DIPLOMARBEIT

Titel der Diplomarbeit

Computereinsatz im Mathematikunterricht mit Schwerpunkt auf die Anwendung von Softwareprodukten

Verfasser

Rudolf Kehrer

angestrebter akademischer Grad

Magister der Naturwissenschaften (Mag.rer.nat)

Wien, im Februar 2012

Studienkennzahl lt. Studienblatt:	A 190 406 884
Studienrichtung lt. Studienblatt:	Mathematik
Betreuer:	Dr. Andreas Ulovec

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung

In meiner Diplomarbeit möchte ich den Computereinsatz im Mathematikunterricht in Hinblick auf die Anwendung diverser Computerprogramme für den Unterricht beleuchten. Während meiner Recherche über Softwareprodukte für den Schulunterricht bzw. insbesondere für den Mathematikunterricht habe ich folgende Programme ausfindig machen können:

- GeoGebra
- Mathematica
- Derive
- Wiris
- Microsoft Excel
- OpenOffice.org
- Moodle

Diese Programme werden unter anderem auch in AHS verwendet. Es sind nicht alle Programme für reine mathematische Anwendungen gedacht, obwohl sie alle für den Mathematikunterricht verwendet werden können bzw. verwendet werden. Auf die genaue Verwendung werde ich im 2. Kapitel näher eingehen. Vorerst werde ich im folgenden Kapitel diese Programme näher beschreiben und den Funktionsumfang kurz behandeln.
Alle verwendeten Programm- und Firmennamen sind trademark geschützt.

2 Beschreibungen

2.1 GeoGebra

Allgemein

Das erste Programm nennt sich GeoGebra und findet mittlerweile in sehr vielen Schulen Verwendung. Immer mehr Lehrerinnen und Lehrer werden auf dieses Programm schulintern eingeschult. Es wurde mir bei meiner oben erwähnten Recherche auch am häufigsten genannt.
Was ist GeoGebra eigentlich? Für die Antwort dieser Frage durchsucht man die Homepage, über die man GeoGebra beziehen kann. Dort findet man folgendes: „GeoGebra ist eine kostenlose dynamische Mathematiksoftware, die für SchülerInnen aller Altersklassen geeignet ist und auf allen Betriebssystemen läuft. GeoGebra verbindet Geometrie, Algebra, Tabellen, Zeichnungen, Statistik und Analysis in einem einfach zu bedienenden Softwarepaket, das bereits mehrere Bildungssoftware-Preise in Europa und den USA gewonnen hat“ [1].
Dieser Absatz beschreibt sehr kompakt, um was es sich bei GeoGebra handelt. Ein äußerst wichtiger Aspekt liegt in den Kosten. GeoGebra ist eine kostenlose open-source Software, welche über die Homepage [2] bezogen werden kann. Seit 20. Oktober 2011 gibt es die aktuellste Version GeoGebra 4.0 mit weiter- und neuentwickelten Funktionen.

Abbildung 1: Logo von GeogGebra 4

Funktionen

Auf der Homepage findet man für GeoGebra 4 unter anderem auch ein online Handbuch, worin alle Befehle und Werkzeuge beschrieben werden.
„Werkzeuge geben Ihnen die Möglichkeit, neue Objekte per Mausklick zu erzeugen“ [3]. Es existieren in GeoGebra 4 sehr viele verschiedene Werkzeuge. Für einen geordneten Überblick, stehen folgende sogenannte Werkzeugkisten zur Verfügung: Werkzeuge für

- Bewegungen
- Punkte
- Geraden
- spezielle Geraden
- Vielecke
- Kreise und Kreisbögen
- Kegelschnitte
- Messungen
- Transformationen
- spezielle Objekte
- Aktionsobjekte

Des Weiteren:

- Allgemeine Werkzeuge
- Benutzerdefinierte Werkzeuge
- CAS Werkzeuge
- Tabellenkalkulationswerkzeuge.

Die ersten 12 Werkzeugkisten sind standardmäßig in der Werkzeugleiste vorhanden (siehe dazu Abbildung 2 auf der Seite 4).

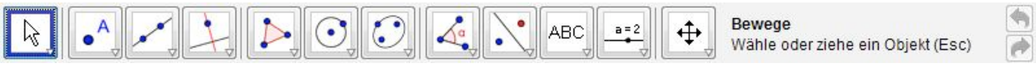


Abbildung 2: Werkzeugleiste in GeoGebra 4

Alternativ zu den Werkzeugen gibt es noch eine weitere Art, Objekte zu erzeugen. „Mit Hilfe von Befehlen können Sie neue Objekte erzeugen und bestehende Objekte verändern. Befehle können Sie in der Eingabezeile am unteren Rand“ (siehe Abbildung 3 auf Seite 4) „des GeoGebra-Fensters“ (siehe Abbildung 4 auf Seite 4) „eingeben“ [4].

Abbildung 3: Eingabezeile in GeoGebra 4

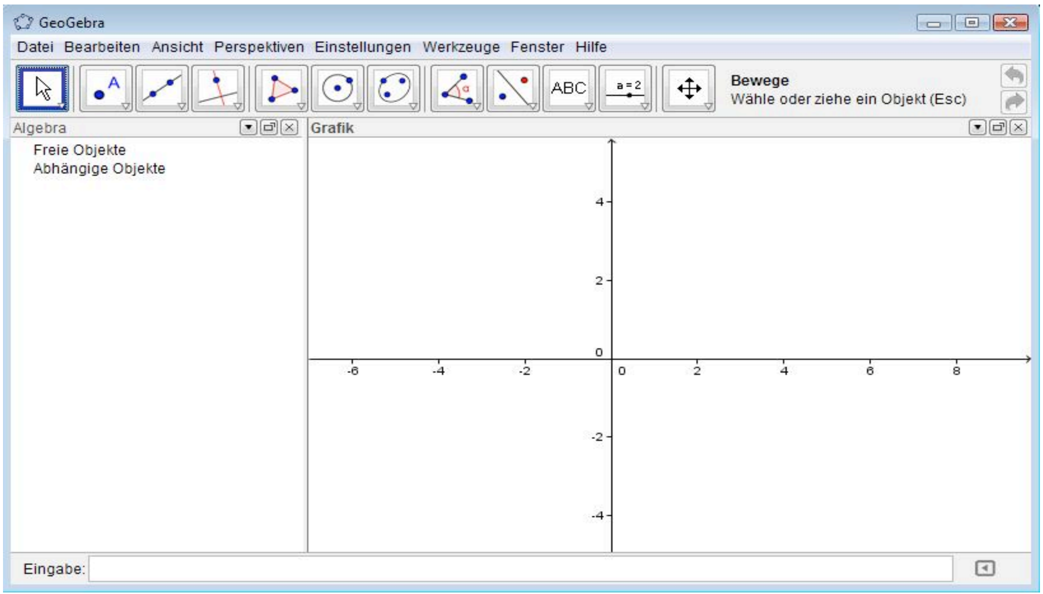


Abbildung 4: GeoGebra 4 Fenster

Auch bei den Befehlen gibt es zahlreiche Verschiedene. Sie sind wie die Werkzeuge in verschiedene Arten unterteilt. Diese Menge an Werkzeugen und Befehlen beschreibt den Funktionsumfang von GeoGebra 4.

2.2 Mathematica

Mathematica ist ein Softwareprodukt, welches von der Firma Wolfram Research entwickelt und vertrieben wird. Dieses Programm existiert schon seit mehr als 20 Jahren. Die aktuellste Version ist Mathematica 8.

Abbildung 5: Logo von Mathematica

Mit dem Programm können viele verschiedene Bereiche abgedeckt werden, wie zum Beispiel: Maschinenbau, Biotechnologie und Medizin, Finanzen und Statistiken und viele mehr (vgl. [5].) Ich möchte mich dabei auf die mathematische Ebene dieses Programms beschränken, d.h. auf die grundlegenden Funktionen, die man hier geboten bekommt.

Dabei hat man alle mathematischen Funktionen, welche man von einem Computeralgebrasystem erwartet. Man kann zum Beispiel Polynomfunktionen eingeben, diese in einem gewissen Intervall zeichnen lassen, Differenzial- und Integralrechnung anwenden, Gleichungssysteme lösen, usw.

Der wichtigste und auch offensichtlichste Unterschied zu Programmen wie zum Beispiel GeoGebra liegt in der die Bedienung. In Mathematica existieren so gut wie keine grafischen Bedienelemente. Zu Beginn öffnet sich ein leeres, sogenanntes Notebook (siehe Abbildung 6 auf Seite 6.)

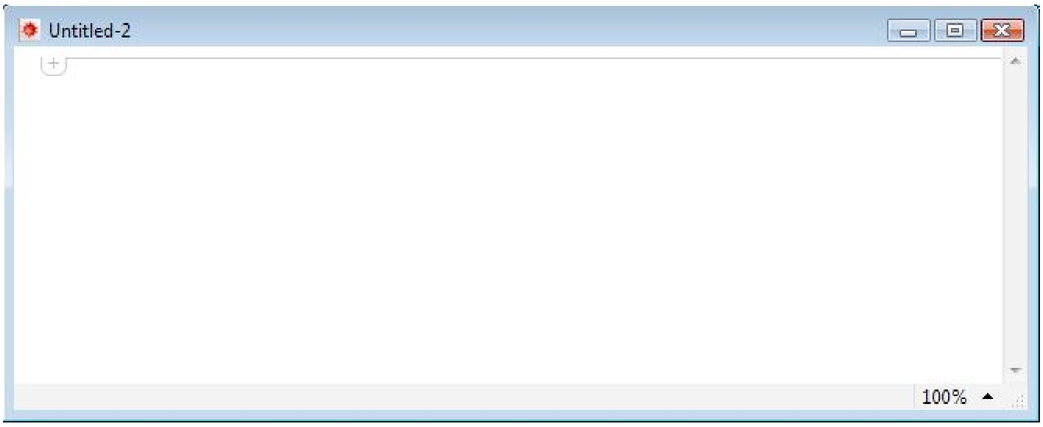


Abbildung 6: Leeres Notebook in Mathematica

Im Grunde werden Befehle per Tastatur eingegeben. Für die Bedienung muss man sozusagen eine gewisse Grunderfahrung bzw. ein bestimmtes Hintergrundwissen mitbringen, damit man auch einfache Sachen, wie zum Beispiel das Eingeben einer Funktion, fehlerfrei beherrschen kann. Mathematische Funktionen sind in Mathematica vorgegeben, wie zum Beispiel die Sinus- und Kosinusfunktion. Jedoch muss man wissen, wie man diese vordefinierten Funktionen auch ansprechen kann. Für die eben erwähnte Sinusfunktion gibt man zum Beispiel ein:

$$Sin[\ ]$$

wobei in den eckigen Klammern der Ausdruck, auf den die Sinusfunktion anzuwenden ist, stehen muss. Die meisten Funktionen sind leicht zu erraten, da sie oft aus den Anfangsbuchstaben des Funktionsnamens bestehen. Man muss hier zu bedenken geben, dass das Programm Mathematica die gesamten Funktionen auf englischer Sprache vordefiniert hat. Wenn man zum Beispiel den größten gemeinsamen Teiler zweier natürlicher Zahlen a,b ermitteln möchte, hat es keinen Sinn, im Programm zu schreiben:

$$GGT[a, b]$$

Man muss sich der englischen Sprache bedienen und schreiben:

$$GCD[a, b]$$

wobei „GCD “ für „**G**reatest **C**ommon **D**ivisor“ steht (Abbildung 7 auf Seite 7 zeigt ein Beispiel.)

Abbildung 7: Beispiel zum größten gemeinsamen Teiler in Mathematica

Zu beachten ist auch, dass die Funktionen immer mit einem Großbuchstaben beginnen. Eine umfangreiche Hilfefunktion, in der alle Funktionen und Befehle für Mathematica aufgelistet und beschrieben sind, findet man auf der Entwicklerhomepage und wird mit jedem Programm automatisch mitgeliefert. Man kann sie über den Menüpunkt „help“ und „Documentation Center“ öffnen. Dabei findet man auch wertvolle Beispiele, welche zum Üben sehr gut geeignet sind, um ein Gefühl für die Syntax von Mathematica zu bekommen.

2.3 Derive

Derive ist ein von der Firma Texas Instrument vertriebenes Computeralgebrasystem.

Abbildung 8: Logo von Derive

Im Jahre 2007 erschien die letzte Version Derive 6.1 und wurde seither nicht mehr aktualisiert. Der Funktionsumfang beinhaltet alle mathematischen Funktionen. Anders als bei Mathematica hat man hier die Unterstützung von grafischen Eingabeelementen. In Abbildung 9 auf Seite 8 sieht man den Aufbau des Programms.

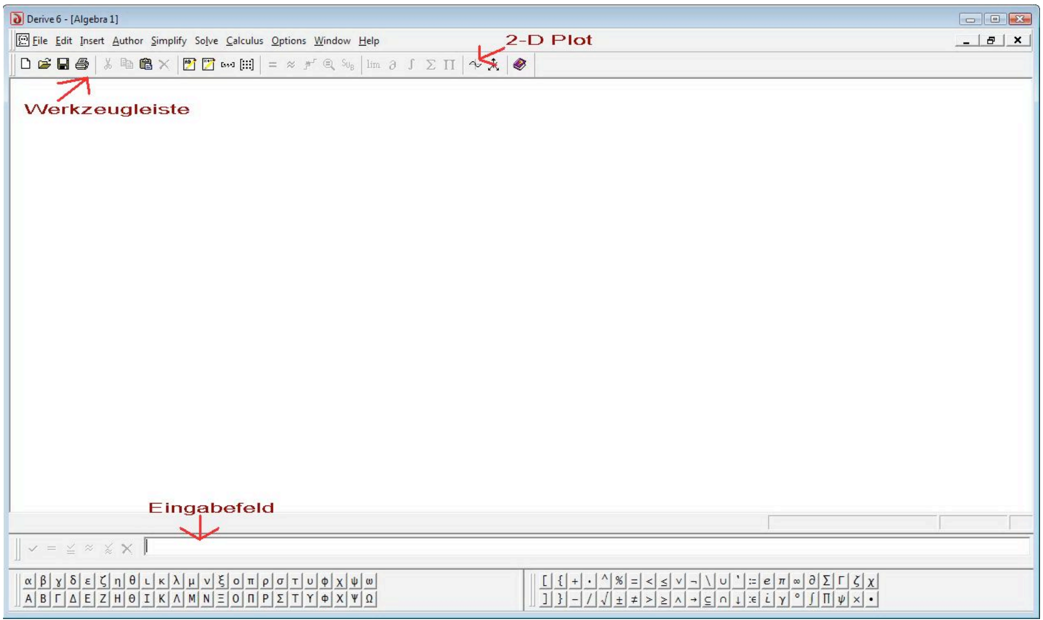


Abbildung 9: Fenster Derive 6.1

Über das Eingabefeld kann man Ausdrücke eingeben, um diese auswerten zu lassen.

Nimmt man das Beispiel von oben wieder heran, so muss man, um den Sinus einer Zahl (als Beispiel hier 0) auszurechnen, Folgendes eingeben:

$$Sin(0)$$

Anschließend muss man auf das „≈“ Zeichen in der Werkzeugleiste drücken und man bekommt einen nummerischen Näherungswert. Will man nun zum Beispiel die Sinusfunktion zeichnen lassen, braucht man nur auf „2D-Plot“ drücken und die Funktion wird aufgezeichnet. Man sieht hier, dass die Handhabung für Erstbenutzer etwas leichter fällt, da man über eine grafische Oberfläche verfügt.

2.4 Wiris

Wiris ist ein Computeralgebrasystem, welches online verwendet werden kann. Man kann es über die Homepage [6] beziehen. Auf dieser Homepage wird das Programm auch sehr gut beschrieben: „WIRIS cas is an online platform for mathematical calculations designed for education. You can access a powerful calculation toolbar through an HTML page that includes integrals and limits calculation, function graphing in 2D or 3D and symbolic matrices manipulation, among others“ [7].

Abbildung 10: Logo von Wiris

Dabei handelt es sich um keine gratis benutzbare Software, jedoch kann man auch über die Seite [8] dieses Computeralgebrasystem nutzen. In Abbildung 11 auf Seite 10 ist zu sehen, dass mehrere Menüpunkte zur Verfügung stehen.

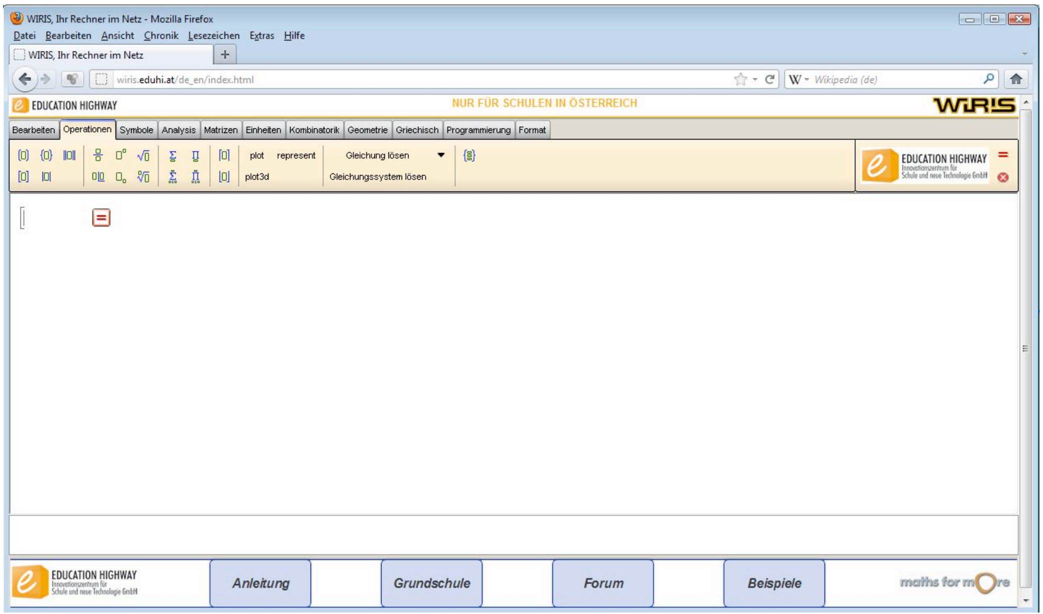


Abbildung 11: Fenster Wiris

Unter jedem Menüpunkt finden sich die verschiedensten Eingabehilfen, Rechenoperationen, usw. Will man zum Beispiel die Zahlen von 1 bis 100 aufsummieren (siehe Abbildung 12 auf Seite 10), dann klickt man einmal auf das Summensymbol und gibt dann die Laufvariable, untere und obere Grenze ein und drückt auf das „=“ Symbol.

Abbildung 12: Summenformelbeispiel mit Wiris

Dies zeigt, dass die Handhabung sehr intuitiv ist. Wenn man trotzdem Hilfe benötigt, ist diese unter dem Punkt „Anleitung“ zu sehen (in Abbildung 11 auf Seite 10.)

2.5 Microsoft Excel

Microsoft Office ist ein Software Paket des Softwareherstellers Microsoft.

Abbildung 13: Logo von Microsoft Office

Dieses Paket besteht aus mehreren Teilen, unter anderem:

- Word
- Excel
- PowerPoint
- Outlook
- Access

Ich beschränke mich bei dieser Arbeit auf das Produkt Microsoft Excel, da diese Anwendung im Vergleich zu den anderen Teilen des Office Pakets am meisten für den Mathematikunterricht verwendet wird.

Abbildung 14: Logo von Microsoft Excel

Microsoft Excel ist im Grunde ein Tabellenkalkulationsprogramm, welches zum Beispiel für diverse Statistiken benutzt werden kann. Diese Software umfasst eine Unmenge an Funktionen und Anwendungen. Der Gesamtumfang wird im Mathematikunterricht mit einer an Sicherheit grenzenden Wahrscheinlichkeit nicht genutzt werden können. Meines Erachtens ist es wichtig, die Grundfunktionen zu kennen und anwenden zu können. Dazu zählt aber auch das Wissen über den Aufbau dieser Tabellenkalkulation. Damit meine ich nicht den technischen Hintergrund, sondern das Wissen darüber, was ein Arbeitsblatt, eine Zeile, Spalte, Zelle (siehe Abbildung 15 auf Seite 12) usw. ist bzw. wie man Daten in ein Arbeitsblatt schreiben und dann auch verändern und löschen kann.

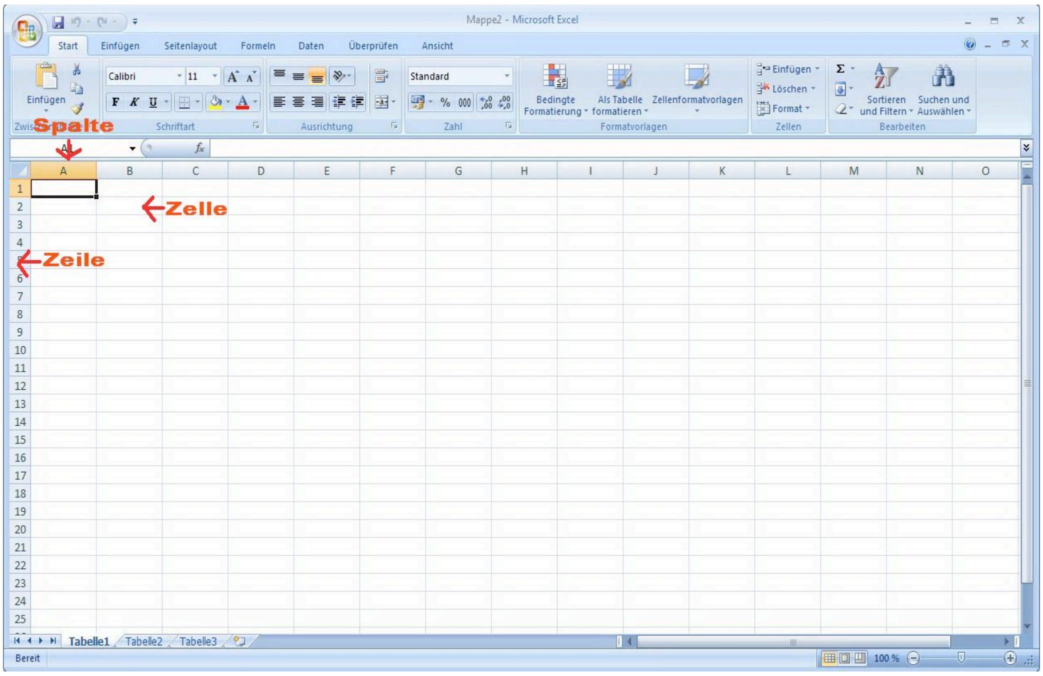


Abbildung 15: Excel 2007 Fenster

Erst wenn Daten vorhanden sind, kann man Funktionen auf diese Daten anwenden. Eine nützliche Funktion ist zum Beispiel die Summenfunktion (siehe Beispiel in Abbildung 16 auf Seite 13), mit der man mehrere Zelleninhalte, sofern diese nur aus Zahlen bestehen, zusammenzählen und sich die Summe ausgeben lassen kann.

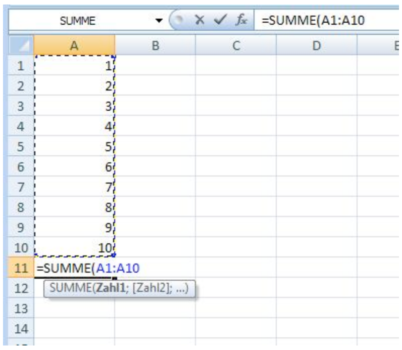


Abbildung 16: Beispiel der Summenformel in Microsoft Excel

Der praktischste Aspekt einer Tabellenkalkulationssoftware ist die Anwendung von Formeln. Man hat zum Beispiel 2 Zahlen in zwei unterschiedlichen Zellen. In einer weiteren Zelle schreibt man eine Formel, welche sich auf diese zwei eben eingegebenen Zahlen bezieht. Nach Eingabe der Formel wird diese ausgewertet. Ändert man nun eine der beiden Zahlen, ändert sich sofort der Wert, welcher durch die Formel errechnet wurde.
Anhand dieses plakativen Beispiels ist die erste relevante Funktionalität eines Tabellenverarbeitungsprogramms zu erkennen, da man sich natürlich nicht nur auf eine Formel und zwei Zahlen beschränken muss, sondern dies beliebig erweitern kann. Erwähnenswert ist auch die Erstellung von Diagrammen basierend auf Werten, welche natürlich vorher vorhanden sein müssen.

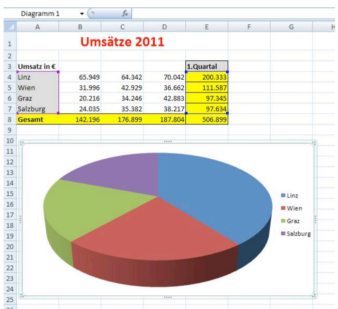


Abbildung 17: Beispiel für ein Diagramm

Damit kann man Werte in Tabellen und vor allem den Zusammenhang verschiedener Werte grafisch veranschaulichen und erklären (siehe Beispiel in Abbildung 17 auf Seite 13.)
Es sei noch erwähnt, dass erfahrenere Benutzer auch mittels VBA, kurz für **V**isual **B**asic for **A**pplications, programmieren können. Damit kann man ein Arbeitsblatt dynamisch gestalten und den Funktionsumfang um ein Vielfaches erweitern. Diese Erweiterung wird aber kaum in Schulen Verwendung finden.
Zur Zeit werden in Schulen die zwei aktuellsten Versionen Microsoft Office 2007 und Microsoft Office 2010 verwendet. Der größte Unterschied dieser beiden Versionen zu früheren (Anm. Microsoft Office 2003, Microsoft Office XP, usw.) liegt im Design und der optischen Aufbereitung der Software. Die Benutzeroberfläche wurde seit Microsoft Office 2007 grundlegend verändert. Vor allem wurde die Menüstruktur verändert (vergleiche hier Abbildung 18 auf Seite 14 mit Abbildung 19 auf Seite 14.)

Abbildung 18: Menü in Office 2003

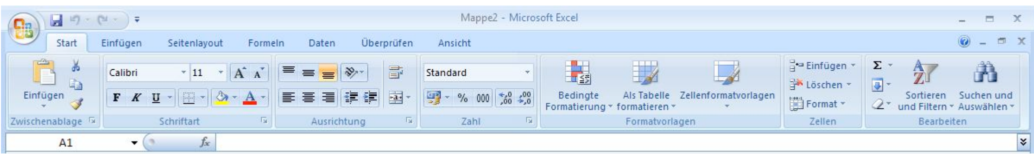


Abbildung 19: Menü in Office 2007

Als Hintergrundinformation sei erwähnt, dass mit der Version Microsoft Office 2007 ein neues Dateiformat eingeführt wurde. In Microsoft Excel 2007 wurde zum Beispiel das alte standardmäßige Dateiformat „.xls“ durch das neue „.xlsx“ ersetzt. Dabei kommt es, auch durch eigene Erfahrung bestätigt, zu Kompatibilitätsproblemen, denn ältere Versionen können das neue Format nicht automatisch erkennen und auslesen. Dazu benötigt man spezielle Konverter, um in älteren Versionen Dateien, welche in den aktuellen Versionen erstellt wurden, lesen zu können.

2.6 OpenOffice.org

OpenOffice.org ist, so wie Microsoft Office, ein Softwarepaket für Text- und Tabellenverarbeitung und zum Erstellen von Präsentationen.

Abbildung 20: Logo von OpenOffice.org

Der große Unterschied zu Microsoft Produkten besteht darin, dass OpenOffice.org ein freies Office Paket ist. Diese Software kann gratis von der Homepage [9] heruntergeladen und verwendet werden.
Es enthält ähnlich wie Microsoft Office mehrere Pakete, wie zum Beispiel:

- Writer (Textverarbeitungsprogramm)
- Calc (Tabellenverarbeitungsprogramm)
- Impress (Präsentationsprogramm)
- Draw (Grafikprogramm)
- Base (Datenbankprogramm)
- Math (Formeleditor)

Ich werde mich bei dieser Arbeit, so wie oben bei Microsoft Office schon erwähnt, auf das Tabellenverarbeitungsprogramm beschränken.

Das Design bzw. die Benutzeroberfläche gleicht annähernd der des Produkts Microsoft Excel 2003 (vergleiche Abbildung 18 auf Seite 14 mit Abbildung 21 auf Seite 16.) Auch der Funktionsumfang ist ähnlich groß.

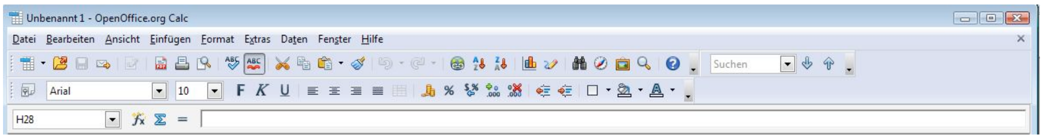


Abbildung 21: Menü in OpenOffice.org

Die Schwierigkeit der Bedienung ist unterschiedlich. Ich behaupte, dass, wenn man Microsoft Excel 2003 oder ältere Versionen gewohnt ist, dann ist die Bedienung von OpenOffice.org sehr einfach, da die meisten Anwendungen dort zu finden sind, wo sie auch bei Microsoft Excel 2003 und älteren Versionen platziert wurden. Ist man jedoch nur die neuen Versionen von Microsoft Office gewohnt (d.h. Microsoft Office 2007 und Microsoft Office 2010), dann muss man sich zuerst zurechtfinden und oft nach diversen Funktionen und Anwendungen suchen.
Die Eingabe und Handhabung von Funktionen und Formeln ist sehr ähnlich, wie in Microsoft Office 2007 bzw. Microsoft Office 2010 (vergleiche Abbildung 16 auf Seite 13 mit Abbildung 22 auf Seite 16.)

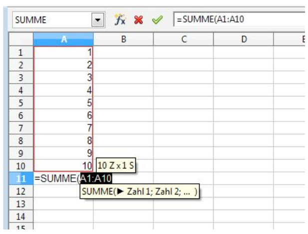


Abbildung 22: Beispiel der Summenformel in OpenOffice.org

2.7 Moodle

Moodle ist grob gesagt ein Kursverwaltungssystem und steht aktuell in der Version 2.1.1, welche im August 2011 veröffentlicht wurde, zur Verfügung. Hier handelt es sich nicht um ein rein mathematisches Produkt. Auf der Homepage findet sich eine passende Beschreibung: „Moodle ist ein Course Management System (CMS - deutsch: Kursverwaltungssystem), auch bekannt als ein Learning Management System (LMS - deutsch: Lernmanagementsystem) oder ein Virtual Learning Environment (VLE - deutsch: Virtuelle Lernumgebung). Moodle ist eine freie Webapplikation, die Lehrende zur Gestaltung von Seiten für effektives Online-Lernen nutzen können“ [10].

Abbildung 23: Logo von Moodle

Für die Verwendung dieser Lernplattform muss Moodle von der oben genannten Homepage heruntergeladen und auf einem Webserver installiert werden. Des Weiteren braucht man eine Datenbank, um diese Lernplattform zu verwalten.

Als Lehrerin bzw. Lehrer hat man durch Moodle die Möglichkeit, online den Schülerinnen und Schülern Unterrichtsmaterialien zur Verfügung zu stellen und damit intensiveren Informationsaustausch zu betreiben.

Ein Beispiel für den Mathematikunterricht wäre, man erstellt mittels des oben genannten Programms GeoGebra ein dynamisches Arbeitsblatt und stellt dieses für die Schülerinnen und Schüler zum Üben, Lernen, Ausprobieren, usw auf diese Lernplattform.

Es besteht auch die Möglichkeit, Tests und Abfrageszenarien zu erstellen,

welche jede Schülerin und jeder Schüler durcharbeiten kann. Die genaue Handhabung obliegt der jeweiligen Lehrperson. Da jede Schülerin und jeder Schüler einen eigenen Zugang zu dieser Lernplattform bekommen kann, hat eine Lehrerin oder ein Lehrer eine ideale Überprüfungsmöglichkeit für jede Schülerin bzw. jeden Schüler, da die eben erwähnten Tests bzw. die Ergebnisse einer jeden Überprüfung für jede Schülerin und jeden Schüler separat abgespeichert werden.
Da es sich bei dieser Applikation um eine allgemeine Lernplattform handelt, kann sie für mehrere Unterrichtsgegenstände verwendet werden.

3 Anwendungen

In diesem Kapitel möchte ich anhand des Lehrplans für Mathematik an AHS beschreiben, für welches Themengebiet sich welches Computerprogramm besonders eignet. Der Lehrplan gibt vor, welche Themengebiete in den jeweiligen Klassen gelehrt werden müssen. Für jede Klasse werde ich auflisten, welche Programme für welche Gebiete Anwendung finden und dann jeweils einen Schwerpunkt auswählen. Zu diesen Schwerpunkten werde ich einige Beispiele geben, um die Anwendung der Computerprogramme zu demonstrieren.
Im Folgenden werde ich zwischen Microsoft Excel 2007 und dem Programm Calc von OpenOffice.org nicht mehr unterscheiden, sondern mich auf Microsoft Excel 2007 beschränken, da sich die Funktionen und die Anwendungen bis auf das Design nicht wesentlich unterscheiden.

3.1 1. Klasse

In der ersten Klasse werden laut Lehrplan folgende Themengebiete unterrichtet:

- Arbeiten mit Zahlen und Maßen
- Arbeiten mit Variablen
- Arbeiten mit Figuren und Körpern
- Arbeiten mit Modellen, Statistik

3.1.1 Arbeiten mit Zahlen und Maßen

Beim Arbeiten mit Zahlen und Maßen geht es unter anderem um das „Rechnen mit Maßen und Umwandlungen zur Bearbeitung von Sachaufgaben und geometrischen Berechnungen." Dafür würde ich das Programm Microsoft Excel 2007 empfehlen, da man bei diesem Programm viele Daten sehr übersichtlich anordnen und diverse Berechnungen durchführen kann. Des Weiteren können Schülerinnen und Schüler durch Probieren einige Sachverhalte näher kennen lernen und vertiefen, da man durch die Verwendung von Zellbezügen Änderungen direkt und ohne Umwege ersichtlich machen lassen kann.

3.1.2 Arbeiten mit Variablen

Zu diesem Themengebiet empfehle ich die Verwendung des Programms Microsoft Excel 2007. Zur näheren Erläuterung und Beschreibung der Anwendung für die einzelnen Kapitel dieses Themas werde ich Beispiele aus dem Buch „MatheMaster" [11] nehmen.

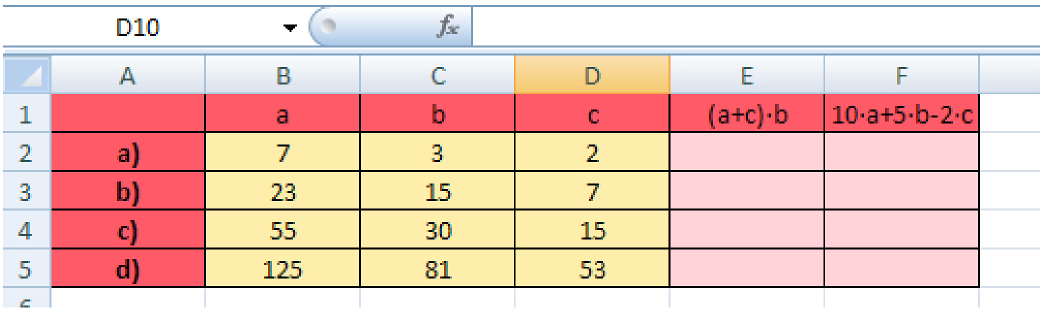
Mit Variablen allgemeine Sachverhalte beschreiben

Dafür betrachtet man folgendes Beispiel [11, S. 174]

Beispiel 1084

> Vervollständige die Tabelle und berechne den Wert des jeweiligen Rechenausdrucks:
>
> | | a | b | c | $(a+b) \cdot c$ | $10 \cdot a + 5 \cdot b - 2 \cdot c$ |
> |---|---|---|---|---|---|
> | a) | 7 | 3 | 2 | | |
> | b) | 23 | 15 | 7 | | |
> | c) | 55 | 30 | 15 | | |
> | d) | 125 | 81 | 53 | | |

Dafür übernimmt man zu Beginn diese Tabelle und gibt die Angaben in Excel ein (siehe Abbildung 24 auf Seite 20.)

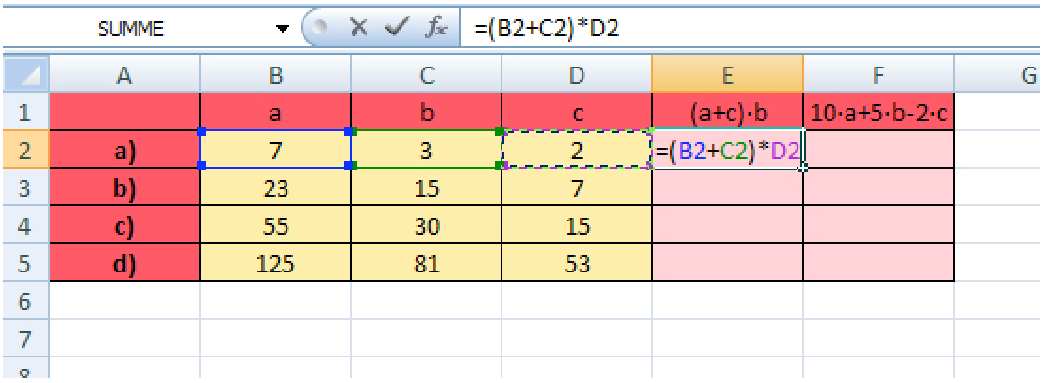

D10

	A	B	C	D	E	F
1		a	b	c	(a+c)·b	10·a+5·b-2·c
2	a)	7	3	2		
3	b)	23	15	7		
4	c)	55	30	15		
5	d)	125	81	53		

Abbildung 24: Erstellen einer Tabelle

Ich habe hier die Tabelle etwas formatiert und farblich untermalt, damit auch ein optischer Unterschied zwischen den Vorgaben und Eingaben entsteht. Auf die Formatierung der Tabellen in Excel möchte ich nicht näher eingehen, da dies den Umfang dieser Arbeit übersteigen würde.
Nun soll in den Zellen E2, E3, E4 und E5 jeweils der Ausdruck $(a+b) \cdot c$ ausgerechnet werden. Dafür markiert man sich die Zelle E2 und beginnt die

Eingabe mit dem Symbol „=“ . Danach folgt der vorgegebene Ausdruck, wobei erstens auf die richtige Klammersetzung zu achten ist und zweitens die Variablen a, b und c jeweils durch die Werte in den Zellen B2, C2 und D2 ersetzt werden müssen. Entweder schreibt man direkt den Zellennamen, auf den Bezug genommen wird, oder man klickt die gewünschte Zelle mit der Maus an, damit diese übernommen wird. Wichtig dabei ist zu beachten, dass der Inhalt der Zelle für die Berechnung übernommen wird und nicht der Zellenname. Außerdem ist zu beachten, dass es sich bei Berechnungen immer um Zahlen handeln muss, da Excel sonst eine Fehlermeldung ausgibt. Abbildung 25 auf Seite 21 zeigt die richtige Eingabe anschaulich.

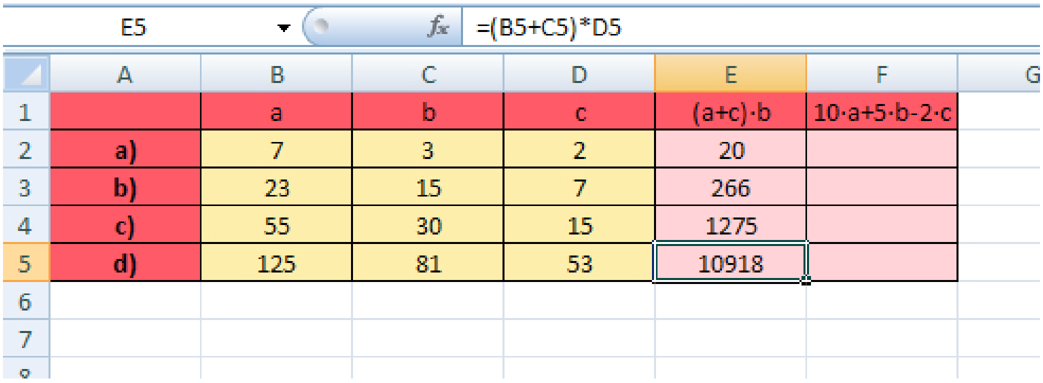

SUMME =(B2+C2)*D2

	A	B	C	D	E	F	G
1		a	b	c	(a+c)·b	10·a+5·b-2·c	
2	a)	7	3	2	=(B2+C2)*D2		
3	b)	23	15	7			
4	c)	55	30	15			
5	d)	125	81	53			
6							
7							

Abbildung 25: Eingabe einer Funktion

Durch die farbliche Kennzeichnung und die dazugehörige farbliche Umrahmung der Zelle ist sofort erkennbar, welche Zelle an welcher Stelle im Ausdruck verwendet wird. Dies nennt man in Excel einen relativen Zellenbezug. Mit der Taste Enter erfolgt die Bestätigung der Eingabe und der Wert wird sofort berechnet.

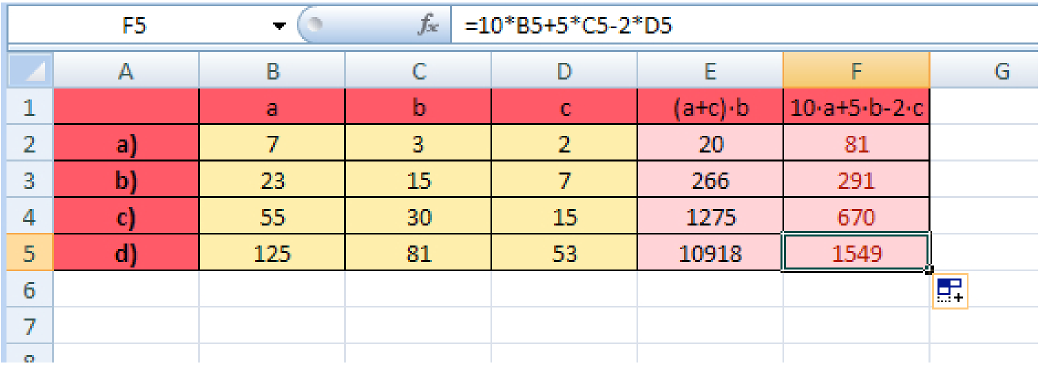
Nun muss man diesen Ausdruck auch für die 3 nächsten Zellen E3, E4 und E5 schreiben. Durch die Verwendung von Excel können Zeit und Mühen gespart werden, da der eben eingegebene Ausdruck genau so wieder verwendet wird und sich nur die Zellenbezüge ändern. Dazu markiert man sich zuerst den eben ausgerechneten Wert. (Anm.: Es wird der ermittelte Wert in diese Zelle geschrieben, aber im Hintergrund weiß Excel, welcher Ausdruck zu diesem Wert führt. Diese Eingabe ist auch in der Funktionszeile oberhalb der Tabelle zu sehen.) Nun klickt man auf das rechte untere Eck dieser Zelle, hält die Maustaste gedrückt und zieht diese Zelle über die nächsten drei Zeilen. Nach dem Loslassen der Maustaste wird für jede Zelle (E3, E4, E5) der Wert nach dem selben Schema ermittelt, wie zuvor in der Zelle E2. Durch das Ziehen der Zelle kopiert Excel die Eingabe in die anderen Zellen und wechselt auch mit den Zellbezügen jeweils immer um eine Zeile nach unten. In Abbildung 26 auf Seite 22 sind alle 4 ausgerechneten Werte ersichtlich. Dabei ist die Zelle E5 markiert und man sieht in der Funktionszeile den Ausdruck, der zu diesem Wert führt und welche Zellenbezüge benutzt werden.


E5 fx =(B5+C5)*D5

	A	B	C	D	E	F	G
1		a	b	c	(a+c)·b	10·a+5·b-2·c	
2	a)	7	3	2	20		
3	b)	23	15	7	266		
4	c)	55	30	15	1275		
5	d)	125	81	53	10918		
6							
7							

Abbildung 26: Zellenbezüge

Analog verfährt man mit dem 2. Ausdruck $10 \cdot a + 5 \cdot b - 2 \cdot c$. Erwähnt werden muss, dass in Excel das Multiplikationszeichen entweder durch das Symbol „*“ zu kennzeichnen, oder völlig wegzulassen ist. Damit interpretiert Excel automatisch eine Multiplikation. Zur besseren Anschaulichkeit habe ich hier das Symbol „*“ verwendet. Abbildung 62 auf Seite 59 zeigt das fertige Beispiel.


F5 =10*B5+5*C5-2*D5

	A	B	C	D	E	F	G
1		a	b	c	(a+c)·b	10·a+5·b-2·c	
2	a)	7	3	2	20	81	
3	b)	23	15	7	266	291	
4	c)	55	30	15	1275	670	
5	d)	125	81	53	10918	1549	
6							
7							

Abbildung 27: Vollständige Tabelle

Formeln bzw. Gleichungen aufstellen

Dafür wähle ich folgendes Beispiel: [11, S. 178]

Beispiel 1109 a)

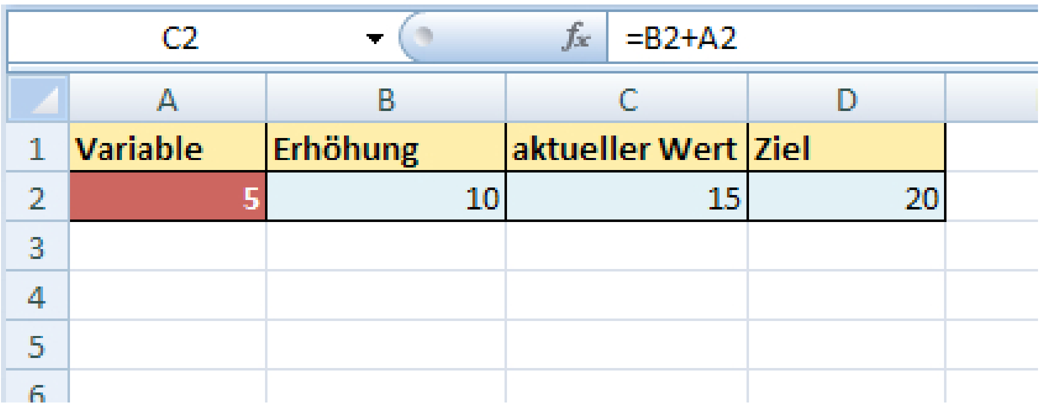
> Welche Zahl x muss man um 10 vermehren, damit man 20 erhält?

