universität wien

MASTERARBEIT

Titel der Masterarbeit

Einwohnerverhaltensbezogene Modellformulierungen für das Tourenoptimierungsproblem in der Katastrophenhilfslogistik

Verfasserin

Carina Huber, Bakk.rer.soc.oec.

angestrebter akademischer Grad

Master of Science (MSc)

Wien, im Februar 2013

Studienkennzahl lt. Studienblatt:	A 066 915
Studienrichtung lt. Studienblatt:	Masterstudium Betriebswirtschaft
Betreuer:	Univ.-Prof. Dr. Walter Gutjahr

EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

Ich erkläre hiermit an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Die aus fremden Quellen direkt oder indirekt übernommenen Gedanken sind als solche kenntlich gemacht.

Die Arbeit wurde bisher in gleicher oder ähnlicher Form keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt und sie wurde noch nicht veröffentlicht.

Wien, im Februar 2013

DANKSAGUNG

Ich widme diese Arbeit meinen Eltern Frieda und Johann Huber.
Mit dieser Widmung möchte ich mich bei den verlässlichsten Menschen in meinem Leben für ihre Anerkennung und Förderung während meiner gesamten Studienzeit bedanken. Danke, dass ihr immer an mich geglaubt und so viel Geduld bewiesen habt.
Des Weiteren gebührt meinen Großeltern ebenfalls ein großes Dankeschön für die Unterstützung in den letzten Jahren.
Bei meinem Freund Johannes möchte ich mich ebenfalls für seine Hilfe bedanken, speziell für die Assistenz bei anfänglichen grafischen Schwierigkeiten mit meiner Masterarbeit.
Nicht zuletzt geht ein großer Dank an meinen Professor Walter Gutjahr, der mich für sein Fach begeistern konnte. Und im Zuge dieser Arbeit bei der Themenwahl unterstützt hat, sich Zeit genommen hat die Dinge mit mir zu besprechen und mir immer wieder die nötigen Anregungen mitgegeben hat.

Wien, im Februar 2013

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **2**
1.1 Problemstellung 2
1.2 Ziel der Arbeit 4
1.3 Methodischer Aufbau 4

2 Begriffsdefinitionen **8**
2.1 Covering Tour Problem 8
2.2 Mehrzieloptimierung 11
2.3 Stochastische Nachfrage 13

3 Tourenoptimierungsmodell **16**
3.1 Grundlegendes 16
3.1.1 Ziel 20
3.2 Variablenverzeichnis 20
3.3 Erste Entscheidungsebene 23
3.3.1 Zielfunktionen 23
3.3.2 Nebenbedingungen 24
3.4 Zweite Entscheidungsebene 26
3.4.1 Zielfunktion 27
3.4.2 Nebenbedingungen 27
3.5 Fragen und Probleme 28
3.5.1 Dritte Entscheidungsebene 28
3.5.2 Erste/Zweite Entscheidungsebene 38

4 Adaptives Modell **40**
4.1 Grundlegendes 41
4.2 Variablenverzeichnis 46
4.3 Erste Entscheidungsebene 46
4.3.1 Zielfunktionen 46
4.3.2 Nebenbedingungen 47
4.4 Zweite Entscheidungsebene 48
4.4.1 Zielfunktion 48
4.4.2 Nebenbedingungen 48
4.5 Fragen und Probleme 49
4.5.1 Dritte Entscheidungsebene 50
4.5.2 Erste/Zweite Entscheidungsebene 52

5 Adaptives Modell II **56**
5.1 Grundlegendes . . . 56
5.2 Variablenverzeichnis . . . 60
5.3 Erste Entscheidungsebene . . . 60
5.3.1 Zielfunktionen . . . 60
5.3.2 Nebenbedingungen . . . 61
5.4 Zweite Entscheidungsebene . . . 63
5.4.1 Zielfunktion . . . 63
5.4.2 Nebenbedingungen . . . 63
5.5 Fragen und Probleme . . . 64
5.5.1 Erste/Zweite Entscheidungsebene . . . 64
5.5.2 Dritte Entscheidungsebene . . . 67

6 Schlussfolgerungen **70**

Abkürzungsverzeichnis **73**

Abbildungsverzeichnis **74**

Tabellenverzeichnis **75**

Literaturverzeichnis **76**

Anhang A: Zusammenfassung **79**

Anhang B: Lebenslauf **81**

1 Einleitung

Dieses Kapitel soll dem Leser einen Überblick über die gesamte Arbeit und die Motivation bei der Themenwahl verschaffen.

> *Die Untersuchung von Problemen wie diesem sind keine bloße Spielerei, sondern aus dem heutigen Wirtschaftsleben nicht mehr wegzudenken. Ob es sich um eine Rundreise für Touristen handelt, die nicht gerne zweimal das Gleiche sehen, um die Belieferung von Filialen einer Handelskette oder um Kundenbesuche eines Handlungsreisenden. Immer kostet „Doppelgleisigkeit“ Zeit und (damit) Geld.*

Dieses „Zitat“ ist der letzte Absatz aus dem Spezialgebiet für meine Mathematik Matura. Ich interessiere mich demnach, also nicht erst seit dem Beginn dieser Arbeit für die Optimierung von Routen. Damals hat mich das Königsberger Brückenproblem und Eulerwege beschäftigt. Während meines gesamten Studiums habe ich die Mathematik und im Speziellen die Gebiete lineare Optimierung, Produktion und Logistik, Supply Chain Management und Teilgebiete daraus zu meinen Hauptinteressen erklärt und daher „Transportation Logistics“ und „Operations Research“ zu meinen Spezialisierungen im Masterstudium gemacht.
Diese Arbeit widmet sich der Optimierung von Routen zur Verteilung von Gütern in einem Katastrophengebiet.

1.1 Problemstellung

Wenn eine Naturkatastrophe wie z.Bsp. ein Erdbeben, ein Hurrikan, eine Flut, eine Dürre, ein Vulkanausbruch oder ein Brand ein Gebiet verwüstet, dann ist es wichtig und notwendig die Einwohner in diesem Gebiet mit Hilfsgütern zu unterstützen. Für die Hilfsorganisationen oder Non-Governmental Organizations (NGO) ist es wichtig ein geeignetes Transportsystem zu finden. Da es oft nicht möglich sein wird die nötigen Hilfsgüter direkt zu allen Opfern einer Katastrophe zu liefern, müssen sogenannte Verteilungszentren im Katastrophengebiet errichtet und beliefert werden, die für möglichst viele Einwohner des Gebietes erreichbar sein sollen. (Vgl. Tricoire, Graf und Gutjahr (2012)) Die Verteilungszentren sollen auf Routen liegen, die 1. von den Transportmitteln der NGO angeliefert werden können und 2. von einer großen Anzahl an Einwohnern im Umkreis zu Fuß oder mit ihren Privatfahrzeugen zu erreichen sind. Diese Routen und die zu liefernden Mengen sollen mittels eines mathematischen Modells, das in dieser Arbeit diskutiert werden wird, berechnet werden.

Der Bereich der Katastrophenhilfe (disaster relief) lässt sich neben der anhaltenden Unterstützung für Entwicklungsländer unter dem Dachbegriff „humanitäre Logistik“ zusammenfassen. (Vgl. Kovacs und Spens (2007)) Die Katastrophenhilfe ist von großer Bedeutung und so wird es auch in Zukunft sein. Thomas und Kopczak (2005) gingen davon aus, dass sowohl Naturkatastrophen als auch Katastrophen menschlichen Ursprungs bis zum Jahr 2055 im Vergleich zu 2005 um das fünffache zunehmen würden. Die Logistik spielt eine wesentliche Rolle in der Katastrophenhilfe.

Kovacs und Spens (2007) erwähnen in ihrer Arbeit einen 80 prozentigen Anteil der Logistik an der Katastrophenhilfe. Thomas und Kopczak (2005) schreiben wiederum vom fehlenden Bewusstsein für die Relevanz der Logistik. Vielen Hilfsorganisationen fehlt demnach die Expertise in logistischen Entscheidungen, was unter Umständen dazu führen kann, dass Einwohner verspätet oder nur eingeschränkt Zugang zu Gütern haben. Sie nennen den Tsunami in Asien 2004 als Beispiel. Nach dieser Katastrophe stand man vor dem Problem, die Hilfsgüter, die an Häfen und Flughäfen einlangten zu sortieren, zu lagern und zu verteilen, bevor man von den Massen überwältigt ist und diese unbrauchbar sind, da sie nicht rechtzeitig zu den Opfern gelangen. Es ist notwendig einen geeigneten Plan für die Distribution zu haben, sowie Lagermöglichkeiten, um trotz zerstörter Infrastruktur möglichst vielen Menschen zu helfen.

1.2 Ziel der Arbeit

Ziel dieser Arbeit ist es - ausgehend von einem bestehenden Tourenoptimierungsmodell zur Verteilung von Gütern in einem Katastrophengebiet aus Tricoire, Graf und Gutjahr (2012) - eine Abänderung dieses Modells zu erstellen, das der Realität näher kommt. Vor allem die Art der Zuordnung von Dörfern zu Verteilungszentren, aus denen sich Einwohner Hilfsgüter abholen können, soll kritisch hinterfragt und optimiert werden. Die Zuordnung basiert in dem genannten Modell nur auf den Distanzen zwischen potenziellen Verteilungszentren und Dörfern.
Für die Verbesserung der Zuordnung bediene ich mich Elementen aus dem Bereich des „competitive facility location modeling“. (Vgl. Drezner und Eiselt (2002) und Drezner (1995)) Im herkömmlichen Sinn werden diese Modelle zur konkurrenzfähigen Standortbestimmung im Einzelhandel herangezogen und beziehen Konsumentenentscheidungen mit ein. Außerdem soll eine realitätsnahe Version des Modells entstehen, indem „split supply“ erlaubt sein soll, wozu eine stochastische Interpretation des Gravitationsmodells zweckdienlich ist. (Vgl. Carling und Hakansson (2013) und Drezner und Drezner (2007))

1.3 Methodischer Aufbau

Die Arbeit ist nach diesem Kapitel - der Einleitung - in fünf weitere Kapitel gegliedert.
Kapitel `2 Begriffsdefinitionen` erklärt in drei Unterkapiteln die wichtigsten Begriffe, die auch generell im Operations Research Bereich grundlegende Ausdrücke sind.
Im Kapitel `3 Tourenoptimierungsmodell` wird das Modell aus Tricoire, Graf

und Gutjahr (2012) an dem ich mich orientiere im Detail beschrieben und erklärt. Die Unterkapitel `3.1 Grundlegendes` und `3.2 Variablenverzeichnis` erklären die notwendige Ausgangssituation für das weitere Arbeiten mit dem Modell. In den weiteren Unterkapiteln `3.3 Erste Entscheidungsebene` und `3.4 Zweite Entscheidungsebene` ist das Modell selbst mit detaillierten Erklärungen beschrieben. Zum Abschluss des Kapitels `3` ist mit Unterkapitel `3.5 Fragen und Probleme` eine kritische Behandlung der möglichen Resultate und Schwierigkeiten des Tourenoptimierungsmodells sowie der offen gebliebenen Fragen zu finden.

Kapitel `4 Adaptives Modell` beschreibt das geänderte Modell. Die Unterkapitel sind analog zu denen in Kapitel `3` aufgebaut. Die Unterkapitel `4.1 Grundlegendes` und `4.2 Variablenverzeichnis` definieren die nötigen Grundlagen für das adaptive Modell. Wobei `4.1 Grundlegendes` die wichtigsten Änderungen mit der Einführung einer Nutzenfunktion für die Zuordnung der Dörfer beinhaltet. In den Unterkapiteln `4.3 Erste Entscheidungsebene` und `4.4 Zweite Entscheidungsebene` ist das mathematische Modell samt Erläuterungen zu finden. Und das Unterkapitel `4.5 Fragen und Probleme` schließt das Kapitel `4` mit einer kritischen Beleuchtung und dem Vergleich zu Kapitel `3.5 Fragen und Probleme` ab.

Da das adaptive Modell noch einen wichtigen Kritikpunkt offen lässt, wird eine weitere Änderung des Modells vorgenommen, die in Kapitel `5 Adaptives Modell II` behandelt wird. Es wird nun ein sogenannter „split supply“ zugelassen und damit entsteht die Möglichkeit, dass sich ein Dorf auf mehrere Verteilungszentren aufteilen kann. Der Aufbau entspricht den Kapiteln `3` und `4`. In den Unterkapiteln `5.1 Grundlegendes` und `5.2 Variablenverzeichnis` sind die Ausgangslage und die neue Variable beschrieben. Danach folgt die mathematische Formulierung des Modells, wobei das Unterkapitel `5.3 Erste Entscheidungsebene` auch die Änderung zum „split supply“ beinhaltet und Unterkapitel `5.4 Zweite

`Entscheidungsebene` die Funktionen der zweiten Ebene beschreibt. Zum Abschluss des Kapitels behandelt Unterkapitel `5.5 Fragen und Probleme` eine kritische Reflexion der Änderungen und liefert einen Vergleich zu den Ausarbeitungen in den Unterkapiteln `3.5` und `4.5`.

Schließlich fasse ich in Kapitel `6 Schlussfolgerungen` noch einmal abschließend die Informationen der gesamten Arbeit zusammen.

Für die Gewährleisung einer besseren Lesbarkeit habe ich bei der Formulierung personenbezogener Bezeichnungen auf die Trennung in männliche und weibliche Personen verzichtet. Sofern nur männliche Formen angeführt sind, beziehen sie sich auf Frauen und Männer in gleicher Weise.

2 Begriffsdefinitionen

In diesem Kapitel werden die wichtigsten Begriffe der Arbeit im Detail beleuchtet und erklärt. Diese Begriffe sind insofern wichtig, da sie als Grundbegriffe in den Bereichen Operations Research und der Tourenoptimierung gelten und im Weiteren oft verwendet werden.

2.1 Covering Tour Problem

Das Covering Tour Problem (CTP) ist eines von einer Vielzahl an Modellen in der Tourenoptimierung. Um einen guten Überblick zu bekommen, sind hier einige wenige dieser Problemstellungen und ihre wichtigsten Attribute sowie Unterschiede voneinander genannt.

Das bekannteste Problem in der Tourenoptimierung ist das Problem des Handelsreisenden oder auch Travelling Salesman Problem (TSP). Hierbei betrachtet man ein Fahrzeug bzw. einen Handelsreisenden, der alle Knoten (Kunden) eines Graphen besuchen muss und wieder zu dem Depot zurückkehrt, bei dem er gestartet ist. Und sein Ziel dabei ist es die Weglänge und somit die Kosten der Fahrt zu minimieren.

Eine Erweiterung des TSP ist das kapazitierte Tourenoptimierungsproblem, im Original Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP) genannt. Ralphs, Kopman, Pulleyblank und Trotter (2003) beschreiben das CVRP als eine Kombination aus TSP und Bin Packing Problem. Das Bin Packing Problem wird auch als Behälterproblem bezeichnet, und dabei geht es im Groben um die Aufteilung einer gegebenen Menge an Gütern auf eine gegebene Menge an Behältern ohne die Behälter zu überfüllen. Dies kommt beim CVRP zu tragen, da es nun statt nur eines Handelsreisenden eine gegebene Anzahl an Fahrzeugen gibt mit denen ein einzelnes Gut zu den Kunden transportiert werden muss. Und den Kunden ist eine bestimmte Nachfrage zugeordnet. Das bedeutet, die Fahrzeuge müssen mit der nachgefragten Menge des Gutes „bepackt“ werden, bevor sie vom Depot starten. Und beim CVRP müssen - wie beim TSP auch - alle Knoten (Kunden) besucht werden und die Kosten der Fahrt minimiert werden.

Eine andere Form der Erweiterung des einfachen TSP ist das TSP with Profits wie es Feillet, Dejax und Gendreau (2005) in ihrer Arbeit beschreiben. Der größte Unterschied besteht darin, dass nicht alle Knoten besucht werden müssen. Jedem Knoten (Kunden) ist ein Profit zugeordnet, der maximiert werden soll (zusätzlich zur Minimierung der Fahrtkosten in die Zielfunktion eingebettet) oder für den ein gewisser Wert nicht unterschritten werden darf (als Nebenbedingung formuliert). Feillet, Dejax und Gendreau (2005) listen auch noch weitere (ähnliche) Probleme der Tourenoptimierung auf.

Um einen schemenhaften Überblick über die drei zuletzt genannten Modelle zu bekommen, dient Abbildung 1.

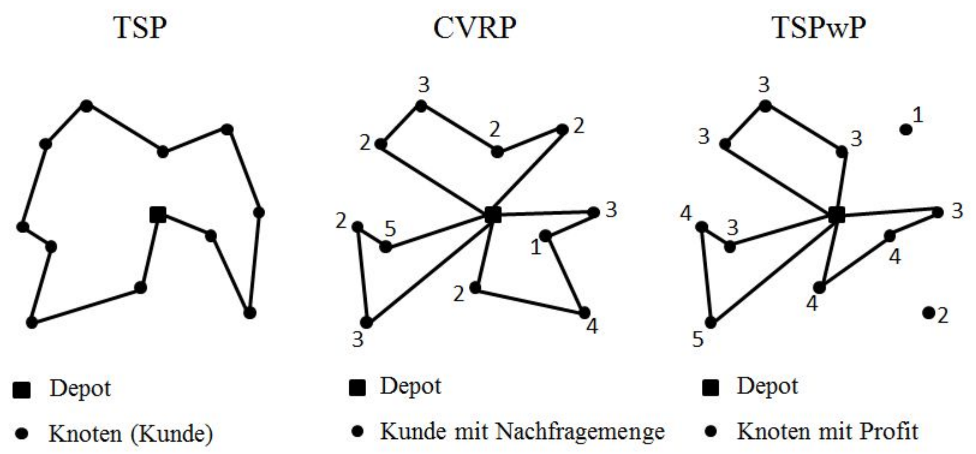

Abbildung 1: Modellübersicht, Quelle: Eigene Darstellung

Anhand dieser Abbildung mit nur sehr kleinen Problemen erkennt man schon die Unterschiede zwischen den jeweiligen Problemen. Von der einzelnen Route bei der alle Knoten besucht werden über mehrere Routen bis zur Optimierung, bei der

auch Knoten ausgelassen werden können. Für das CVRP ist zu bemerken, dass für die 3 Fahrzeuge jeweils eine maximale Kapazität von 10 Einheiten angenommen ist, somit darf die Summe der Nachfrage - die neben den Knoten notiert ist - pro Tour nicht mehr als 10 ergeben. Beim TSP with Profit stehen die Zahlen neben den Knoten hingegen für einen Profit der „eingesammelt“ wird, wenn ein Knoten besucht wird. Daher werden Knoten, die weiter weg liegen aber einen hohen Profit haben, eher besucht als diese, die einen kleineren Profit haben.
In einem klassischen CTP müssen nicht alle Knoten besucht werden und zusätzlich zu den Knoten, die besucht werden können/müssen, gibt es auch solche, die „abgedeckt“ werden müssen. Diese Knoten können von einem Fahrzeug nicht direkt erreicht werden, müssen aber in einem bestimmten Umkreis um einen besuchten Knoten liegen. Ein Beispiel für die Anwendung ist die Routenplanung für einen Wanderzirkus, wie ReVelle und Laporte (1993) sie beschreiben. Der Zirkus kann nicht in jeder Stadt einen Stop machen, weil es nicht überall einen geeigneten Platz gibt, er will aber, dass Einwohner aus allen Städten die Möglichkeit haben die Zirkusshow zu sehen. Das heißt die Städte in denen der Zirkus nicht direkt vor Ort ist, müssen in der Nähe einer Stadt liegen in der der Zirkus gastiert, damit die Einwohner aller Städte die Chance haben den Zirkus zu besuchen.
Die Definition des CTP ist Gendreau, Laporte und Semet (1997) entnommen: Es gibt einen Graphen G aus $V \cup W$ Knoten und E Kanten, wobei $V = \{v_1, ..., v_n\}$ alle Knoten beinhaltet die besucht werden können. Eine Teilmenge $T \subseteq V$ beinhaltet alle Knoten die unbedingt besucht werden müssen. Die Menge W bezeichnet alle Knoten die abgedeckt sein müssen und $E = \{(v_i, v_j) : v_i, v_j \in V \cup W, i < j\}$ alle verbindenden Kanten zwischen den Knoten. Ziel ist es, dass eine Tour mit minimalen Kosten über die Knoten V gefahren wird, sodass alle Knoten T enthalten sind und jeder Knoten W abgedeckt ist, indem er innerhalb einer Distanz c von einem Knoten der Tour entfernt liegt. Eine grafische Darstellung eines kleinen CTP

findet sich zum besseren Verständnis in Abbildung 2.

