \quad (\text{A.27})$$

Aus Gleichung (A.27) ist ersichtlich, dass eine Kraft in Richtung  $\mathbf{v}_m - \mathbf{v}_M$  wirkt, die mit dem Quadrat dieser Entfernung (im Phasenraum) abfällt. Das erinnert an eine Gravitationskraft, die von der Massendichte  $\rho(\mathbf{v}_m) = 4\pi \ln \Lambda G m (M+m) f(\mathbf{v}_m)$  hervorgerufen wird. Ist die Geschwindigkeitsverteilung der Sterne isotrop, so gilt  $d^3 \mathbf{v}_m = 4\pi v_m^2 dv_m$ . In diesem Fall wirken in Analogie zum Newtonschen Gravitationsgesetz nur die Sterne innerhalb einer Sphäre im Phasenraum mit  $v_m < v_M$ . Die Beschleunigung ist dann  $G/v_M^2$ . Die Gesamtkraft auf die Masse  $M$  errechnet sich über

$$\frac{d\mathbf{v}_M}{dt} = 16\pi^2 \ln \Lambda m G^2 (M+m) \frac{v_M}{v_M^3} \int_0^{v_M} v_m^2 f(v_m) d^3 v_m. \quad (\text{A.28})$$

Diese Kraft wirkt wie eine Reibung und ist der Bewegung entgegengesetzt.

## A.5 Symplektische Integratoren

Betrachtet man ein System von  $N$  Teilchen, so kann der Zustand dieses Systems durch einen Punkt im Phasenraum  $\Gamma$  beschrieben werden. Der Phasenraum  $\Gamma$  wird durch die Orte (verallgemeinerte Koordinaten)  $\mathbf{q}$  und die Geschwindigkeiten (oder Impulse)  $\mathbf{p}$  der Teilchen aufgespannt und ist somit  $6N$ -dimensional. Sind die Orte und die Geschwindigkeiten unabhängig voneinander, so gilt die Hamiltonsche Mechanik und die Bewegungsgleichungen lauten

$$\dot{q}_\alpha = + \frac{\partial H}{\partial p_\alpha} \text{ sowie} \quad (\text{A.29a})$$

$$\dot{p}_\alpha = - \frac{\partial H}{\partial q_\alpha}, \quad (\text{A.29b})$$

wobei  $H$  die Hamilton-Funktion des Systems bezeichnet. Die Position eines Teilchens  $\alpha$  im  $\Gamma$ -Raum wird durch den 6-dimensionalen Vektor  $\mathbf{w}_\alpha = (\mathbf{q}_\alpha, \mathbf{p}_\alpha)$  angegeben. Ein Mikrozustand des Systems ( $\Gamma$ -Punkt) ist somit durch die  $6N$  Vektoren  $\mathbf{w}_1 \dots \mathbf{w}_N$  festgelegt. Die Wahrscheinlichkeit, dass sich ein  $\Gamma$ -Punkt zum Zeitpunkt  $t$  in einem Einheitsvolumen des  $\Gamma$ -Raumes befindet, wird mit  $f^{(N)}(\mathbf{w}_1 \dots \mathbf{w}_N, t)$  bezeichnet. Sie

wird auch *N-body distribution function* (NDF) genannt. Nimmt man der Einfachheit halber an, dass alle Teilchen identisch sind, so gilt

$$f^{(N)}(\dots, \mathbf{w}_\alpha, \dots, \mathbf{w}_\beta, \dots) = f^{(N)}(\dots, \mathbf{w}_\beta, \dots, \mathbf{w}_\alpha, \dots) \text{ für alle } \alpha, \beta. \quad (\text{A.30})$$

$f^{(N)}$  ist in diesem Fall eine symmetrische Funktion. Die Entwicklung von  $f^{(N)}$  ist analog zur Boltzmann-Gleichung (A.7)

$$\frac{\partial f^{(N)}}{\partial t} + \sum_{\alpha=1}^N \left( \dot{\mathbf{q}}_\alpha \cdot \frac{\partial f^{(N)}}{\partial \mathbf{q}_\alpha} + \dot{\mathbf{p}}_\alpha \cdot \frac{\partial f^{(N)}}{\partial \mathbf{p}_\alpha} \right) = 0 \quad (\text{A.31})$$

$$\frac{\partial f^{(N)}}{\partial t} + \sum_{\alpha=1}^N \left( \frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}_\alpha} \cdot \frac{\partial f^{(N)}}{\partial \mathbf{q}_\alpha} - \frac{\partial H}{\partial \mathbf{q}_\alpha} \cdot \frac{\partial f^{(N)}}{\partial \mathbf{p}_\alpha} \right) = 0 \quad (\text{A.32})$$

$$\frac{df^{(N)}}{dt} = 0, \quad (\text{A.33})$$

wobei  $d/dt$  die konvektive Ableitung im  $\Gamma$ -Raum darstellt. Der Fluss der  $\Gamma$ -Punkte durch den  $\Gamma$ -Raum ist inkompressibel, d. h. die Phasenraumdichte von  $\Gamma$ -Punkten  $f^{(N)}$  ändert sich entlang einer Phasenraumtrajektorie nicht (Liouville-Theorem). Integratoren, die diese Eigenschaft für ein System erhalten, nennt man symplektisch.

# B Koordinatensysteme

Zur Angabe von Positionen oder Geschwindigkeiten benötigt man ein Koordinatensystem, auf welches sich die Angaben beziehen. Je nach Art bzw. Ursprung der Daten verwendet man das jeweilige Bezugssystem, das die gegebenen Eigenschaften der beschriebenen Struktur am besten berücksichtigt. Werden, wie in dieser Arbeit, die Angaben auf verschiedene Koordinatensysteme bezogen, muss eine Transformation in das Zielsystem erfolgen. In den folgenden Absätzen werden die in der Arbeit verwendeten Koordinatensysteme kurz beschrieben und eine Anleitung für die Transformation gegeben.

## B.1 Äquatoriales System

Die astronomischen Beobachtungen erfolgen stets von der Erdoberfläche bzw. von einem erdnahen Bereich. Es ist daher natürlich, ein Koordinatensystem zu verwenden, das diese Tatsache berücksichtigt. Mit dem äquatorialen Koordinatensystem hat man ein Bezugssystem, in dem es einfach ist, von der Erde aus gemessene Größen anzugeben. Das äquatoriale System benutzt die Erde als Mittelpunkt einer ins Unendliche erweiterten Himmelskugel. Die Erdachse wird nach beiden Seiten verlängert und schneidet so diese Kugel im Himmelsnord- (*North Celestial Pole* NCP) und auf der gegenüber liegenden Seite im Himmelsüdpol (*South Celestial Pole* SCP). Die Projektion der Äquatorebene auf die Himmelskugel definiert den Himmelsäquator. Der Winkel zwischen der Äquatorebene und dem Radiusvektor zu einem bestimmten Objekt ist die Deklination  $\delta$ . Sie wird in der Nordhalbkugel positiv gezählt, in der Südhalbkugel negativ. Ein Objekt in der Äquatorebene hat somit  $\delta = 0^\circ$ . Befindet sich ein Objekt genau im NCP, so ist seine Deklination  $\delta = +90^\circ$ , während der SCP bei  $\delta = -90^\circ$  zu finden ist. Als zweite Koordinate wird die Rektaszension  $\alpha$  angegeben. Sie wird entlang des Himmelsäquators in Richtung Ost gezählt. Die Einheit der Rektaszension ist üblicherweise das Zeitmaß ( $24^{\text{h}} = 360^\circ$ ). Der Nullpunkt von  $\alpha$  ist der Schnittpunkt des aufsteigenden Astes der Ekliptik (scheinbare Sonnenbahn) mit dem Äquator und wird als Frühlingspunkt  $\Upsilon$  (*vernal equinox*) bezeichnet (siehe Abb. B.1).

