universität
wien

DIPLOMARBEIT

Titel der Diplomarbeit / Title of the Master‘s Thesis

„1+1 macht Zwei nach Adam Ries“

Über den Einfluss des Didaktikriesen Adam Ries auf unsere heutige Schulbuchgestaltung

verfasst von / submitted by

Katrin Sophie Tuppinger

angestrebter akademischer Grad / in partial fulfilment of the requirements for the degree of

Magistra der Naturwissenschaften (Mag. rer. nat.)

Wien, 2017 / Vienna 2017

Studienkennzahl lt. Studienblatt / degree programme code as it appears on the student record sheet:	A 190 406 313
Studienrichtung lt. Studienblatt / degree programme as it appears on the student record sheet:	UF Mathematik UF Geschichte, Sozialkunde und Politische Bildung
Betreut von / Supervisor:	Mag. Dr. Andreas Ulovec

Danksagung

Für meinen Bruder Nicki und Godi, denen es leider nicht vergönnt war, diesen Moment mit mir zu teilen, deren Wissbegierigkeit aber immer ein Vorbild für mich sein wird.

„Nicht alles, was zählt, kann gezählt werden, und nicht alles, was gezählt werden kann, zählt.“

Albert Einstein

Fünf Jahre des Studiums an der Universität neigen sich mit den folgenden Seiten dem Ende zu. Eine intensive Zeit, die ich ohne die Unterstützung so mancher Menschen nicht so erfolgreich geschafft hätte.
Zu allererst möchte ich meinen Unikollegen, die zu sehr guten Freunden geworden sind, für die seelische Unterstützung vor so mancher Hürde danken. Vor allem kam das Lachen nie zu kurz und somit wird die Studienzeit durch eure Freundschaft immer eine wunderschöne Erinnerung bleiben.
Meinem Klassenvorstand und Mathematikprofessor, Mag. Rudolf Werner, der nicht nur zum großen Vorbild wurde, sondern auch nach der Schulzeit immer mit Rat und Tat zur Seite stand, möchte ich besonders danken.
Ein großer Dank gebührt meiner Oma und meinem Opa in Eisenstadt und meiner Oma in Kärnten, die mich in den vergangenen Jahren nicht nur finanziell, sondern vor allem auch moralisch unterstützt und bekräftigt haben.
So mancher Beistrich wurde von ihr gesetzt und ihre zwei Augen haben mich vor so manchen Rechtschreibungeheuern gerettet. Merci für die zahlreichen Stunden, die du zum Korrekturlesen meiner Arbeiten aufgeopfert hast - liebe Tante Beate.
Viele Tränen, der Freude und der Enttäuschung mussten meine Eltern trocknen. Danke, dass ihr mir immer Mut zugesprochen habt, auch wenn es nicht immer einfach war. Danke für eure jahrlange Unterstützung und die Hilfe bei der Verwirklichung meiner Träume.

Und einen ganz besonderen Dank möchte ich an dieser Stelle an meinem Betreuer Mag. Dr. Ulovec aussprechen. Vielen Dank für die Ermöglichung und Bereitschaft meine Idee zu verwirklichen und für das Verständnis und die Hilfe, die mir jederzeit entgegengebracht wurde.

Inhaltsverzeichnis

Einleitung

Mathematik und Geschichte - eine seltsame Kombination?

Als Studentin beider Fächer auf Lehramt ist mir diese Frage nicht nur einmal gestellt worden.

An der Universität Utrecht durfte ich einen Kurs besuchen, *Historical aspects of Classroom Mathematics*, der mich auf den Gedanken gebracht hat, in meiner Diplomarbeit beide Gegenstände miteinander zu verknüpfen. Mathematik wird auf den ersten Blick zwar nicht mit Geschichte in Verbindung gebracht, sondern meist in Kombination mit anderen naturwissenschaftlichen Fächern gesehen. Auf den zweiten Blick öffnet diese Kombination aber weit mehr als verstaubte Zahlen – und dieser zweite Blick soll mithilfe dieser Arbeit ermöglicht werden.

Wie könnte dieser zweite Blick besser erarbeitet werden als mit einem Rechenmeister, der noch heute in aller Munde ist: Adam Ries. Im deutschen Sprachraum ist er nicht nur aufgrund der Redewendung - *Die Rechnung stimmt nach Adam Ries* - auch noch heute allseits bekannt. Vor allem seine herausragende Leistung als erster deutscher Fachdidaktiker soll dieses Projekt aufarbeiten. Genau diese Leistung und sein Einfluss auf unsere heutige Schulbuchgestaltung sollen mit dieser Arbeit untersucht werden.

Inwieweit ist vor allem sein Einfluss erkennbar? Spielt er überhaupt noch eine Rolle in unserer heutigen Schulbuchgestaltung? Falls ja, hat er eine andere Bedeutung als in der Zeit der Nationalsozialisten, die diese Schulbücher auch für Propagandazwecke benutzten?

Das scheint auf den ersten Blick ein etwas gewagtes Projekt und weit von der Mathematik entfernt. Aber es ist lohnend, sich darauf einzulassen.

Folgender Aufbau der Arbeit soll dabei helfen, dieses Projekt bestmöglich durchzuführen. Die Arbeit ist in zwei größere Teile gegliedert.

Im ersten Teil soll die Frage bearbeitet werden, ob Ries heute noch immer Einfluss auf unsere Schulbuchgestaltung nimmt und wenn ja, in welcher Form. Bevor diese Fragestellung ausführlich diskutiert wird, muss ein Fundament an Wissen erarbeitet werden, welches nicht nur Ries‘ Vita einschließt, sondern auch seinen Beruf als Rechenmeister beleuchtet.

Mithilfe der Analyse seines zweiten Rechenbuchs soll seine bedeutende Rolle als Didaktiker aufgerollt werden. Diese soll erlauben, einen möglichen Einfluss seines zweiten Rechenbuchs auf die Gestaltung der heutigen Schulbücher zu analysieren. Diese Analyse beinhaltet eine Diskussion seiner Inhalte, unter anderem das Rechnen auf Linien und mittels Feder, welches Ries in seiner Rechenschule versuchte, einem breiten Publikum zu vermitteln. Der Aufbau, die benutzte Sprache und die Auswahl der Beispiele soll genauer betrachtet und mit einem österreichischen Schulbuch von heute verglichen werden. Bei diesem Schulbuch handelt es sich um *Das ist Mathematik 1*. Auch dieses Buch soll natürlich nach denselben Kriterien analysiert werden.

Der Vergleich soll eine Antwort geben, ob Ries heute noch immer Einfluss auf unsere Schulbuchgestaltung nimmt.

Der zweite Teil der Arbeit soll die Präsenz Ries‘ in Schulbüchern näher betrachten, inwiefern die Darstellung Ries‘ konkret in einem nationalsozialistischen Schulbuch von der Darstellung in unseren heutigen Schulbüchern differiert. Wird Ries bei den Nationalsozialsten als Machtsymbol des deutschen Volkes gesehen?

Diese Arbeit soll nicht nur die Legitimation dieser Fächerkombination unterstreichen, sondern vor allem einen Mann in den Mittelpunkt rücken, der es schaffte, die mathematischen Grundkenntnissen allen sozialen Schichten zugänglich zu machen – Adam Ries.

1 Mathematikriese Adam Ries

Der erste Teil der Arbeit beschäftigt sich mit Adam Ries‘ Werk. Ein Einblick in die Biographie des Rechenmeisters und die kurze Skizzierung der geschichtlichen Hintergründe sollen dem besseren Verständnis und der Bedeutung des Werks von Adam Ries dienen. Der Hauptteil des ersten Teils dieser Diplomarbeit ist eine Analyse des zweiten Rechenbuchs von Adam Ries. Im Vergleich mit österreichischen Schulbüchern, die heute im Schulalltag benutzt werden, soll untersucht werden, inwieweit eine Ähnlichkeit zu Ries‘ zweitem Rechenbuch besteht.

1.1 Biographie

Abbildung 1 Holzschnitt Adam Ries (Quelle: Humenberger, 2011, 23)

Mit dem Sprichwort, oder im mathematischen Sinne besser als Formel zu verstehen: „ Macht nach Adam Ries(e)...“ ist der berühmte Rechenmeister im deutschsprachigen Raum in aller Munde. Allerdings ist über das genaue Leben des Mathematikriesen, wie er freundlicherweise in der Literatur oftmals benannt wird, nur wenig bekannt.

Der oben abgebildete Holzschnitt des dritten Rechenbuchs, auch kurz die Practica[1] genannt, gibt Auskunft über sein Geburtsjahr. Auch hier kommt man ohne die großen Künste der Mathematik nicht weit.

ANNO 1550 ADAM RIES SEINS ALTERS IM LVIII

Im Jahr 1550 war Adam Ries 58 Jahre alt, nach kurzer Subtraktion:

$$1550 - 58 = 1492$$

[1] Der vollständige Titel wird im Kapitel 1.3 Ries Rechenbücher angeführt.

kann das Geburtsjahr schnell errechnet werden. Das Jahr 1492 stellt einen Umbruch in eine neue Zeit dar. Im selben Jahr hat Christoph Columbus Amerika entdeckt. Die Seefahrt ohne die Mathematik wäre kaum vorstellbar. Umso wichtiger wurde Ries‘ Popularisierung der Künste der Mathematik auch für jene Leute, die in der Seefahrt tätig waren. Man denke auch hier an die Globenerstellung oder Kartenzeichnung. Die neue Zeit brachte ebenso Umbrüche in der Gesellschaftsstruktur der frühen Neuzeit. Eine neue Klasse, das Bürgertum, etablierte sich und begann immer wichtiger zu werden. Dieser Aufschwung war auch für das Werk Ries‘ bedeutend. 2017 wird der 500. Jahrestag des Thesenanschlags von Martin Luther gefeiert; weiters spielte die Reformation während Ries‘ Lebzeit eine wichtige Rolle im tagespolitischen Geschehen. Es ist im Grunde genommen alles andere als eine friedvolle Zeit, in der Ries lebt, allerdings ist sie gekennzeichnet durch das Bestreben der Gesellschaft groß zu werden, unter anderem auch im bildungspolitischen Bereich und durch den Handel – es war die Zeit des Bürgertums. So setzten am Ende des Lebens Ries‘ nochmals die Bürger ein Zeichen, in den Niederlanden wurde erstmals eine frühbürgerliche Revolution siegreich geschlagen.[2]

Die dritte Auflage des ersten Rechenbuchs von Ries gibt uns Auskunft über den Geburtsort des Rechenmeisters. Im Titel steht geschrieben: *...||gemacht durch Adam Riesen vonn Staffel-||steyn/...* Sein Vater Conntz Ries besaß eine Mühle und einen Weinberg in der fränkischen Stadt Staffelstein. Seine Mutter Eva, ihr Mädchenname lautete wahrscheinlich Kittle oder Kittler, war die zweite Ehefrau seines Vaters. Ries kommt aus einem wohlhabenden Elternhaus; dies stellte keinen unbedeutenden Faktor für seinen weiteren Bildungsweg dar.[3] Allerdings sind keine genauen Aufzeichnungen diesbezüglich vorhanden. Bekannt ist, dass sein Bruder Conrad die Lateinschule in Zwickau besucht hatte und Ries sich 1509 dort aufhielt. In Zwickau lernte er auch Thomas Meiner kennen, einen späteren Ratsherrn aus Annaberg, und rechnete mit ihm Exempeln. Dies geht aus seinem großen Rechenbuch, das 1550 erschienen ist, hervor, denn eine Aufgabe von Meiner ist darin angeführt.[4]

Liest man bei einem anderen Autor, Stefan Deschauer, Ries‘ Biografie nach, dokumentiert er zwar auch einen Aufenthalt in Zwickau, allerdings erwähnte er auch Studienaufenthalte in Paris im Jahr 1509 und 1515. Dort solle er bei Gaspar Lax, so wird es in der Coß geschrieben, vermutlich solide Lateinkenntnisse erworben haben. Der Autor selbst deutet darauf hin, dass er bis zum Zeitpunkt des Verfassens des Buches auch keine konkreten Nachweise über diesen

[2] Wußing, 1992, 7.
[3] Wußing, 1992, 11-12.
[4] Wußing, 1992, 14.

Aufenthalt gefunden hat.[5] In der Ausgabe der Coß,[6] die mir zur Verfügung stand, konnte ich bei einem schnellen Einblick nur über die Zeit in Nürnberg, von Georg Strotz ermöglicht, lesen.[7] Bei einem möglichen Zwischenaufenthalt in Annaberg dürfte es nämlich zu einem Treffen zwischen Georg Strotz (/Strutz oder Sturz) und Ries gekommen sein. Als bedeutendster Förderer Ries‘ ermöglichte er ihm in Erfurt den Zugang zu den Wissenschaften. Strotz studierte in Erfurt Medizin und war 1523 sogar Rektor der Universität Erfurt.[8] In Erfurt soll Ries auch in Kontakt mit der Lehre Luthers gekommen sein und galt fortan als Sympathisant. Strotz verfügte über eine große Sammlung an Schriften, die auch viel mathematischen Inhalt aufweisen konnten und die Ries für Studienzwecke nutzte. Sein Förderer sollte ihn auch nach Nürnberg geschickt haben, um sich ein Bild machen zu können, wie Rechenschulen funktionierten. Die Quelle dafür ist die Widmung der „Coß “ von 1524. Dort schreibt Ries, dass Strotz ihn nach Nürnberg geschickt habe. Andere historische Aufzeichnungen gibt es dafür nicht. Auch als Initiator zum Verfassen der Rechenbücher soll Strotz maßgeblichen Einfluss auf Ries gehabt haben. So erschien das erste 1518 und das zweite 1522. Auf den Inhalt dieser Bücher wird später noch eingegangen.[9]

Ab 1523 wirkte Ries in Annaberg und gab Privatunterricht. 1525 heiratete er Anna Lewber, die Tochter eines Schlossermeisters aus Freiberg. Er hat das Haus in der Johannisgasse 23 erworben, in dem heute noch das Adam Ries-Museum und eine Rechenschule integriert sind. Mit seiner Frau hatte er acht Kinder. Anna ist zwischen 1543 und 1547 verstorben – auch hier gibt es keine genauen Aufzeichnungen.[10]

Ries‘ Künste der Mathematik waren in Annaberg von hohem Nutzen. So übte er auch zusätzlich folgende öffentliche Ämter in Annaberg aus: seit 1524 war er Rezeßschreiber im Bergamt Annaberg; als herzoglicher Bergbeamter hatte er über die Gewinnabführungen an die Eigentümer und den Landesherren, über die Schulden und Produktionskosten genau Buch zu führen. Von 1527-1536 übte er dieses Amt auch in Marienberg aus. Seine Künste und seine gewissenhafte Arbeit ermöglichten ihm, das Vertrauen des streng katholischen Landesherrn Herzog Georg zu erwerben, obwohl er selbst die lutherische Glaubenslehre praktizierte. Daher

[5] Deschauer, 2012, 15.
[6] Gebhardt, 1994, 12-20.
[7] Deschauer, 2012, 15.
[8] Wußing, 1992, 15.
[9] Wußing, 1992, 15-18.
[10] Wußing, 1992, 19.

wurde er auch zum Gegenschreiber[11] in Annaberg und als Zehnter[12] im Bergamt Geyer angestellt.

1539 verlieh ihm der Landesherr, der lutherische Kurfürst Moritz, den Titel: Churfürstlicher Sächsischer Hofarithmeticus.[13]

Auch über seinen Todestag ist wenig bekannt, wahrscheinlich war es der 30. 3. 1559. Seine Nachfolge in seinen öffentlichen Ämtern übernahm Sohn Abraham. Auch sein Sohn Isaac war Rechenmeister.[14]

Heute wird eine intensive Nachfahrenforschung über Adam Ries geführt. Über 34500 Personen sind registriert und 24500 Nachfahren scheinen mit Datum Juni 2009 in diesem Register auf.[15]

1.2 Die neue Berufsgruppe: Rechenmeister

Ries, der in vielen Werken auch als erster Didaktiker im deutschsprachigen Raum bezeichnet wird, wirkte als Rechenmeister in der frühen Neuzeit. Um diesen Beruf einordnen zu können, lohnt sich ein geschichtlicher Rückblick in die Entwicklung des Lehrberufs.

Während im Gegensatz zu Gallien, Italien, Spanien, Großbritannien und Irland die Schulen der Antike fortgeführt wurden, glitt das restliche Mitteleuropa, genauer gesagt waren es die germanischen Gebiete, nach dem Untergang des römischen Reichs in ein Bildungstief. In der Entwicklung des Schulwesens im germanischen Raum spielte vor allen Bonifatius (~ 673 – 754) eine große Rolle. Er gilt als Organisator und Erneuerer des Kirchen- und Schulwesens des fränkischen Reichs. Im Wunsch, die Ausbildung des geistlichen Nachwuchses zu verbessern und der daraus resultierenden Etablierung der Klosterschulen, ist der Beginn der schulischen Organisation anzusetzen. Neben der Vermittlung der Glaubenslehre wurden auch die antiken Wissenschaften, die Septem artes liberales mit Trivium (Grammatik, Rhetorik und Dialektik) und Quadrivium (Arithmetik, Geometrie, Astronomie und Musiktheorie), gelehrt. Der Mönch trat als Lehrperson auf. Am Unterricht durfte auch nicht-geistlicher Nachwuchs, wie zum Beispiel junge Adelige, teilnehmen. Die Unterrichtssprache war Latein. Diese Klosterschulen, die noch in den folgenden Jahrhunderten weiter bestehen sollten, wurden die bedeutendste Stütze in der Etablierung des Schulwesens. Sie galten als wichtigster Ort der Vermittlung der antiken Wissenschaften, und die hier lehrenden Mönche hatten eine

[11] Führte Gegenbuch, Abgaben und Eigentumsverhältnisse wurden darin notiert.
[12] Zehnter waren für das kassieren und verrechnen der Steuern zuständig.
[13] Wußing, 1992, 28.
[14] Wußing, 1992, 29..
[15] Adam-Ries-Museum, 2009, 12.

wissenschaftliche Ausbildung. Zusätzlich zu den Klosterschulen wurden im Laufe der Zeit auch Dom- und Stiftsschulen gegründet. Diese kirchlichen Lateinschulen wurden von jungen Adeligen besucht, da die Klosterschulen alleine nicht mehr imstande waren, der Nachfrage nach Ausbildung gerecht zu werden. Zu Anfang trat in solchen Dom- und Stiftsschulen noch der Bischof als Lehrperson auf. Nachdem auch hier ein großer Zustrom zu verzeichnen war, übernahmen kirchliche Gehilfen die Tätigkeit des Lehrens. Karl der Große (768-814) führte zahlreiche Bildungsreformen durch. So gründete er nicht nur die sogenannte Schola Palatina, in der neben Kanzleibeamten auch künftige Geistliche ausgebildet wurden, sondern auch Pfarrschulen, welche die Verbesserung des christlichen Nachwuchses vorsah. Sie wurde im Laufe der Zeit auch immer mehr zur Schule des gemeinen Volkes und vermittelte weniger „anspruchsvolles“ Wissen wie Lesen, Gesang und die christliche Grundlehre, die vor allem für die Ausbildung zu Chorknaben und Ministranten von Bedeutung war. Die Tätigkeit der Lehrperson übernahmen in diesem Fall nicht Mönche, sondern niedrige Kleriker, Kaplane und Theologiestudenten, die ihr Studium abgebrochen hatten.[16] Das 4. Laterankonzil 1215 beschloss, dass an jeder Kirche auch die Einrichtung einer Schule erfolgen musste, soweit ein Geistlicher zur Verfügung stand, der den Unterricht durchführen konnte. Diese Pfarr- oder Lateinschulen breiteten sich nachweisbar noch vor der Reformation flächendeckend aus.[17]

Der Beginn der Bildungsinstitutionen wird von der Übermittlung der religiösen Glaubenslehre dominiert. Diese Dominanz zeigt auch ein Holzschnitt in der Margarita Philosophica[18] von Gregor Reisch.

Abbildung 2 Typus Grammatice (Quelle: Reisch, G. (1517): Margarita Philosophica, https://archive.org/stream/gri_c00033125008256329#page/n7/mode/2up**)**

[16] Enzelberger, 2001, 17-18.
[17] Hammerstein, 1996, 376.
[18] Bei der Margarita Philosophica handelt es sich um die älteste gedruckte Enzyklopädie im deutschen Sprachraum.

Es ist das Titelbild des Kapitels der Grammatik. Dieser Turm repräsentiert das System der Artes liberales. In den diversen Geschoßen wohnen die Vertreter der jeweiligen Disziplinen.
Meistert der Schüler die Stufe, so gelangt er in die nächste Etage. Die Theologie bildet die Turmspitze. So symbolisiert dieser Holzschnitt auch perfekt das Gedankengut der damaligen Zeit, Theologie als das höchste Wissensgut – visualisiert als die Spitze des Wissensturms.
Die *mathematischen* Fächer Geometrie, Arithmetik, Musik (wird in diesem Holzschnitt als Pythagoras personifiziert) und Astronomie befinden sich in der dritten und vierten Etage des Turms.[19]
Erst im 13. Jahrhundert konnte diese Dominanz der Kirche gebrochen werden. Der Bedarf an lese-, schreib- und rechenkundigen Kauf- und Handelsleuten wurde durch den Aufschwung von Handel und Handwerk immer wichtiger. Dies bedeutet einen zentralen Wandel für die bisherigen Bildungsinstitutionen. Die Pfarrschulen konnten nämlich diese praxisnahen Fähigkeiten nicht abdecken. Die Stadt- und Ratsschulen, die im 13. Jahrhundert entstanden sind, haben sich nun nicht mehr als ausschließliche Bildungsinstitution für Religion verstanden, sondern als Berufsvorbereitung.[20] Dies wurde immer wesentlicher, denn seit der kommerziellen Revolution des 13./14.ten Jahrhunderts wurde eine fundierte Berufsvorbereitung immer bedeutender und es reichte nicht mehr aus, das Handwerk im Alltag zu erlernen.[21] Diese „teutschen“ Schulen bildeten Knaben und Mädchen aus und waren vor der Reformation von der Kirche unabhängig.[22] Die deutschen Schreib- und Rechenschulen standen nun in größter Konkurrenz zu kirchlichen Lateinschulen.[23]
Schreib- und Rechenmeister wurden mit der Vermittlung der grundlegenden Kenntnisse im Lesen, Schreiben, Rechnen, im Rechtswesen, sowie in der lateinischen Sprache beauftragt. Anfangs war diese Form der Ausbildung keineswegs wissenschaftlich begründet, sondern beruhte lediglich auf den Erfahrungen der vorigen Lehrergenerationen.[24]
In der zweiten Hälfte des 16. Jahrhunderts entstand eine Ausbildungsform, vergleichbar mit der Lehre für ein Handwerk, für die Zulassung als Rechenmeister. Nürnberg war zur damaligen Zeit ein angesehener Ausbildungsort. Die guten Handelsbeziehungen zu Italien ermöglichten auch den Austausch in Sachen Bildung und Ausbildung. So orientierte man sich am Beispiel der oberitalienischen Schulen. Um überhaupt zur Ausbildung zum Rechenmeister

[19] Büttner, 275.
[20] Enzelberger, 2001, 18.
[21] Denzel, 2002, 24.
[22] Endres, 1996, 377.
[23] Prinz, 2009, 38.
[24] Enzelberger, 2001, 19.

antreten zu können, musste man Grundkenntnisse vorweisen. Die Zielgruppe zum Anwärter für die Lehrstelle waren unter anderen Absolventen der Schreib- und Rechenschule selbst, Handwerksgesellen, Meister oder Personen, die aufgrund von wirtschaftlichen Gründen das Studium nicht beenden konnten.[25]

War man Besitzer einer eigenen Rechenschule, so war man nicht allein der Lehre verpflichtet. Man musste auch die Verpflegung gewährleisten, somit musste der Rechenmeister verheiratet sein, denn seine Frau war für die Verpflegung der Schüler zuständig. Dafür hatten die Schüler Kost- und Lehrgeld zu bezahlen. Die zu unterrichtenden Schülergruppen in der eigenen Rechenschule waren von großer Diversität geprägt. Waren es Anfang des 16. Jahrhunderts ausschließlich Erwachsene und Kaufmannssöhne, die eine Rechenschule besuchten, wurde der Unterricht von Kindern immer mehr zur Hauptaufgabe.[26]

Als ein solcher Rechenmeister wirkte auch Adam Ries in Annaberg. Das Schulwesen Annabergs begann 1498 mit der Errichtung einer städtischen Lateinschule. Zur Zeit Adam Ries‘ gab es sechs deutsche Schulen für Knaben und eine für Mädchen, eine Privatschule und die Rechenschule des Adam Ries. Annaberg übertraf zur damaligen Zeit die Einwohnerzahl von Dresden.[27]

Seine Rechenschule integrierte er in sein Wohnhaus in Annaberg. Es gibt keine genaue Auskunft, ob und wann Ries eine Ausbildung zum Rechenmeister erhalten hatte. Eine Vermutung, die Wußing in seinem Buch anführte, ist jene, dass er eventuell während seiner Zeit in Zwickau mit dem angesehenen Rechenmeister Bartholomäus Otte in engerem Kontakt stand, eventuell sogar sein Gehilfe war. Wie gesagt, handelt es sich dabei um bloße Vermutungen. [28] Wie bereits im Abschnitt 1.1 erwähnt, ermöglichte ihm Strotz einen Aufenthalt in Nürnberg, wo er sich den Betrieb einer Rechenschule ansehen konnte.

Doch was musste ein Rechenmeister alles leisten? Im Grunde hatte man als Rechenmeister zwei Tätigkeiten auszuführen. Die erste stellte den Unterricht junger Schüler dar. Basierend auf deren Bedürfnissen wurden auch die berühmten Rechenbücher konzipiert.

Die zweite Tätigkeit, die sie ausführten, waren Rechenaufgaben im Auftrag Dritter zu lösen.

Die Konkurrenz der Rechenmeister war mancherorts sehr groß und daher mussten sie zusätzlichen Tätigkeiten nachkommen, um einen Zuerwerb zu sichern.[29]

[25] Schneider, 2002, 5-7.
[26] Prinz, 2009, 38-40.
[27] Wußing, 1992, 24.
[28] Wußing, 1992, 15.
[29] Rüdiger, 2014, 28-30.

Um eine solche Tätigkeit Ries‘ anzuführen, ist der Auftrag der Stadt Annaberg zu nennen, welche Ries beauftragte, eine Brotordnung auszuarbeiten. Als Sohn eines Müllers hatte er natürlich auch einen fachlichen Einblick in die Materie. Im 16. Jahrhundert galten nämlich andere Preisverrechnungen als heute. War ein Anstieg des Mehlpreises zu verzeichnen, so buken die Bäcker kleinere Brotlaibe. Sie passten die Größe des Brotes an die Mehlpreise an. Auch das richtige zu verrechnende Gewicht war in Zeiten, wo es noch keine Digitalwaage gab, wichtig, um Unregelmäßigkeiten, die sozialen Zündstoff beinhalten, zu verhindern.[30] Diese lang ersehnte Brotordnung wurde 1533 veröffentlicht und berücksichtigte die jeweiligen Preisschwankungen im Hinblick auf Getreidepreise, Mehlpreise und Brotgewicht. Ries‘ Tafeln bieten eine große Übersichtlichkeit, die gut im Alltag eingesetzt werden konnten.[31]

Anders als in den Dom- und Klosterschulen ist in seinen Rechenbüchern auch seine Weltanschauung von der strikten Trennung von Glaube und Bildung zu erkennen. Keine einzige Rechenaufgabe basiert auf religiösem Hintergrund.[32] Die Haltung gegenüber Juden wird im dritten Kapitel noch näher besprochen. Christen war es damals nicht erlaubt, im Geldgeschäft tätig zu sein, daher übernahmen es die Juden.[33]

Ries‘ Werk als Rechenmeister beabsichtigte vor allem, möglichst vielen Menschen die Kunst der Mathematik nahe zu bringen. Er versuchte mit seinen Rechenexempeln, die alltäglichen Probleme diverser Berufsgruppen aufzugreifen, speziell widmet er sich den verschiedenen Berufsgruppen Annabergs.

Für Kaufleute war der Umgang mit Zahlen natürlich unerlässlich. Das Interesse dieser Berufsgruppe war wahrscheinlich auch sehr groß, das Rechnen zu erlernen. In Ries‘ Aufgaben werden Kaufleute mit *einer* bezeichnet, und so widmet er diesem Berufsstand Aufgaben im Bereich Waren- und Geldhandel. Für das reine Geldgeschäft war der sogenannte *wechsler* zuständig. Auf diesen Berufsstand ging er vor allem in seinem zweiten Rechenbuch ein, da er dieses mit Aufgabenpools erweitert hatte.[34]

Ries wurde höchstwahrscheinlich auch deshalb in Annaberg sesshaft, da Mathematiker / Rechenmeister dringend gesucht wurden. Im 16. Jahrhundert wurde Annaberg aufgrund des reichen Silbervorkommens zu einer der wichtigsten Stätten der deutschen Montanindustrie.

---

[30] Adam-Ries-Museum, 2009, 41.
[31] Wußing, 1992, 27.
[32] Rüdiger, 2014, 19.
[33] Prinz, 2009, 153.
[34] Rüdiger, 2014, 12-16.

Somit wurden Ries‘ Künste auch von den dort ansässigen Unternehmen und dem dazugehörigen Verwaltungsapparat in Anspruch genommen und er wurde als Gegenschreiber eingesetzt.[35]

Dazu gehörten auch verschiedene Tätigkeiten im Münzwesen. Bereits zwischen 1518 und 1522 hatte er selbst Fachkenntnisse in diesem Bereich erlangt. Er schrieb ein Buchmanuskript darüber, „Beschickung des Tiegels, sambt Bericht, durch Adam Riesen von Staffelstein gestellte zu Erfurft Ao[36]“. Alle Rechenaufgaben weisen nur indisch-arabische Ziffern auf und waren unter anderem für Kaufleute und Metallhändler gedacht.[37]

Ries‘ Erfahrungen im Bergbau flossen natürlich auch in die Aufgabenstellungen mit ein, obwohl die Bergleute nie in der Practica genannt werden. Allerdings hielt er fest, wie Berechnungen zu halten sind, und auch Abrechnungen des Zehntner sind genannt.[38]

In den Silber- und Goldrechnungen geht Ries auf eine wichtige neue Berufsgruppe ein, nämlich auf die der Schmelzer und Münzmeister. Der Werkstoff Metall löste immer mehr das Holz ab, und so waren neben dem Schmelzen und dem Weiterverarbeiten die Berechnungen am Anfang der Arbeitsschritte wichtig. Auch dies berücksichtigte Ries in seinen Aufgabenstellungen.[39]

In der Coß brachte Adam Ries Beispiele für die Berechnung von Fassvolumen. Diese Aufgaben richteten sich auch an die Berufsgruppe der Visiere. Diese waren damals nämlich für die Berechnung von Fässern zuständig.

Mit den Berechnungen von Rohstoffen, Produkten, Leistungen, Löhnen und den daraus resultierenden Preisen unterstützte Ries sowohl Handwerker als auch Fachkräfte in der Textilherstellung.[40]

Um es mit abschließenden Worten nochmals zu präzisieren, bringt man Ries oft mit der Urheberschaft des schriftlichen Rechnens, also mit den indisch-arabischen Ziffern, in Verbindung. Diese Urheberschaft ist im europäischen Raum Leonardo Fibonacci zuzuordnen, in welcher er in seinem Buch Liber Abbaci hinwies.[41] Allerdings gilt Ries als Vermittler dieser neuen und einfacheren Art zu rechnen, indem er die indisch-arabischen Ziffern in

[35] Schellhas, 1977, 22
[36] Anmerkung: Wurde niemals gedruckt und liegt nur in handschriftlicher Form im Staatsarchiv Dresden auf.
[37] Schellhas, 1977, 6-7
[38] Rüdiger, 2014, 21-22.
[39] Rüdiger, 2014, 23.
[40] Rüdiger, 2014, 31.
[41] Stewart, 2010, 48.

seiner Rechenschule anwandte. Und mittels seiner Rechenbücher trug er zur Verbreitung des dekadischen Stellenwertsystems im deutschen Sprachgebiet wesentlich bei.[42]
Macht man einen Sprung von 500 Jahren, kommt man in der Gegenwart an. Die geschichtliche Entwicklung des österreichischen Schulsystems soll hier nicht erzählt werden. Doch heute sieht der Schulalltag gänzlich anders als vor einem halben Jahrtausend aus.
Daher muss man sich die Frage stellen: Was leistet die heutige österreichische Schule?
Im Lehrplan der allgemeinbildenden höheren Schule ist unter Punkt drei unter anderem deutlich formuliert:
Die Schülerinnen und Schüler sollen eigene weltanschauliche Konzepte entwerfen und ihre eigenen Lebenspläne und eigenen Vorstellungen von beruflichen Möglichkeiten entwickeln.
Die Schülerinnen und Schüler sind sowohl zum selbstständigen Handeln als auch zur Teilnahme am sozialen Geschehen anzuhalten. Im überschaubaren Rahmen der Schulgemeinschaft sollen Schülerinnen und Schüler Fähigkeiten erwerben, die später in Ausbildung und Beruf dringend gebraucht werden, etwa für die Bewältigung kommunikativer und kooperativer Aufgaben.[43]
(Schulunterrichtsgesetz, Lehrplan der allgemeinbildenden höheren Schulen, BGBI.Nr. 365/1982)

Wie diese Verankerung im österreichischen Schulgesetzbuch zeigt, sollen Schülerinnen und Schüler zum selbstständigen Handeln erzogen werden und Fähigkeiten erwerben, die in der späteren Ausbildung und im Beruf dringend gebraucht werden. Und somit wären wir wieder bei dem Punkt, rund 500 Jahre zuvor. Deutsche Schulen wurden eröffnet, die Schreib- und Rechenmeister wurden benötigt, um ihre Schülerinnen und Schüler auf die berufliche Zukunft vorzubereiten. Ries setzte sich schon damals das Ziel, die Vermittlung der mathematischen Grundrechenarten und somit die Fähigkeiten für den beruflichen Alltag zu vermitteln. Bis heute ist dieses Ziel aktuell und als Bildungsauftrag für alle österreichischen Lehrpersonen zu erfüllen.

[42] Schellhas, 1997, 3.
[43] RIS, https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung.wxe?Abfrage=Bundesnormen&Gesetzesnummer=10008568

1.3 Ries‘ Vermächtnis

Ein ganzes Jahrhundert lang wurden die Rechenbücher des „Mathematikriesen“ als Unterrichtsmaterialien herangezogen. Ries‘ Vermächtnis ist bis heute in aller Munde, und dieser Abschnitt soll etwas genauer darauf eingehen.

1.3.1 Ries‘ Rechenbücher

Nach der ausführlichen Diskussion der Biografie liegt es nun nahe, das Werk des großen Rechenmeisters genauer zu analysieren und in seinen Rechenbüchern zu blättern.
Neben dem historisch didaktischen Aspekt sind Rechenbücher oft auch die einzige Quelle für das Leben und das Werk eines Rechenmeisters. In den Widmungen und Vorwörtern der einzelnen Bücher lassen sich viele Stationen Ries’ ablesen. Und somit werden sie nicht nur zur fachdidaktischen Quelle, sondern auch zur biografischen.[44]
Ries verfasste drei Rechenbücher, den algebraischen Lehrtext - die Coß - und die Annaberger Brotordnung. Auf die Rechenbücher sowie auch auf die Coß möchte ich hier genauer eingehen. Seine Rechenbücher spiegeln sein pädagogisch-methodisches Geschick wider, die Coß ist hingegen bis heute Zeuge seines mathematischen Könnens.[45]

1. Rechenbuch

Rechnung auff der linihen || gemacht durch Adam Ries vonn Staffel= || steyn / in massen man es pflegt tzu lern inn allen || rechenschulen gruntlich begriffen anno 1518. || vleysigklich vberlesen vnnd tzum drytten mall || in trugk vorfertiget. || Gedruckt tzu Erffordt durch || Matthes Maler || 1527.[46]

Wann er das erste Rechenbuch vollendet hat, kann man dem Titel, in frühneuhochdeutscher Sprache, entnehmen. 1518 ist das Entstehungsjahr dieser Ausgabe, die im Museumsführer des Adam Ries-Museums zitiert wurde; sie wurde 1527 in Erfurt von Matthes Maler gedruckt. Diese Ausgabe ist auch im Besitz des Adam Ries-Bundes. Insgesamt gibt es vier Auflagen, die letzte aus dem Jahr 1530, wobei die mit dem Inhalt der ersten (1527) übereinstimmen.[47]
„*Rechnung auff der linihen*“, der Titel des ersten Buches, ist ausschließlich der Rechenmethode Rechnen auf Linien gewidmet. Allerdings weist Ries in seinem ersten

[44] Gebhardt, 2002, 1.
[45] Weidauer, 1994, 185.
[46] Adam-Ries, 2009, 52.
[47] Weidauer, 2005, [http://www.adam-ries.de/startar2.html].

Kapitel „*Nummerirn*“ mit Schreib- und Sprechübungen schon auf die neue Zahlenschreibweise der indisch-arabischen Zahlen hin. Der weitere Aufbau des Werkes gliedert sich in insgesamt weitere neun Kapitel.

2. Von der linihen	5. Dupliren	8. Progressio
3. Addirn / oderr sommiern	6. Medirn	9. Detri
4. Subtrahirn	7. Diuidirn	10. Von gebrochen

Im zweiten Kapitel gibt Ries eine generelle Einführung, wie das Legen auf dem Rechentisch funktioniert. In den Kapiteln drei bis sieben zeigt er das Rechnen auf Linien mit den Grundrechnungsarten: Addieren, Subtrahieren, Verdoppeln (*Duplieren*), Halbieren (*Medirn*) , Dividieren (*Diudirn*).[48]

Im Mittelalter bildete das Duplieren eine eigenständige Grundrechenart, die neben der Multiplikation bestand. Ries verweist zumindest in seinem zweiten Rechenbuch darauf, dass das Duplieren ein Sonderfall der Multiplikation ist.[49]

Im Kapitel der Progression behandelt Ries die bereits seit der Antike geläufige Berechnung der Summen endlicher arithmetischer und geometrischer Reihen.[50]

Unter „*Detri*“ ist die Regula Detri zu verstehen, sprich Dreisatzaufgaben, und „*Von gebrochen*“ meint das Rechnen mit Brüchen.