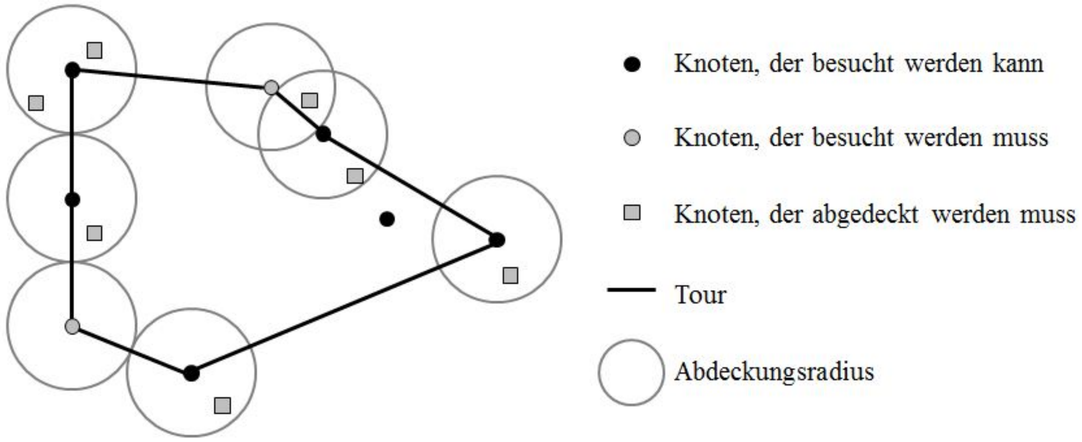

Abbildung 2: CTP, Quelle: Eigene Darstellung in Anlehnung an Jozefowiez, Semet und Talbi (2007)

Im Bild sieht man die Lösung für ein kleines CTP. Es wurden nicht alle Knoten besucht. Jene Knoten, die besucht werden müssen liegen auf der Route (obwohl sie nicht für die Abdeckung der abzudeckenden Knoten nötig sind). Der Abdeckungsradius kann für jedes CTP individuell als Parameter festgesetzt werden. (Jozefowiez, Semet und Talbi 2007)

2.2 Mehrzieloptimierung

Die Mehrzieloptimierung ist eine Erweiterung der linearen Optimierung, welche hier demnach zuerst beschrieben werden soll.

> *„Das mathematische Teilgebiet der linearen Optimierung behandelt Probleme, in denen eine von **n** Veränderlichen abhängige lineare Funktion, die Zielfunktion, unter Einhaltung linearer Restriktionen, den Nebenbedingungen, zu minimieren oder maximieren ist.“* (Unger und Dempe 2010)

Bei der linearen Optimierung, als grundlegende Form der Optimierung, sind - wie in Unger und Dempe (2010) definiert - sowohl die Zielfunktion, als auch die Nebenbedingungen lineare Funktionen (Gleichungen oder Ungleichungen).
Eine Zielfunktion könnte zum Beispiel sein, den Gewinn aus dem Verkauf von Tischen und Sesseln aus Holz zu maximieren. Zugehörige Nebenbedingungen wären zum Beispiel, dass es zu jedem Tisch mindestens 4 Sesseln geben sollte und, dass man insgesamt nur eine bestimmte Menge an Holz zur Verfügung hat. Durch das Lösen des Gleichungssystems, wird versucht Werte für die Entscheidungsvariablen (Veränderlichen) zu finden, die alle Nebenbedingungen erfüllen. Natürlich kann es viele mögliche Lösungen geben. Im Beispiel könnten die Nebenbedingungen zum Beispiel erfüllt sein, wenn man nur 2 Tische und 100 Sesseln produziert, aber auch wenn man 5 Tische und 20 Sesseln produziert.
Dann kommt es zur eigentlichen Optimierungsaufgabe, wie Lück (2004) sie definiert:

> *„Eine Optimierungsaufgabe besteht darin, aus einer Menge von realisierbaren Alternativen die im Sinne einer Zielvorstellung beste Lösung herauszufinden.“* (Lück 2004)

Wenn man etwas optimiert ist man also auf der Suche nach der bestmöglichen Lösung oder einem Optimum. Dieses lässt sich nur finden, wenn man auch ein klares Ziel definiert hat. Im Beispiel ist die Zielsetzung Gewinnmaximierung. Wenn also Tische viel teurer verkauft werden können als Sesseln, dann wäre das Optimum eindeutig möglichst viele Tische und die Minimalzahl an zugehörigen Sesseln zu produzieren.
Oft gibt es aber mehr als nur ein Ziel, wenn eine Entscheidung getroffen werden soll.

> *„Anstoß zur Beschäftigung der Betriebswirtschaftslehre mit Entscheidungsproblemen bei mehrfacher Zielsetzung haben die aus zahlreichen*

> *empirischen Untersuchungen gewonnenen Erkenntnisse gegeben, dass der Zielkatalog des Unternehmens im Allgemeinen allein durch die Gewinnmaximierung nur unzureichend realitätsnah beschrieben wird.“*
> (Enzyklopädie der Betriebswirtschaftslehre Band 1 1993)

Das banale Beispiel wird etwa realistischer, wenn man auch die Minimierung der Anschaffungkosten zum Ziel macht. Wenn Tische und Sesseln aus verschiedenen Arten von Holz hergestellt werden und das der Tische teurer ist, würde sich die optimale Lösung auf Grund des neuen Ziels auch ändern.
Die beiden klassischen Ziele Gewinnmaximierung und Kostenminimierung, sind Ziele die sich gegenseitig ergänzen und oft (gewichtet) in einer Zielfunktion zusammenfassen lassen. Es kann aber auch konfliktäre Ziele geben, wie etwa eine möglichst kurze Route durch eine Stadt zu planen, auf der möglichst viele Sehenswürdigkeiten liegen sollen. Mehrzielmodelle kommen der Realität in der Regel viel näher als Einzielmodelle, steigern aber auch den Schwierigkeitsgrad der Optimierung.

2.3 Stochastische Nachfrage

Wenn man eine Entscheidung unter Sicherheit fällt, bewegt man sich im Gebiet der deterministischen Optimierung. Alle Parameter oder Daten, die die Entscheidung beeinflussen können, stehen in diesem Fall fest und bleiben unverändert. Sobald eine quantifizierbare Ungewissheit hinzukommt, spricht man von einer Entscheidung unter Risiko, die in der **stochastischen Optimierung** angesiedelt ist. Ein klassisches Beispiel dafür wäre etwa das bekannte Zahlenlotto, bei dem man unter Risiko entscheidet, da man nicht weiß welche Zahlen gezogen werden, man kennt aber alle Möglichen und deren Wahrscheinlichkeiten, welche berechenbar sind. Eine dritte Steigerung führt zu der Entscheidung unter Unsicherheit, bei der die Ungewissheit nicht mehr quantifizierbar ist. Das Verhalten von Menschen entspricht bspw. solch einer Ungewissheit, die sich nicht in Zahlen ausdrücken oder mit Wahrscheinlichkeiten belegen lässt. Die Entscheidung unter Unsicherheit wird in der Spieltheorie behandelt. (Vgl. Gutjahr (2009))

Die Nachfrage ist laut Duden, die Bereitschaft oder das Verlangen der Käufer nach bestimmten Waren. Anders gesagt eine Zahl die angibt, welche Menge sich ein Kunde oder Käufer wünscht und bereit ist dem Verkäufer abzunehmen. In der Wirtschaft gilt es das Ziel zu erreichen, das Angebot an die Nachfrage anzupassen, damit einerseits alle Kunden zufrieden sind und andererseits nicht zu viele Güter übrig bleiben und keine Verwendung finden. In vielen Fällen lässt sich die Nachfrage nicht eindeutig quantifizieren, sie ist also nicht deterministisch. Da man im Vorhinein nicht die genauen Bedürfnisse der Konsumenten kennt, wählt man stochastische Nachfragewerte, die ein Risiko bzw. eine Ungewissheit einbeziehen.

Im speziellen Fall der Katastrophenhilfe, um die es in dieser Arbeit geht, ist die Nachfrage der Kunden/Konsumenten (die in diesem Fall besser als Einwohner bezeichnet werden) stochastisch, weil man nicht sagen kann, wie viele Einwohner Güter benötigen werden. Jede Katastrophe ist anders, doch in den meisten Fällen, weiß man zu dem Zeitpunkt, an dem man erste Aktionen setzen und somit Entscheidungen treffen muss, nicht genau mit welcher Nachfrage man es zu tun haben wird.

Bei einer Flutkatastrophe zum Beispiel kann das Ausmaß der Zerstörung von Feldern oder Lebensmitteln nicht gleich erkannt werden. Auch bei einem Hurrikan weiß man nicht, ob eventuell noch Güter vorhanden und noch zu gebrauchen sind. Oder bei einer Dürre ob noch Brunnen intakt sind oder gar kein Wasser mehr vor Ort ist. Aus diesen Gründen kann für viele Katastrophen auch nicht ein „Hilfspaket“ pro Einwohner gerechnet werden, da nicht klar ist was vorhanden war/ist und noch verwendet werden kann. Grobe Richtlinien werden wohl zutreffen, wie etwa, dass eine Stadt mit doppelt so vielen Einwohnern als eine Andere auch das doppelte an Gütern benötigt. Generell besteht aber ein Risiko bei den Werten der Nachfrage.

3 Tourenoptimierungsmodell

In diesem Kapitel ist die mathematische Formulierung für das der Arbeit zugrundeliegende Modell für die Tourenoptimierung im Katastrophenfall aus Tricoire, Graf und Gutjahr (2012) beschrieben. Es handelt sich um ein Mehrziel - CTP mit stochastischer Nachfrage.

3.1 Grundlegendes

Für das vorliegende Problem ist ein vollständiger Graph $G = (V_0, E)$ mit den Knoten V_0 und den ungerichteten Kanten E gegeben. Jeder Knoten steht für ein Dorf oder eine Stadt mit einer bestimmten Anzahl an Einwohnern oder ein Verteilungszentrum (VZ) für Güter mit einer bestimmten Kapazität γ_j. Hat ein Knoten Kapazität 0 zum Lagern von Gütern, so ist er ein Dorf, das nicht als VZ genutzt werden kann. Hat ein Knoten Einwohnerzahl 0, so kann er zwar als VZ genutzt werden, ist aber nicht als Dorf oder Stadt mit nachfragenden Einwohnern deklariert. Sobald ein Knoten zu einem VZ wird, entstehen Kosten c_j für die Öffnung des VZ in der betrachteten Periode.
Das Set $V_0 = V \cup \{0\}$ beinhaltet sowohl das Depot 0 als auch alle Knoten V, die Dörfer oder VZ darstellen. Die Distanz zwischen einem Knoten $i \in V_0$ und einem Knoten $j \in V_0$ wird mit d_{ij} bezeichnet. Diese Kanten $E = \{(i, j) \mid i \in V_0, j \in V_0\}$ können - da sie ungerichtet sind - in beide Richtungen befahren werden, was die gleichen Kosten $\tau * d_{ij}$ verursacht.
Für die Belieferung gibt es eine Anzahl K Transportfahrzeuge, diese werden im Weiteren als Fahrzeug (FZ) bezeichnet. Jedes FZ mit Index k hat eine zugeordnete Kapazität Q_k. Es ist möglich, dass die FZ unterschiedliche Kapazitäten haben, aber dennoch werden für das Modell gleiche Geschwindigkeiten und Wegkosten angenommen. Die Kosten für die Fahrten sind fahrzeugunabhängig und werden

als die Wegkosten τ eingerechnet.

In jedem Dorf, das bewohnt ist, gibt es pro Periode eine Nachfrage nach Gütern, die mit W_i gekennzeichnet ist. Die Nachfragemengen $W_i = \xi_i * w_i$ sind stochastisch mit einer gegebenen Verteilung. Wobei $w_i = E(W_i)$ der Erwartungswert von W_i ist und ξ_i eine zufällige Variable, die die Unsicherheit ausdrückt und in zweiter Entscheidungsebene die Nachfrage fixiert. Da nicht in jedem Dorf ein VZ geöffnet werden kann, kann auch die Nachfrage in den Dörfern nicht ohne Weiteres gestillt werden. Die Nachfrage aus den Dörfern muss dem jeweiligen VZ zugeordnet werden.

Folgende Entscheidungsvariablen sind für die Lösung des Problems nötig: Die binären Entscheidungsvariablen z_{jk} zeigen an, ob ein FZ k den Knoten j besucht ($z_{jk} = 1$) oder nicht besucht ($z_{jk} = 0$) und somit auch, ob das VZ j geöffnet wird ($z_{jk} = 1$) oder nicht ($z_{jk} = 0$). Die Entscheidungsvariablen u_{jk} geben die Menge an Gütern an, die von FZ k zum VZ j geliefert werden. x_{ijk} zeigt, wie oft das FZ k die Kante (i,j) passiert. Und y_{ij} ist eine binäre Entscheidungsvariable, die angibt ob ein Dorf i einem VZ j zugeordnet ($y_{ij} = 1$) oder nicht zugeordnet ist ($y_{ij} = 0$).

Nachdem ein Dorf und somit auch die Nachfrage des Dorfes einem VZ zugeordnet ist, wird im Folgenden nicht mehr der Begriff „Nachfrage“ sondern „Anforderung“ verwendet. Die Nachfrage ist durch stochastische Variablen pro Dorf gegeben. Die Anforderung für das VZ ergibt sich aus der Zuordnung der Nachfrage der Dörfer zu dem jeweils nächsten VZ. Für diese Zuordnung muss bekannt sein zu welchem VZ die Einwohner aus den Dörfern gehen, um sich Güter zu holen. Dafür wird mit Formel (1) ein Zuordnungsfaktor festgelegt, der anhand von der Distanz bestimmt, ob die Einwohner oder ein Teil der Einwohner aus einem Dorf zu einem VZ gehen oder nicht.

$$\psi(d_{ij}) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } d_{ij} \leq d_0, \\ b_r & \text{wenn } d_{r-1} < d_{ij} \leq d_r \ (r = 1, ..., R), \\ 0 & \text{wenn } d_{ij} > d_R \end{cases} \quad (1)$$

Die Zuordnungsfaktoren werden über eine Treppenfunktion aus den Distanzwerten berechnet. Wenn die Distanz zwischen Dorf i und VZ j kleiner oder gleich dem Schwellenwert d_0 ist, so wird der Faktor ψ den Wert 1 annehmen, was bedeutet, dass die Distanz gering genug ist, sodass alle Einwohner des Dorfes i zum VZ j gehen werden. Liegt der Wert der Distanz bei d_r, also zwischen den Schwellenwerten d_0 und d_R, so wird ψ den Wert b_r zwischen 0 und 1 annehmen. Demnach wird der Anteil b_r von Dorf i zum VZ j gehen. Sobald die Distanz größer ist als der Schwellenwert d_R, wird ψ 0, und keine Einwohner aus i werden zu j gehen.
Abbildung 3 soll zum besseren Verständis der Formel (1) dienen. Die grafische Darstellung erklärt wie von der Distanz auf den Zuordnungsfaktor geschlossen wird.

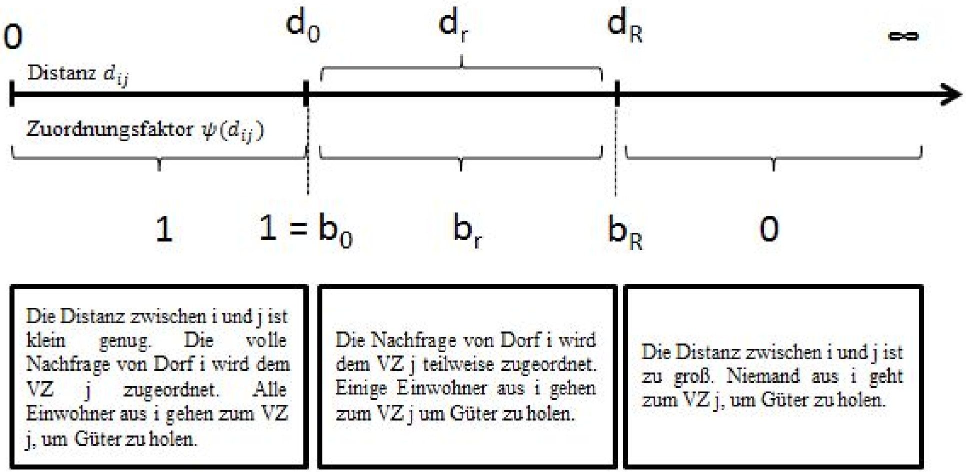

Abbildung 3: Zuordnungsfaktor $\psi(d_{ij})$, Quelle: Eigene Darstellung

Durch den Zuordnungsfaktor $\psi(d_{ij})$ ist nun also eine Möglichkeit entstanden die Nachfrage W_i in den Dörfern, auf die Anforderung im VZ „umzurechnen". Dies ist ein wichtiger Punkt, da im Modell die VZ beliefert werden und nun für alle VZ j die Anforderung $\sum_{i \in V} \xi_i * w_i * \psi(d_{ij}) * y_{ij}$ aus allen zugeordneten Dörfern bekannt ist, die gestillt werden soll.
Dörfer, die einem VZ zugeordnet sind, sind „abgedeckt". Womit sich der Begriff Abdeckung für ein CTP aus Kapitel `2.1 Covering Tour Problem` wiederholt. Wonach ein Knoten abgedeckt ist, wenn er in einem bestimmten Radius um einen besuchten Knoten liegt. Der besuchte Knoten entspricht einem VZ. Der Abdeckungsradius aus Abbildung 2 entspricht in diesem Problem der Distanz d_0 bzw. d_R. Es gibt in diesem Fall mehrere Abdeckungsradien, da mit dem Zuordnungsfaktor $\psi(d_{ij})$ eine komplette oder teilweise Zuordnung ermöglicht wird. Mit folgender Abbildung soll dies verständlicher werden.

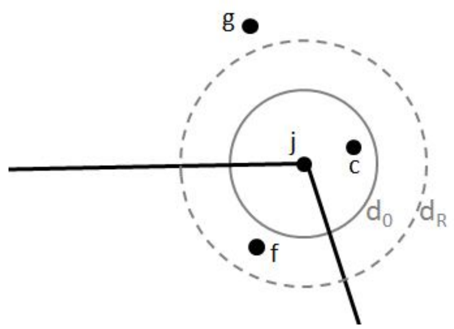

Abbildung 4: Abdeckungsradien , Quelle: Eigene Darstellung

Abbildung 4 zeigt einen kleinen Ausschnitt mit einem VZ j und einem Dorf c, das abgedeckt ist, d.h. der Zuordnungsfaktor ist 1, und alle Einwohner gehen zum VZ j. Das Dorf f ist nur teilweise abgedeckt, d.h. der Zuordnungsfaktor liegt zwischen 0 und 1, und es besuchen einige Einwohner aus f das VZ j. Und das Dorf g ist nicht abgedeckt, also es ist dem VZ j nicht zugeordnet.