## B.2 Galaktisches System

Zur Beschreibung galaktischer Positionen oder Dynamik, ist es von Vorteil, auf ein System zu wechseln, welches die Struktur der Milchstraße berücksichtigt. Das ga-

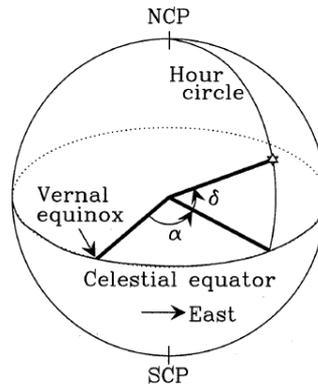


Abbildung B.1: Äquatoriales Koordinatensystem. Die Position eines Objekts wird über die Koordinaten  $(\alpha, \delta)$  angegeben. Der Nullpunkt von  $\alpha$  ist beim Frühlingspunkt (*vernal equinox*) (Quelle: Binney & Merrifield, 1998).

laktische Koordinatensystem bezieht sich auf die Hauptebene der Milchstraße, welche durch Schnitt mit der Himmelskugel den galaktischen Äquator definiert. Dieser galaktische Äquator ist gegen den Himmelsäquator um  $62.87^\circ$  geneigt. Die Senkrechte auf die galaktische Äquatorebene geschnitten mit der Himmelskugel bestimmt den galaktischen Nordpol (*North Galactic Pole NGP*) sowie den galaktischen Südpol (*South Galactic Pole SGP*). Der NGP hat die äquatoriellen Koordinaten  $(\alpha_{GP}, \delta_{GP}) = (192.85948^\circ, 27.12825^\circ)^1$ . Die galaktische Breite  $b$  gibt den Winkel zwischen dem galaktischen Äquator und dem betreffenden Objekt entlang des Großkreises durch Objekt und galaktischen Pol an. Sie wird wieder auf der nördlichen Halbkugel positiv gezählt, unterhalb des Äquators negativ. Somit haben der NGP bzw. der SGP jeweils die Breite  $b = +90^\circ$  bzw.  $b = -90^\circ$ . Die zweite benötigte Koordinate ist die galaktische Länge  $l$ , deren Nullpunkt durch die Richtung zum galaktischen Zentrum definiert wird. Das galaktische Zentrum wird durch die äquatorialen Koordinaten  $(\alpha, \delta) = (266.405^\circ, -28.936^\circ)^1$  beschrieben (siehe Abb. B.2).

### B.3 Galaktozentrisches kartesisches System

Numerische Simulationscodes verwenden in der Regel ein kartesisches Koordinatensystem. Es ist daher notwendig, die beobachteten Gegebenheiten in ein solches System umzurechnen, damit sie durch einen herkömmlichen Simulationscode verarbeitet werden können. Die Lage des kartesischen Systems innerhalb eines anderen Koordinatensystems ist prinzipiell frei wählbar. Es erweist sich jedoch als vorteilhaft, die Lage des Systems an die physikalischen Gegebenheiten anzupassen.

<sup>1</sup>Die Angaben von  $(\alpha, \delta)$  beziehen sich auf die Epoche 2000.

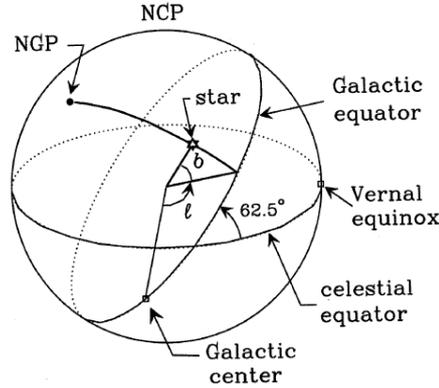


Abbildung B.2: Galaktisches Koordinatensystem. Der galaktische Äquator ist gegenüber dem Himmelsäquator um  $62.87^\circ$  geneigt. Die Position eines Objekts wird über die galaktische Länge und Breite angegeben ( $l, b$ ). Nullpunkt der galaktischen Länge ist die Richtung zum galaktischen Zentrum (Quelle: Binney & Merrifield, 1998).

In der vorliegenden Arbeit kommt ein kartesisches System zum Einsatz, das von Gardiner & Noguchi (1996) eingeführt und in der Arbeit von van der Marel et al. (2002) erweitert wurde. Die Herleitung von van der Marel et al. (2002) wurde im Wesentlichen übernommen und nur geringfügig angepasst. Für diese Arbeit nicht relevante Teile wurden ausgespart, einige Herleitungen, die im Originalartikel ausgelassen sind, wurden hinzugefügt.

Es handelt sich dabei um ein Rechtssystem mit seinem Ursprung im Massenzentrum der Milchstraße. Die  $z$ -Achse zeigt zum galaktischen Nordpol, die  $x$ -Achse weist in Richtung von der Sonne zum galaktischen Zentrum und die  $y$ -Achse zeigt somit in die Rotationsrichtung der Sonne um das galaktische Zentrum (siehe Abb. B.3). Der Positions- bzw. Geschwindigkeitsvektor der Sonne ist in diesem System

$$\mathbf{r}_\odot = (-R_0, 0, 0) \quad (\text{B.1a})$$

$$\mathbf{v}_\odot = (U_\odot, V_0 + V_\odot, W_\odot). \quad (\text{B.1b})$$

Die Größen  $R_0$  und  $V_0$  bezeichnen die Entfernung der Sonne vom galaktischen Zentrum und deren Rotationsgeschwindigkeit um das Zentrum. Von der IAU werden dafür die Standardwerte  $R_0 = 8.5$  kpc und  $V_0 = 220$  km s $^{-1}$  als Standardwerte angegeben, welche auch in dieser Arbeit benutzt werden. Der Vektor  $(U_\odot, V_\odot, W_\odot)$  gibt die Geschwindigkeit der Sonne in Bezug zum *local standard of rest* (LSR) an. Er wird von Binney & Tremaine (2008) mit  $13.4$  km s $^{-1}$  in Richtung  $l = 28^\circ, b = 32^\circ$  angegeben, was der Annahme  $(U_\odot, V_\odot, W_\odot) = (10.0 \pm 0.4, 5.2 \pm 0.6, 7.2 \pm 0.4)$  km s $^{-1}$  in van der Marel et al. (2002) entspricht.