Nach der Einführung kommen 66 Aufgaben im Anwendungsbereich der Handwerker. Darauf folgen weitere 60 Aufgaben, die wörtlich in das zweite Rechenbuch übernommen wurden.[51]

Fast überall sind die Aufgaben inklusive Lösungsverfahren angegeben, aber nicht mathematisch begründet.[52]

Ries weist stets darauf hin, wie wichtig die Durchführung einer Probe im Alltag sei und appelliert daran, diese auch zur Überprüfung durchzuführen.[53]

[48] Weidauer, 1994, 185-186.
[49] Deschauer, 2012, 177.
[50] Deschauer, 2012, 203.
[51] Weidauer, 1994, 186.
[52] Deschauer, 2012, 19.
[53] Weidauer, 1994, 186.

2. Rechenbuch

REchung auff der || Linien vnd Federm / Auff aller || ley handtierung / Gemacht durch || Adam Rysen. || Zum andern mal corrigirt || vnd gemehret. || DEr ware Proceß vn || kürtzist weg Visier vnd Wechselrute || zu machen auß dem Quadrat / Durch die Arith || metic vnd Geometri. Von Erhardo Helm / || Mathematico zu Franckfurt / beschriben. || Zu Francfurt, Bei Christian Egenolph.[54]

Das zweite Rechenbuch, das im Anschluss auch näher analysiert werden soll, ist das bedeutendste Vermächtnis Ries’. Es wurde auch zum größten Erfolg mit 108 Auflagen. Allerdings nicht für Ries per se, da es zur damaligen Zeit noch kein Urheberrecht gab.[55] Nicht alle Nachdrucke weisen allerdings die Gewissenhaftigkeit von Ries auf.[56]

Anders als im vorherigen Titel kann man hier das Entstehungsjahr nicht entnehmen. Es ist im Jahr 1522 in Erfurt vollendet worden.

Allerdings kann man aus diesem Titel eine Erneuerung deutlich erkennen, und zwar „*Rechnung auff der Feder...*“. Ries blieb somit aktuell für seine Zeit und griff in seinem neuen Rechenbuch die wissenschaftliche und gesellschaftliche Entwicklung des Rechnens mit indisch-arabischen Zahlen auf. Ihm gelang auch ein in didaktischer Hinsicht beachtlicher Erfolg in der Konzeptionierung der Inhalte, denn er führte das neue Kapitel, das Rechnen mit der Feder, nach dem bereits bekannten Linienrechnen ein. Er sah es als eine Art Stufenfolge der Aneignung sicheren Rechnens an.[57]

Aus der Resonanz des ersten Buches versuchte er in seinem zweiten Buch einige Passagen besser zu erklären, unter anderem die Kapitel der Regula falsi und Regula detri. Gerade die Handwerker hatten große Schwierigkeiten in der Anwendung der beiden Regeln, allerdings waren diese von großer Bedeutung für ihren Beruf. Zu beiden Abschnitten gibt ist in dieser Ausgabe ausführlichere Erläuterungen zum Rechenverfahren.

Ries greift alle Rechenmethoden des ersten Buches auf und stellt sie neben den Linien auch mit der Feder dar.

Das Buch überzeugt unter anderem auch durch die zahlreichen Anwendungsaufgaben. Insgesamt 237 Anwendungsaufgaben stellt Ries, allerdings ohne mathematische Theorie zu behandeln. Sein Fokus liegt nicht darauf, dem Leser das Verständnis der einzelnen Methoden

[54] Adam-Ries, 2009, 53.
[55] Wußing, 1992, 52.
[56] Weidauer, 1994, 192.
[57] Wußing, 1992, 59.

zu vermitteln, sondern deren Anwendbarkeit. Ries war der Überzeugung, es sei wichtiger zu erkennen, wie man ein Problem lösen könnte, und nicht, warum man es auf jene Art lösen könnte.[58]

In seinem Rechenbuch veröffentlichte er auch Beispiele der Unterhaltungsmathematik. Zusätzlich sind auch erstmals schriftliche Aufgaben zu den magischen Quadraten und deren Konstruktion enthalten.[59]

Sein Rechenbuch wurde im 18. Jahrhundert durch Christian Peschecks Werke allmählich abgelöst.[60] Angesichts der Kurzlebigkeit der gegenwärtigen Mathematikbücher hatten also Ries‘ Rechenbücher eine doch sehr lange Verwendungsdauer.

3. Rechenbuch

Rechenung nach der || lenge/ auff den Linihen || vnd Feder. || Darzu forteil vnd behendigkeit durch die Proportio= || nes / Practica genant/ Mit grüntlichem || vnterricht des visierens. || Durch Adam Riesen. || im 1550. Jar.|| Cum gratia & priuilegio || Caesareo.[61]

Das dritte Rechenbuch, auch Practica genannt, wurde 1550 publiziert. Aufgrund der sehr hohen Druckkosten konnte es lange nicht gedruckt werden.[62] Schließlich hat der sächsische Kurfürst die Druckkosten ausgelegt.[63] Das dritte Buch enthält auch den Holzschnitt mit dem Abbild von Ries. Dieser Holzschnitt war später auch in die neuen Auflagen des zweiten Rechenbuchs abgebildet.[64]

In seinem dritten Rechenbuch bleibt er seiner inhaltlichen Konzeptionierung treu. Nach der Darstellung des Linienrechnens mittels 217 Beispielen werden alle jene 217 Beispiele mittels der Rechenmethode Rechnen mit der Feder wiederholt. Im dritten Kapitel werden bekannte Aufgabengruppen mit vielen Anmerkungen zur Rechnung und Umrechnung der verschiedenen Währungs- und Maßeinheiten erörtert. Das vierte Kapitel behandelt die Visierrechnung. Bereits in seinem zweiten Rechenbuch hatte er im „*Beschluß*“ (Schlussworte) darauf hingewiesen, sich jenem mathematischen Thema zu widmen.[65] In vielen Ausgaben des zweiten Rechenbüchleins wurde ein Rechenbuch von Erhard Helm mit der Visierrechnung

[58] Weidauer, 1994, 187-190.
[59] Weidauer, 1994, 192.
[60] Deschauer, 2012, 30.
[61] Adam-Ries, 2009, 55.
[62] Weidauer, 1994, 194.
[63] Wußing, 1992, 61.
[64] Wußing, 1992, 61.
[65] Weidauer, 1994, 194.

angeheftet.[66] Auch in der Ausgabe des zweiten Rechenbuches, das oben vorgestellt wurde, ist dieses Heft angehängt worden, so wurde es im Titel vermerkt.

Vielleicht sei am Schluss noch erwähnt, dass dieses Rechenbuch durch ein kaiserliches Privileg vor Nachdruck geschützt wurde. Wer es nachdruckte, wurde mit einer Geldstrafe versehen. Dass das Rechenbuch mit diesem Privileg geschützt wurde, lässt sich auch aus dem Titel ablesen.

Das dritte Rechenbuch ist die Krönung seiner Arbeit als Verfasser von Rechenbüchern. Es beinhaltet ausführlich die Künste der Mathematik, somit galt jeder Leser, jede Leserin des Buches als Meister der Rechenkunst. [67]

Coß

Die algebraischen Künste waren damals Gold wert, im wahrsten Sinne des Wortes. Viele Mathematiker/Rechenmeister verdienten sich ein Zubrot, indem sie algebraische Probleme lösten. Ries hatte da einen anderen Ansatz, mit seiner Coß (ital. Cosa, Sache, Ding) wollte er dazu beitragen, die Algebra zu popularisieren.[68] Zur damaligen Zeit wurde das mathematische Fachgebiet der Gleichungslehre mit Algebra oder auch Coß bezeichnet.[69] Bereits in seinen Rechenbüchern verwies Ries darauf, ein algebraisches Werk, kurz Coß, publizieren zu wollen. Er wollte ein umfangreiches Lehrbuch der Algebra verfassen, in dem er das bereits bestehende Wissen vereinte.[70] Sein Ziel war es, eine leicht verständliche und gründliche Bearbeitung des algebraischen Wissens zu erstellen.[71] Allerdings brauchte es einige Zeit, bis es für jedermann zugänglich war, denn sein Werk wurde erst 1992 veröffentlicht.[72]

1518 dürfte er mit dem Verfassen der Coß begonnen haben. Die Coß umfasst zwei Teile. Den ersten Teil hat Ries 1524 in Annaberg fertig gestellt, begonnen hatte er diesen schon in Erfurt. Der zweite Teil wurde 1545 in Annaberg fertig gestellt.[73]

In seiner Erfurter Zeit war ihm durch den Kontakt mit Georg Strotz das Studieren des Kodex Dresden C 80 möglich gemacht worden. Dieser gehörte Strotz und zuvor Johannes Widmann, der die erste Algebravorlesung an einer deutschen Universität, im Sommersemester 1486,

[66] Wußing, 1992, 58.
[67] Weidauer, 2005, [http://www.adam-ries.de/startar2.html].
[68] Deschauer, 2012, 21.
[69] Kaunzner, 1994, 172.
[70] Kaunzner, 1994, 176.
[71] Kaunzner, 1998, 16.
[72] Kaunzner, 1998, 5.
[73] Kaunzner, 1995, 180.

hielt.[74] Weitere zusätzliche Quellen algebraischen Wissens flossen in der Abfassung des Werks mit ein. Diese Quellen sind dem Vorwort der Coß zu entnehmen, wie unter anderem: Algus, Boetius, Archimedes, Algebras, Apuleius von Madaura und Andreas Alexander.[75]

Der Inhalt der Coß ist teilweise lückenhaft. Am Beginn stehen eine Einleitung der Arithmetik, die allerdings abbricht, und eine weitere Einleitung der Gleichungslehre. Diese Einleitung beinhaltet die acht Gleichungstypen des Algebras inklusive der damals 24 gängigsten Typen.

Hier eine Übersicht dieser 24 Gleichungstypen[76]:

1) $bx = a$
2) $cx^2 = a$
3) $cx^2 = bx$
4) $cx^2 + bx = a$
5) $cx^2 + a = bx$
6) $cx^2 = bx + a$
7) $dx^3 = cx^2$
8) $dx^3 = bx$
9) $dx^3 = a$
10) $dx^3 + cx^2 = bx$
11) $dx^3 + bx$
12) $dx^3 = cx^2 + bx$
13) $ex^4 = dx^3$
14) $ex^4 = cx^2$
15) $dx^3 = bx$
16) $ex^4 + dx^3 = cx^2$
17) $ex^4 + cx^2 = dx^3$
18) $ex^4 = dx^3 + cx^2$
19) $cx^2 = \sqrt{} bx$
20) $cx^2 = \sqrt{} c_1 x^2$
21) $ex^4 = a$
22) $ex^4 + cx^2 = a$
23) $ex^4 + a = cx^2$
24) $ex^4 = cx^2 + a$

Das wahrscheinlich bedeutendste Charakteristikum der Arbeit Ries' folgt im Anschluss: seine 322 Textbeispiele zum ersten Gleichungstyp. Den Abschluss der ersten Coß bildet ein Schlusswort.

Der zweite Teil der Coß entstand zur Gänze in Annaberg. In der Literatur wird dieser Teil oft als mathematisches Testament bezeichnet. Auch hier wird mit einem Vorwort begonnen und sowohl die Einleitung zur Arithmetik als auch die 8 Gleichungstypen Algebras werden vom ersten Teil übernommen. In weiterer Folge werden 13 Algebraaufgaben Rudolffs und 8 Textbeispiele von Andreas Alexander diskutiert. Auch in der Coß Teil zwei verabsäumt der Beispielriese nicht, weitere Aufgaben zu stellen, auch hier wieder zum ersten Gleichungstyp bx=a. Allerdings sind diese nicht vollständig.[77]

Dies ist nicht der einzige Abschnitt, der unvollständig überliefert wurde. Doch darf das bei der Odyssee, die dieses Werk bis zu seiner finalen Publizierung durchmachen musste, nicht verwundern. Wie bereits erwähnt, wurde das Werk zu Ries' Lebzeiten nicht gedruckt. In der Hoffnung auf Fertigstellung vermachte Ries seinem Sohn Abraham die Manuskripte, die dieser wiederum seinem Sohn Carolus hinterließ. Nachfolgend wechselten die Manuskripte noch zweimal den Besitzer (Brunn und Häsel) und gelangten schließlich im Jahr 1664 in

[74] Kaunzner, 1994, 174.
[75] Kaunzner, 1998, 16.
[76] Kaunzner, 1994, 177.
[77] Kaunzner, 1998, 26.

Besitz des Dresdner Rechenmeisters Martin Kupffer. Dieser ließ das Werk binden und fügte ein Titelblatt hinzu. Nachdem Tobias Beutel 1702 Besitzer des gebundenen Werkes wurde, verliert sich die Spur der Coß. Als Bruno Berlet in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts die Coß schließlich wieder fand, nahmen seine anschließenden Arbeiten über die Coß großen Einfluss auf die Mathematikgeschichtsforschung. 1988 wurden die ersten Mikrofilme der Coß angefertigt, die das Studieren des Werkes für das In- und Ausland ermöglichte. Im Zuge des Ries-Jahres 1992 wurde sie zum ersten Mal inklusive Kommentaren gedruckt.[78]

Die Coß wurde in deutscher Sprache verfasst, gilt allerdings nicht als ältester deutscher Algebratext. Der älteste deutsche Algebratext ist eine Schrift des Klosters St. Emmeram in Regensburg, aus dem Jahr 1461.[79]

Obwohl Ries’ Name heute mit dem des Rechenmeisters der deutschen Nation assoziiert wird, ist auch seine Stellung als Cossit nicht zu vergessen. Er wird als gleichrangig mit anderen Fachgelehrten wie H. Schreyber, C. Rudolff, P. Apain und M. Stifel angesehen, allerdings war sein Ruhm zur damaligen Zeit nicht basierend auf seinen algebraischen Errungenschaften, sondern gründete sich auf seine Verdienste als Rechenmeister. Eigentlich bedauerlich, so zeigen Forschungsergebnisse, dass Ries’ Coß, das bedeutendste und umfassendste Algebrawerk seiner Zeit, zu Ries‘ Lebzeiten nie gedruckt wurde.[80]

1.3.2 Didaktikriese

In der Literatur ist diese schmeichelnde Bezeichnung öfter zu finden. Ries wurde aufgrund seines methodisch-pädagogischen Geschicks unsterblich, und seine Rechenbücher lehrten Schüler mehr als ein ganzes Jahrhundert die Kunst des Rechnens. Doch was hob ihn von den anderen Rechenmeistern der damaligen Zeit ab?

Oftmals wird ihm die Konzeptionierung des ersten deutschen Rechenbuchs angedichtet. Doch seine Rechenbücher sind nicht die ersten Werke in deutscher Sprache. Das erste Rechenbuch in deutscher Sprache erschien 1483, wahrscheinlich aus der Feder von Ulrich Wagner – das Bamberger Rechenbuch. Auch das Werk „*Behende und hübsche Rechnung auff allen Kaufmannschaften*“ von Johannes Widmann aus dem Jahr 1489 reiht sich datierungsmäßig vor Ries‘ Werk.[81] Ries hatte dadurch auch den Vorteil, Widmanns Buch, das bereits publiziert

[78] Rochhaus, 1994, 167-170.
[79] Kaunzner, 1994, 179.
[80] Kaunzner, 1998, 23.
[81] Prinz, 2009, 43.

worden war, in der Bibliothek Strutz ausführlich zu studieren. Allerdings kritisierte er das Werk stark, vor allem äußerte er seine didaktischen Bedenken. Dies ist aus dem Vorwort der Coß zu entnehmen.[82]

Das Ziel der beiden Autoren war gleich: die Öffnung der Kunst des Rechnens für alle,[83] doch sein Weg dorthin war ein anderer.

Ries hob sich vor allem in der Konzeptionierung und der einfachen kompakten Sprache, die er zugunsten der Verständlichkeit wählte, von seinen Mitstreitern ab.[84] Auch die Autorin Ina Prinz kam nach ihrem Vergleich der Rechenbücher von Widmann, Ries, Rudolff und Albrecht auf folgendes Fazit: Ries sei der didaktisch geschickteste Rechenmeister, Widmann der anspruchsvollste, Rudolff der anwendungsorientierteste und Albrecht der ausführlichste.[85]

Ein weiteres Kennzeichen dieser methodisch-didaktischen Überlegenheit stellt sein großer Aufgabenpool dar. Die Leser können alltagsbezogene Probleme lösen, und diese Aufgaben unterliegen einem sich steigernden Schwierigkeitsgrad.[86] Oftmals vertauscht er auch nur Zahlen, um ein rezeptartiges Rechnen zu gewährleisten. Daher eignete sich Ries' Werk auch gut für das Selbststudium. [87]

Ries führte auch vom altbekannten, also von der Linienrechnung, zum neuen Rechnen mit der Feder und somit zu den indisch-arabischen Ziffern. Er setzte bei den Schwierigkeiten der damaligen Zeit an, dem Linienrechnen, versuchte, verständlichere Erklärungen zu geben und öffnete zugleich den Weg für die neuen Rechenarten.[88]

Durch diese Einführung des Dezimalsystems verdankt der deutsche Sprachraum Ries die Durchsetzung des Rechnens mit den indisch-arabischen Ziffern. Er machte das Rechnen mit den zehn Zahlen (einschließlich der Null) alltagstauglich.[89]

Durch seiner große Leistung, grundlegende Rechenregeln auf ein einfaches Niveau zu bringen, wird Ries zum Rechenmeister des 16. Jahrhunderts. Er schaffte es, sachliche Beschreibungen zu formulieren, die allgemein verständlich waren.[90]

Durch seine Beispiele gewinnt man weiters einen Einblick in das Alltagsleben der Neuzeit, dies ist natürlich auch auf die Konzeptionierung der Beispiele auf ihre

[82] Gabriel, 2010, 471.
[83] Adam-Ries-Museum, 2009, 63.
[84] Gabriel, 2010, 491.
[85] Prinz, 2009, 193.
[86] Adam-Ries-Museum, 2009, 63.
[87] Gabriel, 2010, 487
[88] Adam-Ries-Museum, 2009, 63.
[89] Krause, 2008 , [https://www.planet-schule.de/wissenspool/meilensteine-der-naturwissenschaft-und-technik/inhalt/hintergrund/technik/adam-ries-und-das-rechnen.html#].
[90] Prinz, 2009, 78.

Anwendungsorientiertheit zurückzuführen. Weniger in der Fachdidaktik Mathematik, wohl eher im Fachbereich der Geschichte ist jenes Vermächtnis Ries‘ einzuordnen.

1.3.3 Nach Adam Ries oder Riese oder Riß?

Das wohl bekannteste Relikt Ries' ist die Redensart „*Nach Adam Ries(e) macht das...*“. Bis heute ist diese in unserem deutschen Sprachraum geläufig. Egal ob im Radio[91] oder im Bekanntenkreis, man hört sie immer wieder. Oftmals wird er auch „Riese“, nicht „Ries“ genannt. Das stammt noch aus dem 15. Jahrhundert, als Namen auch dekliniert wurden und der Dativ von Ries Riese war.[92] Also ganz so falsch ist es nicht. Interessant ist auch, woher der Ausspruch kommt. Meine Vermutung: weil im Titel seiner Rechenbücher (eins bis drei) die Begrifflichkeit „*gemacht durch Adam Riesen*[93]|*Rysen*[94]“angeführt wird. Als Bekräftigung, dass die Rechnung stimmt, fügte man wahrscheinlich *„[...]nach Adam Riese[...]“* hinzu, sodass man die Richtigkeit unterstrich. Man hat den Rechenweg zur Lösung des Problems durch Adam Ries gelernt und somit folgt die Richtigkeit nach seinen Künsten, als eine Art Bekräftigung durch den Mathemathematikriesen seiner Zeit.

So unüblich ist es nicht, dass sich solche Redensarten über 500 Jahre in einem Sprachraum halten. Man denke dabei nur an „*Lügen wie gedruckt*“ oder „*Das Blatt wendet sich*“, die auch aus dieser Zeit stammen.[95]

[91] Hitradio Ö3 am 7.2.2017.
[92] Wagner, 2012, 70.
[93] Im ersten und dritten Rechenbuch wird der Nachname als Riesen geschrieben (Erste gedruckt von Matthes Maler in Erfurt; das dritte Rechenbuch gedruckt von Jacob Bärwald in Leipzig um 1550)
[94] Im zweiten Rechenbuch kommt diese Schreibweise vor (Auflage: 1535 gedruckt von Christian Engenolff Frankfurt am Main)
[95] Wagner, 2012, 98-99.

2 Analyse und Vergleich des zweiten Rechenbuchs von Adam Ries und einem österreichischen Schulbuch von heute

Nimmt der Mathematikriese des 16. Jahrhunderts noch immer Einfluss auf unsere heutige Schulbuchgestaltung und wenn ja, wie?

Ries' zweites Rechenbuch diente über hundert Jahre dazu, die Rechenkunst zu vermitteln. Allein dieser jahrelange Einsatz des Buches bestärkt die Idee zur Analyse und zum anschließenden Vergleich mit einem Schulbuch von heute. Bei dem Schulbuch, das für diesen Vergleich herangezogen wurde, handelt es sich um *„Das ist Mathematik 1"*.

Dieser Vergleich soll nach der genauen Prüfung der zwei Bücher erfolgen und die Frage, ob ein Einfluss von Ries' Didaktik in unseren heutigen Schulbüchern noch zu erkennen ist, beantworten.

Die Analyse beinhaltet die Berücksichtigung der verschiedenen Lernziele, die der Konzeptionierung des Buches vorausgehen, die deskriptive Beschreibung des mathematischen Inhalts, sowie der benutzten Sprache und des Layouts. Ein wichtiges Augenmerk soll auf die Einführung neuer mathematischer Inhalte und die Aufgabenstellung gelegt werden. Dies soll auch das Fundament für den Vergleich bilden.

2.1 Adam Ries zweites Rechenbuch

2.1.1 Lernziel

Liest man das Vorwort von Ries, wird die Intention, die er beim Verfassen hatte, schnell klar; nämlich, das Rechnen so leicht zu gestalten, dass es auch junge, noch unerfahrene Schülerinnen und Schüler lesen und anschließend verstehen können.

Um Ries' Worte zu zitieren:

„…habe ich ein gemeyn leycht büchlein zusamen gelesen / fur iunge anhebende schuler…".[96]

Dieser Gedanke wird in der damaligen aufkommenden Epoche des Humanismus und der Renaissance stark vertreten. Diese Bildungsbewegung der Neuzeit, ausgehend von Italien, vertrat das Ziel, eine umfassende Bildung zu erlangen. Dies war ein anderer Bildungsansatz

[96] Deschauer, 1991, 37.

als im vorhergehenden Mittelalter, wo die Lehre des christlichen Glaubens noch im Mittelpunkt stand.[97]

Das Erstreben einer allseitigen Bildung inkludiert natürlich auch das Erlernen der mathematischen Künste. Daher entsprach Ries in seinem Bemühen, jedem das Rechnen beizubringen, mit seinem Rechenbuch dem Zeitgeist. Der Hintergrund, das Aufblühen des Handels – wurde bereits im Teil 1.2 skizziert, setzte voraus, dass Händler imstande waren zu rechnen. Im Grunde war die einzige Voraussetzung zum Lesen des Buches, richtig zählen zu können, da dies vor allem mit dem Rechenbrett von Vorteil war.

2.1.2 Aufbau & Layout[98]

Das Buch, das für diese Analyse zu Verfügung stand, ist ein Nachdruck des Exemplars der Erstausgabe. Diese Erstausgabe ist im St. John‘s College in Cambridge entdeckt worden. Das Buch wurde im Oktav-Format gedruckt und besteht aus 142 durchnummerierten Seiten.

Diese Erstausgabe beinhaltet keinerlei Holzschnitte oder Verzierungen. Die Gestaltung des Buchs ist sehr schlicht gehalten. [99] Vom reinen Text heben sich Tabellen, wie unter anderem die Multiplikationstabelle auf Seite 11 des Buches oder die vorgezeigten Beispiele bei der Regula falsi, die das aufgestellte Kreuz zum Ausmultiplizieren der Rechnungen illustriert, ab. Der Text wurde in Frakturschrift gedruckt.

Das Rechenbuch weist kein Inhaltsverzeichnis auf. Im Grunde beinhaltet es elf Kapitel, wenn man die Rechenaufgaben aus dem Berufsalltag in einem Kapitel zusammenfasst. Die Kapitel schließen unmittelbar an das jeweils vorherige an, ohne Abstand oder Seite dazwischen.

2.1.3 Inhaltliche Gestaltung

In diesem Abschnitt möchte ich das Rechenbuch rein deskriptiv analysieren. Zu jedem Kapitel ist eine kurze Zusammenfassung des Inhalts zu finden.

Ries‘ Gliederung der Kapitel greift folgendes Schema immer auf:

1) Titel (meist lateinisch)
2) Der erste Satz ist immer die deutsche Übersetzung der Überschrift und die Definition des mathematischen Kontexts.
3) Die theoretische Erklärung der Rechenmethode.

[97] Müller, 1984, 42.
[98] Deschauer, 1991, 8-9.
[99] Deschauer, 1991, 8.

4) Ein Beispiel mit Erklärung und Lösungsweg.
5) Zahlreiche Übungsbeispiele inklusive Lösungen.

2.1.3.1 Vorwort[100]

Das Vorwort erstreckt sich über zwei Seiten. Ries versucht in seinem Vorwort, auf die Notwendigkeit der mathematischen Künste hinzuweisen. Er verweist auf Platon, der niemanden in seiner Schule zugelassen hatte, der sich nicht mit Zahlen auskannte. Die Loslösung der Bildung vom Monopol der Kirche war noch nicht so lange geschehen und daher war es wichtig, dass Ries darauf verwies, dass die Mathematik eine von Gott gestiftete Kunst sei. Die Mathematik ist ein wichtiges Fundament und Teil von so vielen Bereichen des Lebens. Ries stellt die Mathematik auch vor alle anderen Wissenschaften, da sie ohne die Mathematik nicht auskommen würden.
Zum Schluss verweist er auf sein Ziel (siehe Lernziel), das er mit seinem Rechenbüchlein erreichen wollte und gibt einen kurzen inhaltlichen Überblick.[101]

2.1.3.2 Numerirn[102]

Das erste Kapitel umfasst nicht ganz zwei Seiten. An das letzte Drittel der zweiten Seite schließt schon das zweite Kapitel an.
Dieser Abschnitt soll erklären, wie man jede Zahl schreiben und aussprechen soll. Dazu führt er die Zahlen 1-9 in indisch-arabischer Schreibweise ein, die 0 sowie das Stellenwertsystem. Diese Verwendung der Null, die zur damaligen Zeit oft als Teufelswerk angesehen wurde, gilt als kleine Sensation. Ries schaffte es in seinem Werk, zu verdeutlichen, wie wichtig die Zahl 0 ist. In seinem Buch führte er das Zahlenbeispiel 25037 an. Würde man die Null weglassen, würde es mit 2537 eine ganz andere Zahl ergeben. Jede Zahl besitzt einen Stellenwert, somit führte Ries seine Schüler und Schülerinnen in die Welt des Dezimalsystems ein.[103]
Im Anschluss an die Einführung erklärt Ries die Aussprache der Zahlen, wobei er die Worte Million und Milliarde noch nicht kennt beziehungsweise nicht benutzt. Setzt man in unserer heutigen mathematischen Schreibweise oft einen Punkt rechts neben die Tausenderstelle, erklärt Ries, einen Punkt auf die Zahl dieser Stelle zu setzen.[104]

[100] Deschauer, 2012, 32-33.
[101] Deschauer, 2012, 33.
[102] Deschauer, 2012, 33-34.
[103] Taschner, 2013, 26.
[104] Deschauer, 2012, 32-33.

2.1.3.3 Von denn linihen[105]

Auf rund elf Seiten führt Ries die Grundrechnungsarten Addieren, Subtrahieren, Duplieren, Medieren, Multiplizieren und Dividieren auf Linien ein.
Bevor ich aber auf die inhaltliche Darstellung Ries' eingehen möchte, will ich eine allgemeine kurze Einführung in das Linienrechnen geben.

Allgemeine Beschreibung des Rechenbretts

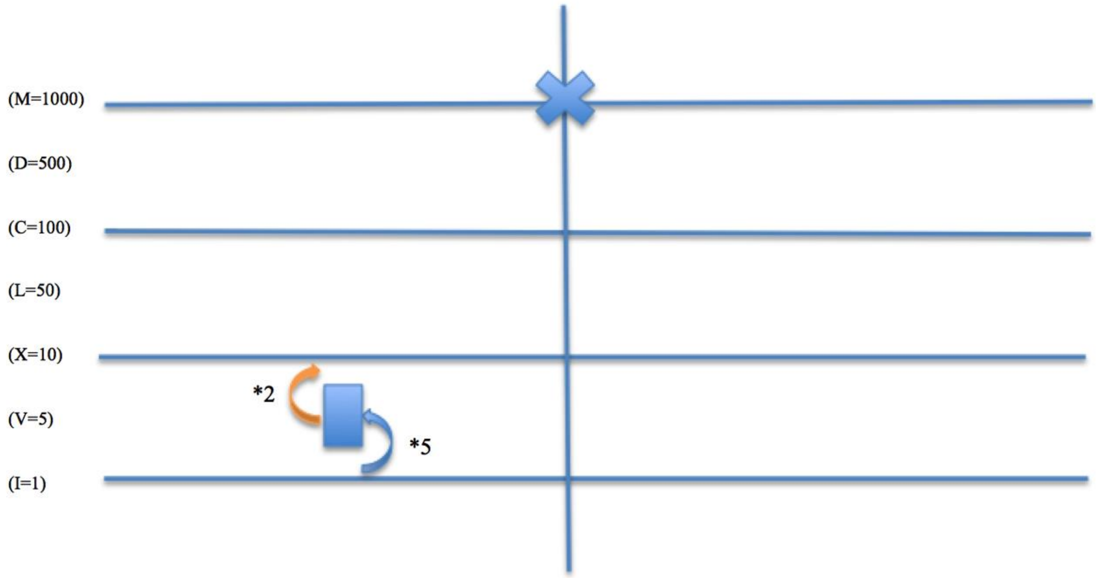
Das Prinzip des Rechnens auf Linien geht bis in das vierte Jahrhundert vor Christus zurück. Damals rechneten die Chinesen mit Stäbchen. Dieses System war dezimal aufgebaut. Im etwa zweiten Jahrhundert vor Christus benutzten die Chinesen ein Rechenbrett mit Stäbchen, ähnlich dem Prinzip des Rechenbretts mit Rechenpfennigen. In diesem Zeitraum ist auch das *suanpan*, eine Art Kugelrechenbrett, entstanden. In allgemeinen Gebrauch kam das *suanpan* dann im 16. Jahrhundert.[106] Unter Abakus versteht man einen antiken Rechentisch. Das leitet sich aus dem lateinischen Wort *abacus* (Tischplatte) ab.[107]
Interessant am Schluss dieses kurzen Umrisses des Ursprungs des Rechenbretts ist anzumerken, dass um 1000 nach Christus der christliche Gelehrte Gerbert von Aurillac (der spätere Papst Silvester II.) bereits einen Abakus mit indisch-arabischen Zahlen konstruierte.[108]
An dieser Stelle möchte ich das Grundprinzip der vier Grundrechnungsarten mittels Rechnen auf Linien erklären. Die gewählten Beispiele sind zum Teil Originalbeispiele aus dem Rechenbuch, manche stammen aus der Adam Ries-Rechenschule in Annaberg.[109] Weiters möchte ich noch auf weiterführende Literatur[110][111] an dieser Stelle verweisen, die für den kommenden Abschnitt benutzt wurde.
Was das Rechnen mit Rechenbrett auszeichnete, war die Einfachheit dieser Methode. Man musste nur zählen können. Der große Nachteil dieser Methode war und ist, dass der Rechenweg nicht mehr nachvollziehbar ist und Fehler nicht eruiert werden können, sobald die Rechenpfennige verschoben wurden. Ein weiterer Nachteil ist, dass diese Methode nur mit dem dafür vorgesehenen Equipment funktioniert. Selbst die Erfindung eines Rechentuchs,

[105] Deschauer, 2012, 34-43.
[106] Wußing, 2008, 52-54.
[107] Wußing, 2008, 151.
[108] Wußing, 2008, 298.
[109] Besuch am 23. August 2016.
[110] Fothe, 2009, [https://www.minet.uni-jena.de/preprints/fothe_09/Fothe-Linienrechnen.pdf].
[111] Hempel, 2002, [https://www.tinohempel.de/info/mathe/ries/ries.htm].

welches die Mobilität des Rechnens auf Linien geschaffen hatte, konnte das schriftliche Rechnen nicht stoppen.

Wie schaut so ein Rechenbrett überhaupt aus? Die folgende Skizze soll den Aufbau eines Rechenbretts visualisieren.

Aufbau eines Rechenbretts



Das Rechenbrett oder der Rechentisch bestand aus vier horizontalen Linien und einer vertikalen Linie, in der Mitte der anderen vier Linien verlaufend. Die vier Linien haben die Wertigkeiten von 1, 10, 100, und 1000 in aufsteigender Reihenfolge. Als Hilfestellung wird auf der Linie der Wertigkeit von 1000 ein Kreuz gezeichnet, um das anschließende Rechnen zu erleichtern.

Die Zwischenräume der einzelnen Linien, auch „*spacium*" oder „*spacio*" genannt, haben die Wertigkeit 5, 50, 500, wieder in aufsteigender Reihenfolge.

Der vertikale Strich in der Mitte wird als „*bancire*" bezeichnet, davon leitet sich auch der Name Bankier ab.

Um mit dem Rechenbrett rechnen zu können, benötigte man zusätzlich noch Rechenpfennige. Meist dienten dafür auch kleine Kieselsteine. Diese legte man auf die einzelnen Linien.

Wollte man also die Zahl 29 legen, so legte man zwei Pfennige auf die X-Linie, für die Zehnerstelle einen Rechenpfennig in den Zwischenraum zwischen die erste und zweite Linie

(I und X) und zusätzliche vier auf die I-Linie für die Einerstelle. Das Auslegen einer Zahl auf dem Rechenbrett wird im Fachjargon mit dem lateinischen Wort „*Numeratio*“ bezeichnet.
Das Verschieben eines Rechenpfennigs von einer Linie auf die nächste Linie entspricht einer Multiplikation des Wertes mal 10.

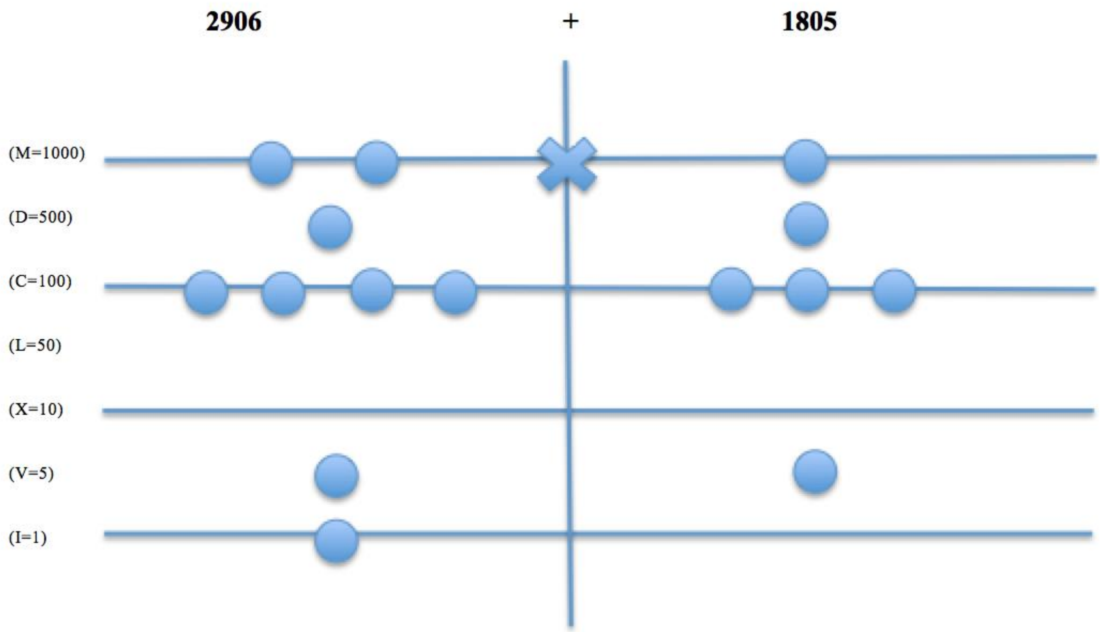
Doch wie funktioniert das Rechnen mit dem Rechenbrett?

Grundrechnungsart: Addition

Folgendes Beispiel soll mittels des Rechenbretts berechnet werden: 2906 + 1805 = ?

1. Schritt: Numeratio

Als erstes legt man beide Zahlen am Rechenbrett auf, links den ersten Summand und rechts den zweiten Summand.