Zuerst ist zu überlegen, welche Gleichung für dieses Beispiel in Frage kommen könnte. Dazu nimmt man die Variable x, addiert 10 dazu und als Ergebnis muss 20 herauskommen:

$$x + 10 = 20$$

Das Aufstellen einer Gleichung müssen die Schülerinnen und Schüler ohne zu Hilfenahme von Computerprogrammen können. Als nächsten Schritt kann man nun diese Gleichung durch Probieren in Excel lösen. In der ersten Zelle bestimmt man den variablen Wert. Dieser ist der einzige Wert, der verändert werden darf. In der nächsten Zelle gibt man den unveränderlichen Wert der

Erhöhung ein. In einer weiteren Zelle lässt man sich den aktuellen Wert ausrechnen, welcher sich aus der Summe der Werte der Variable und der Erhöhung ergibt. Eine Zelle weiter rechts gibt man den gewünschte Zielwert an. Abbildung 28 auf Seite 24 zeigt bildlich diesen Ansatz.



	A	B	C	D
1	Variable	Erhöhung	aktueller Wert	Ziel
2	5	10	15	20
3				
4				
5				
6				

Abbildung 28: Gleichung lösen durch Probieren

Nun kann die Schülerin oder der Schüler den Wert der Variablen (in diesem Beispiel in der roten Zelle) solange verändern, bis der aktuelle Wert und der Zielwert übereinstimmen. Des Weiteren sieht die Schülerin bzw. der Schüler nach jeder Veränderung der Variablen die Veränderung am aktuellen Wert und kann dabei erkennen, ob der Wert steigt oder fällt. (Anm.: Ich habe hier absichtlich einen falschen Wert für die Variable eingegeben, damit man den Unterschied zwischen dem aktuellen Wert und dem Zielwert erkennen kann.)

Lösungen zu einfachen linearen Gleichungen

Für dieses Kapitel wähle ich ein Beispiel aus dem Buch „Das ist Mathematik 1“ [12]:

Beispiel 466 a)

> Löse die Gleichung
>
> $17 = x + 1$

Bevor man zu diesem Beispiel Excel verwendet, ist zu überlegen, wie der richtige Wert der Variablen x ermittelt werden könnte. Nach kurzer Betrachtung erkennt man folgendes:

$$17 - 1 = x$$

Um diese Gleichung in Excel zu lösen, schreibt man in einer Zelle den Zielwert, in einer weiteren Zelle die Änderung und eine Zelle wird für die Variable frei gelassen. In dieser freien Zelle schreibt man nun die Gleichung $17 - 1 = x$, wobei für 17 und für 1 jeweils der Zellenbezug des Zielwertes und der Änderung verwendet wird. Abbildung 29 auf Seite 25 zeigt diese Idee.

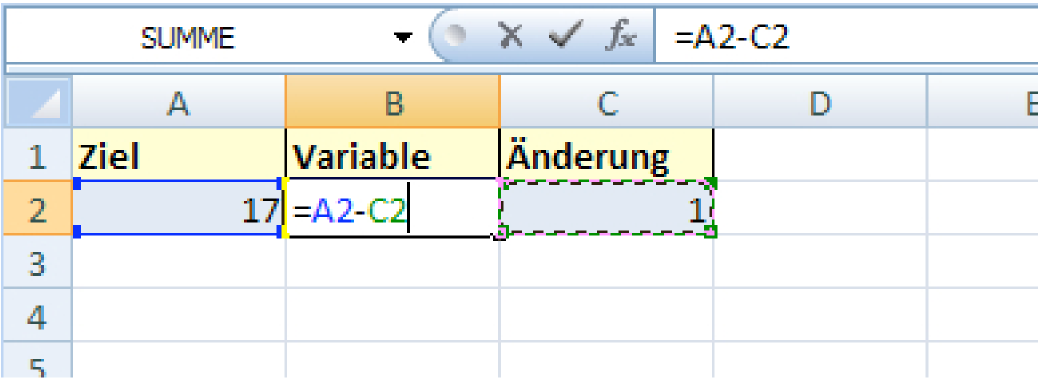


Abbildung 29: Gleichung lösen

Nach der Auswertung steht nun in der Zelle der Variable der Wert für die Lösung dieser Gleichung. Anders als beim vorherigen Beispiel, bei dem die Schülerin bzw. der Schüler durch Probieren auf die richtige Lösung kommt, wird hier direkt in einem Schritt die Lösung ermittelt.

Formeln anwenden und interpretieren können

In diesem Punkt geht es vor allem um die Anwendung diverser Formeln und deren Interpretation. Für die Anwendung kann man die oben verwendeten

Beispiele und deren Lösungsvorschläge mit Excel benutzen. Die Interpretation der Ergebnisse sollte in meinen Augen schriftlich erfolgen. Excel sollte hier rein nur für die Lösung diverser Aufgaben verwendet werden.

Fazit

An diesen Beispielen lässt sich sehr gut erkennen, wie man den Computer auch schon in der ersten Klasse im Mathematikunterricht einsetzen kann. Durch das Tabellenkalkulationsprogramm lässt sich eine größere Menge an Daten sehr schön ordnen und auch formatieren, damit Schülerinnen und Schüler den Unterschied zwischen den vorgegebenen Werten und den zu lösenden Aufgaben anschaulich dargestellt bekommen. Man kann dadurch

- allgemeine Probleme lösen
- gleiche Schritte in einem Aufwand erledigen
- und Gleichungen lösen.

Besonders gut gefällt mir dabei, dass Schülerinnen und Schüler auch durch Probieren Gleichungen lösen können und dass sich bei jeder Veränderung der Eingabewerte sofort die Zielgrößen ändern. Dadurch können Schülerinnen und Schüler dynamisch verstehen lernen, welche Auswirkung eine kleine Veränderung eines Variablenwertes mit sich bringt.

3.1.3 Arbeiten mit Figuren und Körpern

Bei diesem Themenblock werden zum Beispiel „Skizzen von Rechtecken, Kreisen, Kreisteilen, Quadern und ihren Netzen angefertigt." Für solche Bereiche eignet sich das Programm GeoGebra sehr gut, da man damit verschiedenste geometrische Figuren zeichnen lassen, deren Eigenschaften ablesen und

Flächeninhalte ermitteln kann. Durch die Flexibilität der Eingabe bei GeoGebra ist man nicht an die algebraischen Gegebenheiten gebunden, sondern kann zum Beispiel, ohne Wissen der Kreisgleichung, mit der Hand einen Kreis zeichnen. Der Vorteil im Vergleich zur Handzeichnung mit dem Zirkel liegt dabei im interaktiven Manipulieren der Objekte - in diesem Fall speziell des Kreises.

3.1.4 Arbeiten mit Modellen, Statistik

Im 4. Teilbereich der ersten Klasse sollen Schülerinnen und Schüler beispielsweise „Tabellen und graphische Darstellungen zum erfassen von Datenmengen verwenden können.“ Aus diesem Titel kann meine Empfehlung abgeleitet werden, das Tabellenkalkulationsprogramm Microsoft Excel 2007 zu verwenden. Damit ist es nämlich möglich, große Datenmenge geordnet anzugeben und diverse Operationen mit diesen ausführen. Außerdem ist es mit diesem Programm möglich, verschiedenste Diagramme erstellen zu lassen.

3.2 2. Klasse

In der zweiten Klasse sind folgende Themen für den Mathematikunterricht vorgesehen:

- Arbeiten mit Zahlen und Maßen
- Arbeiten mit Variablen
- Arbeiten mit Figuren und Körpern
- Arbeiten mit Modellen, Statistiken

3.2.1 Arbeiten mit Zahlen und Maßen

In der zweiten Klasse geht es in diesem Gebiet unter anderem um das „Rechnen mit Prozenten in vielfältigen Zusammenhängen." Dafür empfehle ich wieder das Programm Microsoft Excel 2007, denn damit kann man sehr gut und einfach mit Prozenten umgehen und rechnen. Außerdem kann man zum Beispiel durch Zellbezüge mit mehreren Datensätzen auf denselben Prozentsatz zugreifen. Dies erleichtert die Veranschaulichung der Veränderung von Prozentsätzen.

3.2.2 Arbeiten mit Variablen

Auch hier schlage ich vor, auf das Programm Microsoft Excel 2007 zurückzugreifen, denn man sollte in diesem Themengebiet zum Beispiel „unter Verwendung von Umkehroperationen einfache lineare Gleichungen mit einer Unbekannten lösen und Formeln umformen." Analog zur ersten Klasse ist es hier wieder möglich, Gleichungen zum Beispiel durch Probieren zu lösen. Diese Lösungsmethode lässt sich mit Excel sehr anschaulich und einfach nachstellen.

3.2.3 Arbeiten mit Figuren und Körpern

Dieses Teilgebiet der 2. Klasse beinhaltet einiges an Theorie für Dreiecke, Vierecke und regelmäßige Vielecke. Ich werde mich auf die Konstruktion dieser und deren Eigenschaften, wie Umkreis, Umkreismittelpunkt, Umkreisradius, Inkreis, Inkreismittelpunkt, Inkreisradius, Strecken- und Winkelsymmetralen und Flächeninhalte beschränken. Dazu werde ich für jede Figur ein Beispiel mit GeoGebra vorstellen und verwende dafür das Buch „Das ist Mathematik 2" [13].

Dreieck und dessen Eigenschaften konstruieren

Dafür nehme ich folgendes Beispiel [13, S. 225]:

Beispiel 1009

1. Konstruiere das Dreieck ABC mit $a = 7,5cm$, $c = 6,2cm$, $\alpha = 64°$ und seinen Inkreismittelpunkt.
2. Zeichne den Inkreis des Dreiecks!
3. Wie groß ist der Inkreisradius?

Zu Beginn zeichnet man sich mit der in der Werkzeugleiste eingebauten Funktion „Strecke mit fester Länge von Punkt aus“ die Seite c mit der angegebenen Länge (in Abbildung 30 auf Seite 29 dargestellt.)

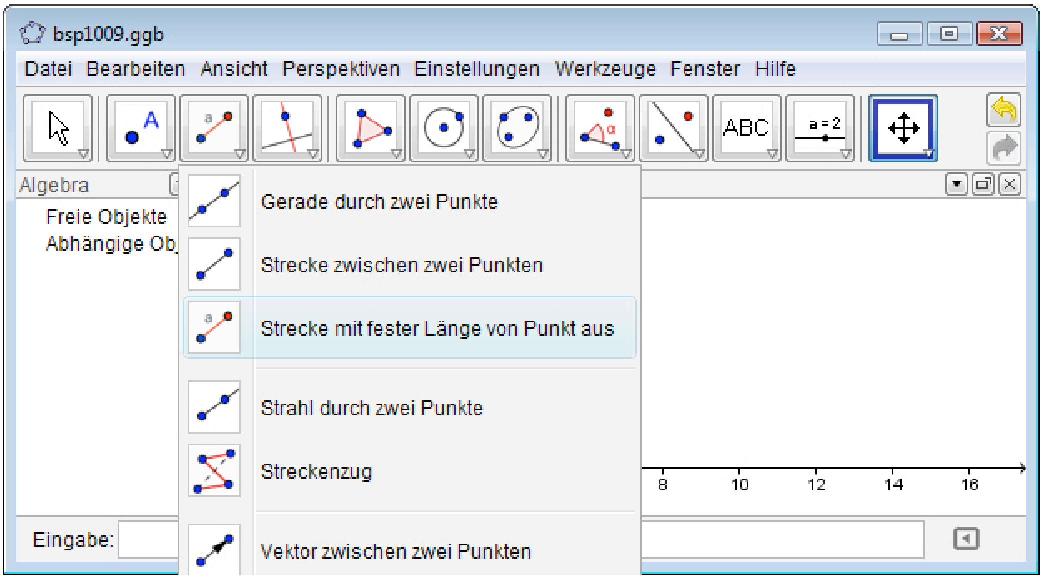


Abbildung 30: Strecke mit fester Länge

Nach der Auswahl der Funktion klickt man mit der Maus auf eine beliebige Stelle im Koordinatensystem und es öffnet sich ein kleines Fenster. Dabei ist die gewünschte Länge (hier 6,2) einzugeben. Daraufhin werden zwei Punkte

(A und B) und die Strecke zwischen diesen Punkten mit der eingegebenen Länge gezeichnet. Anschließend benutzt man die Funktion „Winkel mit fester Größe,“ wie in Abbildung 31 auf Seite 30 gezeigt.

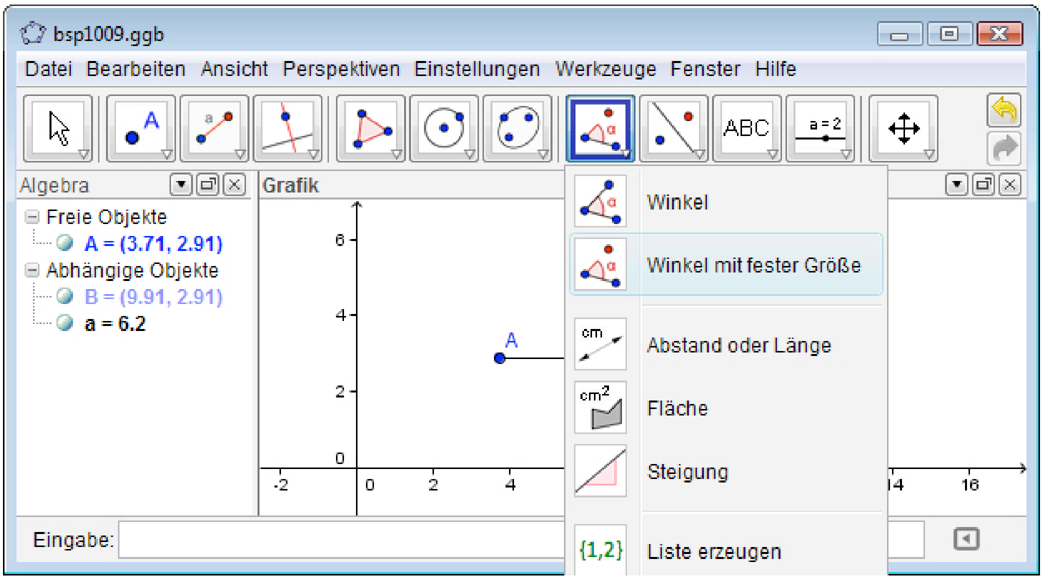


Abbildung 31: Winkel mit fester Größe

Jetzt klickt man auf den Punkt, in dem der Winkel eingezeichnet werden soll und auf die dazugehörige Strecke. In diesem Fall klickt man auf den Punkt A und auf die Strecke zwischen den Punkten A und B. Es öffnet sich wieder ein Fenster. Dabei ist die Größe des Winkels anzugeben. Außerdem muss man dem Programm sagen, in welche Richtung (gegen den Uhrzeigersinn oder im Uhrzeigersinn) der Winkel eingezeichnet werden soll. Für dieses Beispiel gibt man 64 ein und wählt die Option „gegen den Uhrzeigersinn.“ Somit wird im Punkt A der Winkel mit der Größe 64° und ein Punkt B’ gezeichnet. Der Abstand zwischen den Punkten A und B’ wird dabei beliebig vom Programm gewählt. Abbildung 32 auf Seite 31 zeigt das bisher Konstruierte.

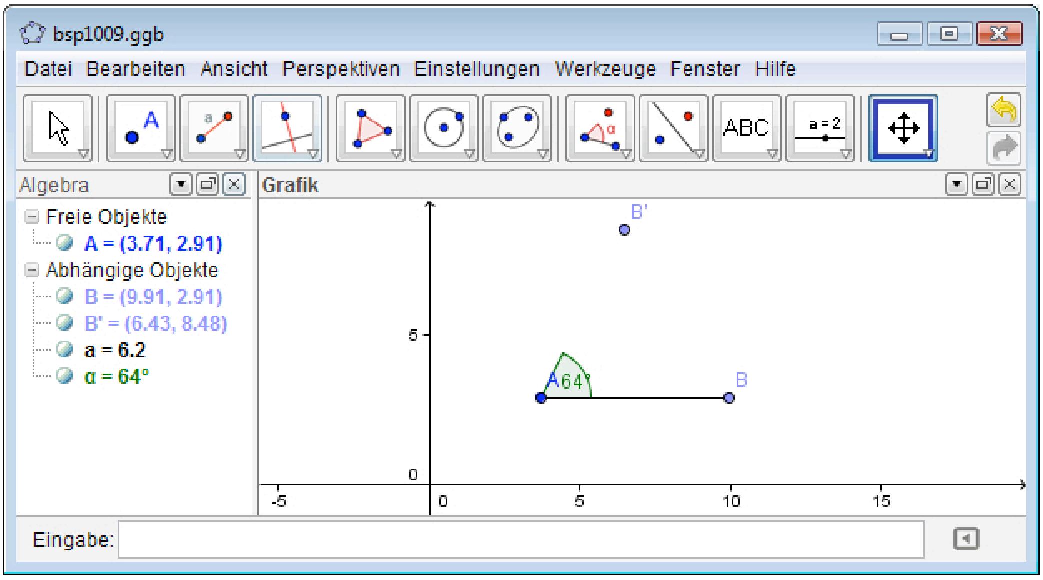


Abbildung 32: Strecke und Winkel

Nun ist eine Gerade zwischen den Punkten A und B' zu ziehen. Dies funktioniert mit der Option „Gerade durch zwei Punkte," welche in der Werkzeugleiste zu finden ist (siehe dazu Abbildung 33 auf Seite 31.)

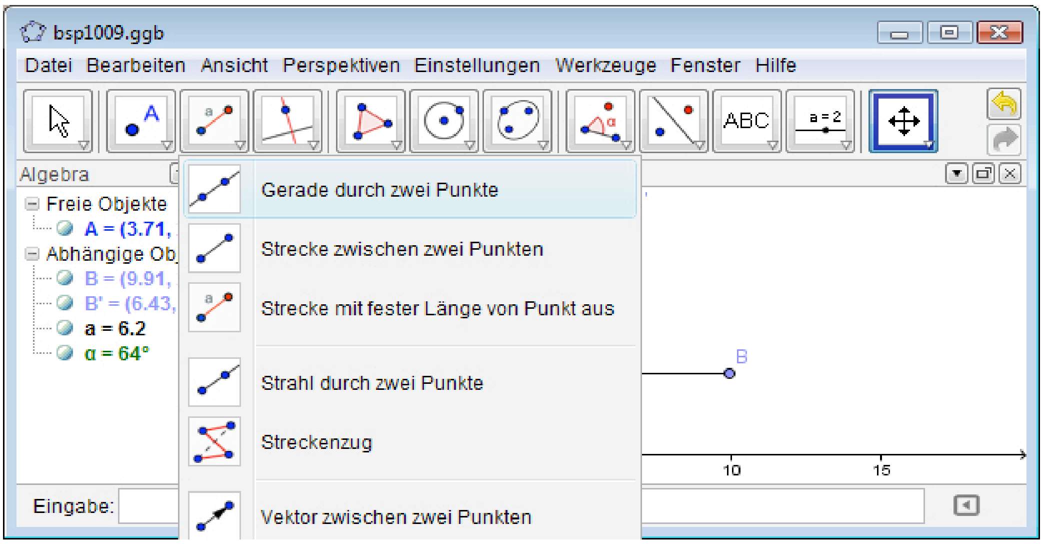


Abbildung 33: Gerade durch zwei Punkte

Nach der Auswahl der Funktion klickt man die beiden Punkte A und B' nacheinander an, und es wird eine Gerade durch diese beiden Punkte gezeichnet. Was hat man bis jetzt von einem Dreieck konstruiert?

- Seitenlänge c
- die Eckpunkte A und B
- den Winkel α
- Gerade zwischen den Punkten A und B'

In Abbildung 34 auf Seite 32 ist dies anschaulich dargestellt.

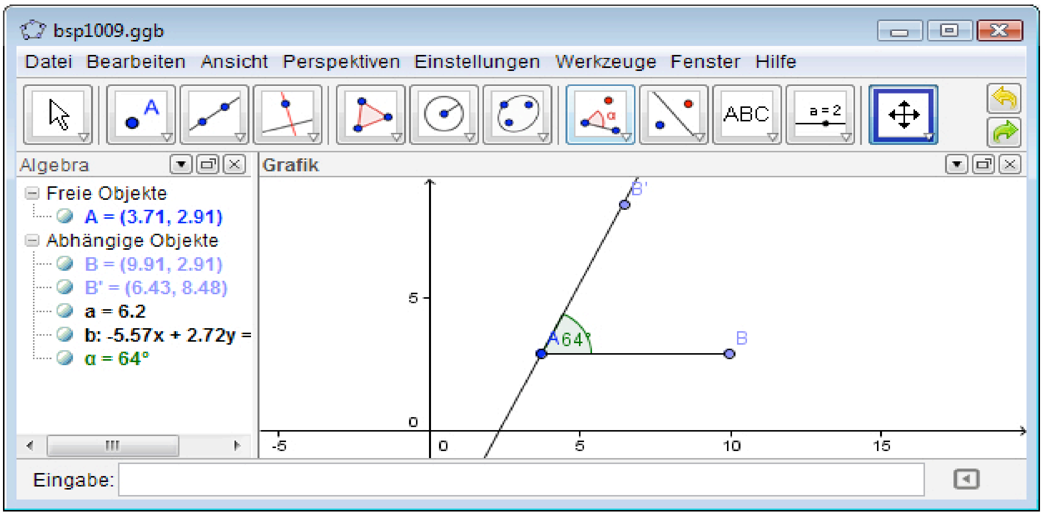


Abbildung 34: bisherige Konstruktion

Um das Dreieck zu vervollständigen, muss noch die Seitenlänge a eingetragen werden. Diese Strecke geht vom Punkt B aus und schneidet die Gerade zwischen A und B'. Dafür verwendet man die Kreiskonstruktion mit der Funktion „Kreis mit Mittelpunkt und Radius“ (siehe Abbildung 35 auf Seite 33), wobei als Mittelpunkt der Punkt B und als Radius die Seitenlänge a gewählt werden muss.

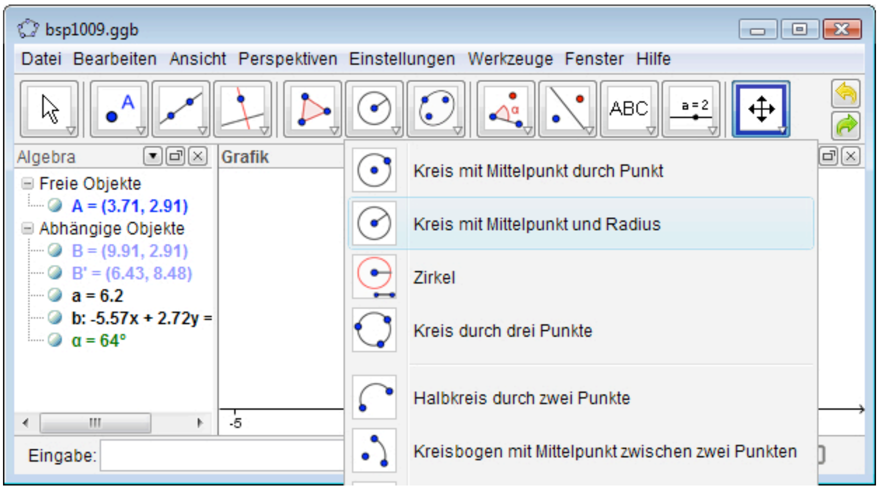


Abbildung 35: Kreis mit Mittelpunkt und Radius

Nach der Auswahl dieser Funktion klickt man auf den Punkt B und es öffnet sich ein Fenster, um den Radius anzugeben. In diesem Beispiel ist 7,5 einzugeben, und es wird ein Kreis mit dem Radius 7,5 cm und dem Mittelpunkt B gezeichnet. Mit der Option „Schneide zwei Objekte“ kann man nun den Kreis mit der Geraden durch die Punkte A und B’ schneiden lassen (siehe Abbildung 36 auf Seite 33.)

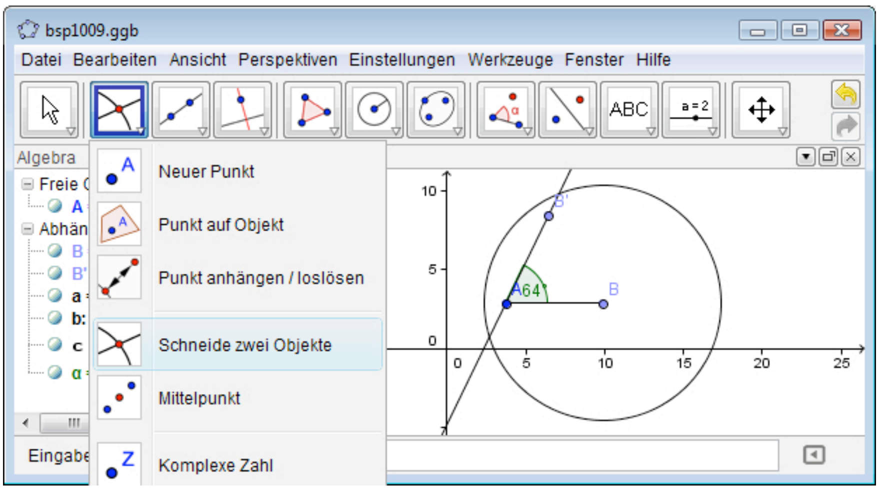


Abbildung 36: Schneide zwei Objekte

Damit werden die Schnittpunkte gezeichnet und man erkennt, dass dieser Kreis die Gerade zwischen den Punkten A und B' zweimal schneidet, wobei nur ein Schnittpunkt in Frage kommen kann, da der Winkel im Punkt A gegeben ist. Nun hat man alle drei Eckpunkte dieses Dreiecks gezeichnet und muss diese nur mehr verbinden, um ein vollständiges Dreieck zu bekommen. Dies geht mit der Funktion „Vieleck," wie in Abbildung 37 auf Seite 34 gezeigt.

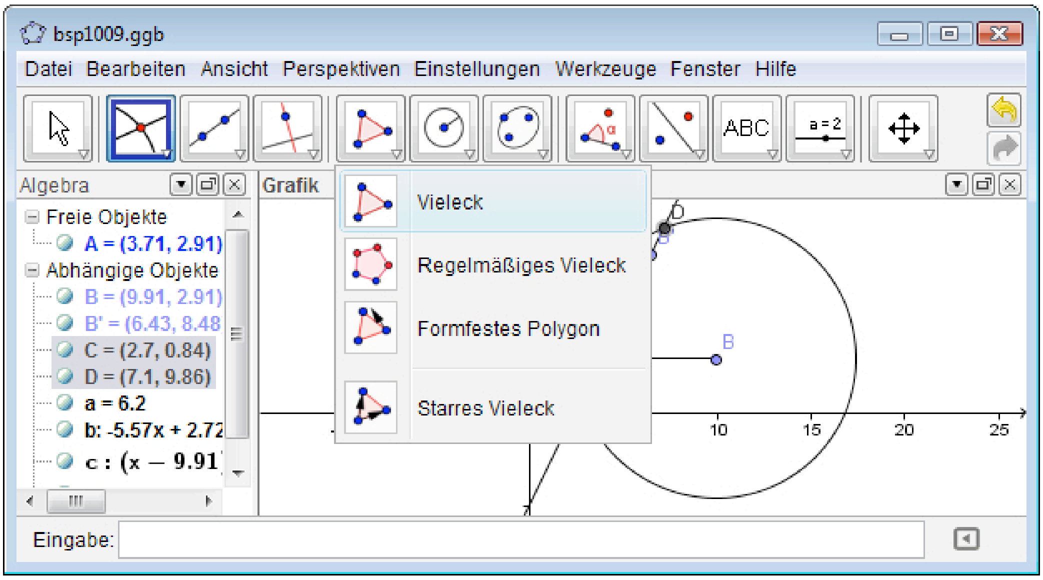


Abbildung 37: Vieleck

Nun sind die eben ermittelten Eckpunkte (in diesem Beispiel die Punkte A, B und D) mit der Funktion „Vieleck" zu verbinden. Wichtig dabei ist zu beachten, dass man den Anfangspunkt am Ende auch noch einmal anklicken muss, damit das Programm weiß, dass damit die Konstruktion abgeschlossen ist. Nun sind mehrere Objekte (Kreis, Gerade, Punkte) gezeichnet worden, welche zwar für die Konstruktion notwendig, aber für die weitere Verarbeitung dieses Dreiecks nicht mehr von Nöten sind. Daher können mit GeoGebra jene Objekte, die man nicht mehr angezeigt bekommen will, einfach ausgeblendet werden, indem man mit einem Rechtsklick mit der Maus die Eigenschaften für ein Objekt aufruft und dabei jeweils die Option „Objekt anzeigen“ mit der linken Maustaste anklickt (siehe Abbildung 38 auf Seite 35.)

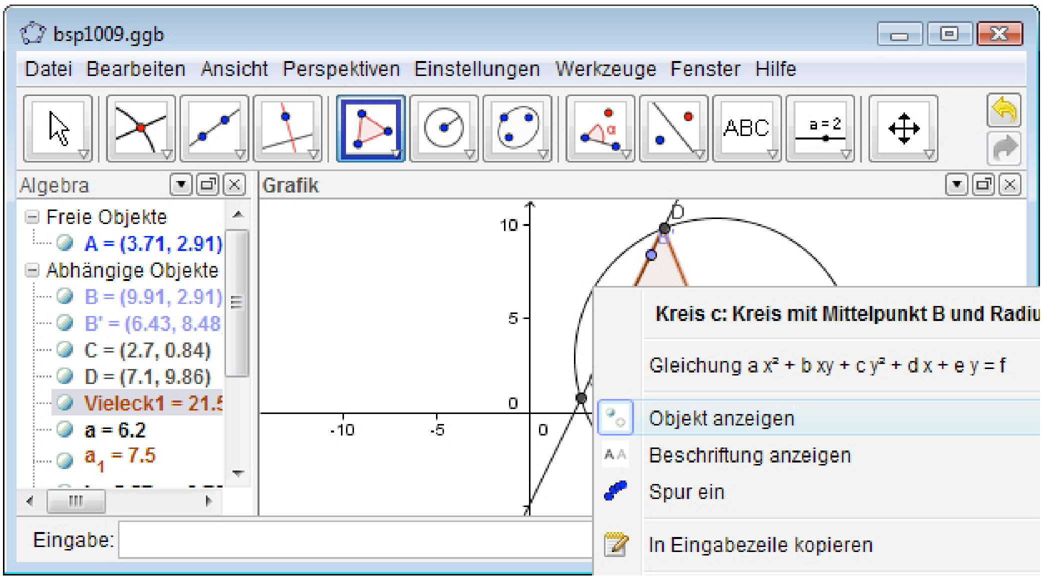


Abbildung 38: Objekte anzeigen

Ich habe für dieses Beispiel nun alle Objekte, bis auf die Eckpunkte und das Dreieck, ausgeblendet.

Als nächstes ist der Inkreis dieses Dreiecks gefragt. Dafür werden die Winkelsymmetralen von mindestens zwei Winkel benötigt. Mit GeoGebra kann man diese sehr leicht ermitteln, da es eine vordefinierte Funktion „Winkelsymmetrale“ gibt. Nach der Auswahl dieser Funktion klickt man mit der Maus auf zwei Strecken (zum Beispiel zwischen den Punkten A und B bzw. A und D) und es werden die Winkelsymmetralen gezeichnet. GeoGebra zeichnet hier zwei Winkelsymmetralen, da das Programm nicht weiß, auf welchen Winkel genau Bezug genommen wird. Man kann aber die nicht benötigte Winkelsymmetrale analog wie andere Objekte ausblenden. Abbildung 39 auf Seite 36 zeigt, wo die Funktion „Winkelsymmetrale“ zu finden ist.

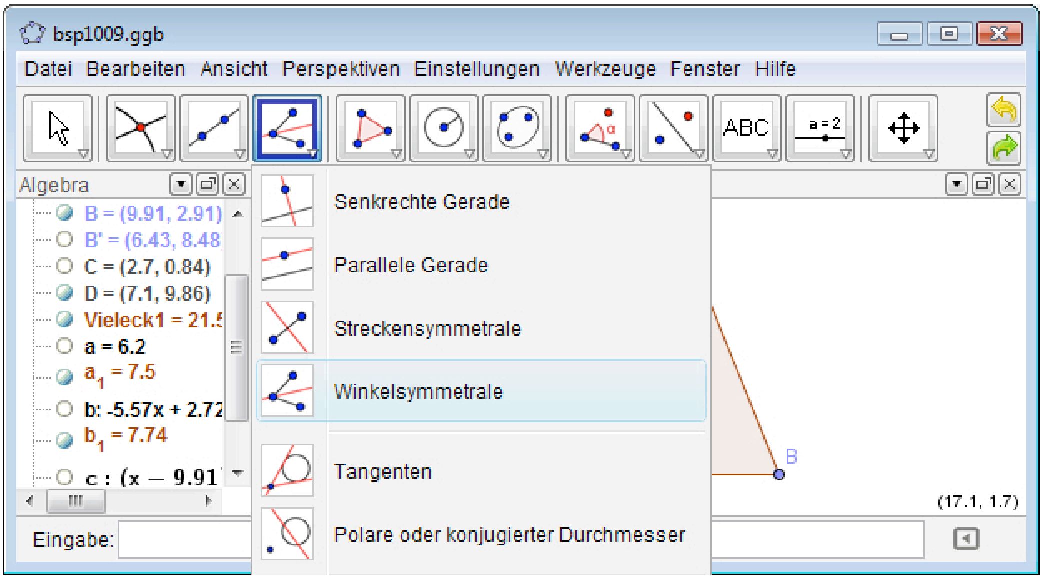


Abbildung 39: Winkelsymmetrale

In Abbildung 40 auf Seite 36 ist die Winkelsymmetrale im Punkt A zu sehen.

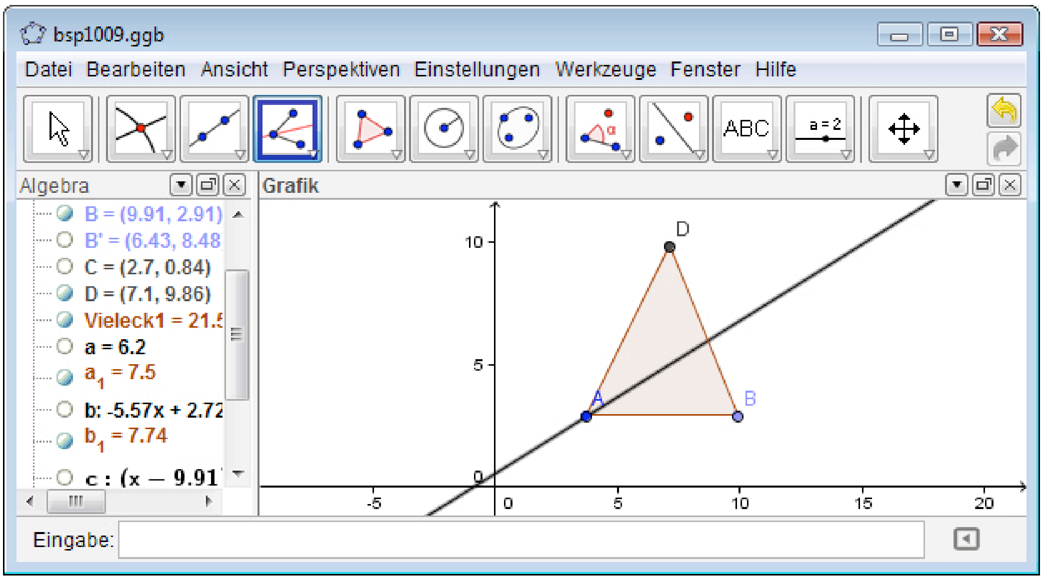


Abbildung 40: Winkelsymmetrale im Punkt A

Analog verfährt man mit den Winkelsymmetralen in den Punkten B und D. Nach erfolgreicher Konstruktion ist zu erkennen, dass sich alle drei Winkelsymmetralen in einem Punkt schneiden. Mit der Funktion „Schneide zwei Objekte“ wählt man sich zwei Winkelsymmetralen aus und es wird der Schnittpunkt dieser beiden eingezeichnet. Damit ist der Inkreismittelpunkt dieses Dreiecks konstruiert (siehe Abbildung 41 auf Seite 37.)

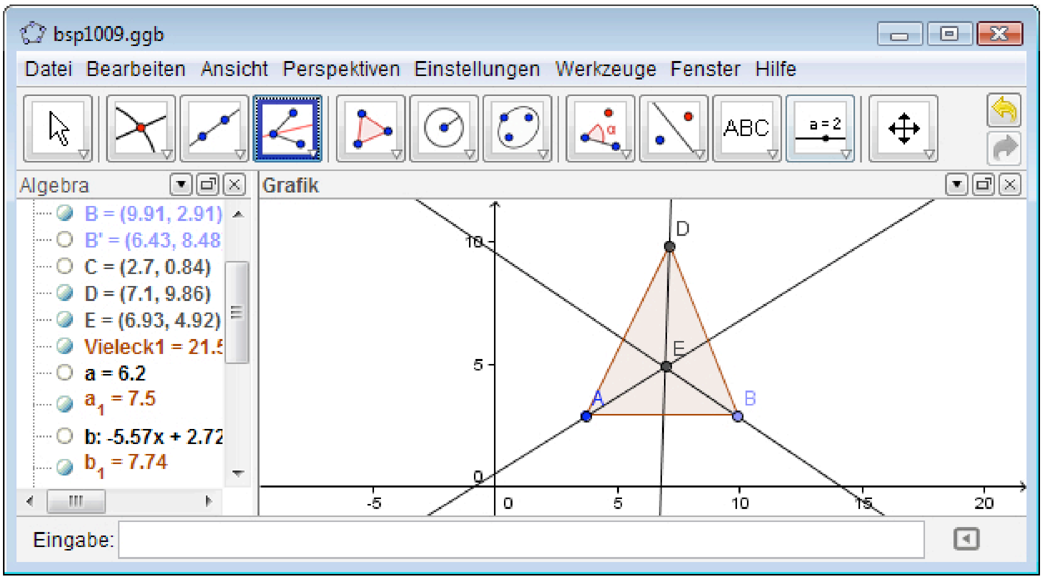


Abbildung 41: Winkelsymmetralen in allen drei Eckpunkten

Um nun den Inkreis zu zeichnen, konstruiert man zuerst die Normalen durch den Inkreismittelpunkt auf die drei Seiten. Dafür verwendet man in GeoGebra die Funktion „Senkrechte Gerade.“ Diese Funktion benötigt einen Punkt und eine Gerade. Dafür wählt man sich den Inkreismittelpunkt und eine Dreiecksseite aus. Mit den restlichen drei Seiten verfährt man genau so. Nun lässt man bei jeder Seite die senkrechte Gerade mit der Dreiecksseite schneiden und erhält somit drei Punkte für den Inkreisradius. Abbildung 42 auf Seite 38 zeigt, wie man zur Funktion „Senkrechte Gerade“ kommt.

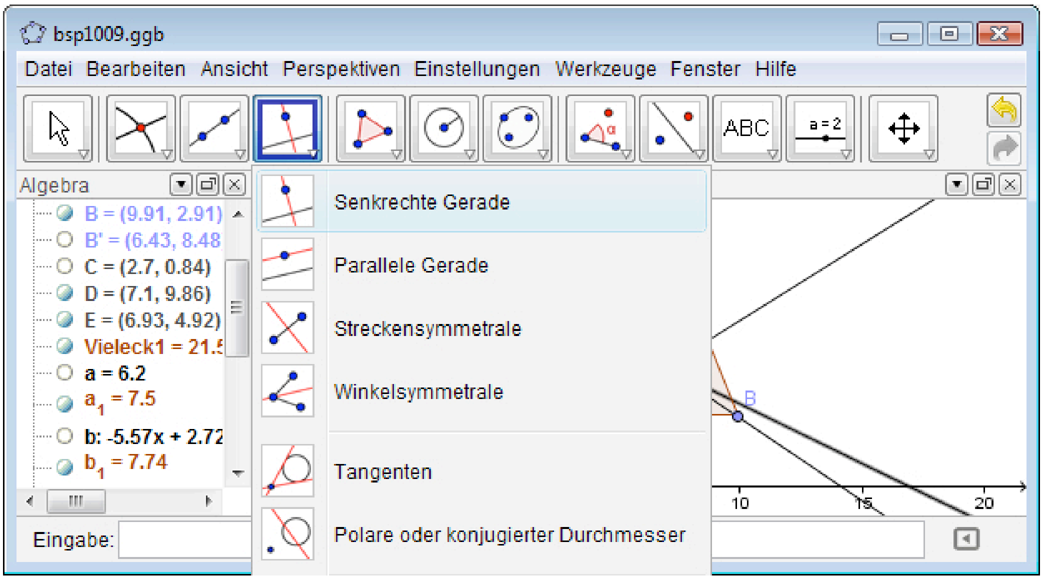


Abbildung 42: Senkrechte Gerade

In Abbildung 43 auf Seite 38 ist die fertige Konstruktion dieser Punkte zu sehen.

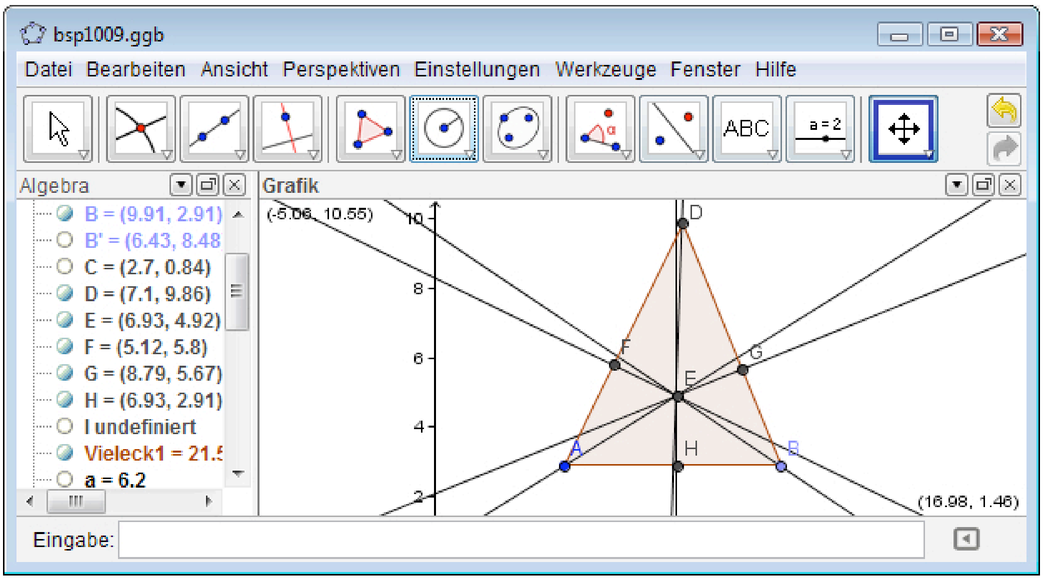


Abbildung 43: Senkrechte Gerade geschnitten mit Dreiecksseiten

Zum Schluss muss man nun den Inkreisradius konstruieren lassen. Dafür gibt es nun zwei Möglichkeiten. Entweder durch die Funktion „Kreis mit Mittelpunkt durch Punkt“ oder „Kreis durch drei Punkte.“ Bei der ersten Option wählt man den Inkreismittelpunkt als Mittelpunkt und einen der eben konstruierten Punkte auf den Dreiecksseiten. Bei der zweiten Option wählt man alle drei eben konstruierten Punkte auf den jeweiligen Dreiecksseiten. Beide Optionen führen zum gewünschten Ergebnis. Um nun den Inkreisradius zu berechnen, muss man nur den Abstand zwischen dem Inkreismittelpunkt und einem der eben konstruierten Punkte auf den Dreiecksseiten ermitteln. Dies geht mit der Funktion „Abstand oder Länge“ in der Werkzeugleiste. Abbildung 44 auf Seite 39 zeigt das fertig konstruierte Dreieck mit dem Inkreismittelpunkt, dem Inkreis und dem Inkreisradius.

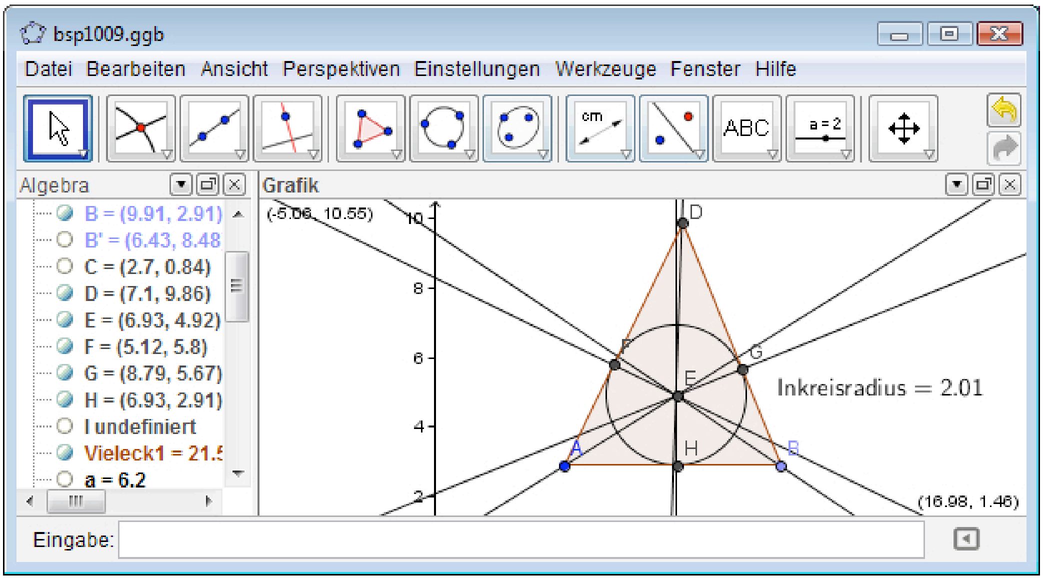


Abbildung 44: Dreieck mit Inkreis, Inkreismittelpunkt und Inkreisradius

Viereck konstruieren

Dafür habe ich folgendes Beispiel gewählt [13, S. 251]:

Beispiel 1116

1. Zeichne das gleichschenklige Trapez $ABCD$ [$A(1|2)$, $B(8|2)$, $C(6|7)$, D]
2. Welche Koordinaten muss D haben?
3. Wie groß ist der Flächeninhalt des Trapezes?
4. Konstruiere den Umkreis! Wie groß ist sein Radius?

Zuerst gibt man die gegebenen Punkte in GeoGebra über die Eingabezeile nacheinander ein:

A=(1,2), B=(8,2), C=(6,7)

Daraufhin werden diese Punkte im Koordinatensystem gezeichnet. Anschließend verbindet man diese Punkte mit der Funktion „Strecke zwischen zwei Punkten" und ermittelt den Winkel im Punkt B mit der Funktion „Winkel." In Abbildung 45 auf Seite 40 sind die eingezeichneten Strecken und der Winkel zu sehen.