3.1.1 Ziel

Das Ziel des Modells ist es, eine optimale Route über die Knoten zu finden, sodass die Kosten minimiert werden indem es kurze Fahrtstrecken gibt und möglichst wenige VZ geöffnet werden, während im besten Fall alle Knoten abgedeckt sind und die unerfüllte Nachfrage so gering wie möglich bleibt.

3.2 Variablenverzeichnis

Um das Lesen und Verstehen dieses Kapitels und vor allem der Formeln einfacher zu machen, möchte ich an dieser Stelle Tabellen mit allen verwendeten Variablen, Indizes und Parametern einfügen. In Tabelle 1 sind alle Entscheidungsvariablen des stochastischen Mehrziel CTP aufgelistet.

Tabelle 1: Entscheidungsvariablen, Quelle: Eigene Darstellung

Variable	Beschreibung	Abkürzung
x_{ijk}	Anzahl, wie oft FZ k die Kante (i,j) passiert	x
$y_{ij} = 1$ $y_{ij} = 0$	Dorf i ist VZ j zugeordnet Dorf i ist VZ j nicht zugeordnet	y
$z_{jk} = 1$ $z_{jk} = 0$	FZ k besucht Knoten/VZ j FZ k besucht Knoten/VZ j nicht	z
u_{jk}	Angebot, das von FZ k zum VZ j geliefert wird	u

In Tabelle 2 findet man eine Beschreibung aller verwendeten Indizes in dem Problem.

Tabelle 2: Indizes, Quelle: Eigene Darstellung

Index	Beschreibung	aus der Menge
i	Dorf	V...Knoten
j	Verteilungszentrum (VZ)	V...Knoten
k	Fahrzeug (FZ)	K...Fahrzeuge
ij	Verbindung zwischen Knoten i und Knoten j	E...Kanten

Tabelle 3 listet übrige wichtige verwendete Parameter des Modells auf.

Tabelle 3: Parameter, Quelle: Eigene Darstellung

Parameter	Beschreibung
d_{ij}	Distanz zwischen Knoten i und Knoten j
c_j	einmalige Kosten für die Öffnung des VZ j
γ_j	Lagerkapazität des VZ j
w_i	erwartete Nachfrage in Dorf i
ξ_i	stochastische Variable (Unsicherheit der Nachfrage)
Q_k	Ladekapazität des FZ k
τ	Fahrtkosten
d_0 / d_r	$r = 1, ..., R$ / Schwellenwerte die d_{ij} annehmen kann
b_r	$r = 1, ..., R$ / Zahlenwerte zwischen 0 und 1 für $\psi(d_{ij})$

Ein weiterer wichtiger Punkt, der an dieser Stelle noch zu nennen ist, ist die Bedeutung von $\delta(S)$, das in den Formeln (10) - (12) vorkommt.

$\delta(S) = \{(i,j) \in E | i \in S, j \in V_0 \backslash S \text{ or } j \in S, i \in V_0 \backslash S\}$. S ist eine Teilmenge von V_0 und wird auch als „Set“ bezeichnet. $\delta(S)$ besteht aus allen Kanten (i,j) von denen entweder i zum Set S gehört und j NICHT zum Set S gehört oder umgekehrt j zum Set S gehört und i NICHT zum Set S gehört. Es handelt sich also um die Anzahl der Kanten im Set S, die nur einen Knoten in S haben. Oder anders gesagt die Anzahl der Kanten, die aus einem Set hinaus und in das Set hinein gehen, nicht

aber die Kanten die in dem Set liegen. Vgl. Gutjahr (2010)
Auf $\delta(j)$ und $\delta(0)$ ist diese Erklärung sinngemäß anzuwenden. Eine einfache Darstellung in Abbildung 5 soll diese Erklärung verständlicher machen.

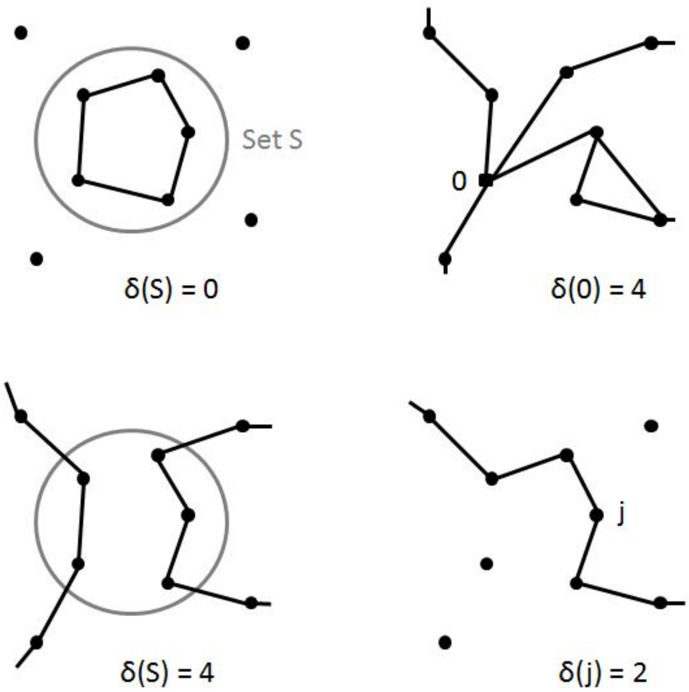

Abbildung 5: $\delta(S)$, Quelle: Eigene Darstellung

Sonstige Zeichen oder Abkürzungen, die in den Formeln zu finden sind, die aber nicht so häufig auftreten, sind nicht in diesem Kapitel gelistet, sondern im Text detailliert erklärt.

3.3 Erste Entscheidungsebene

Der Entscheidungsprozess für das CTP ist in zwei Entscheidungsebenen gegliedert. In der ersten Entscheidungsebene wird festgestellt welche VZ geöffnet werden, und es wird die Tour, d.h. die Reihenfolge in der die VZ besucht werden, festgelegt. Anders gesagt werden die Entscheidungsvariablen x, y und z berechnet. Diese Entscheidung wird getroffen bevor die Lieferperiode beginnt. Es gilt, dass keine sogenannten „split deliveries“ gemacht werden dürfen, was bedeutet, dass ein geöffnetes VZ von maximal einem Fahrzeug beliefert werden darf.

3.3.1 Zielfunktionen

$$\min_{x,y,z}(f_1, f_2) \quad \text{s.t.} \tag{2}$$

$$f_1 = \tau \sum_{k\in K} \sum_{(i,j)\in E} d_{ij} x_{ijk} + \sum_{k\in K} \sum_{j\in V} c_j z_{jk} \tag{3}$$

$$f_2 = \mathbf{E}(R(y, z, \xi)) \tag{4}$$

Kommentar zu Formel (2): Beide Ziele des Problems sollen minimiert werden.
Kommentar zu Formel (3): Die erste Zielfunktion summiert die Gesamtkosten des Problems. Diese beinhalten sowohl die Kosten für die Öffnung eines VZ als auch die Fahrtkosten.
Kommentar zu Formel (4): Die zweite Zielfunktion drückt die erwartete unerfüllte Nachfrage aus. Der Wert $R(y, z, \xi)$ für die unerfüllte Nachfrage resultiert als Ergebnis der 2. Entscheidungsebene. Folgende 3 Parameter können zu unerfüllter Nachfrage führen: 1. Die Bewohner, die nicht zum nächsten VZ gehen (können), weil der Weg zwischen ihrem Dorf und dem VZ zu weit ist. 2. Das Kapazitätslimit vom VZ. 3. Das Kapazitätslimit vom jeweiligen FZ. Die Erklärung der Berechnung von $R(y, z, \xi)$ folgt in Kapitel `3.4.1 Zielfunktion` der zweiten Entscheidungsebene. Für diese Zielfunktion in der ersten Entscheidungsebene muss mit dem

Erwartungswert der unerfüllten Nachfrage gearbeitet werden, da der tatsächliche Wert erst in der zweiten Entscheidungsebene bekannt wird. Es handelt sich um den Erwartungswert bezüglich der Verteilung von Vektor ξ mit zufälligen Variablen ξ_i. Die Funktion ist eine sogenannte „recourse function“, da sie die erwarteten Kosten einer Entscheidung ausdrückt, die erst getroffen werden kann, sobald die Unbekannten aus zweiter Entscheidungsebene bekannt werden.

3.3.2 Nebenbedingungen

$$\sum_{j \in V} y_{ij} = 1 \quad \forall i \in V \tag{5}$$

$$y_{ij} \leq \sum_{k \in K} z_{jk} \quad \forall i, j \in V \tag{6}$$

$$\sum_{j \in V} d_{ij} y_{ij} \leq d_{im} + M(1 - \sum_{k \in K} z_{mk}) \quad \forall i, m \in V \tag{7}$$

$$\sum_{k \in K} z_{jk} \leq 1 \quad \forall j \in V \tag{8}$$

$$\sum_{k \in K} z_{0k} = |K| \tag{9}$$

$$x_k(\delta(j)) = 2z_{jk} \quad \forall j \in V_0, k \in K \tag{10}$$

$$x_k(\delta(S)) \geq 2z_{jk} \quad \forall S \subseteq V, j \in S, k \in K \tag{11}$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \; \forall (i,j) \in E \backslash \delta(0), k \in K, \;\; x_{ijk} \in \{0,1,2\} \; \forall (i,j) \in \delta(0), k \in K \tag{12}$$

$$y_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in V \tag{13}$$

$$z_{jk} \in \{0,1\} \quad \forall j \in V_0, k \in K \tag{14}$$

Kommentar zu Formel (5): Ein Dorf i ist genau einem VZ j zugeordnet. Einem VZ dürfen aber mehrere Dörfer zugeordnet sein.

Kommentar zu Formel (6): Ein Dorf i kann nur einem geöffneten VZ j zugeordnet

sein. Also wenn ein Dorf i dem VZ j zugeordnet ist, dann muss dem VZ j auch mindestens ein FZ k zugeordnet sein.
Kommentar zu Formel (7): Die Distanz von Dorf i zum zugeordneten VZ j muss kleiner gleich der Distanz von i zu einem bestimmten VZ m, das jedenfalls geöffnet ist, sein.
wenn m nicht geöffnet: $\sum_{k \in K} z_{mk} = 0 \rightarrow$ rechte Seite: $d_{im} + M$, wobei M für eine sehr große Zahl steht $\rightarrow$ Die Distanz (i,j) ist also jedenfalls kleiner, es kann somit frei zugeordnet werden.
wenn m geöffnet: $\sum_{k \in K} z_{mk} = 1 \rightarrow$ rechte Seite: $d_{im} \rightarrow$ Es kann nur zugeordnet werden wenn $d_{ij} \leq d_{im}$ ist.
Da $\forall i, m \in V$ gilt, gibt es mehrere Ungleichungen und alle müssen erfüllt sein $\rightarrow$ i wird somit der kleinsten Distanz - also dem nächsten geöffneten VZ - zugeordnet.
Kommentar zu Formel (8): Einem VZ j ist maximal ein FZ k zugeordnet. In einem Dorf kann es also maximal ein VZ geben, das nur von einem FZ beliefert werden darf.
Kommentar zu Formel (9): Alle FZ K besuchen das Depot.
Kommentar zu Formel (10): Diese Nebenbedingungen sind sogenannte „degree constraints“. Wenn ein FZ k das Dorf bzw. VZ j besucht ($z_{jk} = 1$), dann muss das FZ in das Dorf hinein fahren und aus dem Dorf wieder herausfahren. Das FZ muss also über genau 2 von allen Kanten fahren, die vom/zum Knoten j führen. Anders gesagt muss das FZ über genau 2 Straßen fahren die zum/vom Dorf j führen.
Kommentar zu Formel (11): Die Nebenbedingungen (11) sind „subtour elimination constraints“. Sie stellen sicher das isolierte Subtouren (d.h. „im Kreis fahren“) verhindert werden. Die Knoten einer isolierten Tour werden zu einer Menge S zusammengefasst. Wenn ein FZ k einen Knoten j aus S besucht (wenn $z_{jk} = 1$), dann müssen mindestens 2 Kanten auf denen k fährt in $\delta(S)$ liegen, was bedeutet,

dass man auch wieder aus dem Set S herausfahren muss, wenn man in das Set S hineingefahren ist.
Kommentar zu Formel (12): Ein FZ k darf maximal einmal über jede Kante fahren. Einzige Ausnahme ist das Depot. Kanten, die zum Depot oder von diesem weg führen, dürfen maximal zweimal befahren werden.
Kommentar zu Formel (13): Die Entscheidungsvariablen y_{ij} sind binäre Variablen.
Kommentar zu Formel (14): Die Entscheidungsvariablen z_{jk} sind binäre Variablen.

3.4 Zweite Entscheidungsebene

In der zweiten Entscheidungsebene wird festgelegt welche Mengen auf den Touren zu jedem geöffneten VZ geliefert werden. Sobald die tatsächliche Nachfrage für jedes Dorf während der Lieferperiode bekannt wird, kann auch die Anforderung für jedes geöffnete VZ festgestellt werden. (Beachte: Die Begriffe Nachfrage und Anforderung sind zu unterscheiden, wie in Kapitel `3.1 Grundlegendes` erklärt.)
Die Auslieferung der angeforderten Menge ist durch die Kapazitätslimits auf die VZ und FZ limitiert, was im Einzelnen bedeutet:
Anforderung $\leq \gamma_j$(Kapazität des VZ_j): Die volle Anforderung wird geliefert.
Anforderung $> \gamma_j$: Die maximale Kapazität γ_j wird geliefert.
Anforderung $\leq Q_k$(Kapazität des FZ_k): Die volle Anforderung wird geliefert.
Anforderung $> Q_k$: Die maximale Kapazität Q_k wird geliefert. Hierbei kann der Fahrer willkürlich bestimmen, wie er die Menge auf die zugeordneten VZ auf seiner Tour aufteilt, da es für die Zielfunktion irrelevant ist, welche Nachfrage gestillt wird. Somit ist es gleichgültig, ob der Lenker des FZ die Informationen über die Nachfrage bzw. für ihn wichtiger die Anforderungen gleichzeitig oder nacheinander (erst am Weg) bekommt. Trotzdem wird der Fahrer versuchen die Güter gleich zu verteilen und die Nachfrage somit „gerecht“ zu stillen.

3.4.1 Zielfunktion

$$R(y,z,\xi) = \min_{u}[\sum_{i\in V}\xi_i w_i - \sum_{k\in K}\sum_{j\in V} u_{jk}] \quad \text{s.t.} \tag{15}$$

Kommentar zu Formel (15): Die Zielfunktion der zweiten Entscheidungsebene minimiert die unerfüllte Nachfrage. Diese setzt sich zusammen aus der Differenz zwischen der Gesamtnachfrage aller Dörfer und dem Gesamtangebot, das von allen FZ an alle VZ ausgeliefert wird.

3.4.2 Nebenbedingungen

$$u_{jk} \leq \sum_{i\in V}\xi_i w_i \psi(d_{ij}) y_{ij} \quad \forall j\in V, k\in K \tag{16}$$

$$u_{jk} \leq \gamma_j z_{jk} \quad \forall j\in V, k\in K \tag{17}$$

$$\sum_{j\in V} u_{jk} \leq Q_k \quad \forall k\in K \tag{18}$$

$$u_{jk} \geq 0 \quad \forall j\in V, k\in K \tag{19}$$

Kommentar zu Formel (16): Das Angebot, das von FZ k zum VZ j geliefert wird, muss kleiner gleich der Gesamtanforderung im VZ j sein. Wobei die Summe auf der rechten Seite eben diese Gesamtanforderung darstellt. Sie setzt sich aus der stochastischen Nachfrage der einzelnen Dörfer zusammen und wird mit Hilfe des Faktors $\psi(d_{ij})$ zur Anforderung umgerechnet. y_{ij} stellt sicher, dass nur die Anforderungen der Dörfer berücksichtigt wird, die dem VZ j zugeordnet wurden.
Kommentar zu Formel (17): Die von FZ k an das VZ j gelieferte Menge u_{jk} muss kleiner gleich der Kapazität des VZ j sein zu dem geliefert wird. Wenn $z_{jk} = 0$, also wenn VZ j nicht besucht wird, dann kann auch nichts geliefert werden. Wenn VZ j besucht wird, kann die Menge, die geliefert wird maximal so groß sein wie das Kapazitätslimit von VZ j.
Kommentar zu Formel (18): Die Summe aller Angebote, die ein FZ k zu allen VZ

auf seiner Route liefert, muss kleiner gleich der maximalen Kapazität dieses FZ k sein.
Kommentar zu Formel (19): Für die gelieferten Mengen gelten die Nichtnegativitätsbedingungen.

3.5 Fragen und Probleme

Wenn das oben genannte Tourenoptimierungsmodell in einer Periode gelöst ist, sind die Güter immer noch nicht bei den Bewohnern des Katastrophengebiets angelangt. Die Güter wurden zu den VZ transportiert und die Einwohner der umliegenden Dörfer müssen sich ihre Güter von dort abholen. Bei diesem letzten wichtigen Schritt können noch weitere Probleme auftreten. Obwohl die Güter mit dem Mehrziel-CTP bestmöglich verteilt wurden und alle Dörfer - zumindest teilweise - einem VZ zugeordnet wurden, kann es für einige Bewohner bedeuten, dass in dem ihnen zugeordneten VZ die Nachfrage aller Bewohner nicht gestillt werden kann. Dies führt somit zu Problemen in einer dritten Entscheidungsebene nach der Verteilung der Güter in erster und zweiter Entscheidungsebene, welche nachfolgend im Detail besprochen werden. Neben diesen Ungereimtheiten, die erst nach der eigentlichen Verteilungen auftreten, wirft auch das Modell an sich und die Ergebnisse daraus einige Fragen auf, welche im Kapitel `3.5.2 Erste/Zweite Entscheidungsebene` beschrieben werden.

3.5.1 Dritte Entscheidungsebene

Für eine genauere Betrachtung der Ausgangssituation nach der Verteilung ist zu unterscheiden, ob aufgrund der Kapazitätsrestriktionen des FZ und des VZ, auch die Gesamtanforderung im VZ gestillt wurde. Und desweiteren ist von Bedeutung, ob ein Dorf einem VZ nur teilweise oder komplett zugeordnet ist. Es gibt somit 4 mögliche Situationen, in denen sich die Bewohner eines Dorfes nach der Verteilung der Güter befinden können, welche in Tabelle 4 aufgelistet sind.

