DIPLOMARBEIT / DIPLOMA THESIS

Titel der Diplomarbeit / Title of the Diploma Thesis

„Mathematische Schwierigkeiten an der Schnittstelle Schule/Hochschule und mögliche Unterstützungsmaßnahmen“

verfasst von / submitted by

Teresa Maria Giefing

angestrebter akademischer Grad / in partial fulfilment of the requirements for the degree of

Magistra der Naturwissenschaften (Mag. rer. nat.)

Wien, 2018 / Vienna, 2018

Studienkennzahl lt. Studienblatt / degree programme code as it appears on the student record sheet:	A 190 344 406
Studienrichtung lt. Studienblatt / degree programme as it appears on the student record sheet:	Lehramtsstudium UF Englisch UF Mathematik
Betreut von / Supervisor:	ao. Univ.-Prof. i.R. Günter Hanisch

Danksagung

Mein Dank gilt an erster Stelle meinem Diplomarbeitsbetreuer Univ. Prof. Günter Hanisch, der mich durch dieses jahrelange Projekt begleitet hat. Vielen Dank, dass Sie so viel Geduld mit mir hatten.

Bedanken möchte ich mich auch bei meiner Familie und meinen Freunden, die mich durch die letzten Jahre begleitet haben und mir immer Mut zugesprochen und an mich geglaubt haben. Besonders danken möchte ich meinem Partner Manfred, der mir immer das Ziel vor Augen hielt und so versucht hat, mir den mühsamen Abschluss meines Studiums zu verschönern. Danke, dass du mich in den letzten Jahren immer wieder motiviert hast, meine Diplomarbeit fertigzustellen. Vielen Dank auch an meine Schwägerin Daniela, die für die einwandfreie Rechtschreibung und Grammatik der vorliegenden Arbeit gesorgt hat. Ein herzliches Dankeschön auch an meinen Bruder Dominik, der für allfällige Tätigkeiten immer zur Verfügung stand.

Der größte Dank gilt aber meinen Eltern, die mir das Studium in jeglicher Hinsicht ermöglicht haben und mich in den letzten Jahren immer unterstützt haben. Vielen Dank, dass ihr euch in letzter Minute auf Wohnungssuche begeben und mir damit eine wunderschöne Bleibe in Wien verschafft habt. Danke an dieser Stelle auch an Elisabeth und Peter, die echten Wiener und liebevollen Freunde, die uns durch Wien chauffierten und immer zur Seite standen.

Vielen Dank auch für die Erfahrungen, die ich während meiner Studienzeit sammeln durfte und für die tollen Freundschaften, die geschlossen wurden und hoffentlich noch lange halten.

Danke euch allen, ohne euch wäre ich jetzt nicht an dieser erfolgreichen Stelle meines Lebens angelangt.

Eidesstattliche Erklärung

„Ich erkläre hiermit an Eides Statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Die aus fremden Quellen direkt oder indirekt übernommenen Gedanken sind als solche kenntlich gemacht.

Die Arbeit wurde bisher in gleicher oder ähnlicher Form keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt und auch noch nicht veröffentlicht“.

Wien, am 17.09.2018

(Teresa Maria Giefing)

Inhaltsverzeichnis

Einleitung

Oftmals hinterfragen Schülerinnen und Schüler in einer AHS oder BHS die Mathematik und argumentieren mit „Das brauch ich sowieso nie mehr in meinem Leben!“ oder „Wofür brauch ich das, ich werde sowieso nicht Mathematik studieren!“. Dass Mathematik aber hinter vielen Alltagskompetenzen steckt, wie etwa dem Lesen und Verstehen einer Statistik, wird dabei nicht entdeckt und der mathematischen Relevanz im Alltag wenig Aufmerksamkeit geschenkt. Schülerinnen und Schüler denken in ihrer Schulzeit aber auch nicht daran, dass viele Berufe mathematisches Wissen voraussetzen. Außerdem wird außer Acht gelassen, dass der Mathematikunterricht auch auf eine mögliche Weiterbildung an einer Universität oder Hochschule vorbereiten soll. Wie anfangs zitiert, sind einige Schülerinnen und Schüler der Meinung, dass sie nicht Mathematik studieren werden und somit Mathematik nicht mehr brauchen werden. Natürlich gibt es viele Studienrichtungen, die kein mathematisches Wissen verlangen. Doch die Rolle der Mathematik als ‚Nebenfach’ in einem wirtschaftlichen, technischen oder naturwissenschaftlichen Studiengang wird oftmals unterschätzt, denn auch Studiengänge aus dem WiMINT Bereich (Wirtschaft, Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften und Technik) erfordern heutzutage oftmals komplexes mathematisches Wissen und Verstehen. Die Nachfrage nach gut ausgebildeten Fachkräften ist in diesem Berufsfeld groß, jedoch lässt sich zurzeit ein Mangel an eben diesen, beispielsweise Ingenieurinnen und Ingenieuren oder Naturwissenschaftlerinnen und Naturwissenschaftlern, aufzeichnen. Dies lässt sich oftmals auf den schwierigen Übergang zwischen Schule und Hochschule zurückführen, wobei vor allem die Mathematik als das Nadelöhr charakterisiert wird (vgl. KRUMKE et al., 2012). Dieses Fach lässt Studierende in der Eingangsphase oftmals scheitern und führt letztendlich zu einem Studienabbruch, da die mathematischen Forderungen der Hochschule mit den schulischen Kenntnissen und Fähigkeiten der Studienanfängerinnen und Studienanfänger nicht gedeckt sind. Diese Probleme sind jedoch bekannt und werden nicht unbeachtet gelassen. Sämtliche Institutionen versuchen dagegenzuwirken und bieten dafür sogenannte Brückenkurse an, um Studierenden den Übergang auf eine Hochschule zu erleichtern und sie mit den Anforderungen der Universitäten und Fachhochschulen vertraut zu machen.

Die vorliegende Diplomarbeit beschreibt die momentanen Schwierigkeiten im Bereich des Übergangs zwischen Schule und Hochschule und versucht zu erläutern, inwiefern mathematische Brückenkurse hilfreich für diesen Umstieg sein können.

1. Momentane Schwierigkeiten im Bereich des Übergangs zwischen Schule und Hochschule

Dieses Kapitel beschäftigt sich anfänglich mit den mathematischen Hürden, die sich oftmals den Studierenden zu Beginn in den Weg stellen. Wie eingangs erwähnt, erfordern heutzutage viele Studienrichtungen diverser Hochschulen, abseits des Mathematik-Studiums, sehr abstraktes mathematisches Wissen und Können. Zwischen den Anforderungen der weiterbildenden Institutionen und den Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler besteht jedoch häufig ein gravierender Unterschied. Die Fähigkeiten, die von Universitäten oder Fachhochschulen vorausgesetzt werden, fehlen oftmals seitens der Studienanfängerinnen und Studienanfänger und machen einen Studienbeginn somit schwer (vgl. ROTH et al., 2015; BAUSCH et al., 2014). Verglichen mit vielen anderen Studienrichtungen, selbst mit naturwissenschaftlichen und ihresgleichen, zeichnet sich das Mathematikstudium durch eine hohe Drop-Out-Rate aus und listet viele Studienabbrecher bereits im ersten Abschnitt auf (vgl. CRAMER & WALCHER, 2010). Auch SCHICHL (2003, S. 3) bestätigt dies in der Einleitung seines Skripts zur Vorlesung *Einführung in das mathematische Arbeiten*: „Im Vergleich mit vielen anderen Studien, selbst mit den anderen naturwissenschaftlichen, hat das Mathematikstudium eine höhere Drop-Out–Rate, und viele Studenten geben bereits im ersten Studienabschnitt auf". Dies liegt vor allem an dem unterschiedlichen Vermitteln von Mathematik zwischen Schule und Hochschule. Einen Grund für einen vorzeitigen Studienabbruch sieht (SCHICHL, 2003, S. 3) auch in diesem Unterschied: „Während in der Schule das Hauptaugenmerk auf das Lösen von Beispielen gerichtet ist und für die meisten Lehrer das Algorithmische im Vordergrund steht (das Erlernen von Schemata zur Behandlung von Standardproblemen), tritt dies an der Universität merklich in den Hintergrund". Der schulische Umgang mit Mathematik als Aneignen von Mustern zum Behandeln diverser Sachverhalte, vergleichbar mit einem Kochrezept, an dem man sich stets orientieren kann, unterscheidet sich gravierend zum hochschulischen Umgang mit Mathematik. Daher reichen schulische Vorkenntnisse oftmals nicht für ein erfolgreiches Mathematikstudium aus. „Es ist in Wahrheit so, dass selbst die besten Fähigkeiten in diesem Gebiet nicht ausreichen, ein Mathematikstudium, sei es zum Lehramt oder zum Diplom, erfolgreich abzuschließen" (SCHICHL, 2003, S. 3).

Obwohl dieses Problem bereits seit mehr als 100 Jahren behandelt wird, scheint noch keine flächendeckende Lösung für beteiligte Studierende gefunden worden zu sein.

Natürlich gibt es noch weitere Faktoren, die oftmals verantwortlich für einen Studienabbruch sind. Diese werden ausführlich in den folgenden Unterkapiteln erwähnt, zusammen mit Zahlen diverser Studienabbrüche und Theorien zum Studienabbruch.

1.1. Doppelte Diskontinuität

Das Wort *Diskontinuität* kommt aus dem Lateinischen (lat. *continuitas* «ununterbrochene Fortdauer») und bedeutet folglich einen unterbrochenen Zusammenhang. Doch wie lässt sich dieser geologische aber oft auch in der Politik auftretende Begriff mit der Mathematik kombinieren? (Konradin Medien GmbH)

Das Problem, dass Studierende des Lehramtsstudiums Mathematik eine Bruchstelle sowohl am Studienanfang als auch am Ende erleben, hat Felix Klein bereits vor über 90 Jahren mit dem Begriff der *doppelten Diskontinuität* beschrieben. (vgl. (Ableitinger, 2012; Klein, 1924 zitiert in Bauer, 2013, S. 236). Diese beschäftigt sich mit dem problematischen Umstieg der Studierenden von Schule auf Universität in Bezug auf deren mathematischen Fähigkeiten beziehungsweise folgend mit dem Anwenden der hoch abstrakten, universitären Inhalte im Schulalltag. „Damit ist einerseits der unstetige Übergang von der Schul- zur Hochschulmathematik gemeint und andererseits der ebenfalls nicht glatte Übergang vom bewältigten Hochschulstudium zur Arbeit in der Schule und den dabei zu vermittelnden Inhalten" (Ableitinger, 2012, S. 88). Mathematik-Studierende erleben somit einen unterbrochenen Zusammenhang am Beginn ihres Studiums als auch am Ende, beziehungsweise am Anfang ihres Berufes. Daher spricht man hierbei auch von einer doppelten Diskontinuität, denn es wurde erkannt, dass „Studierende des Lehramts die Übergänge

Schulmathematik ⟶ universitäre Mathematik ⟶ Schulmathematik

Abbildung 1: Problematische Übergänge (Bauer & Partheil, 2008, S. 85)

am Beginn und Ende ihres Studiums als Bruchstellen erleben. Das Problem äußert sich darin, dass viele Lehramtsstudierende Schulmathematik und universitäre Mathematik als voneinander getrennte Welten wahrnehmen, sowohl während ihres Studiums als auch danach“ (BAUER & PARTHEIL, 2008, S. 85).

Da die Diskrepanz zwischen Schulmathematik und Hochschulmathematik von großer Bedeutung ist, sehen es die Autoren als sinnvoll, diese Differenz genauer zu betrachten. „Wir verorten sie auf drei *Ebenen*:

1. *Inhaltsebene:* Unterschiede kann man sofort hinsichtlich der verhandelten Inhalte ausmachen – offensichtliches Beispiel hierfür ist die Geometrie: Während sie in der Schulmathematik als *Elementargeometrie* oder *Analytische Geometrie* auftritt, liegt der Fokus der universitären Mathematik auf den forschungsaktiven Gebieten *Algebraische Geometrie* und *Differentialgeometrie*.

2. *Ebene der Ziele:* Selbst in den Fällen, in denen in Schul- und Hochschulmathematik dieselben Themen behandelt werden, kann dies mit unterschiedlichen, im jeweiligen Kontext sehr berechtigten, Zielen geschehen. Als Folge ergibt sich eine Art ,,Ziel-Diskontinuität“. Hierfür ein Beispiel aus der Analysis: Bei der Behandlung der Integrationstheorie innerhalb einer Analysis-Vorlesung werden u.a. folgende Ziele von einiger Bedeutung sein:

   - die Eigenschaften des Riemann-Integrals nachweisen können;
   - Beispiele für nicht-integrierbare Funktionen angeben können;
   - Kriterien für Integrierbarkeit kennen, beweisen und anwenden können.

   In der Behandlung der Integralrechnung in der gymnasialen Oberstufe spielen solche Ziele dagegen systembedingt keine Rolle; beispielsweise wird die Bedeutung der Stetigkeit der betrachteten Funktionen üblicherweise erst bei der Behandlung des Hauptsatzes der Differential- und Integralrechnung angesprochen werden.

3. *Argumentationsebene:* In der universitären Mathematik gibt der angestrebte axiomatisch-deduktive Aufbau den argumentativen Rahmen vor. Dieser vollständige und lückenlose Aufbau der Theorie ist ein Wesensmerkmal von Mathematik als Wissenschaftsdisziplin; ein neues mathematisches Teilgebiet erlernen bedeutet immer auch, die Durchführung des deduktiven Aufbaus in diesem Gebiet zu verstehen. Affektive Einstellungen von Mathematikern gegenüber mathematischen Theorien beruhen – neben den Resultaten, die diese hervorgebracht hat – wesentlich darauf, ,,wie dort argumentiert wird“, d.h. auf der Ästhetik des erzielten deduktiven Aufbaus. In der Schule präsentiert sich Mathematik auf ganz andere Art: Hier ist Argumentieren auf unterschiedlichen Exaktheitsstufen angebracht und üblich; anschauliche, heuristische Argumentationen stehen gleichberechtigt neben vollständigen Beweisen. Man führe sich die Situation am Beispiel des Zwischenwertsatzes vor Augen: Falls man den Satz im Unterricht überhaupt herausstellt [sic!], so wird man vermutlich nicht über das Plausibilitätsargument hinausgehen, dass

> jede Parallele zur *x*-Achse den Graphen einer stetigen Funktion im betrachteten Bereich schneiden ,,muss". Dieselbe Überlegung wird man auch in einer Analysis-Vorlesung finden, jedoch in völlig anderer Rolle, nämlich als heuristische Vorüberlegung, die zum Zwischenwertsatz *hinführt*. Der eigentliche *Beweis* im deduktiven Rahmen zeigt dann, wie die Stetigkeit der Funktion und die Vollständigkeit der reellen Zahlen in die Begründung eingehen." (BAUER & PARTHEIL, 2008, S. 86f.)

Ziel diverser Vorlesungen und Seminare zu Studienbeginn ist es also, aus dieser Diskontinuität so gut wie möglich eine Kontinuität zu schaffen, also einen ununterbrochenen mathematischen Zusammenhang zwischen Schule und Hochschule.

1.2. Abstraktionsschock zu Studienbeginn

Studierende erleben zu Beginn ihres Mathematikstudiums oftmals einen radikalen „Schock", da sich die Schulmathematik drastisch von der Hochschulmathematik unterscheidet. Letztgenannte ist ja besonders von einem hohen Maß an Abstraktion gekennzeichnet. Wie bereits erwähnt differenziert ja besonders der Umgang mit der Mathematik Schule von Hochschule. Daher ist für Studienanfängerinnen und Studienanfänger, die Mathematik größtenteils als Lösen von Beispielen kennengelernt haben, die Mathematik als Wissenschaft und das Behandeln abstrakter Strukturen ein ungewohntes Terrain (vgl. Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung). Definieren, beweisen und logisch schlussfolgern sind Forderungen, die für Studienanfängerinnen und Studienanfänger natürlich schwer anzuwenden sind. Beispiele spielen dabei nur eine Nebenrolle und sollen die oft schwer vorstellbaren Sachverhalte näherbringen. Studienanfängerinnen und Studienanfänger erkennen die Wichtigkeit dieser Beweise oftmals nicht und neigen dazu, „die wahren Schwierigkeiten, besonders am Anfang, zu übersehen" (SCHICHL, 2003, S. 3). Oftmals können sie dann das bereits nach einigen Wochen hohe Maß an Abstraktion der Sachverhalte mit ihrem Schulwissen oder Beispielen nicht mehr bewältigen (vgl. ebd.). Natürlich gibt es noch weitere Faktoren, die für Studierende anfangs sehr ungewohnt sind. Diese werden in den Unterkapiteln 1.4 und 1.5 beschrieben.

Dies erklärt den oft unüberwindbaren Spalt zwischen Schule und Hochschule, der vielfach einen Studienabbruch seitens der Studierenden bedingt, da diese bereits in den ersten Wochen überfordert sind und daher am Mathematikstudium scheitern.

Wenig verwunderlich ist es daher, dass das Fach Mathematik an Universitäten oder Fachhochschulen, vor allem durch den Abstraktionsschock der Mathematik, der Grund schlechthin für besonders hohe Drop-out-Raten ist (vgl. SCHICHL, 2003; KRUMKE et. al., 2012).

1.3. Gravierende Unterschiede im Schulstoff

Doch die hoch abstrakte vermittelte Hochschulmathematik ist nicht die einzige Hürde, die Studienanfängerinnen und Studienanfänger überwinden müssen. Oftmals sind auch Lücken im vorausgesetzten Schulstoff ersichtlich, da sich die mathematischen Kenntnisse österreichischer Maturantinnen und Maturanten deutlich unterscheiden. Dies ist auf diverse Ausbildungsmöglichkeiten mittels unterschiedlicher Schultypen in Österreich zurückzuführen. Eine Maturantin bzw. ein Maturant einer österreichischen allgemeinbildenden höheren Schule hat in seiner Schullaufbahn mit Sicherheit andere mathematische Fähigkeiten erworben, als eine Absolventin oder ein Absolvent einer höheren technischen Lehranstalt in etwa. Differentialgleichungen 2.Ordnung, zum Beispiel, sind für eine HTL-Maturantin bzw. einen HTL-Maturanten ein vertrauter Begriff, für eine AHS-Schülerin bzw. einen AHS-Schüler hingegen eher ein Fremdwort. Natürlich sind Differenzialgleichungen 2.Ordnung zu Studienbeginn nicht sofort notwendig, da sie erst im späteren Verlauf behandelt werden. Vektorrechnung hingegen, sehr gefragt zu Studienbeginn, wird in einer HAK nicht gelehrt und somit haben HAK-Absolventinnen und Absolventen einen Nachteil gegenüber AHS-Schülerinnen und Schülern beim Studienbeginn. Trotz österreichischer Zentralmatura kann man daher einen enormen Unterschied im mitgebrachten Wissen für ein Hochschulstudium identifizieren, abhängig vom besuchten Schultyp.

1.4. Zeitmanagement

Ein weiterer wichtiger Faktor eines Uni-Studiums, unabhängig von der Fachrichtung, ist Zeitmanagement. Das Studium ist im Vergleich zur Schule von einem sehr differenzierten Ablauf geprägt. Während man von Schulzeiten einen organisierten

Stundenplan gewöhnt ist, forciert das Studium eine Selbstorganisation und bietet lediglich Informationen aus Vorlesungsverzeichnis und grob strukturiertem Studienplan, um sich einen Überblick zu verschaffen. Dies bestätigen auch KRUMKE et al.: „Aber jetzt, mit dem Eintritt in die Universität, gewinnt das selbstständige Zeitmanagement eine viel größere Bedeutung und wird zu einem zusätzlichen Problem“ (2012, S. 116).

Diese Selbstorganisation ist für viele Studierende schwierig, da sie diese weder in der Schule noch an einer Hochschule gelehrt bekommen. Dies bestätigt auch REICHEL in seinem Buch „Der Bachelor of Time“:

> „Definitionen, Konzepte, Herleitungen: Im Studium lernst du eine ganze Menge. [...] Eine Sache lernst du aber nicht: wie du dich effizient selbst organisierst. Indem dein Studienplan sehr dicht aufgebaut ist und deine Module mit Workloads vollgeladen (und überladen) sind, wirst du zwar dazu gezwungen, schnell und hart zu arbeiten, aber eine systematische Herangehensweise steht leider nicht im Lernplan. [...]Nach der Vorlesung „Zeitmanagement – 5 ECTS“ im 1. oder 2. Semester sucht man leider vergeblich. Dabei wäre es in wirklich jedem Studiengang sinnvoll und könnte das Leben vieler Studenten radikal verbessern“ (2016, S. 10)

Hinzu kommt, dass man an einer Hochschule oftmals eine große Anzahl an Informationen binnen kürzester Zeit vermittelt bekommt. Vorlesungen, Übungen, Seminare und ähnliche Lehrveranstaltungen dauern in der Regel 100 Minuten, also doppelt so lange wie eine gewohnte Unterrichtsstunde. Viele Vorlesungen finden oftmals auch geblockt statt, was zusätzlich die Organisation erschwert.

Mit dem Besuchen einer Vorlesung ist es aber nicht abgetan. Wie der Name verrät, trägt eine Dozentin bzw. ein Dozent den Studierenden den Stoff vor. Studierende befinden sich in der passiven Rolle der Zuhörerinnen bzw. der Zuhörer, danach ist es aber ihre Pflicht, den gehörten Stoff auch aktiv zu verarbeiten und somit verlangt jede Vorlesung auch ein Selbststudium danach. Dies wirklich zu tun, ist dann eine Frage der Motivation. Lässt man dieses Selbststudium aber mehrfach sausen, wird es umso schwieriger, den angehäuften Stoff aufzuarbeiten, denn bei der Prüfung soll man schließlich alles beherrschen und können.

Prüfungen selbst sind der nächste Stressfaktor während eines Studiums. Von Schulzeiten sind Studentinnen und Studenten gewohnt, dass diverse Schularbeiten auf das Semester gleichmäßig verteilt sind, Lehrkräfte teilen dies geschickt ein. An der Universität ist dies aber nicht der Fall. Prüfungen finden in der Regel am Ende des Semesters statt. Dies bedeutet, dass sich viele Prüfungen am Ende des Semesters häufen und die Studierenden stehen unter enormen Prüfungsstress.

Studieren bedeutet für einige aber auch eine finanzielle Herausforderung. Viele Studentinnen und Studenten ziehen oftmals in Städte, um in der Nähe von Universitäten zu wohnen und ein Studieren überhaupt zu ermöglichen. Dies heißt aber auch, dass einige neben dem Studium arbeiten müssen, um sich einen Unterhalt in einer dieser Universitätsstädte leisten zu können. Ein Nebenjob erschwert die ganze Sache natürlich und so entpuppt sich ein Studium durchaus als „Fulltime-Job“ (REICHEL, 2016, S. 8).

Das Motto „Alles Uni, alles easy“ stellt sich also bald als ein Irrtum heraus und die Träume von freien Nachmittagen und zahlreichen Partys verwandeln sich sehr schnell in nächtelanges Büffeln und „Stunden in stinkigen, kleinen Seminarräumen, wenn draußen die Sonne scheint“ (HLINKA, 2015).

1.5. Motivation

> „MINT-Studierende für die Mathematik zu motivieren ist nicht einfach und unter den gegebenen Randbedingungen deutscher Hochschulen eine interessante, aber enorm schwierige didaktische Aufgabe. Eines der wichtigsten dabei zu lösenden Probleme ist das der Massenindividualisierung in den ersten Studienjahren: Die wenigsten Studierenden können und wollen schweigend und konzentriert in einem großen überfüllten Raum einfach nur zuhören. Sie erwarten vielmehr ein Unterrichtskonzept, das ihren täglichen Erfahrungen in der multimedialen Welt entspricht und ihnen Raum für eigenes Agieren bietet“ (KRUMKE et. al., 2012, S. 116).

Motivation ist mitunter einer der wichtigsten Faktoren für ein erfolgreiches Studium. Wie das Zitat hervorhebt, ist es schwierig, die nötige Motivation für Mathematik in Studierenden der MINT-Fächer hervorzurufen, da sie vor allem mit dem neuen Umgangskonzept an einer Hochschule nicht zurechtkommen.

Auch für das Besuchen der Vorlesung selbst brauchen Studierende vorerst Motivation, da sie dort nicht anwesend sein müssen. Vorlesungen sind grundsätzlich nicht prüfungsimmanente Lehrveranstaltungen, das heißt, es besteht für Studierende keine Anwesenheitspflicht und die Leistung der Studierenden wird durch eine Prüfung (schriftlich oder mündlich) bestimmt. Wie bereits erwähnt, verlangen

Vorlesungen ein Selbststudium danach, was wiederum nur durch genügend Selbstmotivation tatsächlich gemacht wird.

Natürlich macht es Sinn und wird empfohlen, Vorlesungen zu besuchen, da man dadurch selbst mitschreiben kann und später dann eine verlässliche Mitschrift zum Nachbearbeiten und Lernen hat. Außerdem ist es hilfreich, den Vorlesungsstoff selbst gehört zu haben, da man dadurch die Mitschrift selbst besser versteht und die Sachverhalte besser nachvollziehen kann. Außerdem wird in Vorlesungen vieles erklärt und gesagt, was nicht in Mitschriften zu finden ist. Hinweise auf nicht prüfungsrelevante Inhalte werden hin und wieder verraten, um nur ein Beispiel hier anzuführen. Diese sind bei Studierenden immer sehr willkommen, da dies für sie weniger Lernumfang bedeutet.

Die Versuchung, länger zu schlafen anstatt eine frühmorgendliche Vorlesung zu besuchen, ist bestimmt für manche Studentin bzw. manchen Studenten schon mal größer gewesen, als die Motivation zum Studium selbst. Im Falle des Versäumens von Vorlesungen sollte man sich dann mit Kolleginnen und Kollegen kurzschließen, um zuverlässiges Material zu bekommen.

Ein weiterer Faktor, der die Motivation für das Studium beeinflussen kann, sind erlangte Noten. Mathematik-Studentinnen und -Studenten sind es ja großteils gewohnt, zu den Besten in diesem Fach zu gehören und nur sehr gute Noten zu erhalten. Nach den ersten Prüfungen ist es dann womöglich für so manche Studentin bzw. manchen Studenten eher demotivierend, nur mehr zum Mittelmaß oder überhaupt eher zu den Schlechteren zu gehören.

1.6. Drop-Out Gründe

Das englische Wort *drop out* bedeutet «herausfallen» und wird oftmals in Zusammenhang mit dem Abbruch eines Studiums verwendet. Damit ist also das Beenden, das Aufgeben des Studiums ohne Abschluss, gemeint (vgl. Bibliographisches Institut GmbH, 2018a).

Dass man ein Studium beginnt und dieses auch abschließt, ist nicht immer der Fall. Da Studieren an der Uni Wien größtenteils gratis ist und fast ungehindert Zugang zu vielen Studienrichtungen bietet, kommt es teilweise auch zu einem mehrfachen

Inskribieren. Viele Studentinnen und Studenten melden sich für mehrere Studiengänge an, um diverse Richtungen auszuprobieren, schließen diese aber nicht alle ab und scheiden mit der Zeit von einigen wieder aus. Natürlich gibt es aber auch zahlreiche andere Gründe für das Beenden eines Studiums.

> „Für 15,2 Prozent der Studienabbrecher liegt der Hauptgrund an den nicht erfüllten Erwartungen an die Uni. Weitere häufig genannte Gründe sind die Unvereinbarkeit mit dem Beruf, persönliche Gründe oder finanzielle Probleme. In Österreich schließen nur 24 Prozent der Studierenden ihr Studium in Mindeststudienzeit ab. 34 Prozent wechseln ihr ursprüngliches Studium und 27 brechen innerhalb von 14 Semestern ihr begonnenes Studium ab. Im Durchschnitt schließen Frauen ihr Studium um sechs Prozent häufiger ab als Männer (Kurier.at, 2017).

Nicht erfüllte Erwartungen treten häufig auf, vermehrt jedoch unter Frauen mit 18,5% verglichen mit 10,5% der Männer. Dies lässt sich aber auch auf die geschlechterspezifische Wahl der Studienrichtung zurückführen. „Männer führen öfter Vereinbarkeitsprobleme mit dem Beruf (17% vs. 12%) und finanzielle Gründe (10% vs. 6%) an. Fehlende Motivation (8%) wird von Frauen häufiger als zentraler Abbruchsgrund angeführt, während Männer etwas öfter angeben, im Studium überfordert gewesen (7,3% vs. 5,8%) oder an eine Fachhochschule gewechselt zu sein (8% vs. 5%)“ (Österreichischen Universitätenkonferenz, 2009).

Die folgenden Grafiken (TarGroup Media GmbH & Co. KG, 2018) gewähren einen detaillierten Einblick in die Gründe für einen Abbruch eines Studiums. Abbildung 2 beschreibt allgemeine Gründe, Abbildung 3 beschäftigt sich mit den unterschiedlichen Universitäten und Abbildung 4 stellt dar, welcher Studiengang die meisten Studienabbrecher aufzeichnet.

		Hauptgrund [1)]	Alle Gründe [2)]
1.	Erwartungen nicht erfüllt	15,2%	*21,9%*
2.	Vereinbarkeit mit Beruf	13,7%	17,5%
3.	Persönliche Gründe	9,6%	*20,6%*
4.	Finanzielle Gründe	7,7%	14,7%
5.	Wechsel zur FH	6,4%	9,0%
6.	Überforderung	6,4%	10,7%
7.	fehlende Motivation	6,1%	9,9%
8.	"System Universität"	5,5%	*17,3%*
9.	Mangelnde Berufschancen	4,7%	10,1%
10.	Zu wenig praxisorientiert	4,6%	8,6%
11.	Andere Ausbildung	4,0%	8,5%
12.	Inhaltliche Gründe	3,4%	8,6%
13.	Studium nur zur Überbrückung	3,1%	7,3%
14.	Wechsel an andere Uni	3,0%	4,1%
15.	Vereinbarkeit mit Familie	2,3%	3,8%
16.	Sonstiges	2,3%	3,5%
17.	Atmosphäre an der Uni	1,3%	8,2%
18.	Probleme mit Überfüllung	0,7%	7,6%
Gesamt		100% [1)]	192% [2)]

1) Nur eine Nennung möglich. 100% sind alle Befragten.
2) Mehrfachnennung möglich, daher ergeben sich mehr als 100%.
Reihung nach Hauptgrund.
Quelle: IHS-Befragung StudienabbrecherInnen.