2. Schritt: Addieren

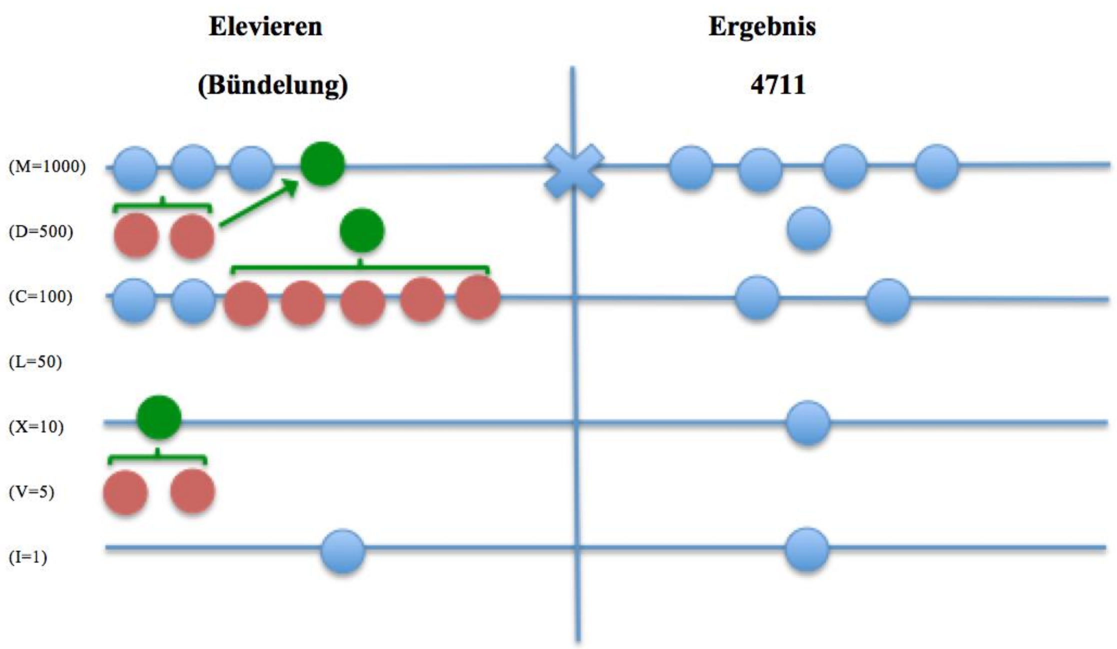
Nun verschiebt man alle Rechenpfennige des linken Summanden in das *bancire* des ersten Summanden.

3. Schritt: Elevieren (Bündeln)

Nun folgt das Elevieren, falls dies möglich ist. Elevieren stammt aus dem Lateinischen und bedeutet das Anheben. Und das ist auch wortwörtlich das Prinzip für Bündeln. Liegen fünf Pfennige auf der Einerlinie, werden diese angehoben und mittels eines Pfennigs im Spacio dargestellt. Zwei Rechenpfennige im Spacio zwischen I und X können also in Folge auch angehoben und als Zehner auf die Linie darüber gelegt werden.

Für unser Beispiel visualisiert dies der linke Bereich der unteren Skizze. Die blauen Kugeln bleiben liegen und die roten werden zu den grünen Punkten im Endresultat angehoben.

Daraus resultiert das Ergebnis im rechten *bancier*.



4. Schritt: Ergebnis ablesen

Die teilweise angehobenen Pfennige bilden unser Ergebnis im rechten „*bancier*". Diese müssen nun abgelesen werden und somit ist das Ergebnis bekannt.

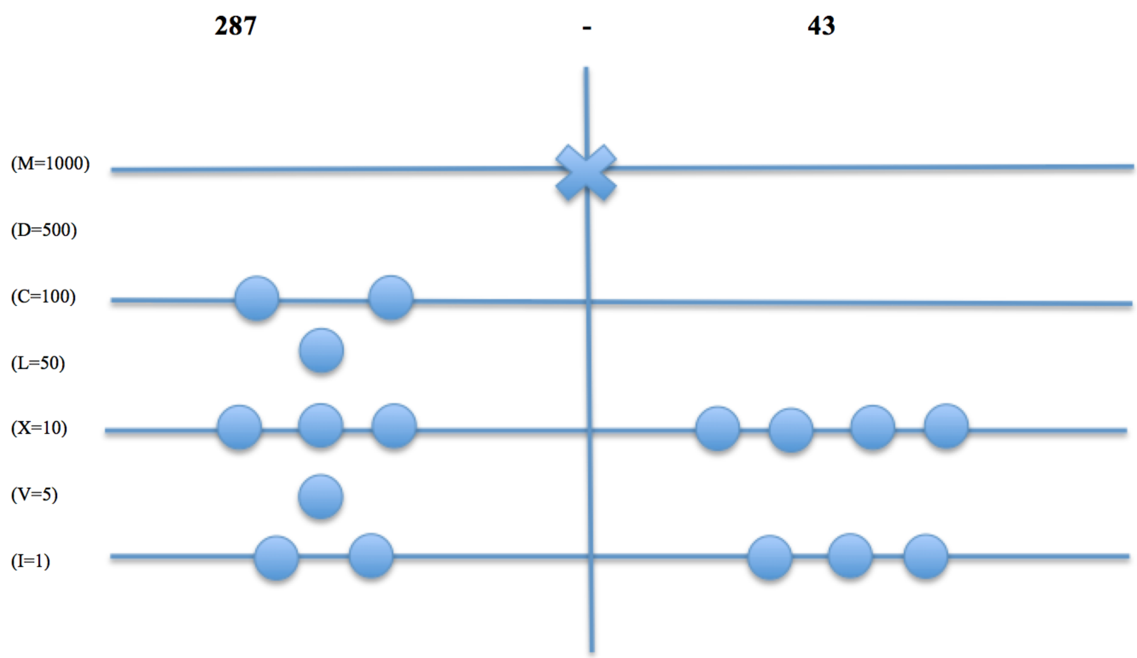
Es liegen 4 Pfennige im Tausender-Bereich, 1 Pfennig im Fünfhunderter-Bereich, 2 im Hunderter, 1 im Zehner und 1 im Einer-Bereich. Somit lautet unser Ergebnis: 4711 (viertausendsiebenhundertelf).

Grundrechnungsart: Subtraktion

Für die Subtraktion soll das Beispiel: 287 – 43 = ? berechnet werden.

1. Schritt: Numeratio

Auch bei der Subtraktion werden zuerst wieder die Zahlen aufgelegt. Der Minuend liegt in der oberen Skizze links und der Subtrahend im rechten *bancier*.



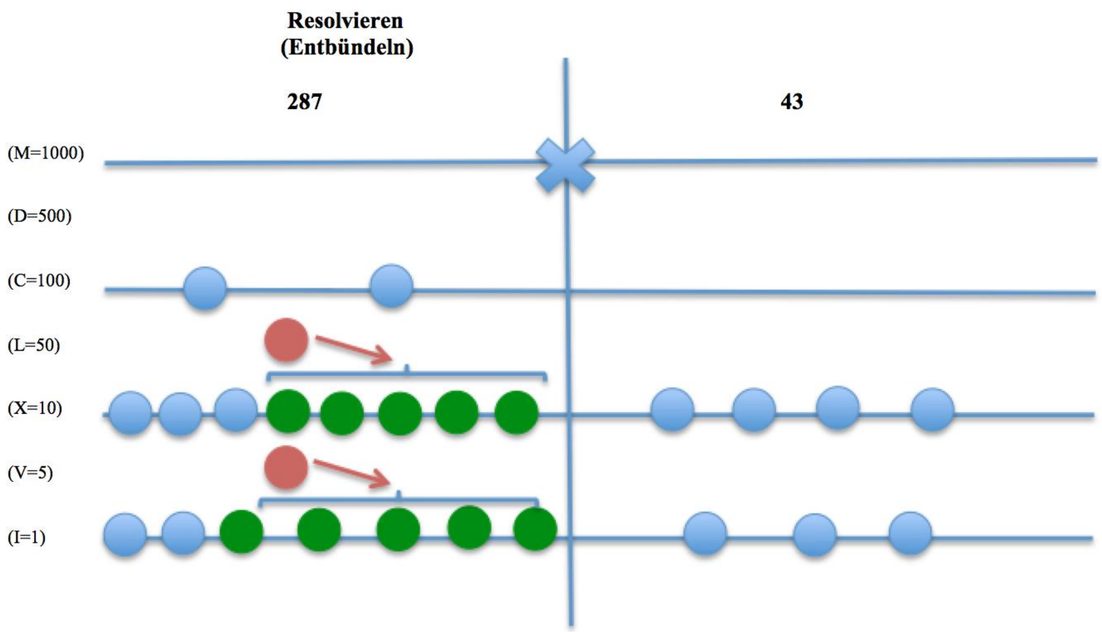
2. Schritt: Resolution

Die Umkehraufgabe des Elevierens ist die Resolution, das bedeutet das Entbündeln von Zahlenwerten.

Dies zeigt sich bei unserem Beispiel, da wir die Werte des Subtrahenden vom Minuenden wegnehmen müssen und dies in der X (10)-Linie nicht möglich wäre.

Daher entbündeln wir die Fünfzig zu fünf Zehnern und die Fünf zu fünf Einern.

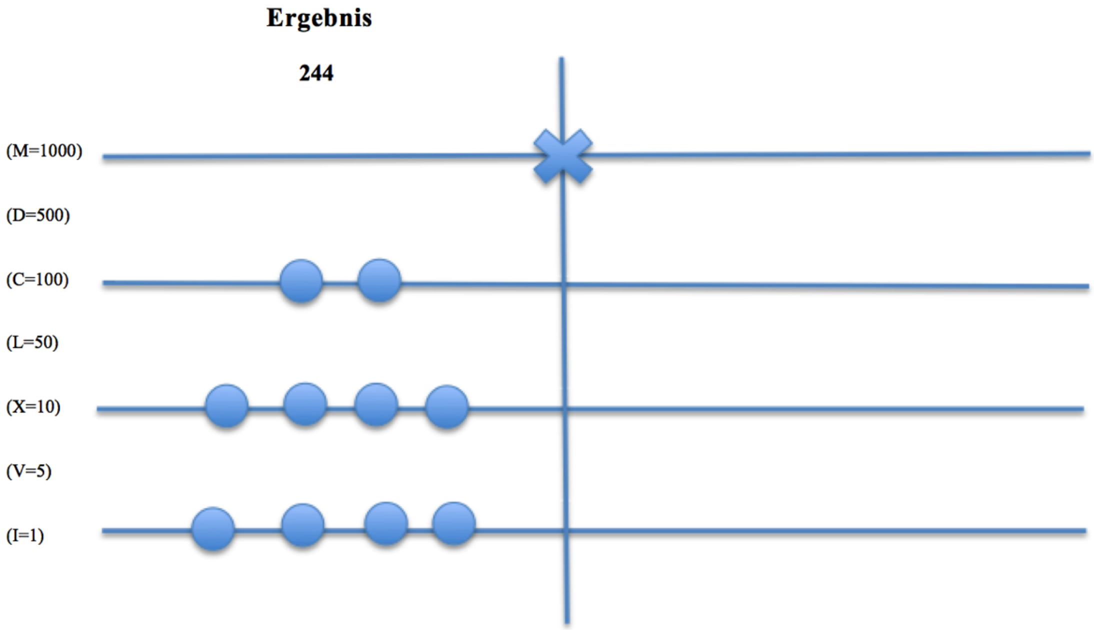
Die folgende Skizze visualisiert dieses Vorgehen, dabei werden die roten Rechenpfennige wieder zu den grünen aufgelöst.



3. Schritt: Subtraktion

Im folgenden Schritt werden links und rechts jeweils dieselben Rechenpfennige weggenommen. Sprich, nehme ich vom rechten *bancire* drei Einer weg, muss ich diese auch links wegnehmen.

Als nächstes nehme ich links und rechts die vier Zehner weg.



4. Schritt: Ergebnis ablesen

Auch hier ist der letzte Schritt wieder das Ablesen des Ergebnisses. In unserem Fall ist es 244.

Grundrechnungsart: Multiplikation

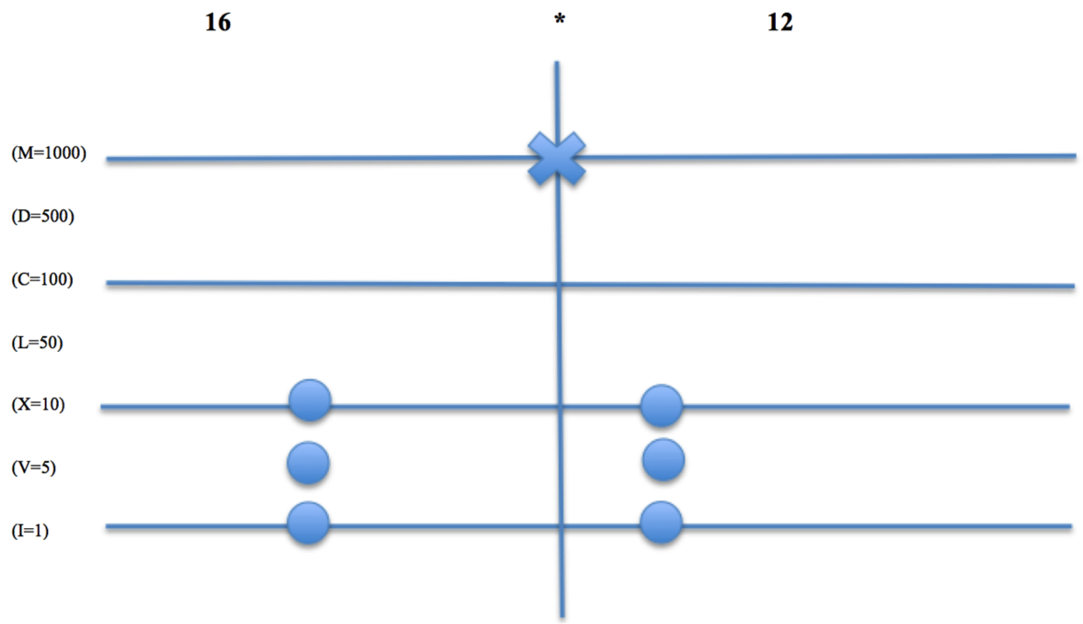
Folgendes Beispiel dient hier zur Illustration: 16 * 12= ?

Die Multiplikation wird auf die Addition zurückgeführt. Das heißt, wir rechnen:

$$16 * 12 = 16 * 10 + 16 * 2$$

1. Schritt: Numeratio

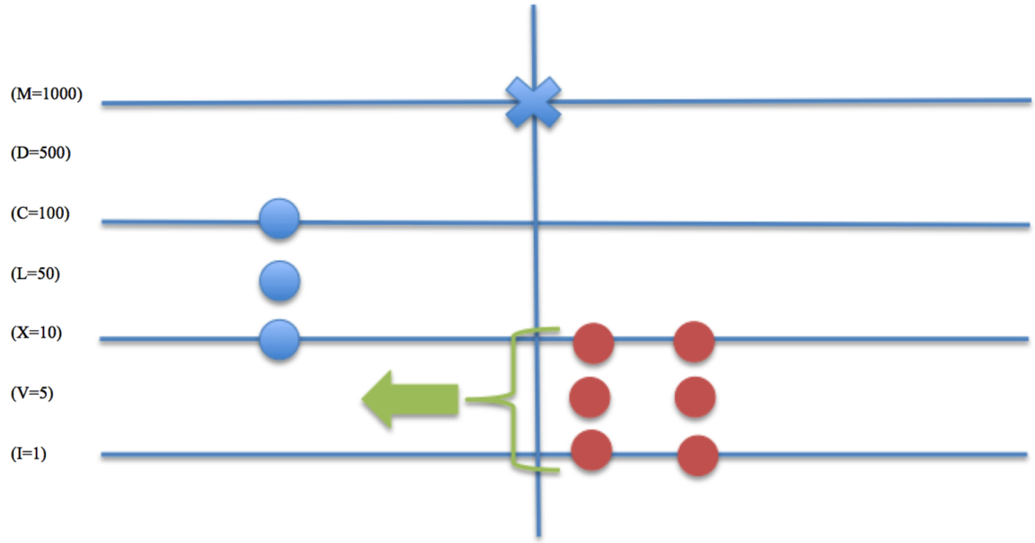
Diesmal legt man nicht beide Faktoren auf, sondern zweimal den ersten, also 16.



2. Schritt: 1. Teil der Multiplikation und 2. Teil der Multiplikation

Für den ersten Teil der Multiplikation, 16 * 10, schieben wir die Rechenpfennige im linken *bancire* eine Linie hinauf.

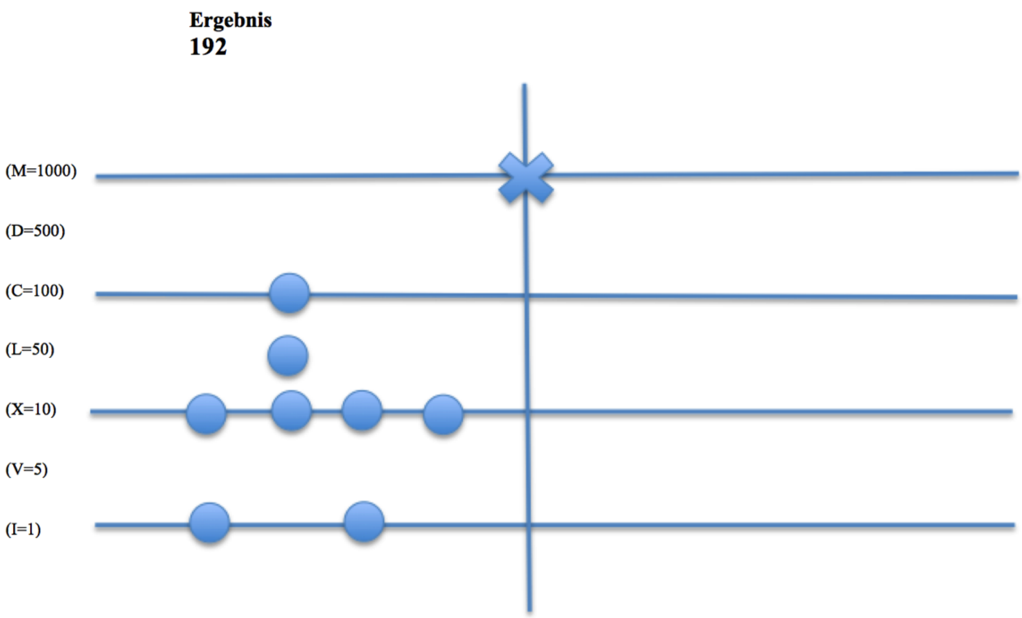
Für den zweiten Teil der Multiplikation, 16 * 2, legen wir zweimal die 16 in das rechte *bancire*.



3. Schritt: Addition

Nun folgt die Addition der beiden zuvor errechneten Faktoren. Dafür schiebt man die Rechenpfennige des rechten *bancire* in das linke *bancire.*

In unserem Fall bietet sich eine Bündelung an.



4. Schritt: Ergebnis ablesen

Wie gewohnt von den vorherigen Grundrechnungsarten, ist der letzte Schritt das Ablesen des Ergebnisses →16 * 12 = 19

Grundrechnungsart: Division

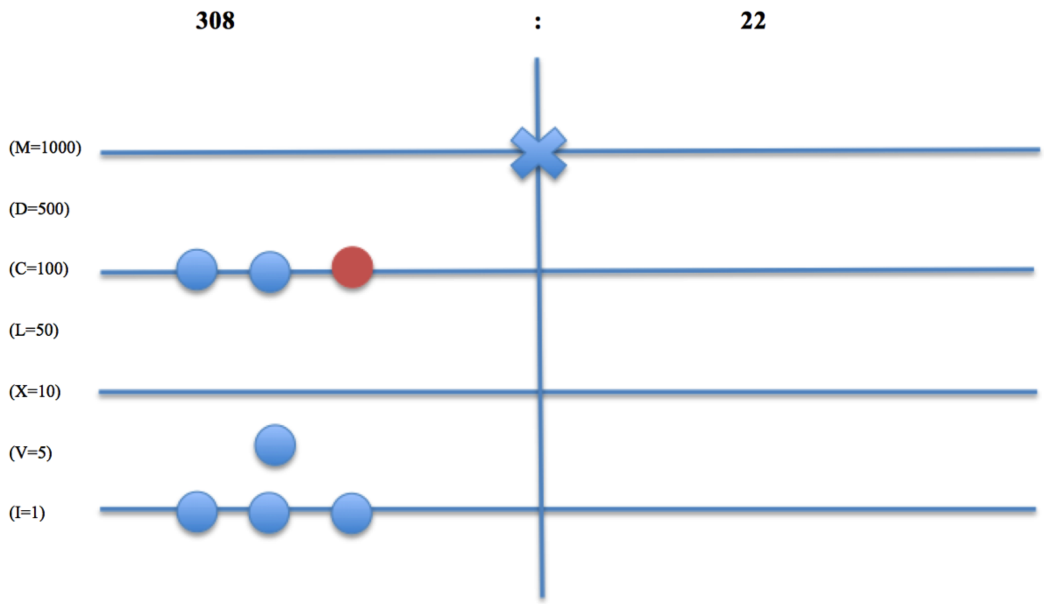
Die Division auf dem Rechenbrett ist die komplexeste Methode aller Grundrechnungsarten.

Bei der Division wird uns die Subtraktion von Nutzen sein.

Die Division 308 : 22 = ? dient als Illustration des Rechenwegs.

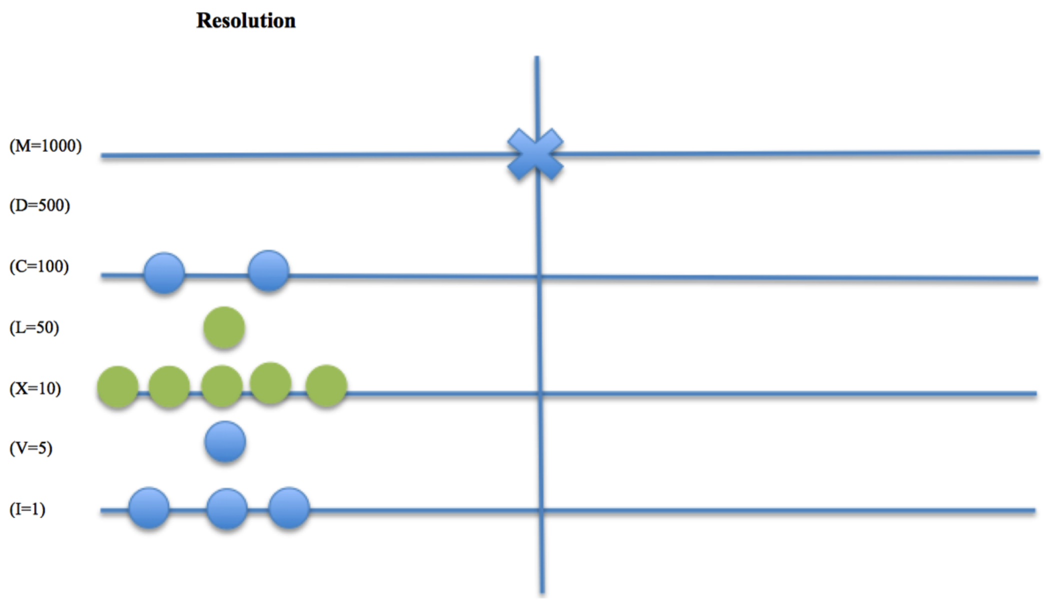
1. Schritt: Numeratio

Der Dividend wird in das linke *bancire* gelegt und wir merken uns den Divisor.



2. Schritt: Resolution

Da wir bei der Division die Subtraktion benutzen, führen wir eine Resolution durch. Die eine Hunderterstelle wird zu einem Fünfziger und fünf Zehnern entbündelt.

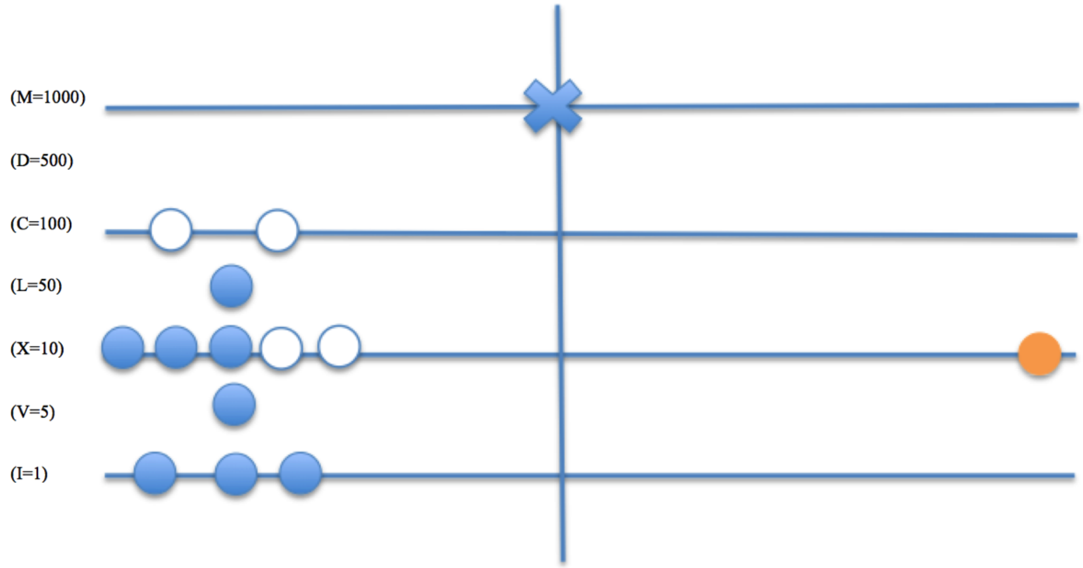


3. Schritt: Subtraktion

Als nächsten Schritt führen wir eine Subtraktion durch. Vom Dividenden wird das Zehnfache des Divisors abgezogen.

Das Ergebnis lautet 88, und ein Rechenpfennig wird auf die Zehnerlinie im rechten *bancire* gelegt, als Vermerk der durchgeführten Subtraktion.

308 – 220 = 88

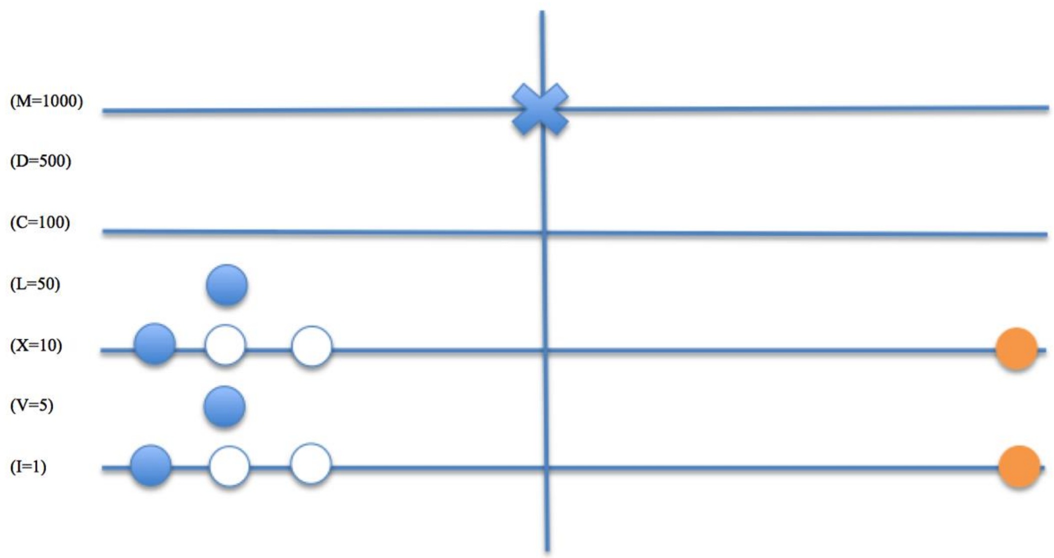


4. Schritt: Weitere Subtraktionen

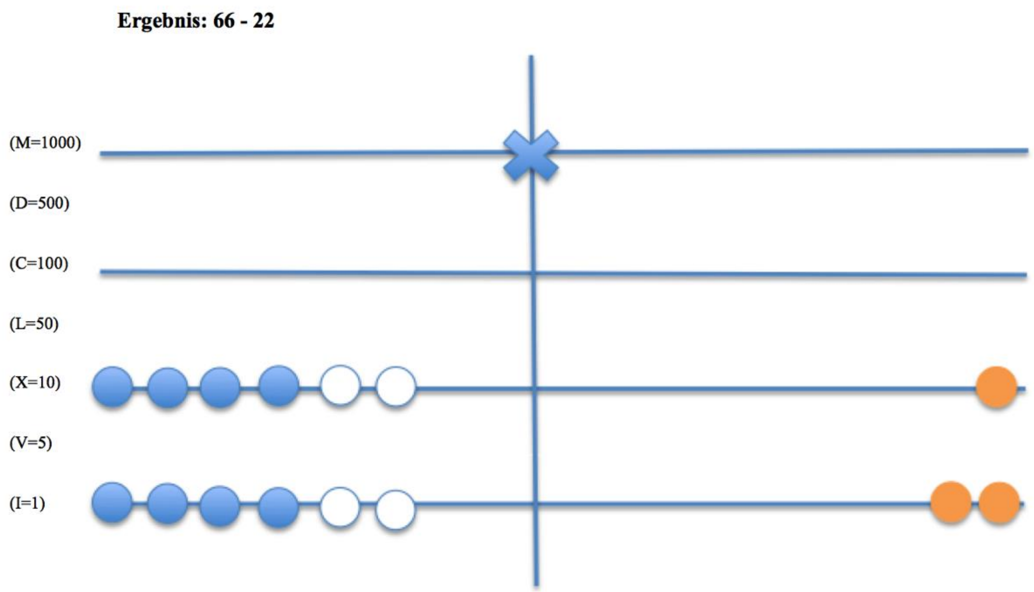
Um den Quotienten zu errechnen, führen wir solange die Subtraktion des Divisors 22 durch, bis keine Rechenpfennige mehr im linken *bancire* liegen.

Für jede Subtraktion, die nun durchgeführt wird, wird ein Rechenpfennig auf die Einerlinie im rechten *bancire* gelegt.

88 - 22

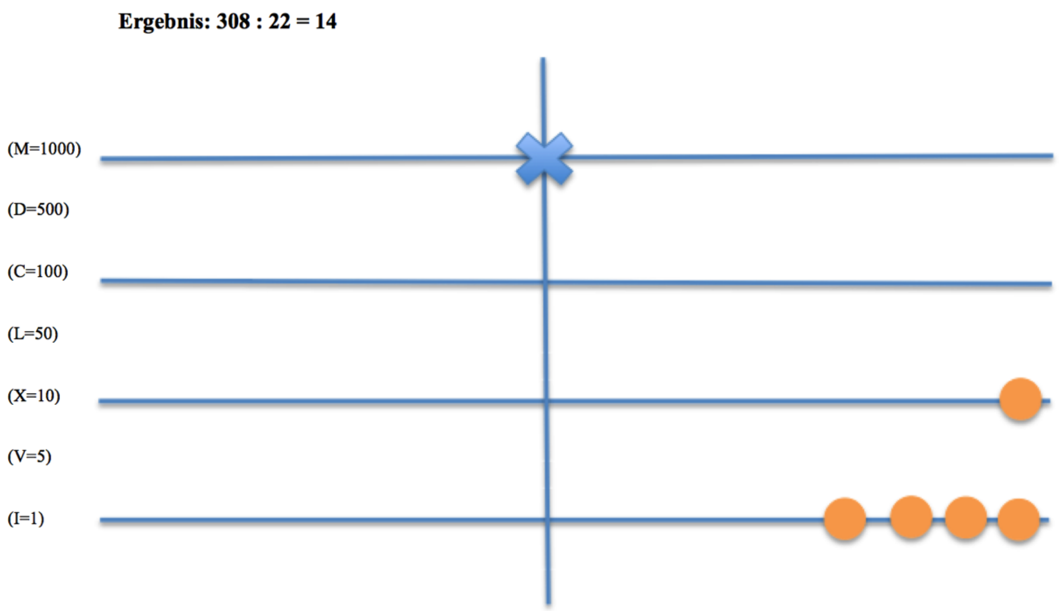


Insgesamt sind vier Subtraktionen notwendig.



5. Schritt: Ergebnis ablesen

Auch hier müssen wir am Schluss den Quotienten ablesen. Das Ergebnis lautet 14.



Anmerkung: Blieb bei manchen Divisionen ein Rest, so hat man die übrigen Rechenpfennige *auf die hohe Kante gelegt*, sprich, am Ende des Rechenbretts. Meist wurden Geldbeträge geteilt und damit keine Ungereimtheiten auftraten, hat man den Rest gespart. Daher kommt übrigens auch das Sprichwort: *Auf die hohe Kante legen!*

Rechnung auf den Linien in Ries Rechenbuch[112]

Ries griff, so wie in seinem ersten Rechenbuch, auch in seinem zweiten Rechenbuch das Linienrechnen auf.

Nach einer kurzen Beschreibung des Rechenbretts setzte Ries mit der Erklärung der Addition fort. Er erklärt das Prinzip der Addition mit Münzen und, je nach Wert der Münze, diese auf die entsprechende Linie zu legen. Er erklärt auch die Methode des Bündelns. Im Anschluss setzt er mit einem Beispiel fort und gibt auch eine Anleitung zur Ausführung. Es folgt ein weiteres identes Beispiel, nur mit anderen Zahlen, zwar ohne Lösungsweg, aber mit Lösung. Der Schluss dieser Einführung ist die Erklärung der Probe zur Überprüfung der Richtigkeit des Ergebnisses. Die einzusetzende Methode wäre jene, dass man nacheinander von der Gesamtsumme einen Summanden wegnehmen soll. Bleibt am Ende nichts mehr übrig, so stimmt die Rechnung.

Mit der Subtraktion schließt er an. Auch hier verweist er auf die Resolution, wenn es nicht möglich sei, Münzen wegzunehmen. Er fügt ein weiteres Beispiel inklusive Lösungsweg und Lösung an. Der Schluss dieses Abschnittes bildet wieder die Erklärung der Probe. Man erkennt, ob das Ergebnis stimmt, wenn man die abgezogene Zahl zu der übriggebliebenen Zahl legt und diese neue Zahl mit dem ursprünglichen Minuenden übereinstimmt.

Danach folgt das Duplieren, Verdoppeln. Er erläutert die Methode und vertieft die theoretische Erklärung mit einem Beispiel. An den Schluss setzt er wieder die Probe.

Das Medieren, Halbieren einer Zahl, ist nicht nur die Probe des Duplierens, sondern auch die nächste Grundrechnungsart, die Ries vorstellt.

Im Abschnitt des Multiplizierens verweist er darauf, dass man das Einmaleins gut kennen beziehungsweise auswendig lernen muss. Für das auswendig Lernen erstellt er eine Multiplikationstabelle. Die Methode des Rechnens auf Linien folgt nach der Tabelle. Danach gibt er Beispiele, wobei der zweite Faktor entweder ein-, zwei- oder dreistellig sein kann. Auch bei der Probe verweist er wieder auf die Umkehrfunktion der Multiplikation, auf die Division.

[112] Deschauer, 2012, 34-43.

Zum Schluss dieses Abschnitts gibt er noch die Erklärungen für die Division. Hier verweist er ebenso auf die Resolution, falls die nötig sei. Er gibt auch für diese Grundrechnungsarten zuerst Beispiele mit einstelligem Divisor, dann mit einem zweistelligen und am Schluss mit einem dreistelligen Divisor. Die Probe führt er erneut auf die Umkehrfunktion der Grundrechnungsart, die Multiplikation, zurück.

2.1.3.4 Volgen die Species auff der federn[113]

Im Anschluss an das Linienrechnen führte er auf elf Seiten die Methode des schriftlichen Rechnens aus.

In diesem Kapitel hat er ebenfalls mit der Addition begonnen. Interessant ist, dass er auch mit dem ersten Satz zu diesem Abschnitt die Definition der Rechenart gibt, genau wie im Abschnitt zum Linienrechnen. Die angeführte Methode für das schriftliche Addieren ist auch jene, die wir heute benutzen, das Untereinanderschreiben der beiden Summanden und das Zusammenzählen der einzelnen Zahlen, beginnend von rechts nach links. Auch hier führt er am Schluss die Probe an. Allerdings gibt er zweierlei Varianten für das Durchführen der Probe. Die erste Probe wäre, von der Summe die Summanden abzuziehen, was null ergeben sollte. Die andere Methode zur Durchführung der Probe wäre, mit Ries Worten, das *Neunerauswerfen.* Man soll, so oft es geht, die 9 herausstreichen. Bleibt dann unter 9 Rest, so soll diese Zahl für die Probe behalten werden. Stimmt dieser Neunerrest mit dem Neunerrest der Ausgangszahl überein, so ist das Ergebnis korrekt.[114]

Bei der Subtraktion wendet er die Zehnerergänzungsmethode des Subtrahenden an, was er folgendermaßen rechnet[115]:

1)	**2)**	**3)**	**4)**
79864	7 9 8 6 4	7 9 8 6 4	7 9 8 6 4
-67876	-6 -7- 8 - 8 **+ (10-6)**	-6-7-9**+ (10-8)** +4	-6-8+**(10-9)**+2+4
	8	88	11988

Insgesamt bietet er drei Beispiele, wobei das oben gezeigte eines der Beispiele ist. Allerdings gibt er die Beispiele ohne Lösungsweg an, sondern nur eine inklusive Lösung. Den Lösungsweg hatte er theoretisch vor den Beispielen schriftlich erklärt. Auch bei der Subtraktion führt er wieder zwei Probe-Durchführungsmöglichkeiten an. Die erste wäre wieder die gewohnte, dass man die Differenz plus den Subtrahend nehmen soll; ist die

[113] Deschauer, 2012, 43-52.
[114] Deschauer, 2012, 192.
[115] Deschauer, 2012, 194.

Summe der Minuend, so hat man richtig gerechnet. Die zweite Möglichkeit ist wieder die Neunerprobe. Dabei soll man vom Subtrahenden und der Differenz jeweils so oft wie möglich den Neuner wegnehmen. Stimmen die beiden Reste überein, hat man die Subtraktion richtig durchgeführt.

