DIPLOMARBEIT / DIPLOMA THESIS

Titel der Diplomarbeit / Title of the Diploma Thesis

„Kriterien für die Gestaltung von Mathematik-Fachvorlesungen für das Lehramt“

verfasst von / submitted by

Harald Kittinger

angestrebter akademischer Grad / in partial fulfilment of the requirements for the degree of

Magister der Naturwissenschaften (Mag.rer.nat.)

Wien, 2018 / Vienna, 2018

Studienkennzahl lt. Studienblatt / degree programme code as it appears on the student record sheet:	A 190 406 407 E
Studienrichtung lt. Studienblatt / degree programme as it appears on the student record sheet:	Lehramtsstudium UF Mathematik UF Darstellende Geometrie
Betreut von / Supervisor:	Ass.-Prof. Mag. Mag. Dr. Christoph Ableitinger, Privatdoz.

Danksagung

Ich möchte mich bei all meinen KollegInnen für die Jahre bedanken, die sie mich durch mein Studium begleitet haben. Die kritische Sicht vieler auf das Studium selbst hat zu meinem Interesse am Thema dieser Arbeit beigetragen und ist höchstwahrscheinlich Grund dafür, dass ich diese Arbeit schreibe. Insbesondere gilt mein Dank den Mitgliedern der Fachschaft Lehramt an der TU Wien. Stundenlange Gespräche und Diskussionen haben Aspekte des Studiums aufgeworfen, die ich in den Stellungnahmen meiner Arbeit einbringen konnte.

Mein Dank geht vor allem auch an Christoph Ableitinger. Er ist derjenige, der mir Methodenvielfalt in Vorlesungen näher gebracht hat, der das Thema der Diplomarbeit vorgeschlagen und mich während des gesamten Prozesses unterstützt hat. Er trug das nötige Material zusammen, schlug mir die Forschungsmethode vor und gab stets wertvolles Feedback. Ich möchte ihm und Roland Steinbauer auch für die netten Diskussionen im Zuge der Forschungsarbeit danken, die mich jede Woche dazu gebracht haben, mich auf die Arbeit zu freuen.

Zudem möchte ich Ilse Urbanek, meiner Schwiegergroßmutter in spe danken, dass sie einen großen Teil meiner Arbeit korrekturgelesen und mich auf sprachliche Feinheiten aufmerksam gemacht hat.

Zuletzt geht mein größter Dank an Daphne Urbanek, meiner Lebenspartnerin, die mich in jeder Phase dieser Arbeit unterstützt hat. Sie half mir, Sachverhalte auf den Punkt zu bringen, wenn mir es alleine nicht gelang, schönere Formulierungen zu finden und den gesamten Text auf ein allgemeines Verständnis hin zu prüfen. Da sie dieselben Fächer wie ich studiert und in derselben Studierendenvertretung tätig ist, konnte ich mit ihr über jedes Thema diskutieren, das mich im Zuge meiner Arbeit bewegte. Ich konnte mit ihr über jeden Aspekt der Lehramtsausbildung sprechen, der im Zuge der Arbeit aufkam und sie hatte fast immer eine Meinung dazu zu vertreten.

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre hiermit an Eides Statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe.

Die aus fremden Quellen direkt oder indirekt übernommenen Gedanken sind als solche kenntlich gemacht.

Die Arbeit wurde bisher in gleicher oder ähnlicher Form keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt und auch noch nicht veröffentlicht.

Wiener Neustadt, Mai 2018

(Harald Kittinger)

Inhalt

Vorwort

Die Frage, wie viel Fachmathematik ein Lehramtsstudium bieten sollte, ist spätestens seit Felix Klein[1] (1908) eine, mit der sich Lehrende sowie Studierende beschäftigen.

„Lehramtsstudierende beklagen gern, dass sie in Fachvorlesungen häufig den Bezug zu ihrer künftigen Berufstätigkeit nicht (mehr) erkennen. Lehrende des Faches fordern dagegen gern, dass Lehramtsstudierende auch Fachvorlesungen auf hohem Abstraktionsniveau bewältigen müssen und setzen auf eine Bildungswirkung per se.“[2]

Die dieser Arbeit zugrunde liegende Forschung versucht unter anderem, Antworten auf die häufig gestellte Studierendenfrage: „Wozu brauch‘ ich das?“, zu finden, sie durchleuchtet, ob tatsächlich kein Bezug zu ihrer späteren Lehrtätigkeit besteht und strebt an, einen etwaigen Bezug sichtbar zu machen.

Es wird in dieser Arbeit versucht, Kriterien herauszuarbeiten, die für die Konzeption und für die Auswahl von Inhalten fachmathematischer Vorlesungen für das Lehramt relevant sein können.

---

[1] Klein 1908

[2] Hefendehl-Hebeker 2013, S. 1

Der Autor

Mein Name ist Harald Kittinger. Auf dieser Seite möchte ich mich selbst kurz vorstellen und erläutern, warum ich ein geeigneter Kandidat bin, diese Arbeit zu schreiben:

Ich bin Student in der Endphase meines Studiums und habe bereits ziemlich zu Beginn der Forschungsarbeit alle Prüfungen im Teilcurriculum des Unterrichtsfaches Mathematik sowie der Pädagogik abgeschlossen.

Ich studiere an zwei Universitäten: Mein Zweitfach Darstellende Geometrie, das meiner Meinung nach mit Mathematik mehr zu tun hat als mit konstruktiver Geometrie, wie man sie aus der Schule kennt, absolviere ich an der Technischen Universität Wien.

Die letzten Jahre meiner Schulzeit durfte ich an einer höheren technischen Lehranstalt erleben und habe daher mitbekommen, wie Mathematikunterricht in einer Schule aussehen kann, die keine allgemeinbildende höhere Schule ist.

Durch intensive Nachhilfeerfahrungen im Laufe des Studiums habe ich stets den Kontakt zur Schule gehalten.

Aktuell bin ich Lehrer im ersten Dienstjahr an einem Oberstufenrealgymnasium und erlebe somit auch die Anforderungen, die dieser Beruf mit sich bringt.

In meiner Funktion als Studienvertreter komme ich viel mit Studierenden des Lehramts ins Gespräch und nehme somit auch die unterschiedlichsten Meinungen wahr.

Ich selbst studiere nach dem Studienplan 2011 (Diplom) und lebe mit einer Studentin zusammen, die bereits im neuen Studienplan (Bachelor- und Master) ist. Da wir uns täglich austauschen, habe ich einen guten Einblick in beide Studienpläne.

1 Rahmenbedingungen und theoretische Grundlagen

1.1 Persönliche Motivation für dieses Thema

Im Jahr 2014 - ein Jahr nach meiner Inskription - löste das Bachelor- und anschließende Masterstudium für das Lehramt das bisherige Diplomstudium ab. Ich selbst studiere also noch nach einem anderen Curriculum (siehe Homepage des StudienServiceCenters Mathematik an der Universität Wien) als jenem, auf das ich mich in meiner Arbeit beziehe.

Durch zahlreiche Kolleginnen und Kollegen bekam ich die Unterschiede zum bisherigen Studienplan mit und beschäftigte mich in meiner Funktion als Studienvertreter weiter damit. Im neuen Curriculum wurden sichtlich einige Inhalte entfernt und andere hinzugefügt. Das löste in mir die Frage aus, welche Inhalte denn welchem Zweck dienen.

Als mein Diplomarbeitsbetreuer, Christoph Ableitinger, in einer seiner Vorlesungen dieses Thema für eine Diplomarbeit vorstellte, begeisterte es mich sofort. Die Legitimationsfrage von Lehrinhalten ist eine, die mir in meinem Studium bislang immer zu kurz kam. Da ich selbst als Lehrkraft den Wunsch verspüre, die Wahl der Unterrichtsinhalte begründen zu können, ist es für mich wesentlich, dies auf Universitätsebene zu erörtern.

1.2 Was soll eine Lehrerin oder ein Lehrer können? / Was soll ein Lehramtsstudium leisten?

Schon spätestens seit Beginn der ersten Zusammenstellung eines Curriculums für ein mathematisches Lehramtsstudium beschäftigt man sich mit der Frage, was ein solches Studium leisten soll bzw. was ein Mathematiklehrer oder eine Mathematiklehrerin in sein oder ihr Berufsleben mitzubringen hat.

Das aktuelle Lehramtsstudium sieht vor, die Teilcurricula zweier verschiedener Unterrichtsfächer sowie das der Pädagogik zu absolvieren. Im Bachelorstudium entfallen jeweils 100 ECTS auf die Unterrichtsfächer und 40 ECTS auf die Pädagogik, im Masterstudium je 35 ECTS pro Unterrichtsfach, 20 ECTS für Pädagogik und 30 ECTS für die Abschlussphase (Masterarbeit)[3].

Das Teilcurriculum für das Bachelor- und Masterstudium Unterrichtsfach Mathematik im Verbund Nord-Ost, auf das ich mich im Kommenden weiter beziehen werde, lässt sich nochmals in drei Teile aufteilen: die fachmathematische, die fachdidaktische und die schulpraktische Ausbildung (vgl. Homepage des StudienServiceCenters Mathematik an der Universität Wien). Ich werde mich in dieser Arbeit soweit möglich auf die fachmathematische Ausbildung der Lehramtskandidatinnen und Lehramtskandidaten beziehen.

Diese Arbeit entstand aus einem Forschungsprojekt, das verschiedene Aspekte, die für die Konzeption einer fachmathematischen Vorlesung für das Lehramtsstudium relevant sein können, herauszuarbeiten versucht. Die Idee für dieses Projekt entstand im Zuge des Bewerbungsverfahrens für zwei halbe Senior Lecturer Stellen an der mathematischen Fakultät der Universität Wien, die speziell für die Lehre im fachmathematischen Teil des Lehramtsstudiums ausgeschrieben waren. Unter

---

[3] vgl. Universität Wien. Broschüre zur LehrerInnenausbildung der Sekundarstufe Allgemeinbildung.

anderem wurden die Bewerberinnen und Bewerber gefragt, was sie auf die Frage „Wozu brauch‘ ich das?“ seitens der Studierenden, bezogen auf die Inhalte der Vorlesung, antworten würden beziehungsweise wie sie reagieren würden.

Die unterschiedlichen Aspekte, die in den Antworten der Bewerberinnen und Bewerber angesprochen wurden, haben das Projektteam dazu veranlasst, diese Frage systematisch zu untersuchen und unter anderem auch solche Personen zu befragen, die schon langjährige Erfahrung mit den fachmathematischen Lehrveranstaltungen in der Lehramtsausbildung vorweisen können.

1.3 Derzeitiger Forschungsstand

Schon Felix Klein erkannte Anfang des letzten Jahrhunderts, dass die mathematische LehrerInnenbildung andere Ansprüche stellt als ein fachwissenschaftliches Studium. Er schrieb davon, dass „zuvor ausschließlich hohe Wissenschaft ohne Rücksicht auf das, was der Schule Not tat [getrieben wurde] und ohne sich überhaupt um die Herstellung einer Verbindung zur Schulmathematik zu sorgen.“[4]

„[…] so nimmt er[5] bald die alte Unterrichtstradition auf, und das Hochschulstudium bleibt ihm nur eine mehr oder minder angenehme Erinnerung, die auf seinen Unterricht keinen Einfluss hat. Diese doppelte Diskontinuität, die gewiss weder der Schule noch der Universität jemals Vorteil brachte, bemüht man sich nun neuerdings endlich aus der Welt zu schaffen“.[6]

Mit dieser doppelten Diskontinuität spricht Klein zwei Schnittstellenprobleme an: das von der Schule zur Hochschule (1. Diskontinuität) und jenes von der Hochschule zurück in die Schule (2. Diskontinuität). Für die Lösung dieser Problematik gibt es bereits unterschiedliche Ansätze:

Rainer Danckwerts plädiert dafür, direkt am Beginn des Lehramtsstudiums an die mathematischen Vorerfahrungen aus der Schule anzuknüpfen, inhaltlich bei diesen zu bleiben und einen höheren Standpunkt herauszuarbeiten.[7] Im Gegenzug dazu ist bei Felix Klein jenes Ziel zu erkennen, dass „im Anschluss an umfassende hoschschulmathematische Erfahrungen die Schulmathematik in den erworbenen Wissenskanon fachlich einzubetten [ist]“.[8]

---

[4] Klein 1908, S. 1 f.

[5] der spätere Lehrer

[6] ebd.

[7] vgl. Danckwerts 2013

[8] ebd. S. 78

Deborah Ball und Hyman Bass[9] erarbeiteten eine Methode, um herauszufinden, welches Wissen und welche Kompetenzen seitens der Lehrkraft für guten Unterricht notwendig seien. Bei dieser sogenannten „Job-Analyse“ werden zunächst die Handlungsanforderungen an Lehrkräfte („Jobs“) identifiziert und anschließend analysiert, was zur erfolgreichen Bewältigung dieser notwendig ist (vgl. Ball, Bass 2004). Dieser Katalog an Handlungsanforderungen wurde von Susanne Prediger[10] noch weiter ergänzt.

„Zum Abbau der Diskontinuität gehört aus Sicht der Autorin[11] auch, eine zu sehr isolierende Arbeitsteilung zwischen fachinhaltlichen, fachdidaktischen und schulpraktischen Veranstaltungen zu überwinden und auch die fachinhaltlichen Veranstaltungen bereits zu dem Ziel beitragen zu lassen.“[12]

Vor allem, da vor kurzer Zeit (im Jahr 2014) ein Curriculums-Wechsel in der österreichischen LehrerInnenbildung stattfand, liegt es nahe, sich mit der Frage zu beschäftigen, was eine mathematische Fachvorlesung für das Lehramt zu leisten hat. So taten es auch Stefan Götz und Evelyn Süss-Stepancik.[13] In ihrer Forschung wurden unter anderem folgende Themen angesprochen: der Einfluss von Vorwissen auf die Gestaltung der Lehrveranstaltungen, die Wahl der Abstraktionsebene, die Wahl des Exaktheitsniveaus (inklusive der Rolle der Beweise) und dem, was LehrerInnen eigentlich können sollen (vgl. Götz, Süss-Stepancik 2016). Es handelt sich dabei um eine Arbeit, im Zuge derer österreichische Fachmathematiker und FachdidaktikerInnen interviewt wurden. Deren Arbeit war unter anderem ein Impulsgeber für die Forschungsarbeit, die im Weiteren behandelt wird.

---

[9] Ball, Bass 2004

[10] Prediger 2013

[11] Anm.: Susanne Prediger

[12] Prediger 2013, S. 165

[13] Götz, Süss-Stepancik 2016

Das Forschungsteam Silvia Becher und Rolf Biehler[14] beschäftigte sich im Gegensatz dazu mit der Frage, inwieweit die Gestaltung der fachlichen Vorlesungen Auswirkungen auf die LehramtskandidatInnen der Mathematik hat. Sie befragten zu diesem Zweck Lehramtsstudierende hinsichtlich ihrer persönlich wahrgenommenen Funktion der fachmathematischen Ausbildung. In Aufsätzen sollten die Studierenden beschreiben, welchen Nutzen die fachmathematische Vorlesung (konkret: Analysis) für ihren späteren Lehrberuf hat.

[14] Becher, Biehler 2015

2 Forschungsmethode: Qualitative Inhaltsanalyse

2.1 Qualitative Inhaltsanalyse theoretisch erklärt

Die Qualitative Inhaltsanalyse ist ein Verfahren zum systematischen Kategorisieren großer Textmengen, um diese später kategorienweise analysieren zu können. Sie hat ihren Ursprung in den Vereinigten Staaten von Amerika im frühen 20. Jahrhundert.

Nach Philipp Mayring[15] ist diese eine Familie an Verfahren, um Texte systematisch zu analysieren. Diese Verfahren sollen den Text regelgeleitet und nachvollziehbar auf eine Fragestellung hin interpretieren und auswerten.

Bei der Qualitativen Inhaltsanalyse steht der Prozess des Einordnens in Kategorien im Vordergrund. Das Kategoriensystem kann einerseits induktiv aus dem Text heraus entstehen, andererseits kann auch ein bereits bestehendes Kategoriensystem deduktiv auf den Text angewandt werden. In jedem Fall muss das Kategoriensystem zum Text passen[16]. Die Kategorien sollten innerhalb eines Systems organisiert sein. Gegebenenfalls können mehrere Unterkategorien in einzelne Überkategorien (Cluster) eingeordnet werden.

---

[15] Mayring 2000

[16] Es kann etwa ein Kategoriensystem, das im Zuge der Bearbeitung eines Textes über verschiedene Aspekte der Todesstrafe entwickelt wurde, nicht auf einen Text angewandt werden, der sich mit der Frage beschäftigt, was guter Mathematikunterricht leisten soll. Selbst, wenn das Themengebiet näher läge, etwa im Bezug auf das Lehramt der Primarstufe, wäre dieses Kategoriensystem wenig sinnvoll.