Abbildung 2: Gründe für den Abbruch des Studiums (TarGroup Media GmbH & Co. KG, 2018)

	Wien	Graz	Innsb.	Salzb.	Techn. Univ.	WU	Linz	Klagenf.	Med. Univ.	Kunst-univ.	Gesamt
Andere Ausbildung	10,2%	9,1%	10,2%	4,8%	5,9%	4,5%	3,7%	8,3%	---	11,4%	8,5%
Wechsel zur FH	9,8%	7,8%	---	6,4%	13,9%	9,5%	10,2%	6,7%	13,3%	---	9,0%
Wechsel an andere Uni	5,5%	2,7%	8,7%	5,6%	1,4%	3,0%	---	10,3%	---	---	4,1%
Erwartungen nicht erfüllt	19,7%	37,3%	32,3%	31,3%	21,2%	25,6%	12,8%	14,4%	12,3%	---	21,9%
Vereinbarkeit mit Familie	3,1%	---	4,1%	17,0%	2,8%	3,0%	4,1%	---	9,3%	---	3,8%
Finanzielle Gründe	14,8%	18,5%	14,1%	9,2%	14,9%	20,1%	11,6%	8,6%	3,9%	24,8%	14,7%
Mangelnde Berufschancen	14,2%	10,8%	8,8%	11,4%	6,2%	1,5%	4,3%	5,4%	26,7%	37,1%	10,1%
"System Universität"	23,2%	18,7%	11,5%	15,3%	11,3%	16,8%	8,0%	6,1%	18,8%	---	17,3%
Persönliche Gründe	21,7%	22,5%	23,3%	17,4%	22,4%	10,6%	12,8%	12,3%	25,9%	73,3%	20,6%
Probleme mit Überfüllung	9,6%	7,7%	11,8%	4,3%	3,6%	11,3%	2,7%	---	---	---	7,6%
Überforderung	10,8%	2,2%	12,0%	7,2%	13,9%	26,3%	6,4%	1,3%	17,1%	---	10,7%
Studium nur zur Überbrückung	9,4%	10,1%	4,1%	4,4%	5,4%	---	9,2%	13,9%	9,5%	---	7,3%
Vereinbarkeit mit Beruf	12,5%	16,2%	14,4%	21,5%	10,7%	29,7%	34,6%	38,0%	10,4%	---	17,5%
Zu wenig praxisorientiert	11,4%	14,6%	---	12,0%	5,8%	3,0%	8,0%	2,4%	9,5%	---	8,6%
Fehlende Motivation	11,5%	4,0%	12,4%	5,2%	9,4%	12,5%	13,3%	1,2%	1,9%	11,4%	9,9%
Inhaltliche Gründe	9,4%	10,3%	3,5%	11,2%	11,1%	9,1%	3,8%	1,1%	12,4%	13,3%	8,6%
Atmosphäre an der Uni	10,2%	4,0%	4,1%	10,3%	4,8%	15,5%	2,7%	---	19,0%	---	8,2%
Sonstiges	2,9%	2,2%	4,1%	---	3,9%	6,1%	3,9%	6,1%	---	13,3%	3,5%
Gesamt	210%	199%	179%	195%	169%	208%	152%	136%	190%	185%	192%
Anzahl der Nennungen (ungewichtet)	557	122	54	95	207	103	119	65	48	11	1.381

Techn. Univ.: TU Wien, TU Graz, Monatnuniv., Boku.
Med. Univ.: Meduni Wien, Meduni Graz, Meduni Innsbruck, Vetmed.
Quelle: IHS-Befragung StudienabbrecherInnen.

Abbildung 3: Abbruch nach Universität (TarGroup Media GmbH & Co. KG, 2018)

	Gewi	Technik	Kunst	Lehramt	Medizin	Nawi	Jus	Sowi	Psych.	Päd.	Ind. Stud.	Gesamt
Andere Ausbildung	10,2%	5,9%	---	14,9%	---	6,4%	6,9%	4,2%	2,6%	14,1%	16,7%	8,5%
Wechsel zur FH	8,6%	11,6%	---	5,8%	---	7,3%	7,5%	9,9%	5,0%	11,2%	17,7%	9,0%
Wechsel an andere Uni	5,1%	1,2%	---	---	---	8,5%	4,9%	2,4%	22,2%	---	---	4,1%
Erwartungen nicht erfüllt	19,5%	24,2%	---	28,2%	7,8%	32,9%	17,2%	23,9%	27,1%	23,4%	38,9%	21,9%
Vereinbarkeit mit Familie	3,7%	2,4%	---	6,2%	15,6%	3,6%	3,9%	3,0%	5,4%	8,6%	2,0%	3,8%
Finanzielle Gründe	11,5%	14,2%	33,3%	18,7%	6,6%	21,9%	11,3%	22,0%	12,5%	5,8%	14,6%	14,7%
Mangelnde Berufschancen	14,9%	5,9%	---	4,9%	6,6%	23,8%	2,1%	4,5%	13,2%	9,7%	27,8%	10,1%
"System Universität"	25,0%	11,4%	---	16,7%	7,8%	22,6%	12,8%	12,6%	19,9%	9,9%	27,3%	17,3%
Persönliche Gründe	21,3%	23,3%	33,3%	26,6%	19,9%	19,7%	11,8%	15,6%	16,5%	33,4%	22,2%	20,6%
Probleme mit Überfüllung	8,7%	3,4%	---	---	---	5,9%	7,6%	7,3%	20,8%	15,3%	---	7,6%
Überforderung	6,0%	13,6%	---	11,4%	28,9%	9,6%	16,4%	12,7%	11,7%	13,4%	5,1%	10,7%
Studium nur zur Überbrückung	6,9%	4,9%	---	7,0%	---	10,6%	5,6%	10,0%	9,4%	5,8%	9,1%	7,3%
Vereinbarkeit mit Beruf	20,5%	10,9%	---	5,4%	6,6%	10,8%	19,1%	25,4%	9,3%	22,3%	9,6%	17,5%
Zu wenig praxisorientiert	12,1%	8,2%	---	3,6%	---	3,7%	5,2%	9,6%	0,9%	14,3%	22,2%	8,6%
Fehlende Motivation	11,9%	9,4%	---	5,8%	---	6,2%	7,7%	10,6%	17,9%	12,6%	---	9,9%
Inhaltliche Gründe	6,7%	11,4%	33,3%	25,6%	14,5%	12,1%	1,6%	7,0%	10,6%	9,4%	19,7%	8,6%
Atmosphäre an der Uni	9,2%	3,6%	---	7,4%	21,1%	7,4%	11,3%	8,9%	5,2%	10,8%	2,5%	8,2%
Sonstiges	2,7%	2,2%	33,3%	1,0%	---	---	5,4%	6,5%	6,8%	---	5,1%	3,5%
Gesamt	205%	168%	133%	189%	135%	213%	158%	196%	217%	220%	241%	192%
Anzahl der Nennungen (ungewichtet)	277	234	17	54	17	122	120	174	75	50	87	1.227

Quelle: IHS-Befragung StudienabbrecherInnen.

Abbildung 4: Abbruch nach Studiengang (TarGroup Media GmbH & Co. KG, 2018)

1.7. Studienabbruchmodell von HIS

Das Thema Studienabbruch hat bereits zahlreiche theoretische Erklärungsmodelle hervorgerufen, wie auch folgendes Zitat bestätigt:

> „Seit den Anfängen der Studienabbruchforschung besteht die Forderung nach einer übergreifenden theoretischen Konzeptionalisierung [*sic!*] des Phänomens. Eine Theorie des Studienabbruchs existiert bislang nicht, dennoch sind verschiedene theoretische Erklärungsansätze vorhanden" (SCHRÖDER-GRONOSTAY, 1999, S. 217 zitiert in: DIETER, 2012, S. 89).

Im folgenden Kapitel wird aber nur auf das Erklärungsmodell der HIS eG (Hochschul-Informations-System) näher eingegangen, da dies für den deutschen Sprachraum relevant ist.

Die Entscheidung ein Studium vorzeitig ohne Abschluss zu beenden, ist in der Regel von mehreren Faktoren betroffen, welche unterschiedlich stark und über einen längeren Zeitraum auf ein Individuum einwirken. Wichtig ist es aber, zwischen Bedingungsfaktoren und Studienabbruchmotiven zu unterscheiden. „Als Bedingungsfaktoren sind dabei äußere (schulische Vorbereitung, Studienbedingungen, finanzielle Situation etc.) und innere (psychische/physische Stabilität, Fachneigung, Leistungsfähigkeit) Merkmalskonstellationen in der Studien- und Lebenssituation zu verstehen, die das Risiko des Studienabbruchs erhöhen" (HEUBLEIN et al., 2009, S. 13). Der Abbruch eines Studiums wird normalerweise nicht nur von einem Motiv bestimmt, sondern ist das Ergebnis der persönlichen Reflexionen diverser Bedingungsfaktoren. Es kann durchaus vorkommen, dass ein Motiv besonders hervorsticht und schließlich ausschlaggebend für den endgültigen Beschluss ist (vgl. ebd.). HEUBLEIN et al. (2009, S. 17) fassen diverse Gründe in sieben Motivgruppen zusammen:

- „Motive, die auf zu hohe Leistungsanforderungen hinweisen
- Motive, die auf finanziellen Problemlagen beruhen
- Motive, die sich aus nicht bestandenen Zwischen- und Abschlussprüfungen ergeben
- Motive, die mit mangelnder Studienmotivation in Beziehung stehen
- Motive, die auf unzulängliche Studienbedingungen basieren
- Motive, die auf eine berufliche Neuorientierung hinweisen
- Motive, die familiären bzw. persönlichen Problemlagen entspringen
- Studienabbruch aus Krankheitsgründen“

Die folgende Abbildung fasst das Model des Studienabbruchprozesses nach HIS zusammen (HEUBLEIN et al., 2009, S. 14).

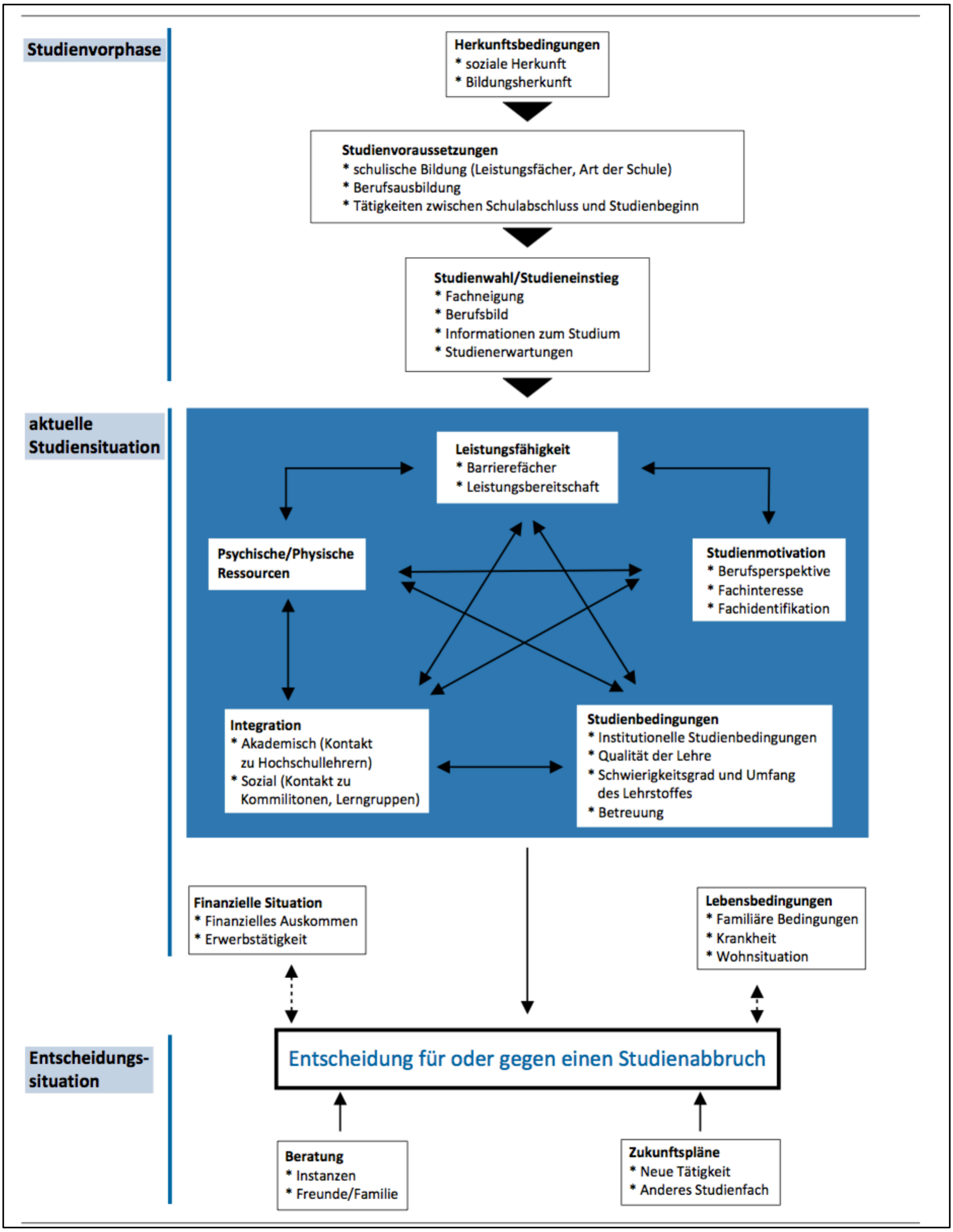


Abbildung 5: Modell des Studienabbruchprozesses nach HIS (HEUBLEIN et al., 2009, S. 14)

Ein weiterer wichtiger Faktor des Studienabbruchprozesses ist der Zeitpunkt selbst, an dem das Studium abgebrochen wird. Auch HEUBLEIN et al. (2009, S. 47) heben dies hervor: „Ob der Studienabbruch in einer frühen oder späteren Phase des

Studiums erfolgt, stellt ein bedeutendes Merkmal bei der Analyse des Studienabbruchs dar. Die Studiendauer bis zum Abbruch des Studiums gibt Aufschluss über das Wirken der [...] Exmatrikulationsentscheidung bestimmenden Faktoren". Dieser Zeitpunkt variiert innerhalb der unterschiedlichen Studienrichtungen sehr deutlich. Die frühesten Studienabbrecherinnen und -abbrecher kommen aus der Fachrichtung Mathematik/Naturwissenschaften wie auch Abbildung 6 darstellt (HEUBLEIN et al. 2009, S. 48).

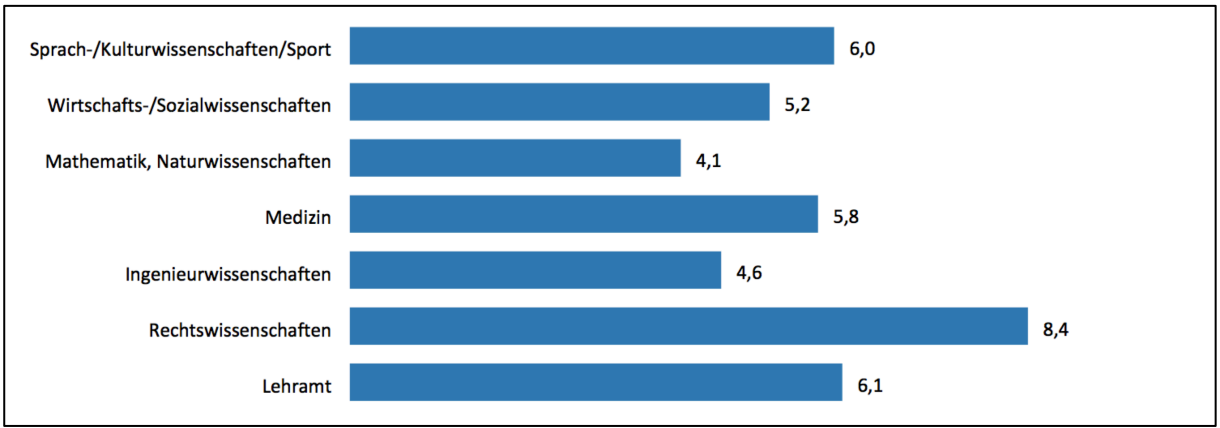


Abbildung 6: Durchschnittliche Fachstudiendauer bis zum Studienabbruch nach Fächergruppen; Angabe nach Mittelwerten der Fachsemester (HEUBLEIN et al. 2009, S. 48)

Weitere Ergebnisse der HIS eG zeigen, dass sich 31% der Studentinnen und Studenten in der Fachrichtung Mathematik zur Exmatrikulation entschließen. HEUBLEIN et al. (2009, S. 154) sehen vor allem die hohen Anforderungen und Leistungsproblematik als ausschlaggebende Motive zum Studienabbruch. „Die anspruchsvollen Studien- und Prüfungsanforderungen schon in den ersten Studiensemestern werden als Leistungsverdichtung erfahren, die für viele Studierende ohne entsprechende Betreuung und Unterstützung nicht zu bewältigen ist. Vor allem das Erarbeiten des mathematischen und naturwissenschaftlichen Grundwissens stellt die Studierenden zum Teil vor erhebliche Probleme" (HEUBLEIN et al., 2009, S. 153). Aufgrund dieser hohen Anforderungen fehlt es vielen Studentinnen und Studenten dann auch an Motivation, weshalb diese der zweitwichtigste Faktor für einen Studienabbruch ist. Die fehlende Motivation ist auch auf falsche Vorstellungen und Erwartungen zurückzuführen. Die Autoren belegen dies auch: „Ihre Vorstellungen vom Mathematikstudium sind vor allem vom Schulunterricht geprägt gewesen und weniger von den wirklichen Inhalten des Studiums" (HEUBLEIN et al., 2009, S. 154). In Abbildung 7 werden noch weitere Gründe dargestellt.

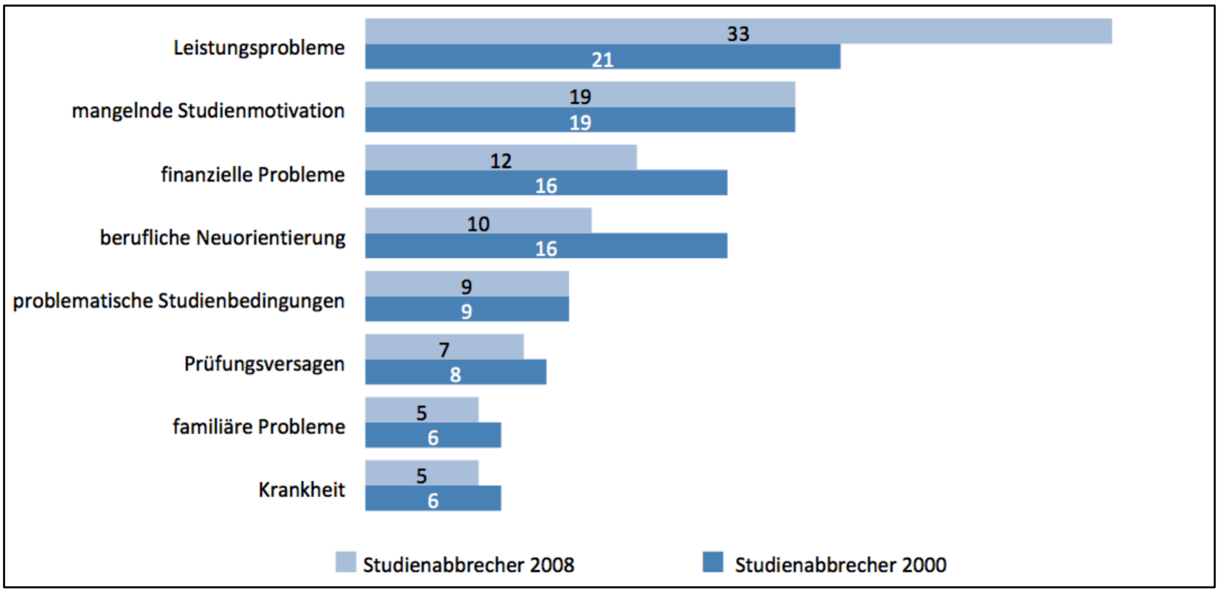


Abbildung 7: Ausschlaggebende Abbruchgründe: Fächergruppe Mathematik/Naturwissenschaften an Universitäten; Angaben in % (HEUBLEIN et al. 2009, S. 154)

1.8. Demotivation

Oft hört man aber auch Kritik seitens der Studierenden, da sie fachmathematische Veranstaltungen im Zuge ihrer universitären Ausbildung „als nicht ausreichend praxisbezogen und daher nur unzureichend berufsvorbereitend kritisieren“ (SCHWARZ & HERRMANN, 2015, S. 196). Wie bereits erwähnt, hat FELIX KLEIN diese Problematik vor über 100 Jahren wie folgt beschrieben:

> „Der junge Student sieht sich am Beginn seines Studiums vor Probleme gestellt, die ihn in keinem Punkt mehr an die Dinge erinnern, mit denen er sich auf der Schule beschäftigt hat; natürlich vergißt [sic!] er daher alle diese Sachen rasch und gründlich. Tritt er aber nach Absolvierung des Studiums ins Lehramt über, so soll er plötzlich eben diese herkömmliche Elementarmathematik schulmäßig unterrichten; da er diese Aufgabe kaum selbständig mit seiner Hochschulmathematik in Zusammenhang bringen kann, so wird er in den meisten Fällen recht bald die althergebrachte Unterrichtstradition aufnehmen und das Hochschulstudium bleibt ihm nur eine mehr oder minder angenehme Erinnerung, die auf seinen Unterricht kaum einen Einfluß [sic!] hat.“ (KLEIN, 1924 zitiert in BAUER & PARTHEIL, 2008, S. 86).

Es kann also durchaus vorkommen, dass Studentinnen und Studenten höchst motiviert an ihr Studium herangehen, diese Motivation dann aber mit der Zeit verschwindet. Dies ist oft auf eine empfundene Sinnlosigkeit der dargestellten Inhalte für ihren späteren Beruf zurückzuführen. Dies bestätigen auch SCHWARZ & HERMANN (2015, S. 198) und plädieren,

„Materialien zu entwickeln, die den Studierenden genau die Bedeutung von Inhalten [...] für ihre spätere Arbeit als Mathematiklehrerin oder -lehrer aufzeigen sollten und die vorlesungsbegleitend zugänglich gemacht werden sollen, um einer Demotivation der Studierenden durch eine subjektiv empfundene Relevanzlosigkeit der Vorlesungsinhalte für ihre Ausbildung entgegen zu wirken".

2. Mathematikstudium an der Universität Wien

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit dem Lehramtsstudium Mathematik an der Universität Wien. Da der Studienanfang oftmals schwerfällt und dies für viele Studentinnen und Studenten der Grund für den Studienabbruch ist, wird die Studieneingangsphase im ersten Unterkapitel genauer betrachtet und die wesentlichen Lehrveranstaltungen beschrieben. Hier sei vorweggenommen, dass der Studienbeginn des bereits auslaufenden Diplomstudiums beschrieben wird.

2.1. Studieneingangs- und Orientierungsphase an der Universität Wien

Die Studieneingangs- und Orientierungsphase (kurz StEOP) an der Universität Wien ist sicherlich eine Herausforderung für Studienanfängerinnen und Studienanfänger, da die Planung des Studiums erstmals in ihrer eigenen Hand liegt. Natürlich ist ein grober Ablauf durch den Studienplan gegeben, trotzdem ist es wichtig, sich über diverse Voraussetzungen anfangs gut zu informieren. Studierende des Lehramts müssen in beiden Unterrichtsfächern eine Eingangsphase sowie eine pädagogische StEOP abschließen. Die pädagogische Eingangsprüfung ist Voraussetzung für die weitere Absolvierung der Eingangsphase in den beiden Unterrichtsfächern, und somit sollte sie möglichst am Anfang bzw. im ersten Semester abgelegt werden. Zeitmanagement und genaue Planung sind somit wichtige Bestandteile eines positiven Studienbeginns (vgl. Universität Wien).

2.1.1. Einführung in das mathematische Arbeiten

Da sich Lehramtskandidatinnen und Lehramtskandidaten zu Beginn auf drei verschiedene Bereiche konzentrieren müssen, versucht das StudienServiceCenter Mathematik den Anfang für Studierende und damit den Übertritt von Schule auf Hochschule etwas sanfter zu gestalten. Für ein Lehramtsstudium muss eine pädagogische StEOP sowie eine StEOP in beiden Unterrichtsfächern positiv abgelegt werden, um weitere Lehrveranstaltungen zu absolvieren. Daher basiert der mathematische Teil der StEOP für das Lehramt auf einem eher kleinen Gebiet und umfasst „nur“ die Prüfung über die Vorlesung „Einführung in das mathematische Arbeiten“, welche geblockt zu Studienbeginn stattfindet (vgl. StudienSeriveCenter Mathematik). Ziele dieser Vorlesung bzw. der gesamten Eingangsphase sind wie folgt beschrieben:

„Im Rahmen des Projekts erfolgte eine umfassende Neugestaltung des ersten Semesters in den Mathematikstudien an der Universität Wien. Die Einführung in das mathematische Arbeiten schlägt eine Brücke über den tiefen Graben zwischen Schul- und Hochschulmathematik, indem sie bei der Vermittlung der typischen Inhalte der ersten Studienphase dem „Was“ das „Wie“ gleichberechtigt zu Seite stellt. Sie zielt auf ein Verständnis der Mathematik als Methode ab und ermöglicht so den Studierenden einen sanften Einstieg ohne Abstraktionsschock“ (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung).

Sinnvoll ist es natürlich, auch die mathematische Eingangsprüfung bereits im ersten Semester abzulegen, da man somit Studienverzögerungen vermeiden kann und anschließend gleich mit den fortführenden Lehrveranstaltungen starten kann.

Als weitere Stütze für diesen straffen Studienbeginn gibt es ein begleitendes Lehrbuch, das Studierende unterstützen soll, „fachmathematische sowie meta-mathematische und fachsprachliche Inhalte in generischer Weise“ zu verbinden (StudienSeriveCenter Mathematik). Der ausgenommen mathematisch-inhaltliche Fokus dieses Lehrwerks weicht somit deutlich von anderen gebräuchlichen Einführungsvorlesungen ab (ebd.).

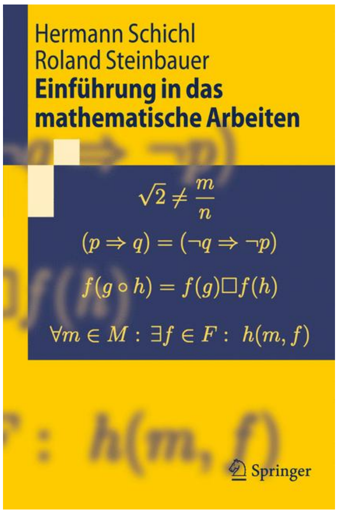


Abbildung 8: Lehrwerk „Einführung in das mathematische Arbeiten“ (STEINBAUER & SCHICHL, 2009)

Der wesentliche Inhalt dieses Buches wird in dem Vorwort von den beiden Autoren wie folgt beschrieben:

„Das Ziel ist, die Studierenden konsequent an dem Ort abzuholen, an dem sie stehen und auf ein Abstraktionsniveau zu führen, auf dem die traditionellen Vorlesungszyklen aus Analysis und Linearer Algebra ansetzen können. Inhaltlich werden Themen abgedeckt, die typischerweise diesen beiden Zyklen vorgelagert sind bzw. an ihrem Anfang stehen: Grundlegende Schreibweisen und Logik, Mengen, einfache algebraische Strukturen, Zahlenmengen und analytische Geometrie.“ (STEINBAUER & SCHICHL, 2009, vi).

2.1.2. Tutorium für Lehramtskandidatinnen und -kandidaten

Das Wort *Tutorium* leitet sich von dem lateinischen Wort *Tutor* (lat. *tutor* «Beschützer», «Vormund») ab und beschreibt ein begleitendes Seminar bzw. eine ergänzende Übung an einer Hochschule. Dies geschieht meist in einer kleineren Gruppe und wird von Dozentinnen und Dozenten, oftmals aber auch von höhersemestrigen Studierenden geleitet, welche die Rolle der Tutorin bzw. des Tutors einnehmen. Diese bzw. dieser soll bei Problemen oder Fragen helfend eingreifen und Studierende somit bei ihrem schweren Studienbeginn unterstützen. (vgl. Bibliographisches Institut GmbH, 2018b; Wikimedia Foundation Inc., 2018a).

Der Studienplan beinhaltet im mathematischen Teil der StEOP keine Übungen, es wird den Studierenden aber dringendst empfohlen, sich auch selbstständig mit den Inhalten und Sachverhalten der Vorlesung auseinanderzusetzen. Wie H.C. REICHL schon behauptete, *„Mathematik ist kein Zuschauersport“* und erfordert stets auch eine aktive Beteiligung, um den Lernprozess zu aktivieren (StudienSeriveCenter Mathematik). Daher wird im Wintersemester begleitend zur Lehrveranstaltung „Einführung in das mathematische Arbeiten“ ein Tutorium speziell für Lehramtskandidatinnen und Lehramtskandidaten angeboten. Die Teilnahme an diesem Tutorium ist nicht verpflichtend, wird den Studierenden aber nahegelegt, da es zur Aufarbeitung des Gehörten in der Vorlesung dient und zusätzlich Übungsbeispiele und deren Bearbeitung beinhaltet. Studierende können die Teilnahme an diesem Tutorium dann im Zuge der Wahlfächer berücksichtigen. (vgl. ebd.).

Des Weiteren bietet dieses Tutorium Platz für offene Fragen oder Anliegen. Natürlich können im Zuge der Vorlesung auch Fragen gestellt werden. Oftmals trauen sich Studierende dies aber in einem überfüllten Hörsaal vor vielen Studentinnen und Studenten nicht, da sie peinliche Reaktionen ihrer Kolleginnen und Kollegen befürchten. Viele scheuen sich auch, die Professorin bzw. den Professor direkt zu fragen. In einer eher kleinen Gruppe geschieht dies wahrscheinlicher und Studierende wagen es eher, sich bei einer Tutorin bzw. einem Tutor zu erkundigen, da diese oder dieser oft selbst noch Studentin bzw. Student ist und somit ihre Lage besser versteht und Fragen vielleicht auch verständlicher beantworten und begründen kann. Das Bearbeiten der Beispiele zeigt eventuell auch Lücken auf, die im Zuge des Tutoriums gefüllt werden können. Außerdem fördern das gemeinsame

Vorbereiten und Ausarbeiten der Sachverhalte die Zusammenarbeit mit Kolleginnen und Kollegen, welche oftmals auch als Ratgeber fungieren können.