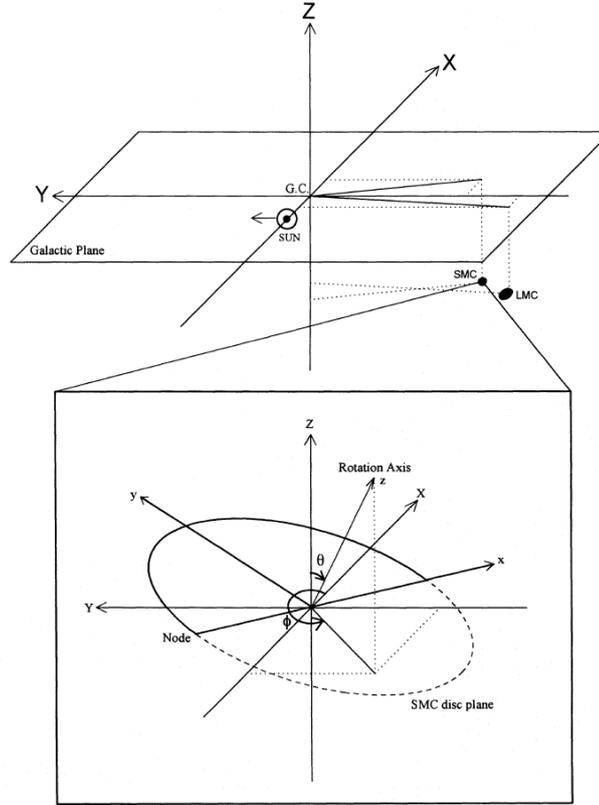


Abbildung B.3: Galaktozentrisches  $(X, Y, Z)$ -Koordinatensystem. Die Abbildung zeigt das für die Simulationen verwendete Koordinatensystem sowie das nicht-inertiale Koordinatensystem  $(x, y, z)$ , welches seinen Ursprung im Massenzentrum der SMC hat. Die gegenseitige Lage der beiden Systeme zueinander wird über die Größen  $\theta$  und  $\phi$  bestimmt, die als Winkel zwischen den Rotationsachsen der SMC und den Achsen des galaktozentrischen Systems definiert sind. Für die LMC kommt ein weiteres, auf die gleiche Art festgelegtes, nicht-inertiales Bezugssystem zum Einsatz, das hier nicht gezeigt ist (Quelle: Gardiner & Noguchi, 1996).

## B.4 Koordinatentransformationen

### B.4.1 Positionen

Ist ein Objekt durch seine äquatorialen Koordinaten  $(\alpha, \delta)$  gegeben, so kann eine Transformation in galaktische Länge und Breite  $(l, b)$  über die Beziehungen

$$\sin(b) = \sin(\delta_{GP}) \sin(\delta) + \cos(\delta_{GP}) \cos(\delta) \cos(\alpha - \alpha_{GP}) \quad (\text{B.2a})$$

$$\cos(b) \sin(l_{CP} - l) = \cos(\delta) \sin(\alpha - \alpha_{GP}) \quad (\text{B.2b})$$

$$\cos(b) \cos(l_{CP} - l) = \cos(\delta_{GP}) \sin(\delta) - \sin(\delta_{GP}) \cos(\delta) \cos(\alpha - \alpha_{GP}) \quad (\text{B.2c})$$

erfolgen. Dabei sind  $(\alpha_{GP}, \delta_{GP}) = (192.85948^\circ, 27.12825^\circ)$  die äquatorialen Koordinaten des galaktischen Nordpols und  $l_{CP} = 122.932^\circ$  die galaktische Länge des Himmelspols<sup>1</sup>. Weitere Details können in Binney & Merrifield (1998) nachgelesen werden.

Der Einheitsvektor in Richtung von der Sonne zum betreffenden Objekt ausgedrückt im kartesischen System lautet

$$\mathbf{u}_1 = \begin{pmatrix} \cos b \cos l \\ \cos b \sin l \\ \sin b \end{pmatrix}. \quad (\text{B.3})$$

Mit den Beziehungen

$$\cos b \cos l = \cos b \cos(l_{CP} - l) \cos l_{CP} + \cos b \sin(l_{CP} - l) \sin l_{CP} \quad (\text{B.4a})$$

$$\cos b \sin l = \cos b \cos(l_{CP} - l) \sin l_{CP} + \cos b \sin(l_{CP} - l) (-\cos l_{CP}) \quad (\text{B.4b})$$

errechnen sich die Komponenten von  $\mathbf{u}_1$  aus den äquatorialen Koordinaten durch die Gleichungen

$$\mathbf{u}_1 = \begin{pmatrix} \cos \delta_{GP} \sin \delta \cos l_{CP} \\ -\cos \delta [\sin \delta_{GP} \cos(\alpha - \alpha_{GP}) \cos l_{CP} - \sin(\alpha - \alpha_{GP}) \sin l_{CP}] \\ \cos \delta_{GP} \sin \delta \sin l_{CP} \\ -\cos \delta [\sin \delta_{GP} \cos(\alpha - \alpha_{GP}) \sin l_{CP} + \sin(\alpha - \alpha_{GP}) \cos l_{CP}] \\ \sin \delta_{GP} \sin \delta + \cos \delta_{GP} \cos \delta \cos(\alpha - \alpha_{GP}) \end{pmatrix}. \quad (\text{B.5})$$

Bezeichnet  $D_0$  den Abstand des Objekts von der Sonne, so kann über

$$\mathbf{r}_{obj} = \mathbf{r}_\odot + D_0 \mathbf{u}_1 \quad (\text{B.6})$$

der Positionsvektor des Objekts im kartesischen System berechnet werden.