Um große Textmengen in ein System von Kategorien einordnen zu können, muss der gesamte Text erst in kurze Analyseeinheiten[17] zerlegt werden. Jede Analyseeinheit wird dann genau einer Kategorie zugeteilt.

Entsteht das Kategoriensystem induktiv aus dem Text heraus, wird es sich ständig verändern. Wird in einer Analyseeinheit ein neuer Aspekt genannt, wird dieser einer neuen Kategorie zugeordnet. Wird hingegen ein Aspekt genannt, für den bereits eine Kategorie existiert, wird die Einheit jener Kategorie zugeordnet. Kategorien werden dahingehend erstellt und später abgeändert, dass nicht für nahezu jede Aussage eine eigene Kategorie entsteht, sondern dass zahlreiche Aussagen zu einer Kategorie zusammengefasst werden können. Der Name einer Kategorie entsteht oftmals direkt aus dem Text. Deckt eine Kategorie mehrere unterscheidbare Aspekte ab, kann es passieren, dass diese in mehrere (kleinere) Kategorien aufgeteilt wird.

Im Zuge der Analyse kann es zudem geschehen, dass eine neue Kategorie erstellt wird, für die es eine Aussage gibt, die bereits einer anderen Kategorie zugeordnet ist, obwohl sie in die neue besser passen würde. Aus diesem Grund sind (spätestens nachdem der gesamte Text einmal analysiert wurde) alle Analyseeinheiten erneut zu behandeln und es ist zu prüfen, welcher Kategorie diese jeweils zuzuordnen sind[18]. Mayring schreibt davon, die Kategorien zudem einer Reliabilitätsprüfung zu unterziehen. Das bedeutet, dass unterschiedliche Forscher bei der Analyse der Einheiten zu einem möglichst übereinstimmenden Ergebnis kommen sollten[19].

---

[17] im Folgenden auch Einheiten oder Aussagen

[18] Am Ende ist dies unausweichlich vorzunehmen. Es ist jedoch möglich, die bisher eingeordneten Einheiten zu einem früheren Zeitpunkt nochmal zu kontrollieren. Christina Ramsenthaler schlägt dies schon nach etwa 10 bis 50% des Textes vor, wenn die Kategorien voraussichtlich nicht mehr geändert werden. Bei jeder Veränderung ist das gesamte Material erneut durchzuarbeiten (vgl. Ramsenthaler 2013).

[19] vgl. Mayring 2000

Während bei der klassischen Inhaltsanalyse meist über das Problem geschwiegen wird, wie die Kategorien entstehen (bzw. woher sie kommen), so ist bei der qualitativen Inhaltsanalyse "gerade dies wichtig, die Auswertungsaspekte nahe am Material, aus dem Material heraus zu entwickeln."[20]

Jede Kategorie soll zudem mit einer Kategoriendefinition versehen werden. Diese soll die Kategorie in wenigen Worten beschreiben. Da die Qualitative Inhaltsanalyse eine Zusammenfassung des Textes leisten soll, werden zu jeder Kategorie einige wenige Ankerbeispiele herausgearbeitet. Ankerbeispiele sind (Teile von) Analyseeinheiten, die die Aussagen in dieser Kategorie besonders gut repräsentieren. Auf diese Weise erhält man beim Betrachten der Kategorien einen Überblick über die genannten Aspekte, ohne den ganzen Text durcharbeiten zu müssen.

Mayring (2000) nennt vier Grundkonzepte, die für die Entwicklung einer qualitativen Inhaltsanalyse zentral sind:

- Einordnung in ein Kommunikationsmodell: Es soll festgelegt werden, was das Ziel der Analyse ist und wie das Material entstand.
- Regelgeleitetheit: Das Material wird in Analyseeinheiten zerlegt und einem Ablaufmodell folgend schrittweise bearbeitet.
- Kategorien im Zentrum: Die Einheiten werden in Kategorien eingeordnet, die im Laufe der Bearbeitung verändert bzw. angepasst werden.
- Gütekriterien: Das Verfahren soll nachvollziehbar sein, Triangulation[21] zulassen und Reliabilitätsprüfungen unterzogen werden.

Mayring bezeichnet in einer späteren Arbeit[22] drei weitere Analyseschritte zur Kategorienbildung:

---

[20] ebd.

[21] „Triangulation in diesem Kontext bedeutet, dass die Ergebnisse der Auswertung mit den Ergebnissen anderer Studien vergleichbar sein sollen.“ (Ramsenthaler 2013, S. 25)

- Zusammenfassung: Die Analyse soll die Datenmenge auf ein überschaubares Maß reduzieren, ohne dass dabei wesentliche Inhalte verloren gehen.
- Explikation: Unverständliche oder diskrepante Textstellen werden durch zusätzliches Material ergänzt, um diese zu klären. (Etwa ist eine Aussage wie "Nein, das sehe ich nicht so", ohne den vorhergehenden Satz nichtssagend.)
- Strukturierung: Aus dem Datenmaterial kann eine bestimmte Struktur herausgearbeitet werden.

[22] Mayring 2007

2.2 Konkrete Durchführung der Qualitativen Inhaltsanalyse

Zum Zweck der Forschungsarbeit wurden am Beginn des Jahres 2017 sieben Fachmathematikerinnen und Fachmathematiker an der Universität Wien von Christoph Ableitinger einem Leitfaden folgend interviewt. Die sieben Personen haben entweder in den vergangenen Semestern bereits mindestens eine fachmathematische Vorlesung für das Lehramt gehalten oder sind zum Zeitpunkt des Interviews bereits mit der Planung einer solchen konfrontiert.

Das Ziel der Analyse ist das Entwerfen eines Kategoriensystems, das die verschiedenen Kriterien behandelt, die (wie der Titel der Arbeit schon sagt) für die Gestaltung fachmathematischer Vorlesungen für das Lehramtsstudium Mathematik ausschlaggebend sein können.

Im Anschluss an die Interviews transkribierte ich diese. Der nächste Schritt war die Analyse des Textes. Dafür setzten Roland Steinbauer, Christoph Ableitinger und ich uns zusammen, um die Analyseeinheiten in Kategorien, die im Laufe des Prozesses erst entstanden, einzuordnen. Da die Analyseeinheiten nicht im Vorhinein schon festgelegt worden waren, beschlossen wir, dies erst zum Zeitpunkt der Einordnung zu tun. Dies macht insofern Sinn, da die interviewten Personen gelegentlich mehrere Aspekte innerhalb eines Satzes erwähnten, ein anderes Mal aber auch einige Sätze lang über das Gleiche sprachen. Eine Analyseeinheit ist somit eine zusammenhängende Aussage, die einer Kategorie zugeteilt wird.

Das Teilen in Analyseeinheiten erfolgte so, dass wir alle Transkripte (einseitig) ausdruckten und die jeweiligen (Analyse-)Einheiten ausschnitten. Ein Papierstreifen bildet somit genau eine Analyseeinheit. Aussagen[23] derselben Kategorie werden zusammengelegt. Dies macht es einfach, die Aussage der Kategorie zuzuordnen,

[23] also Analyseeinheiten

gegebenenfalls die Kategorie zu wechseln und erlaubt es, einen schnellen Überblick über die Aussagen einer Kategorie zu bekommen.

Da das Kategoriensystem aus den Interviews heraus entsteht, ist der zu Beginn analysierte Teil maßgeblich an der Entstehung der Kategorien (insbesondere deren Namen) beteiligt. Das zuerst analysierte Interview würde somit die Richtung des Kategoriensystems vorgeben. Um diesen Effekt abzuschwächen, analysierten wir lediglich einen Teil eines Interviews, bevor wir mit der Analyse des nächsten fortfuhren. Wo genau die Grenze war, an der wir die Analyse abbrachen, haben wir nicht festgelegt.

Dass das Kategoriensystem induktiv aus dem Text heraus entwickelt wurde, hängt damit zusammen, dass eine strukturierte Inhaltsanalyse nicht wirklich möglich war, da das Thema zu diesem Zeitpunkt noch wenig erforscht war.

Jede Analyseeinheit wurde in gemeinsamer Arbeit in eine Kategorie eingeordnet und gegebenenfalls eine neue Kategorie eröffnet. Die Einordnung erfolgte im Plenum. Nachdem ein Grundgerüst an Kategorien vorhanden war, erstellte Christoph Ableitinger eine Clusterung, die von Roland Steinbauer und mir abgesegnet wurde.

Nachdem das Kategoriensystem in dieser Form vorhanden war, änderten wir unsere Analysestrategie: Um die Reliabilität zu gewährleisten, ordneten wir getrennt voneinander alle Analyseeinheiten den Kategorien zu und verglichen unsere Ergebnisse später. Stimmte die Einordnung in eine Kategorie nicht bei allen überein, diskutierten wir die jeweilige Aussage, bis wir zu einem für alle zufriedenstellenden Ergebnis kamen. Falls der Vorschlag aufkam, eine Kategorie in mehrere Kategorien aufzuteilen oder diese gar aufzulassen, führten wir die gleichen Analyseschritte für alle Aussagen der jeweiligen Kategorie erneut durch.

Nachdem jede Einheit analysiert und eingeordnet[24] worden war, mussten alle Aussagen aller Kategorien erneut geprüft werden, ob sie der Kategorie, in der sie sich gerade befinden, entsprechen oder ob sie einer anderen Kategorie zuzuordnen sind. Zeitgleich erfolgte das Finden einer jeweiligen Definition der Kategorien sowie das Auszeichnen passender Ankerbeispiele.

Jeder von uns suchte sich einige wenige für ihn in Frage kommenden Ankerbeispiele heraus, dir wir anschließend verglichen und darüber diskutierten, welche die Kategorie bestmöglich repräsentieren. Mit Ausnahme einer Kategorie[25] sollte jede (je nach Größe) zwei bis vier Ankerbeispiele vorweisen. (Immerhin soll einerseits der Inhalt einer Kategorie nicht verloren gehen, andererseits eine Zusammenfassung der Inhalte vorgenommen werden. Mehr als vier oder gar nur ein Ankerbeispiel, dienen nicht mehr diesen Zwecken.)

Das Finden einer geeigneten Definition der jeweiligen Kategorie erfolgte so, dass jedem von uns eine Menge von Kategorien zugeordnet wurde, für die wir den anderen Analysten einen ersten Entwurf einer jeweiligen Definition vorlegen sollten. Im Anschluss daran, feilten wir gemeinsam an jeder Definition, bis sie für alle zufriedenstellend war.

Beim Einordnen der Analyseeinheiten in die Kategorien wurden (sofern sinnvoll) die zuvor vom Interviewer gestellten Fragen bzw. Aussagen angeführt, um die analysierten Aussagen nicht aus dem Kontext zu reißen.

---

[24] Manche Aussagen haben keinen wirklichen Inhalt und wurden ausgesondert, anstatt sie einer Kategorie zuzuordnen.

[25] Das ist die Kategorie "Wozu brauch ich das?", für die die sechs Ankerbeispiele jeweils unterschiedliche Aspekte dieser Kategorie abdecken.

Nach diesen Arbeiten stand das Kategoriensystem in der Form, wie es auch hier vorliegt. Jede Kategorie war zumindest einem Cluster zugeordnet[26], hatte eine aussagekräftige Definition und repräsentative Ankerbeispiele.

Aus dem Forschungsprojekt heraus entstand nicht nur die vorliegende Arbeit, sondern ebenso eine gemeinsame Publikation[27], in der die Ergebnisse festgehalten sind. Die Veröffentlichung dieser Arbeit ist noch nicht erfolgt.

---

[26] Die Kategorie „Vorbereiten auf VWAs, Lehrplanänderungen, WPF, BHS“ wurde sowohl dem Cluster „innermathematische Kriterien“ als auch „schulbezogene Kriterien“ zugeordnet.

[27] Ableitinger, Kittinger, Steinbauer 2018

2.3 Darstellung der Ergebnisse der qualitativen Inhaltsanalyse

Wie bei der qualitativen Inhaltsanalyse üblich, werden die Kategorien mit Hilfe eines kurzen „Steckbriefs“ vorgestellt. Zu jeder Kategorie werden ihre jeweilige Definition und die ausgewählten Ankerbeispiele, die die Kategorie repräsentieren sollen, aufgezeigt.

Die Kategorien werden nach folgendem Schema dargestellt:

Name der Kategorie
Definition der Kategorie
1. Ankerbeispiel
2. Ankerbeispiel
. . .
Letztes Ankerbeispiel

Im Anschluss daran erfolgt eine weitere Beschreibung der Kategorie sowie eine etwaige (persönliche) Stellungnahme. Gegebenenfalls werden Meinungen der Interviewten näher erläutert und in einen umgebenden Kontext eingebunden.

In den folgenden zwei Kapiteln wird jede einzelne Kategorie wie oben beschrieben angeführt.

3 Kriterien für die Auswahl von Inhalten

Im Zuge der Textanalyse wurden verschiedene Kriterien gefunden, die für die Auswahl von Inhalten für fachmathematische Lehrveranstaltungen für das Lehramt mehr oder weniger relevant sein können. Diese wurden in entsprechende Kategorien zusammengefasst.

Da einige gefundene Kategorien jeweils thematisch zusammen passen, ließen sich diese wieder in größere Überkategorien (Cluster) einordnen. Es kristallisierten sich die folgenden vier Cluster für die Auswahlkriterien von Inhalten heraus:

- Innermathematische Kriterien
- Schulbezogene Kriterien
- Haltungen
- Rahmenbedingungen

Die folgende Tabelle zeigt die entstandenen Kategorien im Überblick:

innermathematische Kriterien	Anwendbarkeit
	historische Aspekte
	Ringen um Begriffe
	Wesen der Mathematik kennenlernen
	Hintergrundwissen (als Wert an sich)
	Semantik
	Abstraktion
	„Bibel“ (VO als Nachschlagewerk)
schulbezogene Kriterien	Vorbereitung auf VWAs, LP-Änderungen, WPF, BHS
	Anknüpfungspunkte von Schulmathematik (1. Diskontinuität)
	Nutzbarkeit von Fach- für Schulmathematik (2. Diskontinuität)
	Anschluss(fähigkeit) an Schulmathematik-VO

Haltungen	Begeisterung erzeugen durch inner-/außermathematische Kontexte
	Auswahl aufgrund persönlicher Sichtweisen
	Tradition/Orientierung an bestehenden Skripten
	nicht so billig
	zugetraute Leistungsfähigkeit
	gesellschaftliche Relevanz
	Fähigkeit, sich Neues anzueignen
Rahmenbedingungen	Beschränkungen durch Rahmenbedingungen

3.1 Innermathematische Kriterien

Anwendbarkeit
Aussagen, die den Nutzen der LVA-Inhalte im Kontext von Anwendungen (z.B. Technologie, Naturwissenschaften, Statistik, innermathematisch) im Hinblick darauf herausstreichen, dass Lehrkräfte über solche Anwendungen Bescheid wissen sollen.
Ja, also da Alltagsbeispiele gab's da eigentlich nicht.
Ja, also ich versuch schon primär, wenn ich's weiß, was mit einer echten Anwendungssituation zu argumentieren, da gibt's zum Glück eh auch sehr viel,
Mit rein mathematischen Strukturen hab ich eh wenig argumentieren müssen glaub ich. Ich bring sehr oft noch auch theoretische Physik rein. Gruppen zB hab ich erwähnt, einerseits Kristallographie, andererseits Elementarteilchenphysik und auch wenn man nicht weiß, warum dort Gruppen eine Rolle spielen, man hat das einmal von jemandem gehört, dem man vertraut - hoff ich. (lacht)
Ja, weil bei der angewandten Mathematik geht's mir teilweise auch darum, dass man zeigt, wo wird das jetzt wirklich angewandt, also da ist... Da mach ich in der Vorlesung zB das JPEG-Verfahren. *Das wird man in der Schule natürlich nicht machen, aber damit sie sehen, wo's angewandt wird, dass da auch mehrere Dinge vorkommen.*

Vor allem in der Schule steht jedes Unterrichtsfach - insbesondere Mathematik - stets unter einem Legitimationszwang. "Wozu braucht man das?", ist die Frage, die Schülerinnen und Schüler oftmals stellen. Meist ist die zufriedenstellendste aller Antworten der Nutzen für praktische Anwendungen. Es ist also nicht verwunderlich, dass die praktische Anwendbarkeit ein Aspekt bei der Gestaltung fachlicher Vorlesungen für das Mathematik-Lehramtsstudium ist.

Die Aussagen der Lehrenden betreffen nicht nur praktische Anwendungen, sondern auch innermathematische, die oftmals über das Schulniveau hinaus gehen. Nicht alle Vortragenden sind stets bemüht, einzig und allein mit Anwendungen zu argumentieren. Aussagen wie etwa "Ja, also da Alltagsbeispiele gab's da eigentlich nicht", waren in den Interviews ebenfalls vertreten.