Tabelle 4: Situationen, Quelle: Eigene Darstellung

Situation	Depot → VZ	VZ → Dorf
AA	Angebot = Anforderung	Anforderung = Nachfrage
AB	Angebot = Anforderung	Anforderung < Nachfrage
BA	Angebot < Anforderung	Anforderung = Nachfrage
BB	Angebot < Anforderung	Anforderung < Nachfrage

Die zweite Spalte der Tabelle 4 sagt uns welche Menge vom Depot an das VZ geliefert wird. Da in den ersten beiden Situationen die gelieferte Menge und somit das Angebot der Anforderung entspricht, erhält das VZ die Gesamtanforderung. (Formel (16): $u_{jk} = \sum_{i \in V} \xi_i w_i \psi(d_{ij}) y_{ij}$ Die an das VZ j gelieferte Menge gleicht der Gesamtanforderung, die diesem VZ zugeordnet wurde.) In Situation BA und BB hingegen, kann nicht die gesamte Anforderung geliefert werden, was passiert wenn das Kapazitätslimit des VZ oder des FZ oder beider überschritten ist. (Wenn die Kapazitätslimits - die in den Formeln (17) und (18) einfließen - überschritten sind, kann daraus folgen, dass die gelieferte Menge kleiner ist als die Gesamtanforderung in dem VZ j. $u_{jk} < \sum_{i \in V} \xi_i w_i \psi(d_{ij}) y_{ij}$)
In der dritten Spalte geht es um die schon vorab bestimmte Zuordnung vom Dorf zu einem VZ. Die Anforderung entspricht exakt der Nachfrage des gesamten Dorfes, wenn alle Einwohner eines Dorfes zum zugeordneten VZ gehen, wie in den Situationen AA und BA (Der Zuordnungsfaktor $\psi(d_{ij}) = 1$). Wenn der Zuordnungsfaktor allerdings kleiner als 1 ist ($\psi(d_{ij}) < 1$), ist die Nachfrage des Dorfes - wie in Abbildung 3 erklärt - nur teilweise dem VZ j zugeordnet. In den Situationen AB und BB wird also von vornherein weniger als die tatsächliche Nachfrage für das Dorf bereitgestellt. Im Weiteren wird von einem „teilweise zugeordneten Dorf" die Rede sein, wenn es um ein Dorf geht, dessen Nachfrage durch den Zuordnungs-

faktor $\psi(d_{ij})$ nur teilweise einem VZ zugeordnet ist.

Die Situationen beziehen sich auf ein betrachtetes Dorf. Also wir blicken auf ein Dorf und sehen ob es sich in einer der genannten 4 Situationen befindet. Situation AA ist die erfreulichste Situation, da das Angebot der Nachfrage entspricht. Alle Einwohner des Dorfes erreichen das VZ und die Nachfrage aller ist gestillt worden. In der Situation AB ist das Dorf dem VZ nur teilweise zugeordnet, d.h. es sind Güter eingeplant, um einen Teil der Nachfrage der Dorfbewohner zu stillen, und diese werden alle in das VZ geliefert. In Situation BA erreichen wiederum alle Einwohner das VZ, also sollten genügend Güter für alle vorhanden sein, jedoch konnte aufgrund von Kapazitätsrestriktionen nicht alles Angeforderte geliefert werden. In Situation BB entspricht die Nachfrage nicht der Anforderung und diese wiederum nicht dem Angebot. Da das Dorf dem VZ nur teilweise zugeordnet ist, und von diesen angeforderten Gütern - wegen zu wenig Kapazitäten - auch nicht alles geliefert werden kann.

Nüchtern betrachtet müsste man meinen, es sei irrelevant ob ein Dorf einem VZ komplett oder nur teilweise zugeordnet ist. Nachdem die Zuordnung aufgrund der Distanz abgeschlossen ist, steht fest wie viele Einwohner aus dem betrachteten Dorf zum VZ gehen und deren Nachfrage wird dort bereitgestellt. Also scheint es nur wichtig zu sein, ob die Kapazitätslimits eingehalten wurden und ob die angeforderte Menge im VZ angekommen ist. Dies wird schnell deutlich, wenn man sich in einer schematischen Skizze die wichtigsten Merkmale der Situationen aufmalt wie in Abbildung 6.

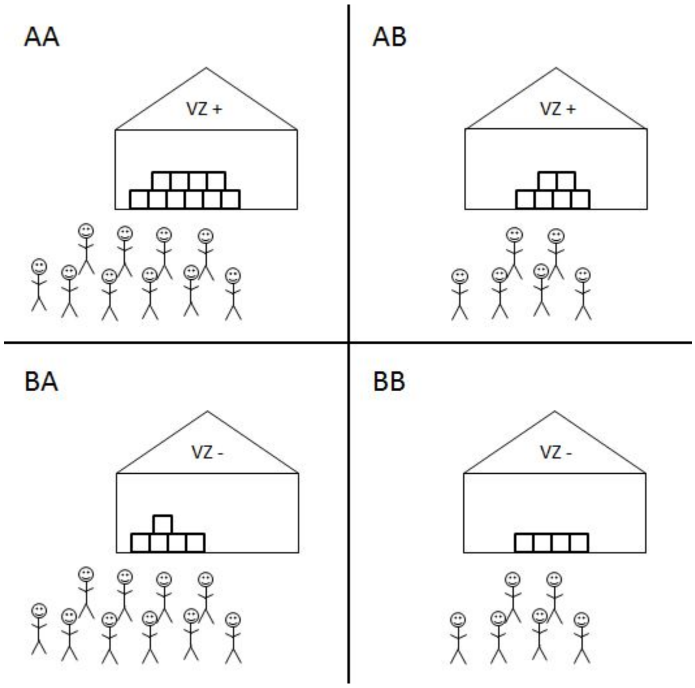

Abbildung 6: Skizze der Situationen: Fall 1, Quelle: Eigene Darstellung

In Abbildung 6 ist für jede Situation ein symbolisches VZ skizziert in dem sich kleine Quadrate, die dem Angebot entsprechen, befinden und davor sind Strichmännchen zu sehen, die für zugeordnete, nachfragende Einwohner stehen. Im Dach des VZ ist ein kleines „+“, wenn das Angebot der Anforderung entspricht und ein „-“, wenn dem nicht so ist. Sowohl in der Situation AA als auch in der Situation AB entspricht die Anzahl der Quadrate der Anzahl der Strichmännchen, d.h. es ist das Angebot für die zugeordneten nachfragenden Einwohner vorhanden, da in beiden Situationen die Gesamtanforderung in das VZ geliefert wurde. In den Situationen BA und BB wurde die Anforderung nicht zur Gänze geliefert. Es sind mehr nachfragende Einwohner als angebotene Güter zu sehen.
In dieser simplen Betrachtung - im **Fall 1** - wird nur jene Nachfrage berücksichtigt, die dem VZ in erster Entscheidungsebene zugeordnet wird. Bildlich gesprochen werden nur jene Einwohner berücksichtigt, die auch tatsächlich vor dem VZ ste-

hen. Es ist irrelevant, ob die Nachfrage eines Dorfes dem VZ teilweise oder komplett zugeordnet wird. Somit wird angenommen, dass die Zuordnung der Dörfer zu einem VZ, die in der ersten Entscheidungsebene statt findet, nicht mehr hinterfragt wird. Also wir nehmen an, dass tatsächlich nur der Anteil der Einwohner, der dem VZ zugeordnet ist dorthin geht und für sich Güter holt um die eigene Nachfrage zu stillen. Das heißt, es ist nur wichtig zu unterscheiden ob alles Angeforderte geliefert wurde oder nicht. Somit sind im Fall 1 die Situationen AA und AB zu einer Situation zusammen zu fassen in der die Nachfrage zur Gänze gestillt wird, und die Situationen BA und BB sind eine Situation in der die Nachfrage nicht zur Gänze gestillt wird.

Aber wenn man es wie oben genannt aus der Sicht eines Dorfes sieht, so sind nicht nur die Einwohner relevant die nach Berücksichtigung der Distanz laut dem mathematischen Modell vor einem VZ stehen. Sondern auch deren Nachbarn und Familienmitglieder, eventuell ältere, schwache Menschen oder Kinder. Diese können zwar die Distanz nicht überwinden und sind somit nicht selbst vor dem VZ, wollen aber dennoch lebensnotwendige Güter, die ihre Nachbarn oder Familienmitglieder mitbringen sollen. Und natürlich ist es auch möglich, dass der Zuordnungsfaktor nicht der Realität entspricht und somit mehr (oder weniger) Einwohner eines teilweise zugeordneten Dorfes zum VZ gelangen als angenommen. Die Nachfrage des Dorfes ist demnach größer als die dem VZ zugeordnete Nachfrage. Dieses Szenario betrachten wir als **Fall 2**, in dem die Zuordnung der Dörfer eine wichtige Rolle spielt. Abbildung 7 soll dies veranschaulichen.

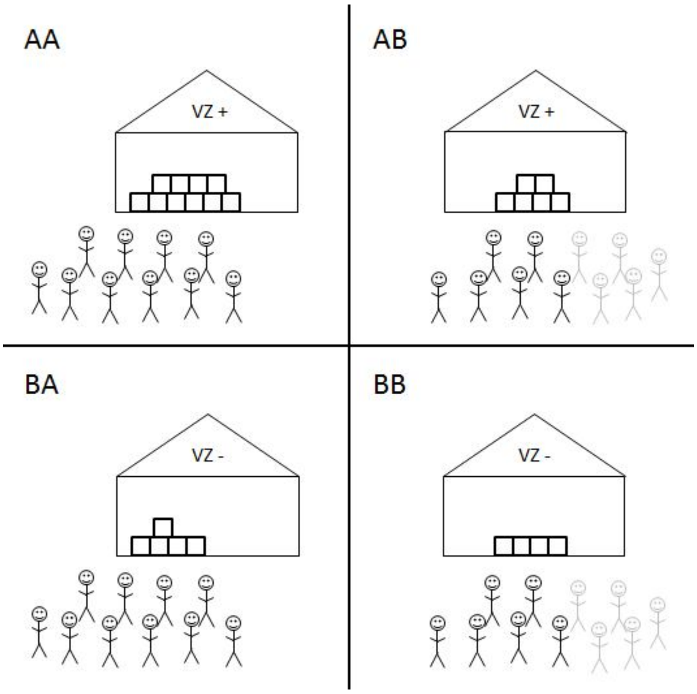

Abbildung 7: Skizze der Situationen: Fall 2, Quelle: Eigene Darstellung

In Abbildung 7 sind neben den nachfragenden Einwohnern, die dem VZ wie in Fall 1 zugeordnet sind, auch jene Einwohner in grau zu erkennen, die ebenfalls einen Anspruch auf Güter haben wollen, aber nicht von dem Zuordnungsfaktor berücksichtigt wurden oder wartend im Dorf zurück geblieben sind. Somit stehen laut Modell in den Situationen AB und BB tatsächlich nur die Einwohner die in schwarz gezeichnet sind vor dem VZ. Die Nachfrage könnte aber in der Realität höher sein als im Modell angenommen, resultierend aus einem ungenauen Zuordnungsfaktor und dem Wunsch auch Güter für Andere mitzubringen. Diese Nachfrage darf in Fall 2 keinesfalls außer Acht gelassen werden und daher sind in dieser Skizze der Situationen - Abbildung 7 - die in Grau gefärbten nachfragenden Bewohner hinzugefügt.

Demnach gibt es nach der Verteilung nach dem Tourenoptimierungsmodell 3 von 4 Situationen in denen sich ein Dorf befinden kann, in dem es zu wenig Angebot für zu viel Nachfrage gibt. Daher stellt sich die Frage, ob das Tourenoptimierungsmodell die Güter wirklich richtig und optimal für die Bewohner verteilt. In diesem Zusammenhang treten viele weitere Fragen auf, die auf die Weiterverteilung Bezug nehmen, nachdem die Güter in den VZ angelangt sind. Im Folgenden sind einige Fragen aufgelistet, die die Gegebenheiten umschreiben vor denen die Einwohner nach der Anwendung des Tourenoptimierungsmodells stehen.

- *Spielt es eine Rolle, ob das Kapazitätslimit des FZ oder des VZ erreicht wurde?* An und für sich macht es keinen Unterschied, ob wegen Überschreitung der Kapazität im FZ oder im VZ zu wenig geliefert wurde. Es zählt was angekommen ist, und das soll weiterverteilt werden. Die Frage ist hier aber dennoch angefüht, da es eine interessante Überlegung ist, ob es sich auf die Einwohner und deren Verhalten anders auswirkt. Macht es einen Unterschied vor einem randvollen oder nicht so vollen VZ zu stehen, oder ein bis oben hin gefülltes oder halb leeres FZ anfahren zu sehen? Jedoch ist es schwierig zu entscheiden, dem Einen oder Anderen mehr Gewicht zu verleihen, da es sich womöglich ausgleichen wird.

- *Welches Dorf darf wie viel nehmen?* Da einem VZ mehrere Dörfer zugeordnet sein können, stellt sich die Frage ob im VZ klar ersichtlich ist, welche Güter für welches Dorf gedacht sind, oder ob die Gesamtanforderung einfach nur abgeladen wird und nicht gekennzeichnet ist. Die Vorstellung, dass jemand in dem VZ eine Liste mit Namen vor sich hat und nur denjenigen etwas ausgibt, die auf der Liste genannt sind, ist bedenklich. Allerdings muss es eine Liste bzw. Informationen zu den Einwohnerzahlen geben, um eine halbwegs faire Verteilung an die Dörfer zu gewährleisten und die Frage „Welches Dorf darf wieviel nehmen?“ zu beantworten und dies auch einhalten zu können. Außerdem ist es wichtig Unterlagen zu haben um zu verhindern, dass Bewohner von einem VZ zum nächsten eilen um sich so viele Güter wie möglich zu sichern und diese eventuell auf einem Schwarzmarkt zu vertreiben.

- *Kann zu viel genommen werden?* Oder anders gefragt: Wird die Entnahme der Güter überwacht? Wenn dies nicht der Fall ist, und sich alle Anwesenden auf die Güter im VZ stürzen, dann hat die Optimierung der Verteilung wenig Sinn. Somit wäre es sinnvoll, dass die Entnahme überwacht ist und niemand zu viel nehmen kann, womit anderen wiederum weniger zur Verfügung stünde. Denn nur dann würde in Situation AA auch jeder seine Nachfrage stillen können ohne zu fürchten, dass etwas weggenommen werden kann. Und in allen Situationen würde niemand mehr als die Nachfrage erhalten.

- *Sind die Güter teilbar?* In der dritten Entscheidungsebene ist es wichtig zu wissen welcher Art die Hilfsgüter sind. Es kann nicht bei jeder Katastrophe das gleiche Szenario angenommen werden. Wenn es einzelne Güter sind, die man nicht teilen kann, ist eine Situation in der nicht genug für alle vorhanden ist um einiges drastischer. Wenn Güter teilbar sind und eine 5köpfige Familie bspw. nur 4 Anteile bekommt, die sie aber untereinander aufsplitten können ist die Situation eher tragbar.

- *Gibt es für jeden Einwohner ein Gut?* Diese Frage hängt eng mit der Nachfrage zusammen. Müsste für jeden Einwohner ein Gut zur Verfügung stehen, so würde die Nachfrage der Anzahl der Einwohner entsprechen. Das ist aber nicht der Fall. Es handelt sich um eine stochastische Nachfrage, die in Kapitel 2.3 genauer beschrieben wurde. Da nicht fest steht, welche Güter in dem Katastrophengebiet vorhanden waren, noch vorhanden sind und noch zu verwenden sind, kann nicht angenommen werden, dass für jeden Einwohner ein Gut benötigt wird.

- *Ist die gelieferte Menge in jeder Periode gleich?* Für die Einwohner ist es für eine Weiterverteilung auf dritter Ebene wichtig zu wissen, ob sie in jeder

„Lieferperiode“ die gleiche Anzahl an Gütern bekommen oder nicht. Ihre Verteilung wird davon abhängig sein, ob die VZ immer gleich behandelt und beliefert werden, oder ob die Touren für jede Periode neu optimiert werden und die Nachfragen angepasst werden.

- *Wie lange dauert eine Periode typischerweise?* Neben den Mengen die in jeder Periode geliefert werden, ist auch relevant wie lange eine Lieferperiode dauert. Es ist interessant für die Bewohner zu erfahren ob Hilfsgüter täglich, wöchentlich oder in größeren Zeitabständen geliefert werden.

Es wird gezeigt, dass es durchaus wichtig ist, was nach dieser ersten Verteilung mit den Gütern passiert, und dass man die Einwohner selbst womöglich nicht der Entscheidung überlassen darf, sich die Güter untereinander aufzuteilen, nachdem sie „nur vorsortiert“ zu den VZ gebracht wurden. All diese Überlegungen beziehen sich auf die Weiterverteilung bzw. Vor-Ort-Verteilaktion nach der optimierten Aufteilung der Güter in die VZ. Also ist an dieser Stelle zu sagen, dass auch die Vorsicht und Aufsicht bei der Vergabe der Güter direkt an die Einwohner ein sehr wichtiger Punkt ist, obwohl er in der Realität oft vernachlässigt wird.
Diese Vernachlässigung spiegelt sich auch in der geringen Information wieder, die über die Vor-Ort-Verteilungen von Hilfsgütern in Katastrophengebieten zu finden ist. In zahlreichen Berichten und Projektbeschreibungen von Katastropheneinsätzen sind keine Fakten zu der Verteilung von Gütern vor Ort zu erfahren.
Nach einer Überschwemmung in Rumänien berichtet die Caritas bspw. über eine

> *„rasche Verteilung von Hilfspaketen für betroffene Personen. Die Pakete beinhalten Lebensmittel, Wasser und falls nötig Decken. Die Caritas Österreich hat dafür 15.000 Euro zur Verfügung gestellt.“*
> (Österreichische Caritas 2010)

In Indien wurden nach einer Flut im Bundesstaat Tamil Nadu im Jänner 2008 ebenfalls Hilfsgüter für die Opfer bereitgestellt. Man hat indische Firmen aufgerufen Angebote für die nötigen Hilfsgüter zu stellen und sich nach einem Preisvergleich für eine Firma entschieden. Auf die Ausgabe - die von lokalen Caritas-Mitarbeitern durchgeführt wurde - haben die Bewohner vor der Schule des Dorfes „geduldig“ gewartet. (Vgl. Österreichische Caritas (2008))

In einem Bericht über das Hochwasser in Mosambik 2000 werden die Probleme bei der Anlieferung der Hilfsgüter genannt, da die Infrastruktur zerstört ist. Auch in dieser Katastrophe sind es Ortsansässige die in Warenlagern von der Caritas Lebensmittel an Opfer verteilen und fürchten, dass diese ausgehen, bevor neue geliefert werden können. (Vgl. Spiegel (2000))

Nach dem Erdbeben in Haiti im Jänner 2010 hat die UNICEF laut einem Projektbericht im Laufe eines halben Jahres 4159 Tonnen Hilfsgüter per Schiff und Flugzeug in die betroffenen Regionen gebracht. Ein zerstörtes Warenlager der UNICEF musste durch mobile Speichereinheiten ersetzt werden. (Vgl. UNICEF (2010))

Es wird demnach in Berichten über Katastropheneinsätze zwar bekannt gegeben, dass Hilfsgüter verteilt werden und oft auch in welchen Mengen und wie die Hilfsgüter in die betroffenen Gebiete gelangen, aber es gibt keine Information über den genauen Ablauf der Warenverteilung vor Ort. Jedoch lässt sich erahnen, dass diese Verteilungen oft provisorisch durchgeführt werden, da an vielen Stellen von Problemen und niemals von einem reibungslosen Ablauf, sondern eher von fehlender Infrastruktur und behelfsmäßigen Einrichtungen die Rede ist. Somit können in Katastrophengebieten Vor-Ort-Verteilungen wohl in den seltensten Fällen koordiniert und organisiert ablaufen, was eine gute Verteilung der Güter im Vorfeld erfordert, die durch Entscheidungen auf erster und zweiter Entscheidungsebene beeinflusst werden kann.