## B.4.2 Geschwindigkeiten

Wie schon erwähnt, gibt der Einheitsvektor  $\mathbf{u}_1$  (siehe Gleichung (B.3) bzw. (B.5)) die Richtung von der Sonne zum betreffenden Objekt an. Bildet man die Ableitung dieses Vektors in  $\alpha$ - und  $\delta$ -Richtung, so erhält man die Vektoren  $\mathbf{u}_2$  und  $\mathbf{u}_3$ . Sie zeigen, von der Sonne aus gesehen, in West- bzw. in Nord-Richtung und bilden mit  $\mathbf{u}_1$  ein

<sup>1</sup>Der Wert für die galaktische Länge des Himmelspols ist in Binney & Merrifield (1998) falsch angegeben. Der hier angeführte Wert stimmt mit van der Marel et al. (2002) und NASA Extragalactic Database (2002) überein.

orthonormales Basissystem des (X,Y,Z)-Raumes. Die zu verwendenden Beziehungen sind

$$\mathbf{u}_2 = -\frac{1}{\cos \delta} \frac{\partial \mathbf{u}_1}{\partial \alpha} \quad (\text{B.7a})$$

$$= \begin{pmatrix} -\sin \delta_{GP} \sin(\alpha - \alpha_{GP}) \cos l_{CP} - \cos(\alpha - \alpha_{GP}) \sin l_{CP} \\ -\sin \delta_{GP} \sin(\alpha - \alpha_{GP}) \sin l_{CP} + \cos(\alpha - \alpha_{GP}) \cos l_{CP} \\ \cos \delta_{GP} \sin(\alpha - \alpha_{GP}) \end{pmatrix} \quad (\text{B.7b})$$

und

$$\mathbf{u}_3 = \frac{\partial \mathbf{u}_1}{\partial \delta} \quad (\text{B.8a})$$

$$= \begin{pmatrix} \cos \delta_{GP} \cos \delta \cos l_{CP} \\ + \sin \delta [\sin \delta_{GP} \cos(\alpha - \alpha_{GP}) \cos l_{CP} - \sin(\alpha - \alpha_{GP}) \sin l_{CP}] \\ \cos \delta_{GP} \cos \delta \sin l_{CP} \\ + \sin \delta [\sin \delta_{GP} \cos(\alpha - \alpha_{GP}) \sin l_{CP} + \sin(\alpha - \alpha_{GP}) \cos l_{CP}] \\ \sin \delta_{GP} \cos \delta - \cos \delta_{GP} \sin \delta \cos(\alpha - \alpha_{GP}) \end{pmatrix}. \quad (\text{B.8b})$$

Mit den Definitionen der Eigenbewegungen in West- bzw. Nord-Richtung (von der Sonne aus gesehen)

$$\mu_W = -\frac{d\alpha}{dt} \cos \delta \quad (\text{B.9a})$$

$$\mu_N = \frac{d\delta}{dt} \quad (\text{B.9b})$$

lauten die entsprechenden Geschwindigkeiten im Raum

$$v_W = D_0 \mu_W \quad (\text{B.10a})$$

$$v_N = D_0 \mu_N. \quad (\text{B.10b})$$

Die Eigenbewegung in westliche Richtung  $\mu_W$  zeigt dabei in die entgegengesetzte Richtung der bei Beobachtungen oft angegebenen Eigenbewegung  $\mu_\alpha \cos \delta$ . Die Eigenbewegung in nördliche Richtung  $\mu_N$  entspricht der Beobachtungsgröße  $\mu_\delta$ . Bezeichnet man die Geschwindigkeitskomponente entlang der Sichtlinie zum Objekt mit  $v_{sys}$ , so wird die um die Sonnenbewegung korrigierte Geschwindigkeit des Objekts im kartesischen System mit

$$v_{obj} = \mathbf{v}_\odot + v_{sys} \mathbf{u}_1 + v_W \mathbf{u}_2 + v_N \mathbf{u}_3 \quad (\text{B.11})$$

bestimmt. Dabei wird für  $\mathbf{v}_\odot$  die Definition (B.1b) eingesetzt. Aus der letzten Gleichung kann man noch die für Simulationen wichtigen Kenngrößen der Radial- und Tangential-Geschwindigkeitskomponenten über

$$v_{obj} = |\mathbf{v}_{obj}| \quad (\text{B.12a})$$

$$v_{obj,rad} = \mathbf{v}_{obj} \cdot \frac{\mathbf{r}_{obj}}{|\mathbf{r}_{obj}|} \quad (\text{B.12b})$$

$$v_{obj,tan} = (v_{obj}^2 - v_{obj,rad}^2)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{B.12c})$$

ermitteln.



# Abbildungsverzeichnis

2.1	Die Abbildung zeigt die üblicherweise verwendeten Bezeichnungen verschiedener Regionen des Magellanschen Systems. Auf der Abszisse ist die galaktische Länge ( <i>galactic longitude</i> ), auf der Ordinate die galaktische Breite ( <i>galactic latitude</i> ) aufgetragen. Die Skalierung in grau ist logarithmisch und gibt die HI-Säulendichte zw. $N(\text{HI}) = 6 \times 10^{18} \text{ cm}^{-2}$ (hellgrau) und $N(\text{HI}) = 9 \times 10^{21} \text{ cm}^{-2}$ (schwarz) an (Quelle: Brüns et al., 2005). . . . .	4
2.2	Definition der Grenzen der verschiedenen Strukturen im Magellanschen System laut Brüns et al. (2005). Die Pfeile deuten an, dass sich der Magellansche Strom und der <i>Leading Arm</i> über den gezeigten Bereich hinaus erstrecken. . . . .	6
2.3	Radialgeschwindigkeit ( $v_{\text{LSR}}$ ) des Magellanschen Stroms gegen die galaktische Länge. Die Skalierung in Grautönen gibt die maximale Intensität der HI-Emission wieder (weiß entspricht $T_{\text{B}} = 0 \text{ K}$ , schwarz entspricht $T_{\text{B}} > 20 \text{ K}$ ). Die starke Emission bei $v_{\text{LSR}} = 0 \text{ km s}^{-1}$ wird durch die Milchstraße verursacht (Quelle: Brüns et al., 2005). . . . .	8
2.4	Rotationskurve der LMC: Rotationsgeschwindigkeit in $\text{km s}^{-1}$ gegen den Radius in kpc. Die HI-Daten von Kim et al. (1998) sind mit Kreuzen geplottet. Die offenen Kreise zeigen die Messwerte der <i>Carbon Stars</i> von Kunkel et al. (1997), die vollen Kreise die entsprechenden Lösungen aus Alves & Nelson (2000) mit Standardfehlerbalken. Mit Linien sind die Rotationskurven des Gases (HI + HeI), der Sterne ( $M/L = 1.0$ ) und die Summe der Scheibe (Disk) gezeichnet. Die Halo-Komponente (Halo) ist punktiert eingezeichnet. Die Summe aus Halo und Scheibe ist mit „Disk+Halo“ gekennzeichnet (Quelle: Alves & Nelson, 2000). . . . .	10
2.5	Masse und Rotationskurve der SMC: Gesamtmasse $M$ innerhalb des Radius $R$ (oberes Diagramm) und Summe der Rotationsgeschwindigkeiten $V_c$ (unteres Diagramm) mit durchgezogener Linie, Dunkle Materie mit punktierter Linie, stellare Komponente mit kurz strichlierter Linie und gasförmige Komponente mit lang strichlierter Linie. Gemessene Werte sind als volle Kreise mit Fehlerbalken eingezeichnet. Der Dunkle Halo ist in dem Modell mit einem Burkert-Profil mit $r_0 = 3.2 \text{ kpc}$ modelliert, das angenommene Masse-Leuchtkraft-Verhältnis beträgt $M/L = 2.3$ (Quelle: Bekki & Stanimirović, 2009). . . . .	11