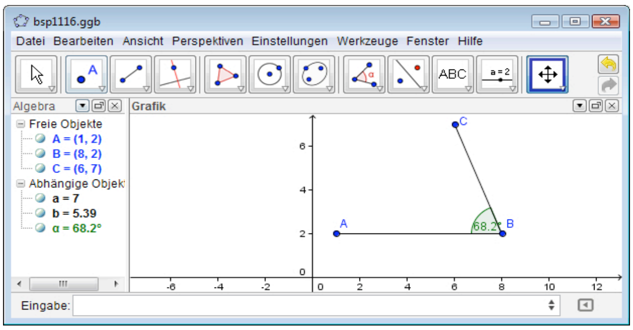


Abbildung 45: Eingezeichnete Strecken und Winkel

Da es sich in diesem Beispiel um ein gleichschenkliges Trapez handelt, muss man den Winkel in Punkt B auf den Punkt A übertragen. Dazu wählt man analog zum vorherigen Beispiel die Funktion „Winkel mit fester Größe“ aus und gibt bei der Eingabeaufforderung den Wert des Winkels vom Punkt B ein. Dadurch wird ein Winkel, mit der gleichen Größe wie im Punkt B, im Punkt A und ein weiterer Punkt B’ gezeichnet. Nun legt man eine Gerade durch die Punkte A und B’ mit der Funktion „Gerade durch zwei Punkte.“ Somit ist eine Gerade gezeichnet, auf der der zweite Schenkel liegt. Nun benötigt man noch eine weitere Gerade, welche parallel zur Strecke zwischen den Punkten A und B verläuft. Dafür gibt es die Funktion „Parallele Gerade“ (Abbildung 46 auf Seite 41 zeigt diese Funktion und das bisher Konstruierte.)

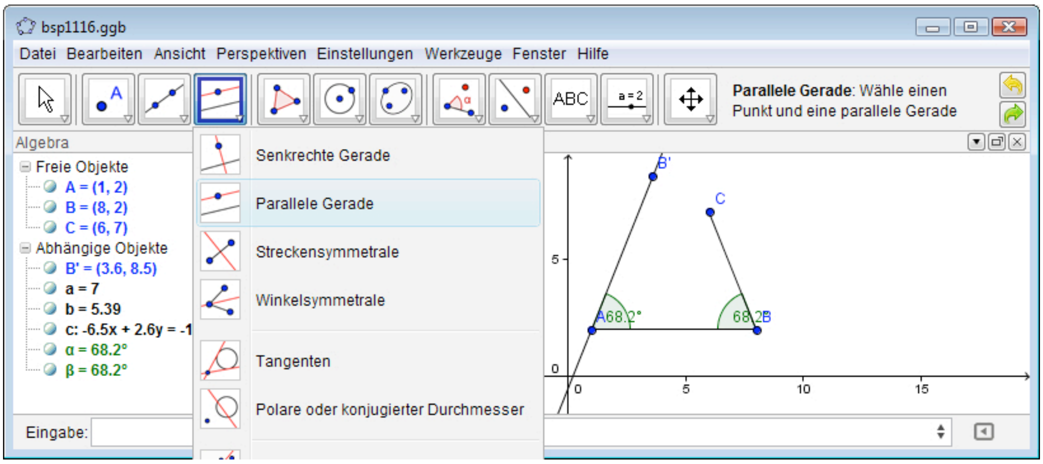


Abbildung 46: Schenkel eines Trapezes

Jetzt markiert man die Strecke zwischen den Punkten A und B und daraufhin den Punkt C. Somit wird eine parallele Gerade zur Strecke zwischen den Punkten A und B durch den Punkt C gezeichnet. Es ist zu erkennen, dass sich die Gerade durch die Punkte A und B’ und die eben konstruierte Gerade durch den Punkt C in einem Punkt schneiden. Dieser Schnittpunkt lässt sich mit der Funktion „Schneide zwei Objekte“ ermitteln, womit sowohl das Trapez gezeichnet, als auch die Koordinaten des Punktes D ermittelt wurden. Anschließend sollte man mit der Funktion „Vieleck“ die Punkte A, B, C und D zu einem Viereck verbinden. Man kann nun im linken Teil des GeoGebrafensters d.h. in der Algebraansicht die Koordinaten des Punktes D ablesen. Anschließend kann man wieder jene Objekte entfernen, welche für die Lösung schlussendlich nicht benötigt werden und nur für die Konstruktion geholfen habe. Abbildung 47 auf Seite 42 zeigt das fertige gleichschenklige Trapez und die Koordinaten des Punktes D.

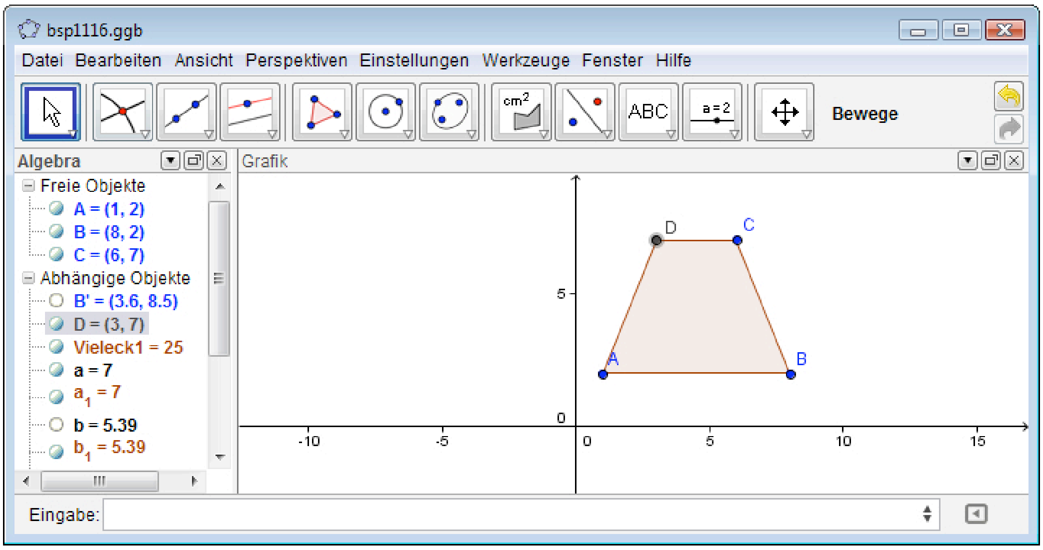


Abbildung 47: Fertiges Trapez

Um nun den Flächeninhalt dieses Trapezes zu ermitteln, benötigt man die Funktion „Fläche.“ Dafür klickt man nach dem Auswählen dieser Funktion mit der Maus auf das Trapez und der Flächeninhalt wird automatisch ermittelt und angezeigt.

Abbildung 48 auf Seite 43 zeigt, wo sich die Funktion „Fläche“ befindet.

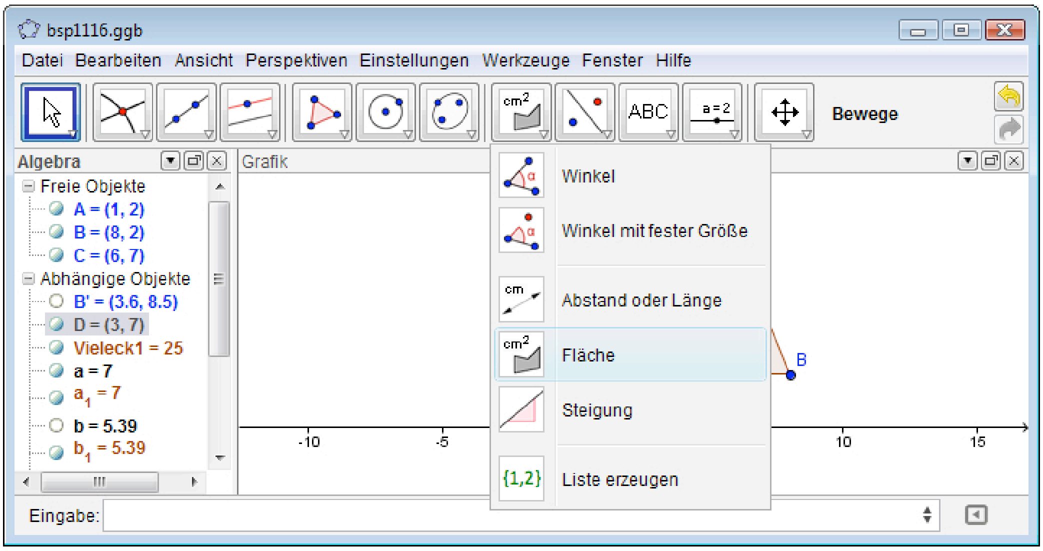


Abbildung 48: Flächenfunktion

Um zum Schluss nun den Umkreis zu konstruieren, benötigt man die Streckensymmetralen der beiden Schenkel. Diese Funktion findet sich oberhalb der Funktion „Winkelsymmetralen,“ welche beim Beispiel über das Dreieck (Abbildung 39 auf Seite 36) verwendet wurde. Man markiert nach der Auswahl dieser Funktion die beiden Schenkel nacheinander und die beiden Streckensymmetralen werden eingezeichnet. Es ist nun zu erkennen, dass sich diese beiden Streckensymmetralen in einem Punkt schneiden. Diesen Schnittpunkt ermittelt man durch die Funktion „Schneide zwei Objekte“ und man hat somit den Umkreismittelpunkt erhalten. Durch GeoGebra bestünde auch die Möglichkeit den Umkreis ohne des Umkreismittelpunktes zu bekommen, indem man die Funktion „Kreis durch drei Punkte“ nimmt und dafür drei von den vier Eckpunkten des Trapezes wählt. Hat man den Umkreismittelpunkt gezeichnet, so kann man auch mit der Funktion „Kreis mit Mittelpunkt durch Punkt“ den Umkreis zeichnen lassen. Jedoch wird der Umkreismittelpunkt benötigt, um den Umkreisradius direkt von der Zeichnung ablesen zu können. Dafür nimmt man die Funktion „Abstand oder Länge“ und markiert zuerst den Umkreismittelpunkt und dann einen der Eckpunkte des Trapezes. Abbildung 49 auf Seite 44 zeigt das fertige Beispiel.

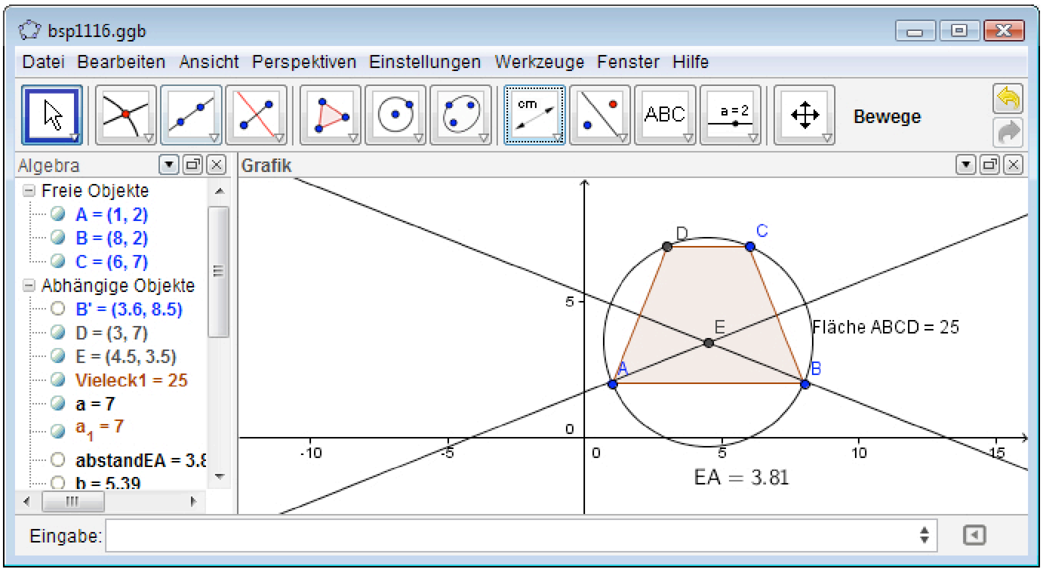


Abbildung 49: Fertiges Trapez mit Umkreis

Konstruktion eines Vielecks

Für die Konstruktion eines Vielecks habe ich folgendes Beispiel gewählt [13, S. 251]:

Beispiel 1122

> Konstruiere das regelmäßige Achteck $ABCDEFGH$, dessen Umkreisradius $r = 6cm$ ist!

Dazu zeichnet man sich zu Beginn einen Kreis mit einem beliebigen Mittelpunkt und dem Radius $r = 6cm$ mit der Funktion „Kreis mit Mittelpunkt und Radius.“ Anschließend erzeugt man einen beliebigen Punkt auf dem

Kreis durch die Funktion „neuer Punkt“ (wie in Abbildung 50 auf Seite 45 gezeigt.)

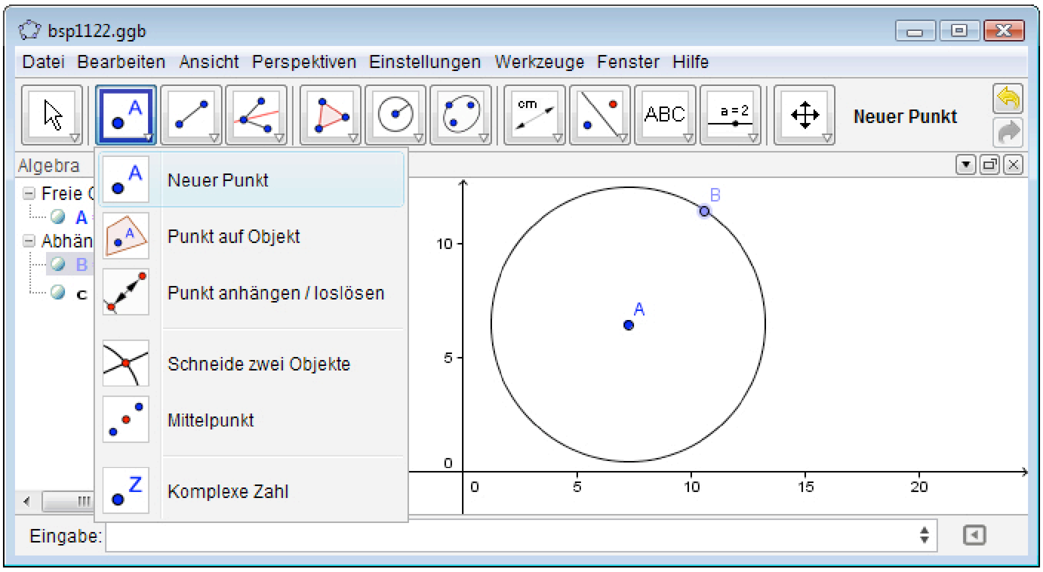


Abbildung 50: Neuer Punkt

Danach zeichnet man sich mit der Funktion „Gerade durch zwei Punkte“ eine Gerade durch die Punkte A und B. Diese Gerade schneidet den Kreis zum einen im Punkt B und zum anderen in einem weiteren Punkt, der mittels der Funktion „Schneide zwei Objekte“ ermittelt werden lassen kann. Damit hat man schon zwei Punkte des Achtecks (hier B und D) herausgefunden. Jetzt benötigt man die Funktion „Senkrechte Gerade“ und markiert erstens den Punkt A und zweitens die eben konstruierte Gerade durch die Punkte A und B. Diese neue Gerade schneidet den Kreis ebenfalls in 2 Punkten, welche man sich anzeigen lassen kann. Als letzten Schritt benötigt man die Funktion „Winkelsymmetrale,“ um die Winkelsymmetralen im Punkt A zu bekommen. GeoGebra zeichnet automatisch zwei Winkelsymmetralen. Diese beiden Winkelsymmetralen schneiden den Kreis in 4 weiteren Punkten, welche die letzten 4 Eckpunkte des Achtecks ergeben. Jetzt sind nur noch mit der Funktion „Vieleck“ alle 8 Eckpunkte zu verbinden und man bekommt ein regelmäßiges Achteck, welches in Abbildung 51 auf Seite 46 gezeigt wird.

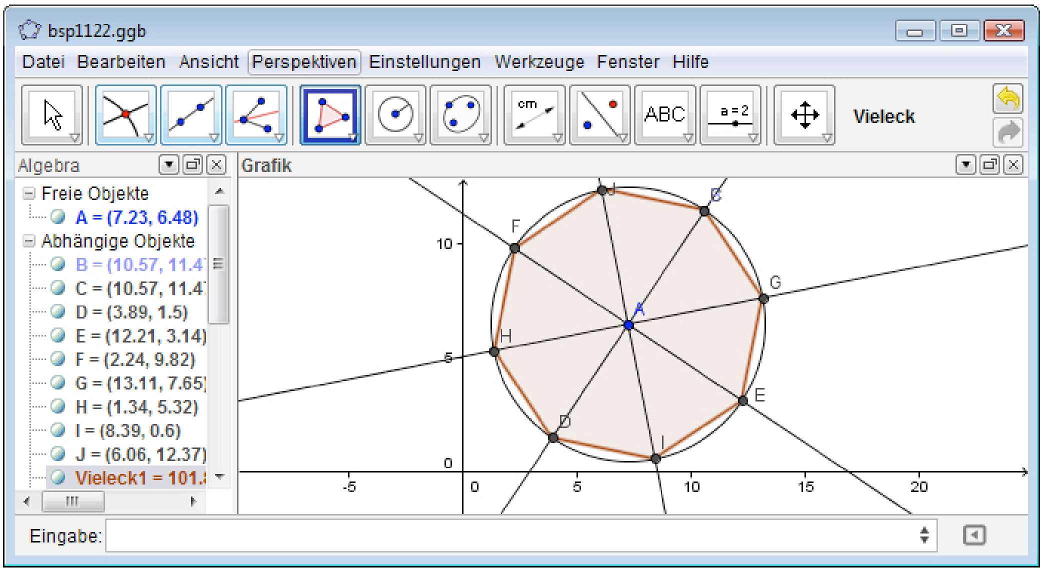


Abbildung 51: Regelmäßiges Achteck

Fazit

Diese drei Beispiele zeigen sehr gut, wie man in GeoGebra nur durch Zeichnen Dreiecke, Vierecke und Vielecke konstruieren kann. Ich habe mich bei diesem Themengebiet, wie anfangs erwähnt, jeweils auf die bloße Konstruktion dieser Figuren beschränkt, denn es werden dabei Begriffe wie Streckensymmetralen, Winkelsymmetralen, Flächeninhalte usw. automatisch wiederholt und dabei graphisch dargestellt. Dadurch sind viele Sachverhalte in nur wenigen Beispielen zusammengefasst und man erkennt, wie wichtig diese Begriffe für die Konstruktion der Figuren und deren Eigenschaften sind.

3.2.4 Arbeiten mit Modellen, Statistik

Wie schon in der ersten Klasse empfiehlt es sich, auf das Programm Microsoft Excel zurückzugreifen, wenn man den Computer im Unterricht verwenden möchte. Ein Teilaspekt dazu ist „relative Häufigkeiten ermitteln können.“ Dies ist mit Excel und den dafür vorgesehenen und vordefinierten Funktionen sehr einfach zu bewerkstelligen.

3.3 3. Klasse

Der Lehrstoff der dritten Klasse umfasst folgende vier Gebiete:

- Arbeiten mit Zahlen und Maßen
- Arbeiten mit Variablen
- Arbeiten mit Figuren und Körpern
- Arbeiten mit Modellen, Statistiken

3.3.1 Arbeiten mit Zahlen und Maßen

Das Gebiet „Arbeiten mit Zahlen und Maßen“ umfasst unter anderem das Thema: „Verketten der vier Grundrechnungsarten und derart entstehende Terme auch mit elektronischen Rechenhilfsmitteln berechnen können.“ Dafür empfiehlt es sich, das Programm Microsoft Excel 2007 zu verwenden, denn hier können Schülerinnen und Schüler auch etwas kompliziertere Rechnungen durchführen lassen oder zuvor per Hand durchgeführte Rechnungen kontrollieren.

3.3.2 Arbeiten mit Variablen

Auch hier würde ich das Programm Microsoft Excel 2007 verwenden, denn zum Beispiel das Thema „Formeln (bzw. Terme) umformen und durch Rechenregeln begründen können“ lässt sich durch ein Tabellenkalkulationsprogramm gut optisch darstellen. Vor allem kann man die Eingaben variieren und dabei erkennen, welche Auswirkungen diverse Änderungen bei der Eingabe mit sich bringen.

3.3.3 Arbeiten mit Figuren und Körpern

Dafür würde ich das Programm GeoGebra vorschlagen. Schülerinnen und Schüler sollten nach der 3. Klasse im Stande sein, „Formeln für Flächeninhalte von Dreiecken und Vierecken (zu) begründen und damit Flächeninhalte berechnen (zu) können.“ Durch den Einsatz von GeoGebra ist es ihnen möglich, diese Figuren nachzuzeichnen und den Flächeninhalt ausrechnen zu lassen, um zum Beispiel zuvor gerechnete Beispiele auf Richtigkeit zu überprüfen.

3.3.4 Arbeiten mit Modellen, Statistik

Für dieses Themengebiet schlage ich vor, auf das Programm Microsoft Excel 2007 zurückzugreifen, um die einzelnen Aspekte genauer und tiefer zu beleuchten. Dazu habe ich Beispiele aus den Büchern „Das ist Mathematik 3“ [14] und „MatheMaster 3“ [15] gewählt.

Lineare Wachstumsprozesse

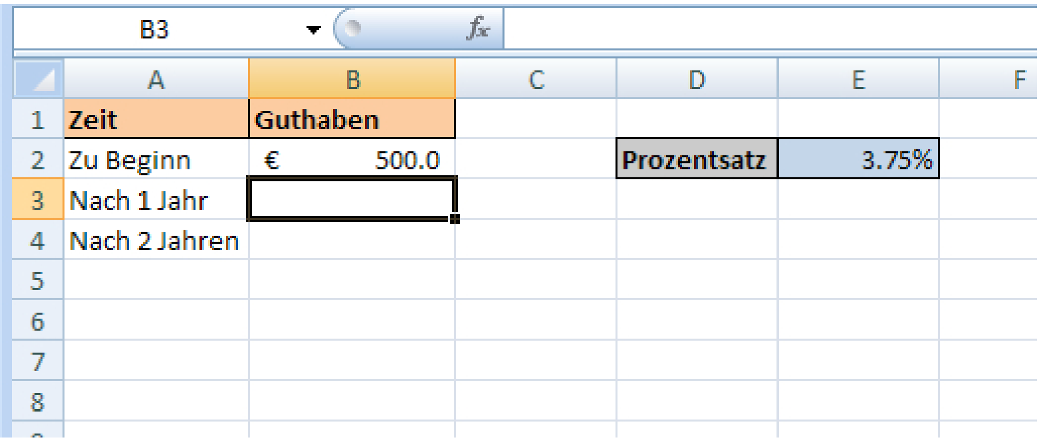
Für diesen Themenbereich stelle ich folgendes Beispiel vor [14, S. 74]:

Beispiel 299

> Clemens bekommt 500 € von seiner Großmutter. Er bringt den Betrag zur Bank, die mit ihm $3,75\ \%$ Zinsen vereinbart. Nach 2

Jahren gibt ihm die Großmutter wieder 500 €, die er seinem Guthaben hinzufügt. Welchen Guthabenstand hat er nach 4 Jahren?

Zu Beginn macht man sich Gedanken über die Sortierung der Daten in Excel. Am Besten wäre in der ersten Spalte die Zeit und in der zweiten Spalte das Guthaben einzutragen. Zwei Spalten weiter links würde ich noch den Prozentsatz, welcher mit der Bank vereinbart ist, eingeben. Abbildung 52 auf Seite 49 zeigt diese Idee.



B3

	A	B	C	D	E	F
1	**Zeit**	**Guthaben**				
2	Zu Beginn	€ 500.0		**Prozentsatz**	3.75%	
3	Nach 1 Jahr					
4	Nach 2 Jahren					
5						
6						
7						
8						

Abbildung 52: Tabelle für Guthaben und Zeit

Auf die Formatierung möchte ich nicht näher eingehen. Es sei nur erwähnt, dass ich die Art des Zelleninhaltes beim Guthaben und beim Prozentsatz jeweils auf „Währung“ bzw. „Prozent“ geändert habe. Nun muss man sich zuerst das neue Guthaben nach einem Jahr ausrechnen. Dazu markiert man die Zelle B3 und gibt dort folgendes ein:

=B2+B2*E2

Damit wird dem Programm gesagt, dass zum Inhalt der Zelle B2 der Inhalt der Zelle B2 multipliziert mit dem Prozentsatz aus Zelle E2 addiert wird. Die Symbole „$“ bei der Eingabe signalisieren, dass es sich um einen absoluten

Zellenbezug handelt. Möchte man diese Formel weiter nach unten ziehen, so ändert sich der Zellbezug auf die Zelle E2 nicht, weil dieser dadurch eingesperrt wird. Durch Drücken der Entertaste bestätigt man seine Eingabe. Abbildung 53 auf Seite 50 zeigt das Ergebnis für das erste Jahr.

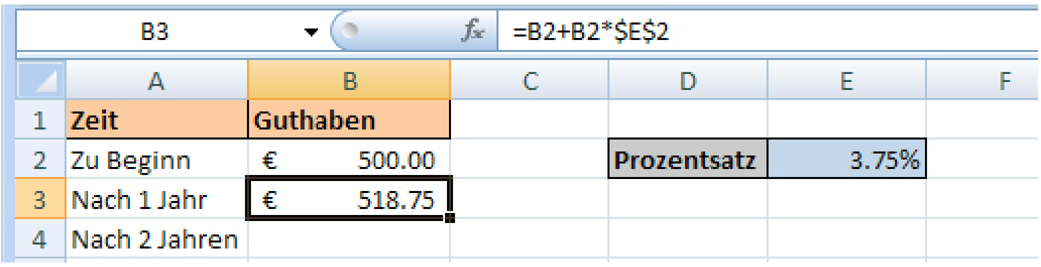


Abbildung 53: Guthaben nach einem Jahr

Nun kann kann man das Guthaben für das 2. Jahr ausrechnen lassen. Dafür klickt man auf das eben errechnete Guthaben, um dies zu markieren, klickt in der schwarzen Umrahmung in das rechte untere Eck, hält die Maustaste gedrückt und zieht die Markierung eine Zeile weiter nach unten. In Abbildung 54 auf Seite 50 sieht man das Ergebnis für das zweite Jahr und in der Funktionsleiste sieht man, welche Formel für das Guthaben im zweiten Jahr verwendet wird. Dabei erkennt man, dass sich die ersten beiden Zellbezüge geändert haben. Der Zellbezug auf den Prozentsatz ist jedoch gleich geblieben.

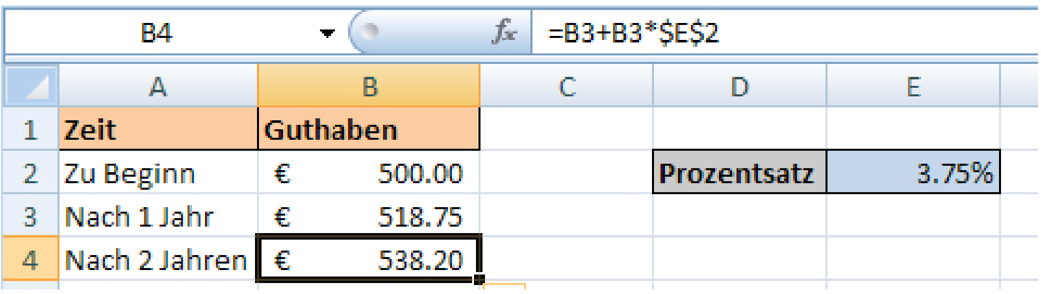
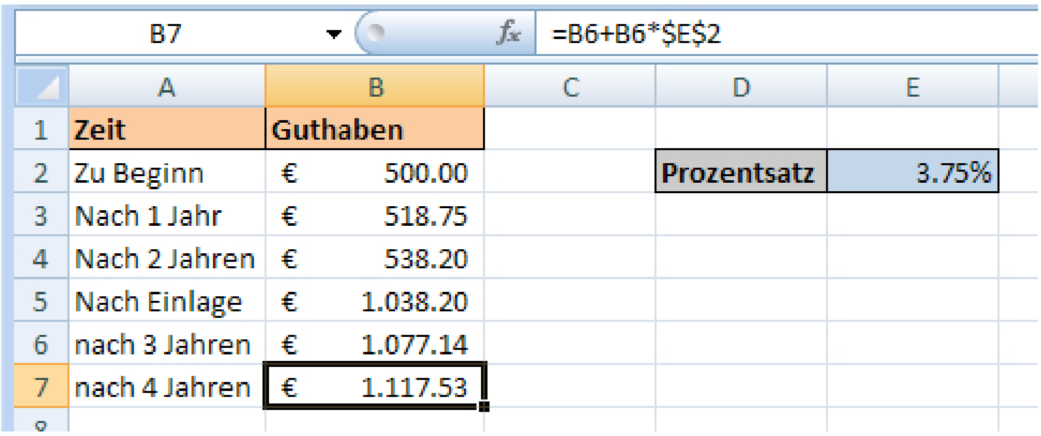


Abbildung 54: Guthaben nach zwei Jahren

Als nächstes kommen noch einmal 500 € dazu. Somit muss man die Zeitspalte nach unten erweitern und in der Zelle B5 500 € zum Guthaben, welches man nach 2 Jahren hat, addieren. Nachdem gefragt ist, welches Guthaben nach 4 Jahren auf der Bank liegt, muss man analog wie bei den ersten zwei Jahren verfahren. Man gibt in Zelle B6 folgendes ein:

=B5+B5*E2

Damit nimmt man wieder den absoluten Bezug auf den Prozentsatz und einen relativen Bezug auf das Guthaben nach zwei Jahren inklusive der 500 € Einlage. Das vierte Jahr kann man sich genauso ausrechnen lassen, wie zuvor das zweite Jahr. Abbildung 55 auf Seite 51 zeigt das fertige Beispiel und das Guthaben nach 4 Jahren.


B7 =B6+B6*E2

	A	B	C	D	E
1	Zeit	Guthaben			
2	Zu Beginn	€ 500.00		Prozentsatz	3.75%
3	Nach 1 Jahr	€ 518.75			
4	Nach 2 Jahren	€ 538.20			
5	Nach Einlage	€ 1.038.20			
6	nach 3 Jahren	€ 1.077.14			
7	nach 4 Jahren	€ 1.117.53			

Abbildung 55: Guthaben nach vier Jahren

Für die nächste Beispiele ziehe ich das Buch „MatheMaster 3“ [15] heran.

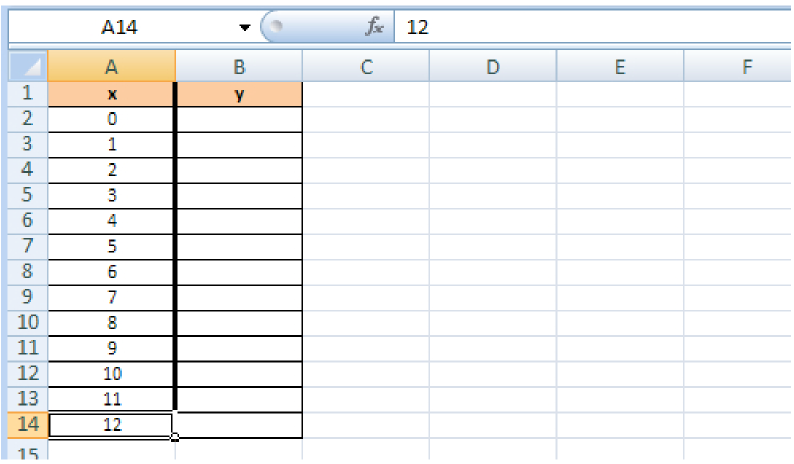
Funktionale Abhängigkeiten erkennen

Dafür betrachtet man folgendes Beispiel [15, S. 228]:

Beispiel 1188

> Erstelle jeweils eine Wertetabelle für ganzzahlige x-Werte von 0-
> 12.
> $y = 1,5 + 1$

Für eine solche Wertetabelle eignet sich Excel besonders gut. Zu Beginn beschriftet man sich zwei Spalten mit x und y und schreibt in der x Spalte untereinander die Zahlen 0 bis 12. Entweder tippt man diese Zahlen selber ein, oder man verwendet folgende Hilfestellung: Zuerst wird die Zahl 0 und darunter die Zahl 1 eingegeben. Danach markiert man sich beide Zahlen und klickt in das rechte untere Eck der Markierung. Man bleibt mit der Maustaste gedrückt und zieht die Markierung soweit hinunter, bis alle gewünschten Zahlen geschrieben worden sind. Excel merkt hier automatisch, dass Art Auflistung gemacht werden soll und ergänzt somit die restlichen Zahlen automatisch. Abbildung 56 auf Seite 52 zeigt diese Tabelle.



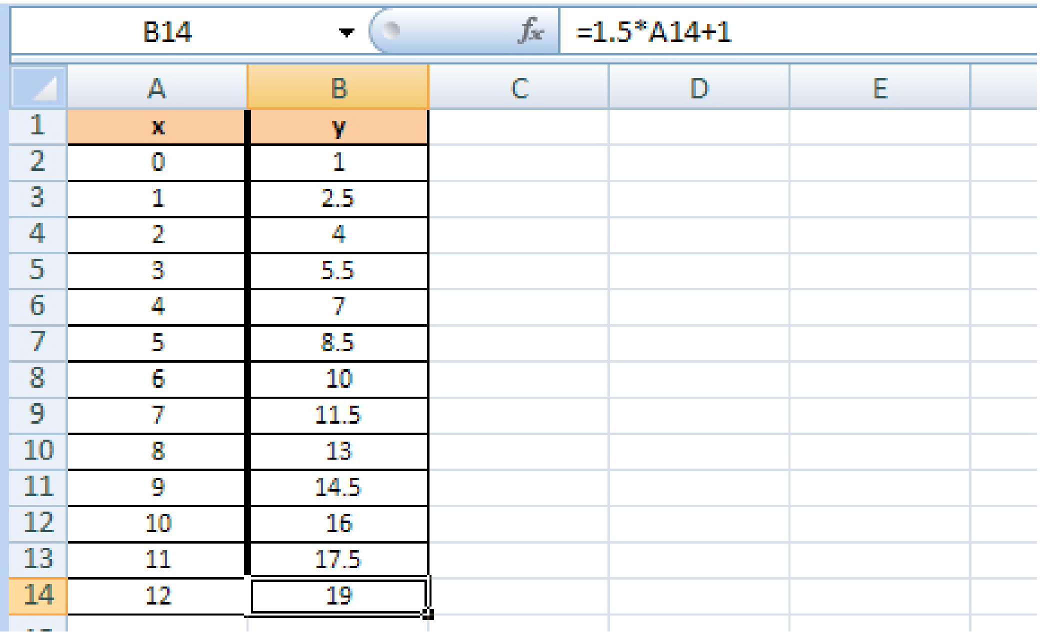
	A	B	C	D	E	F
1	x	y				
2	0					
3	1					
4	2					
5	3					
6	4					
7	5					
8	6					
9	7					
10	8					
11	9					
12	10					
13	11					
14	12					
15						

Abbildung 56: Wertetabelle

Nun klickt man in die Zelle E2 und gibt folgendes ein:

=1,5*A2+1

Damit wird dem Programm gesagt, dass das 1,5 fache des Inhaltswertes der Zelle A2 mit eins addiert und in Zelle B2 ausgegeben werden soll. Danach verfährt man analog zum vorherigen Beispiel, indem man die Zelle B2 markiert, auf das rechte untere Eck der Markierung klickt, die Maustaste gedrückt hält und die Markierung bis zur Zelle B14 hinunter zieht. Dadurch wird die in A2 eingegebene Formel immer wieder verwendet, nur der Zellbezug ändert sich und springt von Zeile zu Zeile hinunter. In Abbildung 57 auf Seite 53 sind die Ergebnisse für die Zahlen 0 bis 12 und in der Funktionsleiste ist die Formel, welche hinter dem Wert in der Zelle B14 steht, ersichtlich



B14 | =1.5*A14+1

	A	B	C	D	E
1	x	y			
2	0	1			
3	1	2.5			
4	2	4			
5	3	5.5			
6	4	7			
7	5	8.5			
8	6	10			
9	7	11.5			
10	8	13			
11	9	14.5			
12	10	16			
13	11	17.5			
14	12	19			

Abbildung 57: ausgefüllte Wertetabelle

Untersuchen und Darstellen von Datenmengen

Dafür nehme ich folgendes Beispiel [15, S. 226]

Beispiel 1182

Die Größe der Ozeane wird mit folgenden Werten angegeben.

- Erstelle ein Säulendiagramm
- Erstelle ein Kreisdiagramm

Ozean	Fläche
Atlantischer	107 Mio. km^2
Indischer	74 Mio. km^2
Pazifischer	180 Mio. km^2

Zuerst überträgt man diese Daten in eine Exceltabelle, um sie weiter verarbeiten zu können. Für die Erstellung eines Säulendiagramm markiert man die gesamte Tabelle und wechselt zur Registerkarte „Einfügen“ . Abbildung 58 auf Seite 54 zeigt diese Tabelle in Excel und die passende Registerkarte.

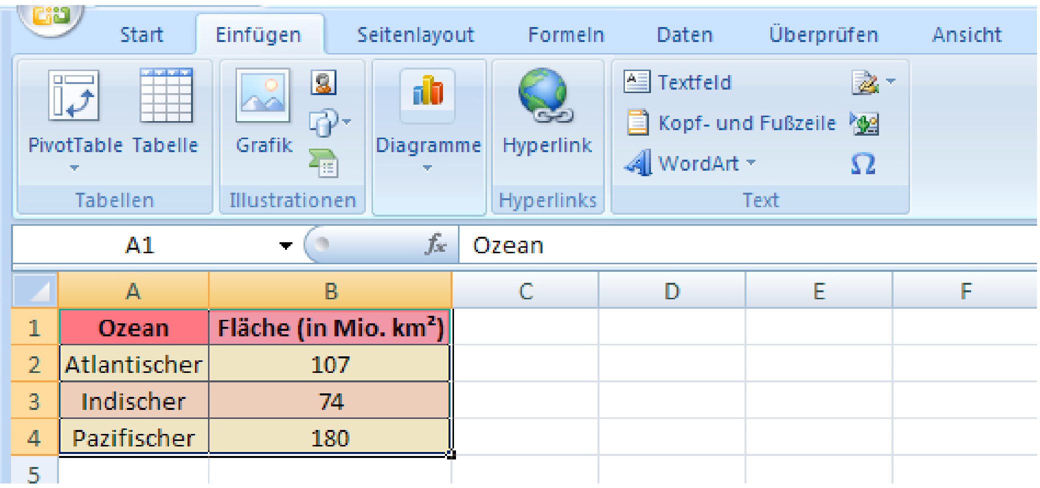


Abbildung 58: Registerkarte „Einfügen“

(Anm.: Die Zahlen bezüglich der Fläche habe ich in Excel ohne der Größenangaben geschrieben. Diese Angabe habe ich in der Überschrift vermerkt)

Nun klickt man auf „Diagramme“ und wählt „Säule“ aus. Dabei bestehen mehrere Optionen:

- 2D-Säule
- 3D-Säule
- Zylinder
- Kegel
- Pyramide

Ich wähle hier die Option „2D Säule“ und es wird sofort ein passendes Diagramm erstellt (siehe Abbildung 59 auf Seite 55.)

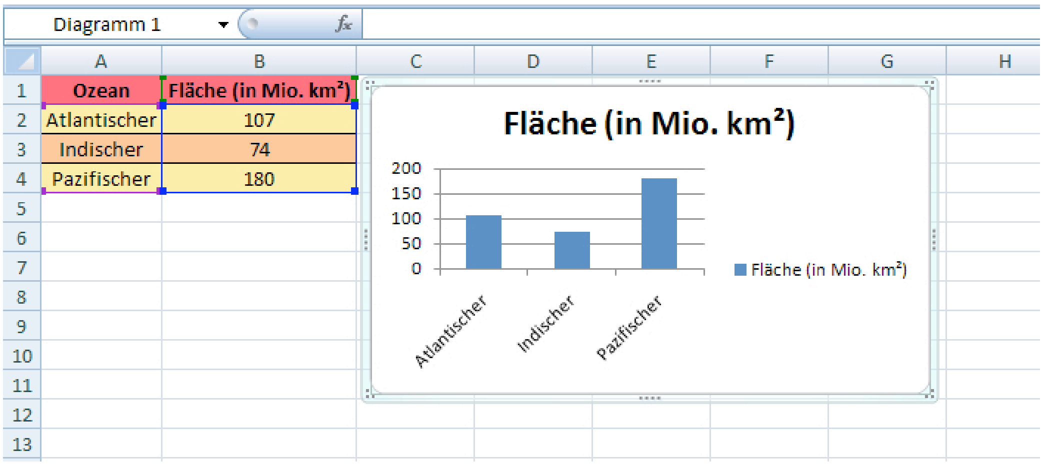


Abbildung 59: 2D-Säulendiagramm

Um ein Kreisdiagramm zu erstellen, geht man analog vor und wählt bei Diagramme „Kreis“ aus. Hier kann gewählt werden zwischen:

- 2D-Kreis
- 3D-Kreis

Ich wähle diesmal einen 3D-Kreis aus und lasse dieses Diagramm erstellen. Abbildung 60 auf Seite 56 zeigt noch einmal die Tabelle und das neue 3D-Kreisdiagramm.

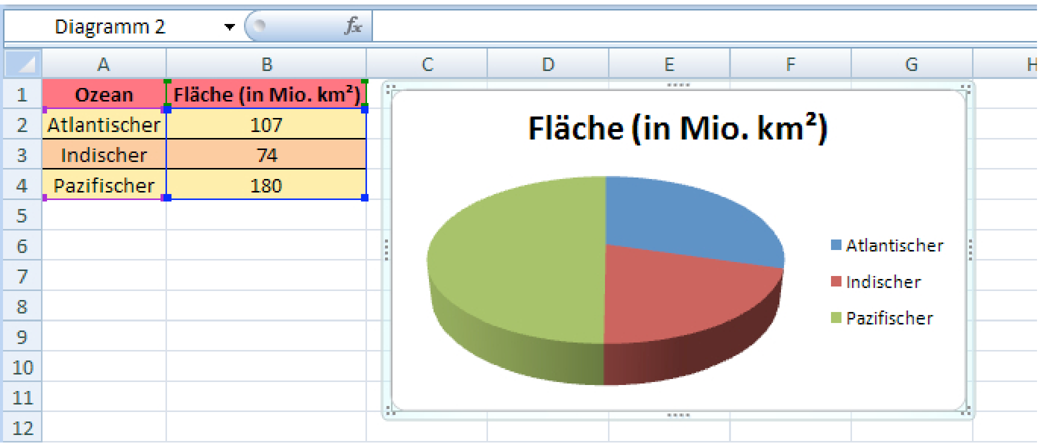


Abbildung 60: Kreisdiagramm

Fazit

Durch den Einsatz von Microsoft Excel 2007 ist es Schülerinnen und Schülern möglich, diverse Sachverhalte strukturiert auflisten und auch kompliziertere Berechnungen durchführen zu lassen. In den letzten Beispielen wurde in wenigen Schritten eine Zinsenrechnung durchgeführt und erklärt, wie man eine Funktion auf mehrere Daten anwenden kann. Außerdem wurde die Erstellung von Diagrammen gezeigt.

3.4 4. Klasse

In der vierten Klasse werden folgende Themengebiete behandelt:

- Arbeiten mit Zahlen und Maßen
- Arbeiten mit Variablen
- Arbeiten mit Figuren und Körpern
- Arbeiten mit Modellen, Statistiken

3.4.1 Arbeiten mit Zahlen und Maßen

In der vierten Klasse steht zum Beispiel im Lehrplan, dass Schülerinnen und Schüler „Näherungswerte oder Schranken für irrationale Zahlen angeben können,...“ Dafür kann man in meinen Augen sehr gut das Programm Microsoft Excel 2007 verwenden. Damit kann man schrittweise Näherungswerte berechnen und diese anschaulich darstellen lassen. Diese schrittweise Berechnung und die anschauliche Darstellung dieser können Schülerinnen und Schülern helfen, diese Thematik besser zu verstehen.

3.4.2 Arbeiten mit Variablen

Für das Arbeiten mit Variablen empfiehlt sich ebenfalls das Programm Microsoft Excel 2007, denn Schülerinnen und Schüler sollten die „Sicherheit beim Arbeiten mit Variablen, Termen, Formeln und Gleichungen steigern.“ Wie in der ersten Klasse zusehen war, lässt sich hier Excel sehr gut zum Probieren für das Lösen von Gleichungen einsetzen. Diesen Umfang kann man natürlich erweitern und ausbauen, sodass Schülerinnen und Schülern das Arbeiten mit Variablen verständlicher gemacht wird.

3.4.3 Arbeiten mit Figuren und Körpern

Hier würde ich das Programm GeoGebra verwenden, denn Schülerinnen und Schüler sollten zum Beispiel „Formeln für die Länge eines Kreisbogens und für die Flächeninhalte von Kreisteilen herleiten und anwenden können.“ Durch GeoGebra lassen sich Kreisbögen sehr schnell und einfach zeichnen und auch die Flächeninhalte von Kreisteilen ausrechnen. Für die Vertiefung und Kontrolle von zuvor gerechneten Beispiel eignet sich dieses Programm in meinen Augen ausgezeichnet.

3.4.4 Arbeiten mit Modellen, Statistik

So wie in der dritten Klasse kann man zu diesem Themengebiet in der vierten Klasse ebenfalls das Programm Microsoft Excel 2007 verwenden. Dies werde ich näher erläutern und Beispiele demonstrieren. Diese entnehme ich dem Buch „MatheMaster 4“ [16].

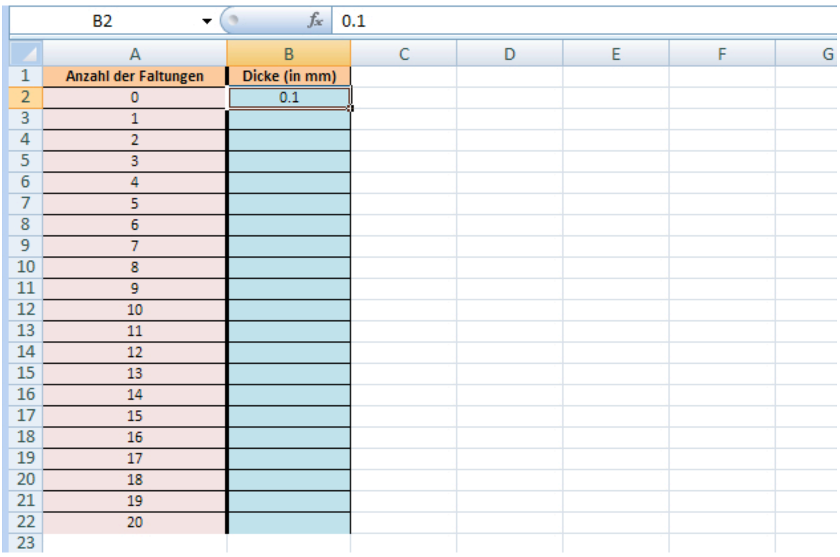
Wachstumsprozess

Dafür betrachtet man folgendes Beispiel [16, S. 245]:

Beispiel 936

> Ein einfacher Papierbogen hat eine Dicke von 0, 1 mm, Welche Dicke hätte der Bogen, wenn man ihn 20-mal falten könnte?

Man erstellt sich zu Beginn eine Tabelle, in der die Anzahl der Faltungen und die Anfangsdichte eingetragen werden, so wie in Abbildung 61 auf Seite 58 gezeigt.