Meiner Meinung nach sollten die Studierenden Anwendungen kennen lernen, um unter anderem auch weiterführend die "Wozu-Frage" ihren Schülerinnen und Schülern beantworten zu können. Je mehr Anwendungen einer Lehrkraft bekannt sind, desto öfter kann er bzw. sie damit argumentieren und gegebenenfalls Begeisterung bei den Schülerinnen und Schülern wecken.

historische Aspekte
Aussagen, die historische Aspekte als ein wichtiges Element in der LVA-Gestaltung sehen. Dabei sollen mathematische Persönlichkeiten, lehrreiche Irrtümer und/oder wichtige Phasen mathematischer Begriffsentwicklung im Zentrum stehen.
Die andere Komponente - wenn's geht - bau ich eher die historischen Wege und auch Irrtümer ein in die Vorlesung, um zu zeigen, dass es nicht straight-forward war und halt jetzt eigentlich genau andersrum entstanden ist.
zB wenn ich ihnen was gezeigt habe, wo der berühmte Cauchy Anfang des 19. Jahrhunderts sich geirrt hat und etwas Falsches publiziert hat und das diskutiert hab und dann anhand von dem den Begriff der Stetigkeit genau illustriert hab.

Ein zumindest exemplarisch angesprochener Aspekt ist die Lehre über die Entstehung mathematischer Konstrukte. Einerseits würden in den Vorlesungen historische Probleme angesprochen werden, andererseits Irrwege großer Mathematiker, die Diskussionen und kritisches Denken anregen sollen.

Meiner Meinung nach ist es, um Mathematik als Wissenschaft zu betreiben, essentiell, über die historischen Wege Bescheid zu wissen. Auf diese Weise versteht man Probleme besser, die im mathematischen Arbeiten entstehen können.
Nach "Wozu brauch ich das?", ist wohl "Wer hat sich das ausgedacht?", meiner Erfahrung nach die zweithäufigste Frage, die Schülerinnen und Schüler sowie Studierende stellen.

Ringen um Begriffe
Aussagen, die die Relevanz eines umfassenden Verständnisses mathematischer Begriffsbildungen sowie Herausforderungen beim individuellen Erwerb dieses Verständnisses thematisieren.
Aber was ich halt auch gerne versuche, zu vermitteln ist, sozusagen dass man die Grenze der... gewisse Begriffe auslotet.
Bei den LA-Studierenden geht's mir ja drum, dass ich sag, die sollen ja später nicht selber Wissenschaft mathematisch betreiben, sie sollen eher wissen, was sind die Schwierigkeiten im Ringen um die Begriffe und konfrontiert sein.
Weil es ist halt so, dass man viele Begriffe, wenn man's das erste Mal hört, gar nicht so tief versteht, aber das man's erst versteht, wenn man's in einer anderen Vorlesung braucht, oder wenn man die Verallgemeinerung kennen lernt.

Eine Schwierigkeit beim Erlernen von Mathematik ist das Entwickeln eines tieferen Verständnisses neu eingeführter Begriffe – sei es in der Schule, oder auf universitärem Niveau. Ein Fachmathematiker spricht davon, dass das tiefe Verständnis eines Begriffes nicht sofort, sondern erst durch wiederholtes Anwenden und durch Kennenlernen von Verallgemeinerungen (in verschiedenen Lehrveranstaltungen des Mathematikstudiums) erworben werde.

Gerade für Lehrerinnen und Lehrer ist es wichtig, dass sie selbst ein weitgehendes Verständnis solcher Begriffe haben, die sie in ihrem Berufsalltag brauchen. Fachliche Sicherheit seitens der Lehrkraft ist ein wesentlicher Bestandteil guten Unterrichts. Zu diesem Ergebnis kommt auch die COACTIV-Studie[28]. Diese beschäftigt sich unter anderem damit, ob und wie weit mathematisches Fachwissen der Lehrkraft Auswirkungen auf die kognitive Aktivierung und die damit verbundene mathematische Leistung der SchülerInnen hat. In dieser Studie wird zunächst festgestellt, dass sich mathematisches Fachwissen von fachdidaktischem Wissen empirisch unterscheiden lässt. Es wird aufgezeigt, dass „sich das fachdidaktische Wissen positiv auf das Ausmaß der kognitiven Aktivierung und die individuelle Unterstützung der Schüler im Unterricht aus[wirkt]".[29] Das Fachwissen wird hierbei als notwendige Bedingung für fachdidaktisches Wissen und für damit verbundenen qualitativ hochwertigen Unterricht gesehen.

[28] Baumert, Blum, Brunner, Dubberke, Jordan, Klusmann et al. 2009

[29] Homepage des Max-Planck-Instituts für Bildungsforschung 2009

Wesen der Mathematik kennenlernen
Aussagen, die darauf abzielen, dass Lehramtsstudierende das Fach Mathematik als Wissenschaft mit charakteristischen Arbeits- Sprech- und Denkweisen kennenlernen sollen.
Aber ich achte wirklich drauf, dass die sozusagen mathematisch in ganzen Sätzen sprechen, ja?
Weniger jetzt von den Inhalten her, als von den Denkweisen, von dem, was halt das das Fach ausmacht.
Und diese Trennung von "was ist meine Struktur" und plötzlich "das passt ja auch auf was Anderes", das ist etwas, was die Mathematik ausmacht. Also das ist etwas, was unsere Wissenschaft so - wie soll ich sagen - adaptierbar macht über die Jahrtausende getragen halt und das ist etwas, was man eigentlich relativ oft vermitteln muss als großen Hintergrundgedanken.
Das ist eine Vorlesung, das ist ein abgeschlossenes Gebäude, wo alles vollständig bewiesen ist, also das ist sozusagen einmal grundlegend.

Heinrich Winter[30] spricht in seiner zweiten Grunderfahrung, die Mathematikunterricht ermöglichen soll, "mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen" an. Unausweichlich müssen sich daher auch zukünftige Lehrerinnen und Lehrer diese Grunderfahrung aneignen. Diese Meinung spiegelt sich auch seitens der interviewten Fachmathematikerinnen und Fachmathematiker wider.

Lehrende betonen, welch großen Wert sie auf mathematisch korrekte Schreib- und Sprechweisen sowie vollständige Strukturen (etwa den lückenlosen Beweis jedes Satzes) legen würden.

[30] Winter 1995

Hintergrundwissen (als Wert an sich)
Aussagen darüber, ob LA-KandidatInnen über den Schulstoff hinausgehendes, tieferes Verständnis erlangen sollen, das insbesondere über den Habitus implizit wirksam wird.
Also normalerweise wird es sowas sowieso nicht unterrichten, trotzdem, wenn ich etwas tiefer versteh', dann hilft mir das auch selber beim Unterrichten und wenn's nur ist, dass es mir Sicherheit gibt und ich mir gewisse Zusammenhänge sehr schnell überlegen kann, wie viele linear unabhängige Lösungen wird's geben zB von homogenen Gleichungssystemen.
Naja, also meine Argumentationslinie ist dann also erstens . . . ich glaube wirklich und davon bin ich zutiefst überzeugt, ein Lehrer sollte für das, was er in der Schule unterrichtet, ein tieferes, theoretisches Verständnis haben.
Und das, wo ich... Ich mein', ich seh' unsere Aufgabe hier schon in gewisser Weise sicherzustellen, dass die Leute auch dazu fähig sind, fachlich fundierte Lehre durchzuführen und das können sie nicht, wenn sie nur den Schulkanon runter beten können - das geht nicht.
Also, wichtigster Grund einmal ist, dass man über den Dingen steht und dass man weiß, es gibt auch andere Sichtweisen.

Die Fachmathematikerinnen und Fachmathematiker sind sich einig, dass die Studierenden für ihre Lehrtätigkeit fachlich über dem Schulstoff stehen sollen. Nicht immer lasse sich ein Inhalt der Vorlesung explizit in konkreten Unterrichtssituationen anwenden. Vielmehr müsse eine Lehrkraft umfassendes Hintergrundwissen vorweisen können und für verschiedenste, oft unvorhersehbare Fragen und Überlegungen gewappnet sein.

Der Schulalltag ist abwechslungsreich und fordert Lehrerinnen und Lehrer allein durch die Interaktionen täglich aufs Neue heraus. Daher ist es meiner Meinung nach grundlegend, fachliche Sicherheit aus dem Studium mitzubringen, um sich bestmöglich auf Schülerinnen und Schüler konzentrieren zu können.

Semantik
Aussagen darüber, ob Wert darauf gelegt wird, die Ideen bzw. die Bedeutung von Begriffsbildungen und Konzepten zu vermitteln.
Das hab ich eh nicht exakt gemacht, aber ich wollte sozusagen eine Idee vermitteln.
Andererseits halt ich's für gefährlich, wenn man LA-Kandidaten dann nur mit so anschaulichen Beschreibungen von manchen Sachverhalten . . . alleine lässt, die wenn man sie zu wörtlich nimmt, einfach einen falschen Eindruck vermitteln und den Begriff nicht wirklich...
Wenn's Beweisvarianten gibt, eher die klassischen Beweise zu nehmen, die etwas mehr von der Idee herzeigen und weniger deduktiv im Gesamtaufbau zu sein,

Viele der interviewten MathematikerInnen sprechen an, speziell in den Lehramts-Vorlesungen Wert darauf zu legen, dass insbesondere die Idee der ausgewählten Inhalte vermittelt werde. Diese sei für eine Lehrkraft wichtiger als mathematische Exaktheit. Es werde außerdem mehr Zeit aufgebracht, um Sachverhalte zu motivieren und Zusammenhänge aufzuzeigen. Einer der Interviewten spricht sogar von einer generellen Schulung der Intuition. Es käme gar nicht darauf an, welcher konkreter Sachverhalt bearbeitet, sondern dass ein genereller Überblick geschaffen werde.

Eine Person sprach jedoch auch die Problematik von Vereinfachungen an und nannte als konkretes Beispiel den Begriff der Stetigkeit: Oftmals werde dieser Begriff so erklärt, dass eine Funktion genau dann stetig sei, wenn man ihren Funktionsgraphen mit Hilfe eines Stiftes ohne abzusetzen auf dem Papier zeichnen könne. Da es jedoch Funktionen gibt, die etwa um eine kritische Stelle herum gar nicht erst gezeichnet werden können[31], führe ein Arbeiten einzig und allein mit dieser Vorstellung nicht immer zu einem Ergebnis.

Meiner Meinung nach ist es essentiell, auf die Semantik einzugehen. Allein dadurch kann eine gewisse Begeisterung für das Fach Mathematik erzeugt werden. In der Schule steht das syntaktische Handeln oftmals im Vordergrund, was dazu führt, dass viele Schülerinnen und Schüler Mathematik als ein Auswendiglernen von Algorithmen kennen lernen, um gewisse Aufgabenschemata zu lösen. Das führt zwar möglicherweise zu kurzfristigen Erfolgserlebnissen, wenn man sich einen Algorithmus eingeprägt hat, langfristig jedoch zu Frustration und folglich zu Ablehnung gegenüber dem ganzen Fach, da jede Teildisziplin für sich betrachtet wird und keine Zusammenhänge geknüpft werden können.

Eine gute Lehrkraft sollte dem entgegenwirken. Ich bin davon überzeugt, dass es dafür eine Notwendigkeit ist, ein umfassendes Verständnis von der Bedeutung verschiedener Begriffe entwickelt zu haben, um dieses weiter geben zu können.

Es ist ebenso wichtig, die Lehramtsstudierenden selbst für das Fach zu begeistern. Dies ist meinen Erfahrungen nach mittels kurzen, auf den Punkt gebrachten Ideen eher möglich, als durch langwierige Beweise, in denen der Blick aufs Wesentliche verloren geht.

Es ist für eine Lehrkraft langfristig wichtiger, dass die Idee hängen bleibt und eben diese auch im Unterricht im Hinterkopf zu bewahren. So bleibt ein Gefühl für das Fach erhalten und es ist einfacher, auf eine Idee zu kommen, wie das Eine oder Andere zu zeigen sein könnte.

[31] etwa die Funktion, die x für positive Zahlen auf $\sin\left(\frac{1}{x}\right)$ und sonst auf 0 abbildet, an der Stelle $x = 0$ betrachtet

Außerdem sehe ich es als eine wichtige Lehramtskompetenz, komplizierte Sachverhalte selbstständig auf ein niedrigeres Niveau herunterzubrechen und verständig vermitteln zu können. Damit ist nicht gemeint, die Inhalte in den Vorlesungen auf niedrigerem Niveau vorzutragen, sondern wirklich, die grundlegende Idee zu vermitteln und damit zu arbeiten.

Aufgrund mangelnder Zeit in den Lehrveranstaltungen, stünden Vortragende vor der Entscheidung, in ihrer Vorlesung tiefer in eine Thematik einzudringen, oder mehrere Themen überblicksmäßig anzuschneiden (vgl. Kapitel 3.4). Meiner Meinung nach ist es wichtiger, angehenden Lehrkräften die Vielfalt des Faches zu offenbaren und zahlreiche Themen anzusprechen.
In einem Brief von Archimedes an Eratosthenes schreibt dieser, ihm eine Methode vorzustellen, Mathematik mechanisch zu betreiben. Durch geschickte Wiegeaufgaben wäre er in der Lage, etwa den Schwerpunkt eines Parabelsegments zu ermitteln. Im Zuge seiner Lösung schreibt er davon, die Parabel in unendlich viele unendlich kleine Streifen zu zerlegen[32]. Einer Lehrkraft, die ein Verständnis von Analysis vorweisen kann, wird auffallen, dass höchstwahrscheinlich eine formal exakte Herleitung mit Hilfe des Integralbegriffs passieren kann. Eine derartige Verknüpfung herstellen zu können, sehe ich als wesentlich für eine angehende Lehrperson.

[32] Winter 2016, S. 41 ff.

Abstraktion
Aussagen über die Wahl der Abstraktionsebene und über die Verwendung konkreter Darstellungen.
Also das heißt, es ist sehr sinnvoll, dass es Vorlesungen gibt, wo man sich nicht darauf konzentrieren muss, möglichst den allgemeinsten Satz mit seinem schönsten, elegantesten Beweis möglichst rasch zu präsentieren, sondern wo du Vorlesungen hast, wo du sagst: "Es geht mir eigentlich nicht darum, dass ich was ganz was Allgemeines mach', es geht mir darum, dass ich anhand von etwas, wo's vielleicht ein bisschen übersichtlicher ist, klar mach', wie man sauber, logisch, einwandfrei argumentiert, wie man Mathematik macht", halt ein bisschen so im Sandkasten, aber halt trotzdem richtig. Das war so...
Was ich gemacht hab, ist, ich hab manche Sachen . . . halt was weiß ich, ich hab das im Zweidimensionalen gemacht und halt g'sagt, das kann man verallgemeinern, weil...
Es ist vielleicht gut, wenn er weiß, dass das im Allgemeineren gilt, also die allgemeinere Version gibt, wenn er in mehrdimensionale Analysis lernt und dass er da irgendwie den Begriff kompakte Teilmenge des R k oder so hört. Aber ich brauch das einem Lehrer nicht erzählen, dass das auch gilt in einem topologischen Raum für stetige Funktion auf einer kompakten Menge oder kompaktem Raum, das brauch ich ihm nicht erzählen.
Nur um der Allgemeinheit Willen kann man das nicht einfach vom Himmel fallen lassen, na klar.

Die meisten Lehrenden geben an, für die LehramtskandidatInnen einen anschaulicheren Zugang zu wählen und auf einer niedrigeren Abstraktionsebene zu operieren. Derartige Ergebnisse wurden auch in der Arbeit von Götz und Süss-Stepancik (2016) aufzeigt. Einer der Befragten spricht jedoch davon, dass es ein wesentlicher Aspekt der Mathematik sei, abstrakte Begriffe einzuführen, um „dann den Wald [zu sehen] und nicht die Bäume, weil so die essentiellen Ideen und Konzepte herausgeschält werden“. Ein wesentlicher Aspekt sei es dabei, diesen Sachverhalt ausreichend zu motivieren.

Ein Vortragender erwähnt, dass es eine gewisse Schwierigkeit mit sich bringe, Vorlesungen dahingehend zu planen, da es eine andere Denkweise fordere, als es für MathematikerInnen in der Forschung üblich sei. Er spricht dabei vom Apparat der Mathematik als quasi seine Muttersprache. Das zeigt meiner Meinung nach umso mehr, dass es sinnvoll ist, bei Lehramtsstudierenden diesen Weg einzuschlagen. Wenn MathematikerInnen bereits Schwierigkeiten haben, die Inhalte auf einem anschaulichen Level zu präsentieren, sollte dies nicht auf angehende Lehrkräfte abgeschoben werden. Die „Übersetzungsarbeit“ sollte schon in der Vorlesung geschehen und nicht erst in der Vorbereitung auf die einzelnen Unterrichtsstunden.