3.5.2 Erste/Zweite Entscheidungsebene

Neben den Problemen zu denen es kommen kann, wenn man Überlegungen zu der Weiterverteilung in dritter Ebene anstellt, ergibt sich ein Problem schon aus der Tourenoptimierung in erster und zweiter Entscheidungsebene. Das Modell ist im Hinblick der Zuordnung der Nachfrage der Dörfer zu den VZ eine vereinfachte Darstellung der Realität. Diese Zuordnung geschieht nur auf Grund der Distanz über den Faktor $\psi(d_{ij})$. Da jedes Modell eine schlichte Darstellung der Realität ist, heißt dies nicht, dass eine Vereinfachung generell ein Fehler ist. Warum diese spezielle Vereinfachung aber zu einem nicht gewollten Ergebnis führen kann, zeigt folgendes Beispiel:

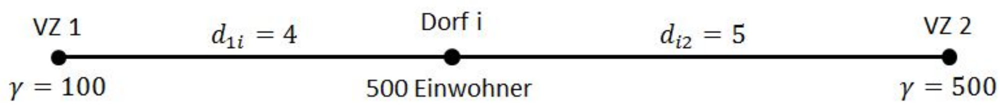

Abbildung 8: „Distanzproblem“, Quelle: Eigene Darstellung

In Abbildung 8 sind zwei VZ und ein Dorf i zu erkennen. Das Dorf hat 500 Einwohner und ist 4 km von VZ 1 entfernt, dessen Kapazität 100 Einheiten beträgt. In die andere Richtung ist i 5 km von VZ 2 entfernt, das eine Kapazität von 500 Einheiten hat. Die Distanz $d_0 = 6km$, somit befinden sich beide VZ in dem kleinen Radius um das Dorf, sodass das Dorf i beiden VZ komplett zugeordnet werden kann. (d_0 aus Formel 1 bzw. Abbildung 3)
Wenn nur VZ 2 geöffnet wird, so werden alle Einwohner aus i zu diesem VZ gehen und ihre Nachfrage stillen können. (Für dieses Beispiel wird angenommen, dass jeder Einwohner eine Einheit aus dem VZ benötigt.) Wenn allerdings beide VZ geöffnet sind, so wird das Dorf i zur Gänze dem VZ 1 zugeordnet, wo für 500 Einwohner nur 100 Einheiten zur Verfügung stehen. Was bedeutet, dass die Errich-

tung eines zweiten VZ die Versorgung des Dorfes verschlechtern statt verbessern würde.

Somit wird es für ein alternatives Modell im folgenden Kapitel das Hauptziel sein, die Zuordnung der Dörfer zu den VZ zu ändern und nach anderen Kriterien als nur nach der Distanz zu beurteilen.

4 Adaptives Modell

Für die Entscheidung über die Errichtung bzw. Eröffnung neuer Geschäfte zum Beispiel im Einzelhandel gibt es eine Reihe von mathematischen Modellen, die bei der Bestimmung der günstigsten Orte für einen neuen Shop helfen können. Bei der Standortbestimmung spielen keinesfalls nur die Distanzen zwischen Wohnorten und Einkaufslokalen eine Rolle sondern vor allem auch die Konsumenten. Drezner und Eiselt (2002) unterscheiden bei Standortmodellen zwischen den „allocation models“ (Zuteilungsmodellen) und „choice models“ (Entscheidungsmodellen). Wobei für „allocation models“ Konsumenten von Entscheidungsträgern zu Standorten zugeordnet werden und in „choice models“ sind es die Konsumenten selbst die sich für Standorte entscheiden. Für letzteres ist es wichtig Konsumentenverhalten einzubeziehen, um sagen zu können, wie diese räumliche Entscheidungen treffen.

Ein wichtiger Punkt in kompetitiven Standortmodellen („competitive facility location models“) - welche zu den „choice models“ zählen - ist laut Drezner und Eiselt (2002) die Ermittlung des Marktanteils, der von folgenden drei wichtigen Faktoren abhängt: 1. Charakteristika der Konsumenten, 2. Standorteigenschaften und 3. auch von der räumlichen Distanz von den Konsumenten zu möglichen Standorten. Natürlich ist die Entscheidung welche Standorte ein wettbewerbsfähiges Unternehmen auswählen sollte um gute Absätze zu erzielen nicht direkt mit der Entscheidung zu vergleichen, wo in einem Katastrophengebiet Güter verteilt werden sollen. Da es aber in beiden Entscheidungen darum geht Güter an die Einwohner von Dörfern und Städten zu bringen, ist der Vergleich nicht zu abwegig. Außerdem gab es auch eine Zeit vor der Katastrophe, in der die Einwohner schlichte Konsumenten waren, die sich entschieden haben aus diversen Gründen in das eine oder andere nahegelegene Dorf zu fahren um dort ihre Besorgungen zu erledigen.

Jemand, der z.Bsp. die 3 km entfernte Stadt immer gemieden hat, weil es dort nur ein Geschäft gibt, sondern lieber in eine 4 km entfernte Stadt zum Einkaufen

aufgebrochen ist, wird dies möglicherweise auch im Falle einer Katastrophe tun, da er annimmt, dass in der 4 km entfernten Stadt so wie gewöhnlich mehr Güter zu bekommen sind. Das bedeutet, die Einwohner entscheiden sowie im alltäglichen Leben nicht nur auf Grund von Distanzen, woher sie ihre Lebensmittel beziehen.
Für Konsumentenentscheidungen können diverse Faktoren Einfluss üben. In (Drezner und Eiselt 2002) werden einige Attribute in einer Tabelle genannt, die in mehreren Arbeiten als einflussreich gelten. Darunter sind bspw. die Qualität im Service in einem Shop, die Preise, Parkmöglichkeiten, Produktvielfalt, Komfort und die Distanz vom eigenen Zuhause. Diese Faktoren fließen (gewichtet) in eine Nutzenfunktion für einen Konsumenten ein, auf Basis derer er die Entscheidung trifft in welchem Shop er einkaufen wird.
Für die Entscheidung, wo in einem Katastrophengebiet VZ errichtet werden sollen, ist ein ähnliches, wenn auch vereinfachtes Modell sinnvoll, wenn man davon ausgeht, dass die Einwohner ihre Gewohnheiten auch im Falle einer Katastrophe nicht grundlegend ändern. Wenn für ein Gebiet schon eine Studie vorläge, die das Konsumentenverhalten in Bezug auf die Errichtung neuer Einkaufsmöglichkeiten untersucht hat, wäre es womöglich eine bessere Idee diese Zahlen für die Entscheidung der Errichtung der VZ heranzuziehen, als eine Optimierung nur auf Grund von Distanzen durchzuführen.

4.1 Grundlegendes

Das Modell ist auf die gleiche Art aufgebaut wie das Tourenoptimierungsmodell in Kapitel 3. Im Gegensatz zur Zuordnung der Dörfer zu den VZ rein nach der Distanz, wird nun aber ähnlich wie in einem „competitive facility location model“ nach dem Nutzen der VZ für die Einwohner eines Dorfes bzw. für das Dorf als eine Einheit entschieden. Der Nutzen für ein Dorf i wird mit Hilfe einer Nutzenfunktion ausgedrückt. In der Nutzenfunktion werden die Attribute zusammengefasst, die

für die Entscheidung - welches VZ ein Bewohner aufsuchen wird bzw. im Modell: welchem VZ ein Dorf zugeordnet wird - relevant sind. (Vgl. Drezner und Eiselt (2002) und Drezner (1995))
Es gibt P Attribute oder Merkmale h_{pj}, die ein VZ j hat. Die Merkmale, die für dieses Modell eine Rolle spielen, sind z.Bsp. die Größe eines potenziellen VZ, die Größe des Dorfes / der Stadt in der das potenzielle VZ liegt, die Anzahl der Geschäfte und Shops, die es in diesem Dorf / dieser Stadt gibt (um die Gewohnheit der Einwohner einzubeziehen), die Anzahl der Zufahrtsstraßen (ist das gewöhnliche Einzugsgebiet groß oder klein), gibt es ein Einkaufszentrum oder mehrere kleine Einkaufsmöglichkeiten,... Jedem Merkmal kann ein Gewichtungsfaktor g_p zugeordnet werden.
Die Merkmale können entweder additiv (Formeln (20) und (21)) oder multiplikativ (Formeln (22) und (23)) zusammengefasst werden, was zu zwei verschiedenen Varianten des Modells führt. (Vgl. Drezner und Eiselt (2002)) Der Nutzen U_{ij} von einem VZ j für ein Dorf i setzt sich jeweils aus einem Attraktivitätsmaß A_j (abhängig von den Merkmalen und den Gewichtungsfaktoren) und der Distanz von i zu j zusammen.

Variante 1: additives Modell

$$U_{ij} = A_j - d_{ij}^{\lambda} \tag{20}$$

$$A_j = F(h_{1j}, h_{2j}, ..., h_{Pj}) = \sum_{p=1}^{P} g_p h_{pj} \quad \forall j \in V \tag{21}$$

Kommentar zu Formel (20): Die Nutzenfunktion im additiven Modell: Der Nutzen U_{ij} entspricht dem Attraktivitätsmaß A_j des VZ j abzüglich der Distanz zwischen i und j, die mit dem sogenannten „distance decay“ λ potenziert wird. Diese Potenz misst die Intensität des Einflusses, den die Distanz auf den Nutzen hat. Eine

hohe Potenz sagt, dass der Standort mit steigender Distanz schnell an Nutzen für den Einwohner verliert. Eine geringe Potenz erklärt auch noch bei großen Distanzen eine hohe Attraktivität des Standorts. Für verschiedene Güter wird im Konsumentenmodell ein jeweils unterschiedlicher „distance decay“ angenommen. Für die meisten Güter liegt die Potenz zwischen 1,5 und 2,75, wobei der Durchschnitt bei 2 liegt. (Vgl. Drezner und Eiselt (2002)) In Huff (1964) ist bspw. ein Wert von 2,723 für Möbel und ein Wert von 3,191 für Kleidung für den „distance decay“ λ gefunden worden.
Der Nutzen U_{ij} kann negativ werden, sofern eine große Distanz die Attraktivität des VZ überwiegt. Dies stellt für das Modell aber kein Problem dar.
Kommentar zu Formel (21): Das Attraktivitätsmaß A_j ist eine Funktion der Merkmale der Attraktivität h_{pj}. Es wird durch die Aufsummierung der gewichteten Merkmale errechnet. Der Gewichtungsfaktor g_p kann dem ein oder anderen Merkmal ausschlaggebendes Gewicht verleihen oder alle Merkmale gleich wichtig setzen. Durch die Aufsummierung kann ein einzelnes sehr schlechtes oder sehr gutes Merkmal jedoch im gesamten Attraktivitätsmaß ausgeglichen werden. Für jedes VZ kann ein Attraktivitätsmaß berechnet werden. (Vgl. Drezner und Eiselt (2002))

Variante 2: multiplikatives Modell

$$U_{ij} = \frac{A_j}{d_{ij}^{\lambda}} \tag{22}$$

$$A_j = \overline{F}(h_{1j}, h_{2j}, ..., h_{Pj}) = \prod_{p=1}^{P} h_{pj}^{g_p} \quad \forall j \in V \tag{23}$$

Kommentar zu Formel (22): Im multiplikativen Modell ist in der Nutzenfunktion das Attraktivitätsmaß durch die mit λ potenzierte Distanz geteilt. Es handelt sich um ein Gravitationsmodell.

„The gravity based model is based on the assumption that the probability that a customer patronizes a facility is proportional to its attractiveness and inversely proportional to a power of the distance to it.“ (Drezner 1995)

Bei dem Gravitationsmodell ist also der Nutzen eines VZ j für ein Dorf i direkt proportional zu dem Attraktivitätsmaß des VZ j und indirekt proportional zur potenzierten Distanz.
Kommentar zu Formel (23): Das Attraktivitätsmaß wird durch die Multiplikation der gewichteten Merkmale ermittelt. Die Merkmale der Attraktivität h_{pj} werden mit dem Gewichtungsfaktor g_p potenziert. Ein sehr schlechtes Merkmal (das mit 0 beziffert ist) kann nicht durch andere gute Merkmale aufgewertet oder ausgeglichen werden, da es sich um ein Produkt handelt, wäre in diesem Fall das gesamte Attraktivitätsmaß 0. (Vgl. Drezner und Eiselt (2002))

Die Nutzenfunktion (Variante 1 **oder** Variante 2) wird - zur Übertragung der Nachfrage der Dörfer auf die VZ - auf eine ähnliche Weise in das Optimierungsmodell eingebettet, wie die Distanz in Kapitel `3.1 Grundlegendes`. Und zwar über einen Zuordnungsfaktor, der ein Dorf i einem VZ j zuordnet, teilweise zuordnet oder nicht zuordnet.

$$\alpha(U_{ij}) = \begin{cases} 0 & \text{wenn } U_{ij} < U_R, \\ a_r & \text{wenn } U_r \leq U_{ij} < U_{r-1} \ (r = 1, ..., R), \\ 1 & \text{wenn } U_{ij} \geq U_0 \end{cases} \tag{24}$$

In Formel (24) wird der Zuordnungsfaktor $\alpha(U_{ij})$ definiert, der ein Dorf i einem VZ j - auf Grund von dem Nutzen, den das VZ für das Dorf hat - zuordnet. Die Zuordnungsfaktoren werden über eine Treppenfunktion aus den Nutzenwerten

berechnet. Wenn der Nutzen U_{ij} von VZ j für das Dorf i kleiner ist als ein Schwellenwert U_R, so wird α der Wert 0 zugeordnet, was bedeutet, dass die Einwohner des Dorfes auf Grund des geringen Nutzens nicht zum VZ j gehen werden. Damit ist für diese Form der Zuordnung auch ein negativer Wert für den Nutzen, der im additiven Fall möglich ist, kein Hindernis. Wenn der Nutzen einen Wert U_r zwischen den beiden Schwellenwerten U_R und U_0 hat, so wird für α der Wert a_r (zwischen 0 und 1) angenommen, das heißt der Teil a_r der Bewohner eines Dorfes ist bereit zum VZ j zu gehen. Sofern der Wert des Nutzen größer oder gleich dem Schwellenwert U_0 ist, ist der Zuordnungsfaktor 1, und somit werden alle Bewohner des Dorfes i zum VZ j gehen, da der Nutzen groß genug ist.
Die folgende Abbildung 9 ist eine grafische Darstellung der Formel (24) und erklärt welche Zahlenwerte der Faktor α annehmen kann und welche reelle Bedeutung jeweils dahinter steckt.

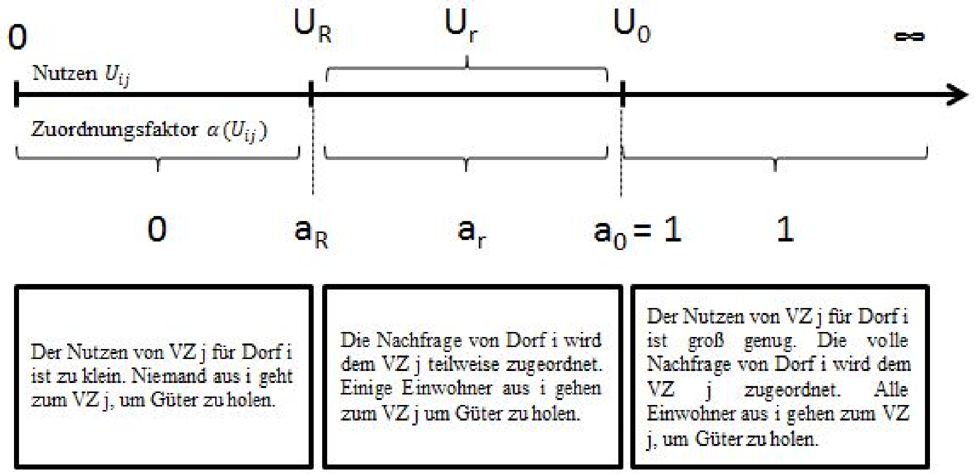

Abbildung 9: Zuordnungsfaktor $\alpha(U_{ij})$, Quelle: Eigene Darstellung

Nachdem ein Dorf i einem VZ j komplett oder teilweise zugeordnet wurde, ist nicht mehr die Nachfrage des Dorfes relevant, sondern die zugeordnete Nachfrage oder „Anforderung“ soll vom Optimierungsmodell gestillt werden.

4.2 Variablenverzeichnis

Für eine bessere Übersicht über die gesamten verwendeten Variablen in diesem Modell ist - zur Ergänzung des Variablenverzeichnis in Kapitel `3.2` - in Tabelle 5 eine Auflistung aller zusätzlichen Variablen inklusive zugehöriger Beschreibung zu finden.

Tabelle 5: neue Variablen, Quelle: Eigene Darstellung

Variablen	Beschreibung
U_{ij}	Nutzen von VZ j für Dorf i
λ	„distance decay" / Potenz zur Basis d_{ij}
A_j	Attraktivitätsmaß von VZ j
h_{pj}	Merkmale für die Attraktivität / Merkmale $p = 1, ..., P$ im VZ j
g_p	Gewichtungsfaktor für die Merkmale / $p = 1, ..., P$
$\alpha(U_{ij})$	Zuordnungsfaktor
U_0 / U_r	$r = 1, ..., R$ / Schwellenwerte die U_{ij} annehmen kann
a_r	$r = 1, ..., R$ / Zahlenwerte zwischen 0 und 1 für $\alpha(U_{ij})$

4.3 Erste Entscheidungsebene

Analog zum obigen Modell in Kapitel `3 Tourenoptimierungsmodell` ist zur besseren Übersicht auch hier klar in erste und zweite Entscheidungsebene getrennt. In der ersten Entscheidungsebene wird die Tour festgelegt und damit entschieden, welche VZ geöffnet werden. „Split deliveries" sind nicht erlaubt.

4.3.1 Zielfunktionen

$$\min_{x,y,z}(f_1, f_2) \quad \text{s.t.} \tag{25}$$

$$f_1 = \tau \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in E} d_{ij} x_{ijk} + \sum_{k \in K} \sum_{j \in V} c_j z_{jk} \tag{26}$$

$$f_2 = \mathbf{E}(R(y, z, \xi)) \tag{27}$$

Kommentar zu Formeln (25) bis (27): Diese Formeln entsprechen den Formeln (2) bis (4) aus Kapitel `3.3.1 Zielfunktionen` der ersten Entscheidungsebene.

4.3.2 Nebenbedingungen

$$\sum_{j \in V} y_{ij} = 1 \quad \forall i \in V \tag{28}$$

$$y_{ij} \leq \sum_{k \in K} z_{jk} \quad \forall i, j \in V \tag{29}$$

$$\sum_{j \in V} U_{ij} y_{ij} \geq U_{im} - M(1 - \sum_{k \in K} z_{mk}) \quad \forall i, m \in V \tag{30}$$

$$\sum_{k \in K} z_{jk} \leq 1 \quad \forall j \in V \tag{31}$$

$$\sum_{k \in K} z_{0k} = |K| \tag{32}$$

$$x_k(\delta(j)) = 2z_{jk} \quad \forall j \in V_0, k \in K \tag{33}$$

$$x_k(\delta(S)) \geq 2z_{jk} \quad \forall S \subseteq V, j \in S, k \in K \tag{34}$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\} \; \forall (i, j) \in E \backslash \delta(0), k \in K, \;\; x_{ijk} \in \{0, 1, 2\} \; \forall (i, j) \in \delta(0), k \in K \tag{35}$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in V \tag{36}$$

$$z_{jk} \in \{0, 1\} \quad \forall j \in V_0, k \in K \tag{37}$$

Kommentar zu den Formeln (28) und (29): Diese Formeln entsprechen den Formeln (5) und (6) aus dem Kapitel `3.3.2 Nebenbedingungen` der ersten Entscheidungsebene.