Das Duplieren geht auf unsere Rechenmethode des schriftlichen Multiplizierens zurück. Nach der Erläuterung der Definition gibt er eine Erklärung der Methode. Man zieht unter der zu verdoppelnden Zahl einen Strich und merkt sich den zweiten Faktor zwei. Dann verdoppelt man Ziffer um Ziffer. Anschließend führt er das Theoretische wieder mit Beispielen vor. Auch hier gibt er am Schluss wieder zwei Methoden für die Probe vor. Die erste wäre, das Produkt zu medieren und die zweite führt wieder auf die Neunerprobe zurück. Vom ersten Faktor soll so oft wie möglich die Neun weggenommen werden, der Rest wird wieder dupliert und davon auch wieder so viele Neuner weggenommen wie möglich. Vom Produkt nimmt man auch so viele Neuner weg wie möglich, und stimmen die beiden Reste überein, hat man es richtig dupliert.

Im Anschluss folgt der Abschnitt des Medierens. Auch hier folgt er seiner inhaltlichen Konzeptionierung, zuerst Definition und dann theoretische Erläuterungen. Die Methode funktioniert gleich wie beim Duplieren. Allerdings beginnt man hier mit der linken Zahl und verdoppelt nicht die einzelnen Ziffern, sondern halbiert sie. Bei ungeraden Ziffern, zum Beispiel 9, rechnet man 8 : 2 = 4 und setzt die vier, den Rest mediert man mit der nächsten Ziffer.

Um diese komplexe Erklärung[116] zu vereinfachen, führt Ries folgendes Beispiel an:

$$\begin{array}{l} \underline{78976\quad} \\ 39488 \end{array}$$

7 ist ungerade, daher führt er 6 : 2 = 3 durch. Den Rest 1 merkt er sich und mediert als nächstes 18.

9 ist ungerade, daher führt er 8 : 2 = 4 durch. Den Rest 1 merkt er sich und mediert 17 als nächstes. Den Rest 1 nimmt er zu der 6 dazu, das heißt 16 :2 = 8.

Auch bei der Probe führt er wie gewohnt die Neunerprobe neben der „normalen“ Probe des Duplierens an.

[116] Deschauer, 2012, 46.

Danach geht Ries auf das Multiplizieren ein. Nach der Definition verweist er auf die Multiplikationstabelle, die er im Kapitel des Linienrechnens angegeben hat, um diese auswendig zu lernen. Anstelle des auswendig Lernens stellt er zwei Regeln vor.

Die erste Regel funktioniert nur, wenn beide Faktoren größer fünf sind.

Zum Beispiel 8 * 9 = ?

8 2 Zuerst addiert man die beiden Faktoren 8 + 9 = 17 – man merke sich die

9 1 Einerstelle 7. Dann zieht man beide Faktoren (8 & 9) von 10 ab und

17 2 multipliziert die beiden Zahlen miteinander.

72 Das Ergebnis der Multiplikation von 9 * 8 setzt sich nun aus der Einerstelle der Addition und dem Produkt der Komplementärzahlen von 8 & 9 zusammen (=72).

Mit dem Beispiel 7*8 führt er die zweite Regel ein, die das Auswendiglernen des Einmaleins umgehen soll. Hinter den kleineren der beiden Faktoren setzt man eine Null, also 70. Der zweite Faktor wird von zehn abgezogen. Diese Zahl multipliziert man mit dem ersten Faktor. Das Produkt zieht man von der 70 ab. Man erhält also: 70 – 14 = 56 ⟺ 7 * 8.

In weiterer Folge erklärt er noch das Multiplizieren, wenn der zweite Faktor zwei- oder dreistellig ist. Am Schluss dieses Abschnitts führt er außerdem die Erklärungen zur Durchführung der Probe an, ebenfalls inklusive der Neunerprobe, die für die Multiplikation folgendermaßen aussieht: von jedem Faktor werden die Neuner „weggeworfen" und die Reste miteinander multipliziert; davon wieder die Neuner herausgezogen, bis ein Rest übrig bleibt. Stimmt dieser mit dem Rest des Produkts überein, so hat man richtig gerechnet.

Letztes Unterkapitel für das Rechnen mit Feder ist die Division, die für uns eine sehr ungewohnte Darstellung aufweist.[117]

Ries führt folgendes Beispiel an: 40734 : 6 = ?

Anders als in unserer heutigen Schreibweise schreibt er den Dividenden unter die erste Stelle des Divisors von links.

Folgenderweise wird die Division bei Ries ausgeführt[118]:

0455

40734) 6789

06666

1) Wie oft passt die 6 in 40? 6 mal

[117] Prinz, 2009, 124.
[118] Prinz, 2009, 124.

6*6 = 36, die Differenz von 40 – 36 = 4 wird oben notiert

2) Wie oft passt 6 in 47? 7 mal

→7 * 6 = 42

47 – 42 = 5

3) 6 in 53? 8 mal

6 * 8 = 48

53 – 48 = 5

4) 6 in 54? 9 mal

0 Rest

Unterschied zu der heutigen gebräuchlichen Division:

Der markanteste Unterschied ist neben der Formatierung der Division auch das Zeichen, nicht so wie wir heute den „:" Doppelpunkt setzen, setzte Ries eine „)" Klammer.

Ries führt nur einstellige Multiplikationen durch und maximal dreistellige Subtraktionen. Wir multiplizieren den mehrstelligen Divisor vollständig aus und subtrahieren die mehrstelligen Zahlen schriftlich. Der Vorteil bei Ries' Methode ist, dass man einstellig multiplizieren und zweistellig im Kopf subtrahieren muss.[119]

In weiterer Folge erklärt er auch das Dividieren mit zweistelligem Divisor, und zum Schluss verweist er einmal mehr auf die Probe. Ein möglicher Divisionsrest ist hierbei mit einkalkuliert, also gilt $a : b = q$, für $a = q * b + r$. Entweder multipliziert man den Divisor mit dem Quotienten oder man führt wieder die Neunerprobe durch. So sollen die Neunerreste von Quotient und Divisor multipliziert werden und der Neunerrest von r addiert werden. In weiterer Folge ist auch der Neunerrest des Dividenden zu bilden und mit dem zuvor errechneten Ergebnis zu vergleichen.[120]

Ries führte als Probevariante auch immer die Neunerprobe an. Allerdings ist diese nur in acht von neun Fällen korrekt.[121] Die Richtigkeit der Neunerprobe ist nur eine notwendige und keine hinreichende Bedingung für das Überprüfen des Resultats.[122]

[119] Prinz, 2009, 129.
[120] Deschauer, 2012, 203.
[121] Prinz, 2009, 121.
[122] Deschauer, 2012, 192.

2.1.3.5 *Progressio*[123]

Auf nicht ganz zwei Seiten geht Ries mit der Progression auf die Berechnung von geometrischen und arithmetischen Reihen ein. Auch hier erklärt er den Vorgang und zeigt das Theoretische anhand von Beispielen.
Es ist folgende Reihe gegeben:

7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25

Die Summe berechnet man nach Ries' Anweisung folgendermaßen:
Die erste und letzte Zahl addieren, also 7 + 25 = 32. Diese wird halbiert und mit der Anzahl der Glieder der Reihe multipliziert. 16 * 19 = 304, welches die Summe der Reihe ist. Es folgen weiter ein ähnliches Beispiel und eine Methode zur Berechnung von schwierigeren Reihen, wenn zum Beispiel das Folgeglied das Zweifache oder Dreifache der vorherigen Zahl ist.
Bezüglich Wurzelziehen und Kubikwurzelziehen, verweist Ries auf ein kommendes Rechenbuch, das auch die Kunst des Visierens beinhaltet.

2.1.3.6 *Regula detri*[124]

Die Regel von drei Dingen oder heute auch als Dreisatzaufgaben, Schlussrechnungsaufgaben bekannt, wird auf elf Seiten behandelt. Insgesamt stellt er 43 Aufgaben, wobei die ersten drei Beispiele inklusive Erklärung und Lösungsweg angegeben sind. Bei den restlichen Aufgaben sind jeweils nur Angabe und Lösung angeführt.
Auch dieses Kapitel gestaltet Ries wie die zuvor geschriebenen. Nach einer kurzen Erklärung der lateinischen Kapitelüberschrift setzt er mit der Erklärung des mathematischen Inhalts fort.
Am folgenden Beispiel, das Ries auch in seinem Buch als erstes Beispiel anführt, möchte ich seine Variante des Dreisatzes vorstellen.
32 Ellen Tuch kosten 28 Gulden. Wie teuer sind 6 Ellen?
Wichtig bei diesem Beispiel ist die genaue Umrechnung der Währung:

1 Gulden = 21 Groschen, und 1 Groschen = 12 Pfennig[125]

Ries erklärt: das Gesuchte setze an den Schluss, das gleichnamige gegebene an den Anfang und das eine mit einer anderen Benennung setze in die Mitte.

32 Ellen 28 Gulden 6 Ellen

[123] Deschauer, 2012, 52.
[124] Deschauer, 2012, 53-62.
[125] Deschauer, 2012, 206.

Jetzt soll man das mittlere und das letzte miteinander multiplizieren und durch das erste Gegebene dividieren.

Also: $\frac{28*6}{32}$ = 5 Gulden 5 Groschen und 3 Pfennig.

Im Anschluss folgt wieder die Erklärung der Probe. Diese erfolgt nach einer anderen Anordnung.

Das Ergebnis kommt in die Mitte und die Tuchellen werden vertauscht.

6 Ellen   5 Gulden 5 Groschen und 3 Pfennig   32 Ellen

$\frac{32*5\frac{1}{4}}{6}$ = 28 Gulden

Es folgen 43 Aufgaben zum Dreisatz. Die Überleitung dieses Kapitels zum nächsten ergibt sich aus zahlreichen Aufgaben, hier stößt man nämlich auf Brüche.

Von gebrochen zaln[126]

Ries erklärt vorab die Zusammensetzung eines Bruchs, oben steht der *zeler (Zähler)*, und unten der *nenner* (Nenner). Das Kapitel über die Bruchzahlen hat sich vor allem dadurch ergeben, dass sich aus den Dreisatz-Aufgaben vermehrt Umrechnungsaufgaben entwickelten. Allein bei dem oben angeführten Beispiel würde eigentlich der Bruch $5\frac{1}{4}$ herauskommen. Ries rechnete diesen Bruch allerdings gleich in 5 Groschen und 3 Pfennig um.

16 Seiten ist dieses Kapitel lang und beinhaltet wieder die Grundrechnungsarten und Sachaufgaben mit gemischten Zahlen.

Bei der Addition und Subtraktion verweist er darauf, dass Brüche mit demselben Nenner addiert und subtrahiert werden dürfen. Sind sie allerdings ungleich, so müssen sie zuerst kreuzweise multipliziert und die Nenner miteinander multipliziert werden. Danach folgt wieder die Addition oder Subtraktion der Zähler.

Beim Duplieren von Brüchen schlägt er vor, entweder den Zähler zu verdoppeln oder den Nenner zu halbieren. Beim Medieren wiederum sollte der Zähler halbiert werden oder der Nenner verdoppelt. Die Multiplikation ist schnell erklärt; Zähler mal Zähler und Nenner mal Nenner. Er geht allerdings ferner auf die Umwandlung von Brüchen in gemischten Zahlen ein. Ries' Methode der Division von Brüchen weicht von unserer heutigen Methode nicht ab. Haben die Brüche den gleichen Nenner, so teilt man den einen Zähler durch den anderen. Haben sie einen ungleichen Nenner, so multipliziert man sie wieder übers Kreuz und dividiert den einen Zähler durch den Zähler, der teilen soll.

[126] Deschauer, 2012, 63-78.

Als letztes geht er noch auf die Berechnung von Bruchteilen von Bruchteilen ein. Dies geschieht nach der Multiplikation der beiden Zähler und Nenner.

Also $\frac{3}{4} von \frac{5}{7} = \frac{3*5}{4*7} = \frac{15}{28}$.

In weiterer Folge sind gemischte Aufgaben zu rechnen, vorwiegend Dreisatzaufgaben mit Bruchrechnung.

2.1.3.7 Volgen etliche exempel in

Das nächste Kapitel beinhaltet Aufgaben für die verschiedenen Berufsgruppen.

1. *Golt* (Beispiele aus der Goldwährung)[127]

29 Aufgaben widmet er der Goldwährung.

2. *Vom wechssel* (Vom Geldwechsel)[128]

Fünf Aufgaben stellt Ries zum Geldwechsel.

3. *Gewant* (Gewand)[129]

Ein Beispiel für Händler in der Kleidungsbranche.

4. *Fusti* (Minderwertige Ware)[130]

Auch in diesem Unterkapitel gibt er ein Beispiel.

5. *Saffran*[131]

32 Aufgaben im Themenbereich des Safranhandels inklusive Ergebnis und Rechnungsweg sind in diesem Unterkapitel gestellt.

6. *Silber und Golt rechenung*[132]

Dieses Kapitel ist im eigentlichen Sinn kein Unterkapitel, sondern ein eigenständiges Kapitel.
Es folgen 8 Beispiele in jenem Themenbereich.
Daran reihen sich in der Art zwei Unterkapitel, die in diesen Themenbereich passen.

[127] Deschauer, 2012, 78-87.
[128] Deschauer, 2012, 88-92.
[129] Deschauer, 2012, 92-93.
[130] Deschauer, 2012, 93.
[131] Deschauer, 2012, 93-107.
[132] Deschauer, 2012, 107-120.

6.1.1. Schickung des tigels

Vier Beispiele im Anwendungsbereich der Beschickung des Schmelztiegels.

6.1.2. Vom Munzschlag

Und sieben Beispiele zum Münzschlag oder zur heutigen Münzprägung.

7. *Vō Gesellschafften*[133]

Den Handelsgesellschaften und ihre Aufgaben widmet Ries ein umfangreiches Kapitel. Zehn Aufgaben inklusive Lösungen stellt Ries seinen Lesern und Leserinnen in diesem Anwendungsbereich.

8. *Vom Stich* (Warentausch)[134]

Das letzte Kapitel behandelt noch den Warentausch und beinhaltet fünf Aufgaben.

Diese Aufgaben sind mit den zuvor erlernten mathematischen Kenntnissen zu berechnen.

2.1.3.8 Regula falsi oder posicion[135]

Die Regel der falschen Zahlen oder des falschen Ansatzes ist eine weitere Methode, die Ries in seinem Rechenbuch vorstellt. Dieses Verfahren ist nicht Ries‘ Feder entsprungen, sondern war bereits den chinesischen Mathematikern bekannt.[136]

Auch hier erklärt Ries die Methode theoretisch und erläutert den theoretischen Inhalt mittels eines Beispiels im Anschluss.

Was steckt hinter dieser Methode?

Ich möchte diese Methode mit einem bekannten Beispiel der Unterhaltungsmathematik erläutern:

Ein Sohn fragt seinen Vater, wie alt er sei. Der Vater antwortet ihm und spricht: Wenn du noch einmal so alt, halb so alt, ein Viertel so alt und noch ein Jahr älter wärest, so wärest du gerade 100 Jahre alt.

Wie alt ist der Sohn?

(Deschauer, 1992, 132)

[133] Deschauer, 2012, 120-127.
[134] Deschauer, 2012, 127-130.
[135] Deschauer, 2012, 131-154.
[136] Deschauer, 2012, 245.

Wir stellen heutzutage eine Gleichung auf, die wie folgt aussieht:

$$2x + \frac{1}{2}x \; + \frac{1}{4}x = 99$$

$$x = 36$$

Diese algebraische Berechnung war zur damaligen Zeit noch nicht alltagstauglich. Ries benutzte die Methode des falschen Ansatzes, um das Beispiel zu lösen.

Zuerst müsse man sich zwei Zahlen überlegen, die ganzzahlig halbiert und geviertelt werden können. Ries schlägt 40 und 48 vor.

Nun setzt man die beiden Zahlen in die Gleichung ein:

$$40 + 40 + 20 + 10 + 1 = 111$$

$$48 + 48 + 24 + 12 + 1 = 133$$

Die zwei Zahlen sind falsch, da die Summe maximal hundert Jahre sein darf. Die Differenz zu hundert beträgt 11 und 33. Nun ist auch die Differenz dieser beiden Zahlen zu berechnen, also 22, welcher der Teiler ist.

Ries schreibt diese errechneten Zahlen in folgendes Schema:

$$40 \quad plus \quad 11$$

22

$$48 \quad plus \quad 33$$

Nun muss man übers Kreuz multiplizieren und eins vom anderen abziehen. Anschließend dividiert man durch den bereits errechneten Teiler.

$$\frac{40 * 33 - 48 * 11}{22} = 36$$

Auch mit dieser Methode lässt sich das wahre Alter des Sohnes, 36 Jahre, errechnen.

Dieses Beispiel ist das zweite, das Ries in seinem Kapitel berechnet. Insgesamt behandelt er 34 Beispiele mit der Methode des falschen Ansatzes.

2.1.3.9 Regula cecis oder virginā[137]

Dieser Abschnitt hat Zechaufgaben zum Thema. Zu berechnen ist die Anzahl der Personen der dort vertretenen Personengruppen (Männer, Frauen und Jungfrauen) anhand der Geldsumme, die vertrunken wurde. Allerdings sind auch der Viehkauf oder ähnliche Themen Gegenstand der folgenden sechs Beispiele.

Zu guter Letzt folgen noch zwei Exempel aus der Unterhaltungsmathematik.

[137] Deschauer, 2012, 154-162.

Darunter fallen auch Beispiele zum magischen Quadrat. Ries stellt die Aufgabe, folgende Zahlen so aufzuschreiben, dass überall 15 herauskommen soll.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

5 bleibt in der Mitte und die Felder links und rechts werden so angepasst, dass diese Zeile 15 ergibt.

6	7	8
1	5	9
2	3	4

Nun muss man die 8 mit der 2 tauschen und das Zauberquadrat, dessen Zeilen-, Spalten,- und Diagonalsumme 15 ergibt, ist fertig[138].

6	7	2
1	5	9
8	3	4

Mathematisch gesehen steckt hinter diesen magischen Quadraten keine Zauberei, sondern folgendes:

s steht für die Zeilen-, Spalten- und Diagonalensumme (in dem gezeigten Beispiel ist $s = 15$). Der in der Mitte des Quadrats stehende Wert wird mittels des Dreisatzes berechnet (15 gibt 5), die anderen Zahlen trägt er, wie folgt, in die Felder:

[138] Deschauer, 2012, 158-159.

$\frac{s}{3}+1$	$\frac{s}{3}+2$	$\frac{s}{3}-3$
$\frac{s}{3}-4$	$\frac{s}{3}$	$\frac{s}{3}+4$
$\frac{s}{3}+3$	$\frac{s}{3}-2$	$\frac{s}{3}-1$

5 ist auch das arithmetische Mittel aus der kleinsten und größten Zahl.[139] Ries führt nach weiteren zwei 9-zelligen magischen Quadraten auch ein 16-zelliges Quadrat an.
Die Zahlen 1-16 sollen so angeordnet werden, dass $s = 34$ ist.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Nun schreibt Ries, man solle die Diagonalzahlen spiegelbildlich vertauschen, daraus folgt[140]:

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

Zum Abschluss führt er noch ein Paradebeispiel der Unterhaltungsmathematik an. In einem Brunnen befindet sich eine Schnecke und man muss berechnen, wie lange sie braucht, um aus dem Brunnen zu kriechen, wenn sie in der Nacht immer etwas zurückrutscht.

2.1.4 Analyse der Erklärungen des mathematischen Inhalts und der Aufgabenstellung

Ries ist aufgrund seiner didaktischen Dominanz bis heute nicht in Vergessenheit geraten. Unter anderem zählt zu dieser Überlegenheit auch der Aufbau seines Rechenbuchs beziehungsweise seiner Kapitel. Eine nähere Analyse ergibt folgende Erkenntnisse.

[139] Deschauer, 2012, 267-268.
[140] Deschauer, 2012, 160.

Blickt man auf den *Aufbau* des Rechenbuchs, so beginnt er mit dem Linienrechnen, dann mit dem schriftlichen Rechnen und erst nach dem Beherrschen der Grundrechnungsarten wird der Inhalt immer schwieriger und komplexer. Die Anordnung des mathematischen Inhalts spricht also für ihn.

Ein wichtiger und auch wiederkehrender Punkt ist die gleiche *Konzeptionierung* eines jeden mathematischen Kapitels. Diese Konzeptionierung zieht sich als roter Faden durch sein Rechenbuch und wird für jedes neu eingeführte mathematische Kapitel angewendet.

Zuerst wird der meistens lateinische Titel des Kapitels im ersten folgenden Satz übersetzt und erklärt.

Beim Kapitel *Subtrahirn* (schriftliche Subtraktion) beispielsweise folgt der Satz:

„Lert wie du ein zal, von der andern nehmen solt[...]“ (Deschauer, 1991, 51)

Subtraktion bedeutet also das Abziehen einer Zahl von einer anderen (Minuend – Subtrahend = Differenz).

Darauf folgt die Anleitung, was getan werden muss.

„*[...]thu im also / setz oben die zal da vonn du nehmen wilt / und die du abnemen wilt gleich darunder (...) darnach mach eine linihe darunder / [...]“ (Deschauer, 1991, 51)*

Ist die mathematische Anleitung beendet, wird der zuvor in Worten beschriebene Inhalt anhand eines Beispiels erläutert.

Im Kapitel der schriftlichen Subtraktion folgen nun drei ausgeführte Beispiele dazu. Um ein Beispiel hier anzuführen:

$$\begin{array}{r} 89674 \\ -63521 \\ \hline 26153 \end{array}$$

In der Kürze liegt bekanntermaßen die Würze, und auch in seinen Erklärungen schweift Ries nicht ab und beschränkt sich auf das Wesentliche, nämlich wie man etwas berechnet. Prinz verweist in ihrem Buch, dass dies ganz für Ries spricht, denn Widmann sorgt oftmals mit seinen wortreichen Ausführungen für Verwirrung.[141]

Im Kapitel der Grundrechnungsarten führt er zu jeder die Anleitung und Durchführung der Probe an. Dieser Aspekt fällt nun nicht nur in den Punkt der gleichen Konzeptionierung der Kapitel, sondern dient als weiteres Merkmal seines didaktischen Konzepts. Die Überprüfung der durchgeführten Rechnung auf ihre Richtigkeit ist in allen Bereichen des Alltags wichtig.

[141] Prinz, 2009, 83.

Für jede Grundrechnungsart gibt Ries eine oder zwei Methoden für die Durchführung der Probe an.

Allerdings verweist Ries nie auf die mathematischen Hintergründe, warum jene Rechenmethode zum richtigen Ergebnis führt. Er konzentriert sich in seinem Text ausschließlich auf die Handlungsanleitungen, wie etwas funktioniert und nicht, warum es so funktioniert. Ries möchte mit seinem Werk nicht zum Nachdenken über mathematische Verhältnisse anregen, sondern zum Nachrechnen. Dazu führt er auch extrem viele Aufgaben an, die mittels der erworbenen mathematischen Kenntnisse errechnet werden können.[142]

Weiters rechnet er den Leserinnen und Lesern immer ein Beispiel vor, und das folgende Beispiel ist meist das gleiche, nur mit anderen Zahlen. So können sich die SchülerInnen und Schüler an seinem Beispiel orientieren, falls sie irgendwo nicht weiter rechnen können.[143]

Zu den mathematischen Methoden Dreisatz und Regel des falschen Ansatzes gibt er noch zahlreiche Übungsaufgaben inklusive der Lösung.

2.1.5 Analyse der benutzten Sprache

Die Sprache, die Ries benutzt hat, um sein Rechenbuch zu verfassen, ist ein zentrales Merkmal seines didaktischen Könnens. Es ist eines der ersten Werke, die in deutscher Sprache verfasst wurden. Ries hat dadurch auch soziale Verantwortung für die einfachen Leute übernommen. Somit wurde es eigentlich jedem ermöglicht, die Rechenkünste zu erlernen und sie in seinem täglichen Leben anzuwenden. [144]

Als roter Faden durch sein Rechenbuch ziehen sich auch seine immer wiederkehrenden Signalwörter. Ein Beispiel für ein solches Signalwort ist *Item (lat. es ist gegeben),* dies nutzt Ries zur Einleitung eines jeden Beispiels in seinem Buch[145] , *(lat. es folgt)* am Ende des Beispiels.[146]

Ries‘ Rechenbuch gilt als Buch für Einsteiger in die Kunst der Mathematik, dies spiegelt sich auch in seinem Text wieder. Dieser ist geprägt von Aufforderungen, wie zum Beispiel *thu im also* (heute: führe durch) – Ries schreibt wortwörtlich, was man tun muss, um dieses Rechenproblem zu lösen.[147] Anhand dieser textuntergliedernden Indikatoren[148] weiß der

[142] Gärtner, 2000, 215.
[143] Winter, 2016, 67.
[144] Deschauer, 2012, 24.
[145] Gärtner, 2000, 215.
[146] Gabriel, 2010, 488.
[147] Gärtner, 2000, 213.
[148] Gärtner, 2000, 214.

Leser/die Leserin, was von ihm /ihr erwartet wird. Diese kompakte und einfache Sprache verschafft dem wichtigsten Punkt Platz, nämlich dem Erlernen der Künste der Mathematik.
In den Rechenanleitungen benutzt Ries hauptsächlich für die Verbformen die 2. Person Singular im Imperativ und bei der Rechenausführung und den Zwischenergebnissen die 3. Person.[149]
Durch den einfachen Satzbau wird der Fokus ausschließlich auf das Erlernen der Mathematik gerichtet. Hauptsächlich besteht Ries‘ Text aus Hauptsätzen, die durch einfache konditionale und Objektnebensätze ergänzt werden.[150] Dies unterscheidet Ries auch markant von Widmanns Text, der durch mehr Vielfalt im Satzbau und Wortschatz eine andere Konzeption vornimmt. Dies sollte aber nicht zugunsten der Leserschaft sein, denn bei Ries‘ Texten konnte man sich aufgrund der immer wiederkehrenden Signalwörter gut orientieren und musste weniger Fachwörter erlernen.[151]
Sprachlich interessant ist weiters, dass Ries keine Konjunktivformen benutzt. Seine Aufgabenstellungen sind reale Probleme aus dem Alltag. Er gliedert auch seine Aufgaben nicht unter mathematische Begriffe, sondern unter den passenden Anwendungsbereich des Alltags (siehe Kapitel *Golt*, *Gewant*, etc.).[152]

2.1.6 Fazit

Nicht nur Ries zieht am Ende seiner Beispiele immer ein *facit*, auch an dieser Stelle soll vorab eine kurze Schlussfolgerung gezogen werden und Antwort auf die Frage geben, warum sich Ries‘ zweites Rechenbuch von den anderen so stark abhob.
Bei der genauen Analyse der Grundrechnungsarten auf Linien als auch mittels Feder fällt auf, dass er in jedem Abschnitt die Definition der Rechenart gibt. Dass natürlich die zwei verschiedenen Rechenarten in jedem Abschnitt erläutert werden, ist nicht erstaunlich. Ries zeichnet allerdings, dass er beim Rechnen mit der Feder nicht voraussetzt, dass die Leserschaft bereits wissen sollte, was *Addirn* bedeutet. Dies war aber auch die Intention seines Werks, er wollte erreichen, dass Leserinnen und Leser auch ohne Vorkenntnisse die Rechenkunst erwerben konnten.
Dass Ries zuerst das bekannte Linienrechnen und im Anschluss das Rechnen mit der Feder behandelt, ist genauso ein didaktisch kluger Schachzug wie die Übernahme der Beispiele des

[149] Gärtner, 2000, 214.
[150] Gabriel, 2010, 488.
[151] Gabriel, 2010, 490.
[152] Gärtner, 2000, 216.

Linienrechnens für das Rechnen mit der Feder. Dadurch war erkennbar, dass diese zwei Methoden auf dasselbe Ergebnis und das Rechnen mit arabischen Ziffern nicht das Werk des Teufels ist, was ein weit verbreiteter Aberglaube der damaligen Zeit war. Auch mit dem Vorschalten des Linienrechnens beginnt er seine fortlaufende Steigerung der Schwierigkeit und Abstraktheit der mathematischen Inhalte.[153] Die Aufgaben, die er bei den Grundrechnungsarten stellt, sind einfache Rechnungen ohne Kontext. Dies hilft natürlich, beim Erlernen der Rechnungsarten nicht das Ziel aus den Augen zu verlieren; man kann sich also ausschließlich auf das Rechnen konzentrieren.

Dies führt auch zu einem weiteren Punkt, der Ries einzigartig macht: Er stellt das angewandte Rechnen in den Vordergrund. Im Zeichen des Humanismus und der Öffnung der Bildung für alle Schichten sollte sein Rechenbuch das alltägliche Mathematikwissen zur Aufgabenlösung von Kauf und Verkauf, zu Geldtausch, Münzprägung usw. vermitteln.[154]

Diese detaillierten Anwendungsaufgaben sind auch ein Spiegel des damaligen Lebens und dienen als Quellen der damaligen Zeit.

Der Didaktikriese hat sich unter anderem seinen Namen durch seine Aufforderung des ständigen Übens und Wiederholens erworben. Seine zahlreichen Aufgaben sind wohl die bedeutendsten Zeugen seiner Erwartung an die Leserschaft.[155]

All jene Dinge machen Ries zu einem unvergessenen Rechenmeister und Vorreiter in der Konzeptionierung der Schulbuchgestaltung.

[153] Gärtner, 2010, 219.
[154] Winter, 2016, 67.
[155] Gärtner, 2010, 216.

2.2 Analyse Schulbuch: Das ist Mathematik 1

Das folgende Schulbuch wurde für diese Analyse und den anschließenden Vergleich aufgrund der thematisch passenden mathematischen Inhalte und auch aufgrund der mathematisch-geschichtlichen Schwerpunktsetzung ausgewählt.

Auch Adam Ries wird eine Doppelseite in dem Buch gewidmet (siehe Anhang). In weiterer Folge tritt die Person Ries‘ bis in das dritte Schulbuch dieser Schulbuchreihe auf. In den Schulbüchern für die zweite bis dritte Klasse sind jeweils Beispiele aus seinen Rechenbüchern zu rechnen.

Das Schulbuch ist für die erste Klasse Unterstufe (Gymnasium oder Neue Mittelschule) gedacht und knüpft somit an das mathematische Wissen der Volkschule an. Die Schülerinnen und Schüler sollten die Grundrechnungsarten bereits beherrschen. Allerdings ist die Wiederholung des Stoffs aus der Volksschule immer ein wichtiger Bestandteil des Mathematikunterrichts in den ersten Wochen.

2.2.1 Lernziel

Adam Ries versuchte, mit seinen Rechenbüchern die Mathematik allen zu öffnen. Maria Theresia hatte mit der Einführung der allgemeinen Schulpflicht auch den Anspruch, dass alle Österreicherinnen und Österreicher rechnen können sollten.

Das Lernziel dieses Schulbuchs ist aufgrund der anderen Rahmenbedingungen unserer Gesellschaft im 21. Jahrhundert ein anderes.

In einem generellen Rundschreiben des Bildungsministeriums wurde das Ziel der Konzeptionierung eines Schulbuches folgendermaßen umschrieben:

Schulbücher bzw. Unterrichtsmittel sind Hilfsmittel, die der Unterstützung oder der Bewältigung von Teilaufgaben des Unterrichts und zur Sicherung des Unterrichtsertrages dienen (§ 14 Abs. 1 Schulunterrichtsgesetz). Sie können und sollen in allen Schulstufen fachspezifisch zur Verbesserung der Leseleistung eingesetzt werden.

(Hinteregger-Euller, S.: Schulbücher im Schuljahr 2016/2017. Rundschreiben Nr. 27/2015)

Anders als die Rechenmeister im 16. Jahrhundert schreiben die heutigen Mathematiklehrpersonen ihre Schulbücher meist nicht selbst, sondern wählen diese unter den zahlreichen approbierten Büchern für ihren Unterricht aus.

2.2.2 Aufbau & Layout

Das Buch hat das Format 190 x 260mm und umfasst 280 Seiten, plus zwei Zusatzseiten aus Karton, die man herausnehmen kann, um einen Quader und Würfel zu falten.

Am Anfang des Buchs ist ein Impressum, inklusive einer Legende, die die einzelnen Symbole erklärt. In dieser Legende sind auch die Zeichen erklärt, die vor manchen Aufgaben zu finden sind. Neben den Aufgaben, die jede Schülerin und jeder Schüler lösen sollte, gibt es auch gekennzeichnete schwierigere Aufgaben, englischsprachige Aufgaben, Denksportaufgaben und Aufgaben zur Lösung in einer Gruppen- oder Partnerarbeit.

Danach folgt ein Inhaltsverzeichnis.

Im Grunde beinhaltet das Buch die zwei großen Kapitel „Arithmetik und Geometrie“, die sich in zahlreiche Unterkapitel gliedern.

Hier eine Übersicht über den Inhalt[156]:

Kapiteln	Unterkapitel	Themenbereiche
Arithmetik	Einleitung und Wiederholung	
	A Natürliche Zahlen	Themenseite 1. Römische Zahlzeichen 2. Dekadisches Zahlensystem 3. Runden von Zahlen 4. Ordnung der natürlichen Zahlen Wissensstraße
	B Rechnen mit natürlichen Zahlen	Themenseite 1. Addieren natürlicher Zahlen 2. Subtrahieren natürlicher Zahlen 3. Zusammenhang zwischen Addieren und Subtrahieren 4. Rechenregeln beim Addieren und Subtrahieren 5. Multiplizieren natürlicher Zahlen 6. Dividieren natürlicher Zahlen 7. Direktes Verhältnis 8. Rechenregeln beim Multiplizieren und Dividieren 9. Konstanz der Ergebnisse und vier

[156] Humenberger, 2011, 2-6.

Kapiteln	Unterkapitel	Themenbereiche
		Grundrechnungsarten Wissensstraße
	C Gleichungen und Ungleichungen	Themenseite 1. Gleichungen 2. Ungleichungen Wissensstraße
	D Dezimalzahlen	Themenseite 1. Einführung der Dezimalzahlen 2. Maßangaben in Dezimalschreibweise 3. Ordnung der Dezimalzahlen Wissensstraße
	E Rechnen mit Dezimalzahlen	Themenseite 1. Addieren und Subtrahieren von Dezimalzahlen 2. Multiplizieren und Dividieren von Dezimalzahlen 3. Verbindung der vier Grundrechnungsarten Wissensstraße
	F Statistik – Mittelwelt und graphische Darstellungen	Themenseite 1. Mittelwert 2. Tabellen und graphische Darstellungen Wissensstraße
	G Zeitmessung	Themenseite 1. Zeitmaße, Zeitdauer und Zeitpunkt Wissensstraße
	H Bruchzahlen	Themenseite 1. Bruch- und Dezimalschreibweise 2. Rechnen mit Bruchzahlen Wissensstraße
Geometrie	A Quader und Würfel – Einführung in die Geometrie	Themenseite 1. Bezeichnungen bei Quader und Würfel 2. Gegenseitige Lage von Kanten und Flächen Wissensstraße

Kapiteln	Unterkapitel	Themenbereiche
	B Geometrische Grundbegriffe	Themenseite 1. Linien 2. Besondere Lagen von Geraden 3. Winkel 4. Symmetrische Figuren Wissensstraße
	C Kreis	Themenseite 1. Grundbegriffe 2. Teile des Kreises 3. Lagebeziehungen Wissensstraße
	D Rechteck und Quadrat	Themenseite 1. Eigenschaften und Konstruktion 2. Umfang von Rechteck und Quadrat 3. Flächeninhalt Wissensstraße
	E Maßstäbliches Zeichnen	Themenseite 1. Maßstab 2. Zeichnen mit gegebenem Maßstab Wissensstraße
	F Quader und Würfel – Oberfläche und Rauminhalt	Themenseite 1. Schrägriss 2. Netz und Oberfläche 3. Rauminhalt Wissensstraße
Zusatz	Aufgaben zu den Standards	I1 Zahlen und Maße I2 Variable, funktionale Abhängigkeiten I3 Geometrische Figuren und Körper I4 Statistische Darstellungen und Kenngrößen
Computer Anhang		
Anhang		

Das Schulbuch umfasst deutlich mehr Inhalt; auch der Einsatz von neuen Technologien kommt nicht zu kurz, wie der Computer-Anhang beweist.

Das Buch ist sehr bunt und lebt von zahlreichen Bildern, die in den mathematischen Text eingegliedert sind.

Durch das Buch ziehen sich zwei Schriftarten. Als Überschrift wurde eine runde Schrift ohne Häkchen gewählt und im Fließtext wurde eine Schrift mit Häkchen verwendet, die die Lesbarkeit des Texts unterstützen sollte.

Die wichtigen mathematischen Definitionen sind in einem orangen Textfeld (Merkkästchen) eingearbeitet, somit heben sie sich markant von den Aufgaben ab und müssen nicht lange gesucht werden.

Durch die Einführung der österreichischen Bildungsstandards, mit 1. Jänner 2009[157], gibt es bei einigen Aufgaben im Buch folgende Kennzeichnung:

H2	1357[158]	In der Rechnung 25+20:9-4=9 fehlen Klammern.
K3		Setze in der Rechnung Klammern so ein, dass das Ergebnis stimmt!

Die Buchstaben- und Zahlenkombinationen, vor einzelnen Aufgaben, weisen darauf hin welche Bereiche der Bildungsstandards sie abdecken.

- Handlungsbereiche:
  - H1) Darstellen, Modellbilden
  - H2) Rechnen, Operieren
  - H3) Interpretieren
  - H4) Argumentieren, Begründen
- Inhaltsbereiche
  - 1) Zahlen und Maß1
  - 2) Variable, funktionale Abhängigkeiten
  - 3) Geometrische Figuren und Körper
  - 4) Statistische Darstellungen und Kenngrößen
- Komplexitätsbereiche
  - K1) Einsetzen von Grundkenntnissen und -fertigkeiten
  - K2) Herstellen von Verbindungen
  - K3) Einsetzen von Reflexionswissen, Reflektieren

[157] Bifie, 2013, [https://www.bifie.at/system/files/dl/bist_m_sek1_kompetenzbereiche_m8_2013-03-28.pdf]
[158] Humenberger, 2011, 266.

2.2.3 Inhaltliche Gestaltung

In der deskriptiven Beschreibung des Inhalts möchte ich mich einschließlich auf die Inhalte konzentrieren, die auch Ries in seinem Rechenbuch behandelt. Dies soll auch den anschließenden Vergleich erleichtern.