Ebenso würde es für eine Lehrkraft hinderlich sein, durch das Studium den Blick gänzlich zu verlieren, den SchülerInnen auf die Mathematik haben. Dies hätte einen Qualitätsverlust des Unterrichtes zur Folge.

"Bibel" (VO als Nachschlagewerk)
Aussagen zur berufsspezifischen Relevanz einer normativen Mitschrift als Produkt einer Vorlesung.
Erstens sollten die [...] auf der Tafel eine vollständige und korrekte Lösung haben.
Also mein Idealbild ist, dass die irgendwie eine Mitschrift haben [...] wo sie einen theoretischen Unterbau haben für das, was sie dort erzählen, wo die so ausschaut, dass man vielleicht auch später mal nachschauen kann.

In dieser Kategorie, die nur von einer Person bedient wird, spricht der Interviewte davon, dass die zukünftige Lehrkraft im Zuge der Vorlesung ein Skript zu erstellen habe, das später als Nachschlagewerk dienen können solle.

Ich selbst sehe den Vorteil einer solchen Mitschrift bereits aus eigener Erfahrung. Nicht erst einmal habe ich nach etwas gesucht, das in einer früheren Vorlesung besprochen wurde. In meiner eigenen Mitschrift fand ich mich schnell zurecht und konnte das Gesuchte auch stets in einen Kontext bringen. Die Informationen, die ich aus Vorlesungs-Mitschriften gewinnen konnte, halfen mir oft besser weiter, als Skripten, in die ich bis zu diesem Zeitpunkt noch keinen Blick geworfen habe.

Aussagen darüber, ob sich dieser Wunsch nach einer normativen Mitschrift nur an LehramtskandidatInnen, oder auch an Fachmathematik Studierende richtet, wurden nicht getroffen.

3.2 Schulbezogene Kriterien

Vorbereiten auf VWAs, Lehrplanänderungen, WPF, BHS
Aussagen darüber, ob LA-Studierende fachlich auf etwaige Lehrplanänderungen, Betreuung von vorwissenschaftlichen Arbeiten, das Halten des Wahlpflichtfachs Mathematik und auf Lehrplaninhalte des Fachs Angewandte Mathematik an BHS vorbereitet werden sollen.
Naja, es könnte insofern eine Rolle spielen, man kann das etwa im Wahlpflichtfach oder so etwas durchaus ja weiter gehen, dass man da Möglichkeiten hat zum weiter gehen und in dem Sinn spielt's auch da eine Rolle.
Dann natürlich immer wieder . . . im AHS-Stoff sind zB keine Differentialgleichungen oder ganz wenig. Wenn man aber in einer HTL oder so unterrichtet, ist das Stoff, also insofern Differentialgleichungen ist wichtig, je nachdem, welchen Schultyp man hat.
Es können sich Lehrpläne ändern, da sollte man auch ein bisschen drüber stehen.
Und der dritte Punkt, den ich... Also das, was ich den Leuten immer sag und woran irgendwie kein Mensch denkt anscheinend: Vielleicht müssen die ja eines Tages eine vorwissenschaftliche Arbeit betreuen. Und wenn ich dann in dem Moment grad den Schulstoff grad noch kann und den Rest "ja das brauch ich eh nicht, nie wieder" schon wieder vergessen hab, wie mach ich denn dann das?

Diese Kategorie ist zweierlei Cluster zuzuordnen (siehe Übersicht am Beginn von Kapitel 3). Einerseits werden innermathematische Kompetenzen angesprochen, andererseits wird auch mit dem Bezug argumentiert, den diese zum späteren Schulalltag beitragen.

Zwei der interviewten Personen sprechen vorbereitende Maßnahmen für die Schule an. Als Lehrkraft solle man für vorhersehbare mathematische Herausforderungen gewappnet sein, die aktuell nicht durch den Lehrplan abgedeckt werden.

Da sich eben dieser jedoch im Laufe der Jahrzehnte ändern kann, sollen laut der Interviewten grundlegende Kenntnisse in weiteren Themenbereichen erworben werden. Auch wenn Lehrplanänderungen von Fortbildungen für Lehrkräfte begleitet werden und generell nicht vorhergesehen werden kann, in welche Richtung sich der Lehrplan ändern wird, argumentiert eine der Personen: „Wenn ich gewisse grundlegende Dinge verstanden habe, dann kann ich andere Sachen leichter dazu lernen."

Sie spricht zudem die Vorbereitung auf eine VWA[33] an, die jedeR AHS[34]-SchülerIn im Rahmen der Reifeprüfung schreiben muss. „Die vorwissenschaftliche Arbeit umfasst ein dem Bildungsziel der allgemein bildenden höheren Schule entsprechendes Thema."[35] Das konkrete Thema ist zwischen SchülerIn und Lehrkraft zu vereinbaren. „Eine Lehrerin oder ein Lehrer hat […] nur solche vorwissenschaftliche Arbeiten zu betreuen, hinsichtlich derer sie oder er über die erforderliche berufliche oder außerberufliche (informelle) Sach- und Fachkompetenz verfügt."[36]

Die VWA kann prinzipiell in jedem Gegenstand geschrieben werden. Es wird dabei in der Regel ein Thema behandelt, dass nicht Teil des Lehrplanes ist. Aus diesem Grund soll die Lehrkraft fachlich über dem Lehrplan stehen. Hat eine Lehrkraft nicht die erforderliche Fach- oder Sachkompetenz, ist das Thema der VWA abzulehnen.

Erfahrungsgemäß werden nur verhältnismäßig wenige VWAs im Fach Mathematik geschrieben. Umso trauriger wäre es meiner Meinung nach, wenn Lehrkräfte mathematische Themen aufgrund fehlender Kompetenz abweisen.

---

[33] vorwissenschaftliche Arbeit

[34] allgemeinbildende höhere Schule (Gymnasium)

[35] Österreichische Prüfungsverordnung §3 (1)

[36] a.a.O., §8 (1)

Ich selbst war schon in der Situation, Themen für VWAs vorschlagen zu müssen. Es war erstaunlich, was mir allein bei der Überlegung, welche Inhalte ich in meiner Studienzeit hören durfte, einfiel. Unter anderem waren Fibonacci-Zahlen, konstruierbare Zahlen und Gleichungen dritten und vierten Grades zu lösen darunter.

Im Laufe der letzten Jahre der Oberstufe muss jedeR AHS-SchülerIn mindestens ein Wahlpflichtfach besuchen. „Die Wahlpflichtgegenstände dienen der Ergänzung, Erweiterung oder Vertiefung der […] Pflichtgegenstände […]“[37] Welche Inhalte Teil der Wahlpflichtfächer sind, obliegt der Lehrkraft. Um diese jedoch anbieten zu können, ist ein über den Lehrplan hinausgehendes Wissen der Lehrkraft von Nöten.

Meiner Meinung nach sollte dies jedoch nicht als blinde Rechtfertigung seitens der Lehrenden vorangeschoben werden, jedes x-beliebige Thema in den Vorlesungen zu behandeln. Wenn darauf abgezielt wird, Inhalte zu vermitteln, welche für ein Wahlpflichtfach geeignet sind, sollte dies im Vorfeld angesprochen und stets im Blick gehalten werden.

Der Abschluss eines Lehramtsstudiums berechtigt neben der Unterrichtstätigkeit an AHS auch diese an berufsbildenden höheren Schulen (BHS). Die Lehrpläne dieser weichen oft sehr stark von jenem der AHS ab.

Das Studium sollte also angehende Lehrkräfte auch auf den Unterricht in diesen Schulformen vorbereiten. Ein konkretes Beispiel, das von einem Mathematiker genannt wird und das ich auch selbst in meiner Schullaufbahn erlebte, sind Differentialgleichungen. Diese sind zumindest in den Lehrplänen mancher Fachrichtungen technischer Schulen fix verankert[38].

[37] Schulorganisationsgesetz §39 (1)

[38] vgl. Portalseite der berufsbildenden Schulen

Anknüpfungspunkte von Schulmathematik (1. Diskontinuität)
Aussagen zur Wahl von Vorlesungsinhalten in Bezug auf das aus der Schule verfügbare Wissen sowie Sprech- und Denkweisen der Studierenden am Beginn der jeweiligen Vorlesung.
Ich such' halt Wege, so dass dieses Gebäude sozusagen möglichst nah' an dem steht, was man halt so in der Schule üblicherweise macht.
Weil ich seh's so, dass die fachmathematische Vorlesung soll sozusagen auf einem Universitätsniveau das Mathematische abdecken aber mit möglichst - wenn's immer sich gut ergibt - Bezug zu dem, was man aus der Schule kennt oder zumindest schon mal... was wieder aufgreifen.
Und der andere wirklich wichtige Inhalt betrifft die StEOP, aber das ist wahrscheinlich eh allen sehr bewusst. Da gibt's natürlich ganz große Hürden und die Hürden sind jetzt nicht die mathematischen Inhalte, sondern die Hürden sind die Sprechweise und die Denkweise, also einfach . . . ja...
Damit werd'ma uns in der Analysis... Also wenn ich Analysis halten würde, da werd'ma nicht viel Zeit damit verbringen, das sollten's eigentlich können.

Die Vortragenden sind sich einig, dass die Vorlesungsinhalte der ersten Semester auf dem aufbauen sollen, was die Studierenden im Laufe ihrer Schullaufbahn lernten. Aussagen wie „vergesst alles, was ihr in der Schule über Mathematik gelernt habt“ werden in den Interviews von niemandem getroffen. Obwohl ich vor Beginn meines Studiums Gerüchte über derartige Aussagen wahrnahm, habe ich in noch keinen Lehrenden erlebt, der seine Vorlesung mit derartigen Worten begann.

Ein Interviewter beklagt sich darüber, dass die Studierenden am Beginn ihres Studiums unterschiedliche mathematische Vorkenntnisse hätten. Unter anderem können diese je nach Schulform stark variieren. Er müsse feststellen, dass manche Studierenden die Fertigkeiten der Integralrechnung nicht mitbringen würden.

Dem ist hinzuzufügen, dass seit dem Jahr 2017 in Österreich eine standardisierte, zentrale Reifeprüfung im Fach Mathematik flächendeckend[39] abgehalten wird. In allen Gymnasien wird dieselbe Prüfung zur selben Zeit abgehalten. In den BHS ist die erste Hälfte in allen Schultypen gleich, der zweite Teil hängt vom jeweiligen Schultyp ab. Zahlreiche Schultypen werden jedoch zusammengefasst, sodass es insgesamt lediglich 5 verschiedene[40] sogenannte Cluster gibt[41]. Die Schnittmenge jener Inhalte, die im AHS- sowie im ersten Teil des BHS-Maturastoffgebietes vorkommen, könnte somit als Grundwissen aller StudienanfängerInnen herangenommen werden. Dies erscheint mir eine sinnvollere Herangehensweise, als die Lehrpläne (oder gar alle Schulbücher) aller Schultypen und Ausbildungsschwerpunkte nach Gemeinsamkeiten zu durchforsten.

Ein Weiterer plädiert dafür, gewisse Inhalte bewusst „ganz stark in dem Schulaspekt“ zu belassen und diese als Mathematikwissenschaftler nicht anzusprechen. Andererseits versuche er in seinen Vorlesungen, so oft es sich eben ergebe, einen Bezug zu dem herzustellen, was die Studierenden aus der Schule mitbekommen hätten.

Ein Problem würden laut eines Befragten nicht nur die rein mathematischen Inhalte darstellen, sondern ebenso die mathematischen Sprech- und Denkweisen. Die Schule würde dies nicht zur Genüge abdecken, weshalb dies zur Hauptaufgabe der Einführungs-Vorlesung (StEOP[42]) werden würde.

---

[39] seit 2015 in allen AHS und zahlreichen BHS

[40] vor dem Jahr 2018 noch 9 verschiedene

[41] vgl. Bundesministerium für Bildung: Homepage der standardisierten Reife- und Diplomprüfung

[42] Studieneingangs- und Orientierungsphase

Nutzbarkeit von Fach- für Schulmathematik (2. Diskontinuität)
Aussagen darüber, ob und wie Inhalte aus fachmathematischen Vorlesungen im späteren Berufsalltag als Lehrkraft konkret nutzbar gemacht bzw. wirksam werden können.
Das sind ja Dinge, die dazu da sind, dass sie fähig sind, als Lehrer zu erkennen, woher die Konzepte, die sie jetzt vermitteln, kommen, ihnen Erklärungshilfen zu liefern und später halt zu wissen, warum das, was sie erzählen, da wahr sein soll [...]. Also es hat überhaupt keinen Sinn, Fachwissen abzulagern, das nicht abgerufen wird.
Hab versucht zu betonen, wie die Leut' mit der Theorie der Ringe jetzt von Haus aus besser wissen können, warum sich das dann ausgeht beim Beispiele erstellen.
Ja, wobei... Sag'ma so, wenn da irgendwas vorkommt, wo ich dann das Gefühl hätte, darauf bereitet meine Vorlesung, wie ich sie mir vorstelle, eigentlich überhaupt nicht vor, dann würde ich mich schon bemühen, das einzubauen...
Ich hab vor 15 Jahren hab' ich Schulbücher ang'schaut, aber seither hab ich nirgends mehr rein g'schaut. Also da hab ich schon...

Nicht alle Lehrenden sprechen davon, sich mit den Inhalten zu beschäftigen, die für die Schule aktuell relevant seien. Einer merkt sogar an, vor 15 Jahren letztmals in Schülbucher geblickt zu haben, um zu sehen, welche Ansprüche die Schule insbesondere im Bereich Stochastik stelle, sich jedoch seither nicht weiter damit beschäftigt zu haben.

Einer der Mathematiker sieht die Verantwortung, Inhalte konkret mit der Schule zu verknüpfen, bei der Schulmathematik-Vorlesung.

Dennoch versuche er, Studierende nur mit solchem Wissen zu nähren, welches sie für weitere Lehrveranstaltungen und ihren späteren Lehrberuf benötigen würden. Er spricht davon, dass er es zu vermeiden versuche, „taubes Material abzuladen“, welches sie nie benötigen werden.

Einer der Interviewten spricht an, dass eine Lehrkraft ein tiefgehendes Veständnis für Gleichungssysteme dahingehen haben sollte, dass diese wisse, wie die Anzahl der linear unabhängigen Lösungen mit der Dimension zusammenhänge. Es sei zwar wichtig, sich einen Lösungsalgorithmus einzuprägen, jedoch sei ein tieferes Verständnis ebenso relevant.

Eine fachliche Sicherheit merkt ein Anderer als eine zentrale Kompetenz einer jeden Lehrkraft an. Diese solle in jedem Fall argumentieren können, warum beispielsweise eine SchülerInnenlösung nicht korrekt sei, auch wenn dieseR dies behaupte. Nicht erst einmal kam in meiner derzeitigen Schule ein Kollege mit der Frage auf mich zu, ob diese oder jene Aufgabe nicht mehrere korrekte Lösungen habe. Als ich ihn auf die Feinheiten aufmerksam machte, sah er seinen Fehler ein. Zwar finde ich es gut, dass Lehrkräfte sich selbst sowie das Lösungsbuch in Frage stellen, allerdings sollten – und da stimme ich dem Interviewten zu – derartige Situationen durch eine facheinschlägige Ausbildung vermieden werden.

Eine Mathematikerin spricht an, dass Studierende des Lehramts eine gute Motivation für die Einführung reeller Zahlen benötigen würden. Ihnen solle klar gemacht werden, warum diese nötig seien und in welchen Situationen man erstmals auf diese stoße.

Sie sollen ein Verständnis für den Begriff der Stetigkeit erhalten und in der Lage sein, diesen verständlich weiter zu vermitteln.

Einer der Befragten betont, dass er während der Vorlesung versuche, jene Inhalte besonders hervorzuheben, die einen starken Bezug zum Schulstoff vorweisen. Konkret spricht er davon, bei der Behandlung der Wahrscheinlichkeitsverteilungen besonders die Binomial- sowie die Normalverteilung anzusprechen, da diese Teil des Lehrplanes seien.

Er spricht davon, dass insbesondere im Bereich der Differential- und Integralrechnung die hochschulmathematische Ausbildung den Blick für Spezialfälle schärfe. Als Beispiel nennt er singuläre Stellen einer Funktion: Etwa sei die Ableitung der normierten indirekten Proportionalitätsfunktion im gesamten Definitionsbereich negativ, jedoch könne man dadurch nicht auf die Monotonie der Funktion selbst schließen, da diese an der Stelle Null singulär sei.

Ein Kollege geht sogar weiter: „[…] wenn man versuchen will, Differentialrechnung einfacher zu unterrichten und man hat nicht gelernt, warum der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung wahr ist, dann kann man das nicht.“ Er spricht dabei ein grundlegendes Verständnis für den Zusammenhang zwischen Integral und Stammfunktion an, das für den Kompetenzbereich Analysis nötig sei.