2.1.3. Workshops

Wie oben erwähnt, deckt die Mathematik Prüfung in der Eingangsphase hauptsächlich die Vorlesung „Einführung in das mathematische Arbeiten“ ab. Weiterer wichtiger Bestandteil ist aber auch der Schulstoff bis zum Maturaniveau, welcher von Hochschulen als bekannt vorausgesetzt wird. Studienanfängerinnen und -anfänger, die „frisch“ von Schulen kommen und kürzlich die Matura abgelegt haben, sind damit eventuell bestens vertraut. Manche von ihnen sind sich aber bestimmt des einen oder anderen Gebiets im Schulstoff nicht mehr vollständig bewusst. Schließlich bedeutet eine positive Matura in Mathematik nicht, dass man mit dem Schulstoff komplett vertraut ist.

Des Weiteren beginnen nicht alle Studierende ihr Studium sofort nach dem Schulabschluss. Viele männliche Studierende müssen davor noch den Präsenz- oder Zivildienst bestreiten, viele beginnen zunächst ein anderes Studium und vollziehen dann einen Wechsel, andere tauchen zunächst in die Berufswelt ein. Es gibt also zahlreiche Gründe für einen oftmals großen Zeitraum zwischen dem Schulabschluss und dem Studienbeginn. Dadurch kann natürlich Wissen den Schulstoff betreffend verloren gehen. Außerdem kommt es auch vor, dass einige Sachverhalte in der Schule nicht gelehrt wurden. Wie bereits erwähnt, bietet Österreich eine Vielzahl an diversen Ausbildungswegen, wodurch ein unterschiedlicher tatsächlich gelehrter Schulstoff einhergeht.

Das eine oder andere Thema mochte man vermutlich in der Schule auch nie so wirklich und somit wurde das richtige Befassen damit auch immer ausgelassen. Diese Lücken muss man individuell beseitigen und somit den Schulstoff aufarbeiten.

Eine Möglichkeit dafür ist, die von der Universität Wien zur Verfügung gestellten Workshops zur Aufarbeitung des Schulstoffs zu besuchen. Folgende Gebiete werden in einer jeweiligen Sequenz behandelt (vgl. Fakultät für Mathematik):

- Primzahlen und Teilbarkeit
- Gleichungen und Ungleichungen
- Funktionen

- Vektoren
- komplexe Zahlen
- Gleichungssysteme
- Trigonometrie
- Geraden und Ebenen
- Elementare Wahrscheinlichkeitstheorie
- Differenzieren
- Kurvendiskussionen
- Extremwertaufgaben
- Integrieren

Diese Sachverhalte werden anschaulich vorgeführt und sind für Studierende anhand Handouts auch zu einem späteren Zeitpunkt abrufbar. Das Besuchen dieser Workshops basiert auf freiwilliger Basis, ist für den Studienbeginn aber sinnvoll und seitens der Hochschule erwünscht. Studierende können dabei Schulstoff gemeinsam mit ihresgleichen aufarbeiten und wiederholen; dies ist im genannten Umfeld sicherlich motivierender als im alleinigen Selbststudium zuhause. Außerdem haben Studierende die Möglichkeit, Fragen zu stellen und sich mit ihren Kolleginnen und Kollegen auszutauschen. Diese Workshops werden von Tutorinnen bzw. Tutoren geleitet, die selbst höhersemestrige Mathematik-Studentinnen bzw. -Studenten sind, und sich somit bestens in die Situation der Erstsemestrigen versetzen können (vgl. Fakultät für Mathematik, 2014).

Im Wintersemester 2014 bot die Universität Wien auch einen anonymen Einstufungstest im Internet an, um Studierenden einen Einblick in ihren tatsächlichen Wissensstand zu gewähren. In diesem Zuge wurden auch Lernhilfen angeboten. (vgl. Fakultät für Mathematik, 2014).

3. Unterstützungsmaßnahmen

Dieses Schnittstellenproblem zwischen Schule und Hochschule, vor allem der mathematische Stolperstein, wird aber nicht außer Acht gelassen und es wird vielfältig nach Verbesserungen gesucht. Diverse Unterstützungsmaßnahmen, von denen Studentinnen und Studenten vor oder zu Beginn ihres Studiums Gebrauch machen können, werden in den folgenden Unterkapiteln beschrieben.

3.1. Mathematische Vor- und Brückenkurse

> „Universitäten versuchen diesen Schwierigkeiten mit vielfältigen Angeboten an die angehenden Studierenden zu begegnen und bieten dazu unter anderem Mathematik-Brückenkurse oder Mathematik-Vorkurse als Präsenzveranstaltungen an. Ihre Dauer liegt meistens zwischen drei und fünf Wochen, in denen der Schulstoff und oftmals sogar noch Teile des ersten Studienjahres im Schnelldurchlauf vermittelt werden. An manchen Universitäten werden diese Vorlesungen durch Tutorien ergänzt." (KRUMKE et al. 2012, S. 115)

Das Angebot solcher mathematischer Vor- und Brückenkurse ist mittlerweile schon vielfältig und für diverse Hochschulen und Studiengänge vorhanden. Die Ziele dieser Schulungen sind breit gefächert: „vom Wiederholen elementarer mathematischer Grundlagen aus der Schule über das Schließen von Lücken zwischen dem mathematischen Schulstoff und den Anforderungen der Erstsemesterveranstaltungen an den Hochschulen bis zur Einführung in Methoden, Inhalte und Kultur der universitären Mathematik" (BIEHLER, et al., 2012, S. 121).

Eine wesentliche und vor allem günstige Möglichkeit zum Aufholen mathematischer Sachverhalte und somit zur Vorbereitung auf ein Studium ergibt sich somit durch die Teilnahme an diversen mathematischen Vor- und Brückenkursen. „In diesen Kursen sollen die für das Studium erforderlichen Kenntnisse in Mathematik aufgefrischt bzw. vervollständigt werden" (KEMNITZ, 2014; XIII). Diese Kurse werden heutzutage teilweise bereits online angeboten, aber auch klassische Präsenzkurse sind verfügbar. Diverse Autoren sind sich der Sinnhaftigkeit solcher Kurse bewusst, und auch KRUMKE et al. (2012, S. 115) behaupten, dass durch solche Kurse „ein wesentlicher Beitrag zur Lösung der Probleme an der Schnittstelle Schule/Hochschule geleistet werden könnte". Im Folgenden wird die Gestaltung von Vorkursen näher betrachtet und anschließend einzelne Kurse vorgestellt. Dabei sei vorweggenommen, dass die Auswahl dieser Kurse nicht als Empfehlung gelten soll.

3.2. Gestaltung von Vorkursen

Für die Gestaltung eines Vorkurses müssen mehrere Faktoren beachtet werden. Dazu zählen die Rahmenbedingungen eines Kurses, welche Ziele und Inhalte dadurch vertieft werden sollen sowie welche Kompetenzen gefördert werden sollen. Diese Faktoren werden in den folgenden Unterkapiteln etwas näher beschrieben.

3.2.1. Rahmenbedingungen

Für die Gestaltung eines Vorkurses muss dafür zunächst die Zielgruppe festgelegt werden, also Studierende welcher Studienrichtung, z.B. Lehramtsstudium für diverse Schulfächer, Mathematik-Studium, Ingenieurstudium, etc., sollen von dem Kurs profitieren. Demnach sollten dann die Inhalte des Kurses angepasst werden (vgl. GREEFRATH et al., 2015).

Eine weitere Entscheidung betrifft die Teilnahmebedingungen eines Vorkurses. Dabei stehen mehrere Möglichkeiten zur Verfügung: Vorkurse können einerseits auf freiwilliger Basis stattfinden, andererseits gibt es aber auch Pflicht-Kurse. Um eine „indirekte Verpflichtung“ seitens der Studierenden zu bewirken, beinhalten Vorkurse häufig Tests, deren Absolvierung für den weiteren Studienverlauf vorausgesetzt wird. Des Weiteren besteht auch die Möglichkeit, einen Vorkurs als Option zu besuchen. Ein Besuch dessen wird manchmal mit Bonuspunkten belohnt (vgl. GREEFRATH et al., 2015).

Auch das Format eines Vorkurses muss festgelegt werden. Reine Präsenzkurse, welche die Anwesenheit der Studierenden erfordert, sind heutzutage nicht mehr die einzige Möglichkeit. Durch das ständige Voranschreiten der Technologien werden Kurse oftmals durch das Internet und dessen vielfältige Möglichkeiten unterstützt. Dabei gibt es Kurse, die zur Gänze online stattfinden, wie der Online Mathematik Kurs Plus OMB+, welcher in einem weiteren Unterkapitel näher betrachtet wird. Aber auch eine Kombination aus diesen zwei Varianten ist möglich, denn es existieren auch Vorkurse in Form von *Blended-Learning* (dt. *Integriertes Lernen*) (vgl. Wikimedia Foundation Inc., 2018b). Dabei werden klassische Präsenzkurse mit Online-Selbstlernphasen kombiniert. „Die Präsenztermine greifen die Inhalte der Selbstlernphase erneut auf und sollen Fragen klären sowie eine feste Verankerung des Gelernten bewirken“ (GREEFRATH et al., 2015, S. 22). Aber auch eine

Erweiterung der Präsenzkurse mit zusätzlichen Übungsaufgaben oder anderen Materialien ist eine übliche Anwendung bei Blended-Learning-Kursen.

Die Vorteile reiner Online-Kurse bzw. Blended-Learning-Kurse sind vielfältig:

> „Sowohl reine Online-Kurse als auch Blended-Learning-Angebote bieten den Studienanfängerinnen und –anfängern die Möglichkeit, sich auf das Studium vorzubereiten, ohne sich am Standort der Hochschule zu befinden. Diese Flexibilität bewirkt, dass auch dual oder berufsbegleitend Studierende an dem Vorkurs teilnehmen können. Des Weiteren ermöglichen Selbstlernphasen den Studienanfängerinnen und –anfängern in ihrer eigenen Geschwindigkeit zu lernen“ (GREEFRATH et al., 2015, S. 21).

3.2.2. Ziele und Inhalte

Wie bereits oben erwähnt, muss zunächst die Zielgruppe festgelegt werden, um die Inhalte eines Vorkurses möglichst effektiv auszuwählen. „Inhaltlich werden beispielsweise in einem Vorkurs an der Fachhochschule Aachen am Bereich Elektro- und Informationstechnik nach mathematischen Grundlagen die Kapitel Funktionen, Differenzial- und Integralrechnung sowie Vektorrechnung behandelt“ (GREEFRATH et al., 2015, S. 22).

Da Studienanfängerinnen und Studienanfänger oftmals nicht die gleichen Voraussetzungen zu einem Studium mitbringen, ist die Einsetzung eines Vorkurses eine sinnvolle Anwendung, um die Heterogenität unter Studierenden auszugleichen und „eine gemeinsame Grundlage zu schaffen, auf der anschließend Mathematikveranstaltungen aufbauen können“ (GREEFRATH et al., 2015, S. 22).

Andererseits richten sich Vorkurse häufig auch an Studienanfängerinnen und Studienanfänger, deren Schulzeit schon länger vorüber ist. Diese sollen durch die Teilnahme an solchen Vorkursen den Schulstoff wiederholen und festigen und somit bestmöglich auf Mathematikveranstaltungen an Hochschulen vorbereitet werden.

Als Vorlage für die Selektion der Inhaltsgebiete eines solchen Vorkurses gibt es von dem Cooperations-Team Schule-Hochschule (cosh) einen Mindestanforderungs-katalog Mathematik, welcher nun näher beschrieben wird.

3.2.3. Arbeitsgruppe cosh

Das Cooperations-Team Schule-Hochschule (cosh) steht für eine Zusammenarbeit zwischen Schule und Hochschule, deren Ziel eine verbesserte Kooperation zwischen beruflichen Schulen und Fachhochschulen des Landes Baden-Württemberg ist (vgl. Landesakademie für Fortbildung und Personalentwicklung an Schulen). Diese Arbeitsgemeinschaft und ihre Tätigkeit kann folgendermaßen definiert werden

> „Lehrerinnen und Lehrer, die am Berufskolleg unterrichten, erarbeiten gemeinsam mit Hochschulangehörigen Möglichkeiten und Wege, Schülerinnen und Schüler auf ein Hochschulstudium vorzubereiten“ (Landesakademie für Fortbildung und Personalentwicklung an Schulen).

3.2.4. Mindestanforderungskatalog Mathematik

Eine Tagung zum Thema „Übergangsschwierigkeiten in Mathematik an der Schnittstelle Schule zu Hochschule“ mit teilnehmenden Hochschullehrerinnen und Hochschullehrern sowie Lehrerinnen und Lehrern 2012 resultierte in dem Mindestanforderungskatalog Mathematik, welcher von der Arbeitsgruppe cosh veranlasst wurde. Dieser formuliert „die Kenntnisse, Fertigkeiten und Kompetenzen, die StudienanfängerInnen eines WiMINT-Studiengangs haben sollten, um das Studium erfolgreich zu starten“ (DÜRRSCHNABEL et al., 2014, S. 1). Durch Aufgabenbeispiele bekommen Studienanfängerinnen und Studienanfänger eine konkrete Darstellung und Veranschaulichung der Inhalte.

Vor allem der deutliche Unterschied zwischen dem tatsächlichen Wissenstand der Schülerinnen und Schüler und den erwarteten Fähigkeiten der Hochschule wurde bei dieser Tagung klar deutlich:

> „Dieser Mindestanforderungskatalog benennt einerseits Inhalte und Kompetenzen, welche die Abiturienten bzw. Fachabiturienten der verschiedenen Schultypen in Baden-Württemberg gemäß gültigem Lehrplan behandeln, als auch diejenigen, die von den Hochschulen als wünschenswert erachtet werden. Diese Diskrepanz wird in dem Katalog deutlich aufgezeigt. Der Katalog ist in Zusammenarbeit von Schul- und Hochschulvertretern entstanden und stellt somit eine gemeinsame Zustandsbeschreibung dar“ (KOEPF).

Dies lässt sich unter anderem auf die unterschiedlichen Bildungsaufträge von Schule und Hochschule zurückführen. Diese wurden bei der Tagung explizit hervorgehoben:

> „In der Hochschule wird Mathematik häufig zielgerichtet als Werkzeug und Sprache zur Lösung von komplexen berufsrelevanten Problemen eingesetzt. In der Schule steht der allgemeinbildende Charakter des Mathematikunterrichts im

> Vordergrund. Kompetenzen wie Argumentieren, Problemlösen oder Modellieren haben in den letzten Jahren im Mathematikunterricht ein deutlich größeres Gewicht erhalten. Die Schule soll nicht nur auf ein Ingenieurstudium vorbereiten“ (DÜRRSCHNABEL et al., 2014, S. 1).

Die Hochschulreife berechtigt Schülerinnen und Schüler für eine Anzahl an Studienrichtungen verschiedener Hochschulen. Besonders im Falle eines wirtschafts-, informations-, ingenieur- oder naturwissenschaftlichen Faches fehlen oftmals die notwendigen mathematischen Fähigkeiten. Außerdem werden seitens der Hochschulen oftmals auch extracurriculare Fertigkeiten vorausgesetzt, welche den Studierenden fehlen. Diese Lücken gilt es zu begleichen, wobei dies den Studierenden selbst überlassen ist (vgl. DÜRRSCHNABEL et al., 2014).

Das deutliche Aufzeigen dieser Differenz zwischen dem Wissenstand der Schülerinnen und Schülern auf der einen Seite und der Erwartung der Hochschulen auf der anderen Seite bringt aber viele Vorteile für die Betroffenen mit sich. Durch die direkte Zusammenarbeit von Schule und Hochschule kann versucht werden, diesen Übergang so gut wie möglich zu gestalten. Einerseits können die schulischen Fertigkeiten bei der Erstellung oder Adaptierung von Studienlehrplänen beachtet werden. Andererseits haben an einem WiMINT-Studium Interessierte die Möglichkeit, sich durch das Anschauen dieses Katalogs einen klaren Überblick über die Anforderungen seitens der Hochschule zu verschaffen. Zusätzlich können Schulen mögliche Themengebiete für Zusatzstunden herausfinden (vgl. KOEPF).

Auch die Autoren beschreiben drei Faktoren des Mindestanforderungskatalogs, welche für Studienanfängerinnen und Studienanfänger eines WiMINT-Studiums von enormer Bedeutung sind:

- „Er stellt das Ergebnis einer engagierten Diskussion und Analyse der eingangs beschriebenen Problematik dar und legt eine differenzierte Beschreibung dazu vor.
- Er wurde in einem breiten Konsens von beiden beteiligten Seiten – Schule und Hochschule – erstellt.
- Er spiegelt das Interesse von Schule und Hochschule wider, die Problematik gemeinsam zu lösen“ (DÜRRSCHNABEL et al., 2014, S. 2).

Dieses Handbuch zeigt auf, dass an der Schnittstelle Schule-Hochschule bereits viele Adaptierungen vorgenommen und zahlreiche Übungsaufgaben entworfen wurden, um den Studienanfängerinnen und Studienanfängern den Übergang ein wenig zu erleichtern. Dennoch macht der Katalog einen Kontrast zwischen den schulischen und hochschulischen Anforderungen deutlich. Dieser sollte aufgelöst werden und die Teilnehmerinnen und Teilnehmer der Tagung sehen dafür folgende Beteiligte:

- Schule: „Die Schule muss den SchülerInnen ermöglichen, die im Anforderungskatalog nicht besonders gekennzeichneten Fertigkeiten und Kompetenzen zu erwerben. SchülerInnen, die beabsichtigen, ein WiMINT-Fach zu studieren, sollen über die bestehenden Probleme informiert werden. Im Rahmen ihrer Möglichkeiten bietet die Schule Hilfestellungen an“ (DÜRRSCHNABEL et al., 2014, S. 2).
- Hochschule: „Die Hochschule akzeptiert diesen Anforderungskatalog – und nicht mehr – als Basis für StudienanfängerInnen. Im Rahmen ihrer Möglichkeiten bietet die Hochschule Hilfestellungen an“ (ebd.).
- Studienanfängerinnen und Studienanfänger: „Die StudienanfängerInnen müssen, wenn sie ein WiMINT-Fach studieren, dafür sorgen, dass sie zu Beginn des Studiums die Anforderungen des Katalogs erfüllen. Dafür muss ihnen ein adäquater Rahmen geboten werden“ (ebd.).
- Politik: „Die Politik muss auf die beschriebene systematische Diskrepanz reagieren. Solange diese Diskrepanz besteht, sind flächendeckend Maßnahmen erforderlich, um die beschriebenen Schwierigkeiten möglichst rasch zu beseitigen. Um die Qualität unseres Bildungssystems zu sichern, müssen Rahmenbedingungen für Schule, Hochschule und StudienanfängerInnen so verbessert werden, dass diese ihrer oben beschriebenen Verantwortung gerecht werden können“ (ebd.).

3.2.4.1. Einblick in die Inhalte des Katalogs

Der Mindestanforderungskatalog ist in 5 große Kapitel unterteilt:

1) Allgemeine mathematische Kompetenzen: Hierbei werden Sorgfältigkeit und Hartnäckigkeit für die Bearbeitung komplexer Sachverhalte erfordert. Außerdem stehen die Fachsprache und Fachsymbolik sowie die Nutzung elektronischer Hilfsmittel im Vordergrund. Die notwendigen mathematischen Kompetenzen sind „Probleme lösen“, „systematisch vorgehen“, „Plausibilitätsüberlegungen anstellen“ sowie „mathematisch kommunizieren und argumentieren“ (DÜRRSCHNABEL et al., 2014, S. 3f.).
2) Elementare Algebra: In diesem Kapitel wird vorausgesetzt, dass Studienanfängerinnen und Studienanfänger Aufgaben aus den Bereichen „Grundrechenarten“, „Bruchrechnen“, „Prozentrechnung“, „Potenzen und Wurzeln“, „Gleichungen mit einer Unbekannten“ und „Ungleichungen mit einer Unbekannten“ ohne Hilfe elektronischer Hilfsmittel lösen können (DÜRRSCHNABEL et al., 2014, S. 4f.).
3) Elementare Geometrie/Trigonometrie: Die Eigenschaften elementargeometrischer Objekte zu deren Bestimmung kennen, grundlegende Sätze der Elementargeometrie zur Berechnung von Winkel und Strecken wissen und anwenden können, diverse Berechnungen (Umfang, Flächeninhalt, Oberfläche, Volumen, etc.) an ebenen Figuren und Körpern

durchführen können, zwischen Grad- und Bogenmaß umrechnen können, die Winkelfunktionen im rechtwinkeligen Dreieck als Seitenverhältnisse interpretieren und zur Bestimmung fehlender Winkel oder Strecken verwenden können und Sinus und Kosinus am Einheitskreis anwenden können, sind mathematische Kompetenzen, die in diesem Kapitel vorausgesetzt bzw. vertieft und geübt werden (vgl. DÜRRSCHNABEL et al., 2014).

4) Analysis: Ein ausgiebiges Verständnis von Funktionen, Differenzialrechnung und Integralrechnung sind die Hauptaugenmerkmale in dieser Sektion (vgl. DÜRRSCHNABEL et al., 2014).
5) Lineare Algebra/Analytische Geometrie: Studienanfängerinnen und Studienanfänger sollten Fertigkeiten in den Bereichen „Orientierung im zweidimensionalen Koordinatensystem“, „Lineare Gleichungssysteme“ und „Grundlagen der anschaulichen Vektorgeometrie“ beherrschen (DÜRRSCHNABEL et al., 2014, S. 8).
6) Stochastik: „Die Hochschulen setzen keine Vorkenntnisse der Stochastik zu Studienbeginn voraus, begrüßen aber im Sinne der Allgemeinbildung, dass statistische sowie wahrscheinlichkeits-theoretische Grundlagen in der Schule vermittelt werden“ (DÜRRSCHNABEL et al., 2014, S. 8).

3.2.4.2. Beispiele aus dem Katalog

Im Anschluss an die Auflistung der vorausgesetzten Kenntnisse werden diese durch zahlreiche Beispielaufgaben veranschaulicht. Im Folgenden werden nun einige von diesen angeführt. Dabei sei vorweggenommen, dass die Auswahl der Beispiele willkürlich erfolgt und keine Präferenz darstellen soll. Aus jedem der 5 Kapitel des Katalogs wird eine Aufgabe präsentiert.

- Eine Aufgabe, welche die Kompetenz „die gegebenen Sachverhalte mathematisch modellieren“ erfordert, ist folgende (DÜRRSCHNABEL et al., 2014, S. 3).

> Die Geschwindigkeit eines Autos beträgt 20 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ zu Beginn der Beobachtung. Innerhalb der nächsten 10 s nimmt die Geschwindigkeit gleichmäßig bis zum Stillstand ab. Bestimmen Sie die Geschwindigkeit als Funktion der Zeit.

Abbildung 9: Aufgabenbeispiel aus dem Bereich „Allgemeine mathematische Kompetenzen“ (DÜRRSCHNABEL et al., 2014, S. 9)

- Ob Studienanfängerinnen und Studienanfänger „Brüche multiplizieren, dividieren, addieren und subtrahieren“, „die Potenz- und Wurzelgesetze zielgerichtet anwenden“ sowie „Wurzeln auf Potenzen zurückführen und damit rechnen“ können, stellt sich in folgender Aufgabe heraus (DÜRRSCHNABEL et al., 2014, S. 4f.).

Vereinfachen Sie $\left(\frac{a^2 \cdot b}{c \cdot d^3}\right)^3 : \left(\frac{a \cdot b^2}{c^2 \cdot d^2}\right)^4$.

Abbildung 10: Aufgabe aus dem Bereich „Elementare Algebra“ (DÜRRSCHNABEL et al., 2014, S. 13)

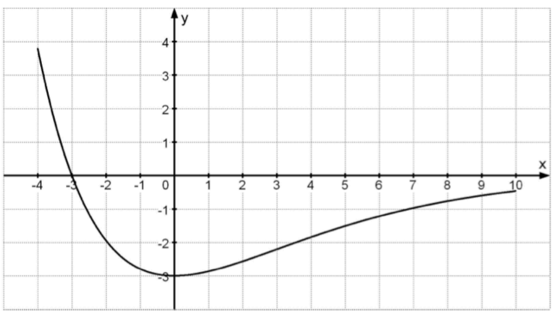
- „Umfang und Flächeninhalt von Kreisen und einfachen Vielecken berechnen“ und „Oberfläche und Volumen einfacher Körper berechnen (Prisma, Zylinder, Pyramide, Kegel, Kugel)“ sind Fertigkeiten, die in folgendem Übungsbeispiel verlangt werden (DÜRRSCHNABEL et al., 2014, S. 6).

Gegeben sei eine quadratische Pyramide mit dem Volumen 60 cm^3 und der Höhe 6 cm. Berechnen Sie die Länge der Grundseite und den Inhalt der Grundfläche.

Abbildung 11: Übungsbeispiel aus dem Bereich „Elementare Geometrie/Trigonometrie“ (DÜRRSCHNABEL et al., 2014, S. 15)

- Die folgende Aufgabe überprüft, ob Studienanfängerinnen und Studienanfänger „den Zusammenhang zwischen einer Funktion und ihrer Ableitungsfunktion erläutern“ können sowie „die Differenzialrechnung zur Bestimmung von Eigenschaften von Funktionen (insbesondere Monotonieverhalten und Extremstellen) nutzen können“ (DÜRRSCHNABEL et al., 2014, S. 7).

Die Abbildung zeigt für $-4 \leq x \leq 10$ den Graphen der Ableitungsfunktion h' einer Funktion h.



Entscheiden und begründen Sie, ob gilt:

(a) Die Funktion h ist auf dem Intervall $-3 < x < 10$ streng monoton fallend.

(b) Die Funktion h hat an der Stelle -3 ein Minimum.

(c) $x = 0$ ist eine Wendestelle von h.

Abbildung 12: Übungsbeispiel aus dem Bereich „Analysis“ (DÜRRSCHNABEL et al., 2014, S. 18f.)

- Schließlich wird eine Aufgabe aus dem Bereich „Lineare Algebra/Analytische Geometrie“ geboten, die Aufschluss über die Kenntnisse im Umgang mit Vektoren in Raum und Ebene gibt. Besonders wird überprüft, dass Studierende „die Komponentendarstellung von Vektoren“ kennen, „Punktmengen im Anschauungsraum mithilfe von Vektoren untersuchen“ können und dass sie „die Addition und S-Multiplikation von Vektoren“ beherrschen (DÜRRSCHNABEL et al., 2014, S. 8).

(**) Seien P, Q, R und S Punkte im Anschauungsraum. Vereinfachen Sie:

(a) $\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR}$

(b) $\overrightarrow{PQ} - \overrightarrow{RQ}$

(c) $\overrightarrow{PQ} - (\overrightarrow{PQ} - \overrightarrow{QR}) + \overrightarrow{RS}$

(d) $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}$

(e) $2 \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix}$

Abbildung 13: Aufgabe aus dem Bereich „Lineare Algebra/Analytische Geometrie“ (DÜRRSCHNABEL et al., 2014, S. 22).

3.2.5. Kompetenzen

Die Vermittlung der mathematischen Kompetenzen kann auf unterschiedliche Weise erfolgen. Eine Variante ist, sich auf allgemeine mathematische Fähigkeiten wie Argumentieren, Modellieren, Problemlösen, etc. zu stützen. und somit erfolgt eine *prozessbezogene* Vermittlung. Stützt man sich hingegen eher auf den Erwerb mathematischer Fachgebiete, so nennt man dies *inhaltsbezogen*. Mathematische Sachgebiete, z.B. Analysis, Lineare Algebra, etc. sind eine Möglichkeit, inhaltsbezogene Kompetenzen zu gliedern (vgl. GREEFRATH et al., 2015).

Des Weiteren spielt der Technologieeinsatz eine wichtige Rolle, da über dessen Einsatz eine Entscheidung getroffen werden muss. Einerseits kann man die Nutzung diverser Computeralgebrasysteme und ähnlichem fördern, andererseits besteht auch die Möglichkeit zur Förderung hilfsmittelfreier Mathematik-Kompetenzen (vgl. GREEFRATH et al., 2015).

Schlussendlich kann ein Vorkurs aber auch zum Ziel haben, „allgemeine Kompetenzen für ein Studium zu vermitteln, etwa überfachliche Lernmethoden oder Studienorganisation einschließlich der universitären Arbeitsweise oder eher soziale Kompetenzen vermitteln, wie das Kennenlernen von Studierenden und Dozierenden zu Studienbeginn“ (GREEFRATH et al. 2015, S. 24).

3.2.6. Schwedischer Online-Brückenkurs

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit einem sehr erfolgreichen schwedischen Online-Mathematik-Brückenkurs, der auf der Plattform math.se verfügbar ist. Dieser Kurs findet zur Gänze online statt, ergänzt durch ein virtuelles Tutorium. Seit mehr als 10 Jahren bietet die Königlich-Technische Hochschule Schweden allen schwedischen Universitäten diesen Kurs an. Dieses Angebot wird jährlich im Sommer von rund 10000 schwedischen Schulabgängerinnen und Schulabgängern genutzt. Das Hauptziel dabei ist eine zweckvolle Vorbereitung auf das Studium. Untersuchungen belegen auch, dass sich die Teilnahme an diesem Kurs in den Studienleistungen widerspiegelt (vgl. KRUMKE et al., 2012).

KRUMKE et al. (2012, S.115) begründen den Erfolg sehr genau und detaillieren dabei auch den Kurs selbst:

> „Der große Erfolg des Kurses in Schweden hat folgende Gründe. Erstens ist er inhaltlich von hoher Qualität und verwendet ein sehr pragmatisches, aber ausgesprochen effektives didaktisches Modell. Zweitens wird dafür jährlich eine große Werbekampagne durchgeführt. Drittens erhalten diejenigen, die den Kurs abschließen, Leistungspunkte für ihr Studium angerechnet. Viertens vereint der Online-Mathematik-Brückenkurs mit virtuellem Tutorium Vorzüge von Präsenz- und Online-Kursen, denn Lernende können täglich mit ihren Tutorinnen und Tutoren sprechen, skypen und chatten.“

Der Erfolg dieses schwedischen Kurses war auch Anstoß für andere Länder, einen solchen Kurs anzubieten. Daher beschlossen vier deutsche Universitäten (RWTH Aachen, TU Braunschweig, TU Kaiserslautern und TU Berlin) diesen Kurs, nur gering verändert und ins Deutsche übersetzt, zu implementieren. Bereits das Pilotprojekt zeigte in den ersten zwei Jahren eine Nutzung von mehr als 10000 Studierenden. Auch das Imperial College in London und die Universität Bologna führten diesen Kurs ein (vgl. KRUMKE et al. ,2012).