B2 f_x 0.1

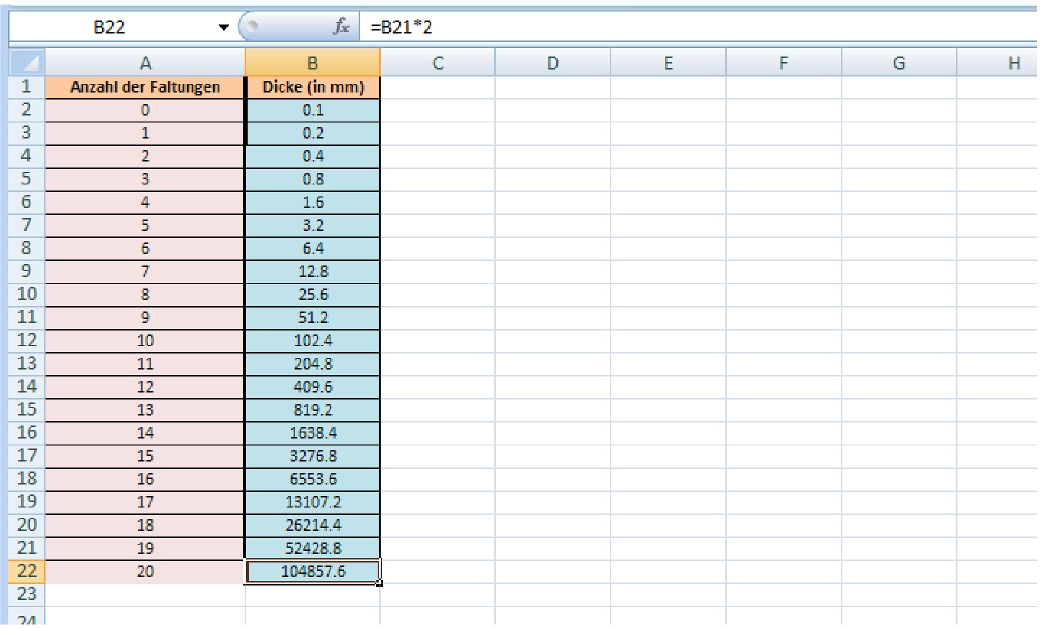
	A	B	C	D	E	F	G
1	Anzahl der Faltungen	Dicke (in mm)					
2	0	0.1					
3	1						
4	2						
5	3						
6	4						
7	5						
8	6						
9	7						
10	8						
11	9						
12	10						
13	11						
14	12						
15	13						
16	14						
17	15						
18	16						
19	17						
20	18						
21	19						
22	20						
23							

Abbildung 61: Anfangstabelle

Anschließend markiert an sich die Zelle B3 und gibt folgendes ein:

=B2*2

Damit erfährt das Programm, dass der Inhalt der Zelle B2 mit 2 multipliziert werden soll. Nun hat man die Dicke bei der ersten Faltung errechnet. Um nun die Dicke bei den anderen Faltungen zu bekommen, muss man die Zelle B3 markieren, den Markierungsrahmen im rechten unteren Ecke anklicken, die Maustaste gedrückt halten und die Markierung bis zur gewünschten Anzahl an Faltungen hinunter ziehen. Dabei wechselt jedes mal der Zellbezug in der Spalte B um eine Zeile und es wird automatisch der Wert der Zelle der vorherigen Faltung genommen und verdoppelt. Abbildung 62 auf Seite 59 zeigt die vollständige Tabelle und in der Funktionszeile die Funktion, welche hinter dem Wert in Zelle B22 steht.



B22 =B21*2

	A	B
1	Anzahl der Faltungen	Dicke (in mm)
2	0	0.1
3	1	0.2
4	2	0.4
5	3	0.8
6	4	1.6
7	5	3.2
8	6	6.4
9	7	12.8
10	8	25.6
11	9	51.2
12	10	102.4
13	11	204.8
14	12	409.6
15	13	819.2
16	14	1638.4
17	15	3276.8
18	16	6553.6
19	17	13107.2
20	18	26214.4
21	19	52428.8
22	20	104857.6

Abbildung 62: Vollständige Tabelle

Als Alternative dazu könnte man auch die Anzahl der Faltungen aus der Spalte A miteinbeziehen, indem man in der Zelle B3 folgendes schreibt:

=B2*2^A3

Damit nimmt man die Anfangsgröße als absoluten Zellbezug und rechnet sich pro Schritt bezüglich der Anfangsgröße die jeweilige Dicke pro Faltung aus. Die Formel dazu würde lauten: $d(n) = 0,1 \cdot 2^n$, wobei $d(n)$ die Dicke bei der Faltung n ist.

Funktionale Abhängigkeiten untersuchen

In gewisser Weise konnte man im vorherigen Beispiel schon einen funktionalen Zusammenhang zwischen der Anzahl der Faltungen und der Dicke des Papiers erkennen. Dabei handelt es sich um einen Wachstumsprozess. Es können genau so gut Abnahmeprozesse veranschaulicht werden. Die Verwendung des Programms ist aber in allen Bereichen analog.

Untersuchen und Darstellen von Datenmengen

Betrachte dazu das folgende Beispiel [16, S. 257]:

Beispiel 972

> Ein Verein erhält von einigen Mitgliedern Spenden. Dies waren im letzten Jahr:

10 €	50 €	90 €	125 €	50 €	25 €
75 €	100 €	60 €	25 €	90 €	25 €

- Wie viele € konnte der Verein im vergangenen Jahr an Spenden verbuchen?
- Wie viele € sind dies im Durchschnitt pro Spende?
- Ein Vereinsmitglied hat beim Lotto gewonnen und spendet dem Verein 10000 €. Berechne nun das arithmetische Mittel und ermittle den Zentralwert. Welcher der beiden Werte ist aussagekräftiger?

Zuerst überträgt man diese Werte in eine Excel Tabelle. Die Reihenfolge spielt dabei keine Rolle. Man kann die Werte untereinander oder nebeneinander schreiben. Wichtig ist nur, das jeder Wert in einer eigenen Zelle steht. Ich habe die Werte untereinander geschrieben. Um nun die gesamten Spendeneinnahmen zu berechnen, kann man entweder alle Werte getrennt addieren, oder die Funktion „Summe“ anwenden, wie in Abbildung 63 auf Seite 61 gezeigt wird.

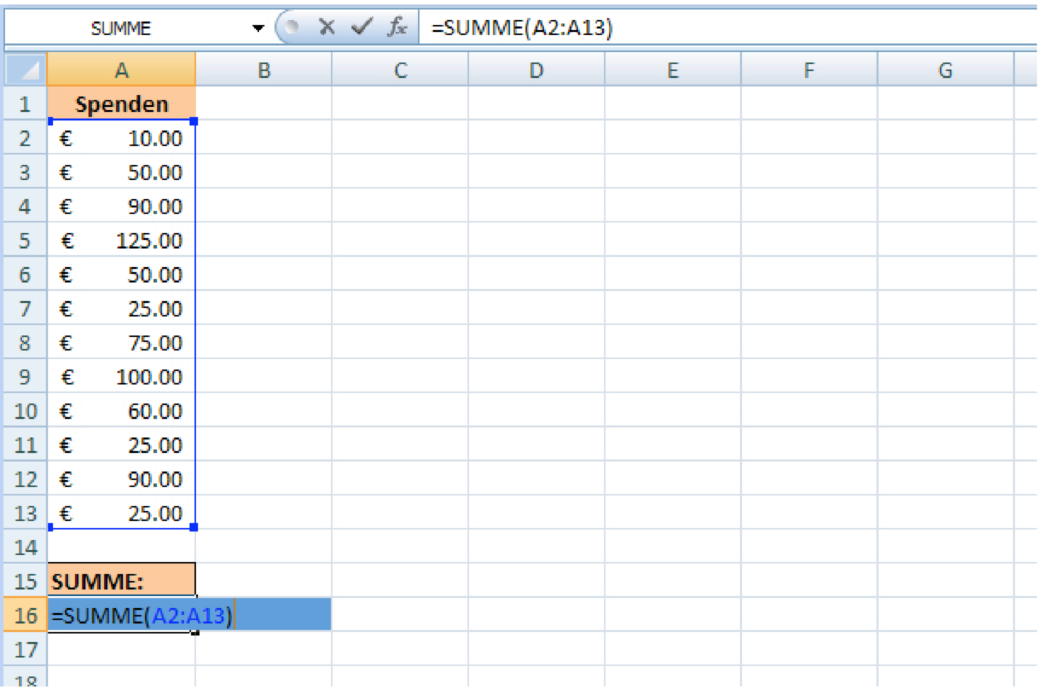


Abbildung 63: Funktion: Summe

Um den Durchschnitt zu berechnen, wendet man die Funktion „Mittelwert“ an. Bei all diesen Funktionen und auch bei der Funktion „Median,“ welche weiter unten beschrieben wird, muss man einen Zahlenbereich angeben, auf den sich die Funktionen jeweils beziehen. Hier zum Beispiel wird der Bereich von der Zelle A2 bis zur Zelle A13 definiert. Bei der Eingabe wird der Beginn und das Ende eines Bereiches mit „;“ getrennt.

Als dritte Aufgabe muss man einen weiteren Wert in die Sammlung der bisherigen Spenden hinzuziehen und berücksichtigen. Daher habe ich die Zelle A14 freigehalten, um hier die größte Spende mit 10000 € festzuhalten. Nun kann man die vorhandene Mittelwertfunktion abändern oder in einer weiteren Zelle diese Funktion erneut eingeben. Zu berücksichtigen ist dabei der erweiterte Wertebereich.

Um nun den Zentralwert zu berechnen, verwendet man die Funktion „Median." Abbildung 64 auf Seite 62 zeigt zusammengefasst die Summe und den Durchschnitt der Spenden ohne der letzten Spende von 10000 € und den Durchschnitt und Median inklusive der letzten Spende. Dabei ist in der Funktionsleiste zu sehen, auf welchen Bereich sich die Medianfunktion bezieht.

D16 =MEDIAN(A2:A14)

	A	B	C	D	E	F	G
1	Spenden						
2	€ 10.00						
3	€ 50.00						
4	€ 90.00						
5	€ 125.00						
6	€ 50.00						
7	€ 25.00						
8	€ 75.00						
9	€ 100.00						
10	€ 60.00						
11	€ 25.00						
12	€ 90.00						
13	€ 25.00						
14	€ 10.000.00						
15	SUMME:	Durchschnitt:	neuer Durchschnitt:	Zentralwert:			
16	€ 725.00	€ 60.42	€ 825.00	€ 60.00			
17							
18							

Abbildung 64: gesamtes Beispiel

Fazit

Durch Microsoft Excel 2007 lassen sich, ähnlich wie in der dritten Klasse, schrittweise Wachstums- und Abnahmeprozesse darstellen. Man kann somit die Veränderung bei jedem Schritt direkt beobachten und analysieren. Es wäre auch möglich über dieses Änderungen bzw. über die daraus ermittelten Daten Diagramme zu erstellen, wie es bei diesem Themengebiet der 3. Klasse demonstriert wurde. Ein großer Vorteil dieses Programms sind die vordefinierten Funktionen, wie Mittelwert, Median, Summe usw. Diese lassen sich bequem auf eine größere Menge von Daten anwenden, womit einige Aussagen über diese Daten gewonnen werden können.

3.5 5. Klasse

Der Lehrstoff umfasst in der 5. Klasse laut Lehrplan folgende Themengebiete:

- Zahlen und Rechengesetze
- Gleichungen und Gleichungssysteme
- Funktionen
- Trigonometrie
- Vektoren und analytische Geometrie der Ebene

3.5.1 Zahlen und Rechengesetze

Unter Zahlen und Rechengesetze versteht man unter anderem das „Reflektieren über das Erweitern von Zahlenmengen an Hand von natürlichen, ganzen, rationalen und irrationalen Zahlen“ und „Aufstellen und Interpretieren von Termen und Formeln, Begründung von Umformungsschritten durch Rechengesetze.“ Meines Erachtens würde sich für dieses Thema das Programm

Microsoft Excel 2007 sehr gut eignen, da man dabei vor allem mit Formeln und Termen umgehen kann und die Schülerin bzw. der Schüler direkt sehen kann, was sich bei den Zahlenwerten verändert, wenn zum Beispiel die Werte der Variablen von Formeln geändert werden.

3.5.2 Gleichungen und Gleichungssysteme

In diesem Kapitel geht es unter anderem um das „Lösen von linearen und quadratischen Gleichungen in einer Variablen." Dafür kann man eines der reinen Computeralgebrasysteme Derive, Mathematica oder Wiris verwenden. Gleichungen lassen sich in diesen Programmen leicht eingeben und mit einem Befehl lösen. Es ist auch sofort ersichtlich, ob ein Gleichungssystem nicht lösbar ist.

3.5.3 Funktionen

Für dieses Kapitel kann man auch eines der Computeralgebrasysteme Derive, Mathematica oder Wiris verwenden, da bei diesem Thema unter anderem das „Beschreiben und Untersuchen von linearen und einfachen nichtlinearen Funktionen (zB a/x, a/x^2, $ax^2 + bx + c$, abschnittsweise definierte Funktionen)" behandelt wird.

3.5.4 Trigonometrie

Hierfür kann das Programm GeoGebra herangezogen werden. Es eignet sich hier besonders gut, da man unter anderem das „Durchführen von Berechnungen an rechtwinkeligen und allgemeinen Dreiecken, an Figuren und Körpern (auch mittels Sinus- und Kosinussatz)" kennen lernt.

3.5.5 Vektoren und analytische Geometrie der Ebene

Auch für dieses Themengebiet würde ich das Programm GeoGebra empfehlen. Hier werde ich einige Beispielen für die Verwendung des Computerprogramms zeigen. Dafür habe ich das Schulbuch „Mathematik verstehen“ [17] herangezogen. Im ersten Punkt geht es um das „Addieren von Vektoren und Multiplizieren von Vektoren mit reellen Zahlen“ und das „geometrisches Veranschaulichen dieser Prozesse.“

Addieren von Vektoren und Multiplizieren mit reellen Zahlen

Dazu habe ich das folgende Beispiel gewählt [17, S. 207]:

Beispiel 11.11 e)

$A = (2|-4),\ B = (6|0).$

Berechne: $3 \cdot A + 4 \cdot B$

Zuerst definiert man sich in GeoGebra die beiden Vektoren A und B. In Abbildung 65 auf Seite 65 ist zu sehen, wie man den Vektor A in der Eingabeleiste eingibt.

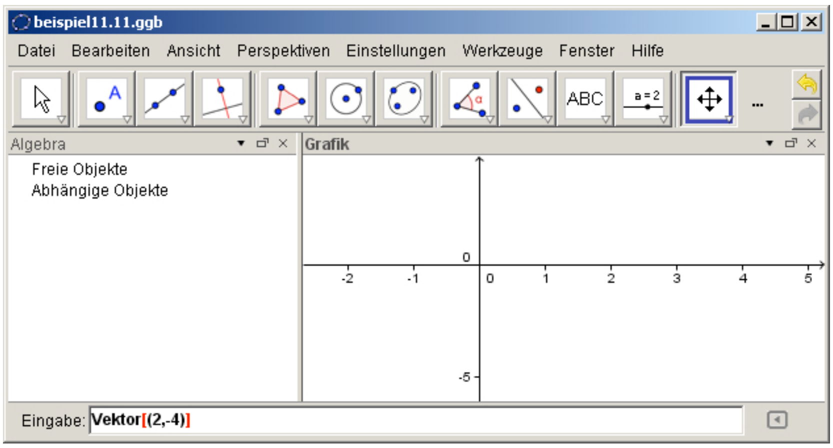


Abbildung 65: Definition eines Vektors

Analog ist bei Vektor B vorzugehen. (Anm.: GeoGebra definiert Vektoren üblicherweise mit Kleinbuchstaben. Großbuchstaben beschreiben normalerweise Koordinatenpunkte. Ich habe diese beiden Vektoren umbenannt in A und B, damit das Beispiel leichter verfolgt werden kann.)

Als nächsten Schritt wird die in Beispiel 11.11 e) beschriebene Addition und Multiplikation mit einer reellen Zahl durchgeführt. Dazu gibt man in der Eingabeleiste die gewünschten Operationen ein (siehe dazu Abbildung 66 auf Seite 66.)

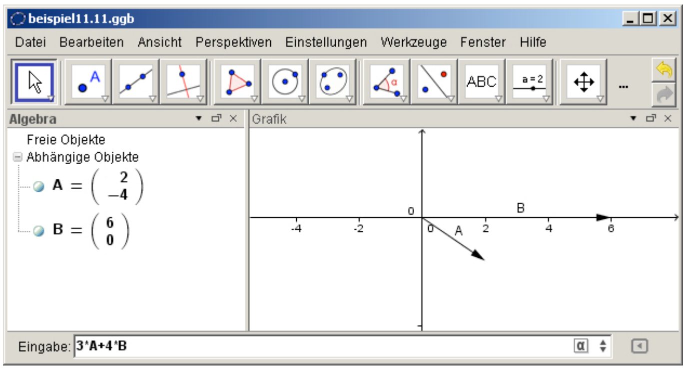


Abbildung 66: Rechenoperationen von Vektoren

(Anm.: Die Multiplikation wird mit dem Sternsymbol * eingegeben.) Das Ergebnis sieht man in Abbildung 67 auf Seite 66.

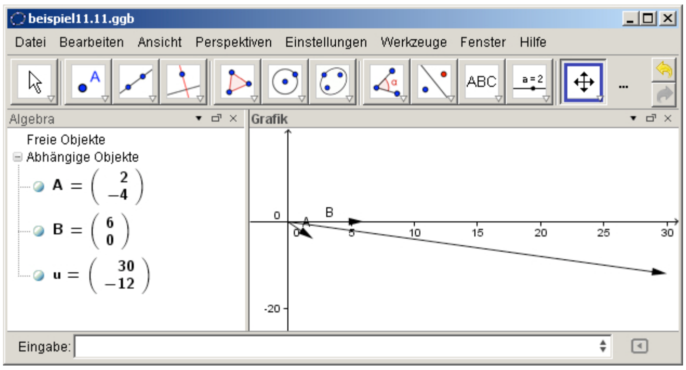


Abbildung 67: Ergebnis der Rechenoperation

Auf der linken Seite des Programmfensters wird der ausgerechnete Wert in Vektorschreibweise und auf der rechten Seite das Ergebnis automatisch graphisch veranschaulicht.
Als Nächstes nehme ich das Beispiel 12.12 [17, S. 221].

Beispiel 12.12

> Von einem Parallelogramm ABCD kennt man die Eckpunkte $A = (1|1)$, $B = (5|2)$, $D = (2|4)$. Berechne die Koordinaten des Eckpunktes C! Überprüfe anhand einer Zeichnung!

Zuerst werden die gegebenen Punkte in GeoGebra eingegeben. In Abbildung 68 auf Seite 67 sieht man, wie man einen Koordinatenpunkt definiert.

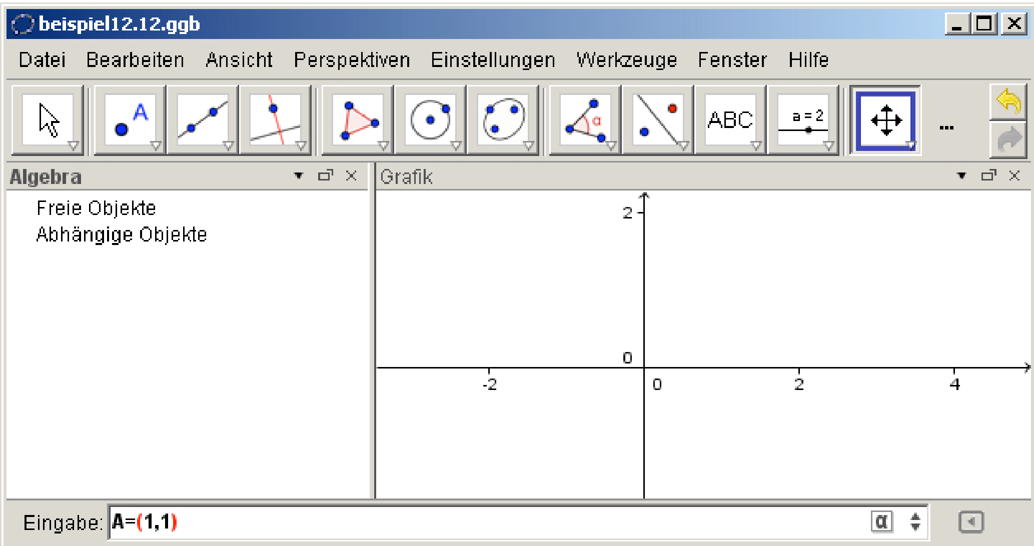


Abbildung 68: Eingabe von Punkten

Dabei kann man die Bezeichnung (hier: A) angeben. Vergleicht man jeweils die rechte Seite der Abbildung 66 auf Seite 66 mit der Abbildung 69 auf Seite 68, ist der Unterschied zwischen der Darstellung eines Vektors und eines Koordinatenpunktes erkennbar.

Nach der Eingabe aller Punkte rechnet man sich den fehlenden Punkt C folgendermaßen aus:

Rechengang zu Beispiel 12.12

$C = B + \overrightarrow{BC}$

Wegen $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ folgt

$$C = B + \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Abbildung 69 auf Seite 68 zeigt, wie man diesen Rechenschritt in GeoGebra eingibt.

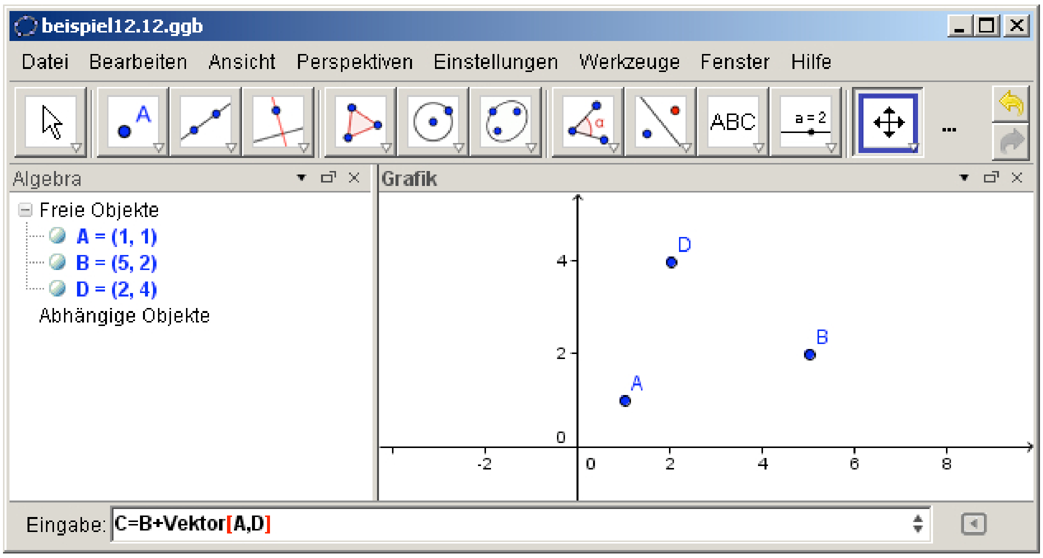


Abbildung 69: Ermittlung eines Punktes mittels Vektorrechnung

Als Ergebnis wird der Punkt C auf der linken Seite ausgerechnet und auf der rechten Seite graphisch dargestellt. Diese beiden sehr einfachen Beispiele sollen zeigen, wie einfach man die elementaren Rechenoperationen mit Vektoren rechnerisch und graphisch darstellen lassen kann.

Einheits- und Normalvektoren

Als nächsten Punkt ist das „Ermitteln von Einheitsvektoren und Normalvektoren“ vorgesehen. Dazu bietet GeoGebra vorgefertigte Funktionen an, um diese schnell und einfach sowohl algebraisch als auch graphisch zu ermitteln. Dafür habe ich die Beispiele 13.16 [17, S. 238] bzw. 12.91 [17, S. 233] vorgesehen.

Beispiel 13.16 a)

> Berechne den zu $\overrightarrow{AB}$ gehörenden Einheitsvektor $\overrightarrow{AB_0}$
> $A = (0|0),\ B = (3|4)$

Grundsätzlich gibt es in GeoGebra zwei Methoden zur Ermittlung des **Einheitsvektors**. Entweder gibt man zuerst den Vektor ein, also definiert ihn vorher, und wendet dann die Funktion auf diesen vordefinierten Vektor an, oder man gibt die Funktion direkt mit zwei Zahlenwerten, welche den Vektor darstellen, an und lässt diese auswerten. Für dieses Beispiel wähle ich den ersten Weg, da ich zuerst 2 Punkte eingeben, davon dann den Vektor ermitteln und anschließend den Einheitsvektor ausrechnen lassen muss. Das Eingeben von Punkten und das Anzeigen eines Vektors habe ich in den vorhergegangenen Beispiele schon beschrieben und muss hier nicht mehr wiederholt werden. Ausgehend von der Eingabe der Punkte A und B und des Vektors $\overrightarrow{AB}$ ermittelt man den Einheitsvektor auf relativ einfache Art und Weise. Die Abbildung 70 auf Seite 70 zeigt die Eingabe und das Resultat sowohl algebraisch (hier: u), als auch graphisch wie gewohnt an den jeweiligen Stellen. (Anm.: Ich habe den Vektor zwischen den Punkten A und B in AB umbenannt, um das Beispiel leichter zu verfolgen.)

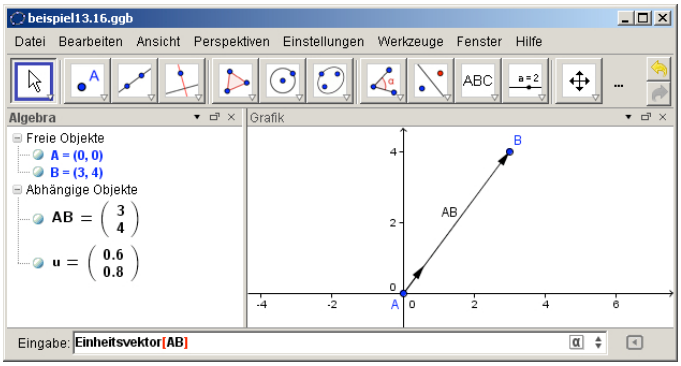


Abbildung 70: Ermittlung des Einheitsvektors

Fast analog verfährt man bei der Ermittlung des **Normalvektors**:

Beispiel 12.91 a)

> Gib zwei Normalvektoren zum Vektor $\vec{a}$ an! Überprüfe jeweils durch eine Zeichnung!
>
> $\vec{a} = (1|4)$

Hier definiert man zuerst über die schon erwähnte Vektoreingabe den Vektor $\vec{a}$ und wendet dann die vorgegeben Funktion für den Einheitsvektor an. Abbildung 71 auf Seite 70 zeigt, wie man diese Funktion anwendet.

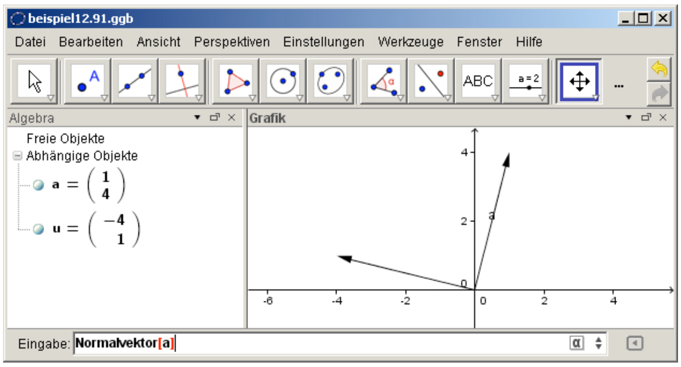


Abbildung 71: Ermittlung eines Normalvektors

Es ist sofort erkennbar, dass GeoGebra nur einen Normalvektor ausrechnet. Man kann aber sehr einfach einen zweiten Normalvektor durch Änderung der Vorzeichen ermitteln und selber eingeben. (Anm.: Die Vielfachen der Normalvektoren wurden hier nicht genauer behandelt.)
Der dritte Punkt im Lehrplan beinhaltet das „Arbeiten mit dem skalaren Produkt“ und das „Ermitteln des Winkels zweier Vektoren“ .

Arbeiten mit dem skalaren Produkt

Dafür betrachten wir folgendes Beispiel auf Seite 211:

Beispiel 11.36 a)
Berechne $A \cdot B$ mit $A, B \in \mathbb{R}^2$!
$A = (3|1)$, $B = (-2|-6)$

Vorerst werden die zwei gegebenen Vektoren A und B definiert. Um sich das Skalarprodukt ausrechnen zu lassen, lässt man einfach die beiden Vektoren Multiplizieren (siehe dazu Abbildung 72 auf Seite 71.)

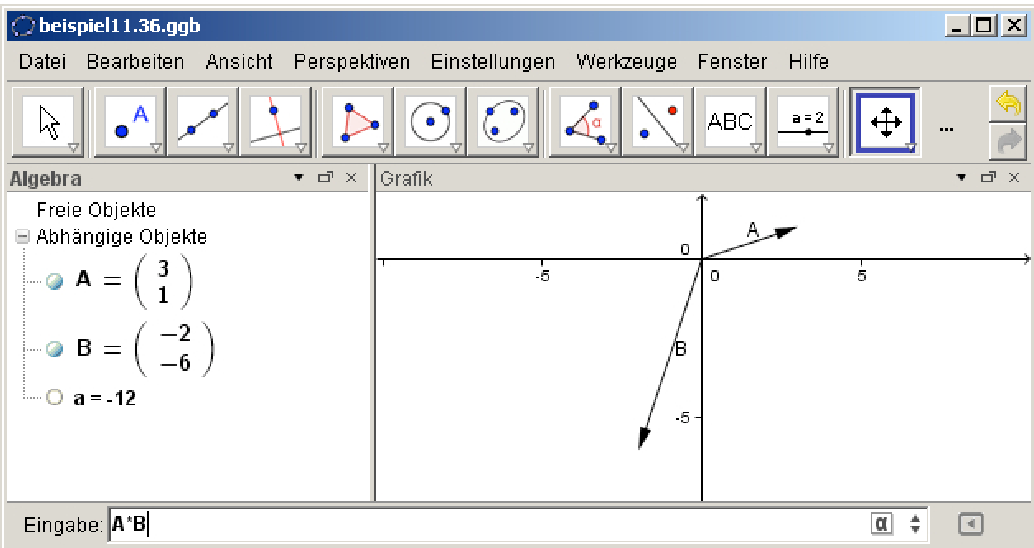


Abbildung 72: Ermittlung des Skalarprodukts

Ermitteln des Winkels zweier Vektoren

Um nun den Winkel zweier Vektoren zu errechnen, benötigt man im Allgemeinen mehrere Operationen:

- Skalarprodukt
- Betrag eines Vektors
- Division reeller Zahlen
- Umkehrfunktion der Kosinusfunktion

Denn es gilt:

Satz 1. *Winkelmaß*
$cos\varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$

Mit GeoGebra funktioniert das Errechnen des Winkels zweier Vektoren mit einem einzigen Befehl, wie am folgenden Beispiel [17, S. 241] gut zu erkennen ist.

Beispiel 13.36 a)

> Stelle die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ durch Pfeile von einem gemeinsamen Anfangspunkt dar und berechne das Winkelmaß von $\vec{a}$ und $\vec{b}$! Kontrolliere mit dem Winkelmesser!
> $\vec{a} = (4|1)$, $\vec{b} = (3|6)$

Vorerst definiert man sich wie gewohnt beide Vektoren. Nach der Eingabe wird er wieder gleichzeitig auf der rechten Seite des Fensters graphisch dargestellt. In Abbildung 73 auf Seite 73 sieht man den benötigten Befehl in der Eingabeleiste, um den Winkel zwischen dieser beiden Vektoren zu ermitteln.

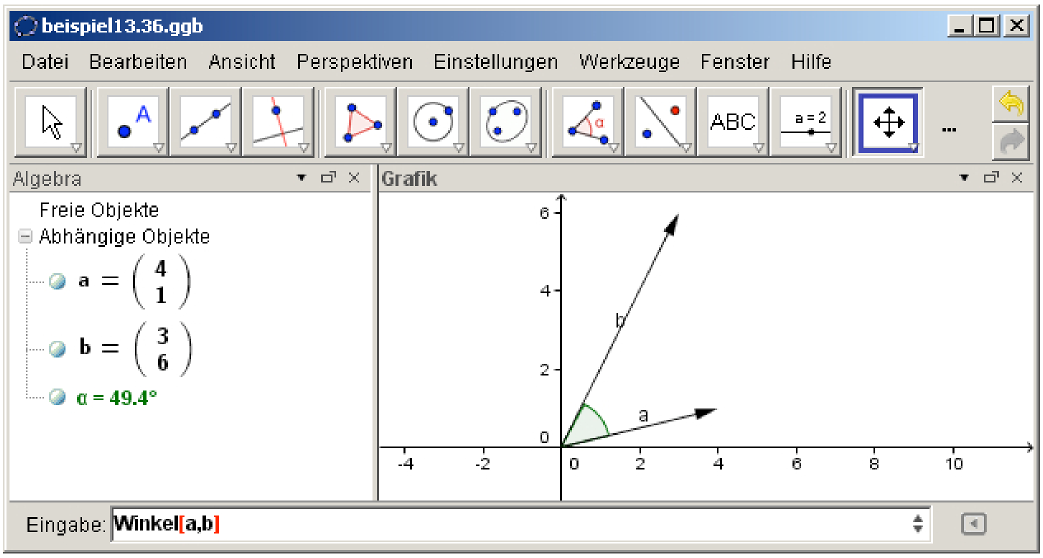


Abbildung 73: Ermittlung des Winkels zweier Vektoren

Der letzte Punkt beinhaltet das „Beschreiben von Geraden durch Parameterdarstellungen und durch Gleichungen,“ sowie das „Schneiden von Geraden.“

Parameterdarstellung und Gleichung

In GeoGebra existiert der Befehl „Gerade,“ um eine Gerade zu definieren. Dazu benötigt man entweder 2 Punkte, einen Punkt und ein schon existierende parallele Gerade oder einen Punkt und einen Richtungsvektor. Sobald dieser Befehl ausgeführt ist, bekommt man eine Gerade in einer Gleichung. Das folgende Beispiel [17, S. 247] zeigt den Vorgang anschaulich:

Beispiel 14.03

> Gib eine Parameterdarstellung der Geraden durch die beiden angegebenen Punkte an!
>
> $A = (3|0)$, $B = (5|-4)$

Zuerst definiert man sich wieder diese beiden Punkte. Anschließend gibt man den oben erwähnten Befehl mit den Punkten A und B ein (siehe dazu Abbildung 74 auf Seite 74.)

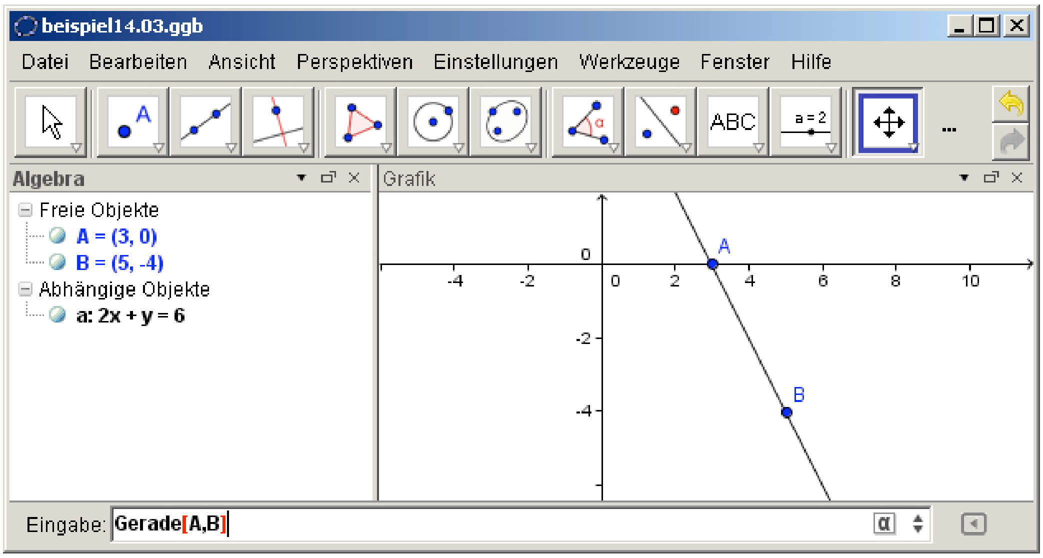


Abbildung 74: Definition einer Geraden

Das Programm zeichnet auf der rechten Seite des Fensters die Gerade und schreibt auf der linken Seite die Geradengleichung. Man kann in der linken Seite des Programmfensters aber von der Gleichung in die Parameterdarstellung wechseln. Dafür wird mit der rechten Maustaste auf die Geradengleichung geklickt und man bekommt eine Liste mehrere Auswahlmöglichkeiten, darunter auch die der Parameterdarstellung.

Schneiden von Geraden

Als Beispiel für die gegenseitige Lage zweier Geraden verwende ich das Beispiel auf Seite 261.

Beispiel 14.81 a)

> Bestimme die gegenseitige Lage und gegebenenfalls den Schnittpunkt der Geraden g und h!
>
> $g:\ 2x-3y=-17,\ h:\ 5x+2y=24$

Bei diesem Beispiel liegen zwei Geradengleichungen vor. Das erleichtert die Eingabe in GeoGebra, denn man kann direkt die Geraden definieren. In Abbildung 75 auf Seite 75 wird die Eingabe der Geraden g gezeigt.

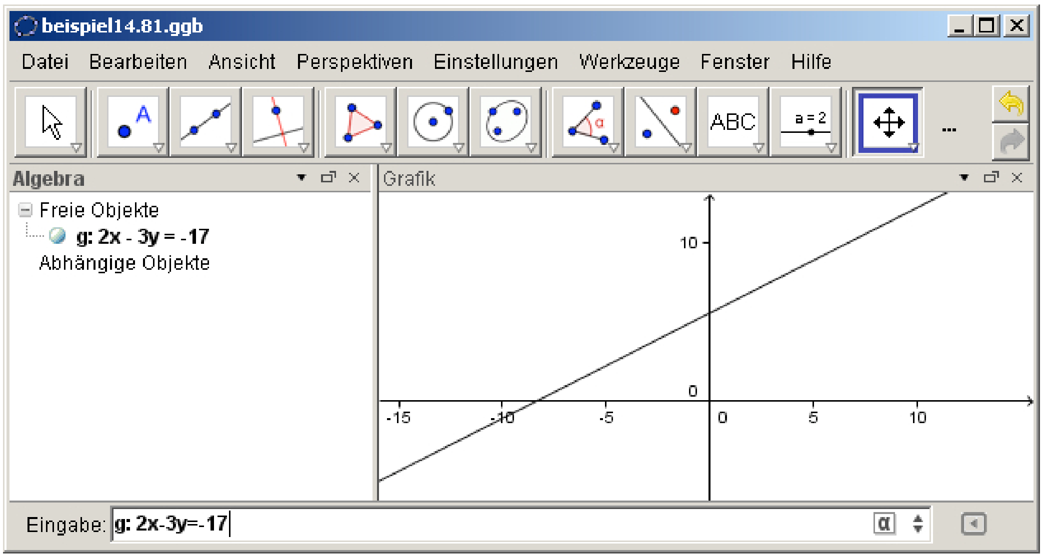


Abbildung 75: Eingabe einer Geradengleichung

Analog verfährt man mit der Geraden h. Will man die Parameterdarstellungen beider Geraden haben, so kann man wie oben beschrieben vorgehen.
Nach der erfolgreichen Eingabe beider Geradengleichungen sieht man sofort, dass es einen Schnittpunkt gibt. Um diesen zu bestimmen gibt es mehrere Möglichkeiten.
Eine wäre, in der Werkzeugleiste bei „Werkzeug für Punkte“ die Option „Schneide zwei Objekte“ zu wählen. Danach markiert man nacheinander die beiden gezeichneten Geraden und das Programm zeichnet und errechnet den Schnittpunkt.
Abbildung 76 auf Seite 76, wo die Funktion „Schneide zwei Objekte“ zu finden ist.

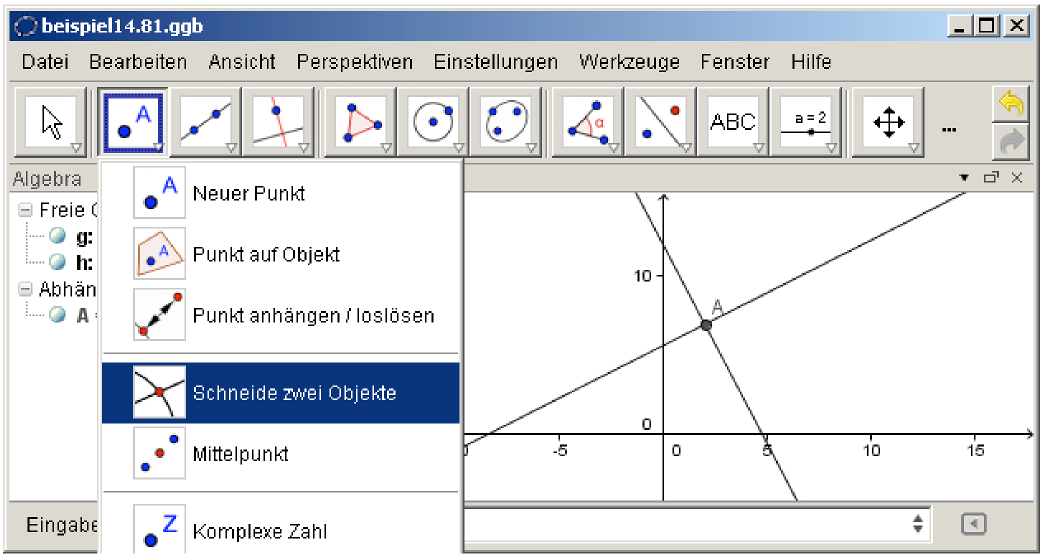


Abbildung 76: Werkzeug: Schneide zwei Objekte

Eine weitere, meines Erachtens schnellere, Möglichkeit wäre, direkt in der Eingabezeile den Befehl für das Schneiden zweier Objekte einzugeben und ausführen zu lassen, so wie in Abbildung 77 auf Seite 76 gezeigt.

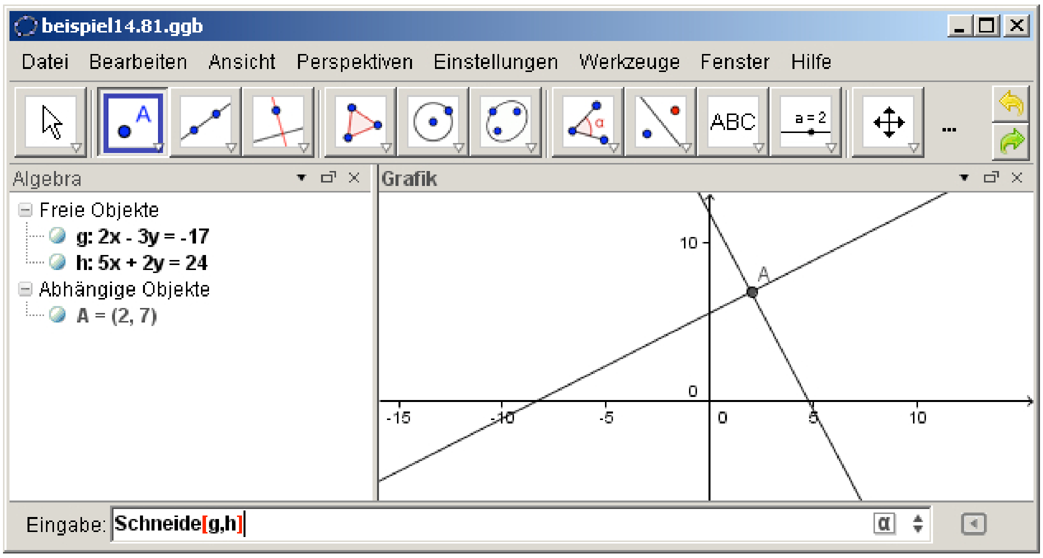


Abbildung 77: Befehl: Schneide zwei Objekte

Eine kleine Problematik, welche bei der Lösung von Schnittmengen zweier Geraden auftreten könnte, möchte ich noch kurz erwähnen. Bei dem vorherigen Beispiel haben wir zwei Geraden, welche genau einen Schnittpunkt besitzen. Was passiert bzw. wie reagiert das Programm, wenn zwei Geraden gegeben sind, welche unendlich viele Schnittpunkte bzw. keinen Schnittpunkt haben?
Das Programm hindert den Benutzer nicht daran, das eben beschriebene Werkzeug bzw. den Befehl zum Schneiden zweier Objekte anzuwenden, da es nicht von vornherein weiß, ob es einen Schnittpunkt gibt und wenn ja, wie viele davon vorhanden sind. Der Benutzer sieht sofort nach der Eingabe zweier Geraden, welcher Fall vorliegt. Wird nun trotzdem der Befehl zum Schneiden dieser beiden Geraden angewendet, so versucht das Programm zwar einen Schnittpunkt zu errechnen, da es aber keinen gibt, schreibt das Programm „undefiniert“ anstelle des ausgerechneten Schnittpunktes hin.

Fazit

Anhand der letzten 8 Beispiele ist sehr gut zu erkennen, wie man GeoGebra für das Thema Vektorrechnung und analytische Geometrie der Ebene anwenden kann. Ich habe gezeigt, wie man

- zwei Vektoren addieren und mit einer reellen Zahl multiplizieren,
- Einheits- und Normalvektoren ermitteln,
- mit dem skalaren Produkt arbeiten,
- den Winkel zweier Vektoren errechnen und
- mit Gleichungen arbeiten

kann. Durch die Parallelisierung der Eingabearten hat die Schülerin und der Schüler gleich mehrerer Möglichkeiten, Beispiele mit GeoGebra zu lösen. Außerdem besteht der große Vorteil darin, dass die eingegebenen Aufgaben nicht nur algebraisch, sondern gleichzeitig auch graphisch gelöst und veranschaulicht werden. Dadurch kann die Schülerin und der Schüler eine direkte Verbindung zwischen den Änderung der Rechenoperationen und Parameteränderungen und der dadurch resultierenden graphischen Änderung erkennen.

3.6 6. Klasse

In der 6. Klasse der allgemeinbildenden höheren Schulen werden folgende Themen im Mathematikunterricht gelehrt:

- Potenzen, Wurzeln, Logarithmen
- Folgen
- Gleichungen, Ungleichungen, Gleichungssysteme
- reelle Funktionen
- Analytische Geometrie des Raumes
- Stochastik

3.6.1 Potenzen, Wurzeln, Logarithmen

Hier kann man im Lehrplan nachlesen, dass es sich unter anderem um das „Definieren von Potenzen mit natürlichen, ganzen, rationalen und reellen Exponenten, Definieren von Wurzeln und Logarithmen“ handelt. Ich würde dafür eines der drei Computeralgebrasysteme Derive, Mathematica oder Wiris vorschlagen, da man damit sehr einfach gefragte Ausdrücke dieses Themengebiets eingeben und auch graphisch betrachten kann.