3.1	KD95-Modell A. Die Abbildung zeigt die Komponenten eines mit dem Programm KD95 und den Default-Werten erzeugten Galaxienmodells. .	22
3.2	Rotationskurve der KD95-Modelle A und D. Abbildung (a) zeigt die Verhältnisse in den inneren Bereichen, Abbildung (b) die in den äußeren Bereichen des Galaxienmodells. . . . .	22
3.3	Rotationskurve der LMC (KD95-Modell). Rotationsgeschwindigkeit in $\text{km s}^{-1}$ gegen den Radius in kpc. Die entsprechenden Eingabeparameter sind in Tabelle 3.2 gelistet. Die produzierten Rotationskurven sind in guter Übereinstimmung mit Alves & Nelson (2000), wie der Vergleich mit Abb. 2.4 zeigt. . . . .	25
3.4	Rotationskurve der SMC (KD95-Modell). Rotationsgeschwindigkeit in $\text{km s}^{-1}$ gegen den Radius in kpc. Die entsprechende Eingabeparameter sind in Tabelle 3.3 gelistet. Die produzierten Rotationskurven sind in guter Übereinstimmung mit Bekki & Stanimirović (2009) (vgl. Abb. 2.5). .	26
3.5	Dichte- und Massenverteilung eines Plummer-Modells . . . . .	28
3.6	Dichteverteilung des logarithmischen Potentials. Aufgetragen ist der Radius in der Ebene $R$ gegen den Abstand in $z$ -Richtung in Einheiten des <i>Core</i> -Radius $R_c = 12$ kpc. Die maximale Rotationsgeschwindigkeit ist $v_0 = \sqrt{2} \cdot 131.5 \text{ km s}^{-1}$ . Das Potential weist eine Abflachung von $q = 0.8$ auf. Der Farbgradient gibt den Logarithmus der Dichte wieder in $M_\odot \text{ pc}^{-3}$ . Die Konturen zeigen Bereiche gleicher Dichte im Intervall $[4.5, 7.0]$ mit einer Schrittweite von 0.5. . . . .	29
3.7	Rotationskurve, die von einem logarithmischen Potential erzeugt wird. Aufgetragen ist der Radius in der Ebene $R$ in Einheiten von $R_c$ gegen die Rotationsgeschwindigkeit in Einheiten von $v_0$ . . . . .	30
3.8	Lagrange-Radien der LMC- (Abb. a) und SMC- (Abb. b) Modelle. Die Abbildungen zeigen die Entwicklung der Lagrange-Radien innerhalb von 1 Gy. Geplottet wurden die entsprechenden Radien, innerhalb deren 10%, 20%, ... 90% der Gesamtmasse der Galaxie befinden, gegen die Zeit. . . . .	34
3.9	Lagrange-Radien der LMC- (Abb. a) und SMC- (Abb. b) Modelle. Die Abbildungen entsprechen prinzipiell jenen aus Abb. 3.8. Der Unterschied liegt darin, dass zur Berechnung das Koordinatensystem jeweils in den Massenschwerpunkt des Systems gelegt wurde. . . . .	34
3.10	Scheibe der SMC nach Integration von 1 Gy. Eingezeichnet ist der Vektor des Geschwindigkeitsfehlers (stark vergrößert). Dieser steht annähernd normal auf die Scheibe. Andere Anzeichen von Instabilität sind nicht erkennbar. . . . .	36
4.1	Prinzip eines <i>octrees</i> . Links wird die Unterteilung eines würfelförmigen Volumens gezeigt, rechts der resultierende <i>octree</i> (Quelle: Wikipedia, 2006)). . . . .	43

4.2	Verlauf von Potential und Kraft ohne <i>softening</i> (Newton), mit Plummer- <i>softening</i> (Plummer) und mit einem <i>softening kernel</i> mit einer Form, wie in Gleichung (4.20) angegeben ( $S_0$ ). Die <i>softening</i> -Länge $\epsilon$ ist so gewählt, dass sich die maximale Kraft zu 1 ergibt. . . . .	48
4.3	Verlauf des Amdahlschen Gesetzes für Programme mit 95% (rot), 90% (grün) und 70% (blau) parallelisierbarem Anteil, wenn pro Recheneinheit 1/100000 des gesamten Rechenaufwandes an <i>overhead</i> hinzukommt. Strichliert sind die gleichen Kurven ohne zusätzlichen <i>overhead</i> geplottet. . . . .	51
4.4	Zusammensetzung der Kraft aus <i>long-range</i> - und <i>short-range</i> -Teil bei Verwendung der <i>treePM</i> -Methode von Gadget2. Der Radius $r_s$ dient zur Unterteilung der beiden Kraftanteile und ist mit einer vertikalen strichlierten Linie eingezeichnet. (Quelle: Springel, 2005) . . . . .	54
4.5	Vergleich eines symplektischen Integrators ( <i>leapfrog</i> ) (Abbildung a) mit einem nicht-symplektischen Integrator (Runge-Kutta) (Abbildung b). Beide Methoden sind Verfahren 2. Ordnung und benutzen den gleichen Zeitschritt. Integriert wird ein Kepler-Problem mit hoher Exzentrizität $e = 0.9$ . Obwohl der Fehler der beiden Verfahren in einem Einzelschritt vergleichbar ist, zeigt sich ein gänzlich unterschiedliches Langzeitverhalten (Quelle: Springel, 2005). . . . .	56
5.1	Orbitdaten der LMC aus der Simulation I. Die Daten aus der Simulation sind in Grün mit durchgezogener Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus Ruzicka (2006) sind mit strichlierter roter Linie geplottet. Der Beginn der Simulation und die anfängliche Entwicklungsrichtung ist jeweils mit einem schwarzen Pfeil markiert. . . . .	61
5.2	Simulation I: Abstand der LMC zum galaktischen Zentrum. Die Daten aus der Simulation sind in Grün mit punktierter Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus Ruzicka (2006) sind mit strichlierter roter Linie geplottet. Die schwarze durchgezogene Linie zeigt den Absolutbetrag der Differenz zwischen den beiden Simulationen. . . . .	62
5.3	Orbitdaten der SMC aus der Simulation I. Die Daten aus der Simulation sind in Grün mit durchgezogener Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus Ruzicka (2006) sind mit strichlierter roter Linie geplottet. Der Beginn der Simulation und die anfängliche Entwicklungsrichtung ist jeweils mit einem schwarzen Pfeil markiert. . . . .	63
5.4	Simulation I: Abstand der SMC zum galaktischen Zentrum. Die Daten aus der Simulation sind in Grün mit punktierter Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus Ruzicka (2006) sind mit strichlierter roter Linie geplottet. Die schwarze durchgezogene Linie zeigt den Absolutbetrag der Differenz zwischen den beiden Simulationen. . . . .	64