Kommentar zu Formel (30): Der Nutzen von VZ j für das Dorf i muss größer gleich dem Nutzen von einem bestimmten VZ m, das jedenfalls geöffnet ist, sein. Nur

dann wird das Dorf i dem VZ j zugeordnet, also $y_{ij} = 1$ gesetzt.
wenn m nicht geöffnet: $\sum_{k \in K} z_{mk} = 0 \rightarrow$ rechte Seite: $d_{im} - M$, wobei M für eine sehr große Zahl steht $\rightarrow$ Der Nutzen von j für i ist also jedenfalls größer, es kann somit frei zugeordnet werden.
wenn m geöffnet: $\sum_{k \in K} z_{mk} = 1 \rightarrow$ rechte Seite: $d_{im} \rightarrow$ Es kann nur zugeordnet werden wenn $U_{ij} \geq U_{im}$ ist.
Da $\forall i, m \in V$ gilt, gibt es mehrere Ungleichungen und alle müssen erfüllt sein $\rightarrow$ i wird somit nur einem geöffneten VZ j zugeordnet, das den größten Nutzen für i hat.
Wenn der Nutzen U_{ij} im additiven Modell einen negativen Wert annimmt, wird es in dieser Formel kein Problem darstellen.
Kommentar zu den Formeln (31) bis (37): Diese Formeln entsprechen den Formeln (8) bis (14) aus dem Kapitel `3.3.2`.

4.4 Zweite Entscheidungsebene

In der zweiten Entscheidungebene werden die Mengen bestimmt, die von den FZ an die VZ ausgeliefert werden. Der Fahrer darf willkürlich entscheiden, wie er die Mengen verteilt, sofern die Anforderungen die Fahrzeugkapazität überschreiten.

4.4.1 Zielfunktion

$$R(y, z, \xi) = \min_{u} [\sum_{i \in V} \xi_i w_i - \sum_{k \in K} \sum_{j \in V} u_{jk}] \quad \text{s.t.} \tag{38}$$

Kommentar zu Formel (38): Die Formel entspricht der Formel (15) aus dem Kapitel `3.4.1 Zielfunktion` der zweiten Entscheidungsebene.

4.4.2 Nebenbedingungen

$$u_{jk} \leq \sum_{i \in V} \xi_i w_i \alpha(U_{ij}) y_{ij} \quad \forall j \in V, k \in K \tag{39}$$

$$u_{jk} \leq \gamma_j z_{jk} \quad \forall j \in V, k \in K \tag{40}$$

$$\sum_{j \in V} u_{jk} \leq Q_k \quad \forall k \in K \tag{41}$$

$$u_{jk} \geq 0 \quad \forall j \in V, k \in K \tag{42}$$

Kommentar zu Formel (39): Das Angebot, das von FZ k zum VZ j geliefert wird muss kleiner gleich der Gesamtanforderung im VZ j sein. Wobei die Summe auf der rechten Seite eben diese Gesamtanforderung - die durch y_{ij} dem VZ j zugeordnet wurde - darstellt, die sich aus der stochastischen Nachfrage der einzelnen Dörfer ergibt, die mit Hilfe des Faktors $\alpha(U_{ij})$ zur Anforderung umgerechnet wurde.

Kommentar zu den Formeln (40) bis (42): Die Formeln entsprechen den Formeln (17) bis (19) aus Kapitel `3.4.2 Nebenbedingungen` der zweiten Entscheidungsebene.

4.5 Fragen und Probleme

Durch die Abänderung des Tourenoptimierungsmodells von Tricoire, Graf und Gutjahr (2012) aus Kapitel `3` zum adaptiven Modell aus Kapitel `4`, besteht die Hoffnung eine Änderung des Modells in der Art bewirkt zu haben, sodass in einem Katastrophenfall eine bessere Ausgangslage für die Verteilung von Hilfsgütern geliefert werden kann. Darum soll hier kritisch hinterfragt werden in wie fern sich die Situationen und Probleme geändert haben, die in Kapitel `3.5` als problematisch angesehen wurden. Und es werden Überlegungen angestellt, ob die kleine Anpassung des Modells tatsächlich eine Verbesserung bewirken kann.

4.5.1 Dritte Entscheidungsebene

Obwohl sich die Zuordnung eines Dorfes zu einem VZ im adaptiven Modell auf die Nutzenfunktion stützt und nicht mehr länger nur auf die Distanz zwischen einem Dorf und einem VZ beruht, gibt es immer noch den Zuordnungsfaktor. Der Faktor α wurde gewählt, weil er eine realistischere Einschätzung der Entscheidung der Dorfbewohner liefern soll, wohin sie gehen, um sich Güter zu holen. Dennoch ordnet er wie der Faktor ψ die Nachfrage der Dörfer komplett oder teilweise einem VZ zu. Somit gibt es auf dritter Entscheidungsebene keine Veränderung, denn es können immer noch dieselben 4 Situationen AA, AB, BA, und BB aus Tabelle 4 für die Bewohner eines Dorfes eintreten wie schon im Kapitel `3.5.1 Dritte Entscheidungsebene` beschrieben.
Zur besseren Übersicht und zum einfacheren Lesen ist an dieser Stelle - mit Tabelle 6 - noch einmal die Auflistung der vier möglichen Situationen eingefügt, in denen sich ein Dorf nach der Verteilung der Güter an die VZ befinden kann.

Tabelle 6: Situationen, Quelle: Eigene Darstellung

Situation	Depot → VZ	VZ → Dorf
AA	Angebot = Anforderung	Anforderung = Nachfrage
AB	Angebot = Anforderung	Anforderung < Nachfrage
BA	Angebot < Anforderung	Anforderung = Nachfrage
BB	Angebot < Anforderung	Anforderung < Nachfrage

Natürlich gibt es erneut die Möglichkeiten, dass das Angebot entweder der Anforderung entspricht oder kleiner als die Anforderung ist, wie in der zweiten Spalte von Tabelle 6 ersichtlich. Denn die Bewohner sind auch nach der Änderung der Grundlage der Zuordnung keinesfalls vor Kapazitätsrestriktionen geschützt. Diese Restriktionen können immer einen Engpass bringen und somit für eine Unterversorgung verantwortlich sein, wie in den Situationen BA und BB, in denen nicht

die Gesamtanforderung an die VZ geliefert werden kann.
Um zu gewährleisten, dass Kapazitätslimits niemals überschritten werden, müsste man einen sehr hohen Preis zahlen. Zum Beispiel für größere LKWs, oder eine höhere Anzahl an LKWs, oder aber größere Lagerhäuser als VZ nutzen, oder mehrere VZ öffnen. Diese Möglichkeiten würden aber bald zu einer Explosion der Kosten führen, oder sind einfach nicht durchführbar, da die Ressourcen nicht vorhanden sind, oder sie sind durch die Optimierung schon wieder ausgeschlossen worden (wie etwa die Öffnung von mehreren VZ) und schließlich hätte man bei zu viel Kapazität auch nicht mehr die Güter um die Kapazitäten auszulasten.
Der Restriktion der Kapazitäten kann man also schwer entgegen wirken, da die Limits nicht einfach ignoriert oder aufgehoben werden können ohne enorme Kosten zu verursachen. Die (teilweise) Zuordnung der Dörfer, die in Situationen AB und BB eine negative Wirkung auf die Dorfbewohner hat, kann allerdings auch nicht einfach ignoriert oder „abgeschafft“ werden. Eine Zuordnung der Dorfbewohner ist sinnvoll, da nur so die Nachfrage von möglichst allen Bewohnern des gesamten Gebietes gestillt werden kann. Denn es ist (wie schon erwähnt, auf Grund der Kosten) undenkbar in jedem Dorf ein VZ zu errichten, bzw. jedem Dorf genau seine Nachfrage zu liefern. Daher ist es notwendig die Nachfrage aus den Dörfern jeweils einem VZ zuzuordnen, um sie einbeziehen zu können.
Und allein durch die Änderung des Zuordnungsfaktors ψ zum Faktor α können auch die Situationen AB und BB nicht vermieden werden, in denen die Anforderung kleiner als die Nachfrage eines Dorfes ist, was in Tabelle 6 aus der dritten Spalte ersichtlich ist. Somit hat die Änderung des Tourenoptimierungsmodells von Tricoire, Graf und Gutjahr (2012) zum adaptiven Modell auf dritter Entscheidungsebene keine Wirkung. Die Zuordnung der Dorfbewohner beschränkt sie weiterhin auf nur ein VZ, in dem es passieren kann, dass nicht genügend Güter für alle nachfragenden Einwohner vorhanden sind.

Auch sämtliche Fragen die in Kapitel `3.5.1` bezüglich der Weiterverteilung der Güter aufgeworfen wurden, bleiben demnach unbeantwortet. Dies unterstreicht noch mehr die Relevanz der Vor-Ort-Verteilung der Güter. Die Güter können zwar in bestmöglichen Mengen zu den VZ gebracht werden, aber auch danach ist es wichtig sie nicht den Einwohnern zu überlassen, sondern eine organisierte Vor-Ort-Verteilung zu koordinieren.

4.5.2 Erste/Zweite Entscheidungsebene

Da die Dorfbewohner so zugeordnet werden sollten, wie sie vermutlich entscheiden werden, ist die Distanz eine zu einfache Form der Zuordnung. Aus „competitive facility location models“ ist bekannt, dass die Distanz zwar auf die Entscheidung eines Konsumenten, wo Einkäufe erledigt werden, Einfluss nimmt, aber nur neben anderen wichtigen Merkmalen in einer Nutzenfunktion entscheidend ist. (Vgl. Drezner und Eiselt (2002))

Durch die Zuordnung der Dörfer - allein auf der Distanz basierend - zu den nächstgelegenen VZ wurden unter Umständen Fehler begangen, und Bestände so verteilt, dass sie nicht abgeholt werden oder viel zu wenig vorhanden ist. Solch eine Fehlverteilung ist anhand von Abbildung 8, dem „Distanzproblem“, in Kapitel `3.5.2 Erste/Zweite Entscheidungsebene` beschrieben.

Die folgende Abbildung 10 wird als „Lösung Distanzproblem“ bezeichnet, da sie den VZ 1 und 2 Nutzenwerte zuordnet, und wenn nach diesen entschieden wird, kommt es zu einer anderen, intuitiv richtigen Lösung.

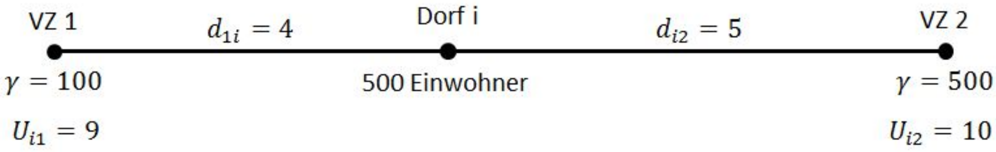

Abbildung 10: „Lösung Distanzproblem“, Quelle: Eigene Darstellung

Den VZ in Abbildung 10 sind fiktive Nutzenwerte zugeordnet. VZ 2 hat - obwohl es weiter vom Dorf i entfernt ist - einen größeren Nutzen von 10 Einheiten für das Dorf i als VZ 1 mit 9 Einheiten. Wobei für dieses Beispiel angenommen wird, dass der Grenzwert $U_0 = 8$ ist (Vgl. Abbildung 9), also die Nachfrage eines Dorfes ab einem Nutzenwert von 8 Einheiten komplett einem VZ zugeordnet wird. Somit wird das Dorf dem weiter entfernt gelegenen VZ 2 zugeordnet, wenn beide VZ geöffnet sind. Diese Zuordnung ist eine glücklichere als die Zuordnung nach der Distanz, da im VZ 2 eine weit höhere Kapazität zur Verfügung steht als in VZ 1, und somit höhere Chancen bestehen, dass die Nachfrage aller Dorfbewohner gestillt werden kann.
Dadurch, dass die Zuordnung auch Wert auf die Kapazitäten legt (sofern die Kapazität der VZ als ein Merkmal der Attraktivität in die Nutzenfunktion einfließt), kann im adaptiven Modell insgesamt betrachtet mehr Lagerkapazität ausgelastet werden als im ursprünglichen Tourenoptimierungsmodell.
Ob der Nutzenwert wirklich immer zu einer besseren Zuordnung und zu einem besseren Gesamtergebnis führt als die Distanz alleine, liegt hauptsächlich an der Wahl der Nutzenfunktion. Nur eine präzise Abstimmung der Parameter in der Nutzenfunktion kann ein optimales Ergebnis liefern.
Wenn der „distance decay“ λ einen hohen Wert hat, so nimmt der Nutzen eines VZ mit steigender Distanz schnell ab. Wenn die Potenz aber gering gewählt wird, so kann auch bei großen Distanzen noch ein hoher Nutzen gemessen werden. (Vgl. Drezner und Eiselt (2002)) Eine zu geringe Potenz wäre im Falle einer Katastro-

phe wohl eher nicht zielführend. Die Distanz sollte auch in der Nutzenfunktion eine entscheidende Bedeutung haben, nur nicht zu dominant ausschlagen, damit Fälle wie das „Distanzproblem“ in Abbildung 8 nicht auftreten können. Für die Wahl eines geeigneten „distance decay“ werden einige Probeläufe mit verschiedenen Zahlenwerten notwendig sein.
Auch die einzelnen Merkmale, deren Quantifizierung und im Speziellen auch die Gewichtung sollten gut durchdacht und auf das spezielle Szenario einer Katastrophe abgestimmt werden. Wenn die Kapazität in der optimalen Gewichtung eingebettet, wird, so kann das „Distanzproblem“ aus Abbildung 8 vermieden werden und auch für die gesamte Lösung eine höhere Kapazität für die zu verteilenden Güter erreicht werden. Neben der Tatsache, wie groß ein VZ ist, d.h. welche Kapazität es hat, spielt auch die Gewohnheit der Einwohner eine sehr wichtige Rolle, weil sie im Zweifel annehmen werden, dass sie dort, wo sie im Normalfall alle nötigen Waren (möglicherweise in einem großen Einkaufszentrum) einkaufen können, auch im Falle einer Katastrophe ihre Hilfsgüter holen können.
Die Überlegung, dass die Einwohner selbst entscheiden wohin sie gehen, indem ihre Nutzenfunktion herangezogen wird, führt unweigerlich zu dem Gedankengang, dass nicht alle Einwohner aus einem Dorf zum selben VZ gehen würden. Da dies noch nicht in die Modellierung miteingeflossen ist, sondern ein komplettes Dorf dem gleichen VZ zugeordnet wird, sollte es eine Anweisung für die Dorfbewohner geben, die angibt, wo sie Güter der Hilfsorganisation bekommen können.
Dennoch wird es in der Realität nicht möglich sein, die Einwohner in eine „Richtung“ zu zwingen, und sie werden womöglich versuchen ein anderes VZ zu erreichen, als das zugeordnete oder sogar eines nach dem anderen, wenn sie keine Güter bekommen. Dies ist allerdings eine Realität mit der die Mathematik überfordert ist, da es sich um das Verhalten von Menschen handelt, das man wie schon im Kapitel `2.3 Stochastische Nachfrage` beschrieben, nicht quantifizieren kann und

in der Spieltheorie behandelt. Des Weiteren liegt die Entscheidung der Einwohner nicht zu einem zugeordneten VZ zu gehen in der dritten Entscheidungsebene.
Um der Reatlität aber einen Schritt näher zu kommen wird im folgenden Kapitel `4 Adaptives Modell II` eine erneute Änderung des Modells vorgenommen, die die Möglichkeit einräumt, dass die Einwohner aus einem Dorf zu verschiedenen VZ im Umkreis gehen können.

5 Adaptives Modell II

Da Kapitel `4 Adaptives Modell` noch eine wichtige Annäherung an die Realität ausgespart hat, soll diese nun in einer neuen Version des Modells eingebaut werden. Im „adaptiven Modell II“ wird ein sogenannter „split supply“ möglich sein. Ein Dorf wird nicht nur einem, sondern mehreren VZ zugeordnet werden können. Somit wird das Modell einbeziehen, dass die Einwohner eines Dorfes - wie es in der Realität wohl auch stattfinden wird - nicht nur „in eine Richtung“ und alle zu einem VZ gehen werden, sondern zu verschiedenen VZ.
Die Änderungen zum adaptiven Modell II werden in das Modell aus Kapitel `4 Adaptives Modell` eingebaut, d.h. dass die Nutzenfunktion ein Bestandteil des Modells bleibt. Die Einwohner werden weiterhin ihrer Nutzenfunktion entsprechend zugeordnet, aber nicht nur einem einzigen VZ, wie es in den vorangegangenen beiden Modellen der Fall war.

5.1 Grundlegendes

Um dem „split supply“ im Modell gerecht zu werden, bedarf es einer Änderung in den Entscheidungsvariablen. Die Entscheidungsvariable y_{ij} die eine binäre Variable war und angegeben hat, ob ein Dorf einem VZ zugeordnet ist oder nicht, wird es im neuen Modell nicht mehr geben. Stattdessen wird eine neue Entscheidungsvariable v_{ij} eingeführt, die reelle Zahlenwerte annehmen kann. Alle Einwohner eines Dorfes sollen so anteilsmäßig mehreren umliegenden VZ zugeordnet werden.
In `5.3 Erste Entscheidungsebene` wird demnach die wichtigste Änderung dieses Modells zu finden sein. Und zwar diese, die v_{ij} definiert und die Zuordnung der Dörfer zu den VZ festlegt, so wie dies Formel (30) entsprechend im letzten Kapitel für nur 1 VZ getan hat. Diese Form der Zuordnung wird sicher stellen, dass in der ersten Entscheidungsebene alle Einwohner eines Dorfes zu VZ zugeteilt sind.

Die Zuordnung der Dörfer zu den VZ basiert, wie gesagt, auf der Nutzenfunktion, die die Attraktivität der möglichen Standorte und die Distanz zwischen diesen und den Dörfern berücksichtigt. In diesem Modell gibt es nur eine Variante und zwar das multiplikative Modell, um die Merkmale der Attraktivität zusammenzufassen und den Nutzen U_{ij} von VZ j für das Dorf i zu berechnen.

$$U_{ij} = \frac{A_j}{d_{ij}^{\lambda}} \tag{43}$$

$$A_j = \overline{F}(h_{1j}, h_{2j}, ..., h_{Pj}) = \prod_{p=1}^{P} h_{pj}^{g_p} \quad \forall j \in V \tag{44}$$

Kommentar zu den Formeln (43) und (44): Diese Formeln entsprechen den Formeln (22) und (23) aus Kapitel `4.2 Grundlegendes` vom adaptiven Modell.
In diesem Kapitel ist die multiplikative Variante gewählt, da das Gravitationsmodell auch im späteren für die Definition der Entscheidungsvariable v_{ij} herangezogen wird, und die additive Variante dabei nicht ausreichend wäre.