3.6.2 Folgen

Für dieses Kapitel eignet sich das Programm Microsoft Excel 2007 recht gut, da man zum Beispiel folgenden Punkt im Lehrplan den Schülerinnen und Schülern zeigen und anschaulich darstellen kann: „rekursives und explizites Darstellen von Folgen.“ Ein Vorteil besteht dabei, dass einem mit diesem Programm die Möglichkeit geboten wird, auf verschiedene Folgenglieder, welche jeweils in unterschiedlichen Zellen geschrieben werden, zuzugreifen und dadurch den Unterschied zwischen rekursiver und expliziter Darstellung von Folgen sehr gut demonstrieren zu können.

3.6.3 Gleichungen, Ungleichungen, Gleichungssysteme

Bei diesem Themengebiet geht es zum Beispiel um das „Arbeiten mit einfachen Ungleichungen (Abschätzen, Umformungen, Fallunterscheidungen).“ Ich würde dafür wieder das Programm Microsoft Excel 2007 empfehlen, da man auch hier anschaulich Gleichungen und Ungleichungen demonstrieren kann und außerdem die Möglichkeit hat, mittels diverser Funktionen auch Fallunterscheidungen durchzuführen.

3.6.4 Reelle Funktionen

Für dieses Themengebiet eignet sich eines der reinen Computeralgebrasysteme Mathematica, Derive und Wiris. Ich werde dieses Themengebiet wieder näher analysieren und dabei mit Beispielen die Anwendung des Computeralgebrasystems Derive demonstrieren. Ich verwende die letzte Version 6.1.

Die Beispiele entnehme ich aus zwei Schulbüchern. Zum einen „Mathematik 6“ [18] und zum anderen „Mathematik verstehen 6“ [19].

Potenz-, Exponential-, Logarithmus- und Winkelfunktionen

Zum ersten Thema ziehe ich Beispiele aus „Mathematik 6“ [18] heran. Betrachten wir gleich das erste Beispiel [18, S. 77].

Beispiel 290 a)

> Vereinfache und stelle die Ergebnisse mit positiven Hochzahlen dar!
>
> $\frac{3 \cdot x^{-2} \cdot y}{6 \cdot x \cdot y^{-2}}$

Zuerst gibt man diesen Bruch in Derive in der Eingabezeile ein. Dabei ist auf eine richtige Setzung der Klammern zu achten. Abbildung 78 auf Seite 80 zeigt, wie man dieses Beispiel korrekt eingibt.

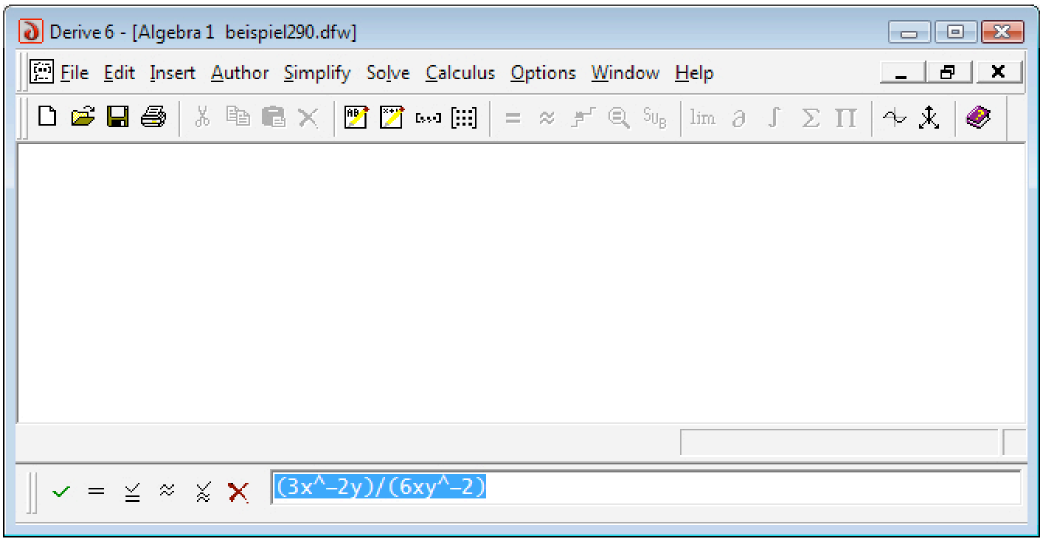


Abbildung 78: Eingabe von Potenzen

Dazu muss erwähnt werden, dass bei der Eingabe das Zeichen für die Multiplikation vernachlässigt werden kann, da das Programm diese Rechenoperation annimmt, sobald zwischen 2 Eingabewerten (egal ob Variable, Zahl oder Vorzeichen) keine Rechenoperation eingegeben wird. Eine Hochzahl wird hier mit dem Zeichen „ˆ“ angegeben und das Programm interpretiert das darauf folgenden Zeichen als Potenz der vorhergegangenen Eingabe. Da hier zum Beispiel x^{-2} eingegeben wird, nimmt das Programm a priori an, dass es sich bei dem Minuszeichen um das Vorzeichen der Potenz handeln muss und nimmt beide folgenden Zeichen als Potenz an. Das führt uns zum richtigen Setzen von Klammern. Bei diesem Beispiel ist es wichtig, die Ausdrücke vor und nach dem Divisionsoperator einzuklammern, da das Programm nicht automatisch weiß, welche Eingabe zum Nenner und welche zum Zähler gehört. Nachdem mit der Entertaste die Eingabe bestätigt wurde, wird diese in Bruchschreibweise dargestellt und man kann damit weiter operieren. Da die Aufgabenstellung verlangt, dass das Ergebnis nur in positive Hochzahlen dargestellt werden soll, genügt es nun, auf das „=“ zu drücken und das Ergebnis wird in der nächsten Zeile des Programmfensters dargestellt (siehe dazu Abbildung 79 auf Seite 81.)

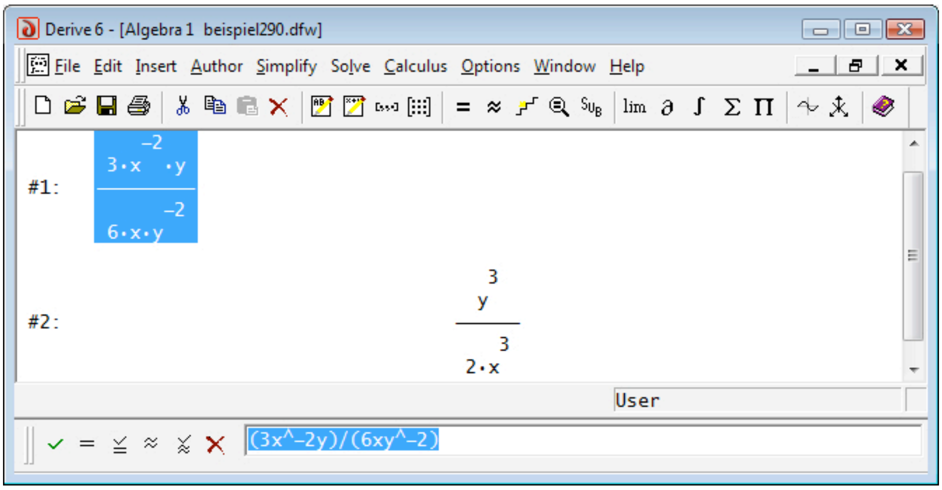


Abbildung 79: Ausrechnen von Potenzen

Falls anstelle der Variablen nur Zahlen eingegeben werden, versucht das Programm durch den Befehl Simplify (Anm.: wird durch den Klick auf das „=“ Zeichen ausgelöst) aus den Potenzen durch Vereinfachung eine ganze Zahl zu errechnen.
Mit diesem Beispiel wird vor allem die richtige Eingabe und Schreibweise in Derive gezeigt.
Als Nächstes nehme ich ein Beispiel zum Thema Exponentialfunktion [18, S. 202]:

Beispiel 841 a)

> Zeichne die Graphen der folgenden Exponentialfunktionen in den angeführten Intervallen!
> $y = 2^{x+1};\ D = [-3, 2]$

Zuerst ist diese Funktion einzugeben. Bei der Eingabe kann man es sich aussuchen, ob man die gesamte Funktion, oder nur den rechten Teil, also nur 2^{x+1}, eingibt. Dies macht für das Programm keinen Unterschied. Die Eingabe wurde im letzten Beispiel schon gezeigt. Daher gehe ich gleich einen Schritt weiter und möchte dieses Funktion nun graphisch darstellen lassen. Dafür markiert man die darzustellende Funktion und klickt in der Werkzeugleiste auf den Befehl „2-D Plot“ (siehe Abbildung 9 auf Seite 8.) Damit gelangt man zum Koordinatensystem, welches anfänglich noch leer ist. Um die vorher markierte Funktion zu zeichnen, klickt man in der Werkzeugleiste auf „Plot“ und die Funktion wird gezeichnet (siehe dazu Abbildung 80 auf Seite 83.)

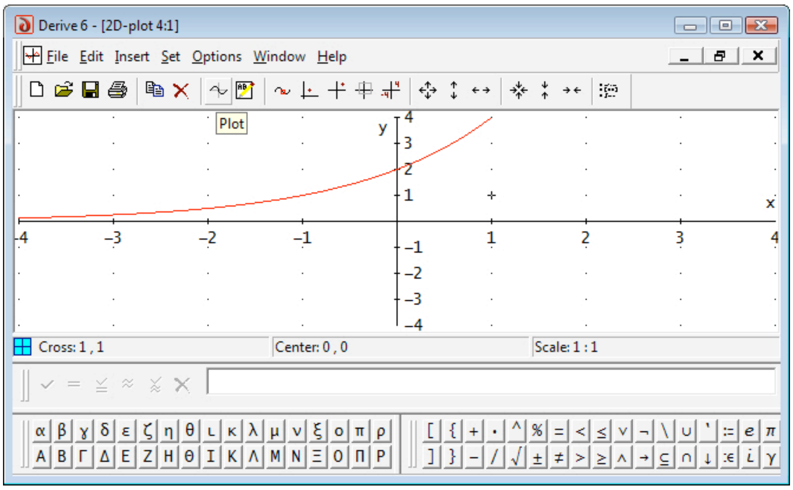


Abbildung 80: Zeichnen von Funktionen

Nun soll aber die Funktion auf einen gewissen Wertebereich eingeschränkt werden. Dazu wählt man die Funktion „Set Range,“ welche sich 5 Bedienelemente rechts neben „Plot“ befindet. Damit kann man einen gewissen Bereich im Koordinatensystem markieren und es öffnet sich ein kleines Fenster, um händisch die Werte noch zu verändern. Abbildung 81 auf Seite 83 veranschaulicht diese Vorgehensweise.

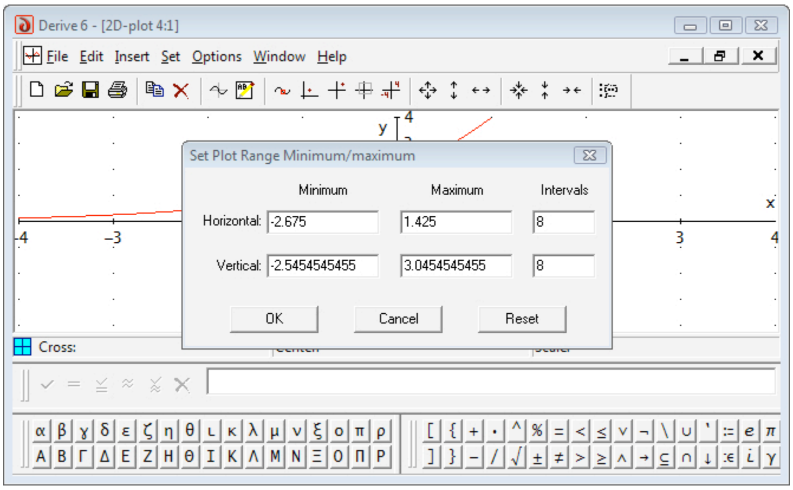


Abbildung 81: Definieren von Wertebereichen

Nach der gewünschten Veränderung des Wertebereichs, bestätigt man diese mit OK und die Funktion wird auf die Minimal- und Maximalwerte des Bereichs eingeschränkt.
Das nächste Beispiel betrifft das Lösen von Gleichungen [18, S. 219].

Beispiel 918 a)

> Löse die gegebenen Gleichungen in $\mathbb{R}^+$!
>
> $x^{lg\ x-3} = 0,01$

Hier muss auf die Richtigkeit und Art der Eingabe geachtet werden. Die Logarithmusfunktion wird in Derive mit „LOG“ (Logarithmus zur Basis 10) bzw. „LN“ (natürliche Logarithmus) abgekürzt. Abbildung 82 auf Seite 84 zeigt die richtige Eingabe für dieses Beispiel.

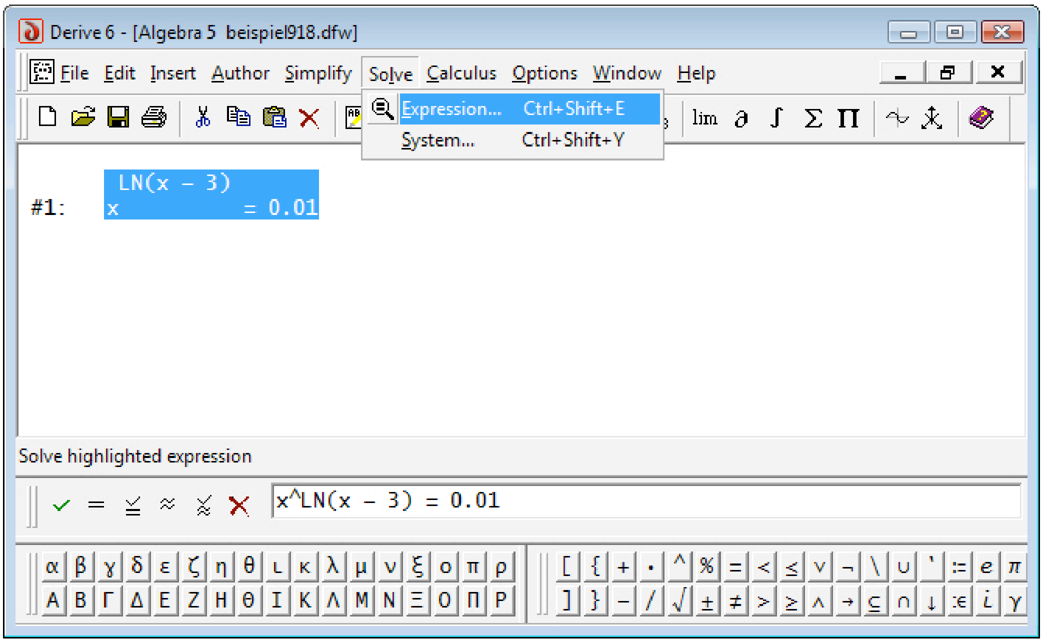


Abbildung 82: Eingabe Logarithmus

Um nun diese Gleichung nach der Variablen x zu lösen, benötigt man den

Befehl „Solve,“ welcher in der Menüleiste zu finden ist. Dabei ist anzugeben, ob ein Ausdruck oder ein System gelöst werden soll. (wird ebenfalls in Abbildung 82 auf Seite 84 gezeigt.) Es öffnet sich ein kleines Fenster, in dem man diverse Parameter (nach welcher Variable soll gelöst werden, wie und in welchem Zahlenbereich soll gelöst werden) eingeben kann. Durch Drücken auf „Solve“ in diesem kleinen Fenster versucht das Programm, den Ausdruck nach der gewünschten Variable zu lösen und schreibt das Ergebnis in die nächste Zeile im Programmfenster, wie in Abbildung 83 auf Seite 85 zu sehen ist.

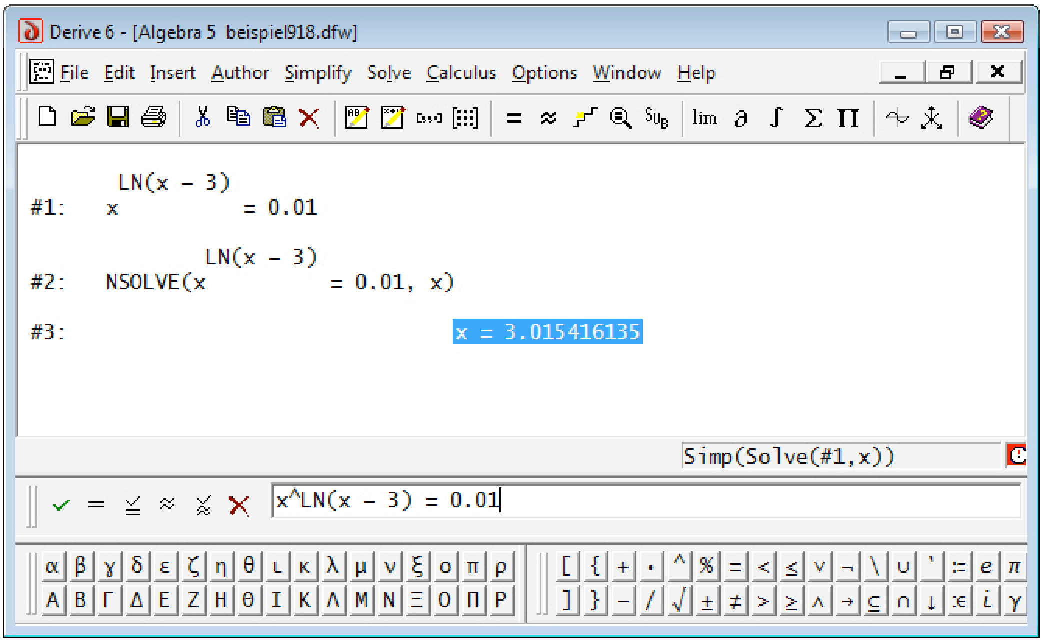


Abbildung 83: Gleichung lösen

Um nun die Probe durchzuführen, markiert und kopiert man sich den nummerischen Wert, welcher ausgerechnet wurde, ersetzt in der Eingabezeile die Variable x mit dem Wert und löscht den rechten Teil der Gleichung. Nach Bestätigung der Eingabe drückt man auf das „≈“ Symbol in der Werkzeugleiste und das Programm errechnet den Wert. Dieser sollte nun der rechten

Seite der Gleichung entsprechen. Da Computeralgebraprogramme bei irrationalen Zahlen ab einem gewissen Stellenwert runden bzw. ausgerechnete Werte (Anm.: hier zum Beispiel der Wert, den man markiert und kopiert hat) gerundet darstellen, kann es sein, dass bei einer Probe nicht der exakte Wert ausgerechnet wird. Aber in Abbildung 84 auf Seite 86 ist zu sehen, dass das Ergebnis der Probe annähernd den rechten Teil der ursprünglichen Gleichung ergibt.

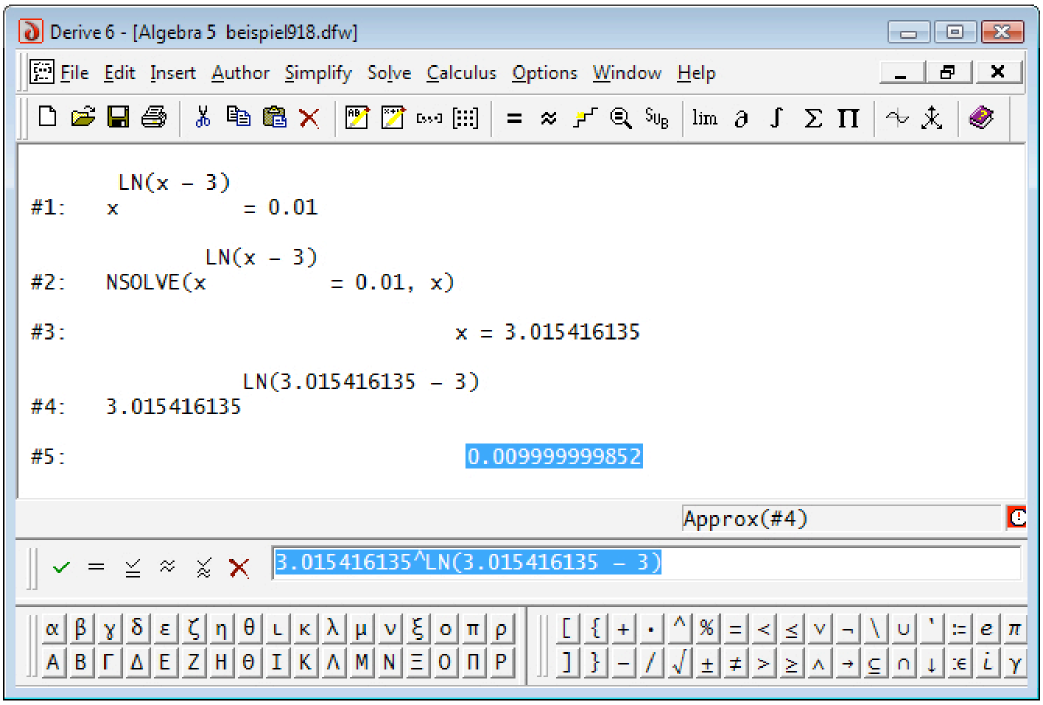


Abbildung 84: Probe der gelösten Gleichung

Diese Rundungsfehler und die Problematik die dadurch beim Arbeiten mit Computeralgebrasystemen entsteht, ist nicht zu verachten und immer zu bedenken, da die Rechen- und Speicherkapazitäten eines Computers in gewisser Weise eingeschränkt sind. Jedoch würde eine genaue Erläuterung und eine intensivere Beschäftigung mit diesem Thema den Umfang dieser Arbeit sprengen. Daher nehme ich diverse Rundungsfehler und die dadurch resultierenden Folgefehler in Kauf und werde, falls sie auftreten, darauf hinweisen. Das nächste Beispiel behandelt Winkelfunktionen [18, S. 236].

Beispiel 965 a)

> Skizziere (unter Verwendung eines graphischen Taschenrechners oder eines Computers) die Graphen folgender Funktionen mit unterschiedlichen Farben in einer Figur für $G = [-2\pi; 2\pi]$! Was fällt dir auf? Formuliere es in einem umgangssprachlichen Satz!
>
> 1) $y = sin\ x$ 2) $y = 2 \cdot sin\ x$ 3) $y = 3 \cdot sin\ x$

Dafür werden diese Funktionen nach einander in Derive eingegeben. Die Winkelfunktionen Sinus, Kosinus und Tangens werden dabei sehr einfach eingegeben. Sobald „sin“ in der Eingabeleiste eingegeben wird, interpretiert das Programm diese Eingabe als die Sinusfunktion. In Abbildung 85 auf Seite 87 sind alle drei Funktionen schon eingegeben und markiert, damit alle drei gleichzeitig gezeichnet werden können.

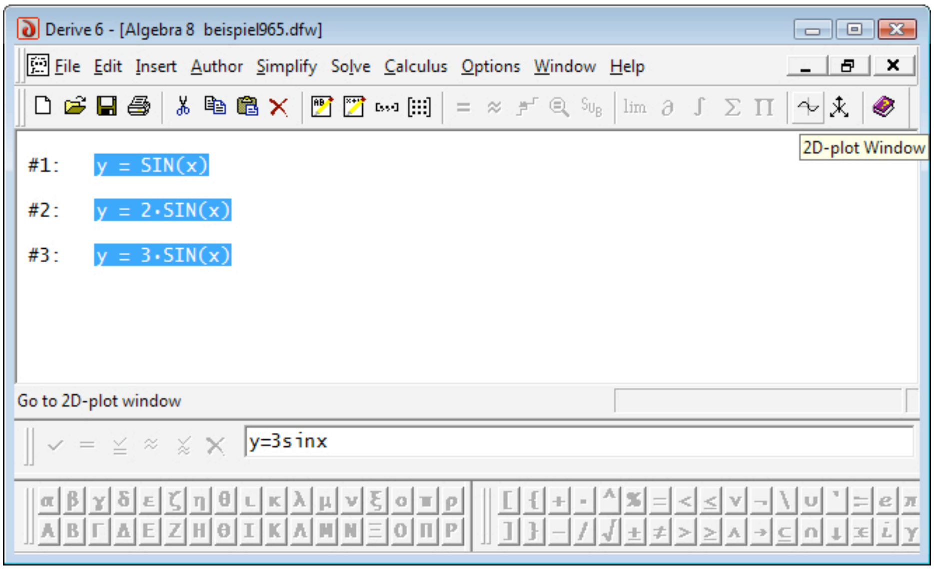


Abbildung 85: Eingabe von Winkelfunktionen

Es werden immer nur jene Funktionen gezeichnet, die auch markiert sind. Die Vorgehensweise, wie man mit Derive Funktionen aufzeichnen lassen kann, wurde weiter oben schon behandelt. Daher wird dies nicht mehr wiederholt. Es sei nur erwähnt, dass, sobald mehrere Funktionen in ein Koordinatensystem gezeichnet werden, das Programm Derive jede Funktion automatisch in einer anderen Farbe zeichnet. Dies kann man sich zur Lösung des Beispiels zu Nutzen machen. Das Ergebnis ist in Abbildung 86 auf Seite 88 zu sehen.

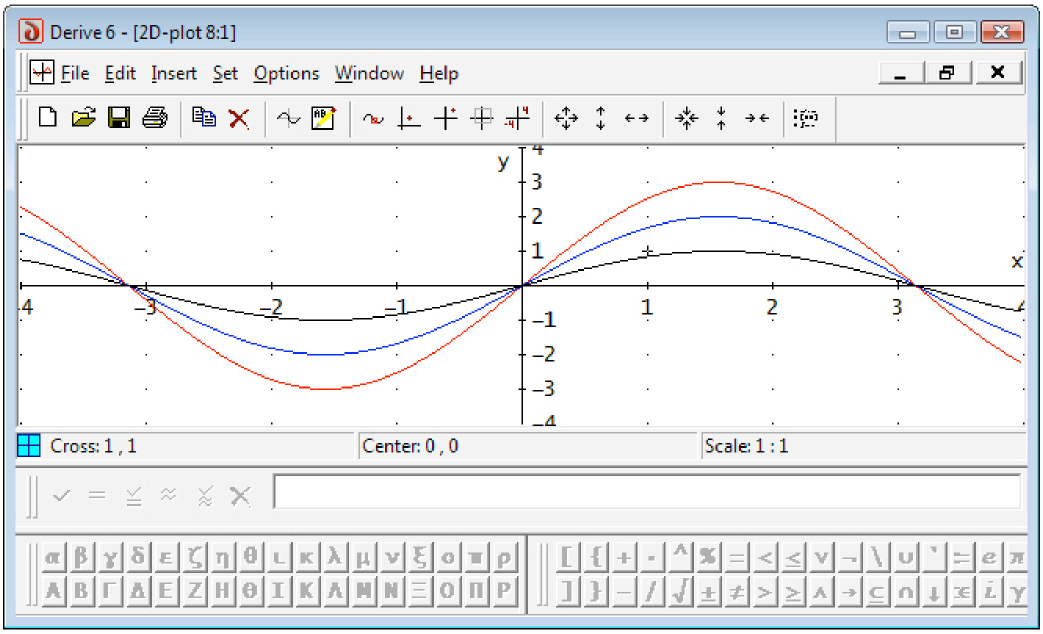


Abbildung 86: Zeichnen mehrerer Winkelfunktionen

Da in diesem Beispiel verlangt wird, dass die Graphen nur in einem bestimmten Intervall gezeichnet werden sollen, muss man den Bereich, so wie in einem der vorhergegangen Beispiele, mittels „Set Range“ einschränken. Gerade an diesem Beispiel sieht man die Einfachheit der Bedienung und der Befehlseingabe des Programms.

Für die weiteren Beispiele verwende ich das Buch „Mathematik verstehen“ [19] und betrachte folgendes Beispiel [19, S. 89].

Beispiel 5.02 a)

Rechne das Gradmaß ins Bogenmaß um!

$1,5°$

Mit Derive lässt sich mit einem Befehl sehr einfach das Gradmaß in das Bogenmaß und umgekehrt umrechnen. Dafür verwendet man den Befehl „DEG.“ Allgemein gilt: Dem Gradmaß x entspricht das Bogenmaß $x \cdot DEG$, dem Bogenmaß y entspricht das Gradmaß $\frac{y}{DEG}$
Für die Lösung des Beispiels gibt man Folgendes ein:

1.5 *deg*

Um nun den nummerischen Wert zu erhalten, klickt man auf das „≈“ Symbol. Wenn man den Wert in Bruchschreibweise und mit π ausgedrückt haben will, drückt man auf das „=“ Symbol (siehe Abbildung 87 auf Seite 89.)

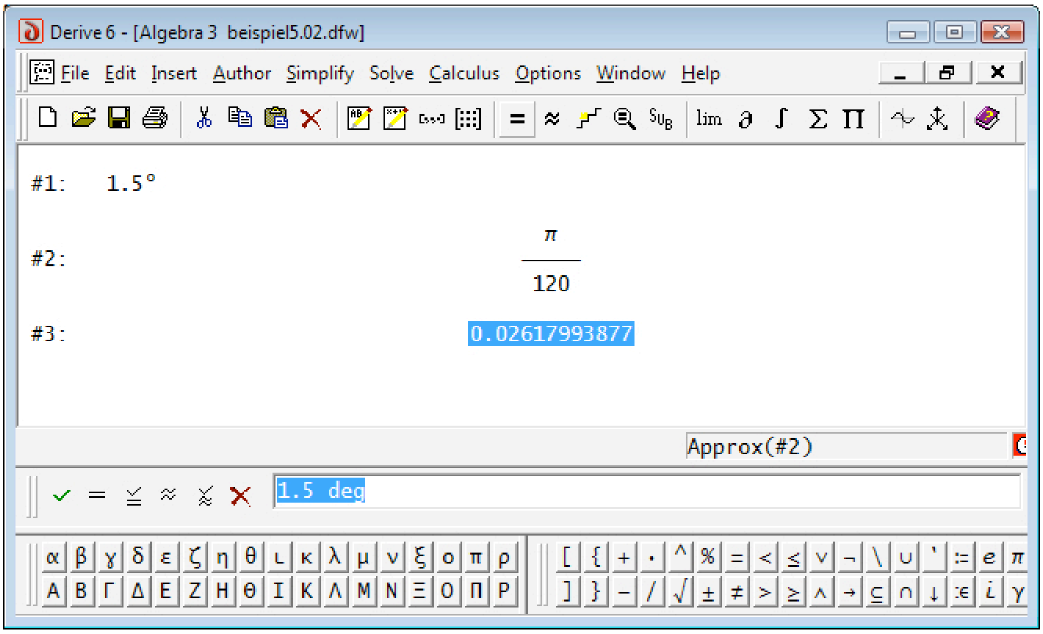


Abbildung 87: Eingabe Bogenmaß

Monotonie, globale und lokale Extremstellen, Symmetrie, Periodizität

Betrachten wir zunächst folgendes Beispiel [19, S. 48].

Beispiel 3.13 a)

> Zeichne den Graphen der Funktion f und gib ein Intervall I an, in dem die Stelle p eine Minimumstelle und die Stelle q eine Maximumstelle von f ist.
>
> $f(x) = x^2 - 2x + 2$, $p = 1$, $q = 4$

Für die Lösung dieses Beispiels ist in Derive zunächst die Funktion einzugeben. Danach lässt man sich die Funktion aufzeichnen, um ihren Verlauf zu sehen. Mittels der Funktion „Zoom“ in der Werkzeugleiste (in Abbildung 88 auf Seite 90 wird beispielhaft die Funktion „Zoom out“ demonstriert) kann man die Ansicht des Graphen strecken, stauchen, vergrößern und verkleinern, um die Funktion genauer zu betrachten.

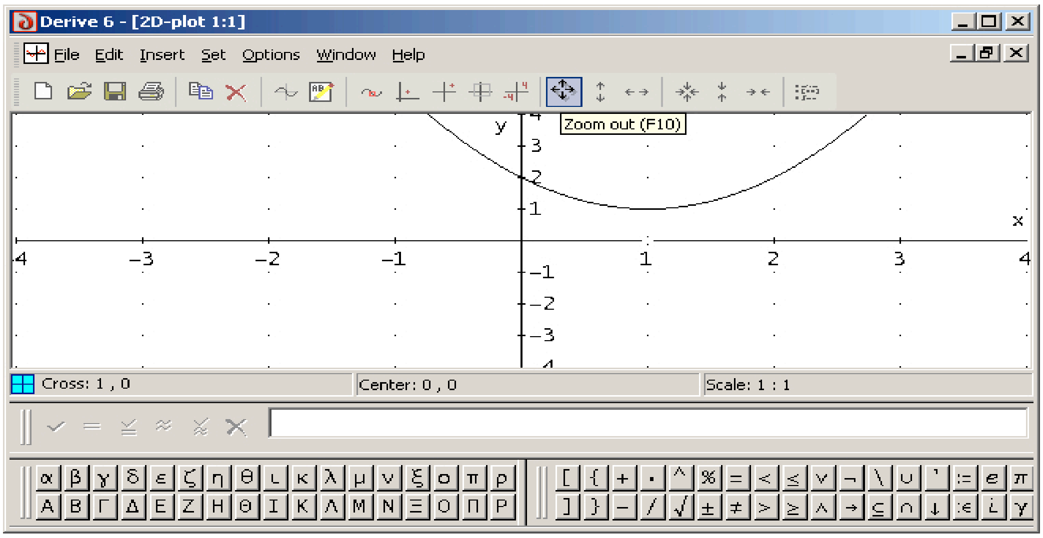


Abbildung 88: Graphenansicht verändern

Somit kann man graphisch diese Aufgabe lösen, indem man die Punkte 1 und 4 auf der x-Achse betrachtet und sich dann ein geeignetes Intervall sucht, welche der Aufgabe entspricht.
Als nächstes betrachten wir dieses Beispiel [19, S. 108].

Beispiel 6.09 a)

> Zeige, dass die Funktionen f und g Umkehrfunktionen voneinander sind. Zeichne ihre Graphen und überprüfe, dass diese symmetrisch der 1. Mediane liegen.
> $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = 2x$, $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $g(x) = \frac{x}{2}$

Durch ein, zwei Rechenoperationen kann gezeigt werden, dass diese beiden Funktionen jeweils Umkehrfunktionen voneinander sind. Wesentlich ist hier die graphische Veranschaulichung, welche mit Derive sehr leicht vollzogen werden kann. Zuerst gibt man beide Funktionen ein, markiert sie und lässt sie zeichnen. Um nun zu überprüfen, ob diese beiden Funktionen auch wirklich symmetrisch der 1. Mediane liegen, muss diese auch gezeichnet werden, folglich auch zuerst eingegeben werden. Dazu wechselt man in die Algebraansicht, wie auf Abbildung 89 auf Seite 91 gezeigt.

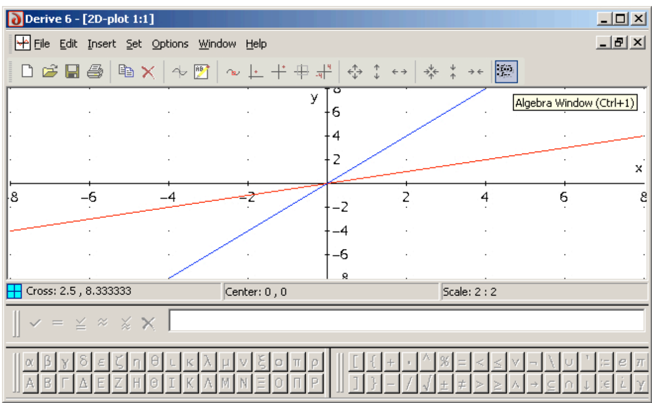


Abbildung 89: Ansicht wechseln

Nun gibt man als dritten Funktionsterm x ein und lässt diese ebenfalls zeichnen. (Anm.: Einmal gezeichnete Graphen bleiben beim Wechseln der Ansichten erhalten.)
Nun sind insgesamt 3 Funktionen gezeichnet, wobei eine davon die Funktion $f(x) = x$ ist. Jetzt ist leicht erkennbar, dass die beiden gegebenen Funktionen symmetrisch bezüglich der 1. Mediane liegen.
Ein weiteres Beispiel [19, S. 95]:

Beispiel 5.18

> Zeichne den Graphen der Funktion f mit $f(x) = sin\ x$ und jenen der Funktion g mit $g(x) = cos(x - \frac{\pi}{2})$

Mit Derive lässt sich vor allem die graphische Veranschaulichung dieser Aufgabe leicht bewältigen. Zuerst gibt man die beiden Funktionen nacheinander ein und lässt sie zeichnen (Anm.: Um π einzugeben, muss man „PI“ eingeben und das Programm interpretiert diese Eingabe als π, wie in Abbildung 90 auf Seite 92 zu sehen ist.)

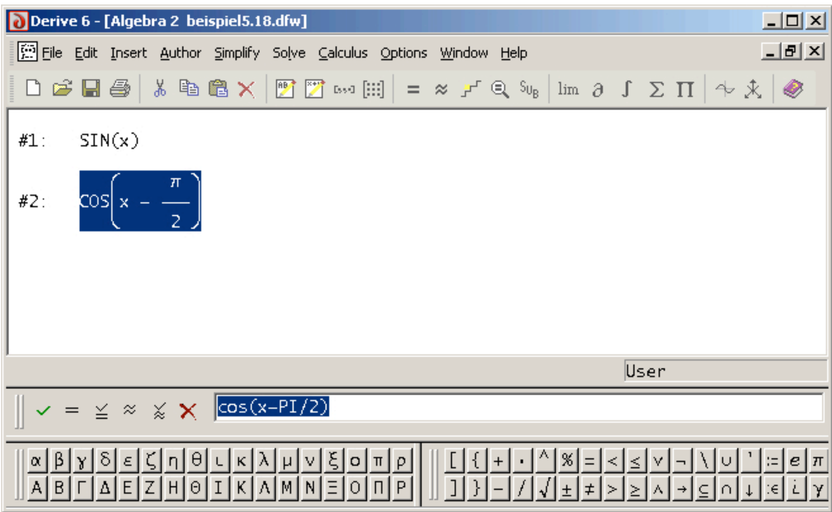


Abbildung 90: Funktionseingabe mit π

Die gezeichneten Graphen sind in Abbildung 91 auf Seite 93 zu betrachten.

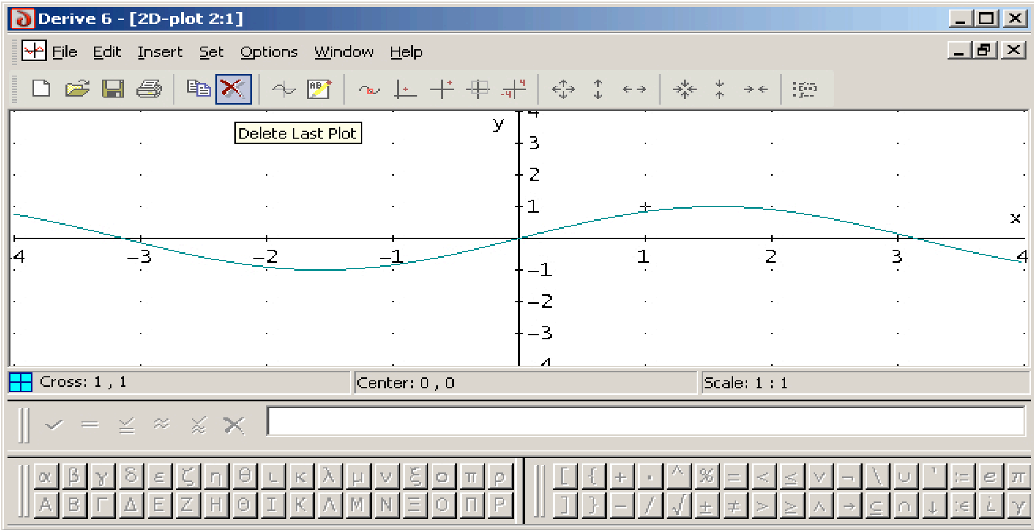


Abbildung 91: Zeichnen und Löschen von Graphen

Wichtig ist bei dieser Aufgabe vor allem, dass man sich nicht beide Funktionen gleichzeitig zeichnen lässt, da man sonst die Besonderheit nicht erkennt. Am besten wechselt man immer zwischen den beiden Anzeigen und markiert einmal die eine und dann die andere Funktion. (Anm.: Um Graphen auch wieder zu löschen, muss man auf das rote X „Delete Last Plot“ klicken, welches auch in Abbildung 91 auf Seite 93 erkennbar ist. Damit wird der zuletzt gezeichnete Graph gelöscht.)

Nun zum letzten Beispiel [19, S. 55].

Beispiel 3.28 b)

> Gib die absolute Änderung, die relative Änderung, die mittlere Änderungsrate und den Änderungsfaktor von f im Intervall [1; 3] an.
>
> $f(x) = -4x + 5$

Bei diesem Beispiel kommt eine weitere Eingabeart zu tragen. Bis jetzt haben wir die Funktionen und Befehle einfach eingegeben. Jetzt werden wir in Derive eine Funktion definieren. Dafür ist folgendes einzugeben:

$$f(x) := -4x + 5$$

Mit dem Ausdruck „:=“ werden Funktionen definiert. Abbildung 92 auf Seite 94 zeigt dies anschaulich.

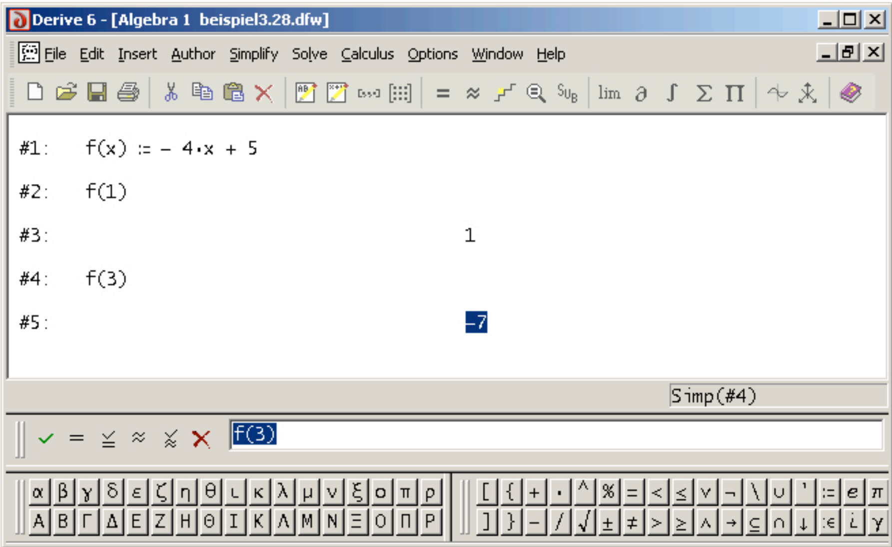


Abbildung 92: Definieren einer Funktion

Somit kann man leicht Funktionswerte ausrechnen lassen, indem man zum Beispiel eingibt:

$f(1)$ oder $f(3)$

Es ist auch möglich, dazwischen Rechenoperationen zu verwenden, wie zum Beispiel:

$$f(3) - f(1)$$

Anschließend muss man nach jeder Eingabe auf das Symbol „=“ in der Werkzeugleiste klicken, um das gewünschte Ergebnis zu bekommen. Somit kann man nun dieses Beispiel lösen und die geforderten Aufgaben ausrechnen lassen.

- absolute Änderung: $f(3) - f(1)$
- relative Änderung: $\frac{f(3)-f(1)}{1}$
- mittlere Änderungsrate: $\frac{f(3)-f(1)}{3-1}$
- Änderungsfaktor: $\frac{f(3)}{f(1)}$

Abbildung 93 auf Seite 95 zeigt das ausgerechnete Beispiel.

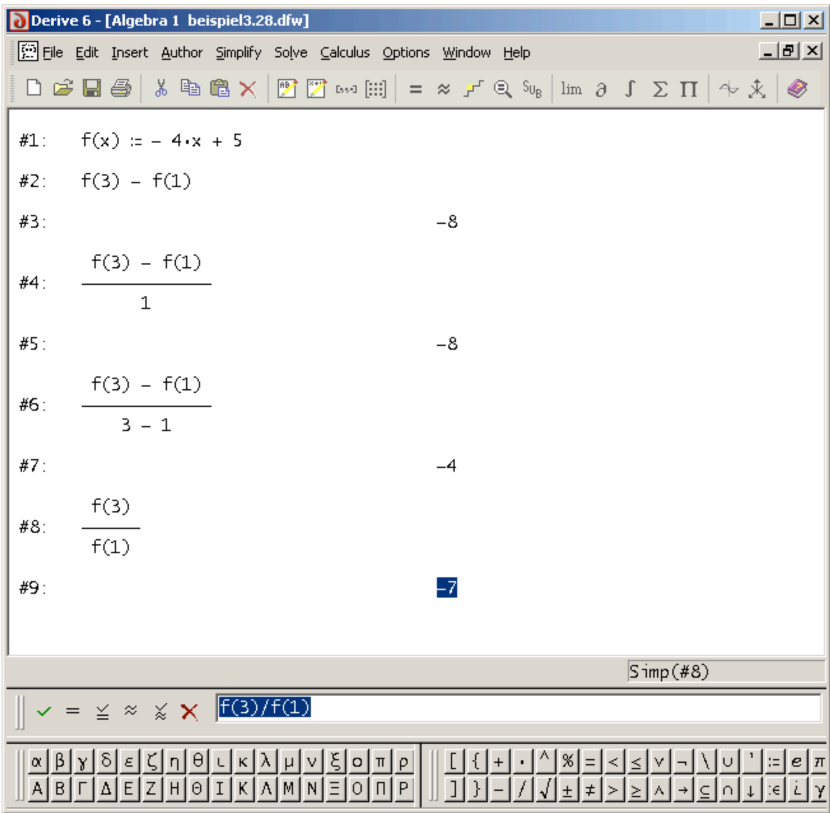


Abbildung 93: Resultate von Beispiel 3.28

Fazit

Nun haben wir gesehen, wie man Derive speziell für das Kapitel der reellen Funktionen anwenden kann. Angefangen bei der Darstellung und Untersuchung von Potenzfunktionen, Exponentialfunktionen und Winkelfunktionen, wird der Schülerin und dem Schüler das Analysieren und Untersuchen der Eigenschaften dieser Funktionen erleichtert. Dazu kommt, dass zuvor erworbenes Wissen durch die Anwendung dieses Programms vertieft werde kann und man sich noch mehr mit der Materie auseinandersetzt. Es gibt jedoch bei der Verwendung dieses Programms einen kleinen Nachteil. Die letzte Version ist schon einige Jahre alt, da dieses Programm, wie auch schon im ersten Kapitel kurz erwähnt, nicht mehr weiterentwickelt wird. Dennoch ist es meines Erachtens ein gutes Programm, um vor allem Themen über Funktionen den Schülerinnen und Schülern näher zu bringen.

3.6.5 Analytische Geometrie des Raumes

Für die Analytische Geometrie des Raumes, bei der es unter anderem um das „Übertragen bekannter Begriffe und Methoden aus der zweidimensionalen analytischen Geometrie, Erkennen der Grenzen dieser Übertragbarkeit“ geht, wäre, so wie in der 5. Klasse bei dem Thema „Vektoren und analytische Geometrie der Ebene“ das Programm GeoGebra äußerst gut geeignet.