3.2.7. Online Mathematik Brückenkurs Plus OMB+

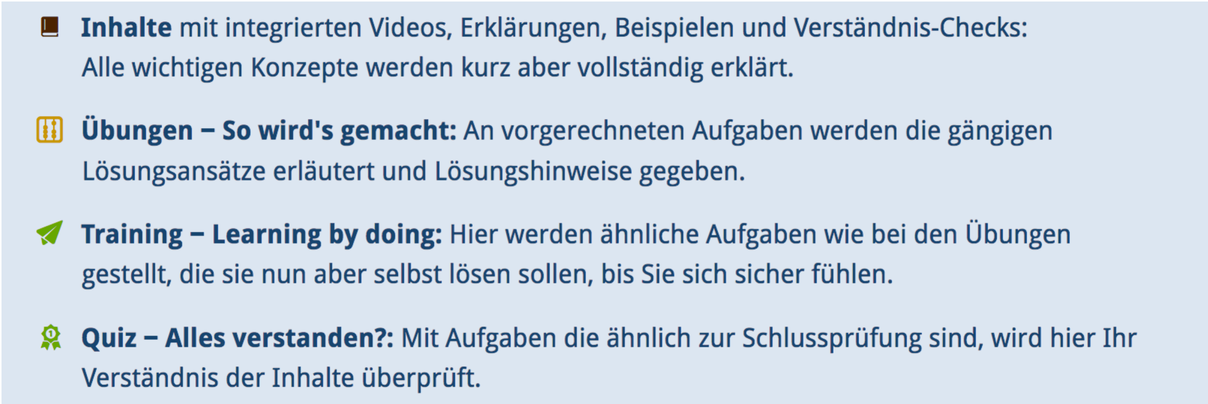
Wie bereits im vorangegangenen Kapitel erwähnt, war der erfolgreiche schwedische Online-Kurs Vorbild für Deutschland und daraus entstand eine deutsche Version dieses Kurses, der *Online Mathematik Brückenkurs Plus* der Universität Kaiserslautern.

> „Sie wollen sich auf ein Ingenieur-, Wirtschafts-, Naturwissenschafts- oder Informatikstudium vorbereiten? Dann ist der OMB+ der Mathematikkurs für Sie. In dem kostenlosen Mathekurs lernen Sie online wann immer es Ihnen passt. Die Tutoren im Call-Center unterstützen Sie gerne dabei. Sie erreichen sie täglich - auch an Wochenenden - über Chat, Telefon oder Forum. Der Kurs hilft Ihnen den Schulstoff Mathe soweit aufzuarbeiten, dass Sie den Hochschulkursen problemlos folgen können“ (integral-learning GmbH).

Diese sehr ansprechenden Zeilen findet man gleich auf der Startseite des Kurses, zusammen mit vielen positiven Rückmeldungen (siehe Kapitel 3.1.2.2.). Es werden aber auch klar die Inhalte aufgezeigt und der Ablauf des Kurses erklärt. Ein Zertifikat im Falle einer erfolgreichen Abschließung lockt Interessentinnen und Interessenten zusätzlich. Vor dem Beginn des Kurses haben Teilnehmerinnen und Teilnehmer auch die Möglichkeit, den Eingangstests MINTFIT zu absolvieren. Eine Absolvierung dessen ist optional, wird aber empfohlen, da Absolvierende dadurch ein klares Bild ihrer mathematischen Kenntnisse erhalten. Damit können sie dann die Bearbeitung der Abschnitte und Inhalte auf ihre Bedürfnisse anpassen (vgl. integral-learning GmbH).

3.2.7.1. Aufbau des Kurses

Inhaltlich richtet sich dieser Kurs nach den Referenzen der Arbeitsgruppe cosh (Cooperation Schule-Hochschule) und ist in zehn Kapiteln gegliedert. Jedes dieser zehn Kapitel ist sehr ausführlich gestaltet und umfasst die folgenden Abschnitte:



Inhalte mit integrierten Videos, Erklärungen, Beispielen und Verständnis-Checks: Alle wichtigen Konzepte werden kurz aber vollständig erklärt.

Übungen – So wird's gemacht: An vorgerechneten Aufgaben werden die gängigen Lösungsansätze erläutert und Lösungshinweise gegeben.

Training – Learning by doing: Hier werden ähnliche Aufgaben wie bei den Übungen gestellt, die sie nun aber selbst lösen sollen, bis Sie sich sicher fühlen.

Quiz – Alles verstanden?: Mit Aufgaben die ähnlich zur Schlussprüfung sind, wird hier Ihr Verständnis der Inhalte überprüft.

Abbildung 14: Aufbau des Kurses OMB+ (integral-learning GmbH)

Die Rubrik „Inhalte“ gibt anfangs einen groben Überblick über das Thema und definiert die Lernziele. Anschließend erfolgt ein detaillierter theoretischer Teil, welcher Definitionen, Beispiele, Regeln, etc. anführt. Dieser kann auch als PDF-Dokument heruntergeladen und anschließend ausgedruckt werden. Eine Bearbeitung auf Papier ist für viele Teilnehmerinnen und Teilnehmer eventuell angenehmer als das ständige Lesen am Computerbildschirm. Im Abschnitt „Übung“ stehen zahlreiche Übungsaufgaben inkl. Lösung zur Verfügung. Auch der Trainingsteil ist auf das praktische Anwenden fokussiert. Eine Überprüfung am Ende jedes Abschnittes ermöglicht eine Evaluierung des Erlernten (vgl. integral-learning GmbH).

Nach Absolvierung aller Kapitel besteht die Möglichkeit, eine Abschlussprüfung abzulegen und ein Zertifikat zu erhalten (vgl. integral-learning GmbH).

3.2.7.2. Inhalte

Im folgenden Kapitel erhalten Sie eine detaillierte Auflistung aller Inhaltsgebiete anhand deren Zusammenfassungen.

1. **Elementares Rechnen:** „Thema dieses Kapitels sind die natürlichen, ganzen, rationalen und reellen Zahlen und wie damit gerechnet wird. Das Hauptaugenmerk liegt auf den Vorzeichen- und Klammerregeln und dem Umgang mit Brüchen, Potenzen und Wurzeln. Außerdem werden Sie an die binomischen Formeln, den Dreisatz [Schlussrechnung] und die Prozentrechnung erinnert“ (integral-learning GmbH).

2. **Gleichungen in einer Unbekannten:** „Das Thema dieses Kapitels sind Gleichungen mit einer Unbekannten: Verschiedene Lösungswege werden ausführlich behandelt. Bei den Gleichungen handelt es sich um lineare,

quadratische, Wurzel- und Betragsgleichungen, die unter anderem mit Hilfe der Methoden des Faktorisierens und der Substitution gelöst werden können" (ebd.).

3. **Ungleichungen in einer Variablen:** „Das Thema dieses Kapitels sind Ungleichungen, ihre Veranschaulichung und Wege zur Vereinfachung und Lösung. Rechnerische ebenso wie grafische Lösungsmethoden werden ausführlich behandelt. Die Ungleichungen enthalten lineare und quadratische Terme, Beträge und Brüche, bei denen die Variable im Nenner steht" (ebd.).

4. **Lineare Gleichungssysteme:** „In diesem Kapitel werden lineare Gleichungssysteme (LGS) behandelt. Besteht das LGS aus zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten, so lässt es sich z. B. mit dem Additionsverfahren lösen. Die Erweiterung dieser Lösungsmethode heißt Gauß-Verfahren und wird hier anhand von LGS mit bis zu drei Gleichungen und drei Unbekannten vorgestellt. Die drei möglichen Lösbarkeitsfälle werden diskutiert: ein LGS hat entweder keine Lösung, genau eine Lösung oder unendlich viele Lösungen. Im Fall eines LGS mit zwei Variablen und zwei Gleichungen kann dieser Sachverhalt auf einfache Weise graphisch veranschaulicht werden. Enthält das LGS einen Parameter, kann die Lösungsmenge und auch die Lösbarkeit vom Parameterwert abhängen" (ebd.).

5. **Geometrie:** „In diesem Kapitel werden Begriffe der sogenannten elementaren Geometrie behandelt. Abgesehen vom letzten Abschnitt, in dem es um die Berechnung von Oberflächen und Volumina räumlicher Figuren geht, werden ausschließlich Figuren in der Ebene betrachtet. Grundlage sind Punkte, Geraden, Strecken und Winkel. Das Hauptaugenmerk liegt auf der Berechnung von Streckenlängen und Winkelgrößen im Dreieck, wobei auch die Winkelfunktionen Sinus, Kosinus und Tangens eingeführt und verwendet werden" (ebd.).

6. **Elementare Funktionen:** „In diesem Kapitel erhalten Sie einen Überblick über alle wesentlichen **elementaren Funktionen**. Nach einer Einführung in die Grundbegriffe im Abschnitt *Eigenschaften von elementaren Funktionen* werden Ihnen in den nachfolgenden Abschnitten die Eigenschaften der wesentlichen Funktionsklassen *Potenzfunktionen, Polynome, Exponentialfunktionen, Logarithmusfunktionen und trigonometrische Funktionen* dargestellt. Im Abschnitt *Transformation von Funktionen* erhalten Sie einen kurzen Einblick, wie die Graphen der Funktionen durch Veränderung ihrer Funktionsvorschriften verschoben bzw. gestreckt werden können. Schließlich können die elementaren Funktionen miteinander kombiniert und so ganz neue Funktionen erzeugt werden. Dies wird im letzten Abschnitt *Zusammengesetzte Funktionen* erklärt" (ebd.).

7. **Differenzialrechnung:** „In diesem Kapitel lernen Sie die Ableitung einer Funktion kennen. Sie werden die Ableitung an einer Stelle als Steigung der Tangente an den Graphen begreifen und den Differenzialquotienten kennenlernen. Sie erfahren, wie man die Ableitung von Funktionen bestimmt, und wie man wesentliche Merkmale von Funktionen wie Monotonieverhalten, Krümmungsverhalten, Extremalstellen und Wende- sowie Sattelstellen anhand der ersten und zweiten Ableitung bestimmen kann" (ebd.).

8. **Integralrechnung:** „In diesem Kapitel werden die Grundlagen der *Integralrechnung* behandelt. Im ersten Abschnitt wird das bestimmte Integral als *orientierter Flächeninhalt* eingeführt. Die Definition des Integrals erfolgt mit Hilfe von *Obersummen und Untersummen*. Das Integral der momentanen Änderungsrate (Ableitung einer Funktion) kann zur Rekonstruktion von Funktionswerten verwendet werden. *Stammfunktionen* und das unbestimmte Integral werden im zweiten Abschnitt behandelt. Der *Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung* stellt den Zusammenhang zwischen Stammfunktionen und dem bestimmten Integral her. Der dritte Abschnitt behandelt die Berechnung von bestimmten Integralen mit Hilfe von Stammfunktionen und die Verwendung von *linearen Substitutionen*. Schließlich wird auch die Berechnung der (positiven) *Fläche* zwischen den Graphen von zwei Funktionen bzw. zwischen einer Funktion und der *x*-Achse erläutert“ (ebd.).

9. **2D Koordinatensystem:** „In diesem Kapitel werden Fragestellungen im zweidimensionalen Koordinatensystem behandelt. Es werden Koordinatenbereiche erörtert, sowie Geraden und Kreise auf verschiedene Weisen eingeführt. Insbesondere werden dabei Betragsungleichungen, lineare sowie quadratische Gleichungen gelöst“ (ebd.).

10. **Vektorgeometrie:** „In diesem Kapitel werden Vektoren in der Ebene und im Raum behandelt. Sie werden lernen, wie Sie mit Vektoren rechnen können. Einfache geometrische Objekte wie rechtwinklige Dreiecke bzw. Rechtecke, aber auch Geraden und Ebenen im Raum lassen sich dann sehr gut durch Vektoren beschreiben und untersuchen. Außerdem werden Sie die möglichen Lagebeziehungen zwischen Punkten, Geraden und Ebenen im Raum sowohl kennen als auch berechnen lernen. Dazu sind Kenntnisse zu Dreiecken und Vierecken wie im Kapitel V. Geometrie vorteilhaft. Der sichere Umgang mit Geraden im zweidimensionalen Koordinatensystem wie in Kapitel IX. Orientierung im zweidimensionalen Koordinatensystem ist ebenfalls nötig. Bei den Lagebeziehungen wird es nötig sein, die Lösung von linearen Gleichungssystemen, wie in Kapitel IV. Lineare Gleichungssysteme vorgestellt, zu ermitteln“ (ebd.).

Besonders ambitionierte Teilnehmerinnen und Teilnehmer haben überdies noch die Möglichkeit, Zusatzmodule zu absolvieren, welche auf folgenden Inhalten basieren:

11. Komplexe Zahlen
12. Logik und Mengen
13. Stochastik

3.2.7.3. Rezensionen

Gleich auf der Startseite des Kurses findet man Erfahrungen und Bewertungen von anderen Kursteilnehmerinnen und Kursteilnehmer. Diese werden abwechselnd durch eine Diashow präsentiert (integral-learning GmbH).

> „Die Schulzeit liegt bei mir ein paar Jahre zurück und vor dem Einstieg in ein Physikstudium war das hier perfekt, um meine Mathematikkenntnisse wiederherzustellen. Vielen Dank und weiter so!“ (Philip, September 2016) (ebd.).

> „Danke für diesen super Vorbereitungskurs! Der Kurs ist sehr anschaulich, fast schon unterhaltsam [...] aufgebaut. Danke, dass ihr es geschafft habt, dass mir Mathe richtig Spaß macht!!“ (Nadine, September 2016) (ebd.).

> „Insgesamt finde ich den Kurs sehr angenehm gestaltet, fast alles war auf den ersten oder zweiten Blick verständlich und die zügige Hilfe durch die Tutoren hat den Rest einwandfrei abgedeckt.“ (Timo, Oktober 2015) (ebd.).

> „Der Kurs ist wirklich super. Er bereitet einen meiner Meinung nach sehr gut vor und man fühlt sich deutlich sicherer. Danke für eure Mühe und dass man immer jemanden erreicht hat.“ (Rebecca, August 2016) (ebd.).

3.3. Bücher

Aber auch viele schriftliche Werke wurden zu diesem Thema bereits verfasst. In den folgenden Unterkapiteln werden einzelne Werke näher betrachtet. Wie bereits erwähnt, ist das Angebot zu diesem Thema vielfältig und somit soll die Auswahl einzelner Werke nicht als Empfehlung gelten.

3.3.1. Brückenkurs Mathematik (WALZ, ZEILFELDER, & RIEßINGER, 2011)

Die Autoren dieses Buches sind sich der Einstiegsprobleme durch die Mathematik durchaus bewusst und nennen als mögliche Faktoren traumatische Schulerlebnisse, aber auch schlechte Lehrbücher. Eines ihrer wesentlichsten Ziele ist es also, ein vor allem verständliches Mathematik-Lehrbuch bereitzustellen (vgl. WALZ, ZEILFELDER, & RIEßINGER, 2011). Gleich in ihrem Vorwort schaffen es die Autoren, die Leserschaft direkt anzusprechen und die Motivation vieler Studierender, dieses Buch tatsächlich zu lesen, zu steigern :

> „Mit diesem Buch versuchen wir, Ihnen diese Einstiegsprobleme zu ersparen, indem wir Ihnen auf unterhaltsame Weise eine Brücke bauen, die Sie sanft über alle Untiefen hinweg ins Innere der Hochschulmathematik hineingeleitet. Diese Brücke beginnt auf der einen Seite beim einfachen Zahlenrechnen, wie es Ihnen vermutlich in der Mittelstufe schon begegnet ist, und führt Sie hinüber bis zu den Grundlagen von Linearer Algebra, Differenzialrechnung und Wahrscheinlichkeitsrechnung, die die Hauptinhalte Ihrer ersten Semester darstellen werden.“ (WALZ, ZEILFELDER, & RIEßINGER, 2011, VII).

> „Wenn Sie dieses Buch durchgearbeitet und die Inhalte großenteils verstanden haben, braucht Ihnen vor keiner Art Mathematik im Studium oder im Leben bange zu sein; und wer sonst kann das schon von sich behaupten?“ (WALZ, ZEILFELDER, & RIEßINGER, 2011, S. 348).

Vor allem schaffen es die Autoren aber auch, abstrakte mathematische Inhalte auf den Alltag zu beziehen und beweisen durchaus auch Sinn für Humor. So schaffen sie es zum Beispiel, mathematische Gesetze verständlich näher zu bringen:

> „Wie Sie möglicherweise wissen, ist es völlig unerheblich, ob Sie (an einem feucht-fröhlichen Abend) zuerst zwei und bald darauf noch mal vier Gläser Rotwein trinken oder ob Sie gleich am Anfang vier und später noch mal zwei Gläser niedermachen: das Ergebnis, sprich die Kopfschmerzen am Folgetag, ist identisch. Das liegt schlicht und einfach daran, dass 2+4 = 4+2 ist, und das gilt natürlich nicht nur für diese speziellen Zahlen, sondern für alle; so etwas nennt man in der Mathematik eine Gesetzmäßigkeit oder kurz ein Gesetz, und dieses hier heißt Kommutativgesetz“ (WALZ, ZEILFELDER, & RIEßINGER, 2011, S. 2).

> „Beispielsweise ist 2+(3+4) = (2+3)+4 (= 9), und auch dem oben erwähnten Kleinkind ist klar, dass es am Ende des Tages neun Kekse gegessen hat, unabhängig davon, ob es morgens zwei und am Nachmittag dicht nacheinander drei und vier Kekse verputzt, oder ob es gleich morgens zwei und noch mal drei Kekse isst und sich nachmittags mit vieren begnügt; womit wir auch ein Beispiel für das Assoziativgesetz gesehen hätten“ (WALZ, ZEILFELDER, & RIEßINGER, 2011, S. 2).

Wie die Ausschnitte dieses Buches zeigen, schaffen es die Autoren, abstrakte Gesetze den Leserinnen und Lesern Stück für Stück näher zu bringen. Hätten sie das Assoziativ- bzw. das Kommutativgesetz lediglich definiert, hätten sie bestimmt nicht den gleichen Erfolg erzielt. Anhand alltäglicher Beispiele ist es für Leserinnen und Leser sicherlich leichter und auch angenehmer, sich langsam an abstrakte Sachverhalte heranzutasten.

Sollte zunächst etwas definiert werden, lassen die Autoren dies nicht unbeachtet und ergänzen sofort durch Erklärungen.

> „Das bedarf wohl einiger erklärender Worte, da ich hier erstmals in diesem Buch eine Menge nicht einfach aufgezählt, sondern definiert habe. Diese Definition bedeutet ausgeschrieben, dass in der Menge $\mathbb{Q}$ alle Ausdrücke (Brüche) der Form $\frac{p}{q}$ liegen, wobei p und q beliebige ganze Zahlen sein dürfen, q allerdings nicht null sein darf. Man nennt p den Zähler und q den Nenner des Bruchs.“ (WALZ, ZEILFELDER, & RIEßINGER, 2011, S. 5).

Die Autoren versuchen auch, die Motivation ihrer Leserinnen und Leser stets aufrechtzuerhalten und verwenden häufig motivierende Phrasen: „Nur Mut, ich bin bei Ihnen!“ (WALZ, ZEILFELDER, & RIEßINGER, 2011, S. 5), „So einfach und lebensnah kann Mathematik sein!“ (WALZ, ZEILFELDER, & RIEßINGER, 2011, S. 10).

Durch direkte Fragen an die Leserschaft „Haben Sie das so verstanden? Ich glaube nicht, und das ist nicht Ihr Fehler, sondern meiner, manchmal ist eine formelmäßige Darstellung wirklich angebrachter“ (WALZ, ZEILFELDER, & RIEßINGER, 2011, S. 8), „Punktrechnung vor Strichrechnung, erinnern Sie sich?“ (WALZ, ZEILFELDER, & RIEßINGER, 2011, S. 13) versuchen sie stets, eine gewisse Bindung zwischen Leserschaft und Autoren herzustellen.

Ein weiterer positiver Aspekt dieses Lehrbuchs sind zahlreiche Übungsbeispiele zu diversen Themen und Kapitel, welche von den Leserinnen und Lesern zur Übung gemacht werden können. Lösungen am Ende des Buches geben Aufschluss über die Richtigkeit. Durch das selbstständige Lösen können Leserinnen und Leser die erworbene Theorie selbst anwenden. Neben der Festigung des erlernten Themengebietes, weisen solche Übungsaufgaben möglicherweise auch auf Lücken und Schwierigkeiten mit gewissen Inhalten hin.

3.3.2. Mathematik zu Studienbeginn (KEMNITZ, 2014)

Auch KEMNITZ (2014, XIII) beschreibt Mathematik als „wichtiges Grundlagenfach für viele Studiengänge an Fachhochschulen, Technischen Hochschulen und Universitäten“. Gute Mathematik-Kenntnisse sind daher notwendig für viele Fachrichtungen. Die Zielgruppe dieses Buches charakterisiert der Autor daher folgendermaßen: „Studentinnen und Studenten ingenieurwissenschaftlicher, technischer, wirtschaftswissenschaftlicher und mathematisch-naturwissenschaftlicher Studiengänge sowie [...] Lehramtsstudierende“ (KEMNITZ 2014, S. XIII).

Eine der Anfangsschwierigkeiten für Studienanfängerinnen und Studienanfänger sieht KEMNITZ in Schulstoff-Lücken. Dieses Fehlen mathematischer Grundlagen bewirkt in vielen Fällen sogar einen Studienabbruch. Daher beschreibt er das Buch als sinnvollen Begleiter:

> „Das Buch will helfen, solche Anfangsschwierigkeiten zu vermeiden. Es enthält als einen Schwerpunkt einen Überblick des Schulstoffs. Vor allem die für die Mathematikausbildung des Studiums wichtigen Gebiete sind ausführlich und mit vielen Beispielen dargestellt. Die Grundlagen der Mathematik werden systematisch und methodisch aufbereitet präsentiert. Das Buch eignet sich deshalb sehr gut zum Selbststudium für die Vorbereitung auf das Hochschulstudium“ (2014, S. XIII).

KEMNITZ erwähnt auch das Angebot mathematischer Vor- und Brückenkurse an Hochschulen und Universitäten. Auch er charakterisiert diese Kurse als Auffrischung und Vervollständigung notwendiger mathematischer Kenntnisse. Er sieht dieses Buch als sehr guten Begleiter für solch einen Kurs: „Dieses Buch eignet sich wegen der grundlegenden Begriffserläuterungen mit vielen Beispielen sehr gut als Begleitbuch für einen solchen Brückenkurs oder Vorkurs“ (KEMNITZ, 2014, S. XIIIf.).

Das Buch ist aber auch als Begleiter für Grundvorlesungen geeignet, da es Themen wie Analytische Geometrie und Differenzial- und Integralrechnung ausarbeitet (vgl. KEMNITZ 2014).

Verständlichkeit und Anschaulichkeit spielen für den Autor eine große Rolle und dies versucht er vor allem mit Beispielen und Abbildungen zu erreichen. Zusammenfassend beschreibt der Autor das Buch „als *das* Mathematikbuch zum Studienbeginn“ (KEMNITZ, 2014, S. XIV).

3.3.3. Keine Angst vor Mathe (POGUNTKE, 2010)

Mit folgenden Zeilen beginnt der Autor sein Vorwort und definiert zugleich seine mögliche Leserschaft:

> „Wenn mindestens eine der folgenden Aussagen auf Sie zutrifft, dann dürfte das vorliegende Buch für Sie von Interesse sein:
>
> - Sie müssen sich nach längerer Zeit zwangsweise wieder mit Mathematik beschäftigen, beispielsweise als Erstsemester an der Hochschule.
> - Sie benötigen in Ihrem Beruf Mathematikkenntnisse, die aus der Schulzeit längst vergessen oder verdrängt sind.
> - Sie waren „in Mathe immer schlecht“, finden das aber heute bedauerlich, weil Sie ein weltoffener und wissbegieriger Mensch sind und wissen, dass jede moderne Technikentwicklung auch stark auf Mathematik beruht“ (POGUNTKE, 2010, S. 5).

Den Inhalt des Buches beschreibt der Autor als „bodenständig“, da es „vorwiegend Grundlagen der Mathematik aufgreift, die man zu Beginn eines Studiums eigentlich beherrschen sollte – Beispiele sind der Begriff des Logarithmus oder das Rechnen mit einer Unbekannten“ (POGUNTKE, 2010, S. 6). Er beschreibt in zehn Kapiteln die seiner Meinung nach wichtigsten mathematischen Grundlagen und bietet am Ende jedes Kapitels Übungsaufgaben und Wissensfragen inklusive Lösungen an.

Wissensfrage 1.3:

Jemand schreibt eine Zahl auf ein Stück Papier. Wie können Sie feststellen, ob diese Zahl rational oder irrational ist?

Abbildung 15: Beispiel einer Wissensfrage (POGUNTKE, 2010, S. 22)

Wissensfrage 1.3:

Zunächst kommt es darauf an, ob die Zahl numerisch (also als Kommazahl) oder symbolisch hingeschrieben wird. In numerischer Form können nur rationale Zahlen (also Brüche) exakt hingeschrieben werden, beispielsweise $\frac{4}{5}$ (als Bruch) bzw. 0,8 (als Kommazahl) oder $\frac{4}{3}$ bzw. $1,\overline{3}$. Irrationale Zahlen wie $\sqrt{2}$ oder π können nur in dieser symbolischen Form exakt angegeben werden – da sie als Kommazahlen hinter dem Komma unendlich lang und zudem nicht-periodisch sind, muss man beim Hinschreiben irgendwann abbrechen und hat nur einen Näherungswert.

Abbildung 16: Lösungsvorschlag der Wissensfrage (POGUNTKE, 2010, S. 224).

Sachaufgabe 2.7:

Jemand kauft einen Kühlschrank und erhält wegen einer Lackbeschädigung 5 % Preisnachlass. Da er bar bezahlt, erhält er auf den reduzierten Preis noch einmal 2 % Skonto und bezahlt 139,65 €. Wie teuer war ursprünglich der (unbeschädigte) Kühlschrank?

Abbildung 17: Beispiel einer Sachaufgabe (POGUNTKE, 2010, S. 45)

Da 98 % des reduzierten Preises 139,65 € sind, ist der reduzierte Preis

$$\frac{139{,}65}{0{,}98} = 142{,}50 \text{ €}.$$

Dies sind nun 95 % des Originalpreises, welcher deshalb

$$\frac{142{,}50}{0{,}95} = 150 \text{ €}$$

beträgt.

Abbildung 18: Lösungsvorschlag der Sachaufgabe (POGUNTKE, 2010, S. 226)

Am Ende seines Buches verweist er auf zusätzliche Literatur und erwähnt zahlreiche Bücher:

> „Die zuerst aufgeführten Bücher haben einen ähnlichen Vorkurs-Charakter wie das vorliegende bzw. können als Lektüre parallel zu einem Brückenkurs empfohlen werden („Arbeitsbücher"). Anschließend werden einige weitere Bücher für diejenigen Leser empfohlen, die ein wenig Spaß an den Grundfragen und der Geschichte der Mathematik gewonnen haben oder einfach mehr wissen wollen („Zum Weiterlesen")" (POGUNTKE, 2010, S. 251).

4. Problematik des mathematischen Grundwissens

Studienanfängerinnen und Studienanfänger werden oftmals für ihre mangelnden aber zu Studienbeginn notwendigen mathematischen Fähigkeiten kritisiert. Ziel dieses Kapitels ist es, die Problematik des fehlenden mathematischen Grundwissens zu behandeln. Besonderes Augenmerk liegt dabei auf der Schnittstelle Schule-Hochschule. Zur Illustration wird das Beispiel „Lineare Gleichungssysteme" verwendet.

4.1. „Notstand Mathematik" (PINKERNELL & GREEFRATH, 2011, S. 109)

Im Laufe dieser Arbeit wurde bereits vielfach auf die Diskrepanz zwischen dem Wissensstand der Studienanfängerinnen und Studienanfänger und dem tatsächlich erwarteten mathematischen Grundwissen seitens der Hochschule verwiesen. Dieser Kontrast ist aber keine ungeläufige Erkenntnis, sondern ist bereits seit vielen Jahren bekannt. Man ist sich also bewusst, dass das mathematische Grundwissen den Studierenden besonders an der Schnittstelle Schule-Hochschule nicht immer in dem erwünschten Ausmaß zur Verfügung steht. Natürlich wünscht man sich einen ausgeprägten Wissensstand, doch wie kann solch einer erreicht werden? PINKERNELL & GREEFRATH (2011, S. 109) lehnen die beständige Aufforderung, digitale Werkzeuge in der Schule zu vermeiden und stattdessen den Fokus auf studienrelevante Inhalte zu legen, aber ab. Sie sind der Meinung, dass dies nicht notwendig ist, da bereits vor dem Einsatz elektronischer Hilfsmittel in der Schule die Problematik des mathematischen Grundwissens bei Studienanfängerinnen und Studienanfängern vorhanden war (NÄGERL et al., 1973; KÜTTING, 1982, zitiert in PINKERNELL & GREEFRATH, 2011, S. 109).

4.2. Relevante Faktoren

Um die Problematik des mathematischen Grundwissens zu diskutieren, müssen mehrere betroffene Aspekte beachtet werden. Oftmals wird ein schemenhaftes Rechnen und richtiges Anwenden von Formeln bereits als Grundwissen verstanden. Dies wird auch in vielen Aufgaben offensichtlich, da Befehle wie „Berechne" oder „Vereinfache" vielfach vorkommen. Wichtig ist aber auch, dass man versteht, was hinter den schemenhaften Vorgängen tatsächlich passiert und begreift, welche mathematischen Konzepte dahinterstecken. Ein Grundverständnis ist also unabdingbar für ein mathematisches Grundwissen (vgl. PINKERNELL & GREEFRATH, 2011).