Folgender roter Faden zieht sich durch die Gestaltung des Buchs: eine Themenseite leitet das Kapitel ein. Im arithmetischen Teil dieses Buchs sind diese Themenseiten meist nach mathematisch-geschichtlichem Schwerpunkt konzipiert. Danach folgen die mathematischen Inhalte, meist in mehrere Unterkapitel gegliedert. Am Schluss eines jeden Kapitels steht die sogenannte Wissensstraße. Diese Wissensstraße ist als Selbstkontrolle für die Schülerinnen und Schüler gedacht mit dem sie ihr Wissen abprüfen können. Auch die Lösungen zu diesen Beispielen sind im Buch zu finden, allerdings gibt es für die Beispiele in den Kapiteln ein eigenes Lösungsheft.

2.2.3.1 Vorwort: Was ist Mathematik?[159]

Wie Ries beinhaltet auch das Schulbuch ein Vorwort. Mit der zentralen Fragestellung „Was ist Mathematik?“ versuchen die Autorinnen und Autoren Antworten zu geben, um die Existenz des wohl meist hinterfragtesten Schulfachs zu legitimieren.

Die Antwort beträgt eine Seite und ergibt folgendes Resümee: Mathematik ist Werkzeug, Kultur und Wissenschaft, Sprache, Entdecken und Phantasie – Mathematik ist überall. Im Anschluss an das Vorwort und der Legitimation des Erlernens des Fachs folgt das erste Kapitel auf fünf Seiten - eine Einleitung und Wiederholung betitelt mit „Mathematik macht Spaß“ und der zweite Teil mit „Wir wiederholen“.

2.2.3.2 Natürliche Zahlen[160]

Am Beginn dieses Kapitels, das sich über 18 Seiten erstreckt, steht die Themenseite, passend zum Kapitel, den natürlichen Zahlen. Die Autoren schreiben über den Ursprung des Zählens vor 6000 Jahren und über die ersten Zeichen für Zahlen auf Lehmtafeln. Wie wichtig Zahlen sind - auch für unser alltägliches Leben - wird im letzten Abschnitt dieser Themenseite verdeutlicht. Denn dieser führt folgenden Aspekt an: Sprechen zwei Personen nicht dieselbe Sprache, so lernt man voneinander am einfachsten die Vokabeln für die Zahlen 1-10, die man in Form von Strichen gut visualisieren kann.

[159] Humenberger, 2011, 7-11.
[160] Humenberger, 2011, 12-31.

Folgende Unterkapitel folgen im großen Kapitel *Natürliche Zahlen*:

1. Römische Zahlzeichen

   Auf einer Doppelseite lernen die Schülerinnen und Schüler die Zahlzeichen aus vergangener Zeit kennen. Ein Bild vom Schottenkloster in Wien, mit dem Gründungsjahr in römischen Ziffern, steht am Beginn des Kapitels.

   Wie diese Ziffern gelesen werden müssen, folgt in der anschließenden Erklärung in Form einer Tabelle, in denen die römischen Ziffer I, X, C, M und V, L, D mit ihrer jeweiligen indisch-arabischen Schreibweise angeführt werden.

   Im Anschluss an diese Erklärung folgen acht Aufgaben im Umschreiben von römischen Zahlen in indisch-arabische Ziffern oder umgekehrt.

   Ein Beispiel verlangt, die in römischen Ziffern verfassten Geburts- und Sterbejahre berühmter Persönlichkeiten in indisch-arabische Ziffern umzuschreiben.

   Unter anderem ist eine dieser berühmten Persönlichkeiten Adam Ries:

   *Beispiel **43b**) Im Folgenden sind Geburts-und Sterbejahr berühmter Persönlichkeiten in römischen Zahlzeichen angegeben.*[161]

   Adam Ries: MCDXCII – MDLIX

   1) Schreibe diese Angaben mit arabischen Ziffern!

   1492 - 1559

   2) Berechne das erreichte Lebensalter und gib dieses Alter mit römischen Zahlzeichen an!

   67 Jahre; LXVII

   [Weitere Aufgabenstellung: 3) Was weißt du über die Persönlichkeit? Informiere dich in einem Lexikon oder im Internet!]

   Die weiteren Aufgaben sind reine Umschreibaufgaben, es müssen keine Rechnungen mit römischen Ziffern durchgeführt werden. Alle angeführten Beispiele sind mit einem + für schwierige Aufgaben gekennzeichnet.

2. Dekadisches Zahlensystem

   Auf drei Seiten wird das Unterkapitel des dekadischen Zahlensystems erläutert.

[161] Humenberger, 2011, 15.

Ein alltägliches Beispiel, das Zählen von Geld, dient als Einführung in das Kapitel. Im Anschluss daran folgt die Definition des dekadischen Zahlsystems. Weiters wird der Unterschied zwischen Zahl und Ziffer erklärt und danach ein paar Hilfestellungen zum Aussprechen großer Zahlen gegeben. Beim Lesen und Schreiben soll eine Stellenwerttafel helfen. Dazu wird auch eine Definition vom Stellenwert gegeben. Insgesamt sind fünfzehn Aufgaben zur Übung der dekadischen Einheiten zu bearbeiten. Bei den meisten Aufgaben ist nur eine Angabe gestellt. Bei drei Aufgaben sind auch Beispiele angeführt, wie man die Aufgabe lösen soll.

Zum Beispiel:
***50)** Schreibe die gegebene Zahl mit Hilfe der dekadischen Einheiten!*
Beispiel: 7608452 = 7M 6HT 8T 4H 5Z 2E
Die folgenden Beispiele sollen, wie in diesem gezeigten Beispiel, von Schülerinnen und Schülern gelöst werden.
In diesem Unterkapitel sind auch vier englischsprachige Aufgaben angeführt.

3. Runden von Zahlen

   Als eigenes Unterkapitel von vier Seiten wird auch das Runden von Zahlen beschrieben. Die gerundete Einwohnerzahl Österreichs wird als Einstieg in das Thema benutzt.
   Nach einer theoretischen Erläuterung folgt, als kurze Zusammenfassung, eine Definition der Rundungsregeln.
   Vierzehn Aufgaben, davon sind wieder zwei als schwierig markiert und vier als Partner- und Gruppenaufgabe gekennzeichnet, sollen das zuvor theoretisch Erläuterte festigen. Thematisch verfügen diese Aufgaben nicht nur über einen theoretischen Hintergrund, sondern weisen teilweise auch österreichische Daten, wie zum Beispiel Einwohnerzahlen oder Entfernungen von Landeshauptstädten, auf.

4. Ordnung der natürlichen Zahlen

   Um den letzten Unterpunkt des ersten Kapitels übersichtlicher zu gestalten, wurde es in zwei weitere Bereiche gegliedert:
   a) Natürliche Zahlen als geordneter Zahlbereich
   b) Zahlenstrahl

Im ersten Teil ist eine Definition für natürliche Zahlen gegeben und ihre Ordnung wird thematisiert. Weiters wird ein kurzer Einblick in die Mengenlehre gegeben.

Insgesamt sind 38 Aufgaben (fünf englische und 16 schwierige Aufgaben) im ersten Teil des vierten Unterkapitels zu bearbeiten. Schwerpunkt wird dabei auf die Ordnung von Zahlen gelegt, zum Beispiel sind einige Zahlen nach Größe zu ordnen, inklusive der Benutzung der Größer- und Kleinerzeichen (>, <).

Insgesamt sind drei Aufgaben mit anwendungsorientiertem Kontext angegeben.

Das Zahlenstrahlkapitel wird mit dem Ablesen der Temperatur von einem Thermometer eingeführt. Nach einer theoretischen Einleitung folgt die Definition des Zahlenstrahls. Außerdem werden Beispiele (auch graphisch im Buch dargestellt) für einen Zahlenstrahl angeführt. Danach kann die Schülerin /der Schüler mittels 22 Aufgaben das theoretische Wissen in der Praxis ausprobieren. Auch hier gibt es wieder zwei Partnerarbeiten und acht schwierigere Aufgaben.

Am Schluss des ganzen Kapitels wird dieses in einem Merkkasten kurz zusammengefasst. Mittels der Wissensstraße (14 Aufgaben) im Anschluss können die Schülerinnen und Schüler selber ihr Wissen über den Inhalt des gesamten Kapitels überprüfen.

2.2.3.3 Rechnen mit natürlichen Zahlen[162]

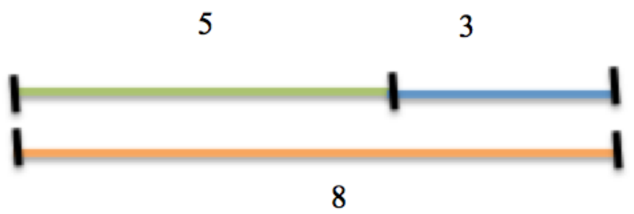
Dieses sehr umfangreiche Kapitel behandelt auf knapp 50 Seiten alle Grundrechnungsarten mit natürlichen Zahlen. Aus Übersichtgründen haben die Autoren das Kapitel in neun Unterkapitel geteilt. Am Beginn dieses Abschnitts befindet sich wieder eine Themenseite mit geschichtlichem Schwerpunkt. Sie behandelt den Wortursprung von *Zahl*, nämlich *del*. Dieses *del* steht für schnitzen, denn seit Urzeiten versuchte man zu zählen, indem man Kerben in Hölzer schnitzte. Auch ein geschichtlicher Rückblick der Wortursprünge von addieren, subtrahieren und multiplizieren wird gegeben und der Abakus wird als erste Rechenmaschine vorgestellt.

1. Addieren natürlicher Zahlen

   Zu Beginn steht wieder ein Beispiel, das das Kapitel der Addition einleitet. Danach folgt der theoretische Teil der Bezeichnung der Addition (Summand plus Summand gleich

[162] Humenberger, 2011, 32-81.

Summe) und das Addieren mit der Zahl null. Auch hier wurden die Definitionen in einem orangen Merkkasten festgehalten.
Weiterführend wurde die Addition veranschaulicht, als Addieren von Strecken und mittels des zuvor gelernten Zahlenstrahls, als Addieren auf dem Zahlenstrahl.
Das Visualisieren von Addieren von Strecken[163] soll anhand der Addition von $5 + 3 = 8$ gezeigt werden.



Hier folgen gleichermaßen nach den theoretischen Erläuterungen Aufgaben, teilweise mit vorgerechneten Beispielen. Neben der Addition in der Zeile, wie zum Beispiel:

159a) *Rechne in der Zeile!*

$$28 + 31 + 45 = \mathbf{104}$$

sind auch Aufgaben in der Form zu lösen, wie es Ries in seinem Rechenbuch erklärt hatte:

160a) *Addiere!*[164]

$$\begin{array}{r} 27 \\ 605 \\ 18 \\ 963 \\ \hline \mathbf{1613} \end{array}$$

Insgesamt sind 27 Aufgaben zur Übung gegeben. Zwei davon mit höherem Schwierigkeitsgrad, fünf Denksportaufgaben und eine englische Aufgabe. Neben Aufgaben, wie das oben gezeigte Addieren mit Strecken, sind auch wieder überwiegend theoretische Beispiele dargestellt. Damit sind Aufgaben ohne Kontext gemeint. Zwischendurch sind Aufgaben zur Berechnung von Einnahmen einer Elektrofirma

[163] Humenberger, 2011, 34.
[164] Humenberger, 2011, 35.

eingeschoben, oder eine Aufgabe, in der man die Länge der Staatsgrenze Österreichs berechnen soll.

Dieser Abschnitt enthält auch Aufgaben zu Zauberquadraten:

169a) „Zauberquadrate“[165]

Berechne die Summe der Zahlen 1) in jeder Zeile, 2) in jeder Spalte, 3) in jeder Diagonale […]! Vergleiche im „Zauberquadrat“ die Ergebnisse aus 1),2),3)!

84	94	95	81
89	87	86	92
85	91	90	88
96	82	83	93

1) Summe der Zeile: 354

2) Summe der Spalte: 354

3) Summe der Diagonale: 354

2. Subtrahieren natürlicher Zahlen

   Auch die Subtraktion ist genauso wie das Kapitel der Addition aufgebaut. Nach einem Alltagsbeispiel als Einführung beginnt der theoretische Teil der Erklärung. Die Bezeichnung der Subtraktion (Minuend minus Subtrahend gleich Differenz) sowie das Subtrahieren von null sind in orange Merkkästchen eingebettet.

   Danach folgt wieder die Veranschaulichung der Subtraktion mittels des Subtrahierens von Strecken und des Subtrahierens auf dem Zahlenstrahl. Eine dritte Möglichkeit wird noch angegeben, die die Subtraktion als Unterschied zweier Stellen am Zahlenstrahl als Vergleichen oder Ergänzen deutet.

   Im Anschluss folgen wieder 19 Aufgaben zum selbständigen Rechnen. Diese Aufgaben sind ebenfalls gemischt, mit einer schwierige Aufgabe, vier Denksportaufgaben, einer englischen und einer Partner- und Gruppenaufgabe.

   Das Rechnen in der Zeile wird hier eingeführt, aber auch die in der Schreibweise untereinander. Die verschiedenen Möglichkeiten der Veranschaulichung der Subtraktion

[165] Humenberger, 2011, 39.

wurden als Aufgaben zum selbstständigen Durchführen erstellt. Die Aufgaben sind wieder durchmischt, allerdings ist die Anzahl der kontextlosen Aufgaben deutlich größer.

3. Zusammenhang zwischen Addieren und Subtrahieren

   Als eigenen Abschnitt behandeln die Autoren den Zusammenhang zwischen dem Addieren und dem Subtrahieren. Nach einem Einführungsbeispiel folgt schon die Definition des Zusammenhangs als entgegengesetzte Rechnungsarten. Die Subtraktion ist die Umkehrung der Addition, und vice versa. Hier wird zum ersten Mal auf die Probe verwiesen. Als Probe für die durchgeführte Subtraktion verwendet man die Addition, und umgekehrt.

   Es folgen wieder 35 Aufgaben zum Üben. 21 davon haben keinen anwendungsorientierten Kontext. Die anderen zeigen unter anderem wieder einen Bezug zu Österreich. So sollte die Höhe des Dachsteins durch eine durchzuführende Subtraktion mit der Höhe des Großglockners - ein Bild des höchsten Berg Österreichs ist auf dieser Buchseite zu finden - berechnet werden. Andere Kontexte waren zum Beispiel die Berechnung der Einwohnerzahlen Klagenfurts und Villachs, oder die Anzahl der Geburten Österreichs, oder die in Verkehrsunfälle verwickelten Kraftfahrzeuge in Österreichs.

   Neben vier Partner- und Gruppenaufgaben, waren zwei schwierige und eine englische Aufgabe zu lösen. Zusätzlich waren noch sechs weitere Denksportaufgaben gegeben, unter anderem auch eine Aufgabe, die ich an späterer Stelle näher diskutieren möchte, und zwar die Vervollständigung des Zauberquadrats.

237a) *Vervollständige zu einem Zauberquadrat!*[166]

67	**49**	**82**
81	**66**	**51**
50	**83**	**65**

$s = 198$

[Als Angabe waren die schwarz gedruckten Zahlen genannt.]

[166] Humenberger, 2011, 47.

4. Rechenregeln beim Addieren und Subtrahieren

   Dieser Abschnitt ist in zwei Teile gegliedert. Der erste Teil behandelt das Addieren mehrerer Summanden. Der gewohnte Einstieg - Alltagsbeispiel und anschließende theoretische Erklärung - wird auch hier aufgegriffen. Als wichtiger mathematischer Input werden hier das Vertauschungsgesetz (Kommutativgesetz), das Verbindunggesetz (Assoziativgesetz) und die Klammerregel thematisiert. 13 kontextlose Aufgaben sind als Übung gedacht. Auch die Summenbildung aufeinanderfolgender Zahlen, nach Friedrich Gauß, wird erwähnt.

   Das Zusammenfassen mehrerer Summanden und Subtrahenden stellt den zweiten Teil dieses Abschnitts dar. Als Leitfaden für Aufgaben mit mehreren Summanden und Subtrahenden werden folgende Schritte empfohlen: Zuerst alle Summanden addieren, dann alle Subtrahenden. Am Schluss sollen beide Ergebnisse subtrahiert werden. Im Anschluss sind 18 Aufgaben mit vielfältigen Kontexten angeführt, unter anderem, wie viele Karten an der Wiener Staatsoper - ein Bild der Oper wird gezeigt - oder am Theater an der Wien verkauft werden können; weiters behandelt eine Aufgabe eine Schifffahrt auf der Donau von Melk nach Krems (inklusive Karte). In diesem Aufgabenspektrum sind wieder mehrere schwierigere Aufgaben angeführt. Für zwei Aufgaben wurde eine Beispiellösung angeführt.

5. Multiplizieren natürlicher Zahlen

   Nun sind wir bei der dritten Grundrechnungsart mit natürlichen Zahlen in diesem Kapitel angekommen. Auch hier gibt es wieder eine Unterteilung. Der erste Abschnitt behandelt das Multiplizieren mit einstelligen natürlichen Zahlen. Der Stil der vorherigen Behandlungen der Grundrechnungsarten wird hier fortgesetzt. Sowohl die Bezeichnung der Multiplikation (1. Faktor mal 2. Faktor gleich Produkt) als auch die Multiplikation mit null wird theoretisch abgehandelt. Als Voraussetzung gilt die Beherrschung des kleinen Einmaleins, das bereits in der zweiten Klasse der Volksschule erlernt werden soll. Im Anschluss folgen wieder 15 Aufgaben ohne speziellen Kontext; zum Beispiel sollen die angeführten Additionen in Multiplikationen umgeschrieben werden; oder es werden auch Fragen gestellt, wie sich zum Beispiel der Wert des Produkt verändert, wenn man einen Faktor halbiert oder verdoppelt.

Im zweiten Teil des Kapitels wird das Multiplizieren mit dekadischen Einheiten und mit mehrstelligen Zahlen thematisiert.

Das schriftliche Multiplizieren mit mehrstelligen Zahlen wird genau besprochen und erklärt, vor allem das Multiplizieren mit einem dreistelligen 2. Faktor ist für die Schülerinnen und Schüler neu. Zur Übung werden 17 Aufgaben geboten, eine englische und zwei Denksportaufgaben sind hier inkludiert.

6. Dividieren natürlicher Zahlen

Auch das Dividieren wird in vier Abschnitte geteilt, zuerst erfolgt die Wiederholung des bereits in der Volksschule gelernten Stoffs, Dividieren durch einstellige Zahlen. Hier wird genauso mit dem gleichen Schema gearbeitet; nach einem Einstiegsbeispiel wird die Bezeichnung der Division eingeführt (Dividend durch Divisor gleich Quotient). Ein wichtiger Aspekt wird hier auch noch angesprochen, und zwar der des Messens und des Teilens. Hier wird unterschieden, was auch in den kommenden Aufgaben zu beachten ist. Der Unterschied liegt darin, dass der Quotient im Zuge des Messens Antwort ist auf die Frage: Wie oft passt der Divisor in den Dividenden? Und beim Teilen: Wie groß ist der Teil? An diesen Punkt schließt die Erklärung des Teilers einer Zahl und dem Gesetz der Konstanz des Quotienten an. Dieser erste Teil des Kapitels wird durch 13 Aufgaben abgeschlossen, zwei davon haben wieder ein höheres Niveau.

Im Anschluss wird der zweite Teil des Kapitels behandelt, der Zusammenhang zwischen Multiplizieren und Dividieren. An dieser Stelle werden die Division und die Multiplikation als entgegengesetzte Rechenarten eingeführt und somit auch der Hinweis, dass die Multiplikation die Probe einer durchgeführten Division ist. Ein Merktext hält fest, dass die Division durch Null sinnlos ist und nicht durch Null dividiert werden kann. Auch hier werden 13 Aufgaben angefügt - rein kontextlose Aufgaben ohne Bezug auf den Alltag und eine Denksportaufgabe, die eine Zahlenmauer beinhaltet.

Der dritte Teil dieses Kapitels bildet das Dividieren durch dekadische Einheiten und deren einstellige Vielfache. Als Merksatz wird das Dividieren durch dekadische Einheiten - indem man Nullen streicht - aufgegriffen. 14 Aufgaben, die teilweise im Kopf zu berechnen sind, folgen. Geprägt ist dieses Kapitel durch Aufgaben mit Kontext - sei es die Aufteilung von Zement auf Säcke oder von Trauben in Körbe, die Aufgaben sind nicht nur Aufforderungen zum Ausführen von Divisionen, so wie zuvor.

Das Dividieren durch mehrstellige Zahlen ist der letzte Teil dieser Grundrechnungsart. Zuerst wird auf die Division ohne Rest, dann auf die Division mit Rest näher eingegangen.

Die heutige weit verbreitete Schreibweise der Division hebt sich deutlich von der bei Ries vorgestellten Version ab.

So rechnet man heute:

$$15695 : 365 = 43$$
$$1095$$
$$000$$
$$0\ R.$$

Das ist etwas übersichtlicher als die Variante, die bei Ries veranschaulicht wurde.

Die anschließenden fast 40 Aufgaben sind bunt gemischt: einfache Divisionen mit zweistelligem Divisor oder Umkehraufgaben; Errechnung des Dividenden, wenn nur der Divisor, Quotient und Rest gegeben sind und am Schluss sind aufwendigere Textaufgaben angeführt.

7. Direktes Verhältnis

Dieser kurze Abschnitt diskutiert das direkte Verhältnis, also das Verhältnis zweier direkter proportionaler Größen. Als Beispiel dafür wird der Zusammenhang zwischen Weg und Fahrzeit besprochen.

Die Autoren führen die gelösten Beispiele mit Hilfe von Tabellen vor. Durch das direkte Verhältnis ist klar, dass auf beiden Seiten dieselbe Rechenoperation auszuführen ist. Die Schülerinnen und Schüler können mittels 13 Aufgaben, auch mit Alltagsbezug, ihr Können üben.

Ries würde die in diesem Abschnitt behandelten Aufgaben mit der Regula Detri lösen.

Zum Vergleich:

385a) *Frau Wallner fährt auf der Autobahn mit gleichbleibender Geschwindigkeit. Sie hat in 90 Minuten bereits 180 km zurückgelegt?*[167]

1) Wie viel Kilometer schafft Frau Wallner in 30 Minuten?

Empfohlene Methode der Autoren:

Die Frage ist, wie viele Kilometer sie in einem Drittel der Zeit zurücklegt.

:3

Minuten	Kilometer
30 min	?
90 min	180 km

:3

$$180:3 = 60\ km$$

Frau Wallner fährt in einem Drittel der Zeit, also in 30 Minuten, 60 km.

Ries Methode, mittels Regula Detri:

90 Min 180km 30min

$$\rightarrow \frac{30 * 180}{90} = 60km$$

8. Rechenregeln beim Multiplizieren und Dividieren

Auf die einzelnen Rechenregeln wird in diesem Abschnitt eingegangen. Das Kommutativgesetz und das Assoziativgesetz der Multiplikation werden im ersten Teil des Multiplizierens mehrerer Faktoren vorgestellt.

Als weitere Regeln werden die sogenannten Vorrangregeln, die Verbindung der vier Grundrechnungsarten, eingeführt; auch besser bekannt unter: Punkt vor Strich. Als Punktrechnung sind die Multiplikation und die Division zu verstehen und als Strich die Addition und die Subtraktion. Die nächste Regel ist die Klammerregel, die besagt, alles durch eine Klammer Umrandete muss zuerst berechnet werden.

Um ein besseres Verständnis dafür zu erzeugen, möchte ich eine gestellte Aufgabe, der über zwanzig angeführten Aufgaben, vorrechnen.

[167] Humenberger, 2011, 69.

410a) *Führe die angegebenen Rechnungen durch und vergleiche die Ergebnisse!*[168]

$$6 + 4 * 5 = 26$$

→ Hier kommt die Vorrangregel zum Einsatz: Punkt vor Strich. Ich führe zuerst die Multiplikation aus und addiere zum Produkt 6.

$$(6 + 4) * 5 = 50$$

→ Die Klammerregel kommt in diesem Beispiel zum Einsatz: bevor ich multiplizieren darf, muss ich die Klammer ausrechen.

$$6 * 4 + 5 = 29$$

→Vorrangregel

$$6 * (4 + 5) = 54$$

→ Klammerregel

Allerdings sind auch Textaufgaben zu diesem Abschnitt gegeben, die alle zuvor gelernten Grundrechnungsarten vereinen.

Zum Beispiel:

+ 421) *Die 1C Klasse macht einen Ausflug. Die Buskosten betragen 510 €. Davon übernimmt der Elternverein 260 €. Außerdem hat jedes der 25 teilnehmenden Kinder 2 € für den Eintritt in die Burg zu zahlen. Wie viel Euro muss jedes Kind insgesamt zahlen?*[169]

$$(510 - 260): 25 + 2 = 12\ €$$

Auch hier ist kommen wieder die zwei Regeln zum Einsatz. Die Kosten setzen sich aus den Buskosten, die auf die Kinder aufgeteilt werden, plus den zusätzlichen 2 €, die für die Burg zu zahlen sind, zusammen.

Dieses gezeigte Beispiel ist als schwierigere Aufgabe gekennzeichnet. Neben diesen anspruchsvolleren Aufgaben sind im Aufgabenkonglomerat auch englische und Denksportaufgaben zu finden.

Als letzte wichtige Gesetze werden das Verteilungsgesetz und das Herausheben eines gemeinsamen Faktors thematisiert.

[168] Humenberger, 2011, 74.
[169] Humenberger, 2011, 75.

Das Verteilungsgesetz wird folgendermaßen beschrieben:

$(a+b)*c = a*c + b*c$ $\qquad$ $(a-b)*c = a*c - b*c$

$a*(b+c) = a*b + a*c$ $\qquad$ $a*(b-c) = a*b - a*c$

und das Herausheben eines gemeinsamen Faktors :

$a*b + a*c = a*(b+c)$ $\qquad$ $a*b - a*c = a*(b-c)$

9. Konstanz der Ergebnisse und vier Grundrechnungsarten

   Im letzten Abschnitt des umfangreichen Kapitels ist folgende Tabelle abgebildet:

Der Wert einer Summe ändert sich nicht.	$a+b = (a+x)+(b-x)$ $a+b = (a-x)+(b+x)$
Der Wert einer Differenz ändert sich nicht.	$a-b = (a+x)-(b-x)$ $a-b = (a-x)-(b+x)$
Der Wert eines Produkts ändert sich nicht.	$a*b = (a*x)*(b:x)$ $a*b = (a:x)*(b*x)$ $f$ür $x \neq 0$
Der Wert eines Quotienten ändert sich nicht.	$a:b = (a*x):(b*x)$ $a:b = (a:x):(b:x)$ $f$ür $x \neq 0$

Abbildung 3 Konstanz der Ergebnisse der vier Grundrechnungsarten (Quelle: Humenberger, 2011, 79)

Im Anschluss an diese Tabelle sind zwölf Aufgaben in jener Thematik angeführt. Zu guter Letzt ist am Schluss dieses umfassenden und ausführlichen Kapitels eine Zusammenfassung aller wichtigen Punkte gegeben.

Auch hier dient die Wissensstraße als letzte Überprüfung für die Schülerinnen und Schüler, ob die Inhalte des Kapitels verstanden wurden.

Zwischen dem Kapitel Rechnen mit natürlichen Zahlen und Dezimalzahlen folgt im Buch das Kapitel der Gleichungen und Ungleichungen. Da aber Ries ausschließlich mit der Regula Detri und der Regula falsi rechnet, um Gleichungen zu vermeiden, wird auf dieses Kapitel nicht näher eingegangen.

2.2.3.4 Dezimalzahlen[170]

Die Dezimalzahlen werden auch in Ries' Rechenbuch erwähnt, wie bereits in der inhaltlichen Besprechung des Buchs ersichtlich, aber natürlich nicht so ausführlich wie in diesem Schulbuch. Eine Themenseite mit geschichtlichem Rückblick verweist auf die Französische Revolution 1789 und die damit einhergehenden Erneuerungen des Längenmaßes, nun in Meter und des Massemaßes, nun in Kilogramm.

Für uns ist es heute selbstverständlich zu sagen, ein belegtes Brot im Supermarkt kostet 1,30 € - zu Ries' Zeiten musste man allerdings 1 Euro und 30 Cent schreiben. Denn auch das Komma und die Dezimalstelle wurden im Zuge der Revolution eingeführt. Ziel, so schreiben es die Autoren des Schulbuchs, war es den Bürgerinnen und Bürgern die einfache Rechnung verständlich zu machen.

1. Einführung der Dezimalzahlen

   Das Ablesen der Temperatur auf dem Fiebermesser ist wohl einer der bekanntesten Momente, in dem man mit Dezimalzahlen konfrontiert wird. In der Einführung wird auch die Schreib- und Sprechweise geklärt und erklärt, dass Zahlen, in denen ein Komma vorkommt, Dezimalzahlen heißen. Auch die Rundungsregel wird besprochen.

   12 Aufgaben folgen zum Üben.

2. Maßangaben in Dezimalschreibweise

   Wo die Dezimalschreibweise in unserem alltäglichen Gebrauch überall zu finden ist, klärt der folgende Abschnitt.

   1) Unser Geld

   Alle Rechnungen, die wir bekommen, alle Preisbeschriftungen sind in Dezimalzahlen dargestellt.

   Was dies bedeutet, wird genauso wie das Umrechnen von Euro in Cent und umgekehrt in Form von fünf Aufgaben trainiert.

   2) Längenmaße

   Auch das Längenmaß konfrontiert uns tagtäglich mit Dezimalzahlen. Nach einer Umrechnung von Meter in Zentimeter und Millimeter werden hier elf Aufgaben präsentiert.

---

[170] Humenberger, 2011, 94-107

3) Massenmaße

In den Massenmaßen wird eine Umrechnung von Kilogramm in Dekagramm und Gramm, Milligramm und Tonne gezeigt, gefolgt von acht Aufgaben zum selbstständigen rechnen.

3. Ordnung der Dezimalzahlen

   Die graphische Darstellung und die Ordnung von Dezimalzahlen werden im dritten Teil des Kapitels besprochen. Neun Aufgaben dazu sind im Anschluss zu lösen.

   Bevor die Wissensstraße beginnt, sind noch vermischte Aufgaben (8 Stück) zu rechnen.

Die Wissensstraße am Schluss legt vor allem ihr Augenmerk auf das richtige Umrechnen der Einheiten.

2.2.3.5 Rechnen mit Dezimalzahlen[171]

Die Themenseite[172] zu diesem Abschnitt ist eine ganz besondere, denn sie ist ausschließlich Adam Ries gewidmet. Man erfährt etwas über sein Leben, aber der Fokus liegt auf der Verbreitung des neuen Zahlensystems durch Ries. Auch Ries‘ Dezimalschreibweise und das Rechnen damit werden angesprochen. Der Holzschnitt des dritten Rechenbuchs, der sein Abbild zeigt, ist ebenfalls abgedruckt.

Die Themenseiten, die nach Vorlage Rudolf Taschners gestaltet wurden, weisen darauf hin, dass folgende Schreibweise auf Ries zurückgeht:

5 * 10 + 6 * 1 + 3 * 0,1 + 5 * 0,001 = 56,305.

Das Komma in der Form ist im zweiten Rechenbuch nicht zu finden, allerdings kommt dieser Schreibweise folgendes Beispiel schon näher.

Das zweite Beispiel[173] im ersten Teil des Dreisatz-Kapitels.

6 Ellen kosten 5 Gulden 5 Groschen 3 Pfennig. Wie teuer kommen 32 Ellen?

Ries schreibt:

6 5.5.3 32

Umrechnung in Pfennige → 1323 Pfennige

$$\rightarrow \frac{32*1323}{6} = 7056\ Pfennige = 28 \text{ Gulden.}$$

[171] Humenberger, 2011, 108-131.
[172] Die ganze Seite ist im Anhang der Arbeit angehängt.
[173] Deschauer, 2012, 53-54.

Ries rechnet aber immer um, beziehungsweise rechnet er sehr oft mit gemischten Zahlen (ganze Zahlen gemischt mit Bruchzahlen)
Erst im 18. Jahrhundert kam das Dezimalkomma in Europa in Gebrauch.[174]
Zu guter Letzt wird bei dieser Themenseite auch noch Ries‘ Rechenbuch, der Verkaufsschlager, thematisiert.
Genauso werden die folgenden Grundrechnungsarten mittels der Dezimalstellen thematisiert und mittels gestellter Aufgaben geübt. Die Rechenmethode bleibt die gleiche, allerdings muss die richtige Setzung des Kommas berücksichtigt werden.
An dieser Stelle sollen diese Punkte nicht näher diskutiert werden, da sie in Ries‘ Rechenbuch nicht in dieser Form vorkommen - diese Schreibweise wurde fast zweihundert Jahre nach dem Ableben Ries‘ eingeführt.
Das Kapitel gliedert sich in folgende Unterpunkte:

1. Addieren und Subtrahieren von Dezimalzahlen
2. Multiplizieren und Dividieren von Dezimalzahlen
3. Verbindung der vier Grundrechnungsarten
4. Wissensstraße

In weiterer Folge wird nach diesem Kapitel ein kurzer Einblick in die Statistik und in die Zeitmessung gegeben.

2.2.3.6 Bruchzahlen[175]

Als finalen Punkt dieser Beschreibung der Aufbereitung der mathematischen Inhalte folgen die Bruchzahlen. Auch Ries widmet ihnen ein Kapitel und im Anschluss an die theoretische Einführung auch eine Erklärung der Rechenarten mit Brüchen.
Das Kapitel beginnt wieder mit einer geschichtlichen Themenseite – es blickt auf das alte Ägypten und das zerbrochene Auge des Horus zurück.
Das Kapitel wird in zwei Teile gegliedert.

[174] Wikipedia, 2017, [https://de.wikipedia.org/wiki/Dezimaltrennzeichen].
[175] Humenberger, 2011, 150-169.

1. Bruch- und Dezimalschreibweise

   Das Kapitel wird sehr aufwendig eingeführt. Es beginnt mit der Erklärung der Bruchteile eines Ganzen. Auch hier wird mit einem Alltagsbeispiel - Geburtstagsfeier und Aufteilung der Geburtstagstorte - begonnen. Danach sind die Schülerinnen und Schüler selbst aufgefordert, die Bruchteile eines Ganzen in Aufgaben zu erkennen. Im Anschluss sollen die Schülerinnen und Schüler durch das Teilen von Strecken, was sie bereits im Kapitel der Division durchgeführt gaben, mit der Bruchrechnung vertrauter gemacht werden. Alle anschließenden Aufgaben sind mittels Stammbrüchen zu berechnen ($\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \ldots$).

   Im zweiten Teil des Kapitels Brüche und ihre Schreibweise wird erst auf die Bezeichnung bei Brüchen eingegangen. Oberhalb des Bruchstrichs steht der Zähler und unterhalb der Nenner. Auch die gemischte Darstellung wird in diesem Abschnitt eingeführt. Im Anschluss folgen wieder zahlreiche Aufgaben. Hier wird mit vielen Grafiken in Form von Kreisen und Quadraten gearbeitet.

   Eine Aufgabe bezieht sich auf die österreichische Fahne, die neben dem Beispiel abgebildet ist:

   856) *Die Farben der österreichischen Fahne sind rot-weiß-rot. Welcher Bruchteil der österreichischen Fahne ist*

   1) weiß, 2) rot ?[176]

   $$1)\ \frac{1}{3};\ 2)\ \frac{2}{3}$$

   Weitere 23 Aufgaben sind angeführt, darunter finden sich auch vorgerechnete Beispiele, schwierigere markierte Aufgaben und eine englische Aufgabe.

   Im dritten Teil wird der Sachverhalt angesprochen, dass die Bruchzahlen als Quotient zweier natürlicher Zahlen gelten, mit dem die Schülerinnen und Schüler schon unbewusst gearbeitet haben; also dass der Bruchstrich eine Division zeigt. Weiters wird auch graphisch verdeutlicht, dass verschiedene Brüche dieselbe Bruchzahl darstellen können. Mittels zwölf einfachen Aufgaben, die teilweise auch in Beispielform vorgeführt werden, sollen die Schülerinnen und Schüler die Inhalte vertiefen. So sollen Brüche in Dezimalschreibweise dargestellt werden oder ganze oder gemischte Zahlen in Halbe, Viertel oder Achtel umgerechnet werden.

[176] Humenberger, 2011, 155.

Der letzte Punkt in diesem Teil ist das Vergleichen von Bruchzahlen und Bruchzahlen auf dem Zahlenstrahl. Eine der vorgestellten Varianten des Vergleichens ist die Umrechnung in Dezimalschreibweise und die andere in Darstellung durch Strecken.

2. Rechnen mit Bruchzahlen

   Im ersten Teil dieses Abschnitts wird das Addieren und Subtrahieren von Bruchzahlen behandelt. Bei gleichem Nenner ist das Addieren und Subtrahieren von Brüchen sofort möglich. Ist der Nenner nicht gleich, muss umgerechnet werden.

   Die anschließenden Aufgaben gehen in vielfältiger Art und Weise mit dieser Thematik um. Unter anderem haben zwei Aufgaben die Musik zum Gegenstand, sie drehen sich um den Vier-Viertel-Takt, womit man die Notwendigkeit der Mathematik im Alltag beweist.

   Der zweite Punkt ist dem Multiplizieren und Dividieren von Bruchzahlen gewidmet.

   So wie beim ersten Teil (Addition und Subtraktion) sind die Rechnungen in Form von Grafiken und in Worten beschrieben.

   Also, $\frac{2}{3} * 7 = \frac{14}{3}$ → 2 Drittel * 7= 14 Drittel.

   Oder $\frac{2}{3} : 2 = \frac{1}{3}$ →2 Drittel : 2= 1 Drittel.

   Weiters wird das Dividieren von Bruchzahlen als Teilen und Messen wieder ins Gedächtnis gerufen. Brüche werden in diesem Abschnitt allerdings nicht durch Brüche geteilt, sondern der Divisor ist immer einstellig. Zwanzig Aufgaben schließen an das Kapitel an.