3.6.6 Stochastik

Das letzte Kapitel der 6. Klasse beinhaltet unter anderem das „Arbeiten mit Darstellungsformen und Kennzahlen der beschreibenden Statistik.“ Dafür würde ich das Programm Microsoft Excel 2007 vorschlagen, da hier einige Funktionen für Anwendungsbeispiele definiert sind.

3.7 7. Klasse

Der Lehrplan beinhaltet folgende Themengebiete für die 7. Klasse:

- Algebraische Gleichungen und komplexe Zahlen
- Differentialrechnung
- Nichtlineare analytische Geometrie
- Stochastik

3.7.1 Algebraische Gleichungen und komplexe Zahlen

Unter anderem geht es in diesem Kapitel um das „Abspalten reeller Linearfaktoren von Polynomen“ und es würde sich dafür eines der drei Computeralgebrasysteme Derive, Mathematica oder Wiris eignen. Dabei kann dem Computer die Arbeit mit Polynomen durch richtiges Einsetzen der Befehle überlassen werden.

3.7.2 Differentialrechnung

Dieses Themengebiet werde ich anhand des Computeralgebrasystems Wiris näher erläutern. Des Weiteren werde ich Beispiele aus dem Buch „Mathematik verstehen 7“ [20] nehmen. Dieses Kapitel beginnt mit dem „Definieren des Didderentialquotienten (Änderungsrate), ausgehend vom Differnezenquotienten (mittlere Änderungsrate)“ und dem „Deuten dieser Begriffe...“

Definieren des Differentialquotienten und die Deutung

Betrachten wir zu Beginn folgendes Beispiel [20, S. 22]:

Beispiel 2.44

Ein kugelförmiger Ballon vom Radius r hat den Oberflächeninhalt $O(r) = 4\pi r^2$ (r in cm, O in cm^2). Der Ballon wird aufgeblasen.

1. Gib eine Formel für die mittlere Änderungsrate des Oberflächeninhalts bezüglich des Radius im Radiusintervall $[r; z]$ an
2. Es sei $O'(r)$ die Änderungsrate des Oberflächeninhalts bezüglich des Radius beim Radius r. Gib eine Formel für $O'(r)$ an. Berechne mit dieser Formel die Änderungsraten des Oberflächeninhalts bezüglich des Radius beim Radius 1 und beim Radius 3. Bei welchem dieser beiden Radien ändert sich der Oberflächeninhalt stärker?

Zuerst definiert man sich diese Funktion in Wiris. Abbildung 94 auf Seite 98 zeigt, wie man eine Funktion richtig eingibt.

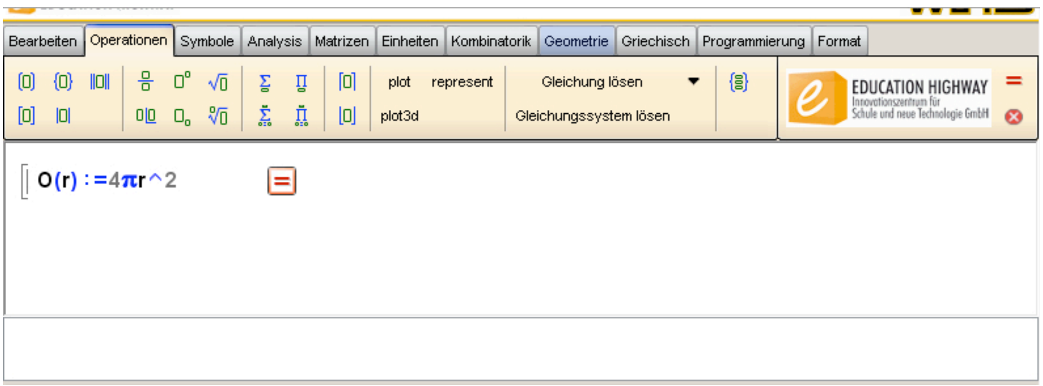


Abbildung 94: Definieren von Funktionen

Das Zeichen π erhält man durch drücken der Tasten STRG und P auf der Tastatur oder mittels der Registerkarte „Griechisch,“ in dem die gebräuchlichen griechischen Buchstaben aufgelistet sind. Mit der Entertaste gelangt man in die nächste Zeile, um weitere Befehle und Anweisungen einzugeben. Es ist dabei zu beachten, dass man im selben Block (gekennzeichnet durch die nach rechts offene eckige Klammer auf der linken Seite der Eingabe) bleibt, damit man auf die eben definierte Funktion zurückgreifen kann. Um nun den ersten Teil der Aufgabe zu lösen, braucht man nur mehr die Formel für die Änderungsrate mit den richtigen Variablen einzugeben.

$$\frac{O(z)-O(r)}{z-r}$$

Für die Bruchschreibweise bietet Wiris ein nützliches Tool an. Unter der Registerkarte „Operationen“ sind diverse Eingabeelemente zu finden. Der Bruch befindet sich in der ersten Zeile, 4. Symbol von links. Daraufhin wird im Fenster in der Zeile, in der man sich gerade befindet, ein Bruchstrich gezogen. Der Nenner und der Zähler sind durch grüne Kästchen markiert und das Programm wartet auf eine Eingabe. In der Regel werden bei der Verwendung solcher Hilfsmittel alle erwarteten Eingaben mit einem grünen Kästchen markiert. In Abbildung 95 auf Seite 99 wurde bereits der Zähler eingegeben und man sieht im Nenner diese grüne Markierung.

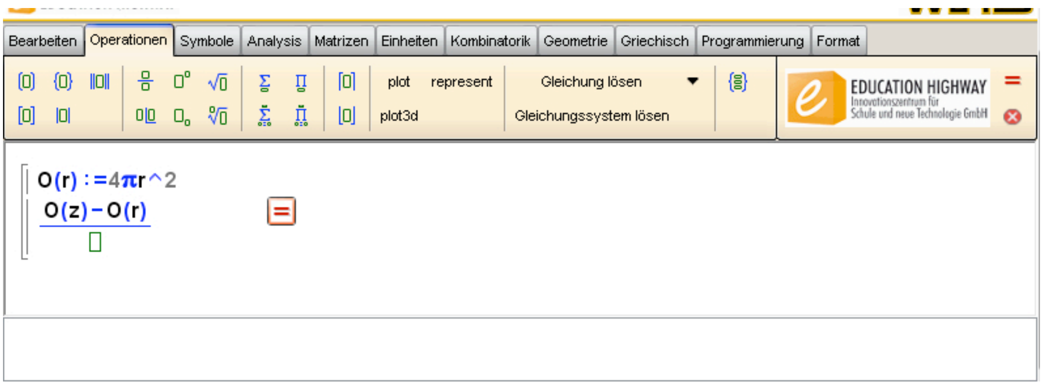


Abbildung 95: Eingeben von Brüchen

Um diesen Ausdruck auszuwerten klickt man entweder auf das rote „=“ Symbol oder drückt auf der Tastatur STRG und die Entertaste. Damit wird alles, was in diesem Block geschrieben wurde, ausgewertet. Diese Auswertung wird durch einen roten Pfeil markiert und es wird automatisch ein neuer Block gestartet. Damit ist der erste Teil dieses Beispiels gelöst und das Ergebnis steht in der zweiten Zeile rechts neben dem roten Pfeil (siehe Abbildung 96 auf Seite 100.)

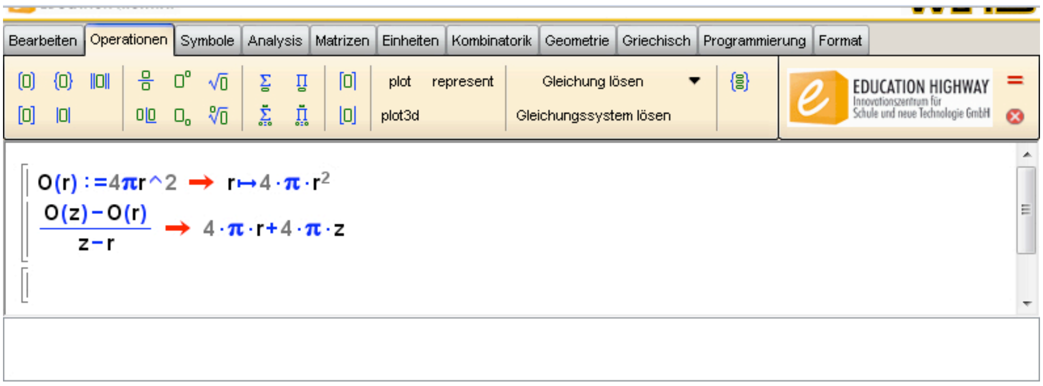


Abbildung 96: Auswerten von Eingaben

Es sei noch erwähnt, dass der blinkende Cursor die aktuelle Stelle markiert, an der man weiterschreiben kann. Im aktuellen Zustand wäre dies nun der zweite Block, der durch die Auswertung des ersten Blocks automatisch entstanden ist. Will man die Eingaben des ersten Blocks verwenden, muss man mit der Maus das Ende des ersten Blocks anklicken und mit der Entertaste eine neue Zeile anfangen. In einem neuen Block kann man nicht auf die Eingaben aus anderen Blöcken zugreifen.

Um nun den zweiten Teil der Aufgabe zu lösen, bleibt man im zweiten Block und gibt folgendes ein:

$$V'(r) = \lim_{z \to r} 4\pi(r + z)$$

Dafür gibt es ähnlich wie bei der Eingabe von Brüchen unter der Registerkarte „Analysis“ eine Hilfestellung zur Eingabe von Grenzwerten. Für dieses

Beispiel benutzt man das Symbol in der ersten Reihe, 4. Symbol von links. Nach dem Klicken auf das Symbol erwartet das Programm die Eingabe des Ausdrucks und der Grenzen. Wichtig ist hier, auf die richtige Klammerung zu achten, damit das Programm weiß, auf welchen Ausdruck er die Grenzwertberechnung anwenden soll. Abbildung 97 auf Seite 101 zeigt die richtige Eingabe und die dazugehörige Auswertung.

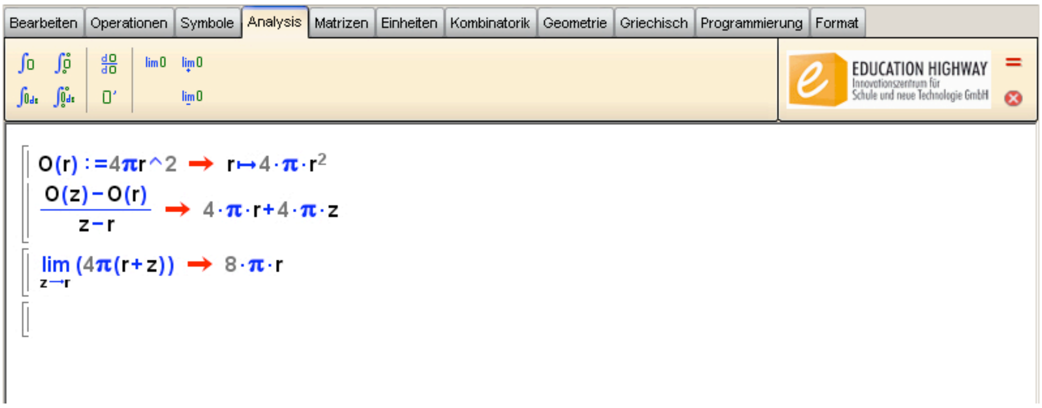


Abbildung 97: Grenzwertberechnung

Nun definiert man sich in der nächsten Zeile des Blocks, in der die Grenzwertberechnung durchgeführt wurde, eine Funktion (hier mit dem Namen „$O2(r)$“) mit der Struktur und Gestalt der Auswertung des Grenzwertes, also $O2(r) = 8\pi r$. Anschließend gibt man in der nächsten Zeile die eben definierte Funktion ein. Anstelle der Variablen gibt man nun gewünschte Werte ein. In diesem Fall $O2(1)$ und $O2(3)$. Nun lässt man alle Eingaben auswerten, liest das Ergebnis ab und kann damit die Antwort auf die im zweiten Teil des Beispiels gestellten Frage geben. Das endgültige Resultat ist in Abbildung 98 auf Seite 102 zu sehen.

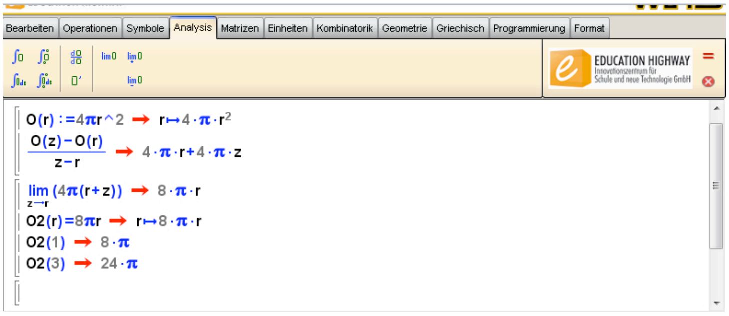


Abbildung 98: Resultat zum Beispiel 2.44

Im nächsten Beispiel wird der Zusammenhang zwischen Differentialquotient und Tangentensteigung graphisch veranschaulicht [20, S. 27]:

Beispiel 2.58 a)

> Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{2}x^2$. An welchen Stellen hat die Funktion die Steigung **3**? Überprüfe das Ergebnis anhand einer Zeichnung.

Zuerst wendet man Eingabetechniken an, welche im vorherigen Beispiel beschrieben wurden, um die Funktion und den Differentialquotient zu definieren. Auch die Definition einer zweiten Funktion (hier $f2(x)$ genannt), um die Auswertung des Differentialquotienten festzuhalten, läuft analog zum vorherigen Beispiel. Neu dazu kommt die Funktion, eine Gleichung zu lösen. Da man die Steigung der Funktion in einem Punkt feststellen soll, muss man zuerst den Punkt nachrechnen, an welcher Stelle der Differentialquotient diese Steigung hat. Damit ist folgende Gleichung zu lösen.

$$f2(3) = x$$

Das Lösen einer Gleichung oder eines Gleichungssystems ist mit einer Hilfestellung des Programms zu realisieren. Man findet sie unter der Registerkarte

„Operationen“ . Dort klickt man auf „Gleichung lösen“ und bekommt die korrekte Eingabe, zum Lösen einer Gleichung. Man muss nun nur mehr die erwarteten Eingaben (wieder mit grüne Kästchen markiert) eintippen und alles auswerten lassen. Abbildung 99 auf Seite 103 zeigt, was nach der Auswertung ausgerechnet wurde.

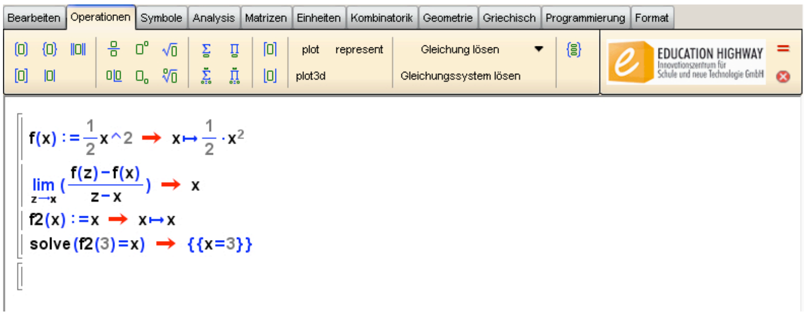


Abbildung 99: Lösen einer Gleichung

Anschließend rechnet man sich mit dem Ergebnis aus der Lösung der Gleichung (hier $x = 3$) den Wert der Funktion f an der Stelle 3 aus. Somit hat man den Punkt, an dem die Funktion die Steigung 3 hat. Um dies zeichnerisch festzuhalten, benötigt man noch die Tangente durch den Punkt $(3|f(3))$. Man braucht daher nur in die Gleichung $f(x) = kx + d$ einsetzen ($f(x) = 4,5, k = 3, x = 3$), das d ausrechnen und eine weitere Funktion definieren (hier $f3(x)$). Abbildung 100 auf Seite 103 zeigt dies anschaulich.

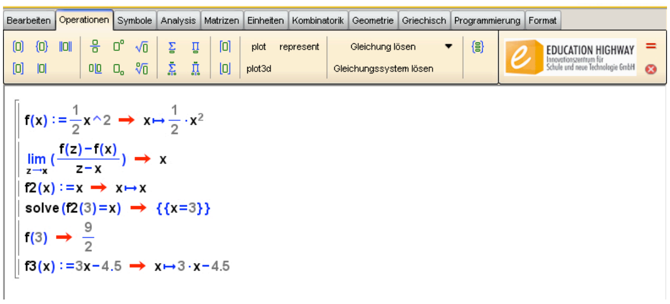


Abbildung 100: Definieren einer Tangente

Als nächstes muss man noch die beiden Funktionen $f(x)$ und $f3(x)$ zeichnen lassen. Dies geht mit dem Befehl „plot“ welcher in der Registerkarte „Operationen“ zu finden ist. Sie dazu Abbildung 101 auf Seite 104.

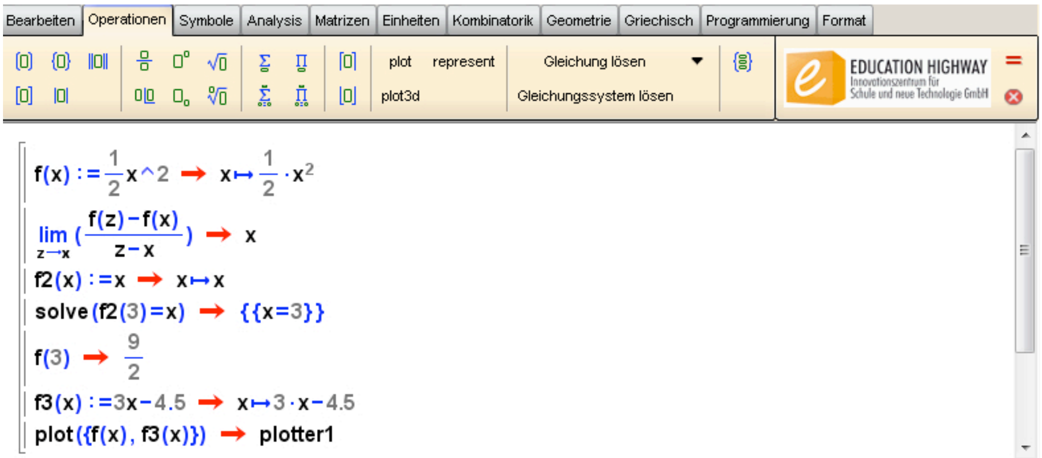


Abbildung 101: Befehl zum Zeichnen von Funktionen

In der nächsten Abbildung 102 auf Seite 104 ist das Fenster zu sehen, das sich nach der Auswertung des Befehls „plot“ öffnet.

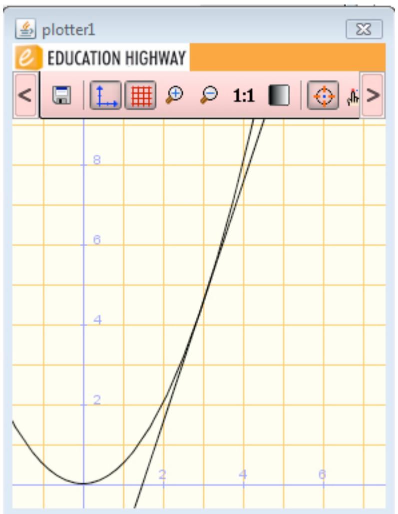


Abbildung 102: Funktionenplotter

In diesem Fenster sind die Funktionen gezeichnet und man kann nun anhand des Koordinatengitters die Steigung der Tangente mittels des Steigungsdreiecks überprüfen.

Berechnen von Ableitungen elementarer Funktionen

Nach dem Kennenlernen des Begriffes der Ableitungsfunktion, sollte man Ableitungen von elementaren Funktionen berechnen. Dazu dient folgendes Beispiel [20, S. 35]:

Beispiel 2.81 a)

> Ermittle die Steigung der Funktion f an der Stelle p.
>
> $f(x) = x^7 - x^2 - 1,\ p = 5$

Es beginnt damit, diese Funktion in Wiris zu definieren. Anschließend verwendet man die Funktion „Differentiate,“ welche in der Registerkarte „Analysis“ in der 2. Zeile, 3. Symbol von links zu finden ist. Es wird dabei wieder eine Eingabe erwartet. In dieses grüne Kästchen schreibt man einfach die Funktion, welche man sich eben definiert hat. Abbildung 103 auf Seite 105 zeigt die Vorgehensweise anschaulich.

Abbildung 103: Eingabe der Funktionsableitung

Nun kann man diese beiden Ausdrücke auswerten lassen. Da aber die Steigung der Funktion in einem gewissen Punkt gefragt ist, verwendet man die Funktion „Differentiate“ in der nächsten Zeile wieder. Jedoch wird dabei die Variable x mit dem gegeben Punkt, hier 5, ersetzt. Wichtig ist dabei, auf die richtige Setzung des Symbols „′“ zu achten. Bei der allgemeinen Ableitung ist es egal, ob man $f(x)'$ oder $f'(x)$ eingibt. Hat man aber statt der Variablen eine Zahl, ist $f'(5)$ einzugeben.

Anschließend werden alle Ausdrücke ausgewertet und man hat als Ergebnis sowohl die Ableitung der Funktion, als auch den Wert der Ableitung der Funktion in dem gegebenen Punkt, welcher der Steigung der Funktion in diesem Punkt entspricht (siehe dazu Abbildung 104 auf Seite 106.)

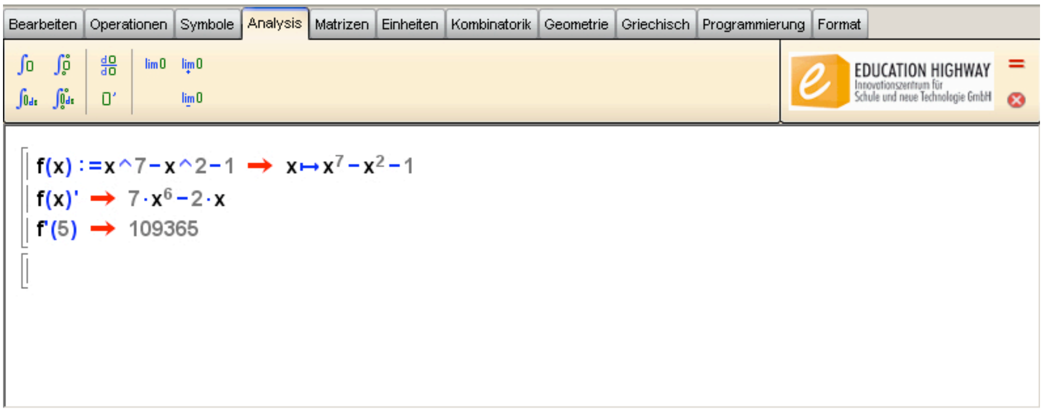


Abbildung 104: Ableitung auswerten

Zweite Ableitung

Höhere Ableitungen lassen sich mit Wiris sehr einfach ausrechnen. Das folgende Beispiel zeigt eine Vorgehensweise [20, S. 40]:

Beispiel 2.111 i)

Berechne $f'(x)$ und $f''(x)$.

$f(x) = 8x^8 + 4x^4 + 2x^2 + 1$

Zuerst geht man wie immer vor und definiert sich diese Funktion. Dann berechnet man, so wie im vorherigen Beispiel die erste Ableitung. Danach geht man sehr intuitiv vor. Man kann entweder noch einmal die Funktion „Differentiate“ anwenden und als Eingabe $f'(x)$ eingeben, oder man gibt gleich händisch $f''(x)$ ein. Nach der Auswertung werden sowohl die erste Ableitung als auch die zweite Ableitung ausgerechnet. Abbildung 105 auf Seite 107 zeigt das Ergebnis dieses Beispiels.

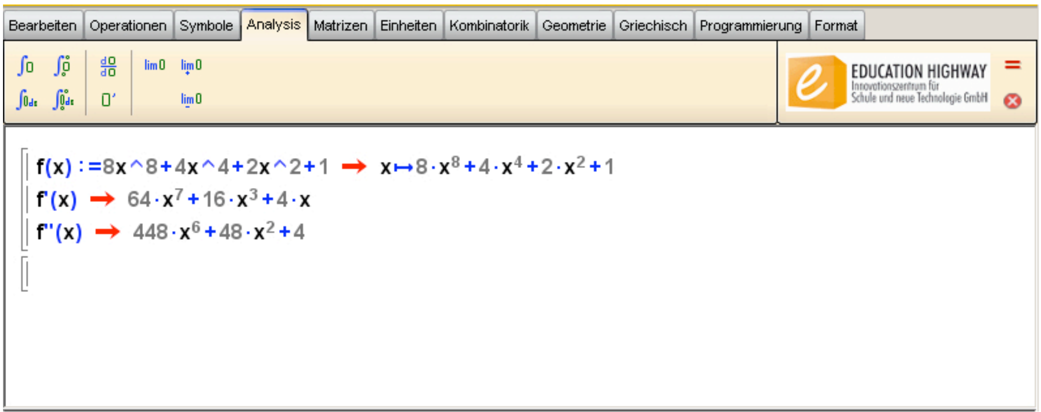


Abbildung 105: Höhere Ableitung auswerten

Weitere Differentiationsregeln

Der nächste Punkt im Lehrplan wäre das Kennenlernen weiterer Differentiationsregeln. Da diese Regeln in einem Computeralgebrasystem implementiert ist, erfährt man als Benutzer eines solchen Programms nichts über die Art und Weise, wie das Programm eine Eingabe auswertet. Der Algorithmus, welcher implementiert ist, wird dem Benutzer nicht gezeigt. Daher kann man nur sagen, dass Beispiele, welche man mit der Produkt- bzw. Quotientenregel ausrechnet, einfach durch Eingabe des Beispiels in ein Computeralgebrasystem auszurechnen sind. Folgendes Beispiel soll nur zeigen, dass es funktioniert [20, S. 82]:

Beispiel 4.04

> An welchen Stellen ist die Funktion f definiert? Bestimme die Ableitung von f.
>
> $f(x) = \frac{3x^2+2}{x^3-1}$

Die Überlegung, an welchen Stellen eine Funktion definiert ist, stellt Wiris an dieser Stelle nicht an. Das Programm errechnet nur die Ableitung der eingegeben Funktion, wie in Abbildung 106 auf Seite 108 zu sehen ist.

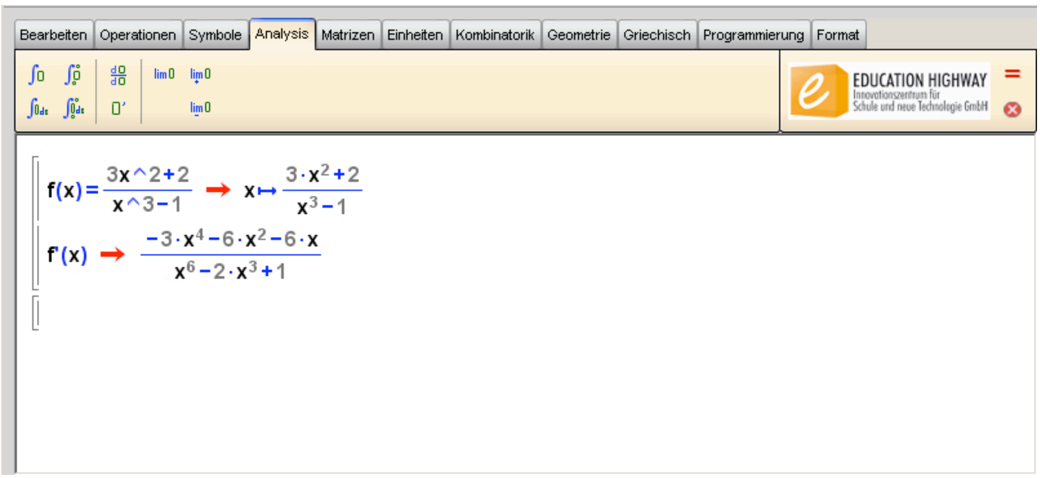


Abbildung 106: Quotientenregel

Weitere Ableitungsregeln, wie zum Beispiel die Kettenregel, und Ableitungen von Wurzel- und Winkelfunktionen, werden hier nicht erwähnt, da die Regeln an sich für das Programm nicht relevant sind. Nach der Eingabe durch den

Benutzer wählt das Programm von selber aus, nach welchen Regeln welche Funktion abgeleitet werden muss.
Ich möchte noch ein Beispiel zum Lösen von Extremwertaufgabe bringen [20, S. 73]:

Beispiel 3.151

> Welches unter allen einem Kreis vom Radius r eingeschriebenen Rechtecken hat den größten Flächeninhalt?

Vorerst betrachtet man die Skizze in Abbildung 107 auf Seite 109.

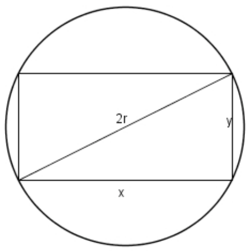


Abbildung 107: Skizze

Daraus lässt sich die Nebenbedingung entnehmen:

$x^2 + y^2 = 4r^2,$
$y = \pm\sqrt{4r^2 - x^2},$
da $y \geq 0$ ist, gilt $y = sqrt4r^2 - x^2$

Die Hauptbedingung ist bei diesem Beispiel $A(x, y) = x \cdot y$. Setzt man die Nebenbedingung in die Formel $A(x, y)$ ein, so ergibt sich:

$$A(x) = x \cdot \sqrt{4r^2 - x^2}$$

Jetzt kann man Wiris benutzen, um diese Funktion zu verarbeiten. Nach der Eingabe der Funktion leitet man diese ab. Man bekommt als Ergebnis

$$\frac{4r^2-2x^2}{\sqrt{4r^2-x^2}}$$

Danach versucht man dieses Ergebnis mit der Funktion „solve“ zu lösen:

$$\text{solve}(A'(x) = 0)$$

Hier tritt eine kleine Problematik auf. Das Programm gibt aus, dass es nicht möglich ist, ein Resultat zu ermitteln. (Anm.: Ich habe dieses Beispiel mit einem anderen Computeralgebrasystem versucht zu lösen. Dabei traten keine Probleme auf.)
Da die Funktion aber nach 0 gelöst werden soll, genügt es, nur den Zähler zu betrachten. Also gibt man in Wiris folgendes ein

$$\text{solve}(4r^2 - 2x^2)$$

oder man markiert sich den Zähler und kopiert ihn in die Funktion „solve.“ Es ist nur darauf zu achten, dass man dem Programm auch angibt, nach welcher Variable gelöst werden soll. Diese Variable schreibt man in den geschwungenen Klammern, hinter dem zu lösenden Ausdruck nach einem Beistrich. In Abbildung 108 auf Seite 110 ist der gesamte Verlauf und das Endergebnis zu sehen.

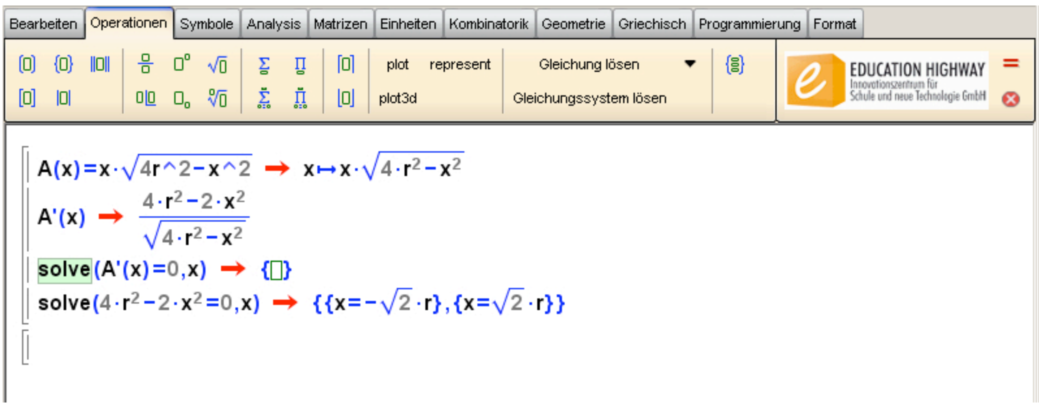


Abbildung 108: Extremwertaufgabe

Unter Berücksichtigung der Extremfälle $x = 0$ und $x = 2r$ ist nun das Ergebnis abzulesen:

> Der größte Flächeninhalt wird durch ein Quadrat der Seitenlänge $r\sqrt{2}$ beschrieben.

Fazit

Man sieht hier recht gut, wie ein Computeralgebrasystem die Schülerin bzw. den Schüler bei der Lösung von Aufgaben unterstützen kann. Speziell Wiris ist meines Erachtens sehr intuitiv aufgebaut. Man kann Funktionen und Anwendungen auf diese Funktionen eingeben, so wie man sie liest und spricht. Es ist nun möglich, mittels Computerunterstützung

- Differentialquotienten
- Tangentensteigungen
- Ableitungen und
- Extremwertaufgaben

zu berechnen. Beim letzten Punkt (Extremwertaufgaben) stößt man mit Wiris im letzten Beispiel auf eine Fehlermeldung, wie schon weiter oben beschrieben. Auf dieses konkrete Probleme werde ich im nächsten Kapitel über die Bewertung der Programme näher eingehen.

3.7.3 Nichtlineare analytische Geometrie

So wie in der 5. und 6. Klasse würde ich für Themen über Geometrie das Programm GeoGebra empfehlen, da unter anderem das „Schneiden von Kreisen bzw. Kegelschnittslinien mit Geraden, Ermitteln von Tangenten“ gelehrt wird. Wie schon in den anderen Geometriekapiteln erwähnt, kann man mit dem Programm geometrische Figuren diverser Arten leicht eingeben und darstellen lassen.

3.7.4 Stochastik

In der 7. Klasse geht es im Kapitel Stochastik auch um das „Kennen der Zusammenhänge von relativen Häufigkeitsverteilungen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen; von Mittelwert und Erwartungswert sowie von empirischer Varianz.“ Dafür empfehle ich, so wie in der 6. Klasse beim Thema Stochastik, das Programm Microsoft Excel 2007, da man dabei vordefinierte Funktionen, zum Beispiel für den Mittelwert, zur Verfügung hat.

3.8 8. Klasse

Der Lehrplan der 8. Klasse enthält folgende Themengebiete:

- Integralrechnung
- Dynamische Prozesse
- Stochastik
- Wiederholung

3.8.1 Integralrechnung

Für das wahrscheinlich größte Thema der 8. Klasse würde ich ein Computeralgebrasystem zur Unterstützung vorschlagen. Ich werde hier anhand des Programms Mathematica Beispiele für die verschiedenen Bereiche der Integralrechnung bringen, um die Funktionsweise zu beschreiben. Dazu entnehme ich Beispiele aus dem Buch „Mathematik verstehen 8“ [21].

Ermitteln von Stammfunktionen

Im ersten Beispiel ist die Stammfunktion einer gegebenen Funktion zu ermitteln [21, S. 11]:

Beispiel 1.13 e)

> Ermittle eine Stammfunktion der Funktion f.
> $f(x) = 4x^6 + 2x^4 - x^2 + 5$

Zu Beginn muss man sich diese Funktion in Mathematica definieren. Entweder tippt man

$$f[x\_] = 4x^6 + 2x^4 - x^2 + 5$$

ein, oder

$$f[x\_] := 4x^6 + 2x^4 - x^2 + 5$$

Zu beachten ist dabei, dass die Variable „x“ in eckigen Klammern geschrieben werden muss und dass nach der Variable ein Unterstrich folgt. Der Unterschied zwischen den beiden eben beschriebenen Eingaben ist das Symbol „:“ vor „=“ . In beiden Fällen wird die Funktion $f[x\_]$ zugewiesen, jedoch wird im ersten Fall, ohne „:“ die Funktion ausgegeben und im zweiten Fall, mit „:“ die Ausgabe der Funktion unterbunden bzw. verborgen.
Nachdem die Funktion eingegeben wurde, muss man die Eingabe auswerten lassen. Dies geht bei Mathematica mittels der Tastatur durch Drücken der Tasten SHIFT und Enter.
Abbildung 109 auf Seite 114 zeigt die richtige Eingabe für dieses Beispiel.

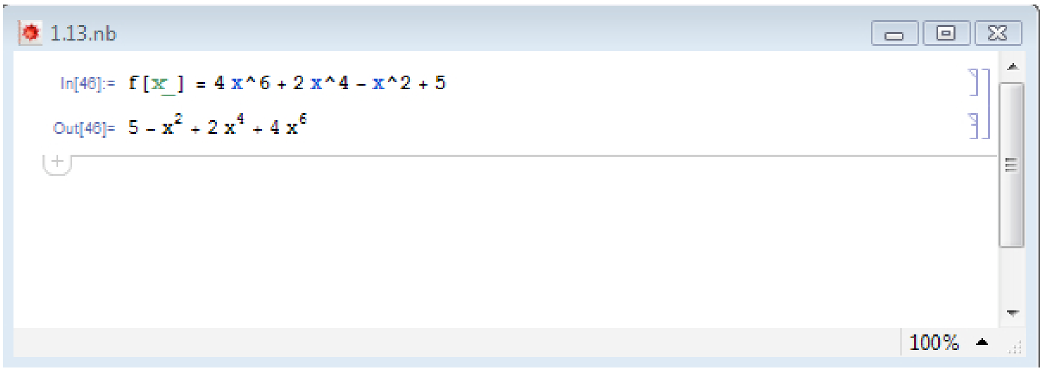


Abbildung 109: Funktion eingeben

Jetzt wurde diese Funktion $f[x\_]$ zugewiesen und man kann damit weiterarbeiten. Um nun die Stammfunktion zu ermitteln, benötigt man das Integral dieser Funktion. Dafür tippt man in das Programm das Wort „Integrate“ gefolgt von eckigen Klammern ein. Solche vordefinierten Funktionen und Anweisungen werden in Mathematica immer mit einem großen Anfangsbuchstaben und restlichen Kleinbuchstaben gefolgt von eckigen Klammern geschrieben. Innerhalb dieser eckigen Klammern muss man die Funktion schreiben, auf die man sich bezieht bzw. auf die man die Funktion (hier das Integral) anwenden möchte. „Integrate“ verlangt noch einen zweiten Parameter, nämlich eine Variable, auf welche sich das Integral bezieht. Also ist für dieses Beispiel folgendes einzugeben (der Unterstrich nach der Variable ist nur bei der Definition der Funktion wichtig):

$$Integrate[f[x], x]$$

In Abbildung 110 auf Seite 115 ist zu sehen, wie sich das Integral ausrechnen lässt. (Anm.: Links neben den Ein- und Ausgaben steht immer entweder „In[1]“ oder „OUT[1].“ Damit wird gekennzeichnet, was eine Eingabe und was eine Ausgabe ist. Die Nummer in den eckigen Klammern ist eine Laufnummer, welche sich automatisch mit jeder Eingabe und Ausgabe erhöht.

Damit kann man auch jeder Eingabe die dazugehörige Ausgabe zuordnen, da sie die selbe Nummer haben.)

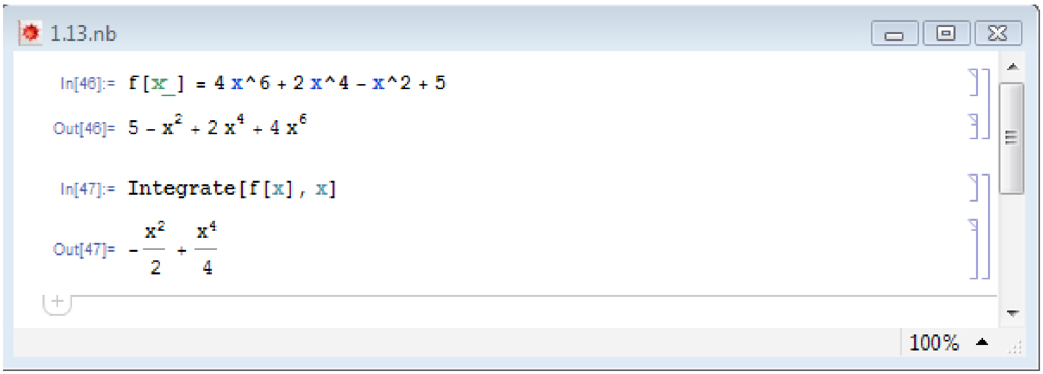


Abbildung 110: Stammfunktion ermitteln

Bestimmtes Integral

Um nun die Integralrechnung zu erweitern, kann man mit Mathematica nicht nur eine Stammfunktion ermitteln, sondern auch das bestimmte Integral ausrechnen lassen. Das folgende Beispiel soll dies veranschaulichen [21, S. 24]:

Beispiel 1.45 a)

Berechne:

$$\int_1^2 (\sqrt[3]{x} - 3\sqrt[3]{x^2})dx$$

Man kann nun entweder „Integrate“ direkt auf eine Eingabe anwenden, oder definiert sich vorher diese Funktion. Ich wähle hier den etwas längeren Weg und definiere mir zuerst die Funktion $\sqrt[3]{x} - 3\sqrt[3]{x^2}$.

Für die Eingabe ist es hier entscheidend zu wissen, wie man Wurzeln in Mathematica eingibt. Im Grunde gibt es eine vordefinierte Funktion: „Sqrt[].“ Jedoch können damit nur die Quadratwurzel ermittelt werden. Um, wie in diesem Beispiel verlangt, $\sqrt[3]{x}$ einzugeben, muss man dies mit der Potenzschreibweise umgehen. Allgemein gilt:

$$\sqrt[n]{x^a} = x^{\frac{a}{n}}$$

Also muss man bei diesem Beispiel $\sqrt[3]{x}$ durch $x^{\frac{1}{3}}$ eingeben, wobei die Potenz mit dem Symbol „ˆ" eingeleitet und die Division in der Potenz in Klammern gesetzt werden muss. Analog verfährt man mit $\sqrt[3]{x^2}$. Abbildung 111 auf Seite 116 veranschaulicht diese Eingabe.

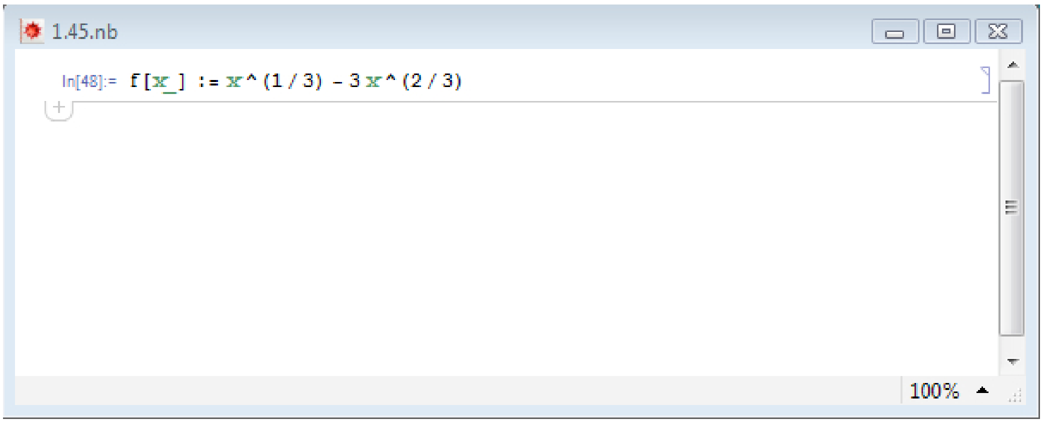


Abbildung 111: Wurzel eingeben

Nachdem die Funktion richtig eingetippt wurde, ist nun, wie beim vorherigen Beispiel, die Integralfunktion anzuwenden. Dabei ist aber zu beachten, dass man dazu Grenzen angeben muss. Daher erweitert sich die Eingabe der Integralfunktion um ein paar Zeichen. Vorher hatte man nur

$$Integrate[f[x], x].$$

Jetzt muss man die Variable x mit geschwungenen Klammern umgeben und innerhalb dieser Klammern die Grenzen mit Beistrichen getrennt eingeben.

$$Integrate[f[x],\{x, 1, 2\}].$$

Da es sein kann, dass Mathematica nicht immer nummerische Werte ausgibt, kann man dies erzwingen. Wenn man bei diesem Beispiel die gesamte Anweisung mit eckigen Klammern umgibt, davor „N“ schreibt und danach den gesamten Ausdruck auswerten lässt, wird der nummerische Wert ausgegeben.

$$N[Integrate[f[x],\{x,1,2\}]].$$

Es gibt auch noch eine weitere Methode, damit eine Eingabe nicht zu überladen und unübersichtlich wird. Nach der Definition der Funktion und der Anwendung der Integralfunktion, kann man in der nächsten Zeile folgendes schreiben:

N[%]

Damit wird die vordefinierte Funktion „N“ auf den letzten Ausdruck angewendet. Das Symbol „%“ verweist somit auf den letzten ausgewerteten Ausdruck. Abbildung 112 auf Seite 117 zeigt den gesamten Ablauf und das Ergebnis.

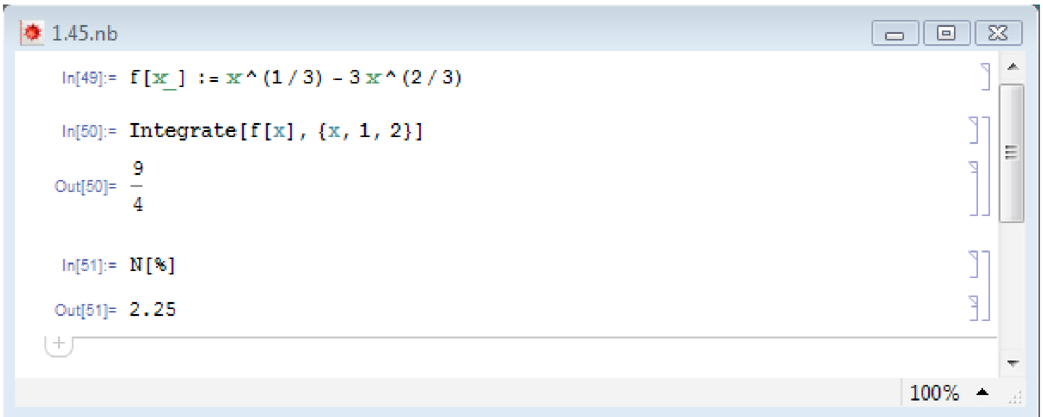


Abbildung 112: Bestimmtes Integral

Zusammenhang zwischen Differenzieren und Integrieren

Der nächste Punkt behandelt den Zusammenhang der Differentiation und der Integration. Dazu dient folgendes Beispiel [21, S. 59]:

Beispiel 3.01 b)

> Bilde die Integralfunktion I von f bezüglich $a = 0$. Differenziere das Ergebnis und zeige, dass sich die ursprüngliche Funktion f ergibt.
>
> $f(x) = x^2 - x + 1$

Zuerst wird wie bei den vorherigen Beispielen vorgegangen. Man definiert sich diese Funktion und wendet die Integralfunktion darauf an. Nun kann man wieder das Symbol „%“ verwenden um das Ergebnis zu differenzieren. Um eine Funktion mit Mathematica zu differenzieren, gibt es ähnlich zur Integration eine vordefinierte Funktion:

$$D[f[x], x]$$

Hier ist $f[x]$ durch das Symbol „%“ zu ersetzen, damit der letzte Ausdruck verwendet wird. Die Variable x nach dem Beistrich kennzeichnet, nach welcher Variable differenziert wird (siehe Abbildung 113 auf Seite 118.)