Dazu passend plädiert eine der Befragen dafür, dass in den Vorlesungen Unterschiede zwischen verschiedenen Beweisvarianten (sie nennt dabei konkret den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung) verglichen und Vor- sowie Nachteile herausgearbeitet werden sollen. Dabei sollen unter Anderem Schulbücher Quelle des der Vorlesung gegenüberstehenden Zuganges sein.

Eine andere Idee, die eingebracht wurde, Schule und Fachmathematik zu verknüpfen, ist konkrete Fallbeispiele aus der Schule in Übungsaufgaben einzubinden.

Einer der Befragten verweist darauf, dass es mit Hilfe der Theorie der Ringe möglich sei, Polynomdivisions-Aufgaben, bei denen man mit ganzzahligen Koeffizienten durchkomme, zu entwerfen und dass dies eine Fertigkeit wäre, die einer Lehrkraft zugutekomme. Dem möchte ich jedoch entgegnen, dass es relativ einfach ist, bei gegebenem Quotienten und beliebigem Divisor den Dividenden zu finden, indem man Quotient und Divisor multipliziert.

Es wurde hingegen ein anderer konkreter Inhalt, der in der linearen Algebra gelehrt wird und über den Schulstoff hinausgehendes Wissen erfordert, genannt, welcher für die Schule nutzbar gemacht werden könne: die Gauß-Elimination zum Lösen beliebig großer linearer Gleichungssysteme.

Das Horner-Schema sei laut einem der Lehrenden eine weitere Vereinfachung für den Lehrberuf, die eine Mathematiklehrkraft beherrschen solle. Es sei damit einfacher und schneller, Nullstellen einer Polynomfunktion zu ermitteln.

Als weitere konkrete Fachtheorie, die einem den Schulalltag erleichtere, nennt er die Methode der Lagrange-Multiplikatoren zum Lösen von Extremwertaufgaben. Die Methode sei zum Lösen der gängigen Schulbuchaufgaben schneller und weniger fehleranfällig als das in der Schule herkömmliche Verfahren. In einem Gespräch mit meinem Diplomarbeitsbetreuer ließ dieser fallen, dass er dies selbst ausprobiert habe und es tatsächlich kaum einen Unterschied mache. Es könnte jedoch sein, dass sie zur Überprüfung einer vorhandenen Lösung (beispielsweise eines/r SchülerIn) schneller ist als die herkömmliche Methode. Im Folgenden soll all dies anhand einiger Beispiele veranschaulicht werden[43]:

Beispiel 1: Finde das flächengrößte Rechteck mit dem Umfang u. (Die Seitenlängen werden mit a und b bezeichnet.)

[43] Es wird hier nur auf das Finden lokaler Extremstellen eingegangen. Die Untersuchung der Randpunkte des Definitionsbereiches sowie ein etwaiger Vergleich verschiedener lokaler Extremstellen sind nicht von der Lösungsmethode abhängig und werden daher nicht ausgeführt.

Lösung mittels in der Schule üblichem Verfahren:

$A(a,b) = a \cdot b\ ,\ u = 2a + 2b\ \Rightarrow\ b = \frac{u}{2} - a$

$A(a) = a \cdot \left(\frac{u}{2} - a\right) = \frac{u}{2} \cdot a - a^2\ \Rightarrow\ A'(a) = \frac{u}{2} - 2a$

Sei (a_0, b_0) eine lokale Extremstelle.

$\Rightarrow\ 0 = \frac{u}{2} - 2a_0\ \Rightarrow\ a_0 = \frac{u}{4}\ , b_0 = \frac{u}{2} - a_0 = \frac{u}{4}$

Lösung mittels Lagrange-Multiplikator:

$A(a,b) = a \cdot b\ ,\ g(a,b) = 2a + 2b - u$

$F(a,b,\lambda) \coloneqq A(a,b) - \lambda \cdot g(a,b) = ab - 2\lambda a - 2\lambda b + \lambda u$

$\Rightarrow\ \nabla F(a,b,\lambda) = (b - 2\lambda\ ,\ a - 2\lambda\ ,\ u - 2a - 2b)$

Sei (a_0, b_0, λ_0) eine lokale Extremstelle.

$\Rightarrow\ 0 = b_0 - 2\lambda_0\ ,\ 0 = a_0 - 2\lambda_0\ , 0 = u - 2a_0 - 2b_0$

$\Rightarrow a_0 = 2\lambda_0\ , b_0 = 2\lambda_0 \Rightarrow u = 8\lambda_0 \Rightarrow \lambda_0 = \frac{u}{8} \Rightarrow a_0 = 2 \cdot \frac{u}{8} = \frac{u}{4}, b_0 = 2 \cdot \frac{u}{8} = \frac{u}{4}$

Beispiel 2: Finde das umfangkleinste Rechteck mit dem Flächeninhalt A. (Die Seitenlängen werden mit a und b bezeichnet.)

Lösung mittels in der Schule üblichem Verfahren:

$u(a,b) = 2a + 2b\ ,\ A = a \cdot b\ \Rightarrow\ b = \frac{A}{a}$

$u(a) = 2a + \frac{2A}{a}\ \Rightarrow\ u'(a) = 2 - \frac{2A}{a^2}$

Sei (a_0, b_0) eine lokale Extremstelle.

$\Rightarrow\ 0 = 2 - \frac{2A}{{a_0}^2}\ \Rightarrow\ a_0 = \sqrt{A}\ , b_0 = \frac{A}{\sqrt{A}} = \sqrt{A}$

Lösung mittels Lagrange-Multiplikator:

$u(a,b) = 2a + 2b\ ,\ g(a,b) = a \cdot b - A$

$F(a,b,\lambda) \coloneqq u(a,b) - \lambda \cdot g(a,b) = 2a + 2b - \lambda ab + \lambda A$

$\Rightarrow\ \nabla F(a,b,\lambda) = (2 - \lambda b\ ,\ 2 - 2a\ ,\ A - ab)$

Sei (a_0, b_0, λ_0) eine lokale Extremstelle.

$\Rightarrow\ 0 = 2 - \lambda_0 b_0\ ,\ 0 = 2 - \lambda_0 a_0\ , 0 = A - a_0 b_0$

$$\Rightarrow a_0 = \frac{2}{\lambda_0}, b_0 = \frac{2}{\lambda_0} \Rightarrow A = \frac{4}{{\lambda_0}^2} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{2}{\sqrt{A}} \Rightarrow a_0 = \frac{2}{\frac{2}{\sqrt{A}}} = \sqrt{A}\,, b_0 = \frac{2}{\frac{2}{\sqrt{A}}} = \sqrt{A}$$

Es ist anhand dieser klassischen Beispiele zu sehen, dass die Methode der Lagrange-Multiplikatoren zum Lösen von Extremwertaufgaben nicht immer von Vorteil ist. Es bleibt für die Beispiele 1 und 2 jedoch anzumerken, dass sich der Aufwand kaum unterscheidet. Ein weiteres Beispiel soll zeigen, dass dies nicht immer der Fall ist:

Beispiel 3: Aus einem rechteckigen Blatt Papier mit Seitenlängen a und b soll das Netz eines Quaders so ausgeschnitten werden, dass dieser das größtmögliche Volumen vorweist. (Die Kantenlängen werden mit x, y und z bezeichnet.) Man positioniere das Netz so, dass von dem Rechteck zwei kongruente Quadrate mit Seitenlänge x und zwei kongruente Rechtecke mit Seitenlängen x und $x + z$ entfernt werden. Sei ohne Einschränkung die Seite mit der Länge b des Blattes Papier jene, von der jeweils x entfernt wird.

Lösung mittels in der Schule üblichem Verfahren:

$$V(x, y, z) = x \cdot y \cdot z\,,\ a = 2x + 2z\,,\ b = 2x + y \Rightarrow y = b - 2x\,, z = \frac{a}{2} - x$$

$$V(x) = x \cdot (b - 2x) \cdot \left(\frac{a}{2} - x\right) = 2x^3 - ax^2 - bx^2 + \frac{ab}{2}x$$

$$\Rightarrow V'(x) = 6x^2 - 2(a + b)x + \frac{ab}{2}$$

Sei (x_0, y_0, z_0) eine lokale Extremstelle.

$$\Rightarrow 0 = 6{x_0}^2 - 2(a + b)x_0 + \frac{ab}{2} \Rightarrow x_{0_{1,2}} = \frac{2(a+b) \pm \sqrt{4(a+b)^2 - 4 \cdot 6 \cdot \frac{ab}{2}}}{2 \cdot 6} = \frac{a+b \pm \sqrt{a^2 - ab + b^2}}{6}$$

$$y_{0_{1,2}} = b - 2 \cdot \frac{a+b \pm \sqrt{a^2 - ab + b^2}}{6} = \frac{2b - a \mp \sqrt{a^2 - ab + b^2}}{3}$$

$$z_{0_{1,2}} = \frac{a}{2} - \frac{a+b \pm \sqrt{a^2 - ab + b^2}}{6} = \frac{2a - b \mp \sqrt{a^2 - ab + b^2}}{6}$$

Lösung mittels Lagrange-Multiplikatoren:

$$V(x, y, z) = x \cdot y \cdot z\,,\ g(x, y, z) = 2x + 2z - a\,,\ h(x, y, z) = 2x + y - b$$

$$F(x, y, z, \lambda, \mu) \coloneqq V(x, y, z) - \lambda \cdot g(x, y, z) - \mu \cdot h(x, y, z) =$$

$$= xyz - 2\lambda x - 2\lambda z + \lambda a - 2\mu x - \mu y + \mu b$$

$\Rightarrow\ \nabla F(x,y,z,\lambda,\mu) = \big(yz - 2\lambda - 2\mu\ ,\ xz - \mu\ ,\ xy - 2\lambda\ ,\ -g(x,y,z)\ ,\ -h(x,y,z)\big)$

Sei $(x_0, y_0, z_0, \lambda_0, \mu_0)$ eine lokale Extremstelle.

$\Rightarrow\ 0 = yz - 2\lambda - 2\mu\ , 0 = xz - \mu\ , 0 = xy - 2\lambda\ , 0 = a - 2x - 2z\ , 0 = b - 2x - y$

…

An dieser Stelle ist zu erkennen, dass ein nichtlineares Gleichungssystem zu lösen ist, um die Extremstellen zu erhalten, wo hingehen bei der ersten Variante lediglich eine quadratische Gleichung zu lösen ist. Auf das Lösen des Gleichungssystems wird nicht weiter eingegangen, da ohnehin schon eine Möglichkeit gefunden wurde, das Problem einfacher zu lösen. Wie also zu sehen ist, führt die Methode der Lagrange-Multiplikatoren gerade für viele in der Schule übliche Beispiele zu keinem schnelleren Lösungsweg.

Es bleibt die These zu überprüfen, ob eine SchülerInnenlösung mit Hilfe von Lagrage-Multiplikatoren schneller zu überprüfen ist als herkömmlich:

Ad Beispiel 1: EinE SchülerIn findet die Lösung $(a_0, b_0) = \left(\frac{u}{4}, \frac{u}{4}\right)$, die es zu überprüfen gilt.

Lösung mittels in der Schule üblichem Verfahren:

$A(a,b) = a \cdot b\ ,\ u = 2a + 2b\ \Rightarrow\ b = \frac{u}{2} - a$

$A(a) = a \cdot \left(\frac{u}{2} - a\right) = \frac{u}{2} \cdot a - a^2\ \Rightarrow\ A'(a) = \frac{u}{2} - 2a$

$A'\left(\frac{u}{4}\right) = \frac{u}{2} - 2 \cdot \frac{u}{4} = 0$

Lösung mittels Lagrange-Multiplikator:

$A(a,b) = a \cdot b\ ,\ g(a,b) = 2a + 2b - u$

$F(a,b,\lambda) \coloneqq A(a,b) - \lambda \cdot g(a,b) = ab - 2\lambda a - 2\lambda b + \lambda u$

$\Rightarrow\ \nabla F(a,b,\lambda) = (b - 2\lambda\ ,\ a - 2\lambda\ ,\ u - 2a - 2b)$

$\nabla F\left(\frac{u}{4}, \frac{u}{4}, \lambda\right) = \left(\frac{u}{4} - 2\lambda\ ,\ \frac{u}{4} - 2\lambda\ ,\ 0\right)$, was für $\lambda = \frac{u}{8}$ offensichtlich gleich (0,0,0) ist.

Am obigen Beispiel lässt sich die These schnell wieder verwerfen, da das Finden der Ableitung ∇F gemeinsam mit dem Überprüfen, ob eine reelle Zahl λ die Bedingung $\nabla F = 0$ liefert, aufwändiger ist, als die eindimensionale Ableitung $A'(a)$ zu ermitteln und an der Stelle $\frac{u}{4}$ auszuwerten. Auf weitere Beispiele wird verzichtet.

Einer der Vortragenden sieht es als wichtig an, dass Lehrende bei der Konzeption ihrer Vorlesung den Lehrplan zur Hand nehmen und überprüfen, ob dessen Inhalte im jeweiligen Teilgebiet durch die Vorlesung abgedeckt werde. Eventuell seien somit zusätzliche Inhalte in die Vorlesung aufzunehmen und andere zurückzuschrauben. Der Lehrplan solle dabei jedoch keineswegs leitgebend für die Vorlesungskonzeption sein, sondern lediglich als Stütze dienen. Diese Meinung deckt sich auch mit der eines weiteren Befragten.

Anschluss(fähigkeit) an Schulmathematik-Vorlesung
Aussagen und Reflexionen zur Bedeutung einer inhaltlichen Verzahnung thematisch zugeordneter von Fach- und Schulmathematik-Vorlesungen.
Und das ist wahrscheinlich schon g'scheit, dass man die Studenten da nicht an irgendein Analysis-Standard-Lehrbuch verweist, sondern dass man sie auf die Vorlesung bezieht, die sie im vorherigen Semester g'hört haben, die meisten. Das ist schon g'scheit.
Die Möglichkeit ist eine gute Möglichkeit. Ich mein', im Idealfall würde ich irgendwann hingehen, sagen: "Ich mach' das, willst du... was machst'n du dazu später?", oder so.
Also, ich mein, es ist halt so: Ich muss sagen, zu viel reinreden würd ich mir halt auch nicht lassen wollen, also wenn zB einer sagt: "Aber führ' unbedingt das so und so ein", und ich halt' das für eine schlechte Art, den Begriff einzuführen, das würde mir wahrscheinlich weniger gefallen, hab ich aber noch nie erlebt.

Der Studienplan für das Bachelorstudium im Unterrichtsfach Mathematik im Verbund Nord-Ost sieht vor, anschließend an eine fachmathematische Vorlesung im Folgesemester die thematisch zugehörige Schulmathematik-Vorlesung zu hören. (Beispielsweise wird empfohlen, die Vorlesung ‚Analysis in einer Variable für das Lehramt' im vierten Semester und ‚Schulmathematik Analysis' im fünften Semester zu besuchen.)[44]

Die Lehrenden sind sich einig, dass eine Absprache zwischen DozentInnen der Fach- und Schulmathematik stattfinden solle. Sie stellen jedoch größtenteils klar, dass es die primäre Aufgabe der Schulmathematik sei, sich auf die Fachmathematik zu beziehen – nicht umgekehrt. Lediglich ein einziger merkt an, er würde bewusst bereits dann den Kontakt zum/r Lehrenden der Schulmathematik-Vorlesung suchen, wenn er über die Konzeption seiner Vorlesung nachdenke. Ansonsten ist meines Erachtens nach bei den Interviews wahrzunehmen, dass sich die Lehrenden „nicht zu sehr reinreden lassen" wollen. Es wird zwar öfters davon gesprochen, dass eine Absprache „im Idealfall" sinnvoll wäre, jedoch habe diese noch zu keinem Zeitpunkt stattgefunden.

Während einer die Abfolge von Fach- und Schulmathematik-Vorlesung positiv hervorhebt, entgegnet ein anderer, dass ein größerer zeitlicher Abstand auch seine Vorteile mit sich bringe. Früh im Studium erlangtes Wissen würde an einem späteren Zeitpunkt wieder aufgefrischt werden, wodurch es länger im Gedächtnis bleibe.

Dieser sieht ein Problem darin, dass die Lehrveranstaltungen in der Regel von verschiedenen Personen gehalten werden. Meiner Meinung nach besteht jedoch andernfalls folgende Gefahr: Würden die Lehrveranstaltungen von ein und derselben Person gehalten werden, wäre der Bezug aufeinander noch stärker als sonst und es wäre daher schwieriger, nur eine (insbesondere die spätere) der beiden Vorlesungen zu besuchen. Diese Problematik wird auch von einem der Interviewten angesprochen. Es habe bereits Studierende gegeben, die sich hilfesuchend an ihn wandten, da sie die

[44] vgl. Homepage des StudienServiceCenters Mathematik an der Universität Wien

Vorlesung, auf die sich in der Schulmathematik bezogen werde, nicht bei der entsprechenden Person gehört hätten. Wieder ein Anderer sieht positiv, dass nun anstelle eines Standard-Lehrbuches auf die Vorlesung verwiesen werden könne, die der Großteil der Studierenden im Semester zuvor besucht habe.