So wie in den letzten beiden Kapiteln ein Zuordnungsfaktor nötig war, um die Nachfrage aus den Dörfern den VZ zuzuordnen, wird es auch in diesem Modell notwendig sein einen Zuordnungsfaktor zu definieren, der die Nachfrage des Dorfes den entsprechenden VZ zuordnet und in diesem Fall auch einschränkt.
Im „split supply“ Fall wird ein Dorf **auf erster Entscheidungsebene** mehreren VZ zugeordnet, und zwar allen, die im Umkreis geöffnet haben und die einen positiven Nutzen für das Dorf haben. Denen mit größerem Nutzen zu einem größeren Anteil und denen mit kleinerem Nutzen zu einem kleineren Teil. Dabei kann es passieren, dass auch teilweise VZ zugeordnet werden, die für einige Dorfbewohner doch zu weit weg sind oder zu „unattraktiv“. Oder, da die Nachfrage auf erster Entscheidungsebene noch nicht berücksichtigt wird, dass mit der Zuordnung durch

v_{ij} zu viele verschiedene VZ für ein Dorf einberechnet werden.
Sobald die Nachfrage für ein Dorf **in zweiter Entscheidungsebene** nur mit v_{ij} zugeordnet wird, würde zwar - im Gegensatz zu den vorherigen Modellen - die komplette Nachfrage für das Dorf den VZ zugerechnet, dies ist aber zu übereifrig und es fehlt der Realitätsbezug. Die Folgende Abbildung 11 soll dieses „Zuordnungsproblem" und damit die erneute Notwendigkeit eines Zuordnungsfaktors veranschaulichen.

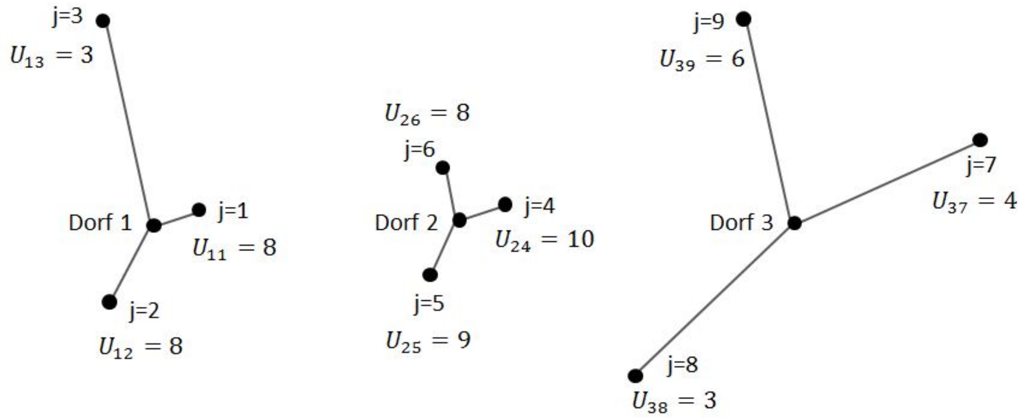

Abbildung 11: „Zuordnungsproblem", Quelle: Eigene Darstellung

In Abbildung 11 ist skizziert, wie die Verteilung mit der Entscheidungsvariable v_{ij} aussehen könnte. Einem Dorf 1 könnten z.Bsp. drei VZ 1 bis 3 mit den Nutzenwerten U_{11} bis U_{13} zugeorndet sein. Die VZ 1 und 2 haben vergleichsweise hohe Nutzenwerte (und geringe Distanzen) für Dorf 1, VZ 3 hat aber einen weit geringeren Nutzen (und größere Distanz), wodurch womöglich nicht alle Einwohner oder sogar keine Einwohner des Dorfes bereit sind dieses VZ aufzusuchen. Daher wäre es unnötig dort (zu hohe) Kapazitäten für Dorf 1 bereit zu stellen.
Für Dorf 2 haben alle zugeordneten VZ 4 bis 6 einen vergleichsweise hohen Nutzen U_{24} bis U_{26}, wodurch die Einwohner sich aufteilen werden und in allen VZ die - nach v_{ij} ermittelte anteilsmäßige - Nachfrage aufliegen sollte. Die dem Dorf 3

zugeordneten VZ 7 bis 9 haben alle vergleichsweise niedrige Nutzenwerte U_{37} bis U_{39}, was wieder bedeuten würde, dass nicht alle Einwohner aus Dorf 3 zu den VZ aufbrechen werden.
Die Ermittlung der Anteile nach v_{ij} würde allerdings kaum einen Unterschied zwischen Dorf 2 und Dorf 3 erkennen. Für beide Dörfer würden drei Anteile errechnet, die in Summe 1 ergeben. Allerdings ist damit nicht gesagt, dass im Dorf 2 der Nutzen so groß ist, dass sich Einwohner aus allen drei VZ den jeweiligen Anteil vollständig abholen werden. Während für Dorf 3 die Nutzenwerte so gering sind, dass insgesamt kaum Güter für das Dorf zur Verfügung gestellt werden müssen.
Die Aufteilung nach v_{ij} bezieht also nicht ein, dass die Einwohner ein VZ, das unter einem bestimmten Grenznutzenwert oder Schwellenwert liegt, gar nicht erst aufsuchen werden, um sich Hilfsgüter abzuholen. Daher ist der Zuordnungsfaktor α, der diese Schwellenwerte einbezieht auch in diesem Modell notwendig.
Der Anteil der Dorfbewohner, der laut der auf erster Entscheidungsebene errechneten Variable v_{ij} vom Dorf zum VZ gehen wird, wird demnach nicht der Realität entsprechen. Nur ein Prozentsatz der Nachfrage dieser Dorfbewohner sollte im VZ vorhanden sein, denn nur dieser Prozentsatz wird auch abgeholt werden. Und dieser Prozentsatz kann durch den Zuordnungsfaktor α unter Berücksichtigung der Schwellenwerte des Nutzen ermittelt werden.

$$\alpha(U_{ij}) = \begin{cases} 0 & \text{wenn } U_{ij} < U_R, \\ a_r & \text{wenn } U_r \leq U_{ij} < U_{r-1} \ (r = 1, ..., R), \\ 1 & \text{wenn } U_{ij} \geq U_0 \end{cases} \tag{45}$$

Kommentar zu Formel (45): Diese Treppenfunktion entspricht der Formel (24) aus Kapitel `4.1 Grundlegendes` im adaptiven Modell. Siehe zum Verständnis auch Abbildung 9 Zuordnungsfaktor $\alpha(U_{ij})$. Die Schwellenwerte U_0 und U_r die U_{ij} annehmen kann, können im Vergleich zum obigen Modell allerdings - abhängig vom

Ergebnis aus erster Entscheidungsebene - auch variieren.

5.2 Variablenverzeichnis

Zur besseren Übersicht gibt es auch in diesem Kapitel erneut ein Variablenverzeichnis, das die neuen verwendeten Variablen für dieses Modell beinhaltet.
Es ist nur eine neue Entscheidungsvariable hinzugekommen, diese ersetzt die Entscheidungsvariable y_{ij} aus den vorangegangenen beiden Modellen. Sie ist anbei in Tabelle 7 beschrieben.

Tabelle 7: neue Variablen II, Quelle: Eigene Darstellung

Entscheidungsvariable	Beschreibung
v_{ij}	Anteil, zu dem Dorf i dem VZ j zugeordnet ist

5.3 Erste Entscheidungsebene

Das mathematische Optimierungsmodell ist wie in den beiden Kapiteln 3 und 4 in erste und zweite Entscheidungsebene geteilt. In dieser ersten Entscheidungsebene werden die Entscheidungsvariablen x, z und v ermittelt. Damit wird eine Entscheidung über die Tour und die Öffnung der VZ getroffen, diese fällt vor Beginn der ersten Lieferperiode. Der entscheidende Unterschied zu dem Modell aus Kapitel 4.3 liegt neben der neuen Entscheidungsvariable v in der Formel (49), die diese Variable definiert. Obwohl in diesem Modell „split supply“ erlaubt ist, gilt weiterhin, dass keine „split deliveries“ gemacht werden dürfen. Demnach darf - wie gehabt - jedes VZ nur von einem einzigen FZ beliefert werden.

5.3.1 Zielfunktionen

$$\min_{x,v,z}(f_1, f_2) \quad \text{s.t.} \tag{46}$$

$$f_1 = \tau \sum_{k\in K} \sum_{(i,j)\in E} d_{ij} x_{ijk} + \sum_{k\in K} \sum_{j\in V} c_j z_{jk} \tag{47}$$

$$f_2 = \mathbf{E}(R(v, z, \xi)) \tag{48}$$

Kommentar zu Formeln (25) bis (27): Diese Formeln entsprechen den Formeln (2) bis (4) aus Kapitel `3.3.1 Zielfunktionen` der ersten Entscheidungsebene.

5.3.2 Nebenbedingungen

$$v_{ij} = \frac{U_{ij} \sum_{k\in K} z_{jk}}{\sum_{j'\in V} \sum_{k\in K} U_{ij'} z_{j'k}} \quad \forall (i,j) \in V \tag{49}$$

$$\sum_{k\in K} z_{jk} \leq 1 \quad \forall j \in V \tag{50}$$

$$\sum_{k\in K} z_{0k} = |K| \tag{51}$$

$$x_k(\delta(j)) = 2z_{jk} \quad \forall j \in V_0, k \in K \tag{52}$$

$$x_k(\delta(S)) \geq 2z_{jk} \quad \forall S \subseteq V, j \in S, k \in K \tag{53}$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\}\ \forall (i,j) \in E\backslash\delta(0), k \in K,\ \ x_{ijk} \in \{0,1,2\}\ \forall (i,j) \in \delta(0), k \in K \tag{54}$$

$$z_{jk} \in \{0,1\} \quad \forall j \in V_0, k \in K \tag{55}$$

$$v_{ij} \geq 0 \quad \forall (i,j) \in V \tag{56}$$

Kommentar zu Formel (49): Diese Formel legt fest, dass die Entscheidungsvariable v_{ij} dem Anteil der Dorfbewohner aus i entspricht, die zu VZ j gehen. v_{ij} entspicht dem standardisierten Nutzen, da der Nutzen U_{ij} durch den gesamten Nutzen aller geöffneten VZ j' für i dividiert wird.

Durch die Summe $\sum_{k\in K} z_{jk}$ im Zähler des Bruches, wird der Nutzenwert von j für das Dorf i nur dann berücksichtigt, wenn das entsprechende VZ j auch geöffnet ist (wenn die Summe 1 ergibt). Ist dem nicht so, wird die Summe im Zähler 0 und somit auch der gesamte Ausdruck, womit ausgeschlossen wird, dass v_{ij} einen Wert größer Null annimmt, wenn j nicht geöffnet ist. Außerdem stellt diese Beschränkung nur auf geöffnete VZ auch gleichzeitig sicher, dass für jedes Dorf die Anteile v_{ij} zu denen i mehreren VZ j zugeteilt ist, insgesamt 1 ergeben.

Im Nenner des Bruches werden alle Nutzenwerte der geöffneten VZ aufsummiert um den Anteil zu berechnen. Der Summationsindex j' wird an dieser Stelle für die VZ j herangezogen, da diese hier nochmals aufsummiert werden, während sie an anderer Stelle in dieser Gleichung fixiert sind. Die Summe $\sum_{k \in K} z_{j'k}$ legt erneut fest, dass nur die geöffneten VZ in Betracht gezogen werden.

Wenn das im vorangegangenen Kapitel in `4.1 Grundlegendes` näher erklärte Gravitationsmodell stochastisch interpretiert wird, dann wird der standardisierte Nutzen als Wahrscheinlichkeit angesehen. (Vgl. Carling und Hakansson (2013) und Drezner und Drezner (2007)) Bei einer größeren Anzahl von Konsumenten bzw. Bewohnern entspricht die Wahrscheinlichkeit einer relativen Häufigkeit - oder in diesem Fall viel eher einem Bevölkerungsanteil.

Formel (49) ist keine lineare Funktion und kann auch nicht als solche dargestellt werden. Das führt dazu, dass das gesamte Modell als Non Linear Program (NLP) oder nichtlineares Optimierungsproblem zu behandeln ist.

Kommentar zu den Formeln (50) bis (54): Diese Formeln entsprechen den Formeln (8) bis (12) aus dem Kapitel `3.3.2 Nebenbedingungen` der ersten Entscheidungsebene.

Kommentar zu Formel (55): Diese Formel entspricht der Formel (14) aus dem Kapitel `3.3.2`.

Kommentar zu Formel (56): Dies sind die Nichtnegativitätsbedingungen für v_{ij}.

5.4 Zweite Entscheidungsebene

In der zweiten Entscheidungsebene wird wie gehabt das Angebot festgelegt, das ausgeliefert werden muss. Die Mengen werden mit der Ermittlung der Entscheidungsvariable u_{jk} festgelegt. Hierbei wird auch der Zuordnungsfaktor zur Bestimmung der tatsächlichen Nachfrage der Dörfer für die VZ relevant. Wenn die Kapazität der FZ nicht ausreicht um die angeforderte Menge an Gütern zu den VZ zu transportieren, gilt wie in den beiden Modellen zuvor, dass der Fahrer willkürlich entscheiden darf, wie die zu knappe Kapazität aufgeteilt wird.

5.4.1 Zielfunktion

$$R(v, z, \xi) = \min_{u}[\sum_{i \in V} \xi_i w_i - \sum_{k \in K} \sum_{j \in V} u_{jk}] \quad \text{s.t.} \tag{57}$$

Kommentar zu Formel (57): Die Formel entspricht der Formel (15) aus dem Kapitel `3.4.1 Zielfunktion` der zweiten Entscheidungsebene.

5.4.2 Nebenbedingungen

$$u_{jk} \leq \sum_{i \in V} \xi_i w_i \alpha(U_{ij}) v_{ij} \quad \forall j \in V, k \in K \tag{58}$$

$$u_{jk} \leq \gamma_j z_{jk} \quad \forall j \in V, k \in K \tag{59}$$

$$\sum_{j \in V} u_{jk} \leq Q_k \quad \forall k \in K \tag{60}$$

$$u_{jk} \geq 0 \quad \forall j \in V, k \in K \tag{61}$$

Kommentar zu Formel (58): Die von VZ k zu VZ j gelieferte Menge muss kleiner oder gleich der Gesamtanforderung im VZ j sein. Der Term auf der rechten Seite drückt die Gesamtanforderung aus. Diese ist der durch v_{ij} bestimmte Anteil der Nachfrage eines Dorfes $\xi_i w_i$, die durch den Prozentsatz $\alpha(U_{ij})$ entsprechend dem Nutzen angepasst wird.

Kommentar zu den Formeln (59) bis (61): Die Formeln entsprechen den Formeln (17) bis (19) aus Kapitel `3.4.2 Nebenbedingungen` der zweiten Entscheidungsebene.

5.5 Fragen und Probleme

In diesem Unterkapitel soll noch einmal Bezug auf die Änderungen zu dem Tourenoptimierungsmodell aus Kapitel 3 und zum adaptiven Modell aus Kapitel 4 genommen werden. Es soll eine Antwort darauf geben, welche Probleme es immer noch gibt und welche Probleme mit den Anpassungen gelöst oder verbessert werden konnten, und zeigen inwiefern das adaptive Modell II eher der Realität entspricht, als die vorangegangenen beiden Modelle.

5.5.1 Erste/Zweite Entscheidungsebene

Eines der Hauptargumente gegen einen Realitätsbezug, das das adaptive Modell aus Kapitel 4 noch offen gelassen hat, war die Tatsache, dass für jedes Dorf vorgesehen war nur zu einem bestimmten VZ zu gehen. Obwohl die Einwohner der Dörfer bezüglich ihrer Nutzenfunktion zu dem VZ zugeordnet wurden, war es nur ein einzelnes VZ, das für sie vorgesehen war um dort ihre Güter abzuholen. Die Einbettung der Nutzenfunktion in das Modell hat - wie anhand der Abbildung 10 erklärt - einen großen Mehrwert gebracht. Aber das allein, hat das Modell noch nicht so weit verbessert, wie es nun im adaptiven Modell II der Fall ist.
Die Einführung des sogenannten „split supply“ hat das Modell noch weiter der Realität angenähert. Die Entscheidung der Dorfbewohner zu welchem VZ sie gehen werden, passiert unbewusst, allerdings ist die in Kapitel `4 Adaptives Modell` eingeführte Nutzenfunktion ein guter Indikator für diese unbewusste Entscheidung. Sie blieb allerdings unrealistisch, da trotz einer einheitlichen Nutzenfunktion die Individualität der Einwohner bestimmt. Und dies ließ annehmen, dass es nicht

passieren wird, dass alle Einwohner zum selben VZ gehen werden. Somit ist die Aufteilung der Einwohner eines Dorfes auf mehrere VZ, neben der Zuordnung basierend auf dem Nutzen für das Dorf, ein zweiter wesentlicher Schritt um das Modell der Realität anzunähern.

Erneut gibt es auch einen Zuordnungsfaktor, der die Nachfrage aus den Dörfern zu einer Anforderung für die VZ umwandelt. Teilweise kann dadurch eine Situation entstehen in der die Anforderung geringer ausfällt, als die Nachfrage, was aber sein muss, um der Realität gerecht zu werden.

Abbildung 11 wurde in Kapitel `5.1` eingefügt, um die Notwendigkeit eines Zuordnungsfaktors zu erklären. Mit Hilfe des Zuordnungsfaktors α wurde dem „Zuordnungsprolbem“ entgegen gewirkt. An dieser Stelle ist mit Abbildung 12, der „Lösung des Zuordnungsproblems“, anhand von fiktiven Zahlen gezeigt, dass das Zuordnungsproblem so gelöst werden konnte.