5.5	Simulation I: Abstand zwischen LMC und SMC. Die Daten aus der Simulation sind in Grün mit durchgezogener Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus Ruzicka (2006) sind mit strichlierter roter Linie geplottet. . . . .	65
5.6	Orbitdaten der LMC aus der Simulation Ia. Die Daten aus der Simulation Ia sind in Grün mit durchgezogener Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus der Simulation I sind mit strichlierter roter Linie geplottet. Der Beginn der Simulation und die anfängliche Entwicklungsrichtung ist jeweils mit einem schwarzen Pfeil markiert. . . . .	66
5.7	Orbitdaten der SMC aus der Simulation Ia. Die Daten aus der Simulation Ia sind in Grün mit durchgezogener Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus der Simulation I sind mit strichlierter roter Linie geplottet. Der Beginn der Simulation und die anfängliche Entwicklungsrichtung ist jeweils mit einem schwarzen Pfeil markiert. . . . .	67
5.8	Simulation Ia: Abstand zwischen LMC und SMC. Die Daten aus der Simulation sind in Grün mit durchgezogener Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus der Simulation I sind mit strichlierter roter Linie geplottet. . . . .	68
5.9	Simulation Ia zum Zeitpunkt $T = -2.24$ Gyr. LMC in grüner und SMC in roter Farbe. Die Zentren der Galaxien sind schwarz markiert. . . . .	68
5.10	Simulation Ia zum Zeitpunkt $T = -0.67$ Gyr. LMC in grüner und SMC in roter Farbe. Die Zentren der Galaxien sind schwarz markiert. . . . .	69
5.11	Simulation Ia zum Zeitpunkt $T = 0.00$ Gyr. LMC in grüner und SMC in roter Farbe. Die Zentren der Galaxien sind schwarz markiert. . . . .	69
5.12	Orbitdaten der LMC aus der Simulation II. Die Daten aus der Simulation sind in Grün mit durchgezogener Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus Ruzicka (2006) sind mit strichlierter roter Linie geplottet. Der Beginn der Simulation und die anfängliche Entwicklungsrichtung ist jeweils mit einem schwarzen Pfeil markiert. . . . .	71
5.13	Simulation II: Abstand der LMC zum galaktischen Zentrum. Die Daten aus der Simulation sind in Grün mit punktierter Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus Ruzicka (2006) sind mit strichlierter roter Linie geplottet. Die schwarze durchgezogene Linie zeigt den Absolutbetrag der Differenz zwischen den beiden Simulationen. . . . .	72
5.14	Orbitdaten der SMC aus der Simulation II. Die Daten aus der Simulation sind in Grün mit durchgezogener Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus Ruzicka (2006) sind mit strichlierter roter Linie geplottet. Der Beginn der Simulation und die anfängliche Entwicklungsrichtung ist jeweils mit einem schwarzen Pfeil markiert. . . . .	73
5.15	Simulation II: Abstand der SMC zum galaktischen Zentrum. Die Daten aus der Simulation sind in Grün mit punktierter Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus Ruzicka (2006) sind mit strichlierter roter Linie geplottet. Die schwarze durchgezogene Linie zeigt den Absolutbetrag der Differenz zwischen den beiden Simulationen. . . . .	74

5.16	Simulation II: Abstand zwischen LMC und SMC. Die Daten aus der Simulation sind in Grün mit durchgezogener Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus Ruzicka (2006) sind mit strichlierter roter Linie geplottet. . . . .	75
5.17	Orbitdaten der LMC aus der Simulation III. Die Daten aus der Simulation sind in Grün mit durchgezogener Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus Ruzicka (2006) sind mit strichlierter roter Linie geplottet. Der Beginn der Simulation und die anfängliche Entwicklungsrichtung ist jeweils mit einem schwarzen Pfeil markiert. . . . .	76
5.18	Simulation III: Abstand der LMC zum galaktischen Zentrum. Die Daten aus der Simulation sind in Grün mit punktierter Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus Ruzicka (2006) sind mit strichlierter roter Linie geplottet. Die schwarze durchgezogene Linie zeigt den Absolutbetrag der Differenz zwischen den beiden Simulationen. . . . .	77
5.19	Orbitdaten der SMC aus der Simulation III. Die Daten aus der Simulation sind in Grün mit durchgezogener Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus Ruzicka (2006) sind mit strichlierter roter Linie geplottet. Der Beginn der Simulation und die anfängliche Entwicklungsrichtung ist jeweils mit einem schwarzen Pfeil markiert. . . . .	78
5.20	Simulation III: Abstand der SMC zum galaktischen Zentrum. Die Daten aus der Simulation sind in Grün mit punktierter Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus Ruzicka (2006) sind mit strichlierter roter Linie geplottet. Die schwarze durchgezogene Linie zeigt den Absolutbetrag der Differenz zwischen den beiden Simulationen. . . . .	79
5.21	Simulation III: Abstand zwischen LMC und SMC. Die Daten aus der Simulation sind in Grün mit durchgezogener Linie dargestellt. Vergleichsdaten aus Ruzicka (2006) sind mit strichlierter roter Linie geplottet. . . . .	79
6.1	Integrierte Masse in Abhängigkeit des Radius. Die Kurve „log.“ zeigt die integrierte Masse eines logarithmischen Potentials mit den Parametern aus der Tabelle 6.1. Die Gesamtmasse (durchgezogene Linie) und die Halo-Masse (strichlierte Linie) innerhalb eines gewissen Radius für die KD95-Standardmodelle wird durch die Graphen „total-[A, B, C, D]“ bzw. „halo-[A, B, C, D]“ gezeigt. Ein schwarzer Pfeil markiert die maximale Ausdehnung des jeweiligen Modells. . . . .	82
6.2	Rotationskurven der Modelle KD95-A und KD95-D im Vergleich zu einer Rotationskurve, die von einem logarithmischen Potential erzeugt wird. . . . .	83
A.1	Gravitative Streuung eines kleinen Körpers an einem massereichen Objekt. Der Stoßparameter $b$ und der Ablenkwinkel $\Theta$ charakterisieren die Flugbahn des Teilchens. . . . .	89

B.1	Äquatoriales Koordinatensystem. Die Position eines Objekts wird über die Koordinaten $(\alpha, \delta)$ angegeben. Der Nullpunkt von $\alpha$ ist beim Frühlingspunkt ( <i>vernal equinox</i> ) (Quelle: Binney & Merrifield, 1998). . . . .	94
B.2	Galaktisches Koordinatensystem. Der galaktische Äquator ist gegenüber dem Himmelsäquator um $62.87^\circ$ geneigt. Die Position eines Objekts wird über die galaktische Länge und Breite angegeben $(l, b)$ . Nullpunkt der galaktischen Länge ist die Richtung zum galaktischen Zentrum (Quelle: Binney & Merrifield, 1998). . . . .	95
B.3	Galaktozentrisches $(X, Y, Z)$ -Koordinatensystem. Die Abbildung zeigt das für die Simulationen verwendete Koordinatensystem sowie das nicht-inertiale Koordinatensystem $(x, y, z)$ , welches seinen Ursprung im Massenzentrum der SMC hat. Die gegenseitige Lage der beiden Systeme zueinander wird über die Größen $\theta$ und $\phi$ bestimmt, die als Winkel zwischen den Rotationsachsen der SMC und den Achsen des galaktozentrischen Systems definiert sind. Für die LMC kommt ein weiteres, auf die gleiche Art festgelegtes, nicht-inertiales Bezugssystem zum Einsatz, das hier nicht gezeigt ist (Quelle: Gardiner & Noguchi, 1996). . . . .	96