Ein Mathematiker spricht die Problematik unterschiedlicher Notationen in verschiedenen Vorlesungen an, die zu Schwierigkeiten für die Studierenden führen können. Er selbst wolle jedoch auch nicht auf seine Notationen verzichten und die eines anderen verwenden. Aus Studierendensicht kann ich sagen, dass verschiedene Notationen in zeitlich getrennten/aufeinanderfolgenden Vorlesungen kaum ein Problem darstellen. Schwieriger ist jedoch eine Variation von Vorlesung zu zugehöriger Übung. Hier sehe ich die Hürden, die unterschiedliche Schreibweisen mit sich bringen können, deutlicher.

3.3 Haltungen

Begeisterung erzeugen durch inner-/außermathematische Kontexte
Aussagen, die das Wecken von Interesse, Begeisterung und Inspiration bei den Studierenden als Kriterium für die Stoffauswahl nennen.
wahrscheinlich auch merkbar ist, wie dann sozusagen ich entflamme dafür, weil da bin ich auch begeistert und das soll ruhig rüber kommen.
aber für die Mathematiker schadet das auch nicht, dass man denen nochmal sagt, das ist dann Struktur, so passen die zusammen und wunderschöne Anwendungen zeigen, sodass die wirklich nochmal sich überzeugen, dass die das Richtige machen, weil das so faszinierend alles ist, also das...
Also da hab ich sozusagen mir gedacht, naja, mach ich das, weil das spannend ist und vielleicht...

Es wird angesprochen, dass es für eine Lehrkraft wichtig sei, Begeisterung (oder zumindest Interesse) für das Fach vorzuweisen. Dennoch sehen die Interviewten es auch als ihre Aufgabe, dieses Interesse zu stärken.

Ein genannter Anwendungsbezug bezieht sich auf die spätere Rolle als Lehrkraft: EinE LehrerIn solle seinen/ihren SchülerInnen „das erklären [können], was in der Zeitung steht". Als konkretes Beispiel wird hier folgendes genannt: Käme einE SchülerIn zur Lehrkraft und erzähle davon, dass die größte Primzahl gefunden worden wäre, solle diese erwidern können, dass es keine größte Primzahl gebe und es sich allenfalls um die größte bisher bekannte Primzahl handeln könne. Dem genannten Beispiel ist jedoch – und das ist mir ein persönliches Anliegen – hinzuzufügen, dass die Tatsache, dass es keine größte Primzahl gibt, ohnehin in den gängigen Schulbüchern zweier Schulstufen zu finden ist (vgl. etwa Götz[45], Malle[46], Dorfmayr[47], Salzger[48], Lewisch[49]

[45]: Götz, Reichel, Müller, Hanisch 2010

und Boxhofer[50]). Meiner Meinung nach gehört dies somit zum absoluten Basiswissen einer Lehrkraft, über das nicht weiter diskutiert werden muss.

Der Befragte gibt zudem an, dass er in einer Zahlentheorie-Lehramtsvorlesung darüber sprechen würde, wie man große Primzahlen finde und welchen Nutzen diese für Verschlüsslungen habe.

Ein anderer spreche in seiner Algebra-Vorlesung für das Lehramt die drei klassischen Probleme der Antike[51] an.

Viele der befragen MathematikerInnen meinen, speziell auf für sie persönlich spannende Themengebiete näher einzugehen, um dadurch auch die Begeisterung Seitens der Studierenden zu wecken. Dies ist meines Erachtens nach ein wesentlicher Aspekt der Lehramtsausbildung, da eben auch die Studierenden ein Interesse für das Fach vorweisen sollten, das im Idealfall auf deren SchülerInnen abfärbt.

---

[46] Malle, Woschitz, Koth, Salzger 2017

[47] Dorfmayr, Mistelbacher, Sator, Schwaiger, Zillner 2017

[48] Salzger, Bachmann, Germ, Riedler, Singer, Ulovec 2015

[49] Lewisch, Zwicker, Breunig, Riehs 2013

[50] Boxhofer, Huber, Lischka, Panhuber 2013

[51] vgl. etwa Hischer 2015

Auswahl aufgrund persönlicher Sichtweisen
Aussagen, die den persönlichen Geschmack des/der LVA -Leiter/in als leitende Instanz der Stoffauswahl sehen.
Da bin eigentlich nur ich selber leitend (lacht).
Ich mach ganz bewusst auch nicht - was ich manchen Schulbüchern ist - die hypergeometrische Verteilung, die halt' ich für nicht wichtig und sollte auch dem Schulstoff nicht vorkommen. (lacht)
Dass ich sag', dass... Ich nehm irgendwas, das ich für wichtig halte, ich nehm das jetzt ganz raus, bloß weil's im Lehrplan grad nicht vorkommt, ja das ist der Lehrplan jetzt. In 10 Jahren, oder in 20 Jahren...

Nicht jeder Inhalt, der für eine Vorlesung ausgewählt wird, ist stets wissenschaftlich begründet. Auch die Interviews zeigen, dass zumindest ein Teil der Vortragenden Inhalte einfach deshalb auswählt, weil er/sie persönlich für relevant hält (ohne dies weiter zu begründen).

Eine Mathematikerin spricht sogar davon, dass es egal sei, was gelehrt werde, da ohnehin nur 20% des Stoffes langfristig hängen blieben. Die Frage des Interviewers, ob es denn eine Option wäre, nur die relevanten 20% vorzutragen, verneint sie.

Tradition/Orientierung an bestehenden Skripten
Aussagen über die Orientierung an traditionell verwendeten bzw. bestehenden Vorlesungsmaterialien.
Weil ich ein bissi geseh'n hab, wie die Fachausbidung dahinvegetiert. Im Sinne von dass man immer wieder dasselbe bekommt und dann gibt's Feedback von Studierenden, die sagen, das ist nicht großartig, aber in Wirklichkeit wird nicht viel geändert, weil die Leute das seit 15 Jahren so machen und die nächsten 15 Jahre genau so weiter machen werden.
Mein Kriterium war sehr einfach. Ich darf kurz meinen Zugang zu diesem Thema hernehmen. Ich hab' mir die zwei existierenden Skripten genommen, ich hab mich für eines von den beiden entschieden und hab' beschlossen, es nicht selber zu schreiben.
Und ich hab' mir gedacht, da nehm' ich mir lieber etwas, wo jemand viel Zeit hinein investiert hat und viele Gedanken.

Ein Kriterium für die Auswahl von Inhalten sei das, was bislang üblich war und ist, beizubehalten. Dies scheint jedoch unterschiedliche Beweggründe zu haben: Während manche die Veränderung scheuen, sind andere lediglich der Meinung, man müsse das Rad nicht jedes Mal neu erfinden.

nicht so billig
Aussagen darüber, dass die Inhalte ein bestimmtes, einem Universitätsstudium angemessenes Anspruchsniveau erreichen sollen.
Die sind auf einer Universität, die streben einen akademischen Grad an und da kann man sie auch mit akademischen Fragen konfrontieren und daran Freude wecken.
[...]das sind die 4 Jahre in ihrem Leben, wo sie intellektuell gefordert werden können. [...]Und intellektuell gefordert zu sein und komplette Berechenbarkeit, das geht nicht beides.

Drei der befragten Personen geben an, dass ein gewisser Schwierigkeitsgrad aus ihrer Sicht gefordert werden müsse. Begründet wird das damit, dass dies als Gütekriterium für das Erreichen eines akademischen Grades notwendig sein solle.

zugetraute Leistungsfähigkeit
Aussagenüber die Einschätzung der mathematischen Leistungsfähigkeit von Lehramtsstudierenden (im Vgl. zu Fachstudierenden)
[...] der Prozentsatz der wirklich sehr Begabten bei den Lehrern sicher positiv ist, aber kleiner, ja?
[...] und sag den Studierenden konkret, ich trau' ihnen das schon zu, die abstraktere Variante mit den schwierigeren Beweisen auch zu machen.
Meine erste Reaktion ist, wir nehmen uns mehr Zeit und machen ein bisschen langsamer, weil die Leute vielleicht nicht so... vielleicht ein bisschen mehr Motivation brauchen.

Viele Vortragende sprechen davon, dass sie die Vorlesung in einer einfacheren Form halten würden, wenn sie „nur“ für Lehramtsstudierende vorgesehen wäre. Es würden inhaltliche Abstriche gemacht werden, da davon ausgegangen werde, dass die Studierenden des Lehramts in der Regel entweder nicht so belastbar seien, oder kein Interesse für gewisse Inhalte zeigen würden. Es wird zwar davon gesprochen, dass es sowohl im Lehramt, als auch im fachwissenschaftlichen Zweig Studierende gebe, die „sich schwer tun“, dass jedoch die „wirklich sehr Begabten“ vorwiegend in der fachwissenschaftlichen Studienrichtung zu finden seien.

Es wird davon gesprochen, dass einige LehramtskandidatInnen große Schwierigkeiten in ihrem Studium haben würden und dass das damit korreliere, dass diese mathematisch nicht viel können würden, dass es jedoch ausreiche, „um das Bruchrechnen gut zu unterrichten zum Beispiel“. Diese Aussage in diesem Kontext zeigt meiner Meinung nach auf, dass es auch unter manchen Lehrenden nicht den primären Blick dafür gibt, dass die Fachmathematik für elementare Schulmathematik nutzbar gemacht werden kann, bzw. dass oftmals mehr dahinter steckt, als nur das Thema an sich zu beherrschen. Gerade im Bereich der Bruchzahlen sind die entsprechenden Grundvorstellungen[52] enorm wichtig für eine Lehrkraft, stets im Blick zu behalten.

Manche Aussagen lassen vermuten, dass LehramtskandidatInnen als Studierende zweiter Klasse wahrgenommen werden. (vgl. erstes Ankerbeispiel dieser Kategorie)

Ich möchte an dieser Stelle auf einen wesentlichen Unterschied zwischen dem fachwissenschaftlichen Mathematikstudium und jenem des Lehramts hinweisen: Im Ersteren werden etwa 30 ECTS (also ca. 750 Stunden) pro Semester mit höherem mathematischen Arbeiten genutzt[53]. Im Lehramt sind es im Durchschnitt lediglich 12 ECTS (also 300 Stunden), in denen man sich überhaupt mit Mathematik beschäftigt. (Der Rest entfällt auf das Zweitfach und die Pädagogik.) Davon jedoch fällt wieder ein Teil in die Schulpraktische sowie die fachdidaktische Ausbildung. (vgl. Universität

[52] vgl. etwa Vincenz 2012

[53] vgl. Homepage des StudienServiceCenters Mathematik an der Universität Wien

Wien) Es ist also zu beachten, dass vor allem in den höheren Semestern die Studierenden der Fachwissenschaft auf einen umfangreicheren mathematischen Apparat zurückgreifen können, als die des Lehramts. Dies sollte jedoch nicht damit verwechselt werden, dass LehramtskandidatInnen prinzipiell leistungsschwächer wären.

Den obigen Aussagen entgegen stehen jedoch auch solche, die konkret betonen, dass Studierenden des Lehramts genau so viel zugetraut, jedoch oft aus anderen Gründen eine Variation der Inhalte vorgenommen werde.

Eine der interviewten Personen sprach davon, dass sie in einer Vorlesung, die sowohl von Fachmathematik Studierenden, als auch von jenen des Lehramts besucht wurde, keinen Unterschied zwischen diesen Personengruppen hätte wahrnehmen können.

Sie spricht ebenso davon, dass sie es als hinderlich für die LehramtskandidatInnen sehe, dass diesen vermittelt werde, sie hätten nicht dieselbe Leistungsfähigkeit wie die Studierenden des fachwissenschaftlichen Studienzweiges. Es werde vermutet, dass dies vorwiegend durch die Kolleginnen und Kollegen vermittelt werde.

gesellschaftliche Relevanz
Aussagen, die die Multiplikatorwirkung von LehrerInnen und die damit verbundene gesellschaftliche und politische Dimension betonen.
Es war mir schon früher immer ein Anliegen, weil ich sozusagen es immer so gesehen hab, die Lehrer und Lehrerinnen sind ja auch diejenigen, die sozusagen den Einfluss also die Mathematik der Bevölkerung näher bringen und eventuell auch interessierte Schüler und Schülerinnen an die Universität bringen können.
Ich weiß nicht, ob [...] überhaupt hier an der Uni die Professoren es verstehen, dass was wir jetzt ausbilden, ist die Zukunft des Landes wirklich. Dass wenn die jetzt schlecht da... Wir da später was in der Schule den Beruf nicht richtig gut ausführen, dann wird's dem ganzen Land schlecht gehen.
Und natürlich braucht's nur eine Hand voll Experten, die das dann wirklich in Forschung und Entwicklung umsetzen, aber es braucht auch eine mündige Öffentlichkeit, die versteht, wie das zumindest in groben Zügen funktioniert, um dann auch politische Entscheidungen treffen zu können.

Vier der sieben interviewten Personen heben die Relevanz der Lehramtsausbildung hervor. Es wird vor allem betont, dass es wichtig sei, „Mathematik der Bevölkerung näher zu bringen“ und dass dies primär (in vielen Fällen sogar ausschließlich) über die Lehrkräfte passiere.

Die obigen Ankerbeispiele decken die vertretenen Meinungen der Interviewten gut ab und decken sich auch mit dem, was ich persönlich zu diesem Thema zu sagen habe.

Dieser Aspekt ist auch einer der wesentlichen, warum ich mich für ein mathematisches Lehramtsstudium und für den damit verbundenen Lehrberuf entschieden habe.

Fähigkeit, sich später neues anzueignen
Aussagen, die auf die Fähigkeit der Studierenden fokussieren, sich später Neues anzueignen.
[...] also dass man dadurch in gewissem Sinn die Fähigkeiten hat, sich jetzt in dieser Richtung schneller weiterzuentwickeln, wenn man das schon kann, als...
Nur ich muss halt sagen ... wenn ich gewisse grundlegende Dinge verstanden habe, dann kann ich andere Sachen leichter dazulernen.
Also das halt' ich prinzipiell bei den Vorlesungen für das Wichtigste, dass die Leute lernen, sich Wissen anzueignen.

Die Fähigkeit des selbstständigen Wissenserwerbes ist eine, die von den MathematikerInnen hervorgehoben wird. Das Studium selbst werde und könne auch niemals alle Eventualitäten abdecken, die einE MathematiklehrerIn an fachlichem Wissen benötigen könnte.

Es solle daher ein wesentliches Ziel des Studiums sein, die angehenden Lehrkräfte dahingehend vorzubereiten und ihnen die Fähigkeit anzueignen, sich selbst bei Bedarf weiterbilden zu können.

Einerseits solle mathematisches Grundwissen in mehreren Disziplinen dazu beitragen, andererseits jedoch eine generelle Schulung in mathematischen Denk- und Handlungsweisen.

Ich selbst sehe diese Fähigkeit als essentiell an und finde, dass dieser Gedanke in jeder Vorlesung mitschwingen und leitend für die Gestaltung des Studiums sein sollte.

3.4 Rahmenbedingungen

Beschränkungen durch Rahmenbedingungen
Aussagen über Einschränkungen bei der Vorlesungskonzeption aufgrund knapp bemessener Zeit, hoher TeilnehmerInnenzahlen oder curricularer Vorgaben.
Der braucht natürlich Zeit und da muss man aufpassen, muss man halt schauen, ob man die Zeit wirklich hat.
Also das geht sich irgendwie nicht aus, da fehlen auch die Fundamente dafür [...]und auf der anderen Seite, wenn du versuchst, an Flächenkonzepte jenseits von der Intuition und dem Riemann-Integral heranzutreten, das tun sich unsere Bachelor-Studenten im 3. Semester sehr schwer und da haben's aber vorher so viel Ausbildung gehabt, wie die LA-Kandidaten in ihrer ganzen Zeit.
Aber das ist halt in einem Format, wo du 160 Leute locker drin sitzen hast, bissi ... Das ist eher so ... diese Dinge sollten eher in den Übungen passieren.
Also was ich normalerweise mach', ist, ich halt' mich an den Studienplan [...]Da steht oft ... ich mach die Sachen doch gern relativ gründlich. Da steht dann oft aus meiner Sicht ein bissl viel drinnen.

Bei der Frage nach den Unterschieden zwischen Lehramts-Vorlesungen und jenen für das fachwissenschaftliche Studium, stoße man unumgänglich auf die Hindernisse durch die vorgegebenen Rahmenbedingungen. Es werden dabei unterschiedliche Aspekte genannt:

Einerseits sei die verfügbare Zeit im Auge zu behalten. Immerhin sei es so, dass im Lehramtsstudium weniger Zeit vorgesehen sei, um einen Inhalt zu bearbeiten. Der/die Vortragende stehe somit vor der Herausforderung, ob mehrere Themenbereiche abgedeckt, oder in weniger Teilgebieten mehr in die Tiefe gegangen werden solle.