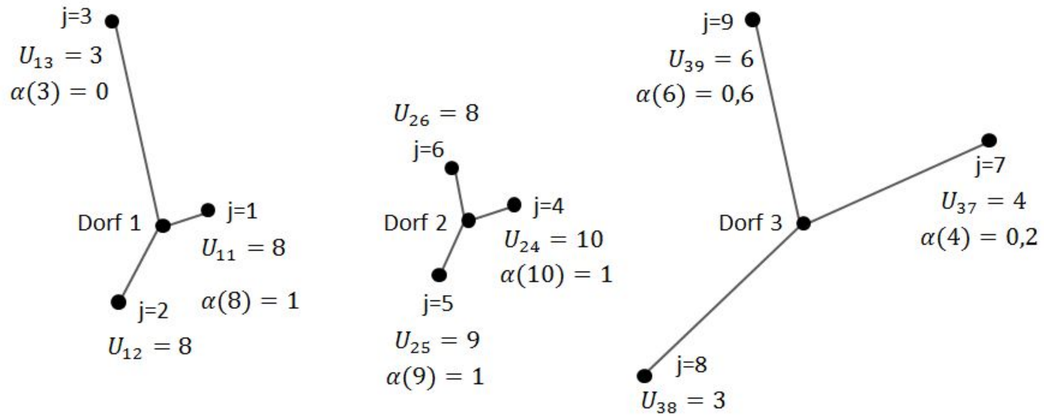

Abbildung 12: „Lösung Zuordnungsproblem“, Quelle: Eigene Darstellung

Abbildung 12 zeigt dieselben Dörfer die auch in Abbildung 11, dem Zuordnungsproblem abgebildet waren, nun einschließlich fiktiver Werte für den Zuordnungsfaktor α. Der Schwellenwert U_0 (siehe dazu Formel (45) und Abbildung 9) liegt bei 8 Einheiten, somit wird allen VZ mit einem Nutzen U_{ij} der größer oder

gleich 8 ist, ein $\alpha = 1$ zugeordnet. In diesem Fall wird 100 Prozent der zugeteilten Nachfrage von Dorf i in VZ j bereitgestellt. Der unterste Schwellenwert U_R liegt bei einem Wert von 3,5 Einheiten, was bedeutet, dass allen VZ mit Nutzen 3 oder kleiner, ein $\alpha = 0$, also 0 Prozent zugeordnet wird. Die Nutzenwerte die dazwischen liegen, bekommen entsprechend einen Prozentsatz zwischen 0 und 100 zugeteilt. (Für die Treppenfunktion gehe ich von 0,5er Schritten für die Nutzenwerte aus.)
Für Dorf 1 bedeuten die Werte von α, dass die beiden VZ 1 und 2 zu 100 Prozent zugeordnet werden, d.h. dass dort die durch v_{ij} anteilsmäßig zugeordnete Nachfrage zu 100 Prozent aufliegen wird. Da $U_{13} = 3$, ist der Nutzen von VZ 3 so gering für die Einwohner aus Dorf 1, dass ohnehin niemand dorthin gehen würde, was bedeutet, dass der kleine Anteil der durch v_{ij} zu VZ 3 zugeordnet wurde, nicht dorthin geliefert werden wird. Die Anteile sind $v_{11} = v_{12} = 8/19$ und $v_{13} = 3/19$. Die ersten beiden Anteile werden komplett zur Verfügung gestellt, aber 3/19 der Nachfrage von Dorf 1 werden nicht gestillt werden.
Die dem Dorf 2 zugeordneten VZ haben alle einen Nutzen von über 8 Einheiten, somit werden alle drei VZ 4 bis 6 zu 100 Prozent die Nachfrage für Dorf 2 aufliegen haben, die durch v_{ij} zugeordnet wird. Die Anteile für das Dorf 2 sind $v_{24} = 10/27$, $v_{25} = 9/27$ und $v_{26} = 8/27$, welche zur Gänze in die VZ geliefert werden.
Da es auf Grund von viel geringeren Nutzenwerten unrealistisch wäre, dass auch aus Dorf 3 alle Einwohner ein VZ aufsuchen werden und somit ineffizient die volle Nachfrage bereit zu stellen, muss es den Zuordnungsfaktor α geben, der die Nachfrage und die Anteile aus Dorf 3 entsprechend der Nutzenwerte für die VZ 7 bis 9 reduziert. Demnach werden in VZ 9 60 Prozent der zugeteilten Nachfrage und in VZ 7 nur 20 Prozent zur Verfügung gestellt. Die Anteile sind für Dorf 3 $v_{37} = 4/13$, $v_{38} = 3/13$ und $v_{39} = 6/13$. Nach Anwendung des Zuordnungsfaktors wird allerdings nichts zu VZ 8 geliefert und nur 20 Prozent von v_{37} an VZ 7, was in etwa 6 Prozent der Gesamtnachfrage von Dorf 3 entspricht. An VZ 9 werden

60 Prozent von v_{39}, also etwa 28 Prozent der Gesamtnachfrage geliefert.
Der Zuordnungsfaktor $\alpha(U_{ij})$ war somit ein notwendiger Schritt, um eine realistische und effiziente Verteilung der Güter zu gewährleisten. Abgesehen davon, sind durch die Einführung der Nutzenfunktion in Kapitel 4 Adaptives Modell und schließlich des „split supply" in Kapitel 5 Adaptives Modell II zwei wichtige Schritte zur Annäherung an die Realität passiert. Somit ist ein - dem Tourenoptimierungsmodell von Tricoire, Graf und Gutjahr (2012), das in Kapitel 3 besprochen wurde - ähnliches aber weit realistischeres neues Modell entstanden.

5.5.2 Dritte Entscheidungsebene

Für die dritte Entscheidungsebene konnte, wie schon in Kapitel 4.5.1 nicht mehr viel geändert werden. Da der Zuordnungsfaktor, wie schon erwähnt ein notwendiges Mittel ist, das im Modell eingebettet werden muss, können bei den Überlegungen zu möglichen Situationen, in denen sich die Einwohner bzw. Dörfer nach der Verteilung der Güter befinden, immer noch ungünstige Varianten aufscheinen. Es kann vorkommen, dass die Kapazitäten von den VZ oder den FZ ausgelastet sind, oder dass die Anforderung eines Dorfes nicht der Nachfrage im Dorf entspricht. Die Situationen AA, AB, BA und BB aus den Tabellen 4 und 6 aus den Kapiteln 3.5.1 und 4.5.1 sind somit unverändert, da Kapazitätsrestriktionen auf keinen Fall entschärft oder ausgelassen werden können, und auch eine prozentuelle Verringerung der Nachfrage durch den Zuordnungsfaktor nötig ist.
Jedoch wird gerade in diesem letzten Modell besser ersichtlich, dass der Zuordnungsfaktor nicht da ist, um den Einwohnern Güter wegzunehmen, die eigentlich vorhanden sein sollten. Sondern um die Realität zu erfassen, in der nicht alle Einwohner ein VZ aufsuchen werden, und somit um effizient zu verteilen und die vorhandenen Kapazitäten bestens zu nutzen.
Dadurch, dass schlussendlich durch eine Verbesserung des Modells wieder keine

Änderung für die dritte Entscheidungsebene erreicht wurde, ist wieder auf die Relevanz der koordinierten Vor-Ort-Verteilung der Hilfsorganisationen in einem Katastrophengebiet hingewiesen.

6 Schlussfolgerungen

Von dem Tourenoptimierungsmodell in Kapitel `3` von Tricoire, Graf und Gutjahr (2012) über ein erstes adaptives Modell in Kapitel `4` bin ich in Kapitel `5` schließlich bei einem adaptiven Modell II angekommen, das der Realität um 2 große Schritte näher gekommen ist.

Ein großes Problem im Ausgangsmodell war das „Distanzproblem“, das die Einwohner eines Dorfes bei der Öffnung eines zusätzlichen VZ in eine schlechtere Situation bringen konnte, als ohne dieser Öffnung. Das Problem entstand, weil die Zuordnung der Dörfer rein auf der Distanz zwischen den Dörfern und den VZ geschehen ist. Somit musste die erste wichtige Änderung, die in Kapitel `4 Adaptives Modell` eingeflossen ist, die Änderung der Grundlage der Zuordnung sein. Da die Verteilung von Hilfsgütern in einem Katastrophengebiet ebenso den Wunsch beinhaltet Güter an den Mann zu bringen wie dies im herkömmlichen Leben im Einzelhandel der Wunsch von Unternehmern ist, habe ich mich einer Methode aus dem „competitive facility location modelling“ bedient.

Die Entscheidung für Standorte zur Eröffnung von Shops, die möglichst viele Kunden erreichen sollen, basiert - wie in Drezner und Eiselt (2002) zu finden - auf dem Nutzen dieser Standorte für die Konsumenten. Daher wurde auch in das Optimierungsmodell für eine Katastrophensituation eine Nutzenfunktion eingebettet, die nicht nur auf Grund der Distanz, sondern auch auf Grund von verschiedenen Merkmalen der Attraktivität eines VZ, die Einwohner von Dörfern zu VZ zuordnet. Die Zuordnung nach dem maximalen Nutzen und nicht nur auf Grund der Distanz, konnte das Distanzproblem beheben.

Doch bei der Reflexion des neuen Modells ist erneut ein wesentliches Problem aufgetreten. Und zwar, dass die Einwohner eines Dorfes nur einem einzigen VZ zugewiesen wurden, was besonders realitätsfern erschien. Daher wurde mit der zweiten Änderung in Kapitel `5 Adaptives Modell II` zugelassen, dass ein Dorf

mehreren umliegenden VZ zugeordnet werden kann. Die Zuordnung basiert weiterhin auf dem Nutzen, den ein VZ für ein Dorf hat und die Nachfrage des Dorfes wird anteilsmäßig den VZ mit den größten Nutzenwerten zugeteilt.
Somit ist ein realistischeres Abbild der Realität entstanden, und damit ein Modell, das auf ein Katastrophengebiet angewendet werden kann um Güter optimiert zu verteilen und die Nachfrage von möglichst vielen Einwohnern zu stillen.

Das erste Tourenoptimierungsmodell hat neben dem „Distanzproblem“ viele Fragen und Probleme speziell bezüglich der Vor-Ort-Verteilung in einer dritten Entscheidungsebene aufgeworfen, die aber auch im Verlauf der Änderungen des Modells, nicht beantwortet bzw. verbessert werden konnten, da diese dritte Entscheidungsebene von der Situation nach der Verteilung mittels eines mathematischen Modells ausgeht. Eine sehr spannende Situation, die auch die Betrachtung des tatsächlichen Umgangs in einem Katastrophengebiet mit eben dieser Situation und einer Vor-Ort-Verteilung interessant und notwendig gemacht hat.
Besonders die Problematik mit dem Zuordnungsfaktor, der die Nachfrage der Dörfer auf die VZ umgerechnet hat, hat mich beschäftig. Der Faktor ist für die Modelle notwendig, um sie der Realität anzupassen, aber dennoch hat er besonders in den ersten beiden Modellen und dabei speziell in der kritischen Reflexion der dritten Entscheidungsebene gewirkt, als wäre es ein Faktor, der den Dorfbewohnern ihre Hilfsgüter verweigert. Erst im dritten Modell habe ich persönlich die Sinnhaftigkeit des Zuordnungsfaktors als solchen endgültig verstanden. Dieser Faktor existiert nicht um den Leuten etwas wegzunehmen, sondern um das Modell der Realität anzunähern, denn es werden nunmal nicht alle Einwohner Güter abholen kommen und das muss berücksichtigt werden.
Da die Mathematik für mich ein Ausdruck von Perfektion ist, wollte ich womöglich nicht verstehen, warum das mathematische Modell einen Faktor enthält, der die

existierende Nachfrage reduziert, und somit nicht alle Einwohner Güter bekommen können. Jedoch muss das Modell sich auch an die Realität annähern, und da diese nicht perfekt ist, also nicht alle Einwohner Güter holen werden, muss es einen Zuordnungsfaktor geben. Somit hat die Mathematik und mein Lieblingszitat für mich doch wieder gewonnen.

> Die Mathematik allein befriedigt den Geist durch ihre außerordentliche Gewissheit.
> Johannes Kepler (1571 - 1630)

Abkürzungsverzeichnis

bzw. beziehungsweise

CTP Covering Tour Problem

CVRP Capacitated Vehicle Routing Problem

d.h. das heißt

FZ Fahrzeug

NGO Non-Governmental Organizations

NLP Non Linear Program

TSP Travelling Salesman Problem

Vgl. Vergleiche

VZ Verteilungszentrum

bspw. beispielsweise

z.Bsp. zum Beispiel

Abbildungsverzeichnis

1 Modellübersicht TSP, CVRP, TSPwP . . . 9
2 Covering Tour Problem . . . 11
3 Zuordnungsfaktor $\psi(d_{ij})$ . . . 18
4 Abdeckungsradien . . . 19
5 $\delta(S)$ . . . 22
6 Skizze Situationen Fall 1 . . . 31
7 Skizze Situationen Fall 2 . . . 33
8 Distanzproblem . . . 38
9 Zuordnungsfaktor $\alpha(U_{ij})$ . . . 45
10 Lösung Distanzproblem . . . 53
11 Zuordnungsproblem . . . 58
12 Lösung Zuordnungsproblem . . . 65

Tabellenverzeichnis

1 Entscheidungsvariablen 20

2 Indizes 21

3 Parameter 21

4 Situationen 29

5 neue Variablen 46

6 Situationen 50

7 neue Variablen II 60

Literaturverzeichnis

Carling, K. und J. Hakansson (2013). A compelling argument for the gravity p-median model. *European Journal of Operational Research 226*, S. 658–660.

Drezner, T. (1995). *Facility Location: A Survey of Applications and Methods*, Chapter 13: Competitive Facility Location in the Plane, S. 285–300. Springer, Drezner Z.

Drezner, T. und Z. Drezner (2007). The gravity p-median model. *European Journal of Operational Research 179*, S. 1239–1251.

Drezner, T. und H. A. Eiselt (2002). *Facility Location: Applications and Theory*, Chapter 5: Consumers in Competitive Location Models, S. 151–178. Drezner Z. and Hamacher H.

Enzyklopädie der Betriebswirtschaftslehre Band 1 (1993). *Handwörterbuch der Betriebswirtschaft, Teilband 2, I-Q* (5. Aufl.). W. Wittmann und W. Kern und R. Köhler und H.-U. Küpper und K. v. Wysocki.

Feillet, D., P. Dejax und M. Gendreau (2005, May). Traveling Salesman Problems with Profits. *Transportation Science 39*(2), S. 188–205.

Gendreau, M., G. Laporte und F. Semet (1997). The Covering Tour Problem. *Operations Research 45*(4), S. 568–576.

Gutjahr, W. (2010). *Folien zu OR-Methoden in Produktion und Logistik*. Universität Wien.

Gutjahr, W. J. (2009). *Operations Research 1 - Einführung*. Universität Wien.

Huff, D. L. (1964). Defining and Estimating a Trade Area. *Journal of Marketing 28*(3), S. 34–38.

Jozefowiez, N., F. Semet und E.-G. Talbi (2007). The bi-objective covering tour problem. *Computers & Operations Research 34*(7), S. 1929–1942.

Kovacs, G. und K. M. Spens (2007). Humanitarian logistics in disaster relief operations. *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management 37*(2), S. 99–114.

Lück, W. (2004). *Lexikon der Betriebswirtschaft* (6. Aufl.). Oldenbourg.

Ralphs, T., L. Kopman, W. Pulleyblank und L. Trotter (2003). On the capacitated vehicle routing problem. *Mathematical Programming 94*(2-3), S. 343–359.

ReVelle, C. und G. Laporte (1993). New Directions in Plant Location. *Studies in Locational Analysis 5*, S. 31–58.

Spiegel (2000). Nach den Fluten kamen Diebe - `http://www.spiegel.de/spiegel/print/d-15930929.html` (Zugriff am 30.01.2013).

Österreichische Caritas (2008). Hilfe kommt an: Hilfspakete in Tamil Nadu - Indien - `http://www.caritas.at/index.php?id=550&tx_ttnews[pS]=1272664800&tx_ttnews[tt_news]=638&tx_ttnews[backPid]=1311&cHash=60314591b6` (Zugriff am 30.01.2013).

Österreichische Caritas (2010). Überschwemmungen in Rumänien - `http://www.caritas.at/aktuell/news/news/raw/artikel/2716/89/` (Zugriff am 30.01.2013).

Thomas, A. und L. Kopczak (2005). From logistics to supply chain management. The path forward in the humanitarian sector. *Fritz Institute*. verfügbar unter: www.fritzinstitute.org/PDFs/WhitePaper/FromLogisticsto.pdf (Zugriff am 29.1.2013).

Tricoire, F., A. Graf und W. Gutjahr (2012). The bi-objective stochastic covering tour problem. *Computers & Operations Research 39*(7), S. 1582–1592.

Unger, T. und S. Dempe (2010). *Lineare Optimierung* (1. Aufl.). B. Luderer.

UNICEF (2010). Erdbebenkatastrophe in Haiti: UNICEF Nothilfe für die Kinder - http://www.unicef.at/fileadmin/media/Infos_und_Medien/Info-Material/Projektberichte/HM8_10_Projektbericht_Haiti.pdf (Zugriff am 30.01.2013).

Anhang A: Zusammenfassung

Wenn eine Naturkatastrophe wie z.Bsp. ein Erdbeben, ein Hurrikan, eine Flut, eine Dürre, ein Vulkanausbruch oder ein Brand ein Gebiet verwüstet, dann ist es wichtig und notwendig die Einwohner in diesem Gebiet mit Hilfsgütern zu unterstützen. Für die Hilfsorganisationen ist es von Bedeutung ein geeignetes Transportsystem zu finden. Da es oft nicht möglich sein wird die nötigen Hilfsgüter direkt zu allen Opfern einer Katastrophe zu liefern, müssen sogenannte Verteilungszentren im Katastrophengebiet errichtet und beliefert werden, die für möglichst viele Einwohner des Gebietes erreichbar sein sollen.

Ziel dieser Arbeit ist es ein Optimierungsmodell zu erstellen, dass zur Lieferung von Hilfsgütern an Verteilungszentren in einem Katastrophengebiet herangezogen werden kann, und dass die zu liefernden Mengen und die Standorte der Verteilungszentren optimal wählt. Ausgehend von einem bestehenden Tourenoptimierungsmodell soll eine Abänderung dieses Modells der Realität näher kommen. Vor allem die Art der Zuordnung der Nachfrage von Dörfern zu Verteilungszentren, aus denen sich Einwohner Hilfsgüter abholen können, soll kritisch hinterfragt und optimiert werden.

Im Ausgangsmodell ist die Zuordnung der Dörfer zu den Verteilungszentren rein auf Basis der Distanz geschehen und jedem Dorf wurde genau ein Verteilungszentrum zugeordnet.

Für die Verbesserung der Zuordnung werden Elemente aus dem Bereich des „competitive facility location modeling“ herangezogen. Im herkömmlichen Sinn werden diese Modelle zur konkurrenzfähigen Standortbestimmung im Einzelhandel verwendet und beziehen Konsumentenentscheidungen über Nutzenfunktionen mit ein. Der Nutzen von möglichen Standorten von Verteilungszentren für Dörfer soll daher im Optimierungsmodell auch eingebettet und zur Zuordnung herangezogen werden. In der Nutzenfunktion spielt nicht nur die Distanz, sondern auch verschie-

dene Merkmale der Attraktivität eines Standortes eine Rolle.
Des Weiteren ist eine realitätsnahe Version des Modells entstanden, indem „split supply“ erlaubt wurde, wozu eine stochastische Interpretation des Gravitationsmodells zweckdienlich ist. Ein Dorf kann damit mehreren umliegenden Verteilungszentren zugeordnet werden, aus denen sich die Einwohner Güter holen können.
Somit ist - aus dem bestehenden Mehrziel Covering Tour Problem mit stochastischer Nachfrage - durch Einführung einer Nutzenfunktion zur Zuordnung der Nachfrage und „split supply“ ein realistischeres Abbild der Realität entstanden.
Damit hat sich ein Modell entwickelt, das auf ein Katastrophengebiet angewendet werden kann um Güter optimiert zu verteilen und die Nachfrage von möglichst vielen Einwohnern zu stillen.

Curriculum Vitae

Persönliche Informationen

Name:	Carina Huber, Bakk.rer.soc.oec.
Geboren am:	6. August 1988 in Mistelbach, NÖ
Nationalität:	Österreich
E-Mail:	carina.88@gmx.at

Schulische Ausbildung

ab 10/2009	Magisterstudium Betriebswirtschaft, Fakultät für Wirtschaftswissenschaften, Universität Wien Kernfächer: Transportation Logistics, Operations Research
10/2006 – 06/2009	Bakkalaureatsstudium Betriebswirtschaft, Fakultät für Wirtschaftswissenschaften, Universität Wien
09/1998 – 06/2006	Bundesrealgymnasium Gänserndorf, NÖ Matura mit ausgezeichnetem Erfolg
09/1994 – 06/1998	Volksschule, Dürnkrut, NÖ

Beruflicher Werdegang

03/2010 – 08/2011	Universität Wien Lehrstuhl für Logistik und Supply Chain Management Tätigkeit: studentische Mitarbeiterin (Studienassistentin)

Sprachen

Deutsch	Muttersprache
Englisch	Wort und Schrift sehr gut
Italienisch	Grundkenntnisse

Soziales Engagement

10/2008 – 06/2012	Mitarbeit bei der Österreichischen Hochschülerschaft an der Fakultät für Wirtschaftswissenschaften an der Universität Wien (ehrenamtlich)
07/2009 – 07/2011	Stellvertretende Vorsitzende der Studienrichtungsvertretung (Internationale) Betriebswirtschaft (ehrenamtlich)
12/2008 – 07/2011	Mandatarin der Fakultätsvertretung (ehrenamtlich)

Zusatzqualifikationen

Juni 2012	Trainerausbildung (Edelweiss Consulting)