Des Weiteren ist es auch wichtig, dass die Kenntnisse langfristig verfügbar bleiben. Oftmals sind es mangelnde Kompetenzen aus der Sekundarstufe I, die den Studienbeginn erschweren (KNOSPE, 2009 zitiert in PINKERNELL & GREEFRATH, 2011, S. 110). Diese Problematik des fehlenden Vorwissens kommt aber nicht nur zu Studienbeginn vor, sondern „wird an vielen Schnittstellen während der Schulausbildung wahrgenommen, z. B. beim Übergang von der Primar- zur Sekundarstufe und insbesondere jedes Mal dann, wenn die Einführung neuen Stoffes bestimmtes Vorwissen voraussetzt“ (PINKERNELL & GREEFRATH, 2011, S. 110). Nachhaltigkeit ist also ein wichtiges Stichwort für die Gestaltung des Unterrichts, damit das Gelernte langfristig zur Verfügung steht und somit die Problematik des fehlenden Grundwissens gelöst werden kann (vgl. PINKERNELL & GREEFRATH, 2011).

Ein weiterer wichtiger Faktor für die Bearbeitung dieser Problematik ist der Umfang des Grundwissens. Hierbei stellt sich die Frage, welche mathematischen Fähigkeiten ein Studienbeginn erfordert. Allgemeinbildung steht in der schulischen Laufbahn eher im Vordergrund als die Studienvorbereitung. Schließlich würden Studienrichtungen verschiedene (mathematische) Kenntnisse voraussetzen und somit könnte nicht auf alle Interessenswünsche seitens der Schülerinnen und Schüler eingegangen werden (vgl. PINKERNELL & GREEFRATH, 2011). Außerdem würde diese Entwicklung bestimmt einigen entgegenkommen, besonders denjenigen, „die keinen Sinn (mehr) darin sehen, dass Mathematik ein gewichtiges Pflichtfach bis zum Abitur bleiben soll“ (WINTER, 1995 zitiert in PINKERNELL & GREEFRATH, 2011, S.110).

Des Weiteren ist ein ausführliches Grundwissen auch Teil der allgemeinen Studierfähigkeit, welche auch ein angemessenes Maß an Ausdauer für schwierige Situationen erfordert (KRAMER, 2010 zitiert in PINKERNELL & GREEFRATH, 2011, S. 110). Hierbei ist auch wichtig, dass das alleinige Kennen und richtige Anwenden von Rechenschritten nicht zum Erfolg führt, sondern diesen eher hindert. Diese Behauptung unterstützten auch PINKERNELL & GREEFRATH und verdeutlichen, „dass eine alleinige Vermittlung von geläufigen Rechenfertigkeiten für erfolgreiches Weiterlernen sogar hinderlich sein könnte“ (2011, S. 110). Das sture Anwenden von Algorithmen zur Lösung von Aufgaben könnte somit ein Hindernis beim Bewältigen unüblicher Aufgaben werden, da der gewohnte Rechenvorgang nicht angewendet werden kann. Ohne ausreichendes Durchhaltevermögen und das notwendige Know-How würden Studierende „bei ungewohnten Aufgabenstellungen vermutlich zu schnell und bereitwillig aufgeben“ (PINKERNELL & GREEFRATH, 2011, S. 110).

Ein weiterer und vorerst letzter Aspekt, der oft mit der Problematik des fehlenden Grundwissens in Verbindung gebracht wird, ist der Einsatz von elektronischen Hilfsmitteln. Die vermehrte Verwendung von grafikfähigen Taschenrechnern und anderen Algebra-Systemen wird oft als Grund für den Mangel an Grundkenntnissen gesehen. „Empirische Untersuchungen können diese Meinung nicht bestätigen. Im Gegenteil zeigen diese, dass ein häufiger Einsatz von neuen Technologien mit erhöhten Mathematikleistungen einhergeht“ (MOLDENHAUER, 2007; PINKERNELL 2010 zitiert in PINKERNELL & GREEFRATH, 2011, S. 110). Man darf die Schuld für die fehlenden Kompetenzen also nicht dem Einsatz von Hilfsmitteln zuschreiben, denn verwendete Technologien lassen auch auf einen geistig anregenden und somit vorteilhaften Unterricht schließen. Dennoch sollte der Beweis für ein Grundwissen ohne Hilfsmittel erfolgen. „Vernetzung, Flexibilität und Situationsabhängigkeit in der Anwendung“ sind die Devisen für ein Basis-Grundwissen (PINKERNELL & GREEFRATH, 2011, S. 110). „Eine Abhängigkeit von Werkzeugen, wie Rechnern oder auch Hilfsmitteln wie Formelsammlungen, würde dieser Auffassung widersprechen“ (ebd.). Dies bedeutet aber nicht, dass Mathematik-Unterricht komplett ohne Einsatz von elektronischen Hilfsmitteln stattfinden muss. Digitale Werkzeuge sollen sinnvoll eingesetzt werden und können so auch für den „Aufbau von vernetztem, flexiblem und situationsunabhängig anwendbarem Wissen“ hilfreich sein (ebd.).

4.3. Grundwissen als „intelligente Wissensbasis“ (PINKERNELL & GREEFRATH, 2011, S. 110)

Durch den Einsatz digitaler Werkzeuge ist es fragwürdig, welche „Fertigkeiten [nun] ohne technische Hilfsmittel zu bewältigen sind“ (PINKERNELL & GREEFRATH, 2011, S. 110). Diese Frage stellt sich sowohl Kritikern als auch Befürwortern von grafikfähigen Taschenrechnern und Computer-Algebra-Systemen. Diverse Autoren haben bereits Listen angefertigt, die „unverzichtbare handwerkliche Rechenkompetenzen“ vorschlagen. GARDINER (2011) führt aber vor Augen, dass „die Formulierung solcher rechnerfreien Fertigkeiten verbunden sein muss mit einer Klärung der Frage, inwieweit die erwähnten elementaren Techniken und Kenntnisse zum mathematischen Wissensaufbau beitragen“ (zitiert in PINKERNELL & GREEFRATH, 2011, S.110). Auch WEINERT vertritt diese Position und macht in seiner Definition des „Intelligenten Wissens“ deutlich:

> „Darunter versteht man ein wohlorganisiertes, disziplinär, interdisziplinär und lebenspraktisch vernetztes System von flexibel nutzbaren Fähigkeiten, Fertigkeiten, Kenntnissen und metakognitiven Kompetenzen. Voraussetzung dafür und Resultat davon ist ein sachlogisch aufgebautes, systematisches, inhaltsbezogenes Lernen, das grundlegende Kenntnislücken, Verständnisdefizite und falsche Wissenselemente vermeidet“ (1996, S.115 zitiert in PINKERNELL & GREEFRATH, 2011, S. 110).

Des Weiteren betont er die Notwendigkeit eines Vorwissens:

> „Jedes sinnerfüllte Lernen erfordert auf Seiten des Lernenden eine inhaltlich relevante Vorwissensbasis. Neue Informationen können weder in ihrer aufgabenspezifischen Bedeutsamkeit beurteilt noch in ihrer inhaltlichen Besonderheit produktiv verarbeitet werden, ohne dass der Lernende dabei auf verfügbares Wissen zurückgreifen muss. Jeder Ansatz ist zum Scheitern verurteilt, der durch formale Techniken des Lernens mit Hilfe einiger weniger Schlüsselqualifikationen oder einer funktional autonom gewordenen intrinsischen Lernmotivation versucht, fehlendes oder mangelhaftes inhaltliches Vorwissen zu kompensieren“ (WEINERT 1996, S. 115 zitiert in PINKERNELL & GREEFRATH, 2011, S. 111).

Fortsetzendes Lernen beruht also stets auf einer geeigneten Wissensbasis. Diese darf aber nicht konzeptlose „Rechen-Rezepte“ beinhalten. Wichtig ist, dass „Fertigkeiten und Kenntnisse vernetzt und situationsunabhängig genutzt werden können“, um ein mathematisches Grundwissen aufzubauen, das hilft Schnittstellen leichter zu überwinden (PINKERNELL & GREEFRATH, 2011, S. 111).

4.4. Beispiel „Lineare Gleichungssysteme“ (PINKERNELL & GREEFRATH, 2011, S. 111)

Die Problematik soll nun anhand eines Beispiels veranschaulicht werden. Dafür wurden „Lineare Gleichungssysteme“ gewählt, welche standardmäßig in der Sekundarstufe I unterrichtet werden, aber auch Teil eines Vorwissens für weiterführende Aufgaben in der Sekundarstufe II sind.

Werfen wir zunächst einen Blick auf den Lehrplan der Sekundarstufe I allgemeinbildender höherer Schulen (AHS). Das Thema „Lineare Gleichungssysteme“ ist ein Teil des Kernbereiches „Arbeiten mit Variablen“ des Lehrplans der 4. Klasse AHS.

> „Verfahren zum Lösen von linearen Gleichungssystemen (zwei Gleichungen mit zwei Variablen) nutzen können“ (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2000).

Auch in den Bildungsstandards für den mittleren Schulabschluss wird das Thema „Lineare Gleichungssysteme“ erwähnt. Neben dem rechnerischen Charakter heben diese auch die Vernetzung des Themas hervor. Diese findet sich in der Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“ wieder:

„Die Schülerinnen und Schüler [...]

- interpretieren lineare Gleichungssysteme graphisch
- lösen Gleichungen, und lineare Gleichungssysteme kalkülmäßig bzw. algorithmisch, auch unter Einsatz geeigneter Software, und vergleichen ggf. die Effektivität ihres Vorgehens mit anderen Lösungsverfahren (wie mit inhaltlichem Lösen oder Lösen durch systematisches Probieren)
- untersuchen Fragen der Lösbarkeit und Lösungsvielfalt von linearen und quadratischen Gleichungen sowie linearen Gleichungssystemen und formulieren diesbezüglich Aussagen“ (Kultusminister Konferenz, 2003, S. 12).

Die Bildungsstandards verlangen also nicht nur algebraische Lösungen, sondern auch die Verwendung graphischer und numerischer Verfahren zur Lösung eines linearen Gleichungssystems. Ebenso sollen Schülerinnen und Schüler über die Lösbarkeit von Gleichungssystemen Bescheid wissen und geeignete digitale Werkzeuge einsetzen (vgl. PINKERNELL & GREEFRATH, 2011).

Aber neben den üblichen Verfahren (algebraisch, graphisch, numerisch) zur Lösung eines Gleichungssystems, kommen Gleichungssysteme auch in anderen Bereichen zum Einsatz. So findet man in Lehrplänen konkret auch weitere Aspekte, wie der Kernlehrplan Nordrhein-Westfalens beispielsweise zeigt:

> „Schülerinnen und Schüler [...] verwenden ihre Kenntnisse über lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen zur Lösung [...] außermathematischer Probleme“ (Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen).

Auch der österreichische Lehrplan sieht das „Erstellen und Interpretieren von mathematischen Modellen außermathematischer Sachverhalte“ als eine der Bildungs- und Lehraufgaben des Mathematikunterrichts “ (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2000).

Lineare Gleichungssysteme werden dabei oft für Anwendungen in der Physik, wie etwa dem Kräfteparallelogramm, oder Chemie, z. B. zur Berechnung von Mischaufgaben oder chemischen Reaktionen, verwendet. Lineare Gleichungssysteme kommen auch bei Anwendungen in der Technik oder zur Berechnung eines Wochentages eines gegebenen Datums zum Einsatz (vgl. STUNDNER). Viele dieser Aufgaben weisen dabei einen hohen Realitätsbezug auf und somit können Schülerinnen und Schüler die Sachverhalte eventuell besser verstehen.

Dies bestätigt sich auch bei einem Blick in österreichische Mathematik-Schulbücher. BOXHOFER et al. (2015, S. 168) formulieren in Ihrem Schulbuch „mathematiX 4“ folgende Ziele für ein Kapitel über lineare Gleichungssysteme.

Das kann ich am Ende dieses Kapitels:

- ☐ Ich kann Textaufgaben mithilfe linearer Gleichungssysteme lösen.
- ☐ Ich kann Bewegungsaufgaben mithilfe linearer Gleichungssysteme lösen.
- ☐ Ich kann Zahlenrätsel mithilfe linearer Gleichungssysteme lösen.
- ☐ Ich kann geometrische Aufgaben mithilfe linearer Gleichungssysteme lösen.

Abbildung 19: Ziele für lineare Gleichungssysteme (BOXHOFER et al., 2015, S. 168)

Im Schulbuch „Thema Mathematik 4“ wird das Kapitel über lineare Gleichungssysteme beispielsweise mit einer bekannten Bewegungsaufgabe gestartet (DORFMAYR, MISTELBACHER, & SATOR, 2018, S. 149).

Ein sehr bekanntes Gedankenexperiment des griechischen Philosophen *Zenon von Elea* (ca. 500 v. Chr.) heißt **Achill und die Schildkröte.** Es handelt von einem besonderen Wettrennen:

Achill, der schnellste Läufer Griechenlands, tritt in einem Wettrennen gegen eine Schildkröte an. Er läuft zehnmal so schnell wie die Schildkröte. Wir nehmen an, dass die Schildkröte mit 1 m/s und Achill mit 10 m/s unterwegs ist. Damit der Wettlauf nicht gleich nach dem Start entschieden wird, bekommt die Schildkröte einen Vorsprung von 200 m.

Wenn Achill diese 200 m Vorsprung gelaufen ist, ist die Schildkröte bereits 20 m weiter vom Start entfernt. Wenn Achill auch diese 20 m hinter sich gebracht hat, liegt die Schildkröte noch immer 2 m weiter vorne, usw.

Wird Achill die Schildkröte jemals überholen?

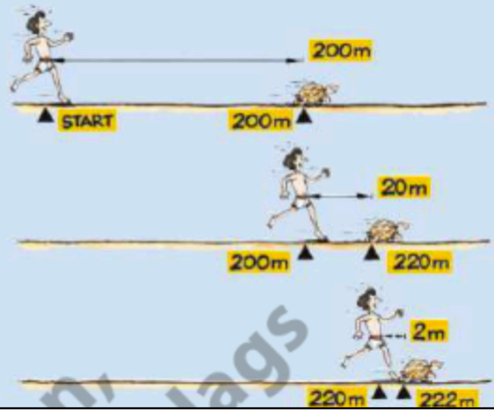


Abbildung 20: Beginn des Kapitels „Lineare Gleichungssysteme“ (DORFMAYR, MISTELBACHER, & SATOR 2018, S. 149)

Ein Beispiel für die Anwendung von linearen Gleichungssystemen in der Chemie ist folgende Aufgabe (DORFMAYR, MISTELBACHER, & SATOR, 2018, S. 159).

In einer Gärtnerei sind zwei Arten von Blumendünger vorhanden: Dünger *A* enthält 50 % Stickstoff, Dünger *B* hat 20 % Stickstoffanteil.

Berechne, welche Mengen dieser beiden Dünger man mischen muss, um 10 kg Dünger mit einem Stickstoffanteil von 32 % zu erhalten.

Abbildung 21: Anwendung eines linearen Gleichungssystems in der Chemie (DORFMAYR, MISTELBACHER, & SATOR, 2018, S. 159)

Auch zum Lösen von geometrischen Aufgaben kommen lineare Gleichungssysteme zum Einsatz (DORFMAYR, MISTELBACHER, & SATOR, 2018, S. 172).

Geometrische Aufgaben

Verlängert man die längere Seite eines Rechtecks um 5 cm und verkürzt die kurze Seite um 3 cm, so erhält man ein Rechteck, dessen Flächeninhalt um 1 cm^2 kleiner als der des ursprünglichen Rechtecks ist. (Info 1)

Verkürzt man die längere Seite um 7 cm und vergrößert die Breite um 2 cm, so wird der Flächeninhalt um 71 cm^2 kleiner. (Info 2)

Berechne Länge und Breite des ursprünglichen Rechtecks. Erstelle zu jeder Information eine Gleichung und löse die Aufgabe mithilfe eines Gleichungssystems.

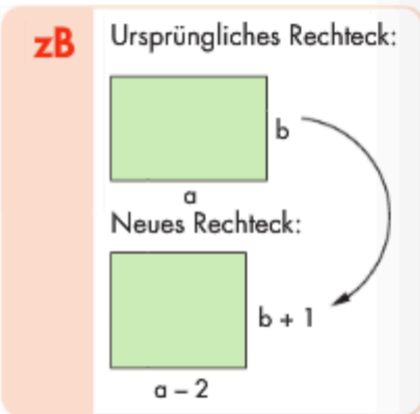


Abbildung 22: Lineares Gleichungssystem zum Lösen von geometrischen Aufgaben (DORFMAYR, MISTELBACHER, & SATOR, 2018, S.172).

Und auch für das Lösen von Leistungsaufgaben werden lineare Gleichungssysteme eingesetzt (DORFMAYR, MISTELBACHER, & SATOR, 2018, S.175).

> Ein Wasserbecken wird durch drei Zuflüsse gefüllt. Der erste bräuchte alleine 5 Stunden, der zweite 6 Stunden und der dritte 8 Stunden. Wie lang benötigen alle drei gemeinsam?

Abbildung 23: Anwendungen von linearen Gleichungssystemen für Leistungsaufgaben (DORFMAYR, MISTELBACHER, & SATOR, 2018, S.175)

Hier wird also von Lehrerinnen und Lehrern und Schülerinnen und Schülern verlangt, diese mathematischen Inhalte auch auf realitätsnahe Situationen anzuwenden. Die betroffenen Akteure stehen „also vor der Aufgabe, diesen mathematischen Inhalt auf sehr vielfältige Weise zu bearbeiten“ (PINKERNELL & GREEFRATH, 2011, S. 111).

Auch HENN & FILLER sehen die Notwendigkeit für Gleichungen und deren Lösungen in vielen realen Situationen.

> „Ein Beispiel ist die Frage nach dem Effektivzins bei einem Kredit, die zu einer algebraischen Gleichung führt, für die i. Allg. nur numerische Lösungen angegeben werden können. Andere Beispiele sind Differentialgleichungen, wie die Newton'sche Gleichung „Kraft gleich Masse mal Beschleunigung“, oder partielle Differentialgleichungen wie die Wärmeleitungsgleichung, die die Ausbreitung thermischer Veränderungen eines Körpers durch *Wärmeleitung* oder die Ausbreitung eines gelösten Stoffes durch *Diffusion* beschreibt“ (2015, S. 13).

Eine weitere Frage, die sich im Zusammenhang mit diesem Thema ergibt, betrifft die Wahl des Lösungsverfahrens von linearen Gleichungssystemen mit zwei Variablen für Schülerinnen und Schüler der vierten Klasse. Gewöhnlich werden das Gleichsetzungs-, das Einsetzungs- und das Additionsverfahren erläutert. Natürlich steht Schülerinnen und Schülern auch das grafische Lösungsverfahren zur Verfügung. Dies ist aufgrund „der Zeichenungenauigkeit [aber] nur bedingt einsetzbar“ (SIDLO et al., 2017, S.223) und somit eignen sich numerische Lösungsverfahren besser.

Bei dem Gleichsetzungsverfahren, oder auch Komparationsmethode genannt, formt man beide Gleichungen nach derselben Variable um und setzt diese dann gleich. Das ergibt anschließend eine lineare Gleichung mit einer Unbekannten, womit die Schülerinnen und Schüler üblicherweise schon vertraut sein sollten. Somit können sie bei diesem Verfahren auf bereits erworbene Kenntnisse zurückgreifen (vgl.

PINKERNELL & GREFFRATH). „Allerdings stößt das Gleichsetzungsverfahren bei nicht-linearen Gleichungen (z. B. Kreis und Gerade) oder linearen Gleichungssystemen mit mehr als zwei Gleichungen schnell an seine Grenzen“ (PINKERNELL & GREFFRATH, 2011, S. 111).

Das Einsetzungsverfahren, auch bekannt als Substitutionsmethode, verlangt, eine Gleichung nach einer Unbekannten umzuformen und anschließend den erhaltenen Term in die andere Gleichung statt dieser Unbekannten einzusetzen. Diese Methode ist vor allem für Gleichungen günstig, wenn eine Variable den Koeffizienten 1 hat. Meistens beinhaltet dieser Weg aber auch einen Klammerausdruck, was eine zusätzliche Hürde bzw. Fehlerquelle für manche Schülerinnen und Schüler sein kann (vgl. PINKERNELL & GREEFRATH, 2011).

Das Additions- oder Subtraktionsverfahren, auch Eliminationsmethode benannt, beschreibt einen Vorgang, bei dem die Gleichungen mit geeigneten Zahlen so multipliziert werden, dass die Koeffizienten einer Variablen Gegenzahlen sind und somit durch Addieren der beiden Gleichungen „wegfallen“. Eine andere Möglichkeit wäre, durch Multiplikation gleiche Koeffizienten für eine der Variablen zu erhalten, um anschließend durch Subtraktion der Gleichungen diese Variable zu eliminieren. Für das Lösen von Gleichungssystemen mit mehr als zwei Unbekannten kann später der GAUß-Algorithmus verwendet werden, da dieser dem Additionsverfahren ähnelt und Schülerinnen und Schüler somit auf etwas Bekanntes zurückgreifen können (vgl. PINKERNELL & GREEFRATH, 2011; SIDLO et al., 2017).

Dies ruft auch den Aspekt der langfristigen Verfügbarkeit zurück ins Gedächtnis. Wie bereits oben erwähnt, sollen gelernte Inhalte den Schülerinnen und Schülern dauerhaft zur Verfügung stehen, da sie so neue Inhalte auf bereits bekannten Themen aufbauen können. Dies trifft auch auf lineare Gleichungssysteme zu, denn diese treten erstmals in der 8. Schulstufe auf, das Thema wiederholt sich aber auch in der 9. und 10. Schulstufe, wie ein Blick in den Lehrplan der Sekundarstufe II der AHS zeigt.

5. Klasse

- „Lösen von linearen Gleichungssystemen in zwei Variablen, Untersuchen der Lösbarkeit dieser Gleichungssysteme, geometrische Interpretation“
- „Anwenden der oben genannten [...] Gleichungssysteme auf inner- und außermathematische Probleme“ (Bundesministerium für Bildung,

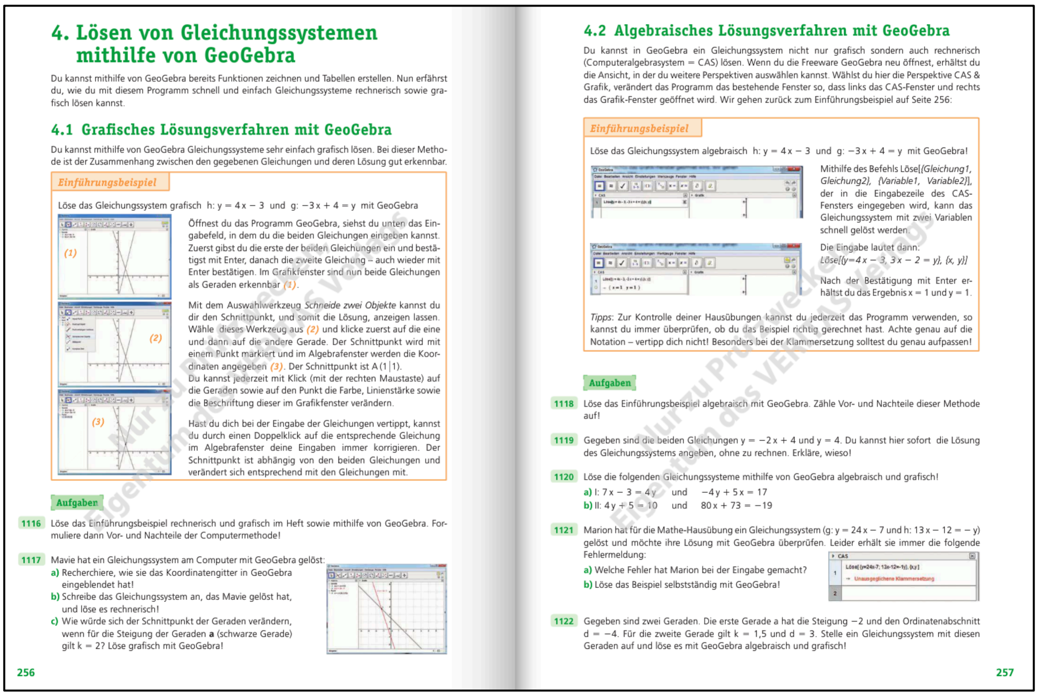
Wissenschaft und Forschung, 2004).

6. Klasse

- „Lösen von linearen Gleichungssysteme mit drei Gleichungen in drei Variablen“ (ebd.).

Ohne das nötige Vorwissen aus der Sekundarstufe I werden Schülerinnen und Schüler höchstwahrscheinlich Schwierigkeiten haben, das Thema Gleichungssysteme in der 9. bzw. 10. Schulstufe erfolgreich zu bewältigen. Um ein Gleichungssystem mit drei Gleichungen in drei Variablen lösen zu können, müssen sie zunächst die Eliminationsmethode als den geeigneten Weg wissen und diese dann auch richtig anwenden können. Ohne das nötige Know-How über die passende Methode, aber auch deren geeigneten Einsatz, werden sie beim Lösen eines solchen Gleichungssystems wahrscheinlich scheitern.

Ein Blick in ein Schulbuch (LEWISCH et al., 2013, S. 256f.) der 8. Schulstufe zeigt auch, dass den Schülerinnen und Schüler vermehrt auch digitale Werkzeuge für das Lösen von Gleichungssystemen nähergebracht werden. Dabei werden die Vorgänge für das Lösungsverfahren von linearen Gleichungssystemen mit der Software GeoGebra vorgestellt. Denn auch das Benutzen dieser Werkzeuge braucht Erfahrung, um sie richtig anzuwenden. Wichtig ist aber, dass sich Schülerinnen und Schüler nicht komplett auf den Einsatz dieser Hilfsmittel verlassen, sondern diese nur in adäquatem Maß anwenden. Das nötige Grundwissen brauchen sie trotz digitaler Werkzeuge.


4. Lösen von Gleichungssystemen mithilfe von GeoGebra

Du kannst mithilfe von GeoGebra bereits Funktionen zeichnen und Tabellen erstellen. Nun erfährst du, wie du mit diesem Programm schnell und einfach Gleichungssysteme rechnerisch sowie grafisch lösen kannst.

4.1 Grafisches Lösungsverfahren mit GeoGebra

Du kannst mithilfe von GeoGebra Gleichungssysteme sehr einfach grafisch lösen. Bei dieser Methode ist der Zusammenhang zwischen den gegebenen Gleichungen und deren Lösung gut erkennbar.

Einführungsbeispiel

Löse das Gleichungssystem grafisch h: y = 4 x − 3 und g: −3 x + 4 = y mit GeoGebra

(1)

(2)

(3)

Öffnest du das Programm GeoGebra, siehst du unten das Eingabefeld, in dem du die beiden Gleichungen eingeben kannst. Zuerst gibst du die erste der beiden Gleichungen ein und bestätigst mit Enter, danach die zweite Gleichung – auch wieder mit Enter bestätigen. Im Grafikfenster sind nun beide Gleichungen als Geraden erkennbar *(1)*.

Mit dem Auswahlwerkzeug *Schneide zwei Objekte* kannst du dir den Schnittpunkt, und somit die Lösung, anzeigen lassen. Wähle dieses Werkzeug aus *(2)* und klicke zuerst auf die eine und dann auf die andere Gerade. Der Schnittpunkt wird mit einem Punkt markiert und im Algebrafenster werden die Koordinaten angegeben *(3)*. Der Schnittpunkt ist A (1 | 1).
Du kannst jederzeit mit Klick (mit der rechten Maustaste) auf die Geraden sowie auf den Punkt die Farbe, Linienstärke sowie die Beschriftung dieser im Grafikfenster verändern.

Hast du dich bei der Eingabe der Gleichungen vertippt, kannst du durch einen Doppelklick auf die entsprechende Gleichung im Algebrafenster deine Eingaben immer korrigieren. Der Schnittpunkt ist abhängig von den beiden Gleichungen und verändert sich entsprechend mit den Gleichungen mit.

Aufgaben

1116 Löse das Einführungsbeispiel rechnerisch und grafisch im Heft sowie mithilfe von GeoGebra. Formuliere dann Vor- und Nachteile der Computermethode!

1117 Mavie hat ein Gleichungssystem am Computer mit GeoGebra gelöst:
a) Recherchiere, wie sie das Koordinatengitter in GeoGebra eingeblendet hat!
b) Schreibe das Gleichungssystem an, das Mavie gelöst hat, und löse es rechnerisch!
c) Wie würde sich der Schnittpunkt der Geraden verändern, wenn für die Steigung der Geraden **a** (schwarze Gerade) gilt k = 2? Löse grafisch mit GeoGebra!

256

4.2 Algebraisches Lösungsverfahren mit GeoGebra

Du kannst in GeoGebra ein Gleichungssystem nicht nur grafisch sondern auch rechnerisch (Computeralgebrasystem = CAS) lösen. Wenn du die Freeware GeoGebra neu öffnest, erhältst du die Ansicht, in der du weitere Perspektiven auswählen kannst. Wählst du hier die Perspektive CAS & Grafik, verändert das Programm das bestehende Fenster so, dass links das CAS-Fenster und rechts das Grafik-Fenster geöffnet wird. Wir gehen zurück zum Einführungsbeispiel auf Seite 256:

Einführungsbeispiel

Löse das Gleichungssystem algebraisch h: y = 4 x − 3 und g: −3 x + 4 = y mit GeoGebra!

Mithilfe des Befehls Löse[*{Gleichung1, Gleichung2}, {Variable1, Variable2}*], der in die Eingabezeile des CAS-Fensters eingegeben wird, kann das Gleichungssystem mit zwei Variablen schnell gelöst werden.

Die Eingabe lautet dann:
Löse[{y=4 x − 3, 3 x − 2 = y}, {x, y}]

Nach der Bestätigung mit Enter erhältst du das Ergebnis x = 1 und y = 1.

Tipps: Zur Kontrolle deiner Hausübungen kannst du jederzeit das Programm verwenden, so kannst du immer überprüfen, ob du das Beispiel richtig gerechnet hast. Achte genau auf die Notation – vertipp dich nicht! Besonders bei der Klammersetzung solltest du genau aufpassen!

Aufgaben

1118 Löse das Einführungsbeispiel algebraisch mit GeoGebra. Zähle Vor- und Nachteile dieser Methode auf!

1119 Gegeben sind die beiden Gleichungen y = −2 x + 4 und y = 4. Du kannst hier sofort die Lösung des Gleichungssystems angeben, ohne zu rechnen. Erkläre, wieso!