Die wesentliche Rolle bei der Konzeption einer Vorlesung spielt der Studienplan. Dieser ist gesetzliche Grundlage für die Inhalte, die in einer Vorlesung zu vermitteln sind. Eine Person meint, dass wenn man die Inhalte des Studienplans gründlich durcharbeite, die Zeit schon knapp bemessen sei.

Ebenso wird das Vorwissen angesprochen, das durch das Curriculum vorgegeben wird. Einer der Interviewten merkt an, dass er Inhalte im Lehramt nicht vortragen könne, da die KandidatInnen im Laufe ihres ganzen Studiums bei weitem noch nicht das Vorwissen vorweisen können würden, das für diese Inhalte gefordert wäre.

Einer der Befragten kritisiert die fachlichen Abstriche, die im Lehramt gemacht worden wären und plädiert für ein System, das vorsehe, an ein fachwissenschaftliches Bachelorstudium ein Master-Lehramtsstudium anzuhängen. Mit dieser Meinung schließt er sich dem Vorschlag von Felix klein an, „im Anschluss an umfassende hoschschulmathematische Erfahrungen die Schulmathematik in den erworbenen Wissenskanon fachlich einzubetten“[54].

Bei der Wahl der Unterrichtsform wird von mehreren die hohe Teilnehmerzahl kritisiert, die es nicht erlaube, eine Methodenvielfalt im Zuge der Vorlesungseinheiten zu bieten. Auch hier spiele jedoch der Zeitfaktor eine entscheidende Rolle.

[54] Danckwerts 2013, S. 78

4 Weitere Aspekte in Bezug auf die fachliche Ausbildung

Zusätzlich zu den inhaltlichen Auswahlkriterien wurden in den Interviews auch noch weitere Punkte angesprochen (wie etwa die Wahl der Unterrichtsmethode oder das Feedback von Studierenden). Diese waren nicht primär von Forschungsinteresse. Dennoch sind einige sehr interessante Ergebnisse zutage gekommen, die auf jeden Fall erwähnt werden sollten.

Die Kategorien werden auch in diesem Kapitel auf jene Art dargestellt, wie dies in Kapitel 3 der Fall war.

Explizit nicht lehramtsspezifisch
Aussagen darüber, inwieweit inhaltliche Unterschiede zwischen Fachvorlesungen für das LA-Studium und das Fachstudium gemacht werden.
Nein, ich denk' mir, die Inhalte sind ... die Mathematik ist dieselbe, ja? Also, es ist keine didaktische Vorlesung, sondern es ist eine Fachmathematische.
Ja, also die Inhalte sind eigentlich de facto... halt' ich möglichst ähnlich natürlich zum Fachstudium.
Schon, sie sind allerdings nicht so groß, weil ich prinzipiell halte ich die Ziele der Vorlesung für ähnlich.

Einige MathematikerInnen sprechen an, dass das Wesen einer fachmathematischen Vorlesung für LehramtskandidatInnen sich in gewissen Punkten nicht von einer solchen für FachmathematikerInnen zu unterscheiden habe. Es gehe in diesen Vorlesungen darum, den Apparat der Mathematik kennenzulernen – unabhängig der konkreten Studienrichtung. Auf spezielle Lehramtsbedürfnisse einzugehen, wäre die Aufgabe der fachdidaktischen Vorlesungen.

Das Argument, dass es ja in beiden Fällen um die Mathematik an sich gehe, wird auch gerne genannt: Die Auswahl der Inhalte und die Art, wie diese vorgetragen werden, seien durch die Mathematik vorgegeben, nicht durch den gewählten Studienzweig.

Im Laufe des Interviews vermitteln die Vortragenden an mehreren Stellen den Eindruck, sich über die Konzeption einer Vorlesung speziell für Lehramtsstudierende gesondert Gedanken zu machen. Dies bringt jedoch auch Ideen hervor, die später für die anderen Vorlesungen übernommen werden können. Mit Argumenten wie „für die Mathematiker[55] schadet das auch nicht“ wird dafür plädiert, eben doch dieselben Inhalte in beiden Vorlesungen anzusprechen.

Vorbildwirkung
Aussagen über die Vorbildwirkung des eigenen Vortrags für die spätere Berufspraxis der LA-Studierenden.
Wenn wir selber so unterrichten, dass die wirklich sagen "aha, so will ich das auch machen".
Eventuell denen das ein bisschen sagen, dass man zeigt denen, wie man das machen könnte und sie sollen dann einfach sich an sowas zu orientieren und später dann versuchen, das zu imitieren, oder selbst was auszuprobieren.

In dieser Kategorie, die nur von einer Person bedient wird, wird darüber gesprochen, dass der/die Vortragende eine Vorbildwirkung auf die Studierenden habe – insbesondere was die Wahl der Unterrichtsmethoden angeht. In Vorlesungen sollen daher verschiedene Unterrichtsmethoden vorgelebt werden, damit die Studierenden

[55] Anm.: Studierende des fachwissenschaftlichen Zweiges

des Lehramts die Möglichkeit haben würden, für sich abzuwägen, mit welchen Methoden sie selbst in ihren Unterricht gehen wollen würden.

Meiner Meinung nach spricht die Person damit einen wesentlichen Punkt an, der mir in zahlreichen Vorlesungen bereits auffiel: Während (vor allem in didaktischen und pädagogischen Lehrveranstaltungen) über die Wichtigkeit von Methodenvielfalt im Unterricht gepredigt wird, werden jene Vorlesungen meist ausschließlich frontal gehalten. Begründet wird dies oft mit der großen HörerInnenzahl.

Lediglich in der Vorlesung ‚Einführung in die Fachdidaktik', die ich im Wintersemester 2016/17 hören durfte, hat der Vortragende mit kurzen Präsenzaufgaben eine Variation der Unterrichtsformen geschaffen. Die Tatsache, diese am eigenen Leib zu erfahren, hat mir die Scheu weiter genommen, dies selbst in der Schule umzusetzen.

Transparenz
Aussagen darüber, inwiefern der/die LV-LeiterIn den Studierenden die Gründe für die Konzeption der Lehrveranstaltung offenlegt.
Aber ich erkläre eigentlich nicht, warum ich jetzt das für LA-Studierende so designe...
Die Auswahl der Inhalte ist, was ich schon irgendwie mehr zu vermitteln versuche ist sozusagen, was man davon hat.

Die Transparenz für die Auswahl der Inhalte wurde in sechs der sieben Interviews zur Sprache gebracht. Während manche Lehrenden in ihren Vorlesungen bewusst darüber sprechen würden, weshalb sie dieses und jenes vortragen, meint ein anderer, dass genau das die Aufgabe der Studierenden sei.

Feedback von Studierenden
Aussagen darüber, ob und in welcher Form Studierende der/dem VortragendeN Rückmeldung geben.
In Deutschland war das anders, die kamen mindestens, stellten Fragen, oder sie beschwerten sich, falls was nicht klar war, oder weiß ich... Hier nehmen die alle alles auf und man weiß nicht eigentlich - außer dass man ein Gefühl hat - ja wenn man sieht, ob die es verstanden haben, ob das gut war, schlecht war, muss man sich verbessern, oder nicht?
da hab ich im Feedback nur ganz - also von glaub ich 2 oder 3 Leuten aus insgesamt fast 200, die die Prüfungen bei mir g'macht haben - explizit gehört, ja das war toll, dass sie jetzt einmal wissen, warum das so ist auch algebraisch.
Und in der Analysis hab ich eigentlich mehr informell, aber sehr viel deutlicher Rückmeldung kriegt […] Das ist sichtbar gut angekommen, weil das merk' ich, das wird nachgefragt bei Diplomprüfungen, wenn ich Zweitprüfer bin oder so.

Viele der Interviewten geben an, dass ihrer Meinung nach nur wenige Studierende tatsächlich Feedback geben würden.

Einer spricht von einem historischen Wandel. Früher hätten die Studierenden sofort dagegen protestiert, wenn ihnen etwas nicht in den Kram gepasst habe, heutzutage ließen sie sich jedoch viel mehr gefallen. Selbst in anonymen Fragebögen werde heute weniger Kritisches und Negatives genannt.

Ebenso wird davon gesprochen, dass auch positives Feedback lediglich von einer sehr kleinen Anzahl Studierender gegeben werde. Viele Studierende würden es nicht explizit machen, ob und wie ihnen die Vorlesung oder der Vorlesungsstil gefallen habe.

Eine der Personen gab an, dass sie diesbezüglich auch regionale Unterschiede feststelle. Die Studierenden in Dortmund würden mehr Feedback geben, während bei jenen in Wien nur schwer zu erkennen sei, ob ihnen Genüge getan wurde. Meiner Meinung nach wäre es interessant, diese Beobachtung weiter zu erforschen.

Wozu brauch ich das?
Reflexionen und Aussagen zum direkten Kontext der Frage: ,,Wozu brauche ich das als Lehramtsstudierende/r?"
Es passiert jetzt nicht so furchtbar oft, weil . . . Also . . . Die Leute doch irgendwie vorsichtig und zumindest mir gegenüber recht respektvoll sind oft und vielleicht auch irgendwie Angst haben, dass sie sich's verscherzen aus dem...Der zweite Grund ist, dass ich das mache, was man in der Rhetorik die Einwandvorwegnahme nennt, dass ich auf diese Frage oft eingehe, bevor sie kommt.
Da bin ich überrascht, wenn die anderen sich beschweren, dass das sehr oft vorkommt.
Weil die Mathematiker eher stellen diese Frage nicht in der Vorlesung, aber die LA-Kandidaten, die versuchen immer irgendwie zu verstehen, warum sind die hier in der Uni, warum müssen die das durchhalten...
Nein, so würd' ich das nicht einschätzen. Vielleicht nicht gut motiviert worden. Also eher ein Versagen der Lehrenden.
Und ja, also erstens einmal kommt´s vor. Ich find's auch legitim, weil woher soll ma's denn wissen bzw. bin ich der Dozent, damit ich dazu was sagen kann.
Ja, es kommt häufiger vor bei denen, die nicht so interessiert sind, die offensichtlich nicht.

Die kritische Frage „Wozu brauche ich das in meinem späteren Beruf?“ seitens der Lehramtsstudierenden wurde bereits unter verschieden Gesichtspunkten betrachtet. Die Antworten darauf geben oftmals Preis, welche Inhalte die Vortragenden aus welchem Grund auswählen. Es macht jedoch einen Unterschied, ob über diese Frage im Zuge eines Interviews mit einem Kollegen gesprochen wird, oder ob der/die

Vortragende diese Frage von einem/r Studierenden im Vortragssaal gestellt bekommt. Im Folgenden wird beleuchtet, ob und in welchen Kontexten die Frage gestellt wird und wie die Lehrenden über die Frage per se reflektieren:

Einer der Befragten gibt an, die Frage danach, wozu man denn dieses und jenes mache, werde in den Übungsgruppen ständig gestellt. Diese sei jedoch kein Lehramtsspezifikum, sondern werde von den Studierenden des fachwissenschaftlichen Zweiges ebenso gestellt. Er habe sich im Laufe der Zeit Antworten parat gelegt, die nur leicht variieren, da das Grundproblem dasselbe sei: Es wäre der Unterschied zwischen dem, was Mathematik als Kulturgut (also hauptsächlich, Berechnungen anzustellen) und dem, was Mathematik als Wissenschaft ausmache.

Ein Anderer spricht davon, dass er diese Frage nur sehr selten wahrnehme. Dafür gibt dieser zwei Gründe an: Einerseits würden die Studierenden nicht den Mut haben, ihm eine derartige Frage direkt zu stellen, da sie es sich mit ihm nicht verscherzen wollen[56], andererseits würde er versuchen, diese Fragen vorweg zu nehmen, also zu beantworten, bevor sie gestellt werden.

Er sieht derartige Fragen jedoch keineswegs stets als eine kritische Reflexion an, sondern meint, dass sie oft aus Frustration in Form von Aussagen, dass man dies eh nie brauche, vorkommen würden.

Eine der Befragten Personen wundert sich, von KollegInnen zu hören, die sich über die Häufigkeit dieser Frage beklagen. Sie sieht das in der Verantwortung der Lehrenden, die Inhalte gut zu motivieren und auf diese Fragen bereits im Vorfeld einzugehen. Diese Einstellung lässt mich vermuten, dass sie das Aufkommen dieser Frage als ein Versagen der Lehrenden wahrnimmt. Ein Anderer spricht das ganz bewusst als ein solches an.

---

[56] Der Mathematiker spricht in diesem Zusammenhang auch von Respekt, aus dem die Frage nicht gestellt wird.

Ein Weiterer ist jedoch ganz anderer Meinung: Er meint, sehr oft mit dieser Frage konfrontiert zu sein und diese auch zu schätzen. Er sieht den Großteil der Studierenden, die diese Frage stellen, als jene, die sehr darüber reflektieren würden, was und warum sie es tun. Ebenso sei er selbst als Dozent verantwortlich dafür, diese Frage beantworten zu können. Die Frage werde meist in den Übungen gestellt, wenn die Relevanz einzelner Aufgaben nicht ersichtlich sei. Dass solche Aufgaben die Wozu-Frage provozieren, sei dem Dozenten sogar recht.

Er merkt außerdem an, an dem Tonfall, in der die Frage gestellt wird, zu erkennen, ob es sich dabei um eine ernst gemeinte, kritische Frage handle, oder ob die Studierenden damit eine Abneigung den Inhalten gegenüber demonstrieren.

Einer der Interviewten ist der Meinung, dass die Frage von Studierenden gestellt werde, die offensichtlich „nicht so interessiert sind“. Dies hänge jedoch damit zusammen, dass er diese Frage hauptsächlich in Prüfungssituationen zu hören bekomme, wenn ein Prüfling eine Frage nicht beantworten könne. Bei der Konzeption seiner Algebra-Vorlesung habe er sich diese Frage jedoch selbst gestellt und seine Vorlesung nach diesem Gesichtspunkt konzipiert.

Ob diese Frage öfter von Studierenden des Lehramts, oder von jenen des fachwissenschaftlichen Zweiges gestellt wird, beantworten die Befragten unterschiedlich.

Die Frage über den Sinn und Zweck gewisser Inhalte ist meiner Meinung nach durchaus legitim. Dennoch sehe ich es aus Studierendensicht schwierig, diese Frage so zu stellen, dass sie nicht abwertend wirkt. Auch wenn es mich oft interessiert hätte, wie ich gewisse Inhalte für die Schule nutzbar machen kann, habe ich dies nicht nachgefragt, da ich Angst hatte, dass der/die Vortragende dies als Desinteresse an den Inhalten selbst wahrnehmen könnte.

Lernmotivation
Aussagen über die erwünschte bzw. wahrgenommene Lernmotivation von Lehramtsstudierenden.
Ja, dieser Spruch: "Naja, was ich für die Schule brauch, hab ich eh in der Schule g'lernt. Durch die Uni, da muss man halt durch. Braucht man zwar alles nicht, aber naja."
Zuerst, die müssen überzeugt sein, sie machen das Richtige, sie müssen es mögen und die mögen es nur, wenn man es denen beibringt, zuerst dass die Lernerfolge erleben.
Das liegt natürlich auch stark daran, wie gut die motiviert werden. Da hängt viel von den Lehrenden ab.

Die befragten MathematikerInnen sind sich einig, dass das fachliche Studium einen wesentlichen Teil der Lehramtsausbildung darstelle. Jedoch wird von vielen wahrgenommen, dass einige Studierende den Sinn in den Vorlesungen bzw. deren Inhalten nicht erkennen und daher nicht die Motivation aufbringen, die sich die Vortragenden wünschen würden.

Es wird einerseits kritisiert, dass Studierenden die nötige Motivation fehle (die sich wiederum auf die Lernmotivation auswirke), andererseits sehen manche auch die Aufgabe bei sich selbst, die Inhalte zu motivieren.

Das Qualifikationsprofil einer Lehrkraft ist sehr vielseitig. Aus diesem Grund kann es auch die verschiedensten Motivationen haben, warum sich jemand für das Lehramt – speziell im Fach Mathematik – entscheidet. Dies schlägt sich selbstverständlich auch in der Lernmotivation für fachmathematische Inhalte nieder. Dass Lehrende eine fehlende oder nur geringe Motivation Seitens einiger Studierender wahrnehmen, ist meiner Meinung nach darauf zurückzuführen.

moderne, kraftvolle Methoden lehren
Aussagen darüber, inwiefern sich die mathematische Grundausbildung der Fachstudierenden von jener der Lehramtsstudierenden unterscheiden soll.
Weil für einen Fachstudierenden erwart' ich mir, dass wenn's ums Gleichungslösen geht, also wenn's um die Matrizen geht, dann muss irgendwo die [...] die Jordansche Normalform vorkommen, die braucht man, also die muss man später kennen, also die sind halt notwendig - die braucht man da (Anm: Lehramtsausbildung) nicht.
Da (Anm: Lehramtsausbildung) definier' ich die anders, Potenzreihentheorie kommt am Schluss als Kapitel, die solln's natürlich auch lernen, aber nicht so, dass man Sinus und Cosinus so definiert.
Naja, ich denk' einmal, den Fachmathematikstudierenden geht's d'rum, da bin ich verpflichtet, die brauchen sehr schnell kraftvolle, moderne Methoden, um dann weiter zu gehen in dem formalen Spiel einmal jetzt.