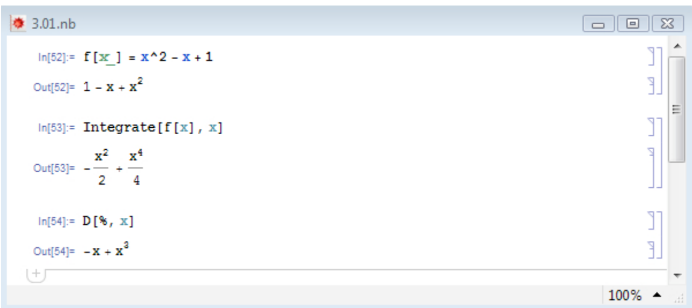


Abbildung 113: Zusammenhang zwischen Differenzial und Integral

Dabei kann das Ergebnis mit der ursprünglichen Funktion verglichen werden.

Integrationsregeln

Hier sei erwähnt, dass Mathematica im Hintergrund mit den Integrationsregeln vertraut ist. Analog wie beim Differenzieren in der 7. Klasse mit dem Programm Wiris bekommt die Schülerin bzw. der Schüler nicht mit, nach welchen Regeln Mathematica integriert. Es wird lediglich das Eergebnis ausgegeben. Folgendes Beispiel zeigt dies [21, S. 62]:

Beispiel 4.09 d)

> Berechne durch eine geeignete Substitution.
>
> $$\int_{\frac{\pi}{9}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{cos x}{\sqrt{sin x}} dx$$

Abbildung 114 auf Seite 119 zeigt die gesamte Vorgehensweise.

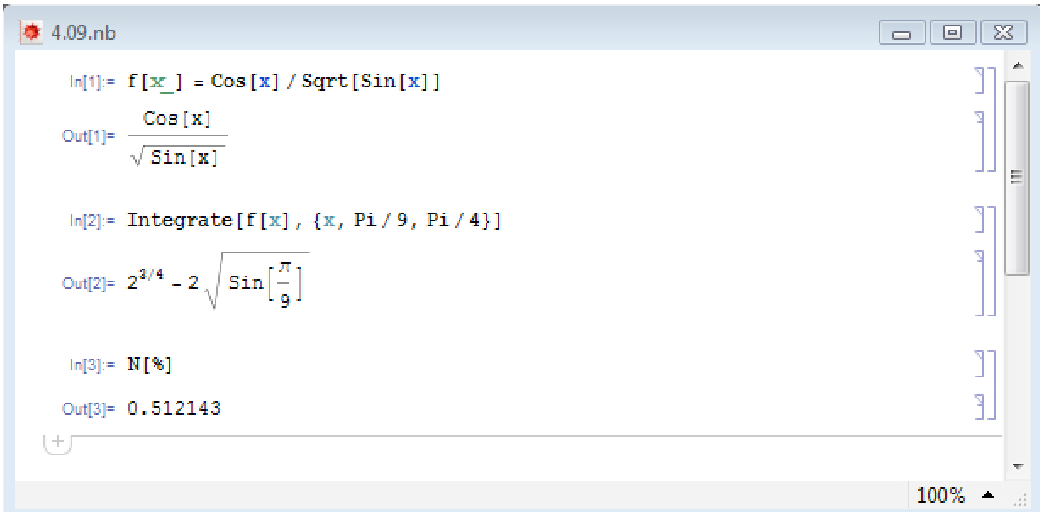


Abbildung 114: Integralregel: Substitution

Hier wird für die Quadratwurzel die vordefinierte Funktion „Sqrt“ verwendet. Außerdem kann an diesem Beispiel gesehen werden, wie man die Winkelfunktionen eingeben muss und wie man die Konstante π bekommt. Am Schluss wird wieder der nummerische Wert ermittelt.

Bei der partiellen Integration läuft es analog wie bei der Integration mit Substitution ab. Die Schülerin bzw. der Schüler tippt die Funktion in das Programm ein und lässt diese integrieren. Wie schon erwähnt, verwendet Mathematica automatisch die richtige Integrationsregel und gibt das Ergebnis aus. Abbildung 115 auf Seite 120 zeigt, wie ein Beispiel, welches mit partieller Integration zu lösen ist, im Programm gelöst wird. Dabei sieht man auch, wie die Exponentialfunktion in Mathematica eingegeben wird.

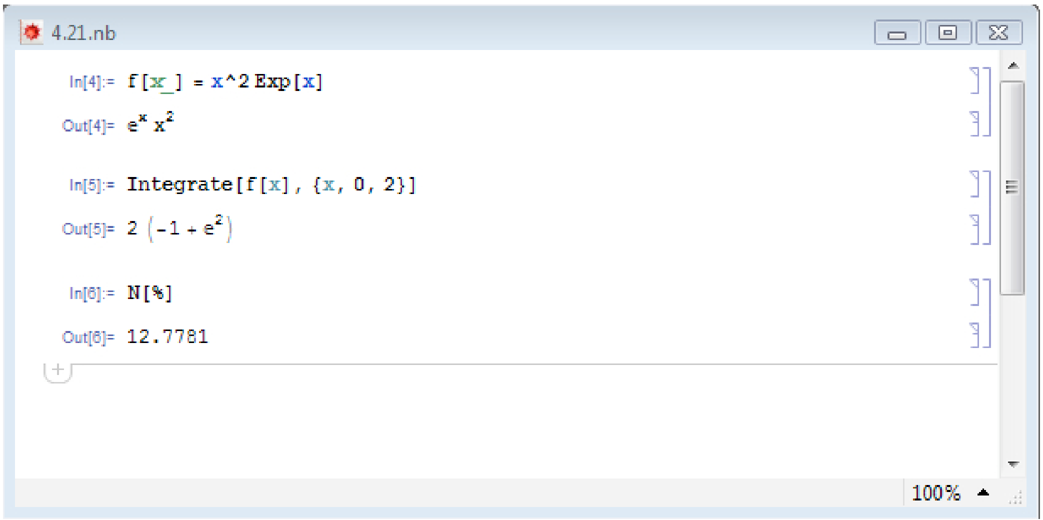


Abbildung 115: Integralregel: Partielle Integration

Flächeninhalt, Volumen und physikalische Deutung

Das nächste Beispiel beinhaltet die Errechnung des **Flächeninhaltes** [21, S. 29]:

Beispiel 2.09 a)

> Berechne den Inhalt der Fläche, die von dem Teil des Graphen der Funktion f, der oberhalb der 1. Achse liegt, und der 1. Achse eingeschlossen wird.
> $f(x) = x(x^2 - 1)$

Nach der erfolgreichen Eingabe, sollte man sich diese Funktion zeichnen lassen. Dafür hat Mathematica die vordefinierte Funktion „Plot“ vorgesehen. Die Eingabeparameter sind ähnlich die der Integration: zuerst die Funktion, welche zu zeichnen ist und dann in geschwungenen Klammern die Variable und die Grenzen auf der 1. Achse. Danach sollte man sich ausrechnen lassen, an welchen Stellen die Funktion die 1. Achse schneidet. Dafür verwendet man die vordefinierte Funktion „Solve“ und gibt folgendes ein:

$$Solve[f[x] == 0, x]$$

Hier wird zweimal das Symbol „=“ benötigt, da es sich hier um eine Art Vergleich und keine Zuweisung handelt. Die Variable gibt an, nach welcher Variable gelöst werden soll. Abbildung 116 auf Seite 122 zeigt diese Vorgehensweise systematisch Punkt für Punkt. Durch einen Blick auf den gezeichneten Graphen im Ergebnis kann die obere und untere Grenze für die Integration abgelesen werden.

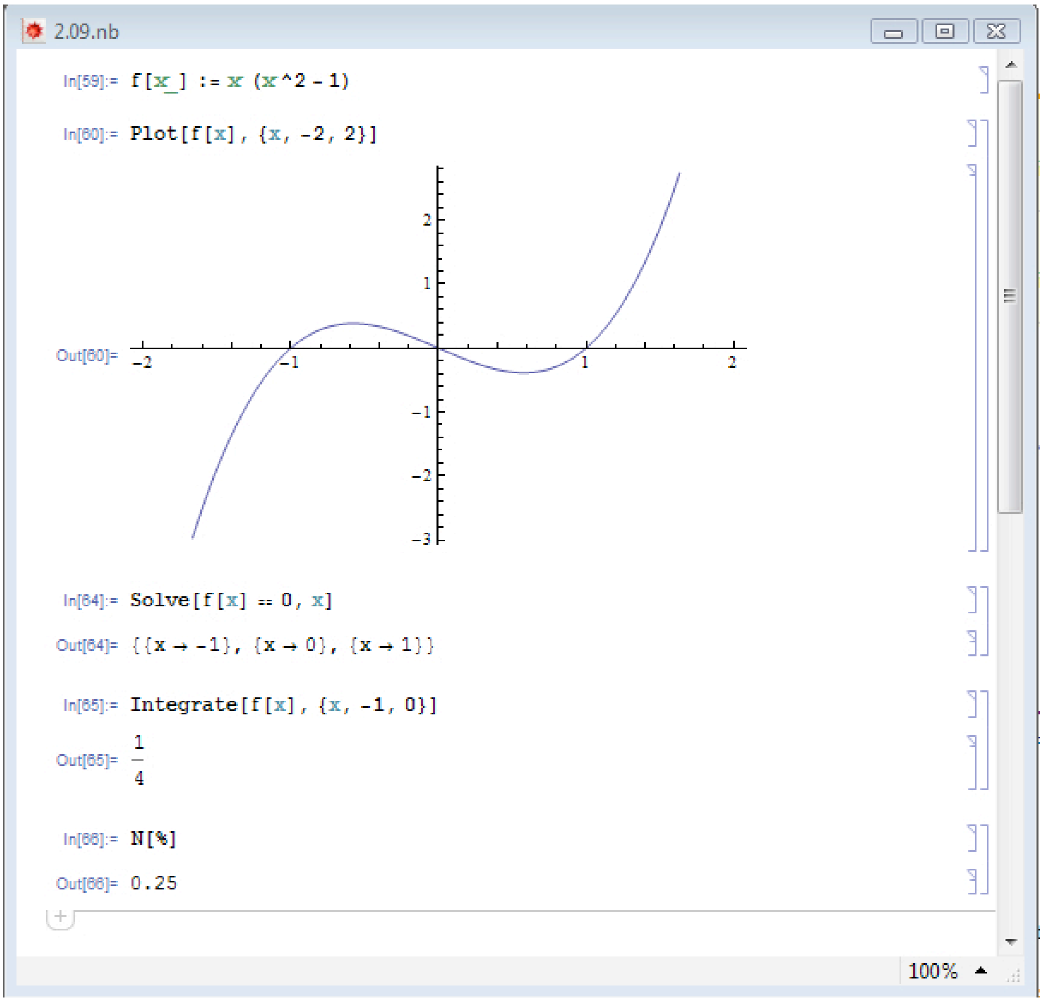
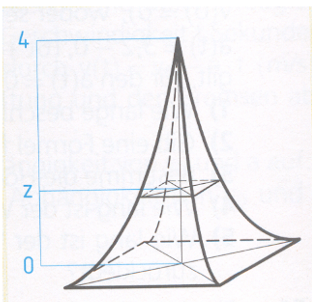


Abbildung 116: Flächenberechnung

Für die **Volumsberechnung** betrachtet man folgendes Beispiel: [21, S. 36]

Beispiel 2.54

Der nebenstehend abgebildete Körper K hat die Höhe 4. Die Querschnittsfläche ist in jeder Höhe $z \in [0; 4]$ mit der Diagonalenlänge $d(z) = 8 - 4\sqrt{z}$. Berechne das Volumen.



Um dieses Beispiel zu lösen, muss man sich vorher ein wenig Gedanken über die Funktion machen, da hier nur die Diagonalenlänge gegeben ist, aber der Flächeninhalt benötigt wird. Nach dem pythagoreischen Lehrsatz gilt:

$$d^2(z) = 2a^2(z)$$

wobei $a(z)$ die Seitenlänge des Schnittquadrates in der Höhe z ist. Daher kann man über den Flächeninhalt des Schnittquadrates in der Höhe z folgendes sagen:

$$A(z) = a^2(z) = \frac{1}{2} \cdot d^2(z) = \frac{1}{2}(8 - 4\sqrt{z})^2 = 32 - 32\sqrt{z} + 8z$$

Da die Querschnittsflächenfunktion A als Summe stetiger Funktionen stetig in $[0; 4]$ ist, gilt:

$$V(K) = \int_0^4 A(z)dz$$

Dieses Integral kann man nun einfach mit Mathematica ausrechnen lassen und das Ergebnis ablesen, so wie in Abbildung 117 auf Seite 123 zu sehen ist.

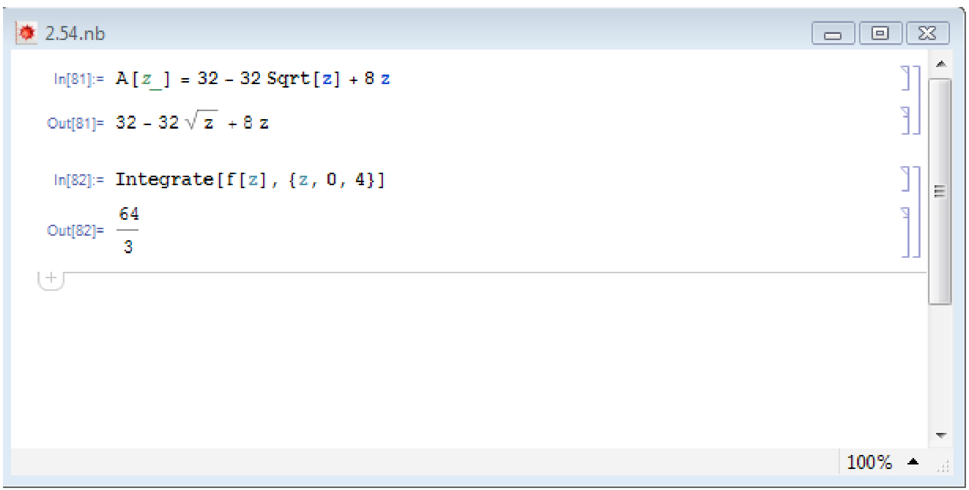
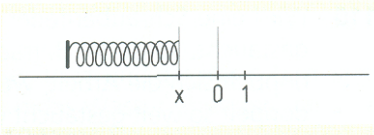


Abbildung 117: Volumenberechnung

Auch Aufgaben des **physikalischen Themenbereichs** können mit Mathematica gelöst werden. Folgendes Beispiel zeigt dies [21, S. 51]:

Beispiel 2.107

Wird eine Schraubenfeder wie in nebenstehender Abbildung aus ihrer Ruhelage 0 bis zur Lage x gestaucht, so ist der Betrag der rücktreibenden Kraft gegeben durch $F(x) = -k \cdot x$. Dabei ist die positive Zahl k die so genannte Federkonstante, die vom Material und der Bauart der Feder abhängt.



Eine Schraubenfeder mit der Federkonstanten $k = 400\frac{N}{m}$ werde von der Gleichgewichtslage 0 ist zur Lage x=-0,05m gestaucht. Wie groß ist die Arbeit, die die Feder verrichtet, wenn sie sich wieder bist zur Ruhelage ausdehnt?

Nach einer kurzen Überlegung stellt man folgendes fest:

$$F(x) = -400 \cdot x$$
$$W(-0.05;0) = \int\limits_{-0{,}05}^{0} F(x)dx$$

Gibt man die Funktion $F(x)$ in Mathematica ein, braucht man sie nur noch integrieren und bekommt sofort das Ergebnis geliefert. Abbildung 118 auf Seite 125 zeigt dies.

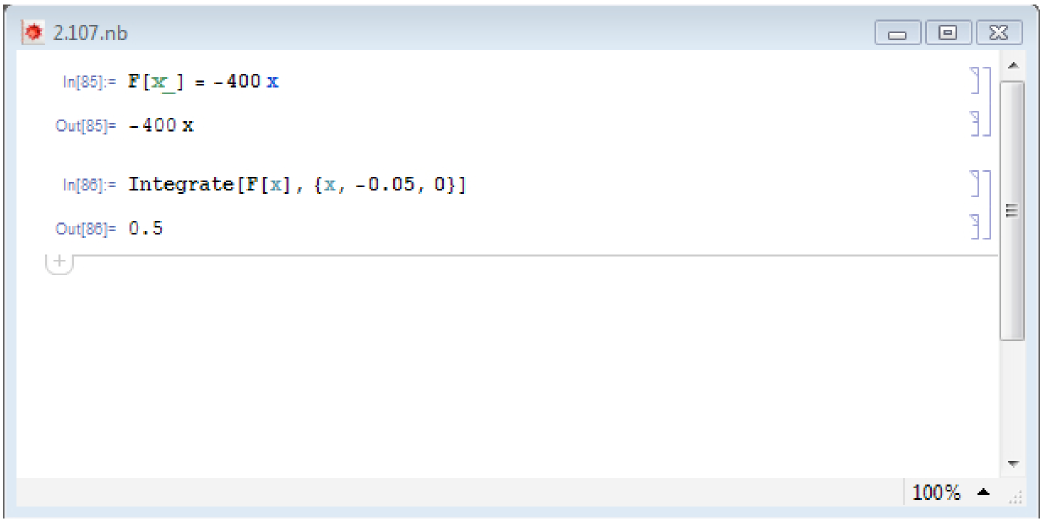


Abbildung 118: Arbeit der Feder

Fazit

Anhand dieser Beispiele ist zu erkennen, wie Mathematica für die verschiedensten Aufgabenbereiche bei der Integration angewendet werden kann. Es ist möglich

- Stammfunktionen zu bilden
- bestimmte Integrale zu ermitteln
- den Zusammenhang zwischen Differenzieren und Integrieren zu verdeutlichen
- und verschiedene Deutungen des Integrals auszurechnen.

Man kann somit auch mit einem sehr weit entwickelten und auch in anderen Bereichen verwendeten Computeralgebrasystem die einen und anderen Rechenoperationen dem Computer überlassen.

3.8.2 Dynamische Prozesse

Dabei geht es beispielsweise um das „Beschreiben von Systemen mit Hilfe von Wirkungsdiagrammen, Flussdiagrammen, Differenzengleichungen oder Differentialgleichungen.“ Dafür würde ich Microsoft Excel empfehlen, da man damit gut mit Gleichungen und Diagrammen agieren kann. Außerdem ist es möglich, durch die Tabellenstruktur mit einer großen Anzahl an Datensätzen organisiert umzugehen und sich leicht einen Überblick zu verschaffen.

3.8.3 Stochastik

In der letzten Klasse werden bei diesem Thema weitere Begriffe der Stochastik durchgenommen: „Kennen der Begriffe stetige Zufallsvariable und stetige Verteilung.“ Genau wie in der 6. und 7. Klasse würde ich vorschlagen, auch hier mit Microsoft Excel zu hantieren. Die Gründe liegen im Funktionsumfang dieses Programms. Man kann zum Beispiel, so wie bei den dynamischen Prozessen, eine große Menge an gesammelten Daten ver- und auswerten.

3.8.4 Wiederholung

Da es sich bei der 8. Klasse um die letzte Klasse vor der Matura handelt, steht auch ein „umfassendes Wiederholen, Vertiefen und Vernetzen von Stoffgebieten“ auf dem Programm. Dafür kann man natürlich auf alle beschriebenen Programme zurückgreifen, um so jedes Stoffgebiet noch einmal zu beleuchten.

3.9 Moodle

Als letzten Punkt des zweiten Kapitels werde ich die Verwendung des Programms Moodle vorstellen und eine geplante Unterrichtssequenz unter Verwendung dieses Programms und GeoGebra beschreiben. Die Unterrichtssequenz behandelt das Thema „Geraden in $\mathbb{R}^2$.“ Die Theorie und Beispiele dazu entnehme ich aus dem Schulbuch „Mathematik verstehen 5“ [17].

3.9.1 Verwendung

Moodle kann über die Homepage „http://moodle.org“ heruntergeladen werden. Man benötigt zusätzlich für die gesamte Verwendung einen Webspace, da Moodle eine Onlineplattform ist. Ich gehe nun davon aus, dass eine Schule einen Webspace besitzt, auf dem das Programm geladen und installiert werden kann. Ich habe mir für diese Demonstration auf dem Webspace der Universität Wien unter meinem eigenen Account eine Moodleplattform installiert und eingerichtet [22].
Nach erfolgreicher Installation, Einrichtung und Anmeldung, gelangt man zu einer vorerst leeren Startseite (siehe Abbildung 119 auf Seite 127.)

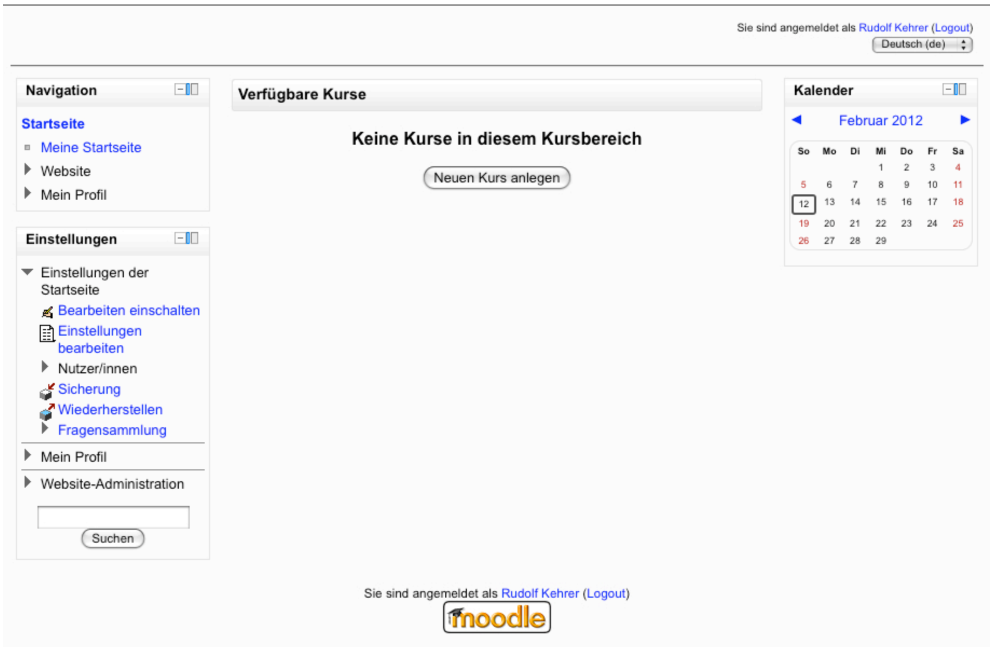


Abbildung 119: Startseite von Moodle

Nun kann man als erstes einen neuen Kurs erstellen. Durch Drücken auf „Neuen Kurs anlegen“ kommt man auf eine Seite, auf der man die Grundeinträge wie Kursname, Kursbeschreibung, Kursbeginn, Anzahl der Wochen pro Thema, usw. angibt. Ich habe mir für die nachfolgende Unterrichtssequenz einen Kurs angelegt mit der Bezeichnung: „Geraden in der Ebene.“ Nach erfolgreicher Erstellung des Kurses, wird man auf eine Seite weitergeleitet, durch die man schon vorhandene Benutzer diesem Kurs zuteilen kann. Um nun neue Benutzer anzulegen, klickt man in der linken Spalte auf „Website-Administration.“ Dabei wird die Spalte verlängert und man klickt auf „Nutzerkonten.“ Dann klickt man nochmal auf die zweite Schaltfläche „Nutzerkonten“ und dort wiederum auf „Nutzer/in anlegen.“ Dies öffnet eine Seite, in der nun die Daten einer neuen Nutzerin bzw. eines neuen Nutzers anzugeben sind (siehe dazu Abbildung 120 auf Seite 128.)

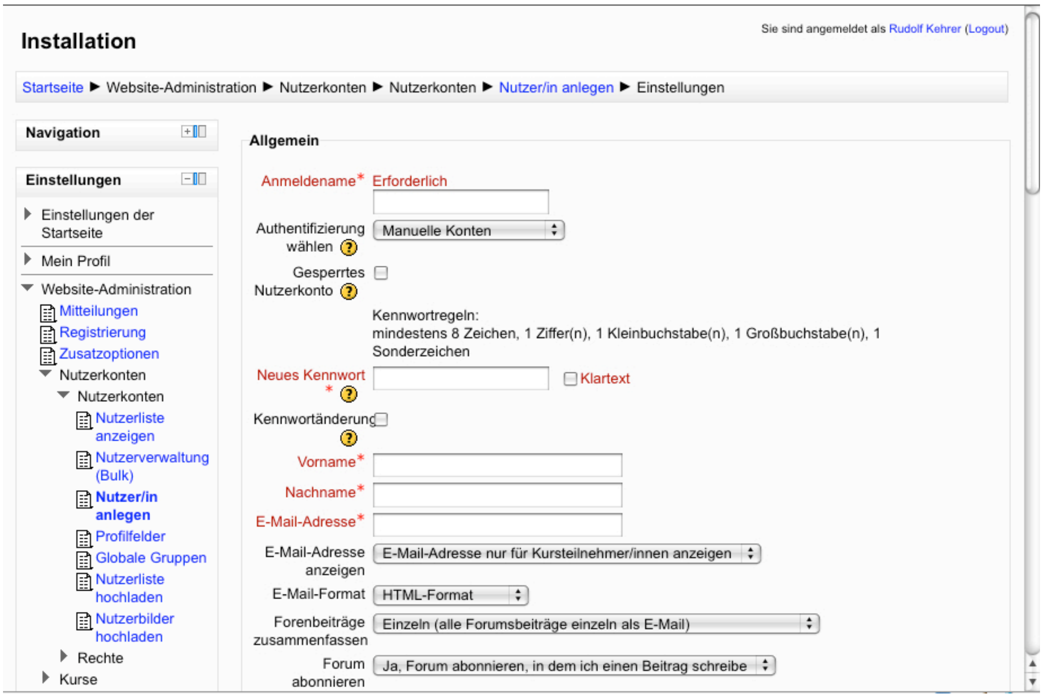


Abbildung 120: Nutzer/in anlegen

Zu Testzwecken habe ich einen Benutzer Angelegt mit dem Namen „testschueler.“ Nun kann ich diesen angelegten Benutzer zu meinem Kurs hinzufügen. Bei Moodle heißt dieser Vorgang „Nutzer/innen einschreiben.“ Dazu muss ich zu meinem Kurs wechseln und unter „Einstellungen - Nutzer/innen - Eingeschrieben Nutzer/innen“ diesen Benutzer hinzufügen.

Um nun meinen Kurs zu bearbeiten und Inhalte hinzuzufügen, muss man in der linken Spalte unter „Einstellungen“ auf die Schaltfläche „Bearbeiten einschalten“ klicken. Da ich bei der Erstellung des Kurses angegeben habe, dass dieser Kurs zwei Wochen dauern wird, wurde der Kurs bereits unterteilt und nach Datum sortiert, zu sehen in Abbildung 121 auf Seite 129.

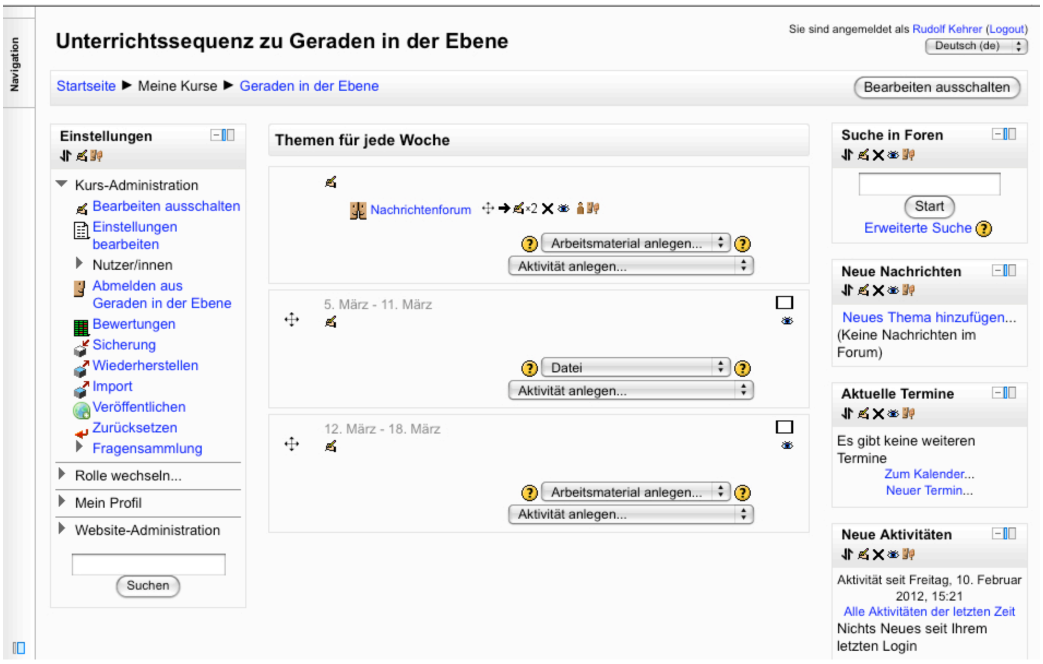


Abbildung 121: Kurs bearbeiten

Hier kann man nun für den gesamten Kurs ein Nachrichtenforum einrichten, Arbeitsmaterialien anlegen und Aktivitäten bestimmen. Arbeitsmaterialien und Aktivitäten können zusätzlich auch für jede Woche einzeln erstellt wer-

den.
„Arbeitsmaterialien ermöglichen es nahezu jede Art von Inhalten, die im Browser genutzt werden können, in den Kursen zuverwenden.“ Darunter fallen:

- Datei
- IMS-Content
- Textfeld
- Textseite
- URL/Link
- Verzeichnis

Unter Aktivitäten versteht man „[...] z.B. Foren, Tests und Wikis enthalten interaktiven Inhalt, der in den Kurs eingefügt wird.“ Dazu zählen zum Beispiel:

- Abstimmung
- Aufgaben
  - Online - Dateien hochladen
  - Online - Texteingabe
  - Online - Eine Datei hochladen
  - Offline - Aktivität
- Chat
- Datenbank

Zu jedem Arbeitsmaterial und zu jeder Aktivität kann man eine Beschreibung abgeben, damit die Kursteilnehmerinnen und Kursteilnehmer wissen, was zu tun ist.

3.9.2 Unterrichtssequenz

Im Folgenden werde ich eine Unterrichtssequenz über das Themengebiet „Geraden in $\mathbb{R}^2$“ vorstellen und dabei die Kursteilnehmerinnen und Kursteilnehmer als Schülerinnen und Schüler bezeichnen. Unter diesem Themengebiet fallen folgende Punkte:

- Parameterdarstellung einer Geraden in $\mathbb{R}^2$
- Gegenseitige Lage und Schnitt von Geraden in $\mathbb{R}^2$
- Winkelmaß zweier Geraden
- Normalvektordarstellung einer Geraden in $\mathbb{R}^2$
- Normalprojektion; Abstand eines Punktes von einer Geraden

Allgemeiner Teil

Der Grundstein für diese Unterrichtssequenz wurde durch die Erstellung des Kurses „Geraden in der Ebene“ schon gelegt. Als Nächstes werde ich im allgemeinen Bereich ein Textfeld generieren, um zu überprüfen, was die Schülerinnen und Schüler über Geraden in der Ebene wissen. Diese Aufgabe müssen sie am ersten Tag erledigen; diese dient zur Überprüfung des Wissensstandes jeder einzelnen Schülerin bzw. jedes einzelnen Schülers. In Abbildung 122 auf Seite 132 sieht man die Bearbeitung einer Aufgabe. Dabei ist zum Beispiel zu erkennen, dass man ein Gültigkeitsdatum eingeben kann, ab wann diese Aufgabe verfügbar ist bzw. bis wann diese Aufgabe erledigt werden muss. Pflichteingaben sind dabei der Name der Aufgabe und die Beschreibung, welche zur besseren Erkennung rot markiert sind.

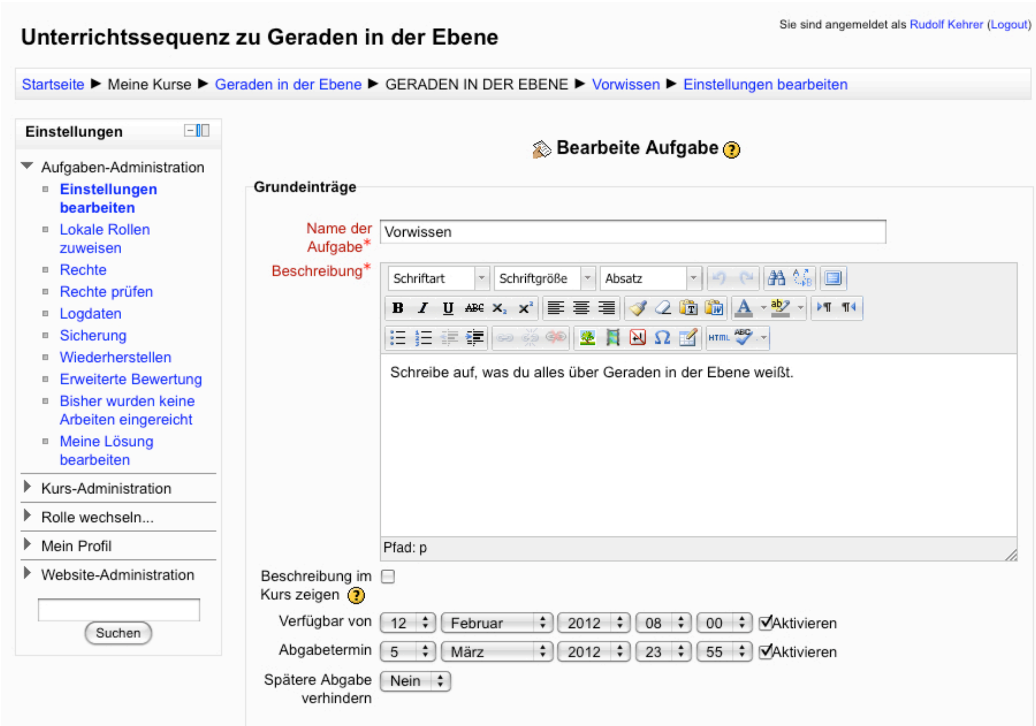


Abbildung 122: Aufgabe bearbeiten

Für die Theorie habe ich in einer Datei diverse Definitionen und Sätze zusammengefasst, welche die Schülerinnen und Schüler zur Bearbeitung der anstehenden Aufgaben benötigen. Diese Datei wurde in Moodle hochgeladen, damit alle Schülerinnen und Schüler dieses Kurses Zugang zu dieser Datei haben. In Abbildung 123 auf Seite 133 sieht man den aktuellen Stand des Kurses. Der Inhalt der Datei „Theorie für Geraden in der Ebene“ findet sich außerdem im Anhang. Diesen Inhalt habe ich übernommen aus dem Buch [17, S. 246 - 265].

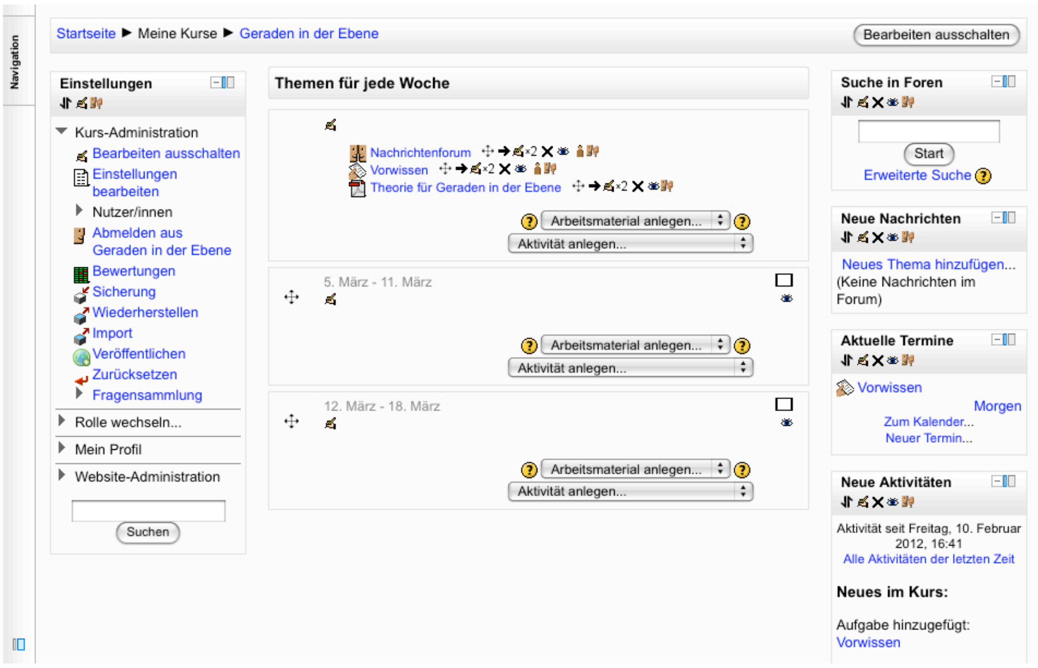


Abbildung 123: Kurs mit allgemeinem Inhalt

Erste Woche

Nun komme ich zur Einteilung der ersten Woche. Hier sollen die Schülerinnen und Schüler folgende Punkte abarbeiten:

- Parameterdarstellung
- Gegenseitige Lage zweier Geraden
- Normalvektordarstellung

Für die Parameterdarstellung habe ich die Aktivität „Online - eine Datei hochladen“ erstellt. Dabei ist beschrieben, dass die Schülerinnen und Schüler das Programm GeoGebra öffnen und die angegebenen Geraden in Parameterdarstellung zeichnen sollen. Die damit erstellte Datei sollen sie anschließend hochladen. Abbildung 124 auf Seite 134 zeigt die Bearbeitung der ersten Aufgabe der ersten Woche.

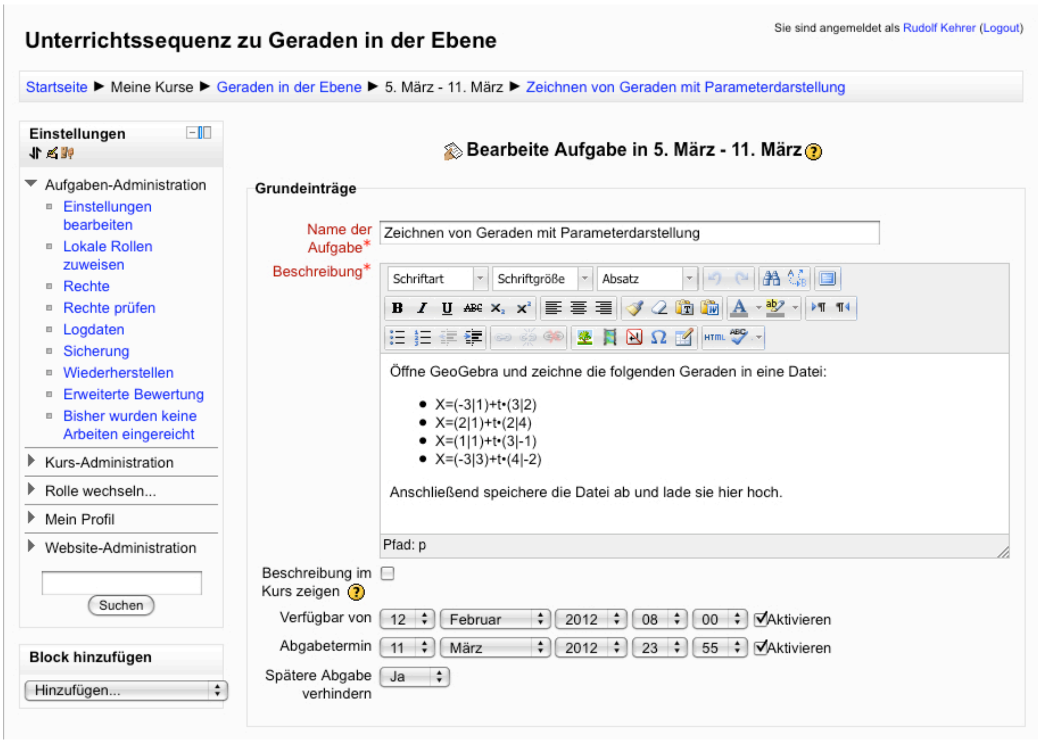
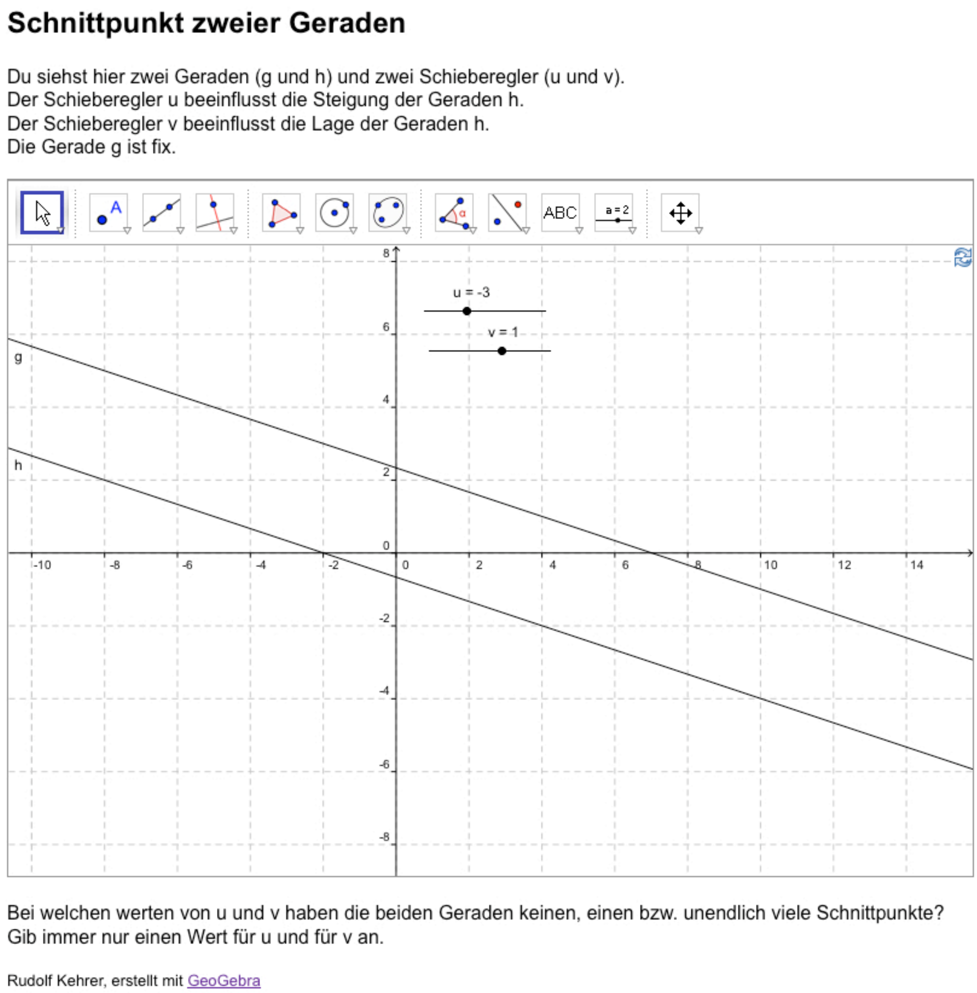


Abbildung 124: Bearbeitung der ersten Aufgabe der ersten Woche

Ich wende diese Aktivität wiederholt an, wobei die Schülerinnen und Schüler diesmal anhand von jeweils zwei gegebenen Punkten eine Parameterdarstellung der Geraden durch diese Punkte ermitteln sollen. Danach müssen sie die Datei hochladen. Diese Beispiele sind hier zu finden: [17, S. 247 u. 249]. Für den Punkt der gegenseitigen Lage zweier Geraden müssen die Schülerinnen und Schüler zwei Aufgaben lösen. Die erste beinhaltet wieder das Abgeben einer Datei, welche zuvor in GeoGebra erstellt werden muss. Bei der zweiten Aufgabe müssen die Schülerinnen und Schüler zuerst ein Applet öffnen, indem sie die Lage zweier Geraden verändern können und dazu Fragen beantworten müssen. Diese Fragen müssen sie in unter dem Punkt „Antworten zur Lagebeziehung“ beantworten. Abbildung 125 auf Seite 135 zeigt dieses Applet nach dem Öffnen. Die Beispiel dafür habe ich aus [17, S. 254].


Schnittpunkt zweier Geraden

Du siehst hier zwei Geraden (g und h) und zwei Schieberegler (u und v).
Der Schieberegler u beeinflusst die Steigung der Geraden h.
Der Schieberegler v beeinflusst die Lage der Geraden h.
Die Gerade g ist fix.

Bei welchen werten von u und v haben die beiden Geraden keinen, einen bzw. unendlich viele Schnittpunkte?
Gib immer nur einen Wert für u und für v an.

Rudolf Kehrer, erstellt mit GeoGebra

Abbildung 125: GeoGebra Applet

Beim letzten Punkt über Normalvektordarstellung müssen die Schülerinnen und Schüler zu Geraden in Parameterdarstellung eine dazugehörige Gleichung der Geraden angeben. Dazu können sie GeoGebra verwenden. Diese Beispiele sind hier zu finden: [17, S. 259].

In Abbildung 126 auf Seite 136 sieht man die Liste der Aufgaben für die erste Woche.