   Zuletzt präsentieren noch vermischte Aufgaben alle vier Grundrechnungsarten.

   Zum Beispiel:

I1) **H4)** **K1)**	**940)**	*In welche Flasche kann eine größere Flüssigkeitsmenge gefüllt werden, in eine $\frac{1}{2}$-l- Flasche oder in eine $\frac{7}{10}$-l-Flasche? Begründe deine Antwort!*[177]

Diese Aufgabe lässt ohne genaueres Überlegen natürlich meinen, dass in eine $\frac{7}{10}$- l Flasche mehr reinpasst. Rechnet man die Brüche in Dezimalschreibweise um, so passen in eine Halbliter-Flasche 0,5 l und in die andere 0,7 l. Somit stimmt die erste Vermutung.

Auch hier sind die einzelnen Bereiche der Bildungsstandards angegeben.

[177] Humenberger, 2011, 168.

Wissensstraße
Auch hier ist im letzten Kapitel des arithmetischen Teils eine Wissensstraße zur Selbstkontrolle der gelernten Inhalte angeführt.

Darauf folgt der geometrische Teil des Buchs.

2.2.4 Analyse der Erklärungen des mathematischen Inhalts und der Aufgabenstellung

Nach der ausführlichen Beschreibung der mathematischen Inhalte soll nun das Augenmerk auf die Konstruktion, die dahinter steht, gerichtet werden. Also nicht was, sondern wie beschrieben wird.
Eigentlich jedes Kapitel[178] im arithmetischen Teil des Buchs wird mit einer mathematik-geschichtlichen Themenseite eingeleitet. Wie bereits oben erwähnt, sind diese nach Vorlage von Prof. Rudolf Taschner entstanden. Es greift auch das Motto des Vorworts: „Mathematik ist überall" auf. Gleich in welcher geschichtlichen Epoche, Mathematik hat sich mit dieser entwickelt und war ein großer Teil des gesellschaftlichen Lebens, man denke an die ägyptischen Brüche (Stammbrüche) oder an die französische Revolution und die Vereinheitlichung der Maße. Diese Verbindung von Geschichte und Mathematik und ihre Wirkung werden noch näher im dritten Kapitel dieser Arbeit besprochen.
Nach dieser geschichtlichen Einführung wird meist ein Problem aus dem Alltag mithilfe des im Kapitel vorgestellten mathematischen Inhalts gelöst. Diese Aufgaben sind verschiedenartig und versuchen, über die römischen Zahlzeichen auf dem Schottenkloster in Wien bis auf eine Schneehöhe messende Johanna alle Bereiche im Leben anzusprechen. Durch das direkte Ansprechen der Schülerinnen und Schüler zeigen die Autoren, das jede Aufgabenstellung im Leben der Schüler vorkommen könnte. Interessant dabei zu erwähnen ist, dass die Autorinnen und Autoren den einzelnen Protagonisten dieser Einführungsbeispiele auch Namen geben. Zum Vergleich: Ries arbeitet vorwiegend mit der direkten Anrede, und Namen kommen darin kaum vor.
Die Verteilung der Hauptprotagonisten nach Geschlechtern in diesen Beispielen zeigt, dass mehr weibliche Protagonistinnen als Protagonisten in solchen Einführungsbeispielen eine Rolle spielen. Dies zeigt folgende Tabelle:

[178] Ausnahme Kapitel F Statistik.

Kapitel	Einführungs-beispiele Gesamt	Weibliche Person Hauptprotagonistin	Männliche Person Hauptprotagonist	Beide Geschlechter Haupt-protagonisten	Beispiele ohne geschlechtlichen Kontext
A	5	-	-	-	5 (im vierten Bsp. wird man direkt angesprochen)
B	15	5	3	4	3
C	3	2	-	1	-
D	5	-	1	2	2
E	5	3	2	-	-
F	2	1	1	-	-
G	1	-	-	1	-
Gesamt	**36**	**11**	**7**	**8**	**10**

Treten die beiden Geschlechter zusammen auf, so kann es leicht passieren, dass der Lösungsweg des Mädchens sinnvoller und überlegter ist, wie das Einführungsbeispiel zum Multiplizieren mehrerer Faktoren zeigt.

Stefan und Carmen fahren mit ihrem Vater zum Großmarkt, um Blumenstöcke für den Garten zu kaufen. Sie kaufen zwei verschiedene Blumenarten, von jeder Art 17 Stück. Ein Blumenstock kostet 5 €. „Im Kopf" überlegen sie sich den Gesamtpreis und rechnen: $5\,€ * 17 * 2$.

→ *Stefan rechnet der Reihe nach:* $5\,€ * 17 = 85\,€;\; 85\,€ * 2 = 170\,€$

Carmen überlegt zuerst, bevor sie rechnet: $5\,€ * 2 = 10;\; 10\,€ * 17 = 170\,€$

Klar rechnet Carmen hier intelligenter, sie beginnt auch nicht sofort, sondern nimmt sich davor Zeit zum Überlegen.

Vielleicht ist das ein bewusster oder auch unbewusster Versuch, das weibliche Geschlecht mit der Mathematik enger vertraut zu machen.

Im vierten Einführungsbeispiel im Kapitel A werden die Leserin und der Leser direkt angesprochen. Auch diese persönliche Anrede soll Ansporn sein, sich mit diesen Problemstellungen auseinanderzusetzen.

Da für die Leserinnen und Leser das Problem an dieser Stelle, der Einführung in das Thema, noch nicht lösbar ist, folgt im Anschluss an die Angabe die Lösung inklusive beschriebenem Lösungsweg.
Die vorgestellte Theorie, sei es eine Definition oder eine Zusammenfassung der Rechenschritte, wird immer in einem orangen Merkkasten festgehalten. Dies ermöglicht beim schnellen Durchblättern des Buchs ein schnelles Auffinden der gesuchten mathematischen Inhalte. Die wichtigsten Punkte darin sind nämlich noch zusätzlich markiert. Auch die Einführung von mathematischen Gesetzen und deren ausführliche Diskussion liefern den Leserinnen und Lesern eine Antwort auf die Frage, warum etwas so zu berechnen ist.
Danach wird durch zahlreiche Übungsaufgaben angeregt, selbst zu rechnen. Bei den folgenden Übungsbeispielen ist auch ein Muster zu erkennen. Zuerst folgen Aufgaben mit konkreten Aufforderungen, wie etwas zu berechnen sei.

Zum Beispiel Aufgabe 330 aus dem Kapitel Rechnen mit Natürlichen Zahlen (Dividieren mit natürlichen Zahlen):
330) *Dividiere der Reihe nach durch 10,100, 1000!*
Nach diesem Eintrainieren der Rechenoperationen folgen meist Textaufgaben, in denen diese Rechenoperationen eingearbeitet sind.
Hierzu ist die Aufgabe 336 anzuführen:
336) *Bei einer Sammlung wurden 3580 € eingenommen. Dieses Geld wird auf 20 Personen gleichmäßig aufgeteilt. Wie viel Euro bekommt jede Person?*

$$\begin{array}{l} 358\cancel{0} : 2\cancel{0} = 179 \\ \;\;15 \\ \;\;\;\;18 \\ \;\;\;\;\;\;0\ R. \end{array}$$

→ Jede Peron bekommt 179 €.

Auch in diesem Beispiel ist eine einfache Division durchzuführen, allerdings ist diese in einen Text verpackt.
Die Kontexte der Aufgaben erstrecken sich über viele Bereiche des alltäglichen Lebens. Zahlreiche Aufgaben werden durch die Berechnung von tatsächlichen Höhen von österreichischen Bergen oder von Distanzen der einzelnen neun Landeshauptstädte zueinander

sehr realitätsnahe und vermitteln auch Allgemeinwissen. Auch die Visualisierung[179], zum Beispiel des Piz Buin, die neben den zahlreichen Aufgaben gezeigt wird, illustrieren das Motto: Mathematik ist überall - perfekt.
Dem Schüler, der Schülerin sind auch Auswahlmöglichkeiten der Aufgaben gegeben. Denn die Aufgaben unterscheiden sich zwischen normalen, schwierigen, englischen, Partner- und Gruppen- und Denksportaufgaben.
Am Ende eines Kapitels gibt es wieder in einem orangen Kästchen eine Zusammenfassung der wichtigsten Inhalte. An diese schließt die Wissensstraße an. Diese fasst die wichtigsten Punkte in Form von Aufgaben zusammen, die als Selbstüberprüfung beim Lernen dient. Diese können anschließend mit einem Häkchen gekennzeichnet werden, wenn man sie erfolgreich gelöst hat.
Dieses Grundgerüst der Konstruktion der Kapitel zieht sich durch den untersuchten Teil des Schulbuchs (arithmetischer Teil). Zahlreiche Kapitel weisen Unterkapitel auf, die nach demselben Schema aufgebaut sind.

2.2.5 Analyse der benutzten Sprache

Obwohl man fast die Vermutung hat, in der Mathematik brauche man keine Worte, denn sie lebt von Formeln und Zahlen, muss man hier feststellen, dass die Verwendung von Sprache eines der wichtigsten Charakteristika eines Schulbuchs ist. Benutzt man ausschließlich die mathematische Fachsprache, wird sich wohl kein Klassenlehrerin/Klassenlehrer einer ersten Klasse Unterstufe dazu entschließen, dieses Schulbuch für den Unterricht zu verwenden.
Dieses Schulbuch zeichnet sich durch die Benutzung einer verständlichen, dem Alter entsprechenden Sprache aus. Dem Alter entsprechend bedeutet eine einfache, ohne viele Fremd- beziehungsweise Fachwörter auskommende Sprache. Nicht ganz geläufige Wörter, die im Wortschatz eines 10jährigen Kindes vielleicht nicht vorkommen, werden erklärt. Wie zum Beispiel in der Aufgabe 417, auf der Seite 74, wo es um eine Befragung geht. Rechts neben der Aufgabe ist ein beiges Kästchen mit der Erklärung zu Befragung/Umfrage.[180]
Ein weiteres Beispiel für die Verwendung einer kindgerechten Sprache ist die Verdeutschung von Fachwörtern. Zum Beispiel wird das Kommutativgesetz der Multiplikation im Schulbuch eigentlich als das Vertauschungsgesetz[181] vorgestellt. Das Fachwort Kommutativgesetz wird

[179] Humenberger, 2011, 75.
[180] Humenberger, 2011, 74.
[181] Humenberger, 2011, 71.

sogar im Merkkasten nur in Klammer gesetzt. Für Kinder ist es meist schon schwer genug, den mathematischen Inhalt des Gesetzes reproduzieren zu können, von den Fachwörtern ganz zu schweigen.

In den Einführungsbeispielen geht es meist um Probleme, die entweder mit Personen oder mit anderen alltäglichen Kontexten zu tun haben. Der gegebene Lösungsweg wird auch vom Protagonisten vorgeführt. Also nicht in Form einer Handelsanleitung, was ich selber zu tun hätte, sondern die mit dem Problem konfrontierten Personen lösen es für die Leserin, den Leser auf.

Die Leserin oder der Lesers wird in den Einführungsbeispielen direkt angesprochen, zum Beispiel im Kapitel für *Natürliche Zahlen als geordneter Zahlbereich*[182], darin sollte man überlegen, wie weit man zählen kann.

Die wichtigen Inhalte der Merkkästen zeichnen sich unter anderem durch die Einfachheit des Satzbaus und ihrer prägnanten Form der Sätze aus. Diese Merkkästen führen hauptsächlich Definitionen, Erklärungen an, ohne direktes Ansprechen. Allerdings sind manchmal auch Anleitungen[183], wie etwas zu rechnen gehört, enthalten.

Bei den gestellten Aufgaben zeichnen sich zwei Bilder ab. In den eher theoretischen Aufgaben, dem ersten Teil der Aufgabenstellung, benutzen die Autoren die zweite Person in der Imperativform. Meist handelt es sich dabei nur um eine einfache Aufforderung, was zu tun ist. Auch hier werden Signalwörter verwendet, wie: *setze, löse, berechne* - die ohne viel Text die zu übende Rechnungsart aufgeben. In den Textaufgaben, dem zweiten Teil des Aufgabenpools eines jeden Kapitels, ist der Kontext entscheidend für die Formulierung, meist sind diese ohne Imperativform formuliert.

Die Autoren benutzen in den Aufgabenstellungen nie eine Konjunktivform. Die meisten Textaufgaben beruhen ja auf der Realität.

Besonders sind die englischen Aufgabenstellungen, diese sollen natürlich auch den fächerübergreifenden Unterricht fördern.

2.2.6 Fazit

Am Ende dieses Abschnitts soll eine kurze Zusammenfassung der wichtigsten Aspekte dieser Analyse stehen.

[182] Humenberger, 2011, 23.
[183] Humenberger, 2011, 51.

Das Motto des Buches, Mathematik ist überall, das am Anfang des Vorworts steht, wird auf jeden Fall durch dieses Buch verdeutlicht.
Erstens durch die Gestaltung - sei es durch die vielen Bilder, passend zur Aufgabe; die zusätzlichen Informationen, geschichtlicher oder naturwissenschaftlicher Art, die das Schulbuch auch zu einem kleinen Lexikon machen. Aber auch der Einsatz von bunter Tinte und das Markieren der wichtigsten Theoriesätze helfen, beim Lernen den Überblick zu behalten.
Das Bewahren des Überblicks gelingt vor allem durch den einheitlichen Aufbau. Somit bleibt auch eine gewisse Struktur erhalten. Die Gliederung, von den einfacheren Inhalten zu den schwierigeren, macht einen wesentlichen Faktor dieser Struktur aus. Fairerweise muss man auch sagen, dass diese Aspekte maßgeblich für die Konzeption von Schulbüchern sind.
Den Autoren gelingt es also einen Bogen von der Theorie zur Anwendung zu spannen und wird so dem Anspruch „Mathematik ist überall" sicher gerecht. Im Buch sind auch Musterbeispiele zur Lösung von weiterführenden Aufgaben enthalten, allerdings nicht zu jeder Aufgabe. Die Lösungen sind genauso wenig im Schulbuch enthalten; zur Überprüfung benötigt man ein zusätzliches Lösungsheft. Das animiert natürlich eher zum selbstständigen Rechnen und nicht zum Abschauen und Abschreiben.
Nicht außer Acht zu lassen ist auch die Benutzung der kindgerechten Sprache. Mathematik ist wohl schon komplex genug und bedarf einfacher und prägnanter Erklärungen. Es soll nicht das Studieren von Erklärungen im Fokus stehen, sondern das Tun und Anwenden.
Dieser Realitätsbezug in den Aufgaben lehrt, neben den mathematischen Fähigkeiten, oftmals noch anderes Wissenswertes (Höhe des Dachsteins, etc.). Im Zuge dieser Informationen bin ich in der dritten Klasse der Unterstufe durch das Schulbuch „Das ist Mathematik 3" mit Adam Ries konfrontiert worden, was wahrscheinlich unterbewusst ausschlaggebend für die Themenstellung der Diplomarbeit war. Auch die verschiedenen Aufgabenkategorien, die schwierigeren, englischen, Partner-, Gruppen- und Denksportaufgaben bringen eine gute Mischung.
Ein Punkt, der in dieser Analyse angesprochen wurde, war die Geschlechterverteilung gerade in den Einführungsbeispielen. Entweder passierte hier eine zufällige oder bewusste Stärkung des weiblichen Geschlechts in den Naturwissenschaften - sei es im klügeren Lösen von Beispielen oder im häufigeren Vorkommen in den Beispielen. In zahlreichen Fachdidaktik-Vorlesungen oder Übungen an der Uni lernt man, dass das Gendern beziehungsweise auch

das wiederholte Auftreten des weiblichen Geschlechts in den Aufgaben sich positiv auf die Einstellung des Erlernens von Mathematik bei Mädchen auswirkt.
Zu guter Letzt ist auch die Wissensstraße zu nennen. Diese regt nicht nur zum Wiederholen der gelernten Theorie an, sondern gilt als hilfreiche Unterstützung für das selbstständige Lernen für die Schularbeiten.

2.2.7 Anmerkung

Mit dem Schuljahr 2017/18 kommt eine neue Ausgabe von *Das ist Mathematik 1*[184] in die Schulen. Ein neues Autorenteam hat das Buch ganz neu gestaltet. Nicht nur das äußere Erscheinungsbild, sondern die inhaltliche Aufbereitung unterscheidet sich deutlich von der vorherigen Auflage.
Im Vergleich zur vorherigen Ausgabe gibt es nun anstatt zwei (Arithmetik und Geometrie) fünf große Kapitel, die sich in weitere Unterkapitel gliedern:

1. Zahlen und Maße
2. Variable, funktionale Abhängigkeiten
3. Statistische Darstellungen und Kenngrößen
4. Geometrische Figuren und Körper
5. Technologie

Das Kapitel 1 Zahlen und Maße entspricht mit den Unterkapiteln „Natürliche Zahlen, Rechnen mit natürlichen Zahlen, Dezimalzahlen, Bruchzahlen und Zeitmessung“ unserem analysierten inhaltlichen Teil der vorherigen Ausgabe. Im Vergleich zu unserer analysierten Auflage bemerkt man eine deutlich striktere Gliederung. In der neuen Ausgabe umfasst das Kapitel Dezimalzahlen auch das Rechnen mit Dezimalzahlen, welches in der älteren Ausgabe getrennt betrachtet wurde.
Nicht nur die inhaltliche Aufbereitung ist unterscheidend, auch die vorher analysierten Aufgaben. So findet man die Übersetzung von Ries‘ Geburts-und Sterbejahr von römischen Zahlen in indisch-arabische Zahlen nicht mehr. Allerdings sind nun Aufgaben mit zeitgemäßem Kontext, wie zum Beispiel mit Social Media-Kontext angeführt.
Die Aufgabe 48[185] im Kapitel Natürliche Zahlen (Runden von Zahlen):

[184] Humenberger, 2016.
[185] Humenberger, 2016, 20.

48) *In der Tabelle findest du die Nutzerzahlen einiger sozialer Medien:*

(Quelle: www.socialmediaradar.at, 2015):

1) Bei welchen Plattformen liegt die Nutzerzahl als gerundeter Wert, bei welchen Plattformen als exakter Wert vor?

2) Worin liegt der Vorteil genauer Werte, worin jener gerundeter Werte?

3) Runde die Nutzerzahl von Twitter auf ZT!

4) Angenommen, die Nutzerzahl von Facebook wurde auf HAT gerundet. Wie lautet die kleinstmögliche bzw. größtmögliche Nutzerzahl, die zum angegebenen Wert führt?

(Humenberger, 2016, 20)

Interessant ist auch, dass man keine englischsprachigen Aufgaben oder Gruppenaufgaben mehr findet. Man teilt die Aufgaben nur noch in schwierigere Aufgaben und Denksportaufgaben ein. Neu ist allerdings auch, dass vor jeder Aufgabe ein sogenannter Kompetenzkreis zu finden ist, der die Handlungsbereiche[186] „Rechnen, Operieren; Interpretieren; Darstellen, Modellbilden; Argumentieren, Begründen" kennzeichnet. Die Wissensstraße blieb erhalten, zusätzlich wurde auch am Ende des Kapitels eine Aufgabensammlung unter dem Titel „*Üben und Sichern*" hinzugefügt, um die gelernten Inhalte des Abschnitts nochmals zu wiederholen.[187] Eine weitere Neuheit sind auch die Online-Videos, in denen Prof. Taschner zusätzliche Informationen zur Geschichte der Mathematik vorstellt. Dies ist eine große Neuerung; die Themenseiten sind deutlich gekürzt worden und es sind nun deutlich weniger historische Informationen angeführt. Trotz der Zusammenführung der beiden Kapitel der Dezimalzahlen (Dezimalzahlen und Rechnen mit Dezimalzahlen) blieb die Themenseite von Adam Ries bestehen. Zwei Absätze behandeln die Person Adam Ries. Der erste Absatz, *Adam Ries - ein wahrer Mathematik-Meister,* präsentiert ihn als *Vater des modernen Rechnens* und geht auf sein Kapitel *Numerirn,* die Dezimalschreibweise, ein. Der zweite Absatz, *Rechnen nach Adam Ries(e),* verdeutlicht, dass das Rechnen mit den Dezimalzahlen gleich ist wie mit natürlichen Zahlen; muss man nur den Stellenwert und die Null im Auge behalten. Am Schluss wird noch sein Rechenbuch erwähnt. Gekürzt wurde die Seite deutlich, die Doppelseite der vorherigen Ausgabe wurde auf eine Seite gekürzt.

[186] Humenberger, 2016, 8.
[187] Humenberger, 2016, 7.

An dieser Stelle kann ich leider keine Auskunft geben, ob in den weiterführenden Ausgaben von *Das ist Mathematik 2-3*, die Aufgaben aus Ries Rechenbuch erhalten bleiben, denn diese erscheinen erst 2018 und 2019.
Allerdings ist festzuhalten, dass es sehr erfreulich ist, dass die Informationen um Ries' Person trotz der verkürzten Darstellung der historischen Themenseiten erhalten geblieben sind.

2.3 Conclusio

So stellt sich nunmehr die Frage, die der Ansporn für den Verfassens dieser Arbeit war: Inwieweit nimmt Adam Ries noch immer Einfluss auf unsere heutige Schulbuch-Gestaltung?
Damit einhergehend stellt sich auch die berechtigte Frage: Wie ist dieser Einfluss überhaupt feststellbar? In dieser folgenden Conclusio möchte ich vor allem einen Vergleich der beiden Werke konstruieren, der es anschließend ermöglichen soll, Mutmaßungen anstellen zu können, wo Ries‘ Gedankengut heute noch in der Konzeptionierung von Schulbüchern greifbar wird.
Ist so ein Vergleich solch unterschiedlicher Rechenbücher eigentlich legitim? Die Bücher wurden in so grundverschiedenen Zeiten verfasst. Ries‘ Rechenbuch stammt aus einer Zeit, in der es noch nicht lange Brauch war, Bücher zu drucken. Außerdem war man damals noch weit von einer allgemeinen Schulpflicht entfernt und der Unterricht in einer Rechenschule nur schwer mit dem heutigen Schulbetrieb zu vergleichen. Die Motivation der damaligen Leserschaft differierte zu der der heutigen Generation. So haben die Leserinnen und Leser Ries Werk vor allem studiert, um ihre alltäglichen Berufsgeschäfte durchzuführen. Die Leserschaft im Jahr 2017 **muss** es gewissermaßen lesen, denn dieses Werk ist Teil der Pflichtschullektüre. Die Voraussetzungen der beiden Zielgruppen sind also jeweils andere. Während für Ries‘ Buch keine Vorkenntnisse notwendig sind, haben die Leserinnen und Leser des Schulbuch *Das ist Mathematik 1*, bereits ein vierjähriges Volksschulwissen in Mathematik. Doch so verschieden all diese Dinge erscheinen mögen, so eint sie ein bestimmter Punkt: Beide Bücher wurden mit dem Ziel, die Rechenkunst zu verbreiten, verfasst. Unter dieser Bedingung scheinen diese anfänglichen Bedenken wohl kleiner zu werden, denn sowohl damals wie auch heute sind diese Bücher notwendig für Schülerinnen und Schüler, um die Kunst der Mathematik zu erlernen.

Aufbau & Layout der Bücher

Beginnen wir mit dem Aufbau der beiden Bücher. In der behandelten Ausgabe des Rechenbuchs von Ries scheint kein Inhaltsverzeichnis auf. Im Schulbuch *Das ist Mathematik 1* ist ein Inhaltsverzeichnis angeführt, das auf einen Blick erkennen lässt, dass in dem Werk weitaus mehr Stoff behandelt wird, dazu allerdings später.

Bei Ries steht zu Beginn ein Vorwort, oder besser gesagt ein Loblied auf die Mathematik. Ries gibt geschichtliche und christliche Gründe an, warum die Arithmetik und die ganze mathematische Wissenschaft vonnöten seien.

Anschließend an das Inhaltsverzeichnis findet man auch in *Das ist Mathematik 1* ein Vorwort. Dieses Vorwort gilt als Entgegnung auf die Frage: Was ist Mathematik? Hier kommen die Autoren zu der Antwort, dass Mathematik überall und in unserem alltäglichen Leben von großer Bedeutung ist. Hier haben wir auch eine erste Übereinstimmung der beiden Werke. Die Motivation und Begründung, gerichtet an die Leserschaft, dass es für das alltägliche Bestehen wichtig ist, die Künste der Mathematik zu verinnerlichen. Ein wesentlicher Unterschied der beiden Werke ist natürlich die Vielfalt der mathematischen Kapitel. Während Ries sich rein auf arithmetische Kapitel beschränkt, ist das Schulbuch doch etwas vielfältiger. Man darf nicht vergessen, dass das Schulbuch sich am Lehrplan der ersten Klasse Unterstufe orientiert und die Geometrie ebenfalls zu unterrichten ist. Allerdings eint sie eine Gemeinsamkeit, beide beginnen mit der Einführung unbekannter Zahlen. Für die Ries-Leserinnen und -Leser waren dies die indisch-arabischen Zahlen und für die Leser von *Das ist Mathematik 1* sind dies die römischen Zahlen. Ein weiterer Unterschied ist, dass in Ries‘ Werk das Rechnen mit den Linien ein ganz wichtiger und bedeutender Punkt ist. Im Schulbuch *Das ist Mathematik 1* wird diese Art zu rechnen gar nicht erwähnt. Beide Bücher besprechen die Grundrechnungsarten ausführlich. Das Schulbuch von heute führt allerdings das *Medieren* und *Duplieren* nicht als eigene Rechenart an. Auch das Kapitel der *Progression* (das Bestimmen der Summe von arithmetischen und geometrischen Reihen) wird im Schulbuch ausgelassen. Die *Regula detri*, die bei Ries eigentlich den Großteil seines Werks ausmacht, wird in *Das ist Mathematik 1* nicht als eigenes Kapitel eingeführt. Allerdings handelt ein Unterkapitel des großen Kapitels *Rechnen mit natürlichen Zahlen* vom *Direkten Verhältnis*. Es handelt sich dabei um den gleichen Aufgabentyp, der auch bei der *Regula detri* gegeben ist, allerdings werden diese Aufgaben mittels einer anderen Methode berechnet.

Beide führen ein ausführliches Kapitel über die Bruchzahlen und ihre Rechnungsarten ein; wie sich die beiden voneinander unterscheiden, wird in dem später beschriebenen Punkt „Aufbereitung des mathematischen Inhalts“ gezeigt. Im Großen und Ganzen waren das die Kapitel mit gleichem oder ähnlichem Inhalt. Im Schulbuch *Das ist Mathematik 1* wird neben der Statistik auch noch auf die Gleichungen eingegangen, die Ries bewusst ausgelassen hatte.

Bezüglich des Layouts könnten sie natürlich nicht unterschiedlicher sein. Der Nachdruck des Originaldrucks von Ries‘ Buch gibt Hinweise über die Originalausgabe. Das im Oktavformat gedruckte Ries-Buch hat die Maße von 114 mm x 172 mm[188]. Somit ist dies deutlich kleiner als das Schulbuch, Das ist Mathematik, mit den Maßen 190 mm x 260 mm. Auch von der Seitenanzahl ist das Schulbuch (280 Seiten) umfangreicher als das Rechenbuch Ries‘, mit 71 Seiten, die doppelt bedruckt wurden, sprich 142 Seiten. Die graphische Gestaltung der beiden Bücher ist wohl kaum vergleichbar. Umfangreiche Drucke konnte damals niemand bezahlen, man sieht es im Vergleich zum Druck des dritten Rechenbuchs. Dieses wurde aufgrund der zu hohen Kosten anfangs gar nicht gedruckt. Die heutigen Schulbücher sind natürlich in Farbe und reich illustriert. So generell kann man nicht sagen, dass das zweite Rechenbuch schlicht gehalten wurde. Die verschiedenen Auflagen des zweiten Rechenbuchs unterscheiden sich nämlich maßgeblich im Farbdruck und in den gedruckten Holzschnitten.[189]

Aufbereitung des mathematischen Inhalts

Aufgrund der verschiedenen Niveaus des Wissens der Leserinnen und Leser von Ries und *Das ist Mathematik 1*, ist die Aufbereitung der mathematischen Inhalte sehr verschieden.
Beginnen wir beim Aufbau der einzelnen Kapitel. Während Ries in seinem ersten Satz die Definition gleich vorausschickt, versucht der Herausgeber Humenberger mit seinen Koautorinnen und Koautoren erst nach einem Einführungsbeispiel, die mathematische Definition zu geben. Ries setzt nach der Definition meist mit der Erklärung fort, was zu tun ist und veranschaulicht die Rechenschritte mit einem anschließenden Beispiel. Liegt der Fokus von Ries eher in der Vermittlung, wie man etwas zu rechnen hat und dafür gibt es viele detaillierte Anleitungen, ist der Fokus beim Schulbuch ein anderer. Dieses richtet sich nämlich darauf aus, warum etwas so gerechnet wird und die damit einhergehende Vermittlung von mathematischem Hintergrundwissen. Ries verzichtet darauf gänzlich. Im Anschluss folgen in beiden Werken Aufgaben zur selbstständigen Durchführung. Während in Ries‘ Werk die Lösungen zu den einzelnen Aufgaben mit angeführt wurden, sind die Lösungen des Schulbuchs in einem eigenen Lösungsheft gedruckt. Einen Punkt haben die beiden Bücher wieder gemeinsam: alle Kapitel sind vom Aufbau her ident. Jedes Kapitel liefert in der entsprechenden Thematik des mathematischen Inhalts die gleichen Punkte: Definition, Erklärung, vorgerechnetes Übungsbeispiel und zahlreiche Übungsaufgaben, allerdings in einer anderen Anordnung. Zur Überprüfung der ausgeführten Rechenoperation kommt auch in beiden Werken die Probe zum Einsatz. Beide führen die Probe in ihrer Schrift an, nur weist

[188] Din Formate, 2012, [http://www.din-formate.info/deutsche-buchformate.html].
[189] Wußing, 1992, 62.

Ries beim schriftlichen Rechnen gleich im Anschluss der vorgestellten Rechenoperation darauf hin. Dagegen erklären die Autoren des Schulbuchs zuerst die Rechenoperationen einzeln und führen im Anschluss ein eigenes Kapitel, um den Zusammenhang zu erklären, ein. Aus persönlicher Sicht wird in meinen Augen bei Ries der Rat, die Probe durchzuführen, stärker betont als im Schulbuch. Trotz dieser verschiedenen Herangehensweisen ähneln sie sich in folgenden Punkten der Aufbereitung des mathematischen Fachwissens: In beiden Büchern werden die Grundrechnungsarten verdeutlicht. Zumindest, wenn man das Linienrechnen als Veranschaulichung der Rechenoperationen anerkennt. Auch die Autoren des Schulbuchs versuchen, die Grundrechnungsarten zu illustrieren; so werden die Addition und Subtraktion durch das Darstellen auf dem Zahlenstrahl oder das Rechnen mit Strecken verbildlicht. Auf ähnliche Art und Weise führen beide Bücher die Multiplikation und Division ein. Die einzelnen Kapitel werden unterteilt und beschäftigen sich abschnittsweise zuerst mit dem einstelligen und dann erst mehrstelligen Multiplizieren oder Dividieren. Entfernt ähneln sich die Kapitel zur Bruchrechnung zumindest im Inhalt. Sie führen beide die Bezeichnungen Nenner und Zähler und alle vier Grundrechnungsarten ein. Allerdings geht Ries nach einer sehr knappen Einführung gleich zu den Grundrechnungsarten über. Im Schulbuch aber wird ausführlich erklärt, was Brüche sind, also ein Teil von einem Ganzen, das mit vielen Grafiken illustriert wurde, um ein besseres Verständnis zu erzeugen. Beide Bücher führen Einführung in das Stellenwertsystems ein. Beide gehen weiters auch auf die Schreib- und Sprechweise von großen Zahlen ein. Diese Einführung in Ries‘ Werk ist einer der wichtigsten Punkte in Ries‘ Vermächtnis, natürlich neben der Redensart.

Aufgaben

Eine solide Vermittlung der Recheninhalte, ohne diese anwenden zu können, ist gewiss nicht das Ziel der Autoren. Eine erfolgreiche Anwendung der neu erlernten Inhalte ist der wichtigste Zeuge des Verständnisses. Beide Werke brillieren darin, durch die zahlreich angeführten Aufgaben. Ries‘ Rechenbuch ist aber besonders, da er einzelne Kapitel mit Aufgaben zu verschiedenen Berufsgruppen anführt. Diese Alltagsaufgaben waren auch bedeutend für Ries‘ Erfolg. Seine Schülerinnen und Schüler konnten durch diese Aufgaben die für ihren Beruf notwendigen mathematischen Fähigkeiten erlernen. Im Schulbuch ist eine solche Unterteilung in Berufsgruppen natürlich nicht zu finden. Denn heute ist ein vielfältigeres Allgemeinwissen vorhanden als damals. Im Schulbuch *Das ist Mathematik 1*, ist eine Besonderheit zu erkennen: die Unterscheidung von Aufgaben in verschiedene Kategorien (schwierige, englische, Partner-, Gruppen- und Denksportaufgaben). Unter anderem waren auch sogenannte Zauberquadrate zu lösen. Diese Zauberquadrate wurden auch in Ries' Rechenbuch eingeführt und zählten zur Unterhaltungsmathematik. Ries führte nämlich am Schluss seines Buches einige Klassiker der Unterhaltungsmathematik an. In beiden Büchern wurde ein Schwerpunkt auf das Umrechnen von Größen gelegt. Das Rechnen mit Größen war in der Zeit von Ries schon von großer Bedeutung. Dies war in allen Lebensbereichen notwendig, man denke nur an den Geldwechsel und die verschiedenen Währungen der damaligen Zeit.[190] Auch im Schulbuch von heute ist das Umrechnen von Größen in zahlreichen Aufgaben vertreten. Den Punkt Mädchen vs. Bursch, der in der Analyse des Schulbuchs aufgekommen ist, ist mit Ries Werk schlecht vergleichbar. Wenigen Mädchen war damals die Schulbildung oder der Zugang zu Wissen möglich. Heutzutage ist dies natürlich anders; alle Kinder sind bis zur neunten Schulstufe zum Schulbesuch verpflichtet. Das Gendern ist gegenwärtig - eine wichtige politische und gesellschaftliche Angelegenheit. Ries unterscheidet in seiner Aufgabenstellung nicht zwischen Bursch und Mädchen und er spricht die Leser immer direkt an. Ein interessanter Punkt ist im Kapitel *Regula cecis oder virgina* zu finden. Dieses ist in der deutschen Übersetzung auch unter Jungfernrechnung bekannt. Da geht es im Grunde um Zechaufgaben, die auch als Mischaufgaben zu verstehen sind.[191] Hier ist eine Unterscheidung zwischen Jungfrauen und Frauen in der Aufteilung der Wirtshauszeche vorzunehmen, denn Frauen tranken meist mehr als Jungfrauen. [192] Doch sind keine weiteren merklichen Differenzierungen des Geschlechts bei Ries zu finden.

In der weiterführenden Schulbuchreihe kommen immer wieder Aufgaben aus Ries Rechenbücher vor; unter anderem im Schulbuch für die zweite Klasse *Das ist Mathematik 2*[193] Beispiel 80 zur Berechnung der Neunerprobe.

[190] Greefrath, 2010, 25.
[191] Deschauer, 2012, 262.
[192] Deschauer, 2012, 156.
[193] Humenberger, 2011, 23.

80 Berechne und überprüfe dein Ergebnis mit der Neunerprobe!

Beispiel **1)** 45 623 + 3 487 = 49 110 **2)** 13 · 11 = 143

1)

Summe der beiden Neunerreste

6

Neunerrest von 45 623 = 2 4 = Neunerrest von 3 487

6

Neunerrest des Ergebnisses

2)

Produkt der beiden Neunerreste

8

Neunerrest von 13 = 4 2 = Neunerrest von 11

8

Neunerrest des Ergebnisses

Auf Adam Ries, einen berühmten deutschen Rechenmeister (gest. 1559), geht die so genannte **Neunerprobe in einem Kreuz** zurück. Sie beruht auf den **Neunerresten** und ist bei Additionen (➔ Beispiel 1), Subtraktionen und Multiplikationen (➔ Beispiel 2) anwendbar.

Hinweis zu 1): Wie du bereits weißt, ist der Neunerrest einer Zahl gleich dem Neunerrest ihrer Ziffernsumme (➔ Seite 20).
Hinweis zu 2): Der Neunerrest von 13 · 11 ist genau so groß wie jener von 4 · 11, weil 13 = 9 + 4 ist. Dieser Neunerrest ist aber auch genau so groß wie jener von 4 · 2. Überlege, warum!
Ist die Summe bzw. das Produkt der Neunerreste größer als 9, musst du erneut den Neunerrest bilden.
Bemerkung: Wenn sich die Neunerreste oben und unten unterscheiden, liegt sicher ein Fehler vor. Auch wenn sie gleich sind, muss das Ergebnis trotzdem nicht unbedingt stimmen. Trotz möglicher Fehler könnte die Probe zufällig richtig sein.

a) 38 659 + 71 066 = **c)** 264 953 – 187 446 =
b) 41 782 – 25 779 = **d)** 32 173 · 256 =

23

Abbildung 4 Aufgabe Schulbuch 2 (Humenberger, 2011, 23)

Im Schulbuch *Das ist Mathematik 3*[194] wird ein Beispiel zur Aufstellung von Gleichungen angeführt. In der Angabe steht, es stamme aus dem Rechenbuch, das 1524 publiziert wurde. In der Ausgabe, die mir zur Verfügung stand, konnte ich eine ähnliche Aufgabe finden, jedoch mit anderen Zahlen.

+ 544 Aufgabe aus dem Mathematikbuch (1524) von **Adam Ries**:
Jemand dingt einen Arbeiter für **28** Tage unter der Bedingung, dass er ihm **5** Pfennig (pro Tag) zahlt, wenn er arbeitet, dass der Arbeiter ihm aber **3** Pfennig (pro Tag) zu zahlen habe, wenn er nicht arbeitet.
Als nun **28** Tage um sind, rechnen sie miteinander ab und kommen zu dem Ergebnis, dass keiner dem anderen etwas schuldig ist, dass aber auch keiner dem anderen etwas zu geben hat, weder der Herr noch der Arbeiter.
Die Aufgabe lautet nun:
Wie viel Tage hat der Arbeiter gearbeitet und wie viel Tage nicht?