Einige Lehrpersonen merken an, dass sie spezielle Inhalte in den Vorlesungen des fachwissenschaftlichen Studiums lehren müssen, die für das Lehramtsstudium nicht notwendig seien.

Konkret wird darauf eingegangen, dass jenen das Rüstzeug beigebracht werden müsse, um weiter zu kommen. Formalismen wären in diesem Zweig wichtiger. Man beschäftige sich weniger mit der Intuition bei der Begriffsbildung, mehr jedoch mit „kraftvolle[n], moderne[n] Methoden“.

Zwei Beispiele, die in den Interviews genannt werden, sind die Definition der Winkelfunktionen über Potenzreihen und die Jordansche Normalform von Matrizen für das Lösen von Gleichungen.

5 Zusammenfassung und Ausblick

Was ein guter Lehrer bzw. eine gute Lehrerin können soll, lässt sich nicht in einem Satz zusammenfassen und weicht von befragter zu befragter Person ab. Die Forschungsarbeit beschränkt sich auf eine Bestandsaufnahme der Umstände an der Fakultät für Mathematik an der Universität Wien. Da lediglich 7 FachmathematikerInnen interviewt wurden, sind die getroffenen Aussagen nicht allgemeingültig zu verstehen. Weitere Forschung ist notwendig, um das Thema näher zu beleuchten.

Im Fokus unseres Forschungsinteresses stand das Entwerfen des Kategoriensystems, das auch auf zukünftige Interviews angewandt werden kann. Da von den DozentInnen zahlreiche Facetten genannt wurden, die für die Lehramtsausbildung relevant sein können, ließ sich ein breites Spektrum an Kategorien entwickeln. Die Anzahl der bedienten Kategorien weicht von Person zu Person stark ab, wird hier jedoch nicht näher beleuchtet. Derartiges wäre im Zuge einer weiterführenden Forschungsarbeit möglich.

Die doppelte Diskontinuität im Sinne Felix Kleins ist den Lehrenden durchaus bewusst, auch wenn sie nicht als solche bezeichnet wird. Das Problem wird von mehreren aufgezeigt und es wird klar jene Einstellung vermittelt, dass etwas unternommen werden muss, um dieser entgegenzuwirken. Ein systematisches Konzept wird dabei von niemandem vorgelegt.

Einerseits bleibt zu bedenken, dass die Interviews von einem Kollegen und Fachdidaktiker geführt und die Antworten daher möglicherweise entsprechend angepasst wurden. Bei einer anonymen Umfrage wären unter Umständen andere Aspekte aufgetaucht, die in den Interviews nicht genannt wurden. Auf der anderen Seite war anhand einiger Aussagen zu bemerken, dass das jeweilige Interview die

Lehrenden (erstmalig) zur Reflexion anregte. (Ich persönlich denke, dass ein anonymer Fragebogen dies nicht in dieser Form geleistet hätte.)

Trotz dieser Umstände kristallisierte sich im Zuge der Interviews heraus, dass sich die Lehrenden der Mathematik nicht auf hochschuldidaktische Literatur (vgl. Kapitel 1.3) beziehen und sie teilweise auch gar nicht wahrnehmen[57]. Hier hat auch die Didaktik eine Aufgabe in der besseren Vermittlung ihrer Forschungsergebnisse. Die eigene Lehrerfahrung und das Professionsbewusstsein als WissenschaftlerIn scheint für diese Grund genug zu sein, sich bei der Gestaltung der Lehrveranstaltung vorwiegend auf die persönlichen Überlegungen zu verlassen.

Die Inhalte der Lehramts-Fachvorlesungen werden stets mit den entsprechenden Vorlesungen für das fachwissenschaftliche Studium verglichen und einander gegenübergestellt. Die Konzeption orientiert sich bei vielen Lehrenden nach wie vor an den Inhalten für die Fachstudierenden und weniger daran, welche Fähigkeiten einE LehramtsstudierendeR zu beherrschen hat, um der beruflichen Praxis als MathematiklehrerIn nachgehen zu können. Derartige Aufgaben werden teilweise auf die fachdidaktischen Lehrveranstaltungen geschoben.

Die Forschung um die Frage, was fachmathematische Lehramtsausbildung leisten soll, steckt noch in Kinderschuhen, da es bis vor einigen Jahren noch keine fachmathematischen Vorlesungen explizit für das Lehramt gab. Obwohl die Trennung der Lehrveranstaltungen von manchen anfänglich kritisch gesehen wurde, kamen auch von diesen Personen Vorschläge, wie genau diese nutzbar gemacht werden könnte.

Die Interviewten gaben im Zuge der Gespräche zahlreiche Vorschläge Preis, wie man Vorlesungen für Lehramtsstudierende konzipieren kann und welche Aspekte beachtet

---

[57] Vorlesungen werden oft nach anderen Gesichtspunkten wie etwa: „Was halte ich persönlich für wichtig?“, oder: „Was ist üblich?“, konzipiert.

werden können. Jedoch ist festzuhalten, dass in dieser Arbeit lediglich die Ideen aufgezeigt werden und meist nicht, ob und wie diese praktisch umgesetzt werden.

Ebenso wird die Wirkung dieser Vorlesungsgestaltungen auf die Studierenden des Lehramts nicht gemessen. Ich habe versucht, einige Positionen aus meiner Sicht zu erläutern und damit stellvertretend die Meinung einiger Studierender zu präsentieren. Eine Befragung von Studierenden wurde auch von Becher und Biehler[58] vorgenommen, um die wahrgenommene Funktion der fachmathematischen Ausbildung zu ermitteln (vgl. Kapitel 1.3).

Zu beachten ist, dass die FachmathematikerInnen oftmals verschiedene Ansätze verfolgen und daher nicht immer einer Meinung sind. Die Auswahl der Inhalte beziehungsweise auf welcher Basis diese ausgewählt werden, unterscheidet sich oftmals. Auch Themen wie die den Lehramtsstudierenden zugetraute Leistungsfähigkeit bleiben umstritten. Andererseits jedoch gibt es Positionen, bei denen sich die Interviewten einig sind: etwa dass Vorlesungsinhalte der ersten Semester auf dem in der Schule erlangten Wissen aufbauen sollten, anstatt gänzlich von Neuem aufgerollt zu werden. Auch betreffend der für das Lehramtsstudium charakteristischen doppelten Diskontinuität wird seitens aller befragten Lehrenden ein Handlungsbedarf festgestellt. Ob dies jedoch eine regionale Einstellung ist[59], wird in dieser Arbeit nicht geklärt und könnte Ziel weiterführender Forschung sein.

[58] Becher, Biehler 2015

[59] im Sinne dessen, dass DozentInnen anderer Universitäten anderer Meinung sein könnten

6 Literaturverzeichnis

Ableitinger, Ch., Kittinger, H., Steinbauer, R. (2018): Empirische Befunde zur Konzeption von Fachvorlesungen für Lehramtsstudierende. eingereicht

Ball, D.L., Bass, H. (2004). A practice-based theory of mathematical knowledge for teaching: The case of mathematical reasoning. In W. Jianpan et al. (Hrsg.), Trends and challenges in mathematics education (S. 107–123). Shanghai: East China Normal University Press.

Baumert, J., Blum, W., Brunner, M., Dubberke, T., Jordan, A., Klusmann, U. et al. (2009). Professionswissen von Lehrkräften, kognitiv aktivierender Mathematikunterricht und die Entwicklung von mathematischer Kompetenz (COACTIV): Dokumentation der Erhebungsinstrumente (Materialien aus der Bildungsforschung Nr. 83). Berlin: Max-Planck-Institut für Bildungsforschung.

Becher, S., Biehler, R. (2015). Welche Kriterien legen Lehramtsstudierende (Gym) bei der Bewertung fachmathematischer Veranstaltungen zu Grunde?. In F. Caluori, H. Linneweber-Lammerskitten & C. Streit (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2015 (S. 116-119). Münster: WTM.

Boxhofer, E., Huber, F., Lischka, U., Panhuber, B. (2013). mathematiX 2. 1. Auflage. Linz: Veritas

Bundesministerium für Bildung: Homepage der standardisierten Reife- und Diplomprüfung. Im Internet: https://www.srdp.at, gesehen am 02.04.2018

Danckwerts, R. (2013). Angehende Gymnasiallehrer(innen) brauchen eine „Schulmathematik vom höheren Standpunkt“!. In Ableitinger, Ch. et al. (Hrsg.), Zur doppelten Diskontinuität in der Gymnasiallehrerbildung. Ansätze zu Verknüpfungen der fachinhaltlichen Ausbildung mit schulischen Vorerfahrungen und Erfordernissen (S. 77–94). Wiesbaden: Springer Spektrum.

Dorfmayr, A., Mistelbacher, A., Sator, K., Schwaiger, E., Zillner, M. (2017). Thema Mathematik 5. 1. Auflage. Linz: Veritas

Götz, S., Reichel, H.-C., Müller, R., Hanisch, G. (2010). Mathematik 5. Wien: öbv

Götz, S., Süss-Stepancik, E. (2016). Was soll LehrerInnenausbildung im Fach Mathematik leisten? Einsichten in das Wesen fach- und schulmathematischer Lehrveranstaltungen. In Beiträge zum Mathematikunterricht 2016 (Band 1. WTM, S. 325—328). Institut für Mathematik und Informatik der Pädagogischen Hochschule Heidelberg: Münster.

Hefendehl-Hebeker, L. (2013). Doppelte Diskontinuität oder die Chance der Brückenschläge. In Ableitinger, Ch. et al. (Hrsg.), Zur doppelten Diskontinuität in der Gymnasiallehrerbildung. Ansätze zu Verknüpfungen der fachinhaltlichen Ausbildung mit schulischen Vorerfahrungen und Erfordernissen (S. 1–16). Wiesbaden: Springer Spektrum.

Hischer, H. (2015). Die drei klassischen Probleme der Antike. Hidesheim: Franzbecker.

Homepage des Max-Planck-Instituts für Bildungsforschung (2009). Hauptergebnisse der COACTIV-Studie. Im Internet: https://www.mpib-berlin.mpg.de/coactiv /studie/ergebnisse/index.html, gesehen am 23.02.2018

Homepage des StudienServiceCenters Mathematik an der Universität Wien. Studienpläne an der Fakultät für Mathematik. Im Internet: https://ssc-mathematik.univie.ac.at/curricula/, gesehen am 14.07.2017.

Klein, F. (1908). Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus. Teil I: Arithmetik, Algebra, Analysis. Leipzig: Teubner. Zitiert nach der handschriftlichen Urfassung in openlibrary.org.

Lewisch, I., Zwicker, T., Breunig, E., Riehs, B (2013). Mathematik verstehen + üben + anwenden. 3. Auflage. Linz: Veritas

Malle, G., Woschitz, H., Koth, M., Salzger, B. (2017). Mathematik verstehen 5. Wien: öbv

Mayring P. (2000). Qualitative Inhaltsanalyse. In Forum qualitative Sozialforschung 1. (Artikel 20).

Mayring P. (2007). Qualitative Inhaltsanalyse. Grundlagen und Techniken. 11. Auflage. Beltz: Wenheim.

Österreichische Prüfungsverordnung. Im Internet: https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung.wxe?Abfrage=Bundesnormen&Gesetzesnummer=20007845, gesehen am 01.04.2018.

Portalseite der berufsbildenden Schulen: Lehrpläne für berufsbildende Schulen. Im Internet: http://www.htl.at/htlat/lehrplaene/, gesehen am 01.04.2018

Prediger, S. (2013). Unterrichtsmomente als explizite Lernanlässe in fachinhaltlichen Veranstaltungen. Ein Ansatz zur Stärkung der mathematischen Fundierung unterrichtlichen Handelns. In Ableitinger, Ch. et al. (Hrsg.), Zur doppelten Diskontinuität in der Gymnasiallehrerbildung (S. 151–168). Wiesbaden: Springer.

Ramsenthaler, Ch. (2013). Was ist „Qualitative Inahltsanalyse?“. In Schnell, M.W.; Schulz Ch.; Kolbe, H.; Dunger, Ch. (Hrsg.), Der Patient am Lebensende (S. 23-42). Wiesbaden: Springer.

Salzger, B., Bachmann, J., Germ, A., Riedler, B., Singer, K., Ulovec, A. (2015). Mathematik verstehen 2. Wien: öbv

Schulorganisationsgesetz. Im Internet: https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung.wxe?Abfrage=Bundesnormen&Gesetzesnummer=10009265, gesehen am 01.04.2018

Universität Wien. Broschüre zur LehrerInnenausbildung der Sekundarstufe Allgemeinbildung. Im Internet: http://www.lehramt-ost.at/fileadmin/user_upload/e_lehrerinnenausbildung/broschuere/Lehramt_Sekundarstufe_Allgemeinbildung_2017.pdf, gesehen am 13.07.2017.

Vincenz, S. (2012). Wie viel Prozent sind das? – Grundvorstellungen zu Prozent- und Bruchrechnung. Diplomarbeit im Unterrichtsfach Mathematik. Wien: Universität Wien

Winter H. (1995). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. In Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (Nr. 61, S. 37–46).

Winter H. (2016). Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht. 3. Aufl. Wiesbaden: Springer.

7 Anhänge

7.1 Interviewleitfaden

Interviewleitfaden „Fachliche Ausbildung von Lehramtskandidat/innen"

1) **Welche Fachvorlesung/en** für das Lehramt haben Sie schon gehalten?
2) Nennen Sie bitte möglichst konkrete Beispiele für **Inhalte** aus diesen Vorlesungen, die Sie für zentral für LA-Kandidat/innen halten! (Nach Möglichkeit beantworten Sie diesen Punkt bitte in Bezug auf die untenstehenden Inhalte aus dem AHS-Lehrplan!)
3) Weisen Ihre Fachvorlesungen für das Lehramt (im Vergleich zu Vorlesungen für Fachstudierende) **methodische** Besonderheiten auf? Wenn ja, welche?
4) Gibt es neben inhaltlichen und methodischen Aspekten noch **weitere Aspekte**, die Sie bei der Planung von Fachvorlesungen für das Lehramt in besonderer Weise berücksichtigen? Inwiefern versuchen Sie, die Fachvorlesungen für das Lehramt tatsächlich **lehramtsspezifisch** zu gestalten? Nennen Sie bitte möglichst konkrete Beispiele!
5) Inwiefern berücksichtigen Sie eine **Verzahnung** Ihrer Fachvorlesung/en **mit** der/den entsprechenden **Schulmathematik-Vorlesung**/en (falls eine solche im Curriculum vorgesehen ist)?
6) Ist Ihnen im Rahmen dieser Vorlesungen die **Frage „Wozu brauche ich das als LA-Kandidat/in?"** schon gestellt worden?
   i) Wenn ja, in welchen Situationen passiert das üblicherweise?
   ii) Wenn ja, wie schätzen Sie die Studierenden ein, die diese Frage stellen?
   iii) Wie gehen Sie mit dieser Frage um? Was antworten Sie? (Bzw. **was würden Sie antworten?**)

Um die Anonymität der befragen Personen zu gewährleisten, werden die Transkripte der Interviews dieser Arbeit nicht angehängt.

7.2 Abstract

Die Frage, was ein Lehramtsstudium bieten sollte, ist seit über 100 Jahren eine, mit der sich Lehrende sowie Studierende stets beschäftigen.

Die in dieser Arbeit vorgestellte Forschung befasst sich mit der Frage, was das fachwissenschaftliche Mathematikstudium leisten soll, um eine Mathematiklehrkraft auszubilden und wie dies erfolgen kann.

Zu diesem Zweck wurden sieben FachmathematikerInnen nach einem Leitfaden interviewt und die Ergebnisse mit Hilfe der qualitativen Inhaltsanalyse ausgewertet.

Es wird versucht, Kriterien herauszuarbeiten, die für die Gestaltung fachmathematischer Vorlesungen für das Lehramt relevant sein können.

Die DozentInnen nennen zahlreiche Aspekte, die für die Lehramtsausbildung von Bedeutung sein können und untermauern dies oftmals mit konkreten Beispielen. Insbesondere die Auswahl der Vorlesungsinhalte sowie die Verknüpfung zur fachdidaktischen Ausbildung und zum Berufsalltag werden näher erläutert.