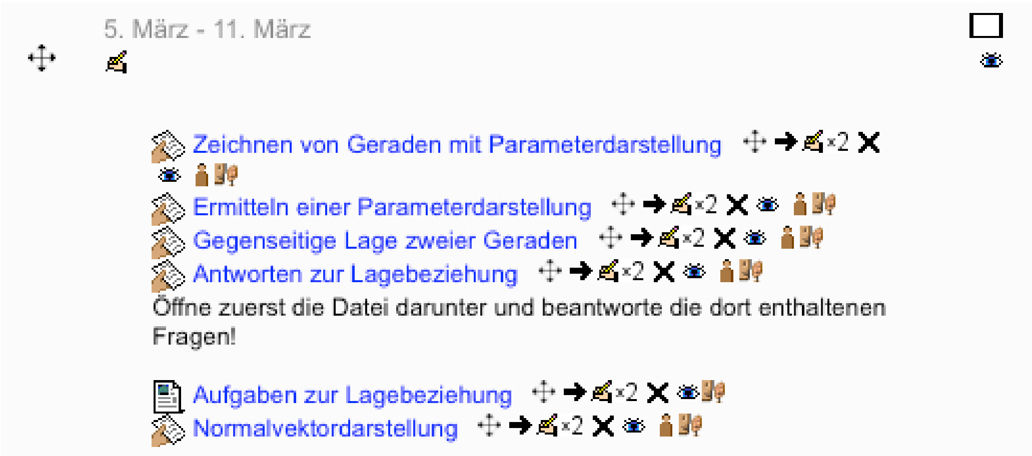


Abbildung 126: Inhaltsliste der ersten Woche

Zweite Woche

In der zweiten Woche sollen die Schülerinnen und Schüler folgende Themen bearbeiten:

- Winkelmaß zweier Geraden
- Normalprojektion: Abstand eines Punktes zur Geraden
- Bonus: Merkwürdige Punkte im Dreieck

Für das Winkelmaß habe ich ein GeoGebra Applet vorbereitet, welches die Schülerinnen und Schüler öffnen müssen. Mit diesem Applet können sie auch arbeiten. Zusätzlich müssen sie in einem weiteren Abgabepunkt die Fragen zu diesem Applet beantworten und diese abspeichern.
Bei der Abstandsmessung muss man zwischen dem Abstand einer Geraden zu einem Punkt und dem Abstand zwischen zwei Geraden unterscheiden. Zu beiden Punkten müssen die Schülerinnen und Schüler je vier Aufgaben lösen und dabei jede Lösung als Datei hochladen. Abbildung 127 auf Seite 137

zeigt eine dieser beiden Aufgaben. Alle Beispiele dafür habe ich aus [17, S. 265 u. 266] entnommen.

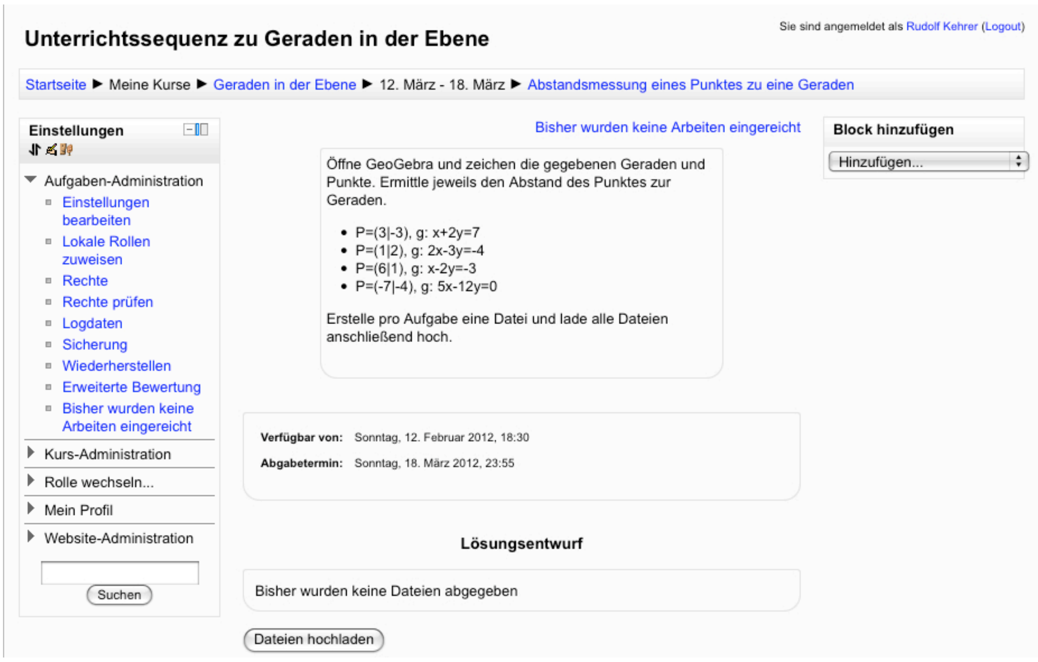


Abbildung 127: Aufgabe: Abstand Punkt - Gerade

Als Bonusaufgabe können nun die Schülerinnen und Schüler Aufgaben zu den merkwürdigen Punkten im Dreieck lösen. Dazu gibt es vorgefertigte Dateien in GeoGebra, in denen jeweils die Dreiecke gezeichnet sind. Diese Dateien müssen sie herunterladen. Danach können sie Aufgaben zum Umkreismittelpunkt, Höhenschnittpunkt und Inkreismittelpunkt unter Verwendung von GeoGebra durcharbeiten. Die veränderten Dateien müssen sie anschließend wieder hochladen. Abbildung 128 auf Seite 138 zeigt die Liste der Aufgaben der zweiten Woche.

Abbildung 128: Inhaltsliste der zweiten Woche

Am Ende kann man über dem allgemeinen Teil eine Beschreibung und Anleitung des Kurses verfassen, damit die Schülerinnen und Schüler gleich auf dem ersten Blick wissen, wo sie anfangen und wie sie den Kurs durcharbeiten müssen.

Um zum Ende der Bearbeitung des Kurses zu kommen, drückt man in der linken Spalte auf „Bearbeiten ausschalten“ .

Der gesamte Kurs kann unter der Adresse [22] als Gast angesehen werden.

3.9.3 Detaillierte Unterrichtsplanung

Der vorherige Punkt gibt einen groben Überblick über eine Unterrichtssequenz für das Thema „Geraden in $\mathbb{R}^2$.“ Nun werde ich einzelne Unterrichtsstunden genauer und detaillierter beschreiben. Dafür gehe ich davon aus, dass dieser Unterricht in einer Schule mit drei Mathematikstunden pro Woche in der fünften Klasse Oberstufe stattfindet. Die Dauer einer Unterrichtsstunde beträgt 50 Minuten. Außerdem verfügt die Schule über einen EDV Raum mit einem Beamer, damit alle Aktivitäten des Lehrers auf einer Leinwand gezeigt werden können. Im besten Fall existieren genug Computer in einem EDV Raum, damit jede Schülerin und jeder Schüler auf einem eigenen Computer arbeiten kann.

1. Stunde: Überblick

<u>Thema:</u>

Neues Kapitel: Parameterdarstellung einer Geraden

<u>Unterrichtsarten:</u>

- (1) Vortrag der Lehrperson:
  - Vorstellen des Themas an der Tafel inkl. eines Beispiels
  - Vorstellen der Plattform Moodle und der Wochenplanung
  - Vorstellen des Programms GeoGebra
- (2) LehrerIn-SchülerInnen-Gespräch
  - Zwischen den Vorstellungen wird den Schülerinnen und Schülern immer Gelegenheit geben, Fragen zu stellen
- (3) SchülerInnenarbeit:
  - Die im allgemeinen Teil vorkommende Aufgabe „Vorwissen“ müssen die Schülerinnen und Schüler als Hausaufgabe erledigen.

Zeitplan:

Inhalt	**Zeit**
Vorstellen des Themas	20 Min.
Fragen	2-3 Min.
Vorstellen der Plattform Moodle	10 Min.
Fragen	2-3 Min.
Vorstellen des Programms GeoGebra	10 Min.
Fragen	2-3 Min.
Hausaufgabe	2 Min.

1. Stunde im Detail:

Vorstellen des Themas:

Die wichtigen und notwendigen Erklärungen über Parameterdarstellung einer Geraden werden auf die Tafel geschrieben. Darunter fallen:

- Wie kann eine Gerade festgelegt werden?
- Was ist ein Richtungsvektor?
- Was bedeutet der Ausdruck: $X = P + t \cdot \vec{g}$?
- Was ist eine Parameterdarstellung?

Diese Informationen müssen die Schülerinnen und Schüler in ein Heft übertragen. Danach wird ein kurzes Beispiel an der Tafel vorgestellt, um den Sachverhalt zu veranschaulichen. Anschließend gibt es ein kleines Zeitfenster, um Fragen zu stellen.

Vorstellen der Plattform Moodle

Vor dieser Unterrichtsstunde wurde bereits ein Kurs erstellt und jeder Schülerin und jedem Schüler ein Zugang eingerichtet. Der Link zu dieser Plattform wird an die Tafel geschrieben, sodass die Schülerinnen und Schüler über den Computer zu diese Plattform gelangen. Dort müssen sie sich, genauso wie die Lehrkraft, mit dem eigenen Account anmelden.

Alle Aktivitäten am Computer der Lehrkraft werden über dem Beamer gezeigt, sodass die Schülerinnen und Schüler alles verfolgen und beobachten können, was gerade gemacht wird. Dabei werden mit den Schülerinnen und Schülern alle Punkte und Eigenschaften der Plattform durchgegangen, welche für sie wichtig sind. Außerdem wird ihnen der groben Überblick anhand der Wochenplanung der nächsten beiden Wochen vorgestellt. Nun können wieder Fragen gestellt werden, falls etwas unklar ist.

Vorstellen des Programms GeoGebra

Über den Beamer wird den Schülerinnen und Schülern gezeigt, wie man GeoGebra startet und anschließend verwenden kann. Dabei wird speziell auf jene Funktionen eingegangen, die sie für die Aufgaben zum Thema „Geraden in der Ebene“ benötigen. Dabei sollen die Schülerinnen und Schüler aktiv mitarbeiten, indem sie alle meine Aktivitäten nachmachen. Dadurch erlangen sie ein gewisses Gefühl für die Arbeit mit GeoGebra. Nachdem alle benötigten Funktionen erklärt sind, haben die Schülerinnen und Schüler wieder Zeit, Fragen zu stellen, wenn eventuelle Unklarheiten bestehen.

Hausaufgabe

Als Hausaufgabe sollen die Schülerinnen und Schüler auf der Plattform den Punkt „Vorwissen“ durcharbeiten. Falls jemand zu Hause keinen Computer

bzw. keinen Internetzugang besitzt, soll sie oder er diese Hausaufgabe in ein Heft schreiben.
Wichtig soll dabei nicht so sehr die Länge des Inhaltes sein, sondern die Gewissheit, dass sich die Schülerinnen und Schüler mit dem Thema auseinander setzen und Überlegungen über ihr eigenes Wissen anstellen.

2. Stunde: Überblick

Thema:
Beispiele zu Parameterdarstellung einer Geraden
Neues Kapitel: Gegenseitige Lage zweier Geraden
Unterrichtsarten:

- (1) SchülerInnenarbeit:
  - Beispiel zum Zeichnen von Geraden mit Parameterdarstellung
  - Beispiel zum Ermitteln einer Parameterdarstellung
- (2) Vortrag der Lehrperson:
  - Vorstellen des neuen Kapitels: gegenseitige Lage zweier Geraden
  - Erweiterung des Wissen über Funktionen bei GeoGebra
- (3) LehrerIn-SchülerInnen-Gespräch
  - allgemeine und einzelne Fragestellungen

Zeitplan:

Inhalt	Zeit
Wiederholung	5 Min.
Beispiele rechnen	15 Min.
Vorstellung des neuen Kapitels	20 Min.
Fragen	2-3 Min.
Funktionserweiterung	5 Min.
Fragen	2-3 Min.

2. Stunde im Detail:

Wiederholung

Zu Beginn dieser Einheit wird kurz die Theorie wiederholt, welche in der letzten Einheit gelernt wurde. Dazu stellt die Lehrkraft zuerst eine Frage und wartet auf die Antwort einer Schülerin bzw. eines Schülers. Dadurch bekommt man einen gewissen Überblick, wie viel Wissen aus der letzten Einheit mitgenommen wurde.

Schülerarbeit

Nun sind die Schülerinnen und Schüler gefragt. Sie müssen über die Moodle Plattform die beiden Aufgaben „Zeichnen von Geraden mit Parameterdarstellung“ und „Ermitteln einer Parameterdarstellung“ erledigen. Während dieser Arbeitszeit steht die Lehrkraft zur Verfügung, um auftretende Fragen und Probleme zu klären. Außerdem ergibt sich dadurch die Gelegenheit, zu sehen, wie schnell und effizient jede einzelne Schülerin bzw. jeder einzelne Schüler arbeitet.

Vorstellung des neuen Kapitels

Der nächste Punkt im Stoffgebiet befasst sich mit der gegenseitigen Lage zweier Geraden. Dieser Punkt wird wieder an der Tafel präsentieren. Dabei wird auf die folgenden drei Fälle genau eingegangen:

- 2 Geraden schneiden sich
- 2 Geraden sind parallel und verschieden
- 2 Geraden sind parallel und zusammenfallend

Drei einfache Beispiele, welche auf der Tafel gezeichnet bzw. gerechnet werden, verdeutlichen den Unterschied zwischen diesen drei Fällen. Alles was an die Tafel geschrieben wird, müssen die Schülerinnen und Schüler wieder in ein Heft übertragen. Anschließend gibt es wieder Zeit, neu aufgetretene Fragen zu stellen.

Funktionserweiterung

Am Ende dieser Einheit werden den Schülerinnen und Schülern weiter Funktionen im Programm GeoGebra gezeigt, welche sie für die nächsten Aufgaben benötigen werden. Dies wird wieder anhand des Beamers erledigt und die Schülerinnen und Schüler können gleichzeitig mitarbeiten. Anschließend steht die Lehrkraft wieder für allfällige Fragen zu Verfügung.
Hausübung ist für diesmal keine geplant.

3. Stunde: Überblick

Thema:

Beispiele zu Lagebeziehungen

Neues Kapitel: Normalvektordarstellung

Unterrichtsarten:

- (1) SchülerInnenarbeit:
  - Beispiele zur gegenseitigen Lage zweier Geraden
- (2) Vortrag der Lehrperson:
  - Vorstellen des neuen Kapitels: Normalvektordarstellung
- (3) LehrerIn-SchülerInnen-Gespräch
  - Wiederholung
  - allgemeine und einzelne Fragestellungen

Zeitplan:

Inhalt	**Zeit**
Wiederholung	5 Min.
Beispiele rechnen	15 Min.
Vorstellung des neuen Kapitels	20 Min.
Fragen	5 Min.
Hausaufgabe	5 Min.

3. Stunde im Detail:

Wiederholung

Zu Beginn dieser Einheit wird analog zur 2. Einheit kurz wiederholt, was in der letzten Einheit gelernt wurde.

Schülerarbeit

Jetzt müssen die Schülerinnen und Schüler zwei vorbereitete Beispiele auf der Moodle Plattform („Gegenseitige Lage zweier Geraden“ und „Aufgaben zur Lagebeziehung“) in Einzelarbeit erledigen. Dabei steht die Lehrkraft natürlich für Fragen zur Verfügung und kann sich erneut ein Bild über jede einzelne Schülerin bzw. jedem einzelnen Schüler machen.

Vorstellung des neuen Kapitels

Das neue Kapitel befasst sich mit der Normalvektordarstellung. Dafür werden wieder an der Tafel alle wichtigen Informationen zusammengefasst. Darunter fallen Fragen wie:

- Was ist ein Normalvektor einer Geraden g?
- Was bedeutet: Gleichung einer Geraden?
- Was ist der Unterschied zwischen Parameterdarstellung und Normalvektordarstellung einer Geraden?
- Wie wechselt man zwischen einer Parameterdarstellung und einer Normalvektordarstellung?

All diese Fragen und Begriffe werden mit den Schülerinnen und Schülern Schritt für Schritt an der Tafel erörtert und mit einfachen Beispielen untermalt. Alles was auf der Tafel steht, müssen die Schülerinnen und Schüler wieder in einem Heft mitschreiben.

Hausübung

Als Hausübung gibt es diesmal einige Beispiele über die bisher gelernte Theorie. Diese Beispiele müssen die Schülerinnen und Schüler zu Hause in einem Heft schriftlich niederlegen. Damit soll alles, was bisher durchgearbeitet wurde, gefestigt werden, damit man in der nächsten Einheit darauf aufbauen und das Wissen erweitern kann.

4. Stunde: Überblick

Thema:

Beispiele zur Normalvektordarstellung

Neues Kapitel: Winkelmaß zweier Geraden

Unterrichtsarten:

- (1) SchülerInnenarbeit:
  - Beispiele zur Normalvektordarstellung
- (3) SchülerInnenvortrag
  - Schüler müssen Hausaufgabenbeispiele vortragen
- (3) Vortrag der Lehrperson:
  - Vorstellen des neuen Kapitels: Winkelmaß zweier Geraden
  - Erweiterung des Wissens über Funktionen in GeoGebra
- (4) LehrerIn-SchülerInnen-Gespräch
  - Wiederholung
  - Kontrolle der Hausübung

– allgemeine und einzelne Fragestellungen

Zeitplan:

Inhalt	**Zeit**
Kontrolle der Hausübung	10 Min.
Wiederholung	5 Min.
Beispiele rechnen	10 Min.
Vorstellung des neuen Kapitels	15 Min.
Funktionserweiterung	5 Min.
Fragen	5 Min.

4. Stunde im Detail:

Kontrolle der Hausübung

Am Anfang wird die Hausübung der letzten Einheit kontrolliert. Dafür werden Schülerinnen und Schüler an die Tafel gerufen, welche je ein Beispiel der Hausübung vorzeigen müssen. Gleichzeitig kann dabei auf eventuelle Probleme und Unklarheiten eingegangen werden.

Wiederholung

Die Kontrolle der Hausübung kann nahtlos in die Wiederholung der letzten Einheit übergehen. Dabei wird auch noch einmal auf die verschiedenen Funktionen in GeoGebra eingegangen, damit das Programm weiterhin problemlos verwendet werden kann.

Schülerarbeit

Als nächstes müssen die Schülerinnen und Schüler wieder mit dem Computer alleine arbeiten und dabei das Beispiel „Normalvektordarstellung“ erarbeiten. Dabei fungiert die Lehrkraft wieder, wie bei jeder Schülerarbeit, als Hilfesteller und versucht, Schülerinnen und Schüler bei Problemen zur richtigen Lösung zu führen.

Vorstellung des neuen Kapitels

Auch in dieser Einheit wird das Thema „Geraden in der Ebene“ um ein neues Kapitel erweitert. Diesmal geht es um das Winkelmaß zweier Geraden. Dabei wird abermals die Tafel verwendet und die Schülerinnen und Schüler schreiben alles in ein Heft. Es müssen diesmal Fragen geklärt werden wie:

- Was ist das Winkelmaß zweier Geraden?
- Wie errechnet man das Winkelmaß zweier Geraden?

Um vor allem die letzte Frage zu beantworten, muss man eine Wiederholung des Themas „Winkelmaß von Vektoren“ machen. All dies wird auf die Tafel geschrieben und wieder mit einfachen Beispielen erläutert.

Funktionserweiterung

Zum Abschluss dieser Einheit wird noch eine weitere Funktion für das Winkelmaß in GeoGebra vorgestellt, damit die Schülerinnen und Schüler in der nächsten Einheit ein Beispiel dazu erarbeiten können.

Beurteilung

Für die Beurteilung der Arbeit der Schülerinnen und Schüler sind mehrere Punkte zu beachten.

Hausaufgaben:

Die Hausaufgaben der Schülerinnen und Schüler sollten auf alle Fälle in die Beurteilung einfließen. Da sie die Aufgaben in ein Heft schreiben müssen, kann man diese zu einem gewissen Zeitpunkt einsammeln, um die Hausaufgaben individuell zu kontrollieren.

Mitarbeit:

Man kann sich auch bei den Lehrervorträgen ein Bild der Schülerinnen und Schüler machen, indem man zwischen den verschiedenen Erklärungen immer wieder Zwischenfragen einbaut. Dabei ist sehr deutlich zu sehen, ob die Schülerinnen und Schüler aufmerksam sind.

Schülerarbeit und Abgaben:

Bei der Schülerarbeit müssen die Schülerinnen und Schüler in Einzelarbeit Aufgaben bewältigen. Da die Lehrkraft währenddessen durch den Klassenraum geht, kann sie sich ein individuelles Bild des Arbeitsverhaltens und Lernfortschritts machen. Es spricht nichts dagegen und ist sogar erwünscht, dass sich Schülerinnen und Schüler auch gegenseitig helfen. Damit ist nicht gemeint, dass eine Schülerin bzw. ein Schüler die Arbeit für alle anderen erledigen soll, sondern dass bessere Schülerinnen und Schüler die lernschwächeren Kolleginnen und Kollegen unterstützen und ihnen Hilfestellung geben. Die Hilfe der Lehrkraft kann dabei auch in Anspruch genommen werden, sollte aber nur untergeordnet sein. Das heißt, dass Schülerinnen und Schüler weitgehend selbst Problemlösungen suchen und finden sollen.
Da die Abgaben meist online erfolgen, hat die Lehrkraft automatisch auf die von den Schülerinnen und Schülern erstellten Aufgaben zugriff und kann dadurch die Lösungen und vor allem die Art der Lösungen sehen und diese in

die Beurteilung einfließen lassen.

4 Bewertung der Programme

Im letzten Kapitel meiner Diplomarbeit werde ich die verwendeten Programme nach diversen Kriterien bewerten. Folgende Bewertungskriterien spielen dabei eine Rolle:

- Welche Systemvoraussetzungen sind von Nöten?
- Ist das Programm frei zugänglich (gibt es eventuelle Schullizenzen?)
- Gibt es Hilfestellungen zum Programm?
- Ist die Funktionalität des Programms einwandfrei?
- Gibt es Fehlerhinweise?
- Ist das Programm leicht verständlich?

Während die Systemvoraussetzungen, Lizenzverträge und angebotene Hilfestellungen objektiv bewertet werden können, beruht die Bewertung der Funktionalität, Fehlerhinweise und Verständlichkeit der Programme auf meinen subjektiven Erfahrungen während der Entwicklung dieser Diplomarbeit.

4.1 GeoGebra

Auf der Homepage [23] sind die Installationsdateien für die unterstützen Systemplattformen zu finden. Dabei ist zu erkennen, dass dieses Programm für Windows, Mac OS X, diverse Linux Distributionen und für XO - one laptop per child zum Download verfügbar ist. Des Weiteren ist folgendes über die Nutzungsbedingungen zu erfahren: „Mit diesen Installationsdateien können

Sie GeoGebra auf Ihrem Rechner installieren. Sie dürfen GeoGebra für nicht-kommerzielle Zwecke kostenlos nutzen, kopieren und weitergeben."
Neben der sogenannte Offline Installation ist es auch möglich, einen Applet Start durchzuführen: „Öffnen Sie ein voll funktionsfähiges GeoGebra Applet in Ihrem Internet Browser ohne etwas auf Ihrem Computer zu installieren" [24].
Eine umfangreiche Hilfestellung findet man ebenfalls auf der Homepage [25]. Darunter fallen beispielsweise ein GeoGebra Handbuch, eine Anleitung um Themen Schritt für Schritt zu erarbeiten, Tipps und Tricks und ein Forum.
Während meiner Arbeit war die Funktionalität immer voll gegeben. Ich hatte durchgehend keine Probleme, GeoGebra verwenden zu können, denn es kam nie zu Programmabstürzen.
Die Fehlerhinweise nach Befehlsausführungen sind meines Erachtens in GeoGebra sehr gut gelungen. Zum einen werden einem Benutzer bei Eingabe der ersten Buchstaben eines Befehls alle Befehle vorgeschlagen, welche die gleichen Anfangsbuchstaben haben. Damit wird den Eingabefehlern schon sehr gut vorgebeugt. Gibt man jedoch einen Befehl ein, den GeoGebra nicht verwerten kann, wird einem nur eine Fehlermeldung ausgegeben, dass die Eingabe nicht bekannt ist.
Im Grunde ist dieses Programm sehr leicht verständlich bzw. wird durch die umfangreiche Hilfestellungen sehr leicht verständlich gemacht. Auch die Handhabung mit der Werkzeugleiste ist gut gelungen.

4.2 Mathematica

Mathematica ist wie eingangs beschrieben ein Produkt der Firm Wolfram Research. Auf der Homepage [26] findet man die geforderten Systemvoraussetzungen für einen reibungslosen Ablauf dieses Programms:

„Hardware Specifications:

- Processor: Intel Pentium III 650 MHz or equivalent
- Disk Space: 4 GB
- System Memory (RAM): 512 MB required; 1 GB+ recommended
- Internet Access: Required in order to use free-form linguistic input and computable data functionality.“

Des Weiteren ist zu erfahren, dass das Programm für die Plattformen Windows, Apple Mac und Linux angeboten wird.
Anders als bei GeoGebra handelt es sich bei Mathematica um eine proprietäre Software. Für die volle Verwendung muss eine Lizenz erworben werden. Speziell für Schulen gibt es eine eigene Lizenz: „Für schulische Einrichtungen gibt es Rahmenabkommen zum Kauf und zur Miete, sogenannte Classroomlizenzen. Eine beliebige Anzahl von Einzelplatz- und Netzwerklizenzen können gemischt werden, um den optimalen Preis zu erzielen“ [27]. Unter dieser Homepage findet man auch eine Liste weiterer angebotener Lizenzen.
Eine umfangreiche Hilfestellung wird mit dem Programm direkt mitgeliefert. Es ist zum Beispiel möglich, eine Funktion in Mathematica einzugeben, diese zu markieren und mit der Taste F1 die Hilfe direkt für diese Funktion aufzurufen.
Die Funktionalität ist bei diesem Programm meines Erachtens einwandfrei. Ich konnte während meiner Arbeit mit dieser Software keine relevanten Probleme erkennen bzw. erfahren.
Die Bearbeitung der Fehler ist relativ gut gelöst worden. Wird zum Beispiel eine Funktion eingeben, welche Mathematica nicht kennt, so wird die Eingabe farblich anders dargestellt, als eine Funktion, welche bekannt ist. Damit

hat man als Benutzer direkt die Rückmeldung, ob eine Eingabe richtig ist oder nicht.
Die Verständlichkeit des Programms ist nicht so sehr intuitiv, wie zum Beispiel GeoGebra. Durch die Befehlseingabe des Benutzer muss, wie in der Beschreibung des Programms schon erwähnt, eine gewisse Vorerfahrung vorhanden sein, um mit diesem Programm effektiv arbeiten zu können.

4.3 Derive

Die aktuellste Version von Derive benötigt folgende Systemvoraussetzungen: „Derive 6.1 requires Windows 98, Me, 2000 or XP (Minimum RAM and processor requirements are the same as the operating system requirements), a CD-ROM drive for installation, and at least 10MB (or 20 MB if also TI-Connect is to be installed) of free disk space“ [28].
Es ist aber auch möglich, unter den aktuelleren Versionen von Windows (Anm.: Windows Vista und Windows 7) dieses Programm zu verwenden.
Auch hier handelt es sich um eine proprietäre Software. Somit ist eine Lizenz für die volle Nutzung des Programms erforderlich. Auf der Homepage des Vertreibers steht dazu: „Texas Instruments und Soft Warehouse Europe haben ihren Derive^{TM}-Vertrieb zum Ende des Jahres 2006 eingestellt. Vorhandene Lizenzen können entsprechend den Lizenzbestimmungen weiter verwendet werden“ [29].
Eine Hilfestellung wird so wie auch bei Mathematica mit dem Programm mitgeliefert. Damit ist es möglich, nach diversen Funktionen und Eingabebefehlen zu suchen.
Während dieser Diplomarbeit bzw. während der Arbeit mit Derive für diese Diplomarbeit sind mir keine Programmfehler aufgefallen. Es läuft im Grunde sehr stabil.

Hinweise auf Fehler des Benutzers werden hier nicht so gut ausgegeben, wie es vielleicht wünschenswert wäre. Man bekommt hin und wieder Hinweise, warum ein Befehl nicht ausgeführt wurde, jedoch versucht Derive, fast jede Eingabe auszuwerten. Dabei kann es vorkommen, dass eine Eingabe nicht zum vom Benutzer gewünschten Ergebnis führt, aber auch keine Fehlermeldung diesbezüglich ausgegeben wird. Im Großen und Ganzen lässt für mich die Fehlerbehandlung in Derive noch einige Wünsche offen.
Dem Programm ist aber die Einfachheit und Überschaubarkeit zugutezuhalten, denn häufig verwendete Funktionen wie zum Beispiel Ableitung und Integration sind mit Schaltflächen versehen und direkt in der Werkzeugleiste auffindbar.

4.4 Wiris

Da Wiris online abrufbar ist, wird im Grunde nur ein funktionstüchtiger Browser benötigt, um das Programm verwenden zu können. Es existiert zwar eine offline Version, welche ich in meiner Arbeit jedoch nicht erwähnt und verwendet habe.
Wiris ist ebenfalls eine proprietäre Software und es muss für die Benutzung eine Lizenz erworben werden. Jedoch ist es möglich, über die Internetseite [8] das Programm zu benutzen. Dabei handelt es sich um eine besondere Lizenzvereinbarung: „Die Nutzung von WIRIS CAS von den Webseiten wiris.schule.at und wiris.edhui.at basiert auf einer Lizenzvereinbarung zwischen der Education Highway GmbH und Maths for More. Diese erlaubt ausschließlich die Nutzung von WIRIS CAS durch Schüler und Lehrer von Schulen in Österreich. Für Nutzer außerhalb von Österreich kann ein verlässlicher Zugang nicht gewährleistet werden“ [30]
Direkt im Programm findet man eine Anleitung, welche äußerst umfassend

und aufschlussreich ist. Dabei kann nach diversen Funktionen entweder alphabetisch oder mittels vordefinierter Themengebiete gesucht werden.
Prinzipiell läuft das Programm im Browser stabil. Mir ist aber während der Ausarbeitung diverser Beispiele für diese Diplomarbeit ein grober Fehler untergekommen. Dieser betrifft das Lösen eines rationalen Ausdrucks, wie in Abbildung 108 auf Seite 110 zu erkennen ist. Dabei ist es dem Programm nicht möglich, diesen Ausdruck nach der Variablen x zu lösen. Erst wenn man den Nenner löscht, ist das Programm in der Lage den Ausdruck zu lösen und gibt das Ergebnis aus. Wie auch in einer Anmerkung erwähnt, habe ich diesen Ausdruck mit Derive und Mathematica versucht zu lösen. Dabei wurden keine Fehlermeldungen ausgegeben und die Gleichung einwandfrei von diesen Programmen gelöst.
Es ist mit dieser Problematik gleichzeitig die wenig vorhandene Fehlerbehandlung zu beachten. Betrachtet man zum Beispiel die eben beschriebene Problematik, so ist zu erkennen, dass Wiris in diesem Fall als Ausgabe nur die leere Menge hat, obwohl dieses Ergebnis so gesehen nicht stimmt. Ansonsten sind Fehlerhinweise bei diesem Programm eher mangelhaft.
Jedoch muss erwähnt werden, dass die Verständlichkeit des Programms sehr hoch ist. Durch die zahlreichen Eingabehilfen wie zum Beispie Brüche, Summen, Wurzeln, wird dem Benutzer mit der richtigen Eingabe sehr geholfen.

4.5 Microsoft Excel

Unter der folgenden Homepage findet man eine umfangreiche Dokumentation über die Systemanforderung des Programms Microsoft Excel 2007 [31]. Die wichtigsten Eckdaten dabei sind:

- Prozessor mit 500 Megahertz (MHz) oder schneller

- Mindestens 256 Megabyte (MB) Arbeitsspeicher (RAM) empfohlen
- Festplatte: 1,5 Gigabyte
- Microsoft Windows XP mit Service Pack (SP) 2, Windows Server 2003 mit SP1, oder höher.

Damit ist zu erkennen, dass diese Software nur unter der Plattform Windows ausführbar ist. Es sei erwähnt, dass es für Apple Produkte die Version Microsoft Excel 2008 gibt.

Hier handelt es sich wieder um eine proprietäre Software, wobei es eine eigene Lizenz für eine Installation auf mehreren PC gibt, welche für Schulen verwendet werden kann.

Eine Hilfestellung wird mit dem Programm mitgeliefert. Man kann dabei nach diversen Funktionen und Eingabebefehlen suchen und sich eine Anleitung ausgeben lassen, wie diverse Eingaben auszusehen haben.

Da Microsoft Excel mittlerweile schon seit über 20 Jahren auf dem Markt ist und seither immer wieder verbessert und erweitert wird, sind mir beim Arbeiten mit diesem Programm keine Fehler hinsichtlich des Ablaufes des Programms aufgefallen. Daher kann ich behaupten, dass die Funktionalität sehr gut ist.

Fehlerhinweise werden bei Microsoft Excel in meinen Augen sehr gut gehandhabt. Man bekommt zum Beispiel direkt beim Eingeben einer Funktion anhand der ersten Buchstaben Hinweise, welche Funktion verwendet werden könnte. Das erleichtert zum einen die Eingabe selber und zum anderen die Auffindung einer gewünschten Funktion. Des Weiteren wird bei jeder Funktionseingabe automatisch darauf hingewiesen, welche Parameter erwartet werden.

Die Verständlichkeit ist meines Erachtens sehr unterschiedlich. Da die Firma

Microsoft die Programme im Office-Paket das Design und die Aufmachung der Programme seit der Version Office 2007 drastisch geändert hat, ist eine gewisse Einarbeitungszeit von Nöten, wenn man das alte Design gewohnt ist. Durch die neue Struktur muss man sich als Umsteiger von einer alten Version auf die neue erst daran gewöhnen und die verschiedensten Programmelemente neu aufsuchen. Als Neueinsteiger ist sowieso eine gewisse Einarbeitung in ein Programm notwendig.

4.6 Moodle

Auf der Homepage [32], von der Moodle auch bezogen werden kann, sind Informationen über die Systemanforderungen zu finden. Im Grunde wird hier zwischen Hardware- und Softwarevoraussetzung unterschieden. Bei der Hardware benötigt man unter anderem

- Mindestens 160 MB freier Datenspeicher
- Mindestens 256MB Arbeitsspeicher, wobei 1GB empfohlen wird.

Für die Software wird folgendes vorausgesetzt:

- PHP muss mindestens 5.2.8 sein
- Eine der Datenbanken: MySQL 5.0.25, PostgreSQL 8.3, Oracle 10.2, MS SQL 2005
- Browser, wie Firefox 3 oder neuer, Safari 3 oder neuer, Google Chrome 4 oder neuer, Opera 9 oder neuer, MS Internet Explorer 7 oder neuer

Moodle ist eine freie Software und kann gratis auf der Homepage [10] heruntergeladen werden.

Eine umfassende Hilfestellung kann über die Internetseite [33] bezogen werden. Dabei werden unter anderem die Installation, Administration und die Verwaltung von Kursen und Inhalten beschrieben.
Die erste Version von Moodle wurde im Jahre 2002 veröffentlicht. Seither wurde dieses Programm weiter entwickelt und es wurden immer wieder neue Funktionen implementiert. Durch die jahrelange Weiterentwicklung läuft dieses Programm meines Erachtens sehr stabil. Da es sich um eine Onlineplattform handelt, ist es in gewisser Weise auch von der Stabilität des Servers abhängig, auf dem die Plattform installiert wird. Ich persönlich hatte für diese Arbeit keine Probleme mit dem Programm.
Fehlerhinweise werden zum Beispiel in Form von Hinweisen, welche Eingaben bei Kursen verpflichtet und welche optional sind, schon bei der Erstellung ein bisschen abgefangen. Wenn trotzdem eine Pflichteingabe vergessen wird, bekommt der Benutzer sofort eine Fehlermeldung, in der beschrieben ist, welcher Fehler aufgetreten ist.
Durch die intuitive Handhabung des Programms bzw. durch den logischen Aufbau ist Moodle sehr leicht verständlich. Jede Aktivität, welche von einem Benutzer getätigt werden kann, wird genau beschrieben. Die Verständlichkeit eines Kurses selbst ist auf den Ersteller zurückzuführen. Je besser einzeln erstellte Aufgaben beschrieben sind, desto verständlicher sind diese.

Literatur

[1] *Info über GeoGebra.* Website, . –
Erreichbar online über
http://www.geogebra.org/cms/de/info
aufgerufen am 10. Dezember 2011

[2] *GeoGebra.* Website, . –
Erreichbar online über
http://www.geogebra.org
aufgerufen am 10. Dezember 2011

[3] *Werkzeuge in GeoGebra.* Website, . –
Erreichbar online über
http://wiki.geogebra.org/de/Werkzeuge
aufgerufen am 10. Dezember 2011

[4] *Befehle in GeoGebra.* Website, . –
Erreichbar online über
http://wiki.geogebra.org/de/Befehle
aufgerufen am 10. Dezember 2011

[5] *Anwendungsbereiche von Mathematica.* Website, . –
Erreichbar online über
http://www.wolfram.com/mathematica/
aufgerufen am 10. Dezember 2011

[6] *Wiris.* Website, . –
Erreichbar online über
http://www.wolfram.com/mathematica/
aufgerufen am 10. Dezember 2011

[7] *Info über Wiris?* Website, . –
Erreichbar online über
`http://www.wolfram.com/mathematica/`
aufgerufen am 10. Dezember 2011

[8] *Wiris für Schulen.* Website, . –
Erreichbar online über
`http://wiris.eduhi.at/de_en/index.html`
aufgerufen am 10. Dezember 2011

[9] *OpenOffice.org.* Website, . –
Erreichbar online über
`http://www.openoffice.org/de/`
aufgerufen am 10. Dezember 2011

[10] *Moodle.* Website, . –
Erreichbar online über
`http://moodle.org/`
aufgerufen am 10. Dezember 2011

[11] STEINER: *MatheMaster Band 1 Mathematik für die 5. Schulstufe.* 1.Auflage. Wien : Reniets Verlag GmbH, 2000. – ISBN 978–3–900648–68–8

[12] Reichel ; Humenberger: *Das ist Mathematik 1.* 1.Auflage. Wien : Österreichischer Bundesverlag Schulbuch Gmbh. & CO. KG, 2007. – ISBN 978–3–209–05831–7

[13] Reichel ; Humenberger: *Das ist Mathematik 2.* 1.Auflage. Wien : Österreichischer Bundesverlag Schulbuch Gmbh. & CO. KG, 2008. – ISBN 978–3–209–05945–1

[14] Reichel ; Litschauer ; Gross: *Das ist Mathematik 3.* 2.Auflage. Wien : öbvhpt VerlagsgmbH & Co. KG, 2006. – ISBN 3–209–03633–0

[15] STEINER: *MatheMaster Band 3 Mathematik für die 7. Schulstufe.* 1.Auflage. Wien : Reniets Verlag GmbH, 2002. – ISBN 978–3–900648–94–7

[16] STEINER: *MatheMaster Band 4 Mathematik für die 8. Schulstufe.* 1.Auflage. Wien : Reniets Verlag GmbH, 2003. – ISBN 978–3–900648–96–1

[17] Malle ; Woschitz ; Koth ; Salzger: *Mathematik verstehen 5.* 1.Auflage. Wien : Österreichischer Bundesverlag Schulbuch Gmbh. & CO. KG, 2010. – ISBN 978–3–209–07040–1

[18] Götz ; Reichel ; Müller ; Hanisch: *Mathematik 6.* 1.Auflage. Österreichischer Bundesverlag Schulbuch Gmbh. & CO. KG, 2010. – ISBN 978–3–209–07041–8

[19] Malle ; Ramharter ; Ulovec ; Kandl: *Mathematik verstehen 6.* 1.Auflage. Österreichischer Bundesverlag Schulbuch Gmbh. & CO. KG, 2005. – ISBN 978–3–209–04624–6

[20] Malle ; Ramharter ; Ulovec ; Kandl: *Mathematik verstehen 7.* 1.Auflage. Wien : Österreichischer Bundesverlag Schulbuch Gmbh. & CO. KG, 2006. – ISBN 978–3–209–04952–0

[21] Malle ; Ramharter ; Ulovec ; Kandl: *Mathematik verstehen 8.* 1.Auflage. Wien : Österreichischer Bundesverlag Schulbuch Gmbh. & CO. KG, 2007. – ISBN 978–3–209–05486–9

[22] *Moodle Plattform von Rudolf Kehrer*. Website, . –
Erreichbar online über
`http://www.unet.univie.ac.at/~a0356295/DA/moodle/`
aufgerufen am 11. Februar 2012

[23] *GeoGebra Installation*. Website, . –
Erreichbar online über
`http://www.geogebra.org/cms/de/installers`
aufgerufen am 17. Februar 2012

[24] *GeoGebra Download*. Website, . –
Erreichbar online über
`http://www.geogebra.org/cms/de/download`
aufgerufen am 17. Februar 2012

[25] *GeoGebra Hilfe*. Website, . –
Erreichbar online über
`http://wiki.geogebra.org/de/`
aufgerufen am 17. Februar 2012

[26] *Systemvoraussetzung von Mathematica*. Website, . –
Erreichbar online über
`http://www.wolfram.com/mathematica/features/`
`system-requirements.html`
aufgerufen am 17. Februar 2012

[27] *Schullizenz für Mathematica*. Website, . –
Erreichbar online über
`http://software.additive-net.de/de/produkte/wolfram/`

lizenzierung/mathematica-schule
aufgerufen am 17. Februar 2012

[28] *Systemvoraussetzung von Derive*. Website, . –
Erreichbar online über
http://www.chartwellyorke.com/derive.html
aufgerufen am 17. Februar 2012

[29] *Linzenz von Derive*. Website, . –
Erreichbar online über
http://education.ti.com/educationportal/sites/DEUTSCHLAND/
productDetail/de_derive6.html
aufgerufen am 17. Februar 2012

[30] *Wiris: Besonderes Linzenzabkommen*. Website, . –
Erreichbar online über
http://wiris.eduhi.at/de_en/schulen.html
aufgerufen am 17. Feburar 2012

[31] *Systemanforderung für Microsoft Excel 2007*. Website, . –
Erreichbar online über
http://office.microsoft.com/de-de/help/
systemanforderungen-fur-die-version-
2007-microsoft-office-system-HA010166865.aspx#BM12
aufgerufen am 17. Februar 2012

[32] *Systemanforderung von Moodle*. Website, . –
Erreichbar online über
http://docs.moodle.org/20/de/Installation_von_Moodle
aufgerufen am 17. Februar 2012

[33] *Hilfestellung für Moodle*. Website, . –
Erreichbar online über
http://docs.moodle.org/20/de/Hauptseite
aufgerufen am 17. Februar 2012

Anhang

Theorie zu Geraden in $\mathbb{R}^2$

Paramterdarstellung einer Geraden in $\mathbb{R}^2$

Definition:

Sind P und Q zwei verschiedene Punkte einer Geraden g, dann nennt man den Vektor $\vec{\boldsymbol{g}} = \overrightarrow{\boldsymbol{PQ}}$ einen **Richtungsvektor von g.**

Satz:

Ist g eine Gerade der Ebene, P ein Punkt auf g und $\vec{g}$ ein Richtungsvektor von g, dann gilt:

$\boldsymbol{X \in g \Leftrightarrow X = P + t \cdot \vec{g}}$ für ein $t \in \mathbb{R}$

Definition:

Die Vektorgleichung $\boldsymbol{X = P + t \cdot \vec{g}}$ nennt man eine **Parameterdarstellung der Geraden g** mit dem **Paramter t.**

Jedem Paramterwert $t \in \mathbb{R}$ entspricht genau ein Punkt auf der Geraden g. Umgekehrt entspricht jedem Punkt auf der Geraden g genau ein paramterwert $t \in \mathbb{R}$

Gegenseitige Lage zweier Geraden

Definition:

Zwei Geraden in $\mathbb{R}^2$ können folgende gegenseitige Lagen einnehmen:

- **g und h schneiden einander**: $g \cap h = \{S\}$
- **g und h sind parallel und verschieden**: $g \cap h = \varnothing$
- **g und h sind parallel und zusammenfallend**: $g \cap h = g = h$

Normalvektordarstellung einer Geraden in $\mathbb{R}^2$

Definition:

Ein Vektor $\boldsymbol{\vec{n}}$ heißt **Normalvektor der Geraden g**, wenn $\vec{n}$ zu allen Richtungsvektoren von g normal ist.

Satz:

Ist g eine Gerade in $\mathbb{R}^2$, die den Punkt $P = (p_1|p_2)$ enthält und den Vektor $\vec{n} = (n_1|n_2) \neq (0|0)$ als Normalvektor hat, dann gilt:

$X \in g \Leftrightarrow \vec{n} \cdot X = \vec{n} \cdot P$ bzw.

$(x|y) \in g \Leftrightarrow n_1x + n_2y = c$ (mit $c = n_1p_1 + n_2p_2$)

Die Gleichung $\boldsymbol{\vec{n} \cdot X = \vec{n} \cdot P}$ bzw. $\boldsymbol{n_1x + n_2y = c}$ nennt man eine **Normalvektordarstellung** der **Geraden g** oder kurz eine **Gleichung der Geraden g.**

Satz:

Jede Gleichung $n_1x+n_2y = c$ mit $(n_1|n_2) \neq (0|0)$ ist Gleichung einer Geraden mit dem Normalvektor $(n_1|n_2)$.

Winkelmaß

Zwei Geraden bilden miteinander vier Winkel, so wie in Abbildung 129 auf Seite 168 gezeigt.

Definition: Stehen zwei Geraden aufeinander normal, dann beträgt ihr Winkelmaß 90°. Ansonsten versteht man unter dem Winkelmaß zweier Geraden das kleinere der beiden Winkelmaße φ und $180° - \varphi$.

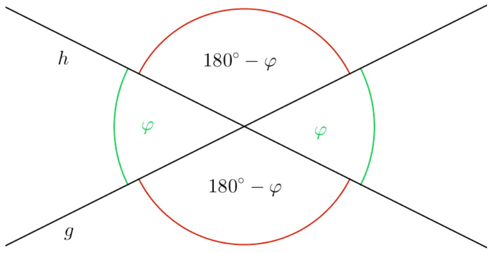


Abbildung 129: Winkelmaß

Normalprojektion; Abstand eines Punktes von einer Geraden

Satz:
Für den Betrag der Normalprojektionen von $\vec{b}$ auf $\vec{a}$ gilt: $\left|\vec{b}_a\right| = \left|\vec{a}_0 \cdot \vec{b}\right|$

Satz: Hesse'sche Normalform: Sei P ein Punkt in $\mathbb{R}^2$, g eine Gerade in $\mathbb{R}^2$ mit dem Normalvektor $\vec{n}$ und A ein beliebiger Punkt von g. Dann gilt für den Abstand d des Punktes P von der Geraden g:

$$d = \left|\vec{n}_0 \cdot \overrightarrow{AP}\right|$$

Lebenslauf

Persönliche Daten

Name:	Rudolf Kehrer
Wohnort:	Linz
Geburtsdatum:	25.03.1985
Nationalität:	Österreich

Ausbildung

März 2007 – März 2012	***Lehramtsstudium Mathematik und Informatik und Informatikmanagement*** an der **Universität Wien**, 1010 Wien
Oktober 2005 – Jänner 2007	***Bakkalaureat-Studium Technische Informatik*** an der **Technischen Universität Wien**, 1040 Wien
Oktober 2003 – Jänner 2004:	***Bakkalaureat-Studium Informatik*** an der **Johannes Kepler Universität Linz**, 4040 Linz
September 1999 – Juni 2003:	***Oberstufenrealgymnasium der Diözese Linz mit ergänzendem Unterricht in BU, Ph und Ch***, 4020 Linz Matura abgeschlossen am 17. Juni 2003
September 1995 – Juli 1999:	***Akademisches Gymnasium Linz,*** 4020 Linz
September 1991 – Juli 1995:	***VS6 Römerbergschule***, 4020 Linz

---

Februar 2004 – Jänner 2005	***Zivildienst als Rettungssanitäter beim Roten Kreuz Landesverband Oberösterreich, Bezirksstelle Linz-Stadt***, 4020 Linz