1120 Löse die folgenden Gleichungssysteme mithilfe von GeoGebra algebraisch und grafisch!
a) I: 7 x − 3 = 4 y und −4 y + 5 x = 17
b) II: 4 y + 5 = 10 und 80 x + 73 = −19

1121 Marion hat für die Mathe-Hausübung ein Gleichungssystem (g: y = 24 x − 7 und h: 13 x − 12 = − y) gelöst und möchte ihre Lösung mit GeoGebra überprüfen. Leider erhält sie immer die folgende Fehlermeldung:
a) Welche Fehler hat Marion bei der Eingabe gemacht?
b) Löse das Beispiel selbstständig mit GeoGebra!

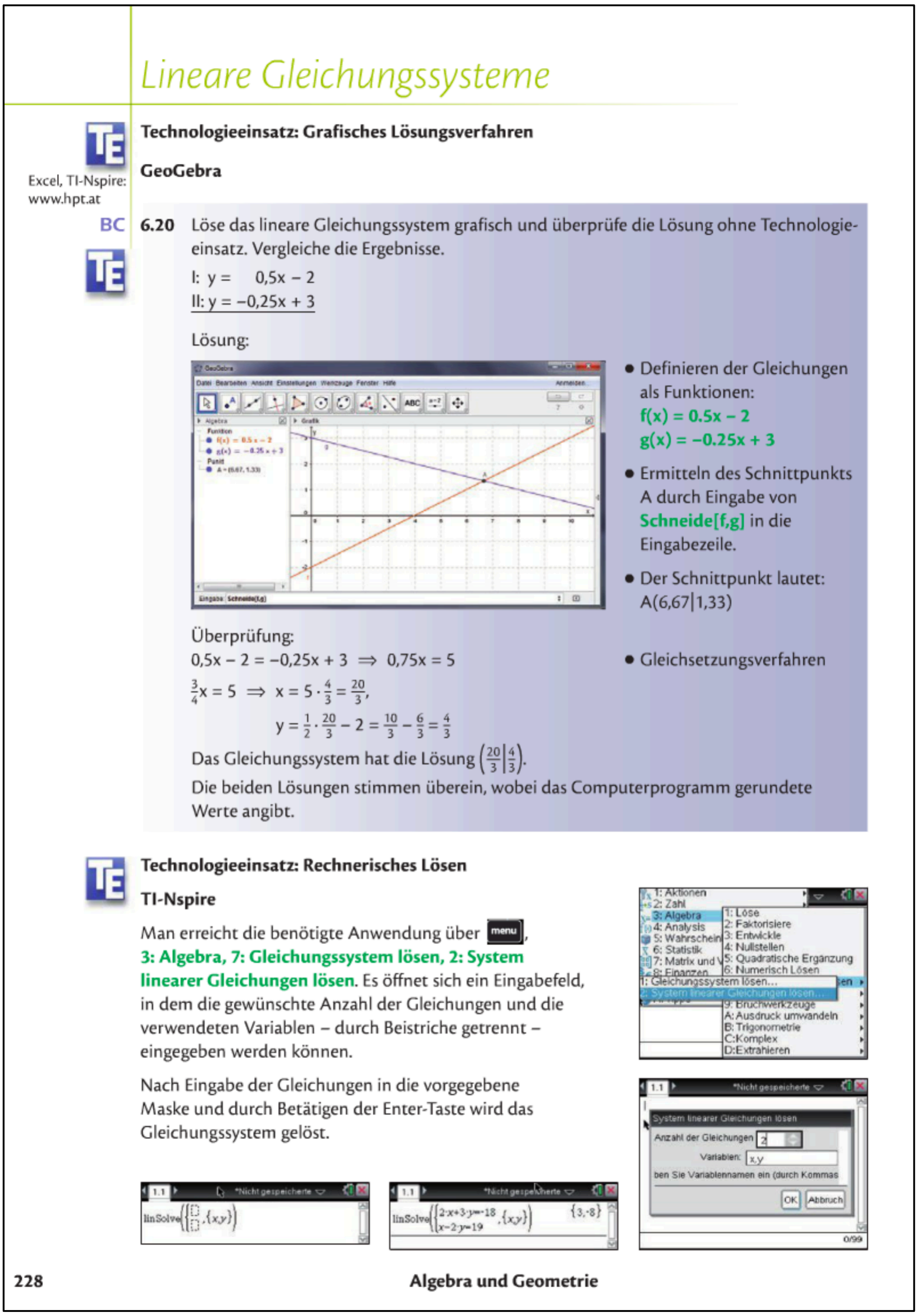
CAS
1 Löse[{y=24x-7; 13x-12=-1y}, {x,y}]
→ Unausgeglichene Klammersetzung
2

1122 Gegeben sind zwei Geraden. Die erste Gerade a hat die Steigung −2 und den Ordinatenabschnitt d = −4. Für die zweite Gerade gilt k = 1,5 und d = 3. Stelle ein Gleichungssystem mit diesen Geraden auf und löse es mit GeoGebra algebraisch und grafisch!

257

Abbildung 24: GeoGebra zur Lösung eines linearen Gleichungssystems (LEWISCH et al., 2013, S. 256f.)

Neben der Software GeoGebra wird in einigen Schulen auch der Taschenrechner TI-Nspire von Texas Instruments verwendet. Auch dieser eignet sich für das Lösen von linearen Gleichungssystemen und folgender Ausschnitt eines Schulbuches der 9. Schulstufe zeigt, dass dies auch den Schülerinnen und Schülern präsentiert wird (SIDLO et al., 2017, S. 228).


Lineare Gleichungssysteme

Excel, TI-Nspire: www.hpt.at

Technologieeinsatz: Grafisches Lösungsverfahren

GeoGebra

BC **6.20** Löse das lineare Gleichungssystem grafisch und überprüfe die Lösung ohne Technologieeinsatz. Vergleiche die Ergebnisse.

I: $y = 0{,}5x - 2$
II: $y = -0{,}25x + 3$

Lösung:

- Definieren der Gleichungen als Funktionen: $f(x) = 0.5x - 2$, $g(x) = -0.25x + 3$
- Ermitteln des Schnittpunkts A durch Eingabe von Schneide[f,g] in die Eingabezeile.
- Der Schnittpunkt lautet: A(6,67|1,33)

Überprüfung:

- Gleichsetzungsverfahren

$0{,}5x - 2 = -0{,}25x + 3 \Rightarrow 0{,}75x = 5$

$\frac{3}{4}x = 5 \Rightarrow x = 5 \cdot \frac{4}{3} = \frac{20}{3}$,

$y = \frac{1}{2} \cdot \frac{20}{3} - 2 = \frac{10}{3} - \frac{6}{3} = \frac{4}{3}$

Das Gleichungssystem hat die Lösung $\left(\frac{20}{3}\middle|\frac{4}{3}\right)$.

Die beiden Lösungen stimmen überein, wobei das Computerprogramm gerundete Werte angibt.

Technologieeinsatz: Rechnerisches Lösen

TI-Nspire

Man erreicht die benötigte Anwendung über menu, **3: Algebra, 7: Gleichungssystem lösen, 2: System linearer Gleichungen lösen**. Es öffnet sich ein Eingabefeld, in dem die gewünschte Anzahl der Gleichungen und die verwendeten Variablen – durch Beistriche getrennt – eingegeben werden können.

Nach Eingabe der Gleichungen in die vorgegebene Maske und durch Betätigen der Enter-Taste wird das Gleichungssystem gelöst.

228 **Algebra und Geometrie**

Abbildung 25: Lösen eines Gleichungssystems mit Hilfe des Taschenrechners TI-Nspire (SIDLO et al., 2017, S. 228).

Ziel des Mathematikunterrichts sollte aber nicht nur das Trainieren dieser Rechenvorgänge sein, sondern auch Überlegungen, welche Methoden geeignet und sinnvoll für das Lösen eines Gleichungssystems sind (vgl. PINKERNELL & GREEFRATH, 2011). Schülerinnen und Schüler entscheiden sich oft für eine Variante und wenden diese dann bevorzugt an. Dies bringt natürlich häufig zusätzlichen Aufwand mit sich, aber diesen nehmen sie auf sich, da sie mit diesem bestimmten Lösungsweg vertraut sind. Wie bereits erwähnt, sollte der Schwerpunkt nicht auf den einzelnen Techniken zum Lösen eines Gleichungssystems im Vordergrund stehen, sondern auch andere Aspekte in Betracht gezogen werden. Schülerinnen und Schüler sollten auch über die verschiedenen Lösungsfälle von linearen Gleichungssystemen Bescheid wissen. Dies ist ein gängiges Thema bei den Grundkompetenzen der schriftlichen Zentralmatura. Hier einige Beispiele aus dem Aufgabenpool Mathematik zu diesem Thema (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2018).

Gleichungssystem ohne Lösung

Aufgabennummer: 1_203	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: AG 2.5

☒ keine Hilfsmittel erforderlich | ☒ gewohnte Hilfsmittel möglich | ☐ besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist ein Gleichungssystem mit den Unbekannten *a* und *b*:

$$\begin{aligned} \text{I:}\quad & 5 \cdot a - 4 \cdot b = 9 \\ \text{II:}\quad & c \cdot a + 8 \cdot b = d \end{aligned}$$

Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie alle Werte der Parameter *c* und *d* so, dass das Gleichungssystem keine Lösung besitzt!

Abbildung 26: Gleichungssystem ohne Lösung (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2018)

Lösung eines Gleichungssystems

Aufgabennummer: 1_205	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: halboffenes Format	Grundkompetenz: AG 2.5

☒ keine Hilfsmittel erforderlich | ☒ gewohnte Hilfsmittel möglich | ☐ besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist ein Gleichungssystem mit den Unbekannten *a* und *b*:

$$\begin{aligned} \text{I:}\quad & 8a - 3b = 10 \\ \text{II:}\quad & b = 2a - 1 \end{aligned}$$

Aufgabenstellung:

Lösen Sie das angegebene Gleichungssystem!

a = ________________

b = ________________

Abbildung 27: Lösbarkeit von Gleichungssystemen (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2018)

Gleichungssysteme

Aufgabennummer: 1_204	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: AG 2.5

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Gegeben sind Aussagen über die Lösbarkeit von verschiedenen linearen Gleichungssystemen mit zwei Unbekannten *x* und *y*.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Das Gleichungssystem	$\begin{aligned} \text{I: } & x + y = 2 \\ \text{II: } & x - 4y = 2 \end{aligned}$	hat genau eine Lösung.	☐
Das Gleichungssystem	$\begin{aligned} \text{I: } & -x + 4y = -2 \\ \text{II: } & x - 4y = 2 \end{aligned}$	hat unendlich viele Lösungen.	☐
Das Gleichungssystem	$\begin{aligned} \text{I: } & x + y = 62 \\ \text{II: } & x - 4y = -43 \end{aligned}$	hat genau zwei Lösungen.	☐
Das Gleichungssystem	$\begin{aligned} \text{I: } & x - y = 1 \\ \text{II: } & -x + y = 2 \end{aligned}$	hat genau eine Lösung.	☐
Das Gleichungssystem	$\begin{aligned} \text{I: } & x + y = 62 \\ \text{II: } & x + y = -43 \end{aligned}$	hat keine Lösung.	☐

Abbildung 28: Lösung eines Gleichungssystems (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2018)

Die Kenntnisse über lineare Gleichungssysteme sind auch klar in dem Grundkompetenzkatalog für die schriftliche Reifeprüfung in Mathematik verankert. In dem Inhaltsbereich „Algebra und Geometrie (AG)“ im Abschnitt „(Un-)Gleichungen und Gleichungssysteme“ ist unter anderem ein Punkt zu Gleichungssystemen klar definiert.

AG 2.5 „lineare Gleichungssysteme in zwei Variablen aufstellen, interpretieren, umformen/lösen, über Lösungsfälle Bescheid wissen, Lösungen und Lösungsfälle (auch geometrisch) deuten können“ (Aue et al., 2015, S. 7).

Lehrpläne und Kompetenzkataloge verweisen also auf einen vielfältigen Umgang mit linearen Gleichungssystemen. Am Ende der Sekundarstufe I sollte ein gewisses Grundwissen über dieses Thema aufgebaut sein, damit die Schnittstelle zur Sekundarstufe II besser bewältigt werden kann. So sollte der Umgang mit linearen Gleichungssystemen mit zwei Variablen Grundlage für die weiterführende Behandlung von Gleichungssystemen mit drei oder mehr Variablen in der Sekundarstufe II sein. Außerdem sind diese linearen Gleichungssysteme vorbereitend für lineare Funktionen und Gleichungen von Ebenen im Raum. Ebenso sind sie wichtig für die Analysis und analytische Geometrie in der Sekundarstufe II.

Kenntnisse über lineare Gleichungssysteme sind auch unabdingbar für viele Studiengänge mit mathematischen Inhalten und werden in zahlreichen Eingangstests von Hochschulen geprüft. Dabei sollen Studienanfängerinnen und Studienanfänger sowohl mit dem Modellieren als auch dem Einsatz digitaler Medien vertraut sein, aber auch Mathematik als Wissenschaft betrachten (vgl. PINKERNELL & GREEFRATH, 2011).

> „Das heißt, sowohl die unterschiedlichen Schulformen als auch die Hochschulen nutzen die in der Sekundarstufe I erworbenen Kenntnisse auf unterschiedliche Weise und in unterschiedlichen Kontexten weiter. Dazu kommen noch Aspekte der Allgemeinbildung und der Berufsvorbereitung“ (PINKERNELL & GREEFRATH, 2011, S. 112).

4.5. Schulprojekt CALiMERO

In diesem Zusammenhang ist es auch naheliegend, das Schulprojekt CALiMERO zu erwähnen. CALiMERO ist ein Akronym für „Computer-Algebra im Mathematikunterricht – Entdecken, Rechnen, Organisieren“ und beschreibt ein Projekt des Landes Niedersachsen, welches von 2005 bis 2010 in siebten Klassen sechs verschiedener Gymnasien stattfand. Unterstützt wurde dieses Projekt von Texas Instruments und das Ziel war, den Einsatz von Taschencomputern im Mathematikunterricht nachhaltig zu gestalten. Abbildung 5 gibt einen Überblick über die Fortsetzung des Projekts (vgl. INGELMANN, 2006; Fachbereich Mathematik Technische Universität Darmstadt).

	2005 / 2006	2006 / 2007	2007 / 2008	2008 / 2009	2009 / 2010
Klasse 7	x	x			
Klasse 8		x	x		
Klasse 9			x	x	
Klasse 10				x	x

Abbildung 29: Fortsetzung des Projekts CALiMERO (INGELMANN, 2006)

Zur Evaluation dieses Projekts wurden die entwickelten Mathematikleistungen der Schülerinnen und Schüler sowie deren Wahrnehmung des Projekts beobachtet und auch die Zustimmung seitens der Lehrkräfte erfasst. Dafür wurden Fragebögen und Stundenprotokolle regelmäßig eingesetzt und ausgewertet. Um die

Leistungsentwicklung der Schülerinnen und Schüler festzustellen, gab es Leistungstests, die als Open-Ended-Tests gestaltet waren (vgl. INGELMANN, 2006).

Das Projekt machte auch Gebrauch von zahlreichen Unterrichtsmethoden, z. B. Gruppenpuzzle, Stationenlernen, Spielen, Planarbeit, etc., welche eine individuelle Förderung ermöglichten. Außerdem wurde das Kopfrechnen durch Kopfrechentests gefördert und Taktiken für das Lösen von Problemen eingebettet (vgl. INGELMANN & BRUDER, 2008). Erste Ergebnisse brachten vor allem sehr positive Resultate bezüglich der Unterrichtsgestaltung, da „die Zeit für selbstständige Entdeckungsprozesse sowie für das Ausprobieren verschiedener Lösungswege" zunahm (INGELMANN & BRUDER, 2008). Außerdem gewann laut Wahrnehmung der Schülerinnen und Schüler die Präsentation und Diskussion von Ergebnissen mehr Zeit und Bedeutung im Unterricht. Es zeigte sich auch, dass der klassische Frontalunterricht nachließ, hingegen das gemeinsame Lernen und Arbeiten unter den Lernenden im Mathematikunterricht verstärkt auftrat (vgl. ebd.).

Obwohl projektteilnehmende Schülerinnen und Schüler in den ersten drei Tests und damit von Anfang an schwächer abschnitten als die Vergleichsgruppe, „konnte die Projektgruppe im Mittel die Leistungen der Vergleichsgruppe erreichen. Es wird vermutet, dass die bessere Vorstellbarkeit mathematischer Zusammenhänge durch die eingesetzten Rechner, das kompetenzorientierte ganzheitlich angelegte Aufgabenkonzept sowie die Kontrollmöglichkeiten mit dem CAS diese Effekte auch bei den leistungsschwächeren Lernenden bewirkt haben" (INGELMANN & BRUDER, 2008).

Im Bereich der allgemeinen mathematischen Kompetenzen entwickelten sich Schülerinnen und Schüler des Projekts aber besser als im Vergleich mit den anderen Lernenden. Dabei sind vor allem die „Modellierungskompetenz" und die Kompetenz „mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik" als signifikant positiv aufgefallen (INGELMANN & BRUDER, 2008).

INGELMANN & BRUDER (2008) beschreiben den Start des Projekts als gelungen und sehen außerdem weitere Entwicklungsmöglichkeiten bezüglich der Entfaltung von Kompetenzen.

> „Insgesamt ist das Projekt CALiMERO erfolgreich angelaufen und das sich ständig im Dialog mit den beteiligten Lehrkräften weiter entwickelten Unterrichtskonzept hat sich bereits bewährt. In den folgenden Jahren wird auf

eine stärkere Binnendifferenzierung im Unterricht und auf die Ausschöpfung des Rechnerpotenzials zur Kompetenzentwicklung hingearbeitet“ (ebd.).

5. Brückenkurse in Österreich

Auch in Österreich ist man sich der problematischen Situation an der Schnittstelle Schule/Hochschule bezüglich Mathematik bewusst und versucht durch Unterstützungsmaßnahmen dagegenzuwirken. Im Folgenden werden nun diverse Maßnahmen von Fachhochschulen und Universitäten vorgestellt und deren Inhalte nähergebracht.

5.1. Fachhochschule Technikum Wien

Die Fachhochschule Technikum Wien zeichnet sich durch eine besondere Charakteristik aus, denn sie ist die einzige rein technische Fachhochschule österreichweit. Die insgesamt 31 verschiedenen Studiengänge, zusammengesetzt aus Bachelor- und Masterstudiengängen, teilen sich auf folgende Studienzentren auf (Fachhochschule Technikum Wien, 2018a):

- Elektronik & Kommunikationssysteme
- Energie & Umwelt
- Informatik & Wirtschaftsinformatik
- Management & Business
- Medizin, Sport & Gesundheit
- Wirtschaftsingenieurwesen & Maschinenbau

Momentan sind rund 4000 Studierende an dieser Hochschule inskribiert und ihnen werden eine qualitativ hochwertige Ausbildung und somit später auch sehr gute Jobchancen geboten (vgl. Fachhochschule Technikum Wien, 2018a).

5.1.1. Warm-up-Kurse

Eine weitere wichtige Eigenschaft dieser Fachhochschule ist, dass sie ihren Studienanfängerinnen und Studienanfängern kostenlos Vorbereitungskurse in den Fächern Mathematik, Physik, Informatik, Elektrotechnik, Englisch oder Deutsch anbietet. Alle Vorbereitungskurse sind für Studentinnen und Studenten der FH Technikum Wien kostenlos, eine Anmeldung dafür ist aber notwendig. Sollten sich Studierende in einem dieser Fächer also nicht sicher fühlen, können sie so freiwillig die Grundlagen in diesen Kursen wiederholen. Alle Kurse finden zwischen Juli und September statt und für jeden Kurs gibt es verschiedene Gruppen und Termine, die jeweils für diverse Studiengänge empfohlen werden. Anmeldeschluss für Kurse in diesem Sommer ist der 9. Juli 2018 und Studienanfängerinnen und Studienanfänger können bei der Anmeldung ihren Wunschtermin für die Kurse angeben. Natürlich wird auch versucht, die Gruppengrößen gleichmäßig zu gestalten, um eine effiziente Vorbereitung zu gewährleisten (vgl. Fachhochschule Technikum Wien, 2018b).

5.1.2. Warm-up-Kurs Mathematik

Da die Studiengänge der FH Technikum Wien sehr technisch bzw. wirtschaftlich fundiert sind, spielt Mathematik eine sehr wichtige Rolle dabei. Daher haben Studienanfängerinnen und Studienanfänger die Möglichkeit, den Warm-up-Kurs Mathematik zu besuchen und die vorausgesetzten mathematischen Kenntnisse aufzufrischen und zu wiederholen.

Folgende Lehr- und Lerninhalte werden in den mathematischen Warm-Up-Kursen abgedeckt (Fachhochschule Technikum Wien, 2018b):

- Logik, Mengen, Zahlen
- Umformen von Termen (Ausmultiplizieren, Faktorisieren, Rechnen mit Brüchen, Potenzen, Logarithmen, etc.)
- Gleichungen (lineare, quadratische, logarithmische & Exponentialgleichungen)
- Prozentrechnung
- Einfache lineare Gleichungssysteme
- Ungleichungen
- Elementare Funktionen (Gerade, Exponentialfunktion, Logarithmusfunktion, Potenzfunktion, Winkelfunktion)
- Einführung in die Differenzial- und Integralrechnung

Für die Auffrischung dieser Themengebiete wird Theorie wiederholt, Modellbeispiele werden veranschaulicht und ein Übungskatalog wird mit Hilfe einer Lektorin bzw. eines Lektors durchgenommen. Abbildung 30 zeigt eine Übersicht der Termine für die Warm-up-Kurse Mathematik im Sommer 2018, welche als Vorbereitung für das kommende Wintersemester 18/19 dienen (vgl. Fachhochschule Technikum Wien, 2018c).

Termine Warm-up-Kurse Mathematik 2018

Termine	Gruppen	Uhrzeit	Bachelor-Studiengänge (vorzugsweise)	Raum
Gruppe 1 **06.08. - 31.08. 2017** **(Mo-Fr)**	Gruppe 1A Gruppe 1B Gruppe 1C	**1A: 08.45 - 11.10 Uhr[1]** **1B: 09.40 - 12.05 Uhr[2]** **1C: 08.45 - 11.10 Uhr[1]**	Wird empfohlen für Studierende aus: ▪ Biomedical Engineering ▪ Elektronik ▪ Informatik ▪ Urbane Erneuerbare Energietechnologien ▪ Sports Equipment Technology ▪ Wirtschaftsinformatik	**1A: HS_F4.22** **1B: HS_F4.07** **1C: HS_F4.08**
Gruppe 2 **06.08. - 31.08.2017** **(Mo-Fr)**	Gruppe 2A Gruppe 2B Gruppe 2C	**Alle Gruppen:** **16.55 - 19.20 Uhr[3]**	Wird empfohlen für Studierende aus: ▪ Elektronik & Wirtschaft ▪ Informations- und Kommunikationssysteme ▪ Internationales Wirtschaftsingenieurwesen ▪ Mechatronik & Robotik ▪ Smart Homes und Assistive Technologien ▪ Wirtschaftsinformatik	**2A: HS_F4.07** **2B: HS_F4.22** **2C: HS_F4.06**
Gruppe 3 **13.08. - 07.09.2017** **(Mo-Fr)**	Gruppe 3A	**3A: 08.45 – 11.10 Uhr[1]**	Wird empfohlen für Studierende aus: ▪ Maschinenbau	**3A: HS_F4.06**

Abbildung 30: Übersicht der Termine für die Mathematik-Vorbereitungskurse für das Wintersemester 2018/19 (Fachhochschule Technikum Wien, 2018c)

HEISS (2015) untersuchte im Rahmen ihrer Diplomarbeit die Effizienz des Warm-up-Kurses Mathematik an der Fachhochschule Technikum Wien und gelangte zu dem Ergebnis, dass sich eine Teilnahme an dem Vorbereitungskurs positiv auf die Studierenden auswirkt. Obwohl keine eindeutige Verbindung zwischen Anwesenheit im Kurs und Mathematiknote geschlossen werden kann, geht HEISS davon aus, dass Warm-up-Kurse einen positiven Einfluss auf die Mathematiknote haben. Vor allem für Studierende, die bei der Aufnahmeprüfung ein schlechtes Resultat in Mathematik erlangen, ist die Teilnahme an dem Warm-up-Kurs daher ratsam. Dennoch gibt es Studierende, die trotz besuchtem Vorbereitungskurs eine negative Note auf die Mathematik-Prüfung erlangen. Die Autorin führt dies auf zu große Mathematik-Defizite und Schwierigkeiten mit den Inhalten zurück, sodass eine Teilnahme an dem Vorbereitungskurs keine bedeutende Änderung der Situation mit sich bringt. Sie ist aber der Meinung, dass „eine kontinuierliche Verbesserung der Warm-Up-Kurse, wie sie im Jahr 2012 initiiert wurde, zu einer weiteren Senkung der Drop-Out-Rate führen“ kann (HEISS, 2015, S. 34).

5.2. Brückenkurse an der Karl-Franzens-Universität Graz

Informiert man sich auf der Homepage der Studienvertretung Mathematik an der ÖH Uni Graz, so findet man einige Informationen unter der Rubrik „Vorm Studium“. Ein Punkt davon ist „Brückenkurs Mathematik: fachliche Unterstützung VOR Studienbeginn“ (Studienvertretung Mathematik). Eine kurze Beschreibung davon lautet folgendermaßen:

> „Der Brückenkurs Mathematik ist eine Übergangshilfe für Erstsemestrige, um gut in eines der Mathematikstudien zu starten. Der Brückenkurs wird vom Mathematik-Institut der Uni Graz angeboten und findet im Allgemeinen jeweils bereits im September statt“ (ebd.).

5.2.1. Wintersemester 2016/2017

Die aktuellen Informationen betreffen den Brückenkurs aus dem Wintersemester 2016/2017. Das Ziel dieses Kurses ist gemäß den bekannten Erwartungen an einen Brückenkurs, nämlich eine Erleichterung des Studienbeginns:

> „Ziel dieses Kurses ist es, den Einstieg in das Studium der Mathematik für Studienanfänger im Fachwissenschaftsbachelor- und Bachelor-Lehramtsstudium zu erleichtern und die Abbruchquoten in den Mathematik-Studien zu verringern“ (Studienvertretung Mathematik).

Der Inhalt des Kurses widmet sich bestimmten Kapiteln aus dem Schulstoff, die als notwendig für den Studienbeginn vorausgesetzt werden. Diese werden in Kürze beschrieben. Außerdem sollen Studienanfängerinnen und Studienanfänger erste Erfahrungen mit der Hochschulmathematik bekommen, um einen „Kulturschock“ zu Studienbeginn zu vermeiden (vgl. Studienvertretung Mathematik). ANDREAS KUCHER, der Leiter des Kurses, nennt zusätzlich noch „Hinführung zum selbstständigen Arbeiten“ und „Tipps zum Studienbeginn“ als Motivationsgründe für den Besuch des Kurses (2016).

Konzipiert wurde der Kurs als eine Vorlesung mit Übung (VU), bestehend aus einem jeweils einstündigen Vorlesungs- und Übungsteil, und fand geblockt Ende September 2016 statt. Für die Teilnahme war eine Anmeldung über Uni Graz Online notwendig und im Falle einer erfolgreichen Teilnahme wurden Studierende mit einem ECTS belohnt, welchen sie für freie Wahlfächer nutzen können. Für einen positiven

Abschluss erwartete der Kursleiter mind. 80 % Anwesenheit, die Teilnahme am Orientierungs- sowie Abschlusstest und das Ausarbeiten von Übungsaufgaben (KUCHER, 2006).

Der Kurs wollte natürlich eine Erleichterung des Studienbeginns erzielen und fungierte daher besonders als Unterstützung. Er orientiert sich selbstverständlich am Niveau der Studierenden, dennoch wurden einige schulische Kenntnisse gemäß dem Lehrplan (Mathematik AHS Oberstufe) erwartet (KUCHER, 2006).

- „5. Klasse: Zahlen und Rechengesetze, Funktionen, Trigonometrie, Vektoren und analytische Geometrie in der Ebene“ (KUCHER, 2006).
- „6.Klasse: Potenzen, Wurzeln, Logarithmen, Folgen, Gleichungen, Ungleichungen, Gleichungssysteme, reelle Funktionen, analytische Geometrie des Raumes“ (ebd.).
- „7. Klasse: Algebraische Gleichungen und komplexe Zahlen, Differentialrechnung“ (ebd.).
- „8. Klasse: Integralrechnung“ (ebd.).

Den fachlichen Inhalt teilte der Kursleiter auf drei Themengebiete auf, nämlich Grundlagen, Analysis und Algebra. Diese drei Hauptthemen beinhalten wiederum zahlreiche Unterpunkte.

- **„Grundlagen**
- Historische Motivation
- Mathematik als Wissenschaft
- Beweise und Beweisstrategien
- Aussagen und Logik
- Naive Mengenlehre
- Zahlen, Rechnen und Gleichungen“ (KUCHER, 2006).

- **„Analysis**
- Abbildungen
- Folgen und Reihen
- Konvergenz
- Differential- und Integralrechnung“ (ebd.)

- **„Lineare Algebra**
- Einfache mathematische Strukturen
- Vektorrechnung im $\mathbb{R}^n$
- Lineare Gleichungssysteme“ (ebd.)

Wie bereits oben erwähnt, erhalten Studierende im Zuge dieses Brückenkurses auch Tipps für den Studienbeginn. Darunter fällt unter anderem auch das „Erlernen der mathematischen Fachsprache“ bzw. das „Über Mathematik sprechen lernen“ (KUCHER, 2006). Studierende sollen auch die passende Lernstrategie herausfinden, sprich ob sie lieber alleine oder doch in einer Gruppe lernen. Generell erhalten Studierende einen Einblick in den mathematischen Lösungsprozess und gewinnen Erfahrung mit dem Bearbeiten eines Übungszettels (ebd.).