# Tabellenverzeichnis

2.1	Durch verschiedene Methoden ermittelte Werte für den Entfernungsmodul der LMC. Details zu den verwendeten Methoden finden sich in den obigen Referenzen bzw. in Westerlund (1997) oder Van den Bergh (2000). . . . .	13
2.2	Durch verschiedene Methoden ermittelte Werte für den Entfernungsmodul der SMC. Details zu den verwendeten Methoden finden sich in den obigen Referenzen bzw. in Westerlund (1997) oder Van den Bergh (2000). . . . .	14
2.3	Eigenbewegungen der Magellanschen Wolken. Für die Berechnung der Werte wurden verschiedene Methoden und unterschiedliche Samples von Sternen herangezogen. Details finden sich in den jeweiligen Referenzen.	16
3.1	Zusammenfassung der physikalischen Parameter des KD95-Modells. In den letzten beiden Spalten sind die Standardwerte für die Modelle A und D aus Kuijken & Dubinski (1995) angegeben. . . . .	21
3.2	Eingabeparameter des KD95-Programms zum Erstellen eines Modells der LMC. Alle Werte beziehen sich auf die im Programm verwendeten Systemeinheiten. . . . .	24
3.3	Eingabeparameter des KD95-Programms zum Erstellen eines Modells der SMC. Alle Werte beziehen sich auf die im Programm verwendeten Systemeinheiten. . . . .	26
3.4	Parameter des besten gefundenen Modells in Ruzicka (2006). . . . .	31
3.5	Verteilung der Teilchen auf die einzelnen Komponenten des Modells des Magellanschen Systems . . . . .	32
4.1	Lösungen des Kepler-Problems. Gelistet sind die möglichen Bahntypen in Abhängigkeit von der Exzentrizität $e$ bzw. der Energie $E$ . . . . .	40
5.1	Simulation I: Verteilung der Teilchen auf die einzelnen Komponenten des Modells des Magellanschen Systems . . . . .	60
5.2	Parameter für die Simulation I. Alle Angaben sind auf das Zentrum der Milchstraße bezogen. . . . .	60
5.3	Simulation Ia: Verteilung der Teilchen auf die einzelnen Komponenten des Modells des Magellanschen Systems . . . . .	65

5.4	Simulation II: Verteilung der Teilchen auf die einzelnen Komponenten des Modells des Magellanschen Systems . . . . .	70
5.5	Milchstraßendaten für die Simulation II. . . . .	70
5.6	Simulation III: Verteilung der Teilchen auf die einzelnen Komponenten des Modells des Magellanschen Systems . . . . .	73
5.7	Daten der Milchstraße in der Simulation III. . . . .	74
6.1	Parameter des logarithmischen Potentials, wie es in Ruzicka (2006) zur Anwendung kommt. . . . .	81

# Literaturverzeichnis

- Alves, D. R. & Nelson, C. A. 2000, *ApJ*, 542, 789
- Alves, D. R., Rejkuba, M., Minniti, D., & Cook, K. H. 2002, *ApJL*, 573, L51
- Barnes, J. & Hut, P. 1986, *Nature*, 324, 446
- Barnes, J. E. & Hut, P. 1989, *ApJS*, 70, 389
- Bekki, K. & Stanimirović, S. 2009, *MNRAS*, 395, 342
- Bellazzini, M., Ferraro, F. R., Sollima, A., Pancino, E., & Origlia, L. 2004, *A&A*, 424, 199
- Benedict, G. F., McArthur, B. E., Feast, M. W., Barnes, T. G., Harrison, T. E., Patterson, R. J., Menzies, J. W., Bean, J. L., & Freedman, W. L. 2007, *AJ*, 133, 1810
- Binney, J. & Merrifield, M. 1998, *Galactic Astronomy* (Princeton University Press)
- Binney, J. & Tremaine, S. 2008, *Galactic Dynamics*, 2nd edn. (Princeton University Press)
- Brüns, C., Kerp, J., Staveley-Smith, L., Mebold, U., Putman, M. E., Haynes, R. F., Kalberla, P. M. W., Muller, E., & Filipovic, M. D. 2005, *A&A*, 432, 45
- Cioni, M., van der Marel, R. P., Loup, C., & Habing, H. J. 2000, *A&A*, 359, 601
- Clausen, J. V., Storm, J., Larsen, S. S., & Giménez, A. 2003, *A&A*, 402, 509
- Clement, C. M., Xu, x., & Muzzin, A. V. 2005, in *Bulletin of the American Astronomical Society*, Vol. 37, *Bulletin of the American Astronomical Society*, 1364
- Cole, A. A. 1998, *ApJL*, 500, L137
- de Vaucouleurs, G. & Freeman, K. C. 1972, *Vistas in Astronomy*, 14, 163
- Dehnen, W. 2001, *MNRAS*, 324, 273
- Dolphin, A. E., Walker, A. R., Hodge, P. W., Mateo, M., Olszewski, E. W., Schommer, R. A., & Suntzeff, N. B. 2001, *ApJ*, 562, 303