Abbildung 5 Aufgabe Schulbuch 3 (Humenberger, 2012, 108)

[194] Humenberger, 2012, 108.

Ries‘ Rechenbuch weist folgende Aufgabe auf:
Einer nimmt einen Arbeiter 30 Tage unter Vertrag. Wenn er arbeitet, gibt er ihm 7 Pfennig pro Tag. Wenn er aber faulenzt, rechnet er ihm 5 Pfenninge pro Tag ab. Und als die 30 Tage vorbei sind, ist keiner dem anderen etwas schuldig geblieben.
Die Frage: Wie viel Tage hat er gearbeitet und wie viel Tage hat er gefaulenzt?
(Deschauer, 2012, 137)
Mittels Regula falsi[195]*:*
Ansatz: 10 Tage gearbeitet und 20 Tage gefaulenzt

$$\begin{array}{cccc} 15 & minus & 30 & \\ & & & 60 \\ 10 & plus & 30 & \end{array}$$

$$\frac{15*30+10*30}{60}=12\frac{1}{2}$$

Er hat $12\frac{1}{2}$ Tage gearbeitet und $17\frac{1}{2}$ gefaulenzt.
Somit werden die Schülerinnen und Schüler auch heute noch mit Ries‘ Aufgaben konfrontiert.

Sprache

In diesem Punkt sind sich die Verfasserinnen und Verfasser des Rechenbuchs und Schulbuchs einig: eine einfache, prägnante Sprache ist der beste Begleiter zum Erlernen mathematischer Zusammenhänge. Ries verzichtet auf die sogenannte Fachprosa und verwendet eine einfache Sprache, mit vielen Wörtern aus dem Alltag. Lateinische Zusammenhänge, wie zum Beispiel die Überschriften der einzelnen Kapitel, übersetzt er, damit die Leserinnen und Leser verstehen, was zu tun ist. Diese Methode ist auch im Schulbuch *Das ist Mathematik 1* zu finden. Man denke hier nur an die Einführung der Division, als Teilen und Messen. Weiters geben die Autorinnen und Autoren des Schulbuchs auch Erklärungen zu Fremdwörtern und führen die deutschen Begriffe der Gesetze ein. Dadurch ist das Verständnis auch größer.

[195] Deschauer, 2012, 137.

Vertauschungsgesetz, anstelle von Kommutativgesetz, merken sich die Zehn- bis Elfjährigen sicher leichter.
Auch der Einsatz von immer wiederkehrenden Signalwörtern in beiden Werken ist eine Hilfestellung zum besseren Verständnis.

Die Einfachheit des Satzbaus wird in beiden Werken zum Charakteristikum. Generell sind sie sich in diesem Punkt, der Verwendung einer einfachen und prägnanten Sprache, ähnlich.

Schlussworte

Summa summarum: Ist nun ein Einfluss feststellbar?
Ries‘ Rechenbuch war das Paraderechenbuch seiner Zeit. Seit Ries‘ Lebzeiten hat sich nicht nur die Fachmathematik weiter entwickelt, sondern auch unser gesellschaftliches Leben. Vieles ist heute völlig anders als zu Ries‘ Zeiten. Doch Ries‘ Werk hob sich vor allem aufgrund seiner didaktischen Leistungen merklich von den anderen Rechenbüchern seiner Zeit ab, und somit wage ich, an dieser Stelle sagen, dass ein Einfluss Ries auf unsere heutige Schulbuchkonzeptionierung merkbar ist.
So vor allem in den großen und vielfältigen Aufgabenpools, die zur Vertiefung und Einübung der mathematischen Sachverhalte gegeben sind. Eine weitere Besonderheit war die Eingliederung der Mathematik in den Alltag, die Ries auszeichnete, denn diese setzte genau am Bedürfnis der Menschen, die Rechenkunst zu erlernen, an. Heute ist die Tendenz der Eingliederung der Mathematik in das alltägliche Leben ebenfalls vorhanden. Mathematik ist überall, sei es in der Biologie, in der Medizin oder beim Geldherausgeben an der Kasse. Ohne ein Zahlenverständnis ist es sicherlich schwierig, in der heutigen Welt zu bestehen.
In einem weiteren Punkt sind sich die Verfasser der Bücher einig, nämlich darin, die mathematischen Inhalte durch Denksportaufgaben oder Aufgaben der Unterhaltungsmathematik aufzulockern. In beiden Büchern kommen Aufgaben zu den Zauberquadraten vor oder einfache Denksportaufgaben, bei Ries unter anderem das Brunnenbeispiel.
Ries gelang in der Gliederung seines Werkes ein Meisterstück in der Konzeptionierung der Steigerung des Schwierigkeitsgrads. Diese Gliederung ist heute noch ein zentraler Punkt in der Schulbuchgestaltung.
Ries‘ Sprache galt als ein Erfolgsgarant. Nicht nur, dass es eines der ersten mathematischen Werke in deutscher Sprache war, sondern, dass er eine einfache und prägnante Sprache

gewählt hatte, zeichnete ihn besonders aus. Dieses Charakteristikum ist heute noch entscheidend und wird genauso im Schulbuch *Das ist Mathematik 1 benutzt*.

Doch Ries‘ Präsenz in den heutigen Schulbüchern ist wohl das größte positive Argument, dass er noch heute Einfluss auf die Schulbuchgestaltung nimmt. Denn nicht vielen gelingt es, 525 Jahre nach ihrer Geburt immer noch in Schulbüchern genannt zu werden, außer man war Meister seines Fachs. Ries war nicht nur Meister der Rechenkunst, er war vor allem ein Meister der Vermittlung jener. Daher ist er nicht nur durch die Redensart heute unvergessen, sondern auch durch seine Arbeit und sein Ziel, die Rechenkunst jedermann zu öffnen.

Und somit bleibt am Schluss nur noch zu sagen: Ries nimmt sicherlich noch immer Einfluss auf die Gestaltung, denn jene didaktisch herausragende Punkte aus Ries‘ Feder sind auch gegenwärtig erstaunlich aktuell.

3 Ries‘ Präsenz in Schulbüchern im Wandel der Zeit
Ein Vergleich mit einem nationalsozialistischen Schulbuch

Ein Wunsch bei der Untersuchung von Ries‘ Darstellung in Schulbüchern war es auch, einen Blick dazu in die Zeit des Nationalsozialismus zu werfen. Mit dieser Thematik soll sich der zweite Teil dieser Arbeit auseinander setzen. Speziell mit der Frage, ob Ries mit seiner Arbeit als deutsches Machtsymbol benutzt wurde.

Dazu zwei Vermutungen, die für diese Fragestellung ausschlaggebend waren. Erstens: Ries, der große deutsche Rechenmeister, der seine Rechenbücher in deutscher Sprache verfasst hat, um dem Volk die Rechenkunst beizubringen. Zweitens: seine Beispiele in seinem zweiten Rechenbuch mit dem Thema „Juden im Geldgeschäft“. Die Formulierungen haben einen durchaus antisemitischen Anstrich. Allerdings darf man nicht vergessen, dass dies zur damaligen Zeit durchaus gebräuchlich war.[196]

Ein Vergleich mit der Darstellungsform des Schulbuchs *Das ist Mathematik 1* soll dabei helfen, eine Antwort auf diese Frage zu finden.

Bevor der Vergleich der Darstellungsformen erarbeitet werden kann, bedarf es einer kleinen Einführung. Zuerst sollen einige Punkte aufgelistet werden, warum die Verbindung des Schulfachs Mathematik mit Geschichte legitim ist. Im Anschluss daran sollen einige Hintergrundinformationen zu Schulbüchern des Nationalsozialismus gegeben werden. Vor allem, zu welchem Machtinstrument sie manipuliert wurden.

Nach diesem Fundament an Hintergrundwissen kann der Vergleich leichter und zielführender bearbeitet werden.

3.1 Das Schulfach Mathematik in Kombination mit Geschichte

Natürlich ist es berechtigt, dieser Kombination etwas kritisch gegenüberzutreten, als sei die Mathematik nicht schon ohne geschichtliche Gegebenheiten komplex genug.

Allerdings bietet dieser Versuch auch neue Perspektiven, und auch im österreichischen Lehrplan der AHS Unterstufe wird zu jener Verbindung folgendermaßen aufgefordert:

---

[196] Prinz, 2009, 153.

„*Den Schülerinnen und Schülern ist an geeigneten Themen Einblick in die Entwicklung mathematischer Begriffe und Methoden zu geben. Sie sollen einige Persönlichkeiten der Mathematikgeschichte kennen lernen. Die Mathematik soll als dynamische Wissenschaft dargestellt und ihre Bedeutung bei der Entwicklung der abendländischen Kultur gezeigt werden. Die Bedeutung der Mathematik in der Gegenwart soll in den Unterricht einfließen.*“

(BMB, Lehrplan der AHS Unterstufe Mathematik)

Daher lohnt es sich immer mehr, einen Blick auf die Motivationsgründe dieser Kombination zu machen.

Die Verbindung des Unterrichtsfachs Mathematik mit Geschichte ist keine neuartige Eingebung, sondern bereits seit den 1960iger- und 1970iger-Jahren ein Thema in der Fachdidaktik Mathematik.[197] Das Unterrichtsfach Mathematik hat seit jeher mit Imageproblemen zu kämpfen. Oftmals wird sie als realitätsfern bezeichnet. Ein Grund mehr, die Mathematik mit Geschichte zu verbinden, denn dadurch wird sie interessanter, verständlich und umgänglicher, laut Fauvel. Weiters meint er, wird sie dadurch auch in gewisser Weise „vermenschlicht“. Doch der wichtigste Grund sei, dass durch die Vermittlung von Konzepten, Problemen und die anschließende Problemlösung fundiertere Erkenntnisse vermittelt werden können.[198]

Bei Kronfellner wird darauf hingewiesen, dass diese Betrachtungen neben dem besseren Verständnis seitens der Schülerinnen und Schüler auch eine positive Seite für die Lehrpersonen auftut. Denn es gelingt ihnen dadurch, ein adäquateres Bild für Mathematik zu vermitteln und mittels dieses Aspekts einen roten Faden durch ihre Unterrichtsplanung zu ziehen. Er meint auch weiterfolgend, dass diese Verbindung es erreichen könnte, eine positivere Einstellung zur Mathematik zu erzeugen. Durch die Einbettung mathematischer Inhalte in vielleicht schon bekannte geschichtliche Epochen könnte dies durchaus möglich sein.[199]

Bei Fried werden zwei Methoden genannt, um diese Kombination der Fächer durchzuführen. Erstens eine Einführung in das neue mathematische Thema mittels Anekdoten und Biographien. Auch das Zeigen von Bildern von Mathematikern könnte Teil dieser Strategie sein. Oftmals ist die Merkkraft von Inhalten durch die Verbildlichung stärker.

[197] Fried, 2001, 391.
[198] Fried, 2001, 392.
[199] Kronfellner, 1998, 6.

Ich denke, unter diesen Aspekt könnte man die Themenseiten des Buchs *Das ist Mathematik 1* einordnen.

Die zweite Möglichkeit zur Verbindung von Inhalten wäre, den geschichtlichen Aspekt das gesamte Kapitel hindurch zu zeigen. [200] Ausgezeichnet würde sich diese Variante in der Integralrechnung, mit Newton und Leibniz, anbieten. Also eine Verbindung wäre nun grundsätzlich möglich, ist allerdings im Curriculum Platz dafür?

In vielen Publikationen wird darauf hingewiesen, dass es nur ein Motivationstrick sei.[201]

Jedoch wird im österreichischen Lehrplan auf diese Verbindung ausdrücklich hingewiesen, und auch andere Gründe sprechen dafür, sich diese Zeit zu nehmen. Die Merkkraft steigt, denn viele mathematische Zusammenhänge sind zur Erleichterung des alltäglichen Lebens entstanden. Oftmals braucht Mathematik diese Motivation des gesellschaftlichen Lebens jener Zeit, um das Interesse der Schülerinnen und Schüler für neue Inhalten zu wecken. Man denke an eine solche gesellschaftliche Entwicklung im Zuge des Entstehens der quadratischen Formel, die sich im 6. Jahrhundert vor Christus in Mesopotamien entwickelte. Denn diese wurde im Zuge der Landvermessung notwendig, um Felder und Ländereien richtig aufzuteilen. Eine einfache Problemstellung aus jener Zeit könnte helfen, das Interesse zu wecken.[202]

Auch der anerkannte amerikanische Mathematiker Nicholas Katz spricht sich für eine Verbindung aus. Allerdings muss die Lehrperson im Stande sein, diese Verbindung sachlich auszuführen. Manchmal ist es problematisch, auf historische Rechnungen zurückzugreifen. Sie können zu schwer sein oder in eine Sackgasse führen. An dieser Stelle ist es sinnvoller, ausschließlich die Konzepte der „modernen Mathematik“ zu vermitteln.[203]

Doch die Geschichte bereichert den Unterricht und vermittelt neben den mathematischen Künsten auch wertvolles Allgemeinwissen.

3.2 Nationalsozialistische Schulbücher

In der Geschichtsforschung spielt die Analyse der Nationalsozialistischen Schulbücher eine wichtige Rolle der Aufbereitung dieser schrecklichen Zeit. In diesem Abschnitt soll speziell auf Analyseergebnisse zu Mathematikschulbüchern aus jener Zeit eingegangen werden.

[200] Fried, 2001, 392-393.
[201] Kronfellner, 1998, 11.
[202] Kronfellner,
[203] Fried, 2001, 395.

Bevor einige Punkte zu den Mathematik-Schulbüchern gesagt werden, folgt ein kurzer Einblick in das Österreichische Schulsystem nach dem Anschluss 1938. Bereits im Austrofaschismus wurde 1934 versucht, Lehrpläne, Unterrichtsbehelfe und Schulbücher den Begriffen religiös-sittlich, vaterländisch und sozial-volkstreu unterzuordnen.[204] Durch das Ostmarkgesetz 1938 wurde das österreichische Unterrichtsministerium eliminiert. Es folgte die Entlassung von nicht regimetreuen Lehrern und die Eingliederung der österreichischen Schule in das NS-Regime.[205] So verfolgte das NS-Regime neue schulische Ziele, wie die Erziehung zum rassisch gesunden und tüchtigen Einzelmenschen und die Erziehung zum einsatzbereiten Gemeinschaftsmitglied. Der Schule sollte es nun gelingen, die Jugend durch Manipulation zur Regimegetreue zu erziehen. [206]

Somit blieben auch Mathematikbücher vor der Nationalsozialistischen Propaganda nicht verschont. Die Macht der Schulbücher sollte genutzt werden, um den Kindern ein gesellschaftlich korrektes und vor allem ein parteikonformes Bewusstsein zu vermitteln. So sind Aufgaben in der Thematik des *Schmachfriedens von Versailles*[207] oder auch Beispiele über die *Verjudung Wiens vor dem Anschluß* zu berechnen.[208] Selbst die einfachsten Rechenaufgaben konnten NS-treue Botschaften enthalten. Die Rechenoperationen unterschieden sich zwar, allerdings blieben die Aussagen gleich. Mittels teilweise sehr aggressiv formulierter Texte wurde Angst geschürt und diese Angst sollte sich bewusst in Hass weiterentwickeln. Meist wurden auch absurd hohe Zahlen benutzt, damit Botschaften länger im Gedächtnis blieben.[209]

3.3 Deutsches Machtsymbol Ries?

Für den Vergleich wurde das Schulbuch: *Rechnen und Geometrie für die 1. und 2. Klasse* von Emil Ludwig und Arnulf Reschel herangezogen. Dieses Buch verbindet die Mathematik nämlich auch mit der deutschen Geschichte, die für diese Arbeit ein zentrales Charakteristikum ist.

Das Buch war für die erste und die zweite Klasse der Unterstufe[210] gedacht. Eine kurze Übersicht des besprochenen Inhalts wurde durch folgende Tabelle veranschaulicht:

[204] Kollmann, 2006, 25.
[205] Kollmann, 2006, 27.
[206] Kollmann, 2006, 36-37.
[207] Ludwig; Reschel, 1942, 29.
[208] Ludwig; Reschel, 1942, 29.
[209] Kollmann, 2006, 154-157.
[210] Ludwig; Reschel, 1942, 192.

1. Klasse	I. Geometrische Grundbegriffe. Das Rechnen mit ganzen Zahlen – Zusammenfassung und Wiederholung	**A.** Quader, Würfel, Rechteck, Quadrat
		B. Messen und Schätzen von Strecken
		C. Addition und Subtraktion ganzer Zahlen
		D. Anwendungen
		E. Netz des Quaders und des Würfels. Fläche des Rechtecks und des Quadrats. Flächenmaße.
		F. Rauminhalt des Quaders und des Würfels. Raummaße und Gewichte
		G. Das Vervielfachen (die Multiplikation)
		H. Anwendungen
		J. Das Teilen und das Enthaltensein (Die Division)
		K. Anwendungen
	II. Die Zehnerbrüche. Zeit= und Zählmaße	**A. Einführung in die Zehnerbruchschreibweise. Anwendung auf die Umwandlung der Zehnermaße**
		B. Addition und Subtraktion von Zehnerbrüchen
		C. Zeit= und Zählmaße (Zwölfer= und Sechzigermaße)
	III. Vorübungen im Rechnen mit gemeinen Brüchen.	**A.** Die Walze und der Kreis
		B. Brüche des täglichen Lebens
		C. Teilbarkeit der Zahlen
2. Klasse	I. Der Winkel	**A.** Der Winkel. Winkelteilung. Winkelmessung
		B. Rechnen mit Winkelgrößen
	II. Das Rechnen mit gemeinen Brüchen und Zehnerbrüchen	**A. Addition und Subtraktion von gemeinsamen Brüchen und Zehnerbrüchen**
		B. Multiplikation und Division von gemeinsamen Brüchen und Zehnerbrüchen
		C. Anwendungen
		D. Umwandeln von gemeinen Brüchen in Zehnerbrüche und umgekehrt
	III. Vorbereitung des Verhältnisbegriffes	**A.** Das gerade Verhältnis
		B. Das umgekehrte Verhältnis
	IV. Die Prozentrechnung (Hundertsatzrechnung) und die Zinsenrechnung	**A. Die Prozentrechnung (Hundertsatzrechnung)**
		B. Anwendungen
		C. Die Zinsenrechnung
	V. Netze und Modelle von eckigen Säulen, Walzen, Pyramiden und Kegeln	**A.** Netz der eckigen Säulen und der Walze
		B. Netz und Modell der Pyramide und des Kegels
	VI. Geometrische Grundaufgaben	

Die fettmarkierten Inhalte machen auch die gleich besprochenen Inhalte zu Ries‘ Rechenbuch sichtbar.

Das Buch umfasst 200 Seiten, inklusive Inhalts-, Literatur- und Sachwörterverzeichnis und ein Inhaltsverzeichnis des Tafelanhangs. Bei diesem Tafelanhang handelt es sich um ein Heftchen am Buchrücken des Buches. Es ist ein Verzeichnis mit 50 Tabellen, mittels derer Aufgaben bearbeitet werden. Diese Tabellen beinhalten Daten zur Wirtschaftskraft des deutschen Reichs, wie zum Beispiel über Deutschlands Kraftfahrzeugindustrie bis hin zur Baumwollausfuhr in die Kolonien.

Das Buch wurde mit zahlreichen schwarz-weißen Bildern illustriert, sei es ein Foto des Eingangstors des Olympia-Stadions in Berlin[211] oder des „Hauses der deutschen Kunst“ in München.[212] Auch viele Skizzen von geometrischen Figuren oder Winkeln wurden abgebildet.

Auffallend bei der Einführung von neuen mathematischen Inhalten ist, dass diese immer im Zuge von Beispielen erklärt werden. In diesen Aufgaben sind meist auch alle theoretischen Inhalte verpackt, wie zum Beispiel beim Rechteck:

3. Das Rechteck

a) Lege die Zündholzschachtel so auf dein Heft, dass die Schriftfläche oben ist, und zeichne die Grundfläche ab, indem du mit einem gespitzten Bleistift umfährst. Du erhältst auf dem Papier eine geschlossene geometrische Figur, die man Rechteck nennt (Bild 5a). Die Begrenzungslinien des Rechtecks nennt man Seiten und zwar bezeichnet man die längere Seite als Länge und die kürzere als Breite des Rechteckes.

(Ludwig; Reschel, 1942, 3)

Solche Merkkästchen, wie im Schulbuch *Das ist Mathematik 1*, sucht man hier vergebens. Allerdings findet man fett-markierte Sätze, die die wichtigste Theorie wieder hervorheben, diese ist zwischen den einzelnen Beispielen angeführt. Die einzelnen Kapitel starten meist mit Beispielen, in die die Erklärungen integriert sind, diese Beispiele sind mit den Buchstaben a) - z) bezeichnet. Im Anschluss folgen Übungen zum selbstständigen Training, diese sind mit den Ziffern 1) - 100) bezeichnet. Der Unterschied zwischen diesen Aufgaben ist, dass bei den mit Buchstaben beschrifteten Beispielen der Lösungsweg gegeben ist und die Erklärungen des mathematischen Sachverhalts mit integriert sind. Interessant und für die Ausgangsfrage

[211] Ludwig; Reschel, 1942, 1.
[212] Ludwig; Reschel, 1942, 86.

spannend sind nun jene Punkte der Aufgabenstellung und deren verwendeter Sprache. Schulbücher waren, wie zuvor erwähnt, Sprachrohr der Propaganda. Diese Propaganda kann man auch anhand von folgendem Beispiel erkennen.

Im Kapitel für „Das Rechnen mit gemeinen Brüchen und Zehnerbrüchen" ist folgendes Beispiel erwähnt:

C) Anwendungen

8. Verhütung erbkranken Nachwuchses

Die Bedeutung des Gesetzes zur Verhütung erbkranken Nachwuchses kann man aus folgenden Angaben erkennen:

Im Jahre 1935 gab es in Deutschland rund 600 000 Geisteskranke und Schwachsinnige, 150 000 Trunksüchtige und 20 000 Verbrecher. Diese Minderwertigen verursachten tägliche folgende Kosten:

1 Geisteskranker oder Schwachsinniger 4,5 RM[213]*; 1 Trunksüchtiger 4,8 RM und 1 Verbrecher 3,5 RM. Wie hoch war 1935 der Gesamtaufwand für diese Personen?*

(Ludwig; Reschel, 1942, 147)

Anhand solcher Aufgaben versuchte man sogar über die Mathematik, das nationalsozialistische Gedankengut zu vermitteln. Auch die Benutzung von Wörtern wie *minderwertig* half bei dieser Beeinflussung.

Die Autoren versuchten gezielt, in der Aufgabenformulierung einen Deutschlandaspekt und dessen Verherrlichung einzubauen.

Ein weiterer erwähnenswerter Punkt: die Skizzen zu den Aufgaben zeigen ausschließlich männliche Personen, meist junge Burschen in HJ-Uniform, außer einer Zeichnung mit einem Bäcker.[214] Weder eine einzige Frau noch ein Mädchen wurden illustriert - ein Zeichen der NS-Propaganda, dass die Frauen hinter den Herd gehören und die deutschen Kinder großziehen sollen.

Die Kontexte der Aufgaben sind wirklich sehr geschickt in das nationalsozialistische Gedankengut eingearbeitet und schaffen es, das Deutsche Reich stets zu verherrlichen und keinesfalls regimekritische Botschaften zu vermitteln.

[213] RM= Reichsmark

[214] Ludwig; Reschel, 1942,188.

Warum ist dieses Buch nun für diese Fragestellung über die Darstellung von Adam Ries interessant?

Auf Seite 192 beginnt der Anhang einer mathematisch-geschichtlichen Zusammenfassung. Im konkreten sind dies elf Punkte[215], die folgende geschichtlichen Aspekte beschreiben:

1. Georg von Peurbach[216] (1423-1461) und sein Rechenbuch *„für die jungen Studenten der hohen Schul zu Wien“*[217], das die zu lernenden Rechenkünste für ein 10jähriges Kind beinhaltet.
2. Die Einführung der arabischen Ziffern wird im zweiten Punkt besprochen. Diese geht auf einen *arischen* Inder zurück und gilt als die größte Geisteshaltung der Menschheit.
3. Die Verbreitung dieser neuen Ziffern im *deutschen Volke* gelang Adam Ries. In diesem Abschnitt wird auf sein Rechenbuch und seine deutsche Nationalität hingewiesen. Auch auf das Rechnen mit Linien wird eingegangen und dieses näher erklärt. Weiters wird noch auf die Redensart „nach Adam Riese“ verwiesen. Der Holzschnitt mit seinem Abbild ist abgedruckt und das Linienrechnen wurde ebenfalls gezeigt.
4. Der vierte Punkt beinhaltet den historischen Aspekt vom Rechnen mit Brüchen. Hier wird auf die Ägypter mit ihren Stammbrüchen hingewiesen. Die „heutige“ Bruchschreibweise haben die Deutschen von den Indern übernommen.
5. Dass die Ziffer null nicht immer einen selbstverständlichen Platz in unserem Zahlensystem hatte, wird im fünften Punkt klar. Weitere deutsche Rechenmeister, wie Widmann (dem das + und – Zeichen zu verdanken ist), Michael Stifel, der bekannteste Mathematiker im 16. Jahrhundert, und der flämische Simon Stevin werden genannt.
   Auch auf die Vereinheitlichungen der Maße während der französischen Revolution wird hingewiesen.
6. Die Eigenschaft der ganzen Zahlen und ihre historischen Erkenntnisse von Pythagoras werden ebenfalls in dieser Reihe angeführt.
7. Dieser Punkt beinhaltet die historischen Zusammenhänge der Regula Detri (Schlussrechnen, Dreisatz).
8. Der Leser, die Leserin erfährt hier, dass die Prozent- und Zinsrechnung bereits in Babylonien bekannt war.

[215] Ludwig; Reschel, 1942, 192- 196.
[216] Eigentlich Georg von Peuerbach
[217] Ludwig; Reschel, 1942, 193.

9. In diesem Buch wird die Geometrie ausgiebig behandelt, und somit widmet sich auch ein geschichtlicher Rückblick den geometrischen Kenntnissen, man denke nur an die Pyramiden.
10. Die historische Entwicklung der Zahlzeichen von den Babyloniern über die Ägypter bis zu den indischen Zahlzeichen wird beschrieben. Auch die Zahlzeichen, welche unter Adam Ries benutzt wurden, werden illustriert.
11. Im letzten Punkt wird erwähnt, dass von fast allen Völkern das Dezimalsystem benutzt wird. Und auf den großen deutschen Philosophen und Mathematiker Leibniz geht die Einführung des Multiplikationspunktes . und des Divisionsdoppelpunktes : zurück.

Am Schluss wird darauf hingewiesen, dass das Rechnen ein Gemeingut des ganzen Volkes sei.

Durch die Erwähnung Ries‘ in dieser geschichtlichen Zusammenfassung sei nun die Frage erlaubt, ob Ries als Machtmittel benutzt wurde.

Zu allererst werden ausschließlich die Namen von deutschen Mathematikern angeführt, sonst werden nur der Name des flämischen Mathematikers Stevin und von Pythagoras erwähnt. Auch die Einführung der indischen Zahlzeichen scheint in die nationalsozialistische Propaganda, aufgrund der arischen Rassenideologie, zu passen. Die historische Darstellung Ries‘ weicht allerdings unwesentlich von der Darstellung Ries‘ in *Das ist Mathematik 1* ab.

Wurde Ries als Machtsymbol der Nationalsozialisten im Schulbuch benutzt?

Ries wird als Vermittler der *größten Geisteshaltung der Menschlichkeit*, der Verbreitung der indischen Zahlzeichen, gesehen. Er hebt sich auch deutlich von den anderen angeführten deutschen Mathematikern ab, denn sein Abbild wurde gedruckt. Leibniz, auch ein großer deutscher Mathematiker, vor allem durch seine eigenständigen mathematischen Arbeiten, wurde nicht mit seinem Abbild gewürdigt. Allerdings wird Ries nicht als großer Held der nationalsozialistischen Ideologie gefeiert. Es wird auch nicht auf die Beispiele mit jüdischem Kontext, die sein Rechenbuch beinhaltet, verwiesen.

Ries wurde in diesem nationalsozialistischen Schulbuch also nicht als Machtsymbol der Propaganda benutzt.

Und das schlussendlich spricht für Ries, dass keine Schreckensherrschaft wie die nationalsozialistische Ideologie Vorteile aus seiner Person ziehen kann. Sein Werk und sein Vermächtnis sprechen für seine außerordentliche Leistung.

Schlusswort

Das *facit*, das das Ende eines jeden Beispiels in Ries Rechenbuch einläutet, soll auch am Ende dieser Arbeit stehen. Adam Ries ist eine der bedeutendsten Persönlichkeiten der deutschen Geschichte. Als Oberlehrer der deutschen Nation hat er es geschafft, die Rechenkunst jedermann zu öffnen. Doch reicht dies am Ende, um noch immer Einfluss auf unsere heutige Schulbuchgestaltung zu nehmen? Bei diesem Vergleich handelte es sich um ein sehr schwieriges Unterfangen, vor allem wurde ein Schulbuch auf Ries‘ Spuren untersucht. Ist das allein überhaupt von Bedeutung?

Es mag vielleicht nicht aussagekräftig genug sein, allerdings reicht es, schlussendlich zu sagen, dass Ries zumindest in einer österreichischen Schulbuchreihe eine bedeutende Rolle spielt. Die Autorinnen und Autoren von *Das ist Mathematik* bieten ihm in Form von zu rechenden Beispielen aus seinen Rechenbüchern Platz und Anerkennung. Ries‘ Didaktik steht für Anwendungsorientiertheit, die in kurzer und prägnanter Sprache formuliert wurde – ganz mit Verzicht auf die Fachprosa. Auch der Aufbau mit ansteigendem Niveau der fachmathematischen Inhalte ist seiner Feder entsprungen. Und genau diese Punkte sind auch in unserer heutigen Schulbuchkonzeption wiederzufinden, so ist seine Präsenz nach wie vor gegeben. An dieser Stelle bin ich mir dessen bewusst, dass Ries vielleicht nicht direkt als Quelle für die Autorinnen und Autoren der heutigen Schulbücher herangezogen wurde. Allerdings wurde Ries‘ Werk sicherlich von den Rechenmeistern seiner Zeit als Quelle verwendet, und somit sind seine Gedanken zu Aufbau und Wahl der einfachen Sprache im Laufe der Zeit erhalten geblieben. Auch Ries hat einige Rechenbücher konsultiert, zum Beispiel das Werk von Widmann, das er auch ausführlich kritisierte. Ein Einfluss Ries‘ ist auf alle Fälle feststellbar, allein durch die Präsenz und die zu rechnenden Beispiele aus seinen Rechenbüchern.

Diese Präsenz von Ries im Wandel der Zeit sollte versuchen, einen etwas gesellschaftskritischen Aspekt zu untersuchen. Oftmals werden Helden erst dann zu Helden, wenn dies gut für das Image einer Nation ist. Ein totalitäres Regime, wie es der Nationalsozialismus war, missbrauchte vor allem große Persönlichkeiten für die Darstellung der großen deutschen Nation. Allerdings kann an dieser Stelle festgehalten werden, dass Ries zwar in einem nationalsozialistischen Schulbuch vorgestellt wird, allerdings nicht als Machtsymbol missbraucht wurde.

Letztendlich zeichnet Ries‘ unglaublicher Erfolg sein Werk aus. Über 100 Jahre wurde sein Buch als Rechenbuch benutzt. Heute schafft es wohl kein Schulbuch, sich über hundert Jahre aktuell zu halten.

Hinter Ries stecken so viele spannende Fakten und ich hoffe, diese Arbeit zeigt auf, dass dieser Adam Ries mehr ist als nur eine Redensart.

Literaturverzeichnis

Büttner, F., M. Friedrich, H. Zedelmaier (Hrsg.) (2003): Sammeln, Ordnen, Veranschaulichen: zur Wissenskompilatorik in der frühen Neuzeit. Münster: LIT Verlag.

Denzel, M.A. (2002): Die Bedeutung der Rechenmeister für die Professionalisierung in der oberdeutschen Kaufmannschaft des 15./16. Jahrhunderts. In: R. Gebhardt (Hrsg.): Verfasser und Herausgeber mathematischer Texte der frühen Neuzeit. Annaberg-Buchholz: Medienzentrum der TU Bergakademie Freiberg, S. 23-31.

Deschauer, S. (1991, Neuauflage 2012): Das macht nach Adam Riese. Die praktische Rechenkunst des berühmten Meisters Adam Ries. Köln: Anaconda.

Deschauer, S. (1991): Das 2. Rechenbuch von Adam Ries. Nachdruck der Erstausgabe Erfurt 1522 mit einer Kurzbiographie, bibliographischen Angaben und einer Übersicht über die Fachsprache. In: M. Folkerts (Hrsg.): Algorismus. Studien zur Mathematik und der Naturwissenschaften, Heft 5. München: Inst. Für Geschichte der Naturwissenschaften.

Endres, R. (1996): Handwerk-Berufsbildung. In: N. Hammerstein (Hrsg.), A. Buck (Mitwirkung): Handbuch der deutschen Bildungsgeschichte. Band I 15. Bis 17. Jahrhundert. Von der Renaissance und der Reformation bis zum Ende der Glaubenskämpfe. München: C.H.Beck, S. 375-421.

Enzelberger, S. (2001): Sozialgeschichte des Lehrerberufs. Gesellschaftliche Stellung und Professionalisierung von Lehrerinnen und Lehrern von den Anfängen bis zur Gegenwart. Weinheim/München: Juventa.

Fried, M. (2001): Can Mathematics Education and History of Mathematics Coexist?. In: Science& Education 10. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 391-408.

Gabriel, P. (2010): Ein gemeyn leycht buechlein. Zur Didaktik in Adam Ries' zweitem Rechenbuch im Vergleich zu Widmanns „Behende vnd hubsche Rechenung". In: NTM Zeitschrift für Geschichte der Wissenschaften, Technik und Medizin, 2010, Vol.18(4), S. 469-496.

Gärtner, B. (2000): Johannes Widmann „Behende vnd hubsche Rechenung". Die Textsorte „Rechenbuch" in der frühen Neuzeit. Tübingen: Niemeyer.

Gebhardt, R. (1994): Einblicke in die Coß von Adam Ries. Eine Auswahl aus dem Original mit aktuellen Anmerkungen und Kommentaren. Leipzig: B.G. Teubner Verlagsgesellschaften & Zürich: Verlag der Fachvereine an den schweizerischen Hochschulen und Techniken.

Gebhardt, R., K.-P. Herschel, A. Münch, A. Rom, E. Weißflog (2009): Adam-Ries-Museum Annaberg-Buchholz Museumsführer. In: Freistaat Sachsen - Sächsische Landesstelle für Museumswesen (Hrsg.): Kleine Reihe, Heft 17. Wettin OT Dößel: Jano Stekovics.

Greefrath, G. (2010): Didaktik des Sachrechnens in der Sekundarstufe. Heidelberg: Spekturm Akademischer Verlag

Humenberger, H; Reichel, H. (Hrsg.), D. Litschauer, H. Groß, V. Aue, S. Götz (2011): Das ist Mathematik 1. Lehrbuch und Aufgabensammlung für die 1. Klasse der allgemein bildenden höheren Schulen und Hauptschulen. Wien: ÖBV.

Humenberger, H; Reichel, H. (Hrsg.), D. Litschauer, H. Groß, V. Aue, S. Götz (2011): Das ist Mathematik 2. Lehrbuch und Aufgabensammlung für die 2. Klasse der allgemein bildenden höheren Schulen und Hauptschulen. Wien: ÖBV.

Humenberger, H; Reichel, H. (Hrsg.), D. Litschauer, H. Groß, V. Aue, S. Götz (2012): Das ist Mathematik 3. Lehrbuch und Aufgabensammlung für die 3. Klasse der allgemein bildenden höheren Schulen und Hauptschulen. Wien: ÖBV.

Humenberger, H (Hrsg.), J. Hasibeder, M. Himmelsbach, J. Schüller- Reichl, D. Litschauer, H. Groß, V. Aue (2016): Das ist Mathematik 1. Wien: ÖBV.

Kaunzer, W. (1994): Zur Bedeutung der Coß von Adam Ries. In: R. Gebhardt (Hrsg.): Einblicke in die Coß von Adam Ries. Eine Auswahl aus dem Original mit aktuellen Anmerkungen und Kommentaren. Leipzig: B.G. Teubner Verlagsgesellschaften & Zürich: Verlag der Fachvereine an den schweizerischen Hochschulen und Techniken, S. 171-183.

Kaunzner, W. (1998): Adam Ries im Spiegel seiner algebraischen Handschriften. Annaberg-Buchholz: Medienzentrum der TU Bergakademie Freiberg

Kollmann, M. (2006): Schulbücher im Nationalsozialismus. NS- Propaganda, „Rassenhygiene“ und Manipulation. Saarbrücken: VDM Verlag Dr. Müller e.K. und Lizenzgeber.

Kronfellner, M. (1998): Historische Aspekte im Mathematikunterricht. Eine didaktische Analyse mit unterrichtspraktischen Beispielen. In: W. Dörfler, R. Fischer (Hrsg.): Schriftliche Didaktik der Mathematik, Band 24. Wien: Verlag Hölder-Pichler-Tempsky

Ludwig, E., A. Reuschel (1942): Rechnen und Geometrie für die 1. und 2. Klasse. Wien: Verlag Hölder-Pichler-Tempsky

Müller, G. (1984): Mensch und Bildung im italienischen Renaissance-Humanismus. Vittorino Da Feltre und die humanistischen Erziehungsdenker. Baden-Baden: Valentin Koerner.