5.2.2. Wintersemester 2013/2014

Es wird aber auch ein „alter“ Brückenkurs aus dem Wintersemester 2013/2014 an der Universität Graz betrachtet, da GLATZ (2013) im Zuge seiner Diplomarbeit die Problemfelder beim Studieneinstieg in das Mathematik-Studium an der Universität Graz erforschte und dafür einen Präsenz-Brückenkurs als Einstiegshilfe entwickelte. Dieses Konzept des Brückenkurses erlangte er durch einen Vergleich des schulischen Lehrplans und hochschulischen Studienplans, sodass er die aktuellen Schwierigkeiten beim Studienbeginn identifizieren und gemäß dieser den Brückenkurs aufbauen konnte. Seine erkannten Schwierigkeiten, die Inhalte des Kurses sowie ein Fazit des Autors und Verbesserungsvorschläge werden nun erläutert.

5.2.2.1. Erkannte Problemfelder

Durch seine Arbeit als Tutor konnte GLATZ „Probleme [feststellen], die als typisch für den Studienbeginn (von Lehramts- als auch Bachelorstudierenden) bezeichnet werden können“ (2013, S. 52). Vor allem mit dem notwendigen Zeitaufwand können Studienanfängerinnen und Studienanfänger nicht umgehen. Können sie ein Beispiel nicht sofort lösen, wird dies nicht weiter ausgearbeitet. Stattdessen hoffen sie auf eine Ausarbeitung dessen von ihren Kolleginnen und Kollegen. Das Verbreiten der Lösungen ist heutzutage über diverse soziale Plattformen sehr beliebt und somit verringert sich der Zeitaufwand der Studierenden massiv (vgl. ebd.). „Diesbezüglich stellen sich Diskrepanzen zwischen den Ansichten der Lehrenden in den Übungen und den Studierenden dar“ (ebd., S. 52). Außerdem weist der Autor auch darauf hin, dass Studierende oftmals nicht in der Lage sind, die Zeit effizient einzuteilen. Oftmals werden Aufgaben erst kurz vor Abgabetermin erledigt und somit ist eine richtige Auseinandersetzung mit der Thematik nicht möglich (vgl. ebd.). Diese fehlenden Inhalte führen später wiederum zu Schwierigkeiten, da „Mathematik eine stark aufbauende Wissenschaft ist und sowohl vorhergehende Inhalte, als auch bereits erlernte Kompetenzen das weitere Lernen erleichtern" (ebd., S. 53). Der Autor schlägt somit Folgendes vor.

> „Studierende sollen erkennen, dass Mathematik im Allgemeinen zeitintensiv ist und nicht immer alles auf Anhieb gelingen kann. Damit einhergehend ist eine gewisse Frustrationstoleranz nötig. Die Studierenden sollen verstehen, dass diese Erkenntnis als Ausgangspunkt genützt werden kann, passende Strategien im Umgang damit zu finden. Die Studierenden sollen wissen, wie man sich Zeit für das Bearbeiten eines Übungsblattes sinnvoll einteilen kann. Studierende sollen erkennen, dass Mathematik ein aufbauendes Studium ist und der Investitionsgedanke wesentlich zum Lernerfolg beitragen kann" (GLATZ, 2013, S. 53f.)

Eine weitere Hürde zu Studienbeginn sieht GLATZ in den Lehr- und Lernformen der Hochschulen. Studierende sind oftmals während einer Vorlesung überfordert, da ihnen typische Übungsaufgaben, die sie aus der Schule gewohnt sind, fehlen und somit scheitern sie häufig, die vorgetragenen Inhalte zu verstehen. Außerdem ist es für sie auch schwierig, die Tafelschrift richtig in ihre Mitschrift zu übertragen. Dies liegt einerseits am Tempo, da viele Studienanfängerinnen und Studienanfänger sehr langsam schreiben und natürlich kann eine Dozentin oder ein Dozent nicht auf das individuelle Tempo aller Studentinnen und Studenten Rücksicht nehmen. Dies führt dann auch oft zu Fehlern beim Abschreiben des Tafelbildes, da dieses eventuell nicht gut erkennbar und nachvollziehbar ist. Vor allem die Buchstaben *i* und *j* oder *m* und *n* werden dabei oft vertauscht, was in der Mathematik aber bedeutende Unterschiede macht. Dies kann beim Nachlesen der Mitschrift zu Problemen führen (vgl. GLATZ, 2013).

Studierende nehmen in den Anfangssemestern aber auch kaum Gebrauch von zusätzlicher Literatur. Für die Vorbereitung auf die Prüfung der Vorlesung wird meistens nur die eigene Mitschrift und, falls vorhanden, das Skriptum der Vorlesung verwendet. Obwohl viele Hochschulen ihren Studierenden zahlreiche Lehrwerke kostenlos zur Verfügung stellen, nutzen nur sehr wenige diese Möglichkeit. Dies ist natürlich schade, da es den Studierenden vieles erleichtern würde (vgl. GLATZ, 2013).

Diese eben genannten Schwierigkeiten der Zeiteinteilung, aber auch der Lernstrategien sind vor allem „bei Inhalten und Themenbereichen sichtbar, die kaum in der Schule behandelt wurden oder deren Zugänge grundlegend anders sind“ (GLATZ 2013, S. 55). Vor allem das mathematische Beweisen verursacht häufig Probleme, da der Großteil der Studierenden „wenig oder keine Erfahrung aus dem Schulunterricht mit Beweisen“ vorweisen kann (ebd.). Des Weiteren ist es auch wichtig, dass sich Studienanfängerinnen und Studienanfänger ein adäquates „hochschulmathematisches Basiswissen“ aneignen, da gewisse Inhalte das Fundament für weitere Anwendungen sind (ebd.).

Ein weiteres problematisches Thema sieht GLATZ in der Stetigkeit. „Ein typischer Themenbereich, der sehr vielen Erstsemestrigen große Schwierigkeiten bereitet, ist das Arbeiten mit Grenzwerten und Stetigkeit einer Funktion an einer Stelle [...]“ (2013, S. 58). Der Autor erwähnt auch, dass Studienanfängerinnen und Studienanfänger oftmals auch Probleme mit der Exaktheit haben und Rechenregeln vielfach falsch verallgemeinern. Studierende kämpfen außerdem auch mit der Abstraktheit von Inhalten (z. B. lineare Algebra). Außerdem fällt auch auf, dass vielen Studierenden oft die Fähigkeit der Anschauung fehlt (vgl. ebd.). „Es scheint so, dass aus der Schule kaum die Strategie beherrscht wird, Skizzen und andere Veranschaulichungen zum Finden von Ideen und Sachverhalten zu verwenden“ (ebd., S. 64).

Für die Lösung dieser genannten Problemfelder sieht der Autor die Chance in einem Brückenkurs. „Ein Brückenkurs kann sich an abstraktere, formalere Beispiele herantasten, damit die Studierenden erste Erfahrungen beim Bearbeiten solcher Aufgaben sammeln können“ (GLATZ, 2013, S. 58). Als weiteres Ziel eines Brückenkurses sieht er die Notwendigkeit, die „Problematik der Exaktheit und der begrenzten Gültigkeit von Aussagen und Rechenregeln für SchülerInnen sichtbar [zu] machen, um ihnen ein Verständnis für die Argumentationsbedürftigkeit bei Rechenverfahren zu ermöglichen“ (ebd., S. 61). Außerdem soll ein Brückenkurs „[e]in erstes Bewusstsein für abstrakte Strukturen [...] vermitteln und die Abstraktionsfähigkeit anregen“ (ebd., S. 64).

Da GLATZ auch als Studienvertreter arbeitete, konnte er auch zahlreiche Einblicke in die Probleme seitens der Studierenden gewinnen. Eine zentrale Fehlerquelle sieht er in der Beschaffung von wichtigen Informationen vor dem Studienbeginn.

> „Ein wesentliches Problemfeld, das sich sowohl in der Umfrage als auch bei den Beratungen feststellen lässt, ist die zum Teil schlechte Informiertheit der Studierenden vor dem Studium, sei es allgemein über die Universität, das Studium an sich sowie die LVen samt Ablauf, Anforderungen, Inhalt oder Methoden“ (2013, S. 65).

Durch die fehlenden Informationen können sich angehende Studierende auch kaum das erwartete Niveau des Studiums vorstellen. Sie wissen meist auch nicht über die vorausgesetzten mathematischen Fertigkeiten im Studium Bescheid. Ohne das nötige Vorwissen ist ein erfolgreicher Studienverlauf aber sehr unwahrscheinlich. Die Verantwortung für das Fehlen dieser Informationen sieht der Autor aber auch bei den Hochschulen selbst (vgl. GLATZ, 2013). „Ein großes Problem ist, dass Anforderungen momentan im Vorfeld kaum transparent gemacht werden, insbesondere von Seiten der Universität“ (ebd., 2013, S. 66). Zwar können angehende Studierende den Studienplan einsehen, diese geben aber nicht an, welche Voraussetzungen mitgebracht werden sollen. Konkrete Aufgaben würden die Vorstellung erleichtern und einen klareren Einblick gewähren (vgl. ebd.). GLATZ sieht wiederum die Chance zur Lösung dieser genannten Probleme in einem Brückenkurs und definiert ein Ziel dessen folgendermaßen.

> „Die Studierenden sollen einen Überblick über die vorausgesetzten mathematischen Inhalte (notwendiges schulisches Basiswissen) erhalten, um ihren eigenen Wissensstand überprüfen zu können. Darüberhinaus [*sic!*] sollen die Studierenden einen fachlichen und methodischen Einblick in das Studium erhalten, da durch eine ausreichende Informiertheit der Studieneinstieg erleichtert wird, weil sowohl der Zeitaufwand als auch der Zugang zu den gelehrten Inhalten transparenter wird und die Studierenden daher bewusster damit umgehen können“ (GLATZ, 2013, S. 67).

Wichtig ist auch, dass Studierende geeignete Techniken zum Lernen der hochschulischen Mathematik-Inhalte kennenlernen. Sie unterschätzen die Anforderungen oftmals und beginnen zu spät mit den Prüfungsvorbereitungen (vgl. GLATZ, 2013). Das rechtzeitige Mitlernen ist somit essenziell, denn „[d]as kurzfristige

Nachholen von viel Stoff am Ende des Semesters ist [für] die meisten Studierenden unschaffbar“ (ebd., S. 67).

Der Studienbeginn stellt sich für viele Studienfängerinnen und Studienanfänger tatsächlich als eine „Krisenerfahrung“ heraus (GLATZ, 2013, S. 68). Viele sind es von der Schule gewohnt, zu den Besten in Mathematik zu gehören. Dies kann sich während der ersten Wochen an der Universität schnell ändern und Studierende verspüren oftmals das Gefühl „nichts zu können“ (ebd.). Dies ist für viele eine sehr ungewohnte Situation und somit müssen sie versuchen, trotz Rückschläge nicht aufzugeben und positiv weiterzuarbeiten. Durch den Beginn eines Studiums ändert sich für viele Studierende auch das soziale Leben. Viele von ihnen ziehen in eine fremde Stadt und somit weg von ihren Eltern und ihrem gewohnten sozialen Umfeld und sind teilweise komplett auf sich alleine gestellt. Hierfür ist es ratsam, neue Bekannt- und Freundschaften zu schließen, um das Studium gemeinsam mithilfe von Freunden zu meistern. Außerdem können Studierende viel voneinander lernen und profitieren (vgl. ebd.).

Ein weiterer problematischer Aspekt während des Mathematik-Lehramtsstudienbeginns ist die Sinnstiftung. Viele Studierende sehen in den fachwissenschaftlichen Themen und Inhalten der Vorlesungen keinen Sinn für ihren späteren Beruf und daher sinkt ihre Motivation dafür enorm. Ein Grund dafür ist einerseits ein zu starker Fokus auf den erfahrenen Mathematik-Charakter aus der Schule, der hauptsächlich an Rechnen orientiert ist. Somit fehlt ihnen dann die Fähigkeit, Schulmathematik mit Hochschulmathematik zu verbinden (vgl. GLATZ, 2013). GLATZ sieht darin auch ein weiteres wichtiges Ziel eines Brückenkurses.

> „Der Brückenkurs soll den Studierenden klarmachen, dass fachwissenschaftliche Kompetenz und schulisches Niveau keine Widersprüche sind und dass beide Bereiche große inhaltliche Überschneidungen in grundlegenden Themen (Funktionen, Differenzierbarkeit, ...) haben. Der fachkompetente Vortragende soll die Inhalte verständlich bringen und kompliziertere, abstraktere Inhalte auch auf eine anschauliche Ebene herunterbrechen. Mit Begeisterung sollen sowohl schulnahe, als auch wissenschaftsnahe Inhalte geboten werden“ (2013, S. 73).

Studierende sollen aber die Zeit während des Studiums bereits sinnvoll für ihren späteren Beruf nützen. Als ideale Vorbereitung sieht der Autor „unterrichtsrelevante Aktivitäten“, wie in etwa das „Aufbereiten von Inhalten“, das „Erstellen von

Musterlösungen“, die „Vorbereitung von Präsentationen“ sowie das „Entwickeln eines guten Tafelbildes“ (GLATZ, 2013, S. 73). Studierende müssen sich auch bewusst sein, dass sie dafür selbst verantwortlich sind. Dieses Erkennen der eigenen Verantwortung soll in einem Brückenkurs gesteigert werden (vgl. ebd.).

5.2.2.2. Entwicklung und Implementierung des Brückenkurses

Nach Aufzeigen der aktuellen Problemfelder und Beschreiben der Ziele des Brückenkurses, konnte sich GLATZ um die Rahmenbedingungen des Kurses kümmern. Der Brückenkurs wurde als „Vorlesung mit Übung (VU)“ mit zwei Semesterwochenstunden festgesetzt. Im Vergleich zu anderen Brückenkursen ist der Aufwand von 22,5 Stunden dieses Kurses eher gering. Die Teilnehmerinnen und Teilnehmer mussten sich für den Kurs über das Online-System der Uni Graz anmelden und es galt Anwesenheitspflicht, da es sich um eine prüfungsimmanente Lehrveranstaltung handelte. Dies bedeutet, dass die Note nicht nur aus einer Prüfung am Ende des Kurses entsteht. Für die Absolvierung des Kurses wurden Studierende mit 1,5 ETCS für ihre Wahlfächer belohnt. Das mitwirkende Personal beschränkte sich auf eine Person, GLATZ, der für die komplette Planung und Durchführung des Kurses verantwortlich war. Zusätzlich zu dem eingeschränkten Personal war auch Zeit nur spärlich vorhanden, da die Genehmigung erst Ende Mai 2012 stattfand, der Kurs aber bereits für den Anfang des Wintersemesters 12/13 (August – Oktober) geplant war. Aufgrund dieses Zeitmangels musste GLATZ auch auf sämtliche e-Learning-Anteile und somit auf das Blended-Learning Format des Kurses verzichten. Um den Studienbeginn nicht zusätzlich durch einen Vorbereitungskurs zu erschweren, fand der Kurs bereits im September, also vor dem eigentlichen Studienbeginn, statt. Dadurch konnten natürlich nicht alle Studierenden teilnehmen (z. B. jene, die noch nicht am Studienort oder in der Nähe davon wohnen) (vgl. GLATZ, 2013). Abbildung 31 fasst nochmals die Ziele des Kurses zusammen.

Ziel	Begründung
Schulwissen festigen/nachholen	Bereitstellung eines notwendigen Grundwissens und Rechenkompetenz
Vorverständnis von typischen Probleminhalten des 1. Semesters erhalten	frühzeitige Sensibilisierung, um intensive Beschäftigung zu motivieren; geeignete Hilfsmittel (Skizzieren usw.) anbieten, Abbau von *obstacles*
Exaktes Formulieren kennenlernen	Minimierung der Probleme mit Notationen usw.
Erhöhung der Abstraktionsfähigkeit und Sensibilisierung von strukturellem Denken	Verringerung der Probleme in abstrakten Lehrveranstaltungen
Zugänge wissenschaftlicher Mathematik kennenlernen (Definition – Satz – Beweis usw.)	Verringerung von *belief overhangs* als zusätzliche Hürde
hochschulmathematische Lehr- und Lernformen erleben	frühzeitige Anpassung an den geänderten *didactic contract Ebene i) (Allgemein)*, frühzeitige Entwicklung von geeigneten Strategien ermöglichen
Motivation und Sinnstiftung anregen	(besonders Lehramts-)Studierende für wissenschaftliche Mathematik und ihre Zusammenhänge begeistern, um eine positive Einstellung zum Studium zu entwickeln

Abbildung 31: Ziele des Brückenkurses (GLATZ, 2013, S. 83)

5.2.2.3. Genannte Ziele in der Lehrveranstaltungsbeschreibung

Wie bereits oben erwähnt, war eine Anmeldung über das Online-System der Uni Graz notwendig. Dabei trafen Studierende auf folgende Kursbeschreibung.

> „Grundlegende (mathematische) Kompetenzen (auf Maturaniveau) sollen durch die unter »Inhalt« genannten mathematischen Teilgebiete IN GRUNDZÜGEN kennengelernt bzw. erarbeitet oder auch weiter vertieft werden, abhängig von den Fähigkeiten, die die Studierenden aus der Schule mitbringen. Diese Kompetenzen betreffen...
>
> a) die mathematische Sprache
> b) den Umgang mit mathematischen Inhalten und Problemstellungen/Aufgaben
> c) Lerntechniken für das Mathematik-Studium
>
> Insbesondere sollen gravierende Defizite dieser Fähigkeiten aufgrund unterschiedlicher Schultypen oder Lehrkräfte minimiert werden“ (GLATZ 2013, S. 85).

Die genannten Kompetenzen erläutert der Autor noch näher.

a) „Ziele betreffend der mathematischen Sprache [*sic!*]

- Verstehen mathematischer Sprache und korrekte Verwendung/Interpretation von Fachvokabular
- Erkennen der Notwendigkeit einer exakten mathematischen Sprache
- Erkennen der Vorteile von mathematischer Kurzschreibweise
- Selbstständiges Verstehen/Erfassen mathematischer Texte
- Selbstständiges Formulieren/Verfassen mathematischer Aussagen/Texte, auch in Ansätzen unter Verwendung (korrekter) mathematischer Kurzschreibweise“ (GLATZ, 2013, S. 86).

b) „Ziele betreffend der mathematischen Inhalte [*sic!*]

- für die unter »Inhalt« genannten Objekten und Themengebiete ein (anschauliches) Verständnis zu haben, diese Inhalte wiedergeben bzw. erklären zu können sowie mit diesen Inhalten auf einer operativen Ebene arbeiten zu können
- die Fähigkeit, mathematische Theorie nachzuvollziehen
- Übertragung von mathematischer Theorie auf konkrete Beispiele (»Transferleistung«)
- die Fähigkeit, mathematische Problemstellungen selbstständig zu verstehen und zu lösen
- die Fähigkeit, konkreten [sic!] Beispiele zu verallgemeinern (»Abstraktion«, »Verallgemeinerung«)
- ein erstes Kennenlernen des (strengen) inneren Aufbaus einzelner Teilgebiete (»Mathematik als deduktive Wissenschaft«)
- ein erstes Verständnis für das Konzept »Definition-Satz-Beweis«
- das Erkennen der Beweisbedürftigkeit mathematischer Aussagen
- ein erstes Kennenlernen typischer Vorgangsweisen beim Beweisen (»Beweisstrategien«) als Einstiegshilfe in die Hochschulmathematik
- ein erstes Kennenlernen der Zusammenhänge zwischen den verschiedenen Teilgebieten der Mathematik
- die Erkenntnis, dass wesentliche Konzepte (Funktionen, ...) bei vielen mathematischen Teilgebieten auftauchen
- Verminderung von Berührungsängsten und einer negativen Grundhaltung gegenüber hochschulmathematischen Inhalten und Zugängen“ (GLATZ, 2013, S. 86).

c) „Ziele betreffend der Lerntechniken [*sic!*]

- Erwerb/Erhöhung von Frustrationstoleranz
- Fähigkeit zur (selbstständigen) Überprüfung des Lernerfolges
- Fähigkeit des eigenverantwortlichen Lernens (auch mit geeigneter (Fach-) Literatur)
- Erwerb von effektiven Lernstrategien im Umgang mit (neuen) mathematischen Inhalten
- die Fähigkeit, den notwendigen Zeitbedarf für das Mathematik-Lernen einschätzen zu können“ (GLATZ, 2013, S. 87).

5.2.2.4. Inhalte des Kurses

Für die Auswahl der Inhalte orientierte sich GLATZ an den Lehrveranstaltungen des ersten Semesters, sowohl Lehramt als auch Bachelor. Dies resultierte in einem Hauptaugenmerk auf Analysis, doch der Autor ergänzte auch durch Hauptinhalte der Vektorrechnung, um auch Bachelor-Studierende als Publikum zu erreichen. Natürlich versuchte er auch, die Inhalte einzubauen, die während der Suche nach den Problemfeldern besonders aufgefallen sind. Die Reihenfolge der Inhalte spiegelte die Anordnung der Lehrveranstaltungen wider (vgl. GLATZ, 2013). Abbildung 32 gibt einen Überblick über die Kursinhalte.

		Vorlesungseinheit 1,5 h	Übungseinheit 45 min
Mo	17.9	Orientierungstest, Mengenlehre und Logik	Mengenlehre und Logik (VO)
Di	18.9.	Verknüpfungen und Rechenregeln	Mengenlehre und Logik
Mi	19.9.	Funktionen	Verknüpfungen und Rechenregeln
Do	20.9.	Folgen und Reihen	Funktionen
Fr	21.9.	Folgen und Reihen (UE)	Ungleichungen (UE), Gleichungen (VO)
Mo	24.9.	Grenzwerte und Stetigkeit	Gleichungen (UE)
Di	25.9.	Differentialrechnung	Grenzwerte und Stetigkeit
Mi	26.9.	Integralrechnung	Differentialrechnung
Do	27.9.	Abschlusstest, Vektorrechnung	Integralrechnung
Fr	28.9.	Wiederholung und Vertiefung	Reflexion, Bibliotheksbesuch

Abbildung 32: Übersicht der Kurstage und Inhalte im Brückenkurs WS 12/13 (GLATZ, 2013, S. 93)

Außerdem gab es auch eine Beschreibung der Inhalte innerhalb der Lehrveranstaltungsbeschreibung.

> „Exemplarisch werden zentrale Themen des Schulstoffes der Oberstufen von AHS und BHS behandelt. Die Themenwahl hängt im Konkreten von den Kenntnissen der TeilnehmerInnen ab. Insbesondere werden jene Themengebiete vertieft, die darüber hinaus für das erste Studienjahr in den Mathematik-Studien von Relevanz sind. Solche Themengebiete sind z. B.
>
> - (Zahlen)Mengen ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$) und ihre Eigenschaften bzw. Besonderheiten;
> - Rechenregeln/-gesetze und Term-Umformungen (Bruchrechnung, Potenzen, Wurzeln, Binomische Formeln, Variablen, ...);
> - Gleichungen (linear, quadratisch, höhere Grade), Ungleichungen (linear, quadratisch, Betragsungleichungen) sowie (lineare) Gleichungssysteme;

- Funktionen (grundlegende Definitionen: Bild, Urbild etc.; Stetigkeit; Polynomfunktionen und rationale Funktionen, e-Funktion und Logarithmus, Sinus und Cosinus);
- Differential- [*sic!*] und Integralrechnung (Tangentenproblem; Rechenregeln für das Ableiten, darunter Produkt-, Quotienten- und Kettenregel; Integralbegriff als Stammfunktion bzw. Fläche unter der Kurve; Rechenregeln wie Partielle Integration und Substitution);
- Vektoren und Vektorräume (Rechenregeln, Beträge und Winkel, Geraden und Ebenen).

Begriffe und Definitionen aus der Schule werden wiederholt und (wo nötig bzw. sinnvoll) exaktifiziert. Als Ausblick auf die Hochschulmathematik in den Mathematik-Studien werden auch Konzepte wie Definition-Satz-Beweis anhand einfacher Beispiele illustriert. Die Gewichtung in dieser LV bezüglich der operative[n] Ebene (»Rechnen können«, z. B. Bruchrechnung) hängt von den Fähigkeiten der Studierenden ab. Um die Studierenden auf das hohe Abstraktionsniveau in den Mathematik-Studien vorzubereiten, wird nach inhaltlicher/zeitlicher Möglichkeit und nach Fähigkeit der Studierenden zunehmend ein höherer Abstraktionsgrad als in der Schule angestrebt – eine Zweigleisigkeit (anschaulich ↔ abstrakt) soll diesen Schritt erleichtern“ (GLATZ, 2013, S. 94f.).

5.2.2.5. Übungsbeispiele aus den einzelnen Themengebieten

Um einen näheren Einblick in den Kurs zu gewähren, möchte ich aus den einzelnen Inhaltsbereichen ein Übungsbeispiel zeigen.

5.2.2.5.1. (Zahlen)Mengen

Dieses Inhaltsgebiet beschreibt der Autor als fundamental für weitere Inhalte, z. B. Funktionen, und es erleichtert das Kennenlernen von formalen Definitionen, beispielsweise Vereinigung und Durchschnitt (vgl. GLATZ, 2013).

Seien die Intervalle I_1, I_2, I_3 gegeben. Bestimme die Mengen $I_1 \times I_2$, $I_2 \times I_3$, $I_1 \times \mathbb{R}$.

$$I_1 := (0, \infty) \qquad I_2 := (3, 4] \qquad I_3 := [-2, 4]$$

Gib auch geeignete Skizzen in der Zahlenebene $\mathbb{R}^2$ (also in einem x-y-Koordinatensystem) an.

Abbildung 33: Ubungsbeispiel zum Thema (Zahlen)Mengen (GLATZ, 2013, S. 96)

Laut Autor stellte sich dabei der Unterschied zwischen Intervall und Paar als problematisch heraus. Er empfiehlt daher, das kartesische Produkt klarer vom Intervall zu trennen oder Intervalle in anderer Form zu notieren (vgl. ebd.).

5.2.2.5.2. Logische Aussagen

Anschließend werden logische Aussagen behandelt, da diese teilweise schon im vorherigen Themengebiet auftraten. Außerdem soll damit die formale Schreibweise trainiert werden, um die Kursteilnehmerinnen und -teilnehmer damit ein wenig in die Richtung des Beweisens zu führen. Durch die Übungsbeispiele sollte der innermathematische Charakter von hochschulischen Aufgaben hervorgehoben werden, um Studierende vom „Nachkochen von Rezepten“ wegzubringen (vgl. GLATZ, 2013).

Sei p eine mathematische Aussage. Dann bezeichnen wir mit $\neg p$ die sogenannte Negation von p, also jene Aussage, die wahr ist, wenn p falsch ist, und falsch ist, wenn p wahr ist:

p	$\neg p$
W	F
F	W

Sei nun p die Aussage: »Es regnet« und q die Aussage »Die Sonne scheint«. Formalisiere folgende Aussagen (d. h. gib sie in mathematischer Kurzschreibweise an):

a) »Es regnet und die Sonne scheint«
b) »Wenn die Sonne scheint, dann regnet es nicht«
c) »Es regnet oder es scheint die Sonne«
d) »Entweder regnet es, oder es scheint die Sonne.«

Abbildung 34: Übungsbeispiel zu „Logische Aussagen“ (GLATZ, 2013, S. 97)

5.2.2.5.3. Rechengesetze und Algebra

Dieses Themengebiet greift auf bereits bekannte Inhalte aus der Sekundarstufe II zurück, betrachtet diese aber von einem abstrakteren Standpunkt aus. Abstrakte Strukturen stehen dabei wieder im Vordergrund und Notationen werden wiederholt oder neu erklärt, falls sie während der Schulzeit nicht gelehrt wurden. Außerdem lernen Studierende die vollständige Induktion als weitere Beweistechnik kennen (vgl. GLATZ, 2013).

Zeige die Gültigkeit der binomischen Formel

$$\forall a, b \in \mathbb{R}: \quad (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Du darfst dabei verwenden, dass $\mathbb{R}$ ein Körper ist (siehe Satz 5.1 Seite 20 und Def. 4.3 auf Seite 17). Ein Hinweis: Es ist zunächst nicht offensichtlich, dass z. B. $a + a = 2a$ ist. Das ist mit der Gleichung $a = 1 \cdot a$, der Rechenregel $1 + 1 = 2$ sowie den Rechengesetzen (z. B. Distributiv-Gesetz) erst zu zeigen. Notiere insbesondere bei jedem Schritt, welche Rechenregel im Körper (siehe S. 17) du verwendet hast.

Abbildung 35: Übungsbeispiel zu „Rechengesetze und Algebra“ (GLATZ 2013, S. 99)

Studierende bekommen für diese Aufgabe einen klaren Argumentationsweg vorgegeben, der bei jedem Schritt das Notieren des zu Grunde liegenden Rechengesetzes erfordert. Außerdem sollen Studierende bei dieser Aufgabe die Gültigkeit der binomischen Formel zeigen, eine Aussage, die normalerweise als selbstverständlich vorausgesetzt wird. Somit wird das kritische Hinterfragen verstärkt und die Notwendigkeit für das Beweisen von mathematischen Aussagen gefordert (vgl. ebd.).

5.2.2.5.4. Funktionen

Obwohl das Thema Funktionen auch in der Schule vielfältig ausgearbeitet wird, gibt es an Hochschulen trotzdem noch einiges zu ergänzen. In dem Brückenkurs wird vor allem das Verknüpfen von Funktionen in den Vordergrund gestellt. Durch diese Inhalte nähert man sich schrittweise abstrakteren und allgemeineren Darstellungen, wodurch der Wechsel von schulmathematischer auf hochschulmathematische Sicht von Funktionen erleichtert werden soll. (vgl. GLATZ, 2013).

Skizziere die Funktion $\ln(x-1)$ sowie $e^{(x^2)}$, wo die Funktionen definiert sind.

Abbildung 36: Übungsaufgabe zum Thema „Funktionen“ (GLATZ, 2013, S. 103)

Wie diese Übungsaufgabe zeigt, werden auch „sehr elementare, schulnahe Beispiele bearbeitet“ (GLATZ, 2013, S. 103). Da Studierende mit dieser Art von Beispielen sicher mehr vertraut sind, sollen sie dafür aber mehr Wert auf die grafische Veranschaulichung legen. Der Autor fand heraus, dass Studierende nicht immer in der Lage sind, geeignete Skizzen anzufertigen, um sich dadurch mehr Anschaulichkeit zu verschaffen (vgl. ebd.).