- Evans, N. W. 1993, MNRAS, 260, 191
- Fitzpatrick, E. L., Ribas, I., Guinan, E. F., Maloney, F. P., & Claret, A. 2003, ApJ, 587, 685
- Freedman, W. L., Madore, B. F., Gibson, B. K., Ferrarese, L., Kelson, D. D., Sakai, S., Mould, J. R., Kennicutt, Jr., R. C., Ford, H. C., Graham, J. A., Huchra, J. P., Hughes, S. M. G., Illingworth, G. D., Macri, L. M., & Stetson, P. B. 2001, ApJ, 553, 47
- Fukushige, T., Makino, J., & Kawai, A. 2005, PASJ, 57, 1009
- Gardiner, L. T. & Noguchi, M. 1996, MNRAS, 278, 191
- Gieren, W., Storm, J., Barnes, III, T. G., Fouqué, P., Pietrzyński, G., & Kienzle, F. 2005, ApJ, 627, 224
- Grocholski, A. J., Sarajedini, A., Olsen, K. A. G., Tiede, G. P., & Mancone, C. L. 2007, AJ, 134, 680
- Harries, T. J., Hilditch, R. W., & Howarth, I. D. 2003, MNRAS, 339, 157
- Hilditch, R. W., Howarth, I. D., & Harries, T. J. 2005, MNRAS, 357, 304
- Jones, B. F., Klemola, A. R., & Lin, D. N. C. 1994, AJ, 107, 1333
- Kallivayalil, N., van der Marel, R. P., & Alcock, C. 2006a, ApJ, 652, 1213
- Kallivayalil, N., van der Marel, R. P., Alcock, C., Axelrod, T., Cook, K. H., Drake, A. J., & Geha, M. 2006b, ApJ, 638, 772
- Keller, S. C. & Wood, P. R. 2006, ApJ, 642, 834
- Kim, S., Staveley-Smith, L., Dopita, M. A., Freeman, K. C., Sault, R. J., Kesteven, M. J., & McConnell, D. 1998, ApJ, 503, 674
- King, I. R. 1966, AJ, 71, 64
- Kroupa, P. & Bastian, U. 1997, New Astronomy, 2, 77
- Kroupa, P., Röser, S., & Bastian, U. 1994, MNRAS, 266, 412
- Kuijken, K. & Dubinski, J. 1994, MNRAS, 269, 13
- . 1995, MNRAS, 277, 1341
- Kunkel, W. E., Demers, S., Irwin, M. J., & Albert, L. 1997, ApJL, 488, L129

- McNamara, D. H., Clementini, G., & Marconi, M. 2007, *AJ*, 133, 2752
- Mitchell, R. C., Baron, E., Branch, D., Hauschildt, P. H., Nugent, P. E., Lundqvist, P., Blinnikov, S., & Pun, C. S. J. 2002, Detailed Spectroscopic Analysis of SN 1987A: The Distance to the LMC using the SEAM method
- Muthsam, H. J., Kupka, F., Loew-Baselli, B., Obertscheider, C., Langer, M., & Lenz, P. 2009, ArXiv e-prints
- NASA Extragalactic Database. 2002, NASA/IPAC Extragalactic Database
- Ngeow, C. & Kanbur, S. 2007, Large Magellanic Cloud Distance from Cepheid Variables using Least Squares Solutions
- NVIDIA®. 2010, Die ersten Parallelprozessoren der Welt für den Massenmarkt, [http://www.nvidia.de/page/tesla\\_computing\\_solutions.html](http://www.nvidia.de/page/tesla_computing_solutions.html)
- Pedrerros, M. H., Anguita, C., & Maza, J. 2002, *AJ*, 123, 1971
- Piatek, S., Pryor, C., & Olszewski, E. W. 2008, *AJ*, 135, 1024
- Ruzicka, A. 2006, PhD thesis, Charles Univerity Prague
- Ruzicka, A., Theis, C., & Palous, J. 2008, Spatial motion of the Magellanic Clouds. Tidal models ruled out?
- Salaris, M., Percival, S., Brocato, E., Raimondo, G., & Walker, A. R. 2003, *ApJ*, 588, 801
- Sollima, A., Cacciari, C., & Valenti, E. 2006, *MNRAS*, 372, 1675
- Springel, V. 2005, *MNRAS*, 364, 1105
- Springel, V., White, S. D. M., Jenkins, A., Frenk, C. S., Yoshida, N., Gao, L., Navarro, J., Thacker, R., Croton, D., Helly, J., Peacock, J. A., Cole, S., Thomas, P., Couchman, H., Evrard, A., Colberg, J., & Pearce, F. 2005, *Nature*, 435, 629
- Storm, J., Carney, B. W., Gieren, W. P., Fouqué, P., Latham, D. W., & Fry, A. M. 2004, *A&A*, 415, 531
- Szewczyk, O., Pietrzyński, G., Gieren, W., Storm, J., Walker, A., Rizzi, L., Kinemuchi, K., Bresolin, F., Kudritzki, R., & Dall’Ora, M. 2008, *AJ*, 136, 272
- Theis, C. 1999, in *Reviews in Modern Astronomy*, Vol. 12, *Reviews in Modern Astronomy*, ed. R. E. Schielicke, 309
- Udalski, A. 1998a, *Acta Astronomica*, 48, 383

—. 1998b, *Acta Astronomica*, 48, 113

—. 2000, *Acta Astronomica*, 50, 279

Van den Bergh, S. 2000, *The Galaxies of the Local Group* (Cambridge University Press)

van der Marel, R. P., Alves, D. R., Hardy, E., & Suntzeff, N. B. 2002, *AJ*, 124, 2639

van der Marel, R. P., Kallivayalil, N., & Besla, G. 2009, in *IAU Symposium*, Vol. 256, *IAU Symposium*, ed. J. T. van Loon & J. M. Oliveira, 81–92

Westerlund, B. E. 1997, *The Magellanic Clouds* (Cambridge University Press)

Wikipedia. 2006, Octree2, <http://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Datei:Octree2.png&filetimestamp=20071028163251>, [Online; aufgerufen 6. Feb. 2010]

# Curriculum Vitae

## Persönliche Daten

Christian Göschl  
Geb. am 11. November 1973 in Zwettl, NÖ

Adresse Roterdstraße 7-9  
1160 Wien

Nationalität Österreich

Familienstand ledig

Kontakt Tel.: 0680/ 3000 791  
E-Mail: goeschl@astro.univie.ac.at  
E-Mail: christian.goeschl@gmx.at

## Ausbildung

06/1993 Matura an der HTL St. Pölten,  
Fachrichtung: Elektrotechnik/Informatik

09/1994–06/2001 Studium der Elektrotechnik an der TU Wien

09/2001 Externistenprüfung Biologie

09/2001–04/2010 Studium der Astronomie an der Universität Wien

## Präsenzdienst

07/1993–03/1994 Präsenzdienst beim Österreichischen Bundesheer, Kraftfahrer mit  
schwerem LKW

## Berufserfahrung

03/2000–05/2002 Transport Infrastructure Needs Assessment Bürobetriebs  
Ges.m.b.H., EDV-Beauftragter

07/2002–10/2008 Anton Peknice Ges.m.b.H., Instandsetzung

03/2008–07/2008 Tutor für das Praktikum aus Numerischer Astronomie

04/2009–07/2009 Tutor für das Praktikum aus Numerischer Astronomie

## **Sprachkenntnisse**

Muttersprache	Deutsch
Fremdsprache	Englisch, verhandlungssicher in Wort und Schrift
Fremdsprache	Spanisch, Basiskenntnisse

## **EDV Kenntnisse**

Betriebssysteme	UNIX (Linux, Solaris, etc.), Windows
Sprachen	C/C++, MPI, OpenMP, Fortran, Python, Shell-Skripte, Assembler, Pascal, BASIC
Sonstiges	Cluster-/Grid-Computing, GPGPU, Parallelisierung, Netzwerktechnik, Netzwerksicherheit

## **Interessen**

Sport	Tauchen, Klettern, Ausdauersport
-------	----------------------------------

Wien, 22. März 2010