Prinz I. (2009): Rechnen wie die Meister. Die Rechenbücher von Johannes Widmann, Adam Ries, Christoff Rudolff und Johann Albrecht. Berlin: Nicolaische Verlagsbuchhandlung GmbH.

Rochhaus, P. (1994): Die Geschichte der Coß. Vor 470 Jahren vollendete Adam Ries die erste Fassung seiner „Coß“. In: R. Gebhardt (Hrsg.): Einblicke in die Coß von Adam Ries. Eine Auswahl aus dem Original mit aktuellen Anmerkungen und Kommentaren. Leipzig: B.G. Teubner Verlagsgesellschaften & Zürich: Verlag der Fachvereine an den schweizerischen Hochschulen und Techniken, S. 167-170.

Rüdiger, B. (2014): Die Welt des Adam Ries. Der Alltag der Menschen im 16. Jahrhundert aus der Sicht des Rechenmeisters. Berlin: Pro BUSINESS GmbH.

Schellhas, W. (1977): Der Rechenmeister Adam Ries (1492-1559) und der Bergbau. Karl-Marx-Stadt (heute: Chemnitz): Druckhaus, Betrieb Druckerei Annaberg Buchholz.

Schneider, I. (2002): Ausbildung und fachliche Kontrolle der deutschen Rechenmeister vor dem Hintergrund ihrer Herkunft und ihres sozialen Status. In: R. Gebhardt (Hrsg.): Verfasser und Herausgeber mathematischer Texte der frühen Neuzeit. Annaberg-Buchholz: Medienzentrum der TU Bergakademie Freiberg, S. 1-22.

Stewart, I. (2010): Meilensteine der Mathematik. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Taschner, R. (2013): Die Zahl die aus der Kälte kam. Wenn Mathematik zum Abenteuer wird. München: Hanser.

Unger, F. (1888): Die Methodik der praktischen Arithmetik in historischer Entwicklung vom Ausgange des Mittelalters bis auf die Gegenwart. Nach den Orginalquellen bearbeitet. Leipzig: B:G: Teubner.

Wagner, G. (2011, unveränderte Auflage: 2012): Das geht auf keine Kuhhaut. Redewendungen aus dem Mittelalter. Stuttgart: Konrad Theiss Verlag.

Weidauer, M. (1994): Die Rechenbücher von Adam Ries. In: R. Gebhardt, Einblicke in die Coß von Adam Ries. Eine Auswahl aus dem Original mit aktuellen Anmerkungen und Kommentaren. Leipzig: B.G. Teubner Verlagsgesellschaften & Zürich: Verlag der Fachvereine an den schweizerischen Hochschulen und Techniken, S. 185-194.

Winter, H. (3. Auflage 2016): Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht. Einblicke in die Ideengeschichte und ihre Bedeutung für die Pädagogik. Wiesbaden: Springer.

Wußing, H. (1992): Adam Ries. Leipzig: B.G. Teubner Verlagsgesellschaften & Zürich: Verlag der Fachvereine an den schweizerischen Hochschulen und Techniken.

Internetquellen

Bifie (2013): Bildungsstandards für Mathematik 8. Schulstufe. Online im Internet: https://www.bifie.at/system/files/dl/bist_m_sek1_kompetenzbereiche_m8_2013-03-28.pdf [Zugriff am 28.3.2017]

BMB: Lehrplan Mathematik für die AHS Unterstufe. Bildungs-und Lehraufgabe. Online im Internet: https://www.bmb.gv.at/schulen/unterricht/lp/ahs14_789.pdf?5i81nt [Zugriff am 25.01.2017]

Bundesrecht konsolidiert: Gesamte Rechtsvorschrift für Lehrpläne – allgemeinbildende höhere Schulen, Fassung vom 25.01.2017. Online im Internet: https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung.wxe?Abfrage=Bundesnormen&Gesetzesnummer=10008568 [Zugriff am: 25.01.2017]

Din Formate: Die deutschen Buchformate. Online im Internet: http://www.din-formate.info/deutsche-buchformate.html [Zugriff: 03.03.2017]

Fothe, M. (2009): Jenaer Schriften zur Mathematik und Informatik. Adam Ries und das Rechnen auf Linien. Begleitmaterial für die Lehrerfortbildung. Online im Internet: https://www.minet.uni-jena.de/preprints/fothe_09/Fothe-Linienrechnen.pdf [28.3.2017]

Hempel, T. (2002): Adam Ries – Rechnung auff der linihen. Online im Internet: https://www.tinohempel.de/info/mathe/ries/ries.htm [Zugriff: 28.03.2017]

Hinteregger-Euller, S. (2013): Schulbücher im Schuljahr 2013/2014). Rundschreiben Nr. 22/2012. Online im Internet: https://www.bmb.gv.at/ministerium/rs/2015_27.html [Zugriff am 23.02.2017]

Krause, M. (2008): Hintergrund: Adam Ries und das Rechnen. Der Gutenberg der Mathematik. Online im Internet: https://www.planet-schule.de/wissenspool/meilensteine-der-naturwissenschaft-und technik/inhalt/hintergrund/technik/adam-ries-und-das-rechnen.html# [Zugriff am 13.02.2017]

Weidauer, M. (2005): 1+1 macht 2... nach Adam Ries(e). Rechenbücher. Online im Internet: http://www.adam-ries.de/startar2.html [Zugriff am 13.02.2017].

Wikipedia: Dezimaltrennzeichen. Online im Internet: https://de.wikipedia.org/wiki/Dezimaltrennzeichen [Zugriff am 01.03.2017]

Abbildungsverzeichnis

Ich habe mich bemüht, sämtliche Inhaber der Bildrechte ausfindig zu machen und ihre Zustimmung zur Verwendung der Bilder in dieser Arbeit eingeholt. Sollte dennoch eine Urheberrechtsverletzung bekannt werden, ersuche ich um Meldung bei mir.

Anhang

In diesem Abschnitt sind die Buchseiten, sowohl des Buchs Das ist Mathematik 1 (Auflage 2011 und 2016) als auch des nationalsozialistischen Schulbuchs zu finden, die Adam Ries‘ Biografie und sein Werk beinhalten.

Anhang 1: Ries in *Das ist Mathematik 1* (Auflage 2011)

E

RECHNEN MIT DEZIMALZAHLEN

Rechnen mit Dezimalzahlen

Ein großer Rechenmeister

Im Jahr 1492, in jenem Jahr, als Columbus Amerika entdeckte, wurde Adam Ries geboren. Er war der bedeutendste Rechenmeister im deutschsprachigen Raum. In einem 1522 geschriebenen Buch, das sehr große Verbreitung erlangte, erklärte er seinen Zeitgenossen das damals neue System. Die unendlich vielen Zahlen wurden dabei mit Hilfe von nur neun Ziffern 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 zusammen mit der eigenartigen Ziffer 0 erfasst. Mit diesem System ließ sich viel einfacher rechnen.

Der Trick beruht einfach darin, dass man die Zahlen in die Einheiten 1, 10, 100, 1 000, 10 000 … aufteilt. Zum Beispiel besteht die (in römischen Zahlzeichen geschriebene) Zahl MMDCCCLXIII aus 2 Tausendern, 8 Hundertern, 6 Zehnern und 3 Einern. Statt mühsam $2 \cdot 1000 + 8 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 3 \cdot 1$ zu schreiben, notierte sie Adam Ries einfach als 2863.

So sind wir es auch heute gewohnt.

Rechnen „nach Adam Riese“

Der große Vorteil der von Adam Ries gelehrten Dezimalschreibweise war: Man braucht nur die Rechenregeln mit den Ziffern 1 … 9 zu kennen, das „Eins-plus-eins“ und das „Ein-mal-eins“. Zusammen mit ein paar Regeln über den Stellenwert und über die Null hat man dann das Rechnen mit allen Zahlen im Griff, egal ob sie klein oder gigantisch groß sind.

Ein weiterer Vorteil des Rechnens nach Adam Ries war: Er konnte nicht nur die großen Einheiten wie 1, 10, 100, 1 000, 10 000 …, sondern auch die kleinen Einheiten der Zehntel, Hundertstel, Tausendstel usw. auf genau die gleiche Weise erklären. Dabei half ihm das Komma als zusätzliches Zeichen: Die unter 1 liegenden kleineren Einheiten notierte er als 0,1 oder als 0,01 oder als 0,001 usw. Wenn zum Beispiel eine Zahl aus 5 Zehnern, 6 Einern, 3 Zehntel und 5 Tausendstel bestand, war sie „nach Adam Riese“ ausführlich folgendermaßen aufzuschreiben: $5 \cdot 10 + 6 \cdot 1 + 3 \cdot 0{,}1 + 5 \cdot 0{,}001$. In Kurzform notierte Adam Ries sie als 56,305. Dabei steht die 0 zwischen den Ziffern 3 und 5 für die Tatsache, dass es bei dieser Zahldarstellung keine Hundertstel gibt.

Der Rechentrick beim Addieren

Da er die Zahl 56,305 auch als 56 305 Tausendstel sah, war es Adam Ries möglich, das Rechnen mit Dezimalzahlen auf folgende Weise zu lehren:

Will jemand zum Beispiel 56,305 zu 11,04 addieren, so gilt es genau genommen 56 305 Tausendstel zu 1 104 Hundertstel zu addieren. So ohne weiteres geht das natürlich nicht: Wie addiert man Tausendstel zu Hundertstel?

Dazu muss man wissen, dass 1 104 Hundertstel zehnmal mehr, nämlich 11 040 Tausendstel sind. Erst dann kann man die 56 305 Tausendstel dazuzählen und zur Summe von 67 345

108

Tausendstel, also zur Dezimalzahl **67,345** gelangen. Adam Ries hat all dies in seinem Buch zuerst an vielen Beispielen ausführlich erklärt.

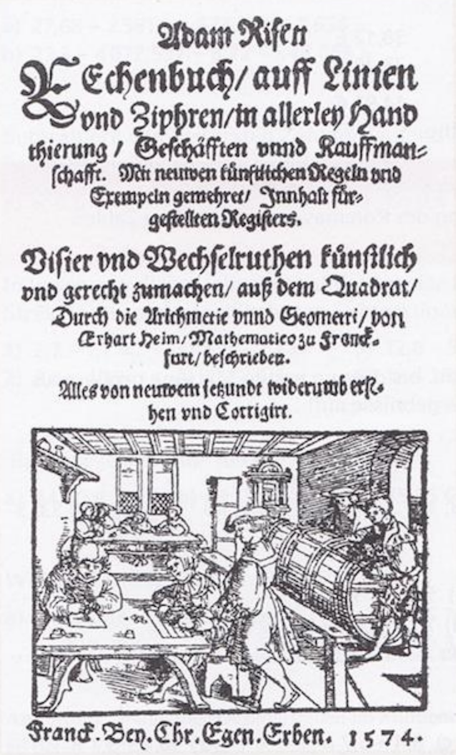
Schließlich stellte er eine leicht zu merkende Rechenregel auf, mit der man – ohne lange nachdenken zu müssen – Dezimalzahlen addieren kann: Er forderte, die Summanden so untereinander zu schreiben, dass die Kommas senkrecht untereinander liegen. Dann habe man die Zahlen so zu addieren, wie wenn das Komma nicht vorhanden wäre (und wo keine Ziffer steht, habe man sich eine Null zu denken). Schließlich trägt man im Ergebnis das Komma an der Stelle ein, worüber sich die Kommas der Summanden befinden. Also besteht die Rechnung aus den folgenden drei Schritten:

11,04	11 040	11,04
56,305	56 305	56,305
	67 345	67,345

Auch für das Subtrahieren, das Multiplizieren und das Dividieren von Dezimalzahlen fand er Rechenregeln, die bis heute unverändert geblieben sind.

Das Rechenbuch des Adam Ries als Verkaufsschlager

Mehr als hundert Mal musste das Rechenbuch des Adam Ries nachgedruckt werden, so gut verkaufte es sich. Es war wirklich ein Wunderwerk. Alle Zahlen, die riesengroßen, bei denen die Buchstaben der römischen Zahlzeichen bei weitem nicht ausreichten, und die winzig kleinen, welche die Römer mit ihren Zahlzeichen nicht einmal aufschreiben konnten, alle unendlich vielen Zahlen waren bei Adam Ries mit den zehn Ziffern und dem Komma erfasst. Und selbst die aberwitzigsten Rechnungen mit Zahlengiganten und mit Zahlenzwergen lehrte er aufs Einfachste durchzuführen.


Adam Risen
Rechenbuch/ auff Linien
vnd Ziphren/ in allerley Hand
thierung / Geschäfften vnnd Kauffman-
schafft. Mit neuwen künstlichen Regeln vnd
Exempeln gemehret/ Innhalt für-
gestellten Registers.
Visier vnd Wechselruthen künstlich
vnd gerecht zumachen/ auß dem Quadrat/
Durch die Arithmetic vnnd Geometri/ von
Erhart Heim/ Mathematico zu Franck-
furt/ beschrieben.
Alles von neuwem jetzundt widerumb erse-
hen vnd Corrigirt.
Franck. Bey. Chr. Egen. Erben. 1574.

2. Rechenbuch von Adam Ries (1492 – 1559)

Vor allem war das Buch auch deshalb so erfolgreich, weil es nicht in Latein, sondern in Deutsch abgefasst war. Es war nicht für die wenigen Gelehrten, sondern für alle geschrieben. Denn Adam Ries wollte, dass möglichst viele Menschen rechnen können, dass sie wissen, wie man mit Zahlen im Handel, im Gewerbe und beim Messen und Wägen umgeht, und sie dadurch die Welt besser verstehen. Er ist das Vorbild aller ihm nachfolgenden Lehrerinnen und Lehrer.

Anhang 2: Ries in Rechnen und Geometrie (Schulbuch aus der Nationalsozialistischen Zeit)

Geraden g zwei Punkte A und B, die von C gleich weit entfernt sind, indem du die Schnur spannst. Die Mitte der Strecke AB ist der Fußpunkt des Lotes (Bild 187 und 188).

4. Einen Winkel halbieren.

a) In der Zeichnung.

1. Miß die Größe des Winkels mit dem Winkelmesser, bestimme die Hälfte durch Rechnung und trage diesen Winkel an einen Schenkel an.

2. Trage vom Scheitel A (Bild 189) auf den beiden Schenkeln die gleiche Strecke nach B und C ab. Der Halbierungspunkt A von BC ist ein Punkt der Winkelhalbierenden.

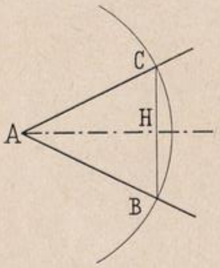


Bild 189.

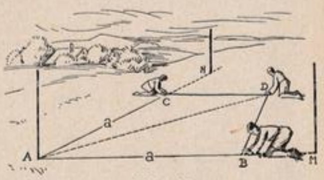


Bild 190.

3. Schneide einen Winkel aus und bestimme die Winkelhalbierende durch Falten.

b) Im Gelände.

Verfahre wie in **a)** 1. oder **a)** 2. Zum Abtragen der gleichen Strecken und zur Bestimmung der Mitte H verwende eine Schnur oder mache mit einer Schnur BD = CD (Bild 190).

Geschichtliches.

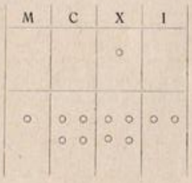
1. Wenn wir heute schon auf der Unterstufe der höheren Schulen umfangreiche Multiplikationen und Divisionen mit Zehnerbrüchen ohne Schwierigkeit ausführen, wenn wir Prozent- und Zinsrechnung betreiben, dann dürfen wir ja nicht denken, daß man zu allen Zeiten in dieser Weise gerechnet hat. Das heutige Rechnen ist nicht viel mehr als vier Jahrhunderte bekannt, und noch viel weniger lang ist es her, daß dieses Rechnen in weiteren Kreisen des Volkes Verbreitung fand. Ein Rechenbuch,

192

das der Professor der Mathematik an der Wiener Universität Georg von Peurbach (1423 bis 1461) „für die jungen studenten der hohen schul zu Wien" verfaßte, enthält etwa das Rechnen, das heute ein zehnjähriges Kind beherrscht.

2. Erst mit der Einführung der sogenannten arabischen Ziffern, die eigentlich indische Zahlzeichen sind, und mit der Verwendung der Stellenwertschreibweise verbreitete sich die heutige Art des Ziffernrechnens im Volke. Natürlich trug die Erfindung des Letternbuchdruckes viel zur Verbreitung der damals neuen Rechenart bei. Die Stellenwertschreibweise ist eine Erfindung der arischen Inder, von diesen übernahmen sie die Araber und brachten sie auf dem Wege über Nordafrika nach Spanien, von wo aus sie in Europa immer mehr bekannt wurde und das allgemein übliche Rechnen mit den römischen Ziffern immer mehr verdrängte. Sie ist als eine der größten Geistestaten der Menschheit anzusehen, denn sie vereinfacht nicht bloß die Schreibweise der Zahlen außerordentlich, sondern macht deren beliebige Erweiterung nach oben und nach unten möglich, ja selbstverständlich. Trotz dieser uns heute so klaren Vorteile setzte sich das „indische Positionssystem", wie die Stellenwertschreibweise bezeichnet wird, nur langsam durch.

3. Zu den ältesten Rechenbüchern, durch welche die neue Art des Rechnens (das Rechnen „mit der Feder") im deutschen Volke Verbreitung fand, zählen die von Adam Riese (oder Ries), der 1492 zu Staffelstein bei Bamberg geboren wurde und 1559 zu Annaberg starb. Sein Name wird ja heute noch gebraucht, wenn man die Richtigkeit eines rechnerischen Ergebnisses feststellen will: Es ist klar „nach Adam Riese". In seinen Rechenbüchern aber findet sich auch noch die frühere Art des Rechnens (das Rechnen „auff den Linihen [Linien]", wie er es nennt). Dieses Rechnen wurde auf einem Rechenbrett, dem Abacus, ausgeführt, das etwa die nebenstehende Einteilung eingeritzt trug. Die Anzahl der Tausender, Hunderter,



193

Anhang 2: Ries in Rechnen und Geometrie (Schulbuch aus der Nationalsozialistischen Zeit)

Zehner und Einer drückte man durch Rechenpfennige aus, die man in die untere Hälfte der betreffenden Spalten legte, solange die Zahl kleiner als 5 war. 5 drückte man durch „Hinaufsetzen" einer Marke in die obere Hälfte der betreffenden Spalte aus (siehe das Titelbild zu dem im Jahre 1541 erschienenen „Rechenbiechlein" von Köbel). Das Addieren erfolgte durch Hinzufügen neuer Marken, bzw. durch „Hinaufsetzen", das Subtrahieren durch Wegnehmen („Heruntersetzen") der Rechenpfennige. Daß das Multiplizieren und schon gar das Dividieren bei dieser Art des Rechnens recht verwickelt war, ist ersichtlich.

Titelbild zu Köbels „Rechenbiechlein" (1541).

4. Das Rechnen mit den Brüchen ist uralt und war sicher schon 2000 v. Zw. den Ägyptern bekannt, wie dies das etwa aus dem Jahre 1900 v. Zw. stammende Rechenbuch des Ahmes beweist. Auch für uns ist die Geschicklichkeit staunenswert, mit welcher die Ägypter mit Brüchen rechneten, die sie nur in der Form von Stammbrüchen (mit dem Zähler 1) oder Summen von Stammbrüchen kannten ($\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$). Das Bruchrechnen in der Art, wie wir es heute üben, stammt, so wie unsere Ziffern und die Stellenwertschreibweise der Zahlen, von den Indern. Sie schrieben bereits den Zähler über den Nenner (allerdings ohne Bruchstrich). Ihre Regeln über das Bruchrechnen unterscheiden sich nur unwesentlich von den heute gebräuchlichen.

5. Mit der allmählichen Einführung der Zehnerordnung und der Stellenwertschreibweise, für die eine wichtige Erfindung, nämlich die der Ziffer 0, notwendig war, wurde das Bruchrechnen immer mehr verdrängt. Unter den Vorkämpfern für die Einführung des indischen Rechnens sind außer unseren deutschen Rechenmeistern Adam Ries, Johannes Widman von Eger, in dessen Rechenbuch (1489) zum erstenmal das +- und —-Zeichen erscheint, und Michael Stifel, einer der bedeutendsten Mathematiker des sechzehnten Jahrhunderts, insbesondere der schon erwähnte Georg von Peurbach und Regiomontanus (Johannes Müller aus Königsberg in Sachsen, 1436 bis 1476) zu nennen. Ebenso leidenschaftlich setzte sich der Flame Simon Stevin (1548 bis 1620) für die Einführung der Zehnerordnung im Rechnen und bei den Maßen und Münzen ein.

194

Aber erst nach der französischen Revolution, als nach einer neuen Gradmessung das Metermaß einheitlich festgesetzt und 1799 in Frankreich die neue Münz-, Maß- und Gewichtsordnung gesetzlich eingeführt wurde, der sich die übrigen Völker anschlossen, war der Sieg des dezimalen Rechnens endgültig errungen. Nur England hat sich damals ausgeschlossen und hat heute noch ein Münz- und Maßsystem, das die Zehnerordnung nicht kennt.

6. Die Eigenschaften der ganzen Zahlen haben zu allen Zeiten die Aufmerksamkeit der Mathematiker erregt. Insbesondere befaßte sich die Schule des Griechen Pythagoras (sechstes bis fünftes Jahrhundert v. Zw.) mit der Teilbarkeit der ganzen Zahlen und mit den unteilbaren Zahlen, den sogenannten Primzahlen. Das in **2 b**, Seite 100, gezeigte Verfahren stammt von Eratosthenes (um 200 v. Zw.), der durch seine Messung des Erdumfanges berühmt wurde.

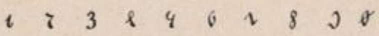
7. Die Schlußrechnung und der Dreisatz, die ja vornehmlich dem kaufmännischen Leben dienen, sind bei den handelstreibenden Völkern des Altertums, also bei den Phöniziern, Griechen und Ägyptern, wohlbekannt. Da beim Dreisatz aus drei bekannten Zahlen eine vierte berechnet wird, erhielt sie den Namen „Regeldetri" (regula de tribus numeris notis).

8. Auch die Prozent- und Zinsenrechnung sind sehr alt. So sind Zinsenberechnungen aus dem dritten Jahrhundert v. Zw. bei den Babyloniern bekannt. Zins stammt vom lateinischen census, d. h. Vermögensschätzung, Kapital, das im Mittelalter die schöne deutsche Bezeichnung „Hauptgut" trug von caput, der Kopf, das Haupt, weil der römische Gläubiger diese Summe an den Kopf der Rechnung setzte. Ebenso geht das Wort Prozent auf das lateinische pro centum („für Hundert") zurück. Das Zeichen % ist die Umwandlung der Abkürzung cto für das italienische cento.

9. Die Ausmessung des Grundbesitzes und die Errichtung von Wohn- und Prunkbauten ließen schon in früher Zeit bei den antiken Kulturvölkern geometrische Kenntnisse erstehen. Die Prachtbauten der Babylonier und Ägypter (Pyramiden) sind nicht denkbar ohne weitgehende geometrische Kenntnisse der damaligen Baumeister. Die Ägypter wurden schon durch die jährlichen Überschwemmungen des Nils, die die Besitzgrenzen zerstörten, veranlaßt, praktische Feldmessung zu betreiben. Die Zusammenfassung der im Altertume bekannten geometrischen Kenntnisse und ihre großartige Weiterentwicklung erfolgt durch die Griechen. Aber auch unsere Vorfahren müssen, wie der nordische Hausbau und die geometrischen Verzierungen an Waffen und Hausgeräten zeigen, gute geometrische Kenntnisse besessen haben.

195

10. Mit dem Ausbau der Mathematik hängt die Entwicklung der mathematischen Zeichensprache eng zusammen. Zahlzeichen hatten alle Völker, die eine Schrift kannten. Die Babylonier hatten ihre Keilschrift, die Ägypter ihre Hieroglyphenzeichen, die Griechen verwandten die ersten Buchstaben ihres Alphabets zur Bezeichnung der natürlichen Zahlen. Auch unsere Vorfahren hatten eine Ziffernschrift, die aber bei den einzelnen deutschen Stämmen verschieden war. Man schnitt diese Zahlzeichen oft in Hölzer (Kerbhölzer) ein. „Etwas auf dem Kerbholz haben", das bedeutete damals im wörtlichen Sinne: eine Schuld auf dem Kerbholz des Gläubigers eingeschnitten haben. Diese alten Zeichen bestanden meist aus einfachen geraden oder übereinander gelegten Strichen, aus denen man durch Querstriche höhere Zehnereinheiten machte. Später bürgerten sich auch bei den Deutschen die römischen Ziffern ein, die sehr langsam von den im dreizehnten Jahrhundert bekanntgewordenen indischen Ziffern verdrängt wurden. Wie diese etwa zur Zeit eines Adam Riese geschrieben wurden, zeigt das untenstehende Bild.

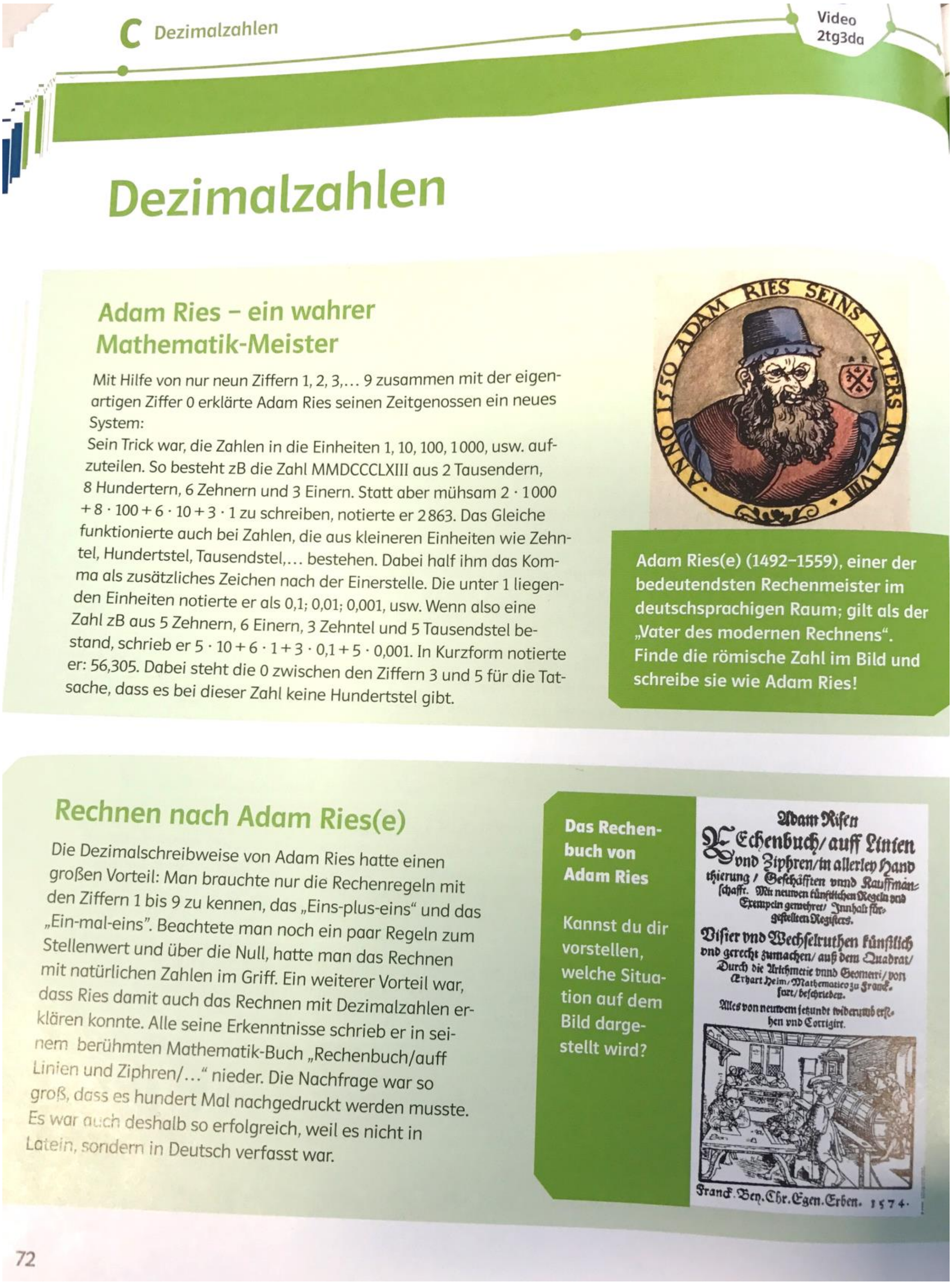


11. Fast alle Völker bündelten die Zahlen zu zehn (nach der ursprünglichsten Zählweise mit den zehn Fingern der Hände). Die Babylonier hatten eine Sechzigerordnung entsprechend der bei ihnen üblichen Teilung des Jahres in 360 Tage. Ihre Einteilung des vollen Winkels in 360° und die Teilung des Winkelgrades in 60 Winkelminuten zu je 60 Winkelsekunden (lat. partes minutae primae und partes minutae secundae) ist trotz verschiedener Versuche, auch hier die Zehnerordnung einzuführen, heute noch erhalten. Aus gewissen Wortbildungen will man schließen, daß bei den nordischen Völkern einmal eine Zwanzigerordnung verwendet wurde.

Die Einführung des Multiplikationspunktes (·) und des Divisionszeichens (:) geht auf den großen deutschen Mathematiker, Philosophen und Staatsmann Leibniz (1646 bis 1716) zurück, das Gleichheitszeichen (=) erfand ein Engländer. Erst wenn wir unsere heutige Art zu rechnen einmal mit der in früherer Zeit verwandten ganz unübersichtlichen mathematischen Schreibweise vergleichen, die ein hohes Maß von Scharfsinn und viel Übung bei für uns heute einfachen Rechnungen voraussetzte, können wir verstehen, daß es nur die Klarheit und Einfachheit unserer Stellenwertschreibweise und unserer mathematischen Zeichensprache waren, die das Rechnen zum Gemeingut des ganzen Volkes werden ließen.

196

Anhang 3: *Das ist Mathematik 1* (Auflage 2016)



C Dezimalzahlen

Video 2tg3da

Dezimalzahlen

Adam Ries – ein wahrer Mathematik-Meister

Mit Hilfe von nur neun Ziffern 1, 2, 3,… 9 zusammen mit der eigenartigen Ziffer 0 erklärte Adam Ries seinen Zeitgenossen ein neues System:
Sein Trick war, die Zahlen in die Einheiten 1, 10, 100, 1000, usw. aufzuteilen. So besteht zB die Zahl MMDCCCLXIII aus 2 Tausendern, 8 Hundertern, 6 Zehnern und 3 Einern. Statt aber mühsam $2 \cdot 1000 + 8 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 3 \cdot 1$ zu schreiben, notierte er 2863. Das Gleiche funktionierte auch bei Zahlen, die aus kleineren Einheiten wie Zehntel, Hundertstel, Tausendstel,… bestehen. Dabei half ihm das Komma als zusätzliches Zeichen nach der Einerstelle. Die unter 1 liegenden Einheiten notierte er als 0,1; 0,01; 0,001, usw. Wenn also eine Zahl zB aus 5 Zehnern, 6 Einern, 3 Zehntel und 5 Tausendstel bestand, schrieb er $5 \cdot 10 + 6 \cdot 1 + 3 \cdot 0{,}1 + 5 \cdot 0{,}001$. In Kurzform notierte er: 56,305. Dabei steht die 0 zwischen den Ziffern 3 und 5 für die Tatsache, dass es bei dieser Zahl keine Hundertstel gibt.

ADAM RIES SEINS ALTERS IM LVIII ANNO 1550

Adam Ries(e) (1492–1559), einer der bedeutendsten Rechenmeister im deutschsprachigen Raum; gilt als der „Vater des modernen Rechnens“. Finde die römische Zahl im Bild und schreibe sie wie Adam Ries!

Rechnen nach Adam Ries(e)

Die Dezimalschreibweise von Adam Ries hatte einen großen Vorteil: Man brauchte nur die Rechenregeln mit den Ziffern 1 bis 9 zu kennen, das „Eins-plus-eins“ und das „Ein-mal-eins“. Beachtete man noch ein paar Regeln zum Stellenwert und über die Null, hatte man das Rechnen mit natürlichen Zahlen im Griff. Ein weiterer Vorteil war, dass Ries damit auch das Rechnen mit Dezimalzahlen erklären konnte. Alle seine Erkenntnisse schrieb er in seinem berühmten Mathematik-Buch „Rechenbuch/auff Linien und Ziphren/…“ nieder. Die Nachfrage war so groß, dass es hundert Mal nachgedruckt werden musste. Es war auch deshalb so erfolgreich, weil es nicht in Latein, sondern in Deutsch verfasst war.

Das Rechenbuch von Adam Ries

Kannst du dir vorstellen, welche Situation auf dem Bild dargestellt wird?

Adam Risen
Rechenbuch/auff Linien vnd Ziphren/in allerley Handthierung / Geschäfften vnnd Kauffmanschafft. Mit neuwen künstlichen Regeln vnd Exempeln gemehret/ Innhalt fürgestellten Registers.
Visier vnd Wechselruthen künstlich vnd gerecht zumachen/ auß dem Quadrat/ Durch die Arithmetic vnnd Geometri/ von Erhart Heim/ Mathematico zu Franckfort/ beschrieben.
Alles von neuwem jetzundt widerumb ersehen vnd Corrigirt.
Franck. Bey. Chr. Egen. Erben. 1574.

72

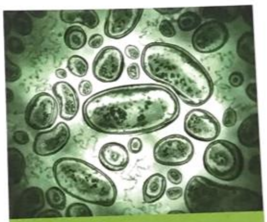
C

Wenn die Angabe von hundertstel Sekunden nicht mehr genügt

Wurden früher Laufzeiten im Sport auf Sekunden genau gemessen, so werden heute die Zeiten im Schisport auf Hundertstel-Sekunden angegeben. Im Rodeln und Bobfahren sind es sogar Tausendstel-Sekunden. Mit einer digitalen Schublehre kann man Längen auf Hundertstel-Millimeter genau messen. Ein Haar ist zB nur wenige hundertstel Millimeter dick, Bakterien sind sogar nur zehntausendstel Millimeter groß.

Welche Länge zeigt die digitale Schublehre an?

A: Längen von Möbeln



B: Größe eines Bakteriums

C: Schraubenlängen

D: Weiten im Skispringen

Welche Genauigkeit ist bei den Längenangaben in den Abbildungen A–D sinnvoll? Schreibe den Buchstaben in die Kästchen?
Meter: , Hundertstel-Meter (cm): ,
Tausendstel-Meter (mm): , Millionstel-Meter:

Worum geht es in diesem Abschnitt?

- Dezimalzahlen und deren Eigenschaften
- Geldbeträge angeben
- Längen und Massen in Dezimalschreibweise angeben
- Maßangaben in andere Einheiten umrechnen
- Runden und Ordnen von Dezimalzahlen
- Rechnen mit Dezimalzahlen

73

Zusammenfassung

Die Rechnung stimmt nach Adam Ries, eine Redensart, die im deutschen Sprachraum häufig benutzt wird, jedoch der besonderen Rolle des großen Rechenmeisters nicht allzu sehr gerecht wird. Ries lehrte mittels seiner Rechenbücher ein ganzes Jahrhundert die Kunst der Mathematik. Wer die Person Ries war und welches Vermächtnis er hinterließ, wird in dieser Arbeit besprochen.
Der Hauptteil der Arbeit – bestehend aus Analysen des zweiten Rechenbuchs von Ries und eines österr. Mathematikbuchs, sowie deren anschließender Vergleich, soll dabei helfen zu erkennen, ob Ries noch immer Einfluss auf unsere heutige Schulbuchgestaltung nimmt. Vor allem durch seine Präsenz in der österreichischen Schulbuchreihe „Das ist Mathematik“ (Humenberger Hrsg.), ist Ries immer noch Teil der Wissensvermittlung. Allerdings sind auch wichtige Punkte der Didaktik von Ries, wie zum Beispiel die einfache Sprache, als auch der ansteigende Schwierigkeitsgrad der Lerninhalte, heute noch in unseren Schulbüchern zu finden.
Der zweite Teil der Arbeit beschäftigt sich mit einer gesellschaftskritischen Analyse. Ein Blick in ein nationalsozialistisches Schulbuch soll dabei helfen, die Darstellung Ries im Wandel der Zeit zu betrachten. Unter anderem soll untersucht werden, ob Ries als Machtsymbol der Nationalsozialisten aufgrund seiner Nationalität missbraucht wurde. Allerdings kann diese Frage schnell beantwortet werden, dass Ries in dem untersuchten Schulbuch nicht als Machtsymbol benutzt wurde. Diese Darstellung der Präsenz von Ries in Schulbüchern soll zeigen, dass Ries heute nach wie vor eine Rolle spielt und es sich lohnt, den Mann hinter der Redewendung genauer kennenzulernen.

Abstract

The German phrase, „*Die Rechnung stimmt nach Adam Ries“,* is often used for underlining the result of a tricky calculation. Its origin goes back to Adam Ries, one of the greatest didacts of the sixteenth century. His arithmetic book was used to teach the basic knowledge of mathematics for over 100 years.
Besides the biography and his work, the influence of Ries on our current schoolbook design should also be discussed. His work has had a great impact on several aspects of todays way of

teaching. For example, Ries approach of explaining was remarkable. He used a very easy language to make sure that his pupils only had to focus on understanding the mathematics behind the words. He also organized the topics from an easy level to an advanced level. This organization is still used in our schoolbooks today. My studies showed that. Because of his advanced thinking and his exemplary didactics, Ries managed to shaped the design of schoolbooks even to this day.

Along with the question of the presence of Ries in schoolbooks now and then, this research also investigates the time of the National Socialists. One particular question should be answered: was Ries used as a power symbol for the Nazis? This can easily be answered with no. He was not used as a symbol of power in the schoolbook I used for this research.

His presence in schoolbooks back then as well as nowadays, ensures Ries is still relevant and alive and demonstrates how successful his work as a didact was.