Da das Kapitel Funktionen ein sehr fundamentales Gebiet der Mathematik ist, werden Studierende aber durchaus auch mit sehr komplexen Beispielen gefordert, wie Abbildung 37 zeigt. Diese Aufgabe erfordert spezifische Vorgänge für das korrekte mathematische Beweisen, wie in etwa das sinnvolle Benennen von Variablen, erlaubte Rechenregeln anzuwenden, etc. Außerdem lernen Studierende im Zuge dieses Beispiels auch die Rechenregeln für das Konjugieren von komplexen Zahlen kennen (vgl. ebd.).

Wir betrachten die Funktion $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ mit $f(a+ib) = a - ib$ für $z = a + ib \in \mathbb{C}$. Zeige oder widerlege (also Gegenbeispiel angeben):

$$\begin{aligned} \forall z_1, z_2 \in \mathbb{C}: &\quad f(z_1 + z_2) = f(z_1) + f(z_2) \\ \forall z_1, z_2 \in \mathbb{C}: &\quad f(z_1 \cdot z_2) = f(z_1) \cdot f(z_2) \end{aligned}$$

Welche Rechenregeln ergeben sich dann mit der Schreibweise $f(z) = \overline{z}$?

Abbildung 37: Übungsaufgabe zum Thema „Funktionen" (GLATZ, 2013, S. 104)

5.2.2.5.5. Folgen und Reihen

„Folgen und Reihen" war ursprünglich kein geplantes Thema für den Brückenkurs, der Orientierungstest zu Beginn zeigte aber einige Schwierigkeiten seitens der Studierenden im Umgang mit Reihen auf. Daraufhin wurde diese Materie in die Inhalte des Kurses eingebettet, wobei dabei mit Folgen auf einem komplexeren Niveau begonnen wurde. Die Übungsbeispiele dienten zur Berechnung der Folgenglieder einer Folge, dem Untersuchen einer Folge bzw. einer Reihe bezüglich Beschränktheit und Grenzwert (inklusive dessen Berechnen sofern vorhanden) sowie dem Kennenlernen bestimmter Folgen (z. B. Fibonacci-Folge). In der Übungsphase erwies sich der Schwierigkeitsgrad der Aufgaben aber als insgesamt zu hoch (vgl. GLATZ, 2013).

Es sei die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $a_n = (-1)^n \cdot \frac{1}{n^2}$ gegeben. Ist die Folge beschränkt? Ist die Folge monoton? (Eine Skizze kann helfen.)

Hat die Folge einen Grenzwert? Wenn ja, dann zeige per Definition des Grenzwertes (Definition B.2 im Skript auf Seite 164), dass die Folge wirklich den (vermuteten) Grenzwert besitzt.

Abbildung 38: Übungsaufgabe zum Thema „Folgen und Reihen" (GLATZ, 2013, S. 106)

Schwierigkeiten verursachte bei diesem Beispiel der formale Nachweis des Grenzwertes, sowohl das Suchen als auch das Beweisen selbst. Dies war für den Autor aber nicht überraschend, da ihm analoge Schwierigkeiten mit der Stetigkeitsdefinition im ersten Semester aufgefallen sind und diese von der Struktur her sehr ähnlich ist (vgl. ebd.).

Da sich, wie bereits oben erwähnt, das Thema Folgen und Reihen als sehr herausfordernd und teilweise zu schwierig herausgestellt hat, stellt der Autor einige Hinweise bezüglich Veränderungen und Verbesserung vor.

i) „In Summe sollte mehr Literatur zur Verfügung gestellt werden. Mehr vollständig durchgerechnete und kommentierte Beispiele (samt graphischer Veranschaulichung) sind sinnvoll. Die Einführung der Folgen war in dieser kurzen Zeit (bei wenig Vorwissen) zu dicht gedrängt – was durch schulnähere Beispiele im Skriptum etwas entschärft werden könnte. Insgesamt würde sich eine sinnstiftende Einleitung bzw. der Wert der Folgen an sich die Wichtigkeit der Folgen für die Hochschulmathematik herausstreichen [*sic!*]" (GLATZ, 2013, S. 107).

ii) „Das Niveau könnte allgemein tiefer angesetzt werden. Grundlagen wie das Berechnen von Folgengliedern, das Skizzieren von Folgen oder die anschauliche Untersuchung auf Beschränktheit und Monotonie sind auszuweiten. Im Gegensatz dazu könnte man die ε-N-Definition des Grenzwertes weglassen und auf einen anschaulichen Grenzwert-Begriff setzen. Die Rechenregeln für konvergente Folgen wird man trotzdem zitieren müssen, um das Berechnen der Grenzwerte von rationalen Folgen zu ermöglichen, was eigentlich in vielen Schulbüchern enthalten ist" (ebd.).

5.2.2.5.6. Ungleichungen, Gleichungen und Gleichungssysteme

Das Ausmaß dieses Kapitels war anfangs nicht so breit geplant, aber die Mehrheit der Kursteilnehmerinnen und -teilnehmer gab im Orientierungstest an, keine ausreichenden Kenntnisse über dieses Thema zu besitzen. Dies war der Grund für eine Erweiterung und Vertiefung dieses Inhaltsgebietes. Studierende stießen bereits im vorherigen Kapitel auf diese Materie, jedoch machten sie noch keinen Gebrauch von Fallunterscheidungen. Ebenfalls wurde der Fokus auf Betragsungleichungen gelegt, um deren Aufgabe zur Berechnung von Abständen hervorzuheben (vgl. GLATZ, 2013). Dies würden Studierende oft im ersten Semester in Analysis gebrauchen sowie bei den noch ausständigen Themen des Vorbereitungskurses „Grenzwerte von Funktionen“ und „Stetigkeit“ (GLATZ, 2013, S. 108). Überraschenderweise gab es beim Lösen von Gleichungssystemen Schwierigkeiten, vor allem wenn unendlich viele Lösungen auftraten und somit wurde dies vermehrt geübt. Laut den Studierenden konnten die Schwierigkeiten mit dieser Thematik in der Übungsphase behoben werden (vgl. ebd.).

Löse folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{array}{rcrcrcrl} 2x & + & 3y & + & z & = & 10 & (I) \\ x & - & y & + & 2z & = & 7 & (II) \end{array}$$

Abbildung 39: Übungsaufgabe zum Thema „Gleichungssysteme“ (GLATZ 2013, S. 109)

5.2.2.5.7. Grenzwerte und Stetigkeiten von Funktionen

Dass dieses Inhaltsgebiet Teil des Kurses war, lag vor allem daran, dass „viele Studierende im ersten Semester kaum selbstständig mit diesen Begriffen auf formaler Ebene arbeiten können“ (GLATZ, 2013, S. 109). Vor allem entsteht eine starke Diskrepanz zwischen der Anschauung und dem tatsächlichen Nachweis. Trotz Forderung dieser Thematik im Lehrplan, dürfte diese im Schullalltag nicht genügend ausgearbeitet werden (vgl. ebd.).

Untersuche, ob die Funktion $f : \mathbb{R} \setminus \{2\} \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \frac{x^2 - 4 - 3 \cdot |x-2|}{x-2}$$

einen Grenzwert an der Stelle $x_0 = 2$ hat. Skizze! (Tipp: Fallunterscheidung machen, um den Betrag aufzulösen.)

Abbildung 40: Übungsaufgabe zum Thema „Grenzwert und Stetigkeit von Funktionen“ (GLATZ, 2013, S. 112)

Eine Fallunterscheidung für den Betrag erleichtert die Funktionsgleichung, daher wird diese auch als Tipp angegeben. Durch eine Skizze wird dieses Beispiel begreiflich und simpel, weswegen diese auch explizit gefordert wird (vgl. ebd.). Dies sollte den Studierenden aber auch alleine gelingen und GLATZ definiert ein längerfristiges Ziel in diesem Sinne folgendermaßen:

> „Längerfristiges Ziel (für die Studierenden) muss natürlich sein, dass sie selbstständig nach passenden Veranschaulichungen suchen, um Beispiele dadurch leichter lösbar zu machen“ (2013, S. 112).

5.2.2.5.8. Differenzialrechnung

Differenzialrechnung ist gewöhnlich ein sehr ausführlich behandeltes Thema im österreichischen Mathematikunterricht. Vor allem der systematische Charakter (das Ableiten von Polynomfunktionen, die klassische Kurvendiskussion, etc.) steht im Vordergrund, wobei in den letzten Jahren auch vermehrt der inhaltliche Aspekt der Ableitung hervorgehoben wurde, z.B. die momentane Änderungsrate (vgl. GLATZ, 2013). „Das bedeutet aber nicht, dass auf formaler Ebene mit den Grenzwerten gearbeitet werden muss, insbesondere wenn ein sauberer Grenzwertbegriff (samt erlaubten Rechenregeln) fehlt“ (ebd., S. 113). Daher ist auch eine sinnvolle Anwendung des Grenzwert-Begriffs im Brückenkurs vorgesehen und Ableitungen werden über Definitionen berechnet. Die Problematik der Grenzwertdefinition wird innerhalb der Übungsaufgaben aufgegriffen und es soll den Studierenden klar werden, die Differenzialquotient-Definition für das Berechnen der Ableitung zu verwenden (vgl. ebd.). Ableitungsregeln werden auch hergeleitet und bewiesen, um den „schließenden Charakter der Hochschulmathematik zu demonstrieren“ (GLATZ, 2013, S. 113). Abbildung 41 zeigt eine Übungsaufgabe, die explizit die Definition der Differenzierbarkeit verlangt und zusätzlich eine Formel zur Hilfe angibt. Diese Formel soll bewirken, dass Studierende die allgemein formulierte Aussage über das Herausheben eines Faktors auf dieses Beispiel anwenden. Zusätzlich wird mit dieser Aufgabe auch die Summenschreibweise trainiert. Ein analoges Beispiel dazu gab es auch im Vorlesungsteil, wodurch die Studierenden mit dem Schwierigkeitsgrad der Aufgaben gut zurechtkamen (vgl. ebd.).

Zeige über die Definition der Differenzierbarkeit, dass $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = x^3$ für alle $x \in \mathbb{R}$ differenzierbar ist. Möglicherweise kann folgende Formel für $n \in \mathbb{N}$ helfen:

$$x^n - y^n = (x - y) \cdot \sum_{k=0}^{n-1} x^{n-1-k} \cdot y^k \, .$$

Abbildung 41: Übungsaufgabe zum Thema „Differenzialrechnung“ (Glatz, 2013, S. 114)

Klassische Schulbeispiele, wie Kurvendiskussion oder Extremwertaufgaben, wurden bewusst nicht behandelt, da sie einerseits genügend Anwendung im Schullalltag finden und andererseits kaum Relevanz in den hochschulischen Lehrveranstaltungen haben (vgl. ebd.).

5.2.2.5.9. Integralrechnung

„Das Thema »Integralrechnung« wurde vergleichsweise schulnah und nach Möglichkeit so wenig abstrakt wie nötig aufgebaut“ (GLATZ, 2013, S. 116). Der Brückenkurs versuchte vor allem den Unterschied zwischen bestimmtem und unbestimmtem Integral hervorzuheben und der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung ist einer der wichtigsten Sätze. Das Riemannsche Integral bietet die Basis für den Integralbegriff. Ein weiteres Ziel des Kurses war es, Studierenden übliche Rechenmethoden, z. B. partielle Integration oder Substitution, näher zu bringen (vgl. ebd.). Der Autor betont aber, dass der Fokus nicht auf dem „Trainieren“ dieser Methoden lag, sondern versucht wurde, „exemplarische Möglichkeiten aufzuzeigen“ (ebd., S. 117). Außerdem sollten Studierende genügend Vorwissen erlangen, „um sich im Lauf des Semesters auf die theoretischeren, exakteren Zugänge konzentrieren zu können und sich nicht auf das »Rechnen« konzentrieren zu müssen“ (ebd.).

Übungsaufgaben dienten zur Bestimmung von Flächen zwischen zwei Graphen, aber auch zum Finden von Stammfunktionen einfacher, rationaler Funktionen. Außerdem wurden Beispiele mittels Substitution oder partieller Integration berechnet, sowie etwas schwierigere Übungen mittels Partialbruchzerlegung gelöst. Die nötigen Grundlagen für die Übungsaufgaben waren im Vorlesungsteil angegeben, doch es stellte sich heraus, dass für Studierende die Wahl der passenden Methode problematisch war (vgl. ebd.).

5.2.2.5.10. Vektoren und Vektorräume

Aufgrund von Zeitmangel wurde das Thema „Vektoren und Vektorräume“ nur kurz angeschnitten. Daher wurden nur Verknüpfungen definiert und anhand von Beispielen im $\mathbb{R}^2$ illustriert. Übungsaufgaben wurden nicht geboten, da mehr Fokus auf Integralrechnung gelegt wurde. Im Skriptum war aber eine sehr umfangreiche Ausarbeitung zu diesem Thema zu finden (vgl. GLATZ, 2013).

5.2.2.6. Fazit

Der Autor war sich gewisser Einschränkungen der Ziele des Kurses von vornherein bewusst. Aufgrund des sehr beschränkten Zeitrahmens des Brückenkurses kann nicht damit gerechnet werden, dass dieser alle schulischen Wissenslücken der Teilnehmerinnen und Teilnehmer schließt. Ziel war es jedoch, dass Studierende diese Lücken erkennen und somit ihre Defizite aufholen können. Er verneinte auch Erwartungen, den kompletten Inhalt des ersten Semesters zu erlernen sowie jegliche wissenschaftliche Themen durchzuarbeiten. Mathematisches Beweisen in etwa, erlernt man nicht binnen so kurzer Zeit (vgl. GLATZ, 2013). Ein Brückenkurs soll Studierende aber in die Thematik einweisen und somit „etwaige Berührungsängste nehmen und vor Frustration schützen“ (ebd., S. 84).

Um den Lernerfolg der Studierenden während dieser Lehrveranstaltung zu bestimmen, gab es am Ende des Vorbereitungskurses einen Abschlusstest. Dieser bestand aus vier Aufgaben und musste ohne Unterlagen und ohne Hilfsmittel innerhalb von 50 Minuten bearbeitet werden. Themengebiete, die beim Orientierungstest noch nicht geprüft wurden, waren Teil dieses Tests, aber auch Inhalte des Brückenkurses selbst, um Rückschlüsse über den Lernfortschritt zu erlauben (vgl. ebd.).

Trotz intensiver, zweiwöchiger Bearbeitung dieser Themen beschreibt der Autor die Resultate „ernüchternd“ (GLATZ, 2013, S. 134). Abbildung 42 gibt einen Überblick über die einzelnen Aufgaben und deren Lösungshäufigkeiten beim Abschlusstest.

Nr	Inhalt	Lsg.-Häuf. (%)
Bsp 1a	Funktion $f(x) = \sin(x) \cdot e^{-x^2}$ skizzieren	4
Bsp 1b	Funktion $g(x) = x + 3 + \frac{1}{x+2}$ skizzieren	20
Bsp 2a	Monotonie der Folge $\frac{n+1}{n}$	49
Bsp 2b	Beschränktheit der Folge	13
Bsp 3	Differenzierbarkeit über Definition	20
Bsp 4a	Ableitung von $\frac{\pi}{2} \cdot e^{3x+5}$-Funktion	29
Bsp 4b	Stammfunktion der $\frac{\pi}{2} \cdot e^{3x+5}$	33

Abbildung 42: Lösungshäufigkeiten der Aufgaben beim Abschlusstest (GLATZ 2013, S. 134)

Der Autor fasst den Kurs folgendermaßen zusammen:

> „Aus fachlicher Sicht muss damit festgestellt werden, dass nicht alle Studierenden das angestrebte Niveau erreicht haben. Trotzdem stimmen einige korrekte Lösungen optimistisch, dass Studierende Konzepte und Rechenmethoden wiederholen, vertiefen oder nachholen konnten. Der Abschlusstest zeigt, was zu erwarten [*sic!*]: Es ist nicht realistisch, dass Studierende bei vielfältigen Defiziten vom geforderten Soll-Zustand diese innerhalb von zwei Wochen Brückenkurs ausgleichen können. Nichtsdestotrotz wurde der Brückenkurs auch aus fachlicher Sicht sehr positiv beurteilt [...]" (GLATZ, 2013, S. 134).

5.2.2.7. Feedback

Am Ende des Brückenkurses ermöglichte der Autor die Evaluierung des Kurses durch einen anonymen Fragebogen. Dabei wurden Studierende bezüglich des Konzepts, der Inhalte, der Vorbereitung, ihrer Zufriedenheit, etc. befragt (vgl. GLATZ, 2013). Eine detaillierte Beschreibung der Ergebnisse würde den Rahmen dieser Arbeit überschreiten.

Zusätzlich gab es einen weiteren Fragebogen im Zeitraum des zweiten Semesters, wodurch die Erfahrungen und Schwierigkeiten bezüglich Studieneinstieg gesammelt wurden. Den Autor interessierten vor allem die inhaltlichen Probleme, die Schwierigkeiten mit den Lern- bzw. Lehrformen, aber auch Informationen zur

Motivation der Studierenden und mögliche Gründe für den Studienabbruch, falls dieser vollzogen wurde (vgl. ebd.).

Schließlich analysierte der Autor auch die Leistungen der Erstsemestrigen und versuchte einen Zusammenhang mit dem Besuch des Brückenkurses herzustellen.

> „Eine Interpretation der zuvor dargestellten Daten im Hinblick auf kausale Zusammenhänge mit dem Besuch des Brückenkurs [*sic!*] muss mit Bedacht geschehen. Es kann nicht eingeschätzt werden, in wie weit sich die Gruppen der Kursteilnehmenden und Nichtteilnehmenden schon vor dem Kurs unterschieden haben – und ob sie nicht auch ohne den Kursbesuch im Lauf des ersten Semesters gut oder besser mit dem Studium zurechtgekommen wären.
>
> Nichtsdestotrotz zeigt sich bei den Lehrveranstaltungen der *Höheren Mathematik* (VO und UE), dass die Brückenkursteilnehmenden besser abschneiden als die Nichtteilnehmenden. Das kann dahingehend interpretiert werden, dass das Behandeln der typischen Problemfelder diesbezüglich (Grenzwerte, Stetigkeit usw.) wirksam war und die Kursteilnehmenden dadurch im Laufe des Semesters besser mit diesen Inhalten zurechtkamen. Die niedrige[n] Durchfallquoten bei der *Höheren Mathematik I UE* würden sich mit der adäquate[n] Vorbereitung auf den *didactic contract* (Übungsmodus, Aufgabentypen etc.) durch den Brückenkurs erklären lassen.
>
> Dass es kaum unterschiedliche Leistungen in der Lehrveranstaltung *Grundbegriffe der Mathematik* gibt, lässt sich dadurch erklären, dass ein nur zweiwöchiger Kurs kein grundlegendes, abstraktes Verständnis von formaler Mathematik und den damit rigorosen Beweismethoden bewirken kann – was auch nicht Schwerpunkt des Kurses war.
>
> Insgesamt sind Studierende, die den Brückenkurs besucht haben, besser mit dem Studium zurechtgekommen, haben das Studium weniger häufig abgebrochen, haben bei Lehrveranstaltungen länger durchgehalten und haben Lehrveranstaltungen auch positiver absolviert“ (GLATZ, 2013, S. 155).

5.3. FH Campus Wien

> „Sie werden im Wintersemester 2018/19 ein **technisches Studium** an der FH Campus Wien beginnen und möchten vor Studienbeginn Ihre Kenntnisse in Fächern wie Mathematik, Physik usw. auffrischen? Oder wollen Sie im Workshop "Erfolgreich studieren" für Sie passende Lern- und Zeitmanagement-Strategien kennenlernen? Dann nutzen Sie die Möglichkeit an der FH Campus Wien, die speziell für Studierende im ersten Semester angebotenen Auffrischungs- und Einführungskurse zu besuchen!“ (FH Campus Wien).

Schmökert man durch die Homepage der FH Campus Wien und deren Informationen bezüglich Anmeldung und Bewerbung, so stößt man unter anderem auf die oben genannte Erwähnung von Brückenkursen. Diese werden durch rhetorische Fragen angeboten und sprechen so potenzielle Teilnehmerinnen und Teilnehmer an. Vor allem Studentinnen und Studenten folgender Studienrichtungen möchte die FH Campus mit ihrem Angebot der Brückenkurse erreichen:

- „Angewandte Elektronik
- Clinical Engineering
- Computer Science and Digital Communications
- Health Assisting Engineering
- High Tech Manifacturing“ (FH Campus Wien).

In folgenden Fächern wird ein Brückenkurs für Erstsemestrige angeboten:

- „Mathematik
- Physik
- Programmieren in C
- Erfolgreich studieren: Lernstrategien und Zeitmanagement
- Elektronik (nur für Studierende bestimmter Studiengänge)“ (FH Campus Wien).

Das Ziel dieser Brückenkurse wird folgendermaßen definiert:

> „Die einzelnen Brückenkurse vermitteln Grundlagenwissen, das für Sie beim Einstieg in ein technisches Bachelor- bzw. Masterstudium von Relevanz ist. Es unterrichten erfahrene FH-Lektorinnen und -Lektoren, die auch in der Lehre der technischen Studiengänge tätig sind“ (FH Campus Wien, 2018).

Ein Info-Blatt bietet zusätzliche Informationen zu den Brückenkursen. Dieses fasst die Inhalte des Mathematik-Brückenkurses wie folgt zusammen.

> „Die Teilnehmenden erhalten ein einheitliches Basiswissen über Zahlen und Funktionen, die grundlegende[n] Konzepte der Differential- [*sic!*] und Integralrechnung sowie das Lösen linearer Gleichungssysteme.
>
> Der Inhalt orientiert sich am Stoffgebiet des Stundenplans von Höheren Technischen Lehranstalten bzw. Oberstufe Gymnasium“ (FH Campus Wien, 2018).

Diese Inhalte werden in insgesamt 36 Lehreinheiten an verschiedenen Terminen im August vermittelt. Abbildung 43 gibt eine Übersicht der Kurstermine (FH Campus Wien, 2018).

> **Kurstermine**:

Tag	Datum	Beginn	Ende	Titel
Mi	01.08.2018	17:30	20:45	**Mathematik** > Anwesenheitspflicht beim ersten Termin zur Platzbestätigung für alle Angemeldeten!
Fr	03.08.2018	17:30	20:45	
Di	07.08.2018	17:30	20:45	
Do	09.08.2018	17:30	20:45	
Fr	17.08.2018	17:30	20:45	
Sa	18.08.2018	08:45	12:00	
Di	21.08.2018	17:30	20:45	
Mi	29.08.2018	17:30	20:45	
Fr	31.08.2018	17:30	20:45	

Abbildung 43: Terminübersicht für den Mathematik-Brückenkurs an der FH Campus Wien (FH Campus Wien, 2018)

Anmeldeschluss für Brückenkurse des Wintersemesters 18/19 ist der 16. Juli 2018 und für den Mathematik-Brückenkurs liegt die Höchstzahl der Teilnehmerinnen und Teilnehmer bei 100. Sollten alle Plätze bereits vor Anmeldeschluss vergeben sein, ist keine Anmeldung für diesen Kurs mehr möglich. Interessierte Studierende werden dann auf eine Warteliste gesetzt und haben die Chance, eventuell einen Platz in dem Vorbereitungskurs zu erhalten, da Restplätze für den Kurs auf der Warteliste vergeben werden. Die FH verweist daher auch auf eine rechtzeitige Anmeldung, da die Reihung der Anmeldungen nach Einlangen erfolgt und somit das „first come first served“- Prinzip gilt. Die Anmeldung für Brückenkurse erfolgt online und verlangt eine Platzreservierungsgebühr von 30€ pro Kurs. Der Brückenkurs selbst ist für Erstsemestrige der FH Campus Wien kostenlos (vgl. FH Campus Wien).

5.4. iMooX – Mint-Brückenkurs Mathematik

5.4.1. iMooX

iMooX ist eine österreichische Plattform und bietet Online-Kurse an, genauer genommen MOOCs.

> „Ein MOOC (Massive Open Online Course) ist eine spezielle Form von Onlinekursen, bei der traditionelle Formen der Wissensvermittlung wie Videos, Lesematerial und Problemstellungen mit Foren, in denen Lehrende und Lernende miteinander kommunizieren können, und Quizzes, anhand derer die

> Lernenden ihren Wissenserwerb überprüfen können, kombiniert werden. MOOCs eignen sich optimal, um Lerninhalte einer großen Zahl von Interessierten zeit- und ortsunabhängig näher zu bringen. Eine Obergrenze betreffend die Teilnehmeranzahl gibt es bei dieser Form von Onlinekursen nicht. Generell stellen MOOCs aufgrund ihrer multimedialen Aufbereitung einen niederschwelligen Zugang zu wissenschaftlich fundierten Informationen dar“ (Technische Universität Graz, 2017a).

Die Plattform wurde 2013 von der Karl-Franzens-Universität Graz und der Technischen Universität Graz gegründet. Ausschlaggebend dafür war unter anderem das Projekt „Entwicklung einer Bildungsplattform und Bereitstellung von kostenlos zugänglichen Kursen mit multimedialen Inhalten für eine möglichst breite Bevölkerungsschicht“, das vom Zukunftsfonds des Landes Steiermark unterstützt wurde (Technische Universität Graz, 2017a). Die Plattform steht in enger Zusammenarbeit mit der deutschen mooin-Plattform (vgl. Edukatico).

Diese Online-Kurse stehen den Interessentinnen und Interessenten also zu jeder Zeit, zu jedem Ort und vor allem kostenlos zur Verfügung. Das Ziel dieser Plattform ist es „universitäre und allgemeine Inhalte einer breiten Bevölkerungsschicht zugänglich zu machen und möglichst vielen die Möglichkeit zu geben, sich weiterzubilden“ (Technische Universität Graz, 2017a).

Ein weiterer Vorteil dieser Plattform ist, dass „alle Lernangebote von iMooX nicht nur kostenlos zugänglich, sondern auch frei, weiter- und wiederverwendbar [sind]. [...] [Das] bedeutet, dass alle auf iMooX angebotenen Inhalte zu eigenen (Lehr-) Zwecken verwendet werden können und auch (entgeltfrei) wiederverwendet werden dürfen“ (Technische Universität Graz, 2017a).

Außerdem steht das Projekt unter der Schirmherrschaft der UNESCO. Gründe dafür sind, dass das Projekt einen offenen Zugang zu Informationen anbietet und die Informations- und Kommunikationstechnologien im Bildungsbereich fördert. Dies bedeutet eine Umsetzung der UNESCO Schwerpunkte im Bereich Bildung (vgl. Technische Universität Graz, 2017a).

5.4.2. MINT-Brückenkurs Mathematik

Einer der verfügbaren Kurse auf dieser Plattform, der im Zuge dieser Arbeit von Interesse ist, ist der Kurs MINT-Brückenkurs Mathematik. Folgende Lernziele versucht der Kurs zu erreichen:

> „Mit Hilfe eines sogenannten Brückenkurses soll im Bereich des MINT-Faches Mathematik Schülerinnen und Schülern frühzeitig der Übergang an eine technische Hochschule erleichtert werden. Die Inhalte und damit Zielsetzung fokussieren auf einer Wiederholung, Festigung und Vertiefung des Oberstufen-Lehrinhalts im Fach Mathematik und bereiten damit auf die Studieneingangsphase eines technischen Studiums und alltägliche Fertigkeiten eines technischen Studiums vor“ (Technische Universität Graz, 2017b).

Der Kurs ist als Selbstlernkurs definiert, d.h. Kursteilnehmerinnen und Kursteilnehmer sind selbst verantwortlich für das Wiederholen, Auffrischen, Üben, Festigen, etc. der verfügbaren acht Module. Grundkenntnisse der Lehrinhalte der Sekundarstufe II werden vorausgesetzt. Jede der Lektionen beginnt mit einer kurzen Beschreibung der Inhalte. Dann werden Teilnehmerinnen und Teilnehmer mit Hilfe eines kurzen Videos in die Materie eingeführt. Anschließend stehen zahlreiche Online-Übungen zur Verfügung, welche den Teilnehmerinnen und Teilnehmern ermöglichen, das theoretische Wissen in der Praxis anzuwenden. Am Ende der Lektion wartet auf die Kursteilnehmenden ein Quiz, das einen Rückschluss auf den tatsächlichen Wissensstand ermöglicht. Sollten Fragen während der Bearbeitung der Inhalte auftreten, steht ein Forum zur Verfügung, wo etwaige Fragen gestellt werden können. Es bietet natürlich auch Platz für Diskussionen und gegenseitiges Helfen. Kursteilnehmende erhalten schließlich auch eine Teilnahmebestätigung, sofern sie alle Aktivitäten erledigt und mindestens 75 % der Fragen jedes Quizzes richtig beantwortet haben. Außerdem muss ein Fragebogen ausgefüllt und Feedback zu bestimmten Inhalten gegeben werden. Inwiefern eine Teilnahme an dem Kurs die mathematischen Fähigkeiten tatsächlich verbessert, muss aber kritisch hinterfragt werden (vgl. Technische Universität Graz, 2017b). Darauf wird auch im Zuge der Kursbeschreibung verwiesen:

> „Für die aktive Teilnahme am Kurs erfolgt bei Abschluss die Ausstellung einer automatisierten Teilnahmebestätigung, welche Ihren Benutzernamen, den Kursnamen, die Kursdauer und den Aufwand beinhalten. Es wird darauf hingewiesen, dass es sich nur um eine Bestätigung handelt, die aussagt, dass

die Benutzerin oder der Benutzer zumindest 75 % der gestellten Selbstüberprüfungsfragen richtig beantwortet hat“ (Technische Universität Graz, 2017b).

5.4.3. Kursinhalte

In diesem Unterkapitel sollen nun kurz die Inhalte vorgestellt werden, die mit Hilfe des Online-Kurses wiederholt werden.

5.4.3.1. Brüche

Diese Lektion wiederholt vor allem das Addieren und Erweitern von Brüchen. Außerdem wird auch das Kürzen sowie die Multiplikation und Division von Brüchen aufgefrischt. Abbildung 44 illustriert eine der Aufgaben (vgl. Technische Universität Graz, 2017b).

> Multiplizieren von Brüchen um die Anzahl der Gießkannen berechnen zu können
>
> Um die Blumen im Gastgarten der Pizzeria gießen zu können braucht Alberto 315 Liter Wasser im Jahr. Er besitzt eine Gießkanne, die 5 ½ Liter Wasser fassen kann. Um die Gießkanne tragen zu können wird sie nur zu 7/8 gefüllt.
>
> Wie viele Gießkannen muss Alberto im Jahr insgesamt tragen um die Blumen zu gießen?

Abbildung 44: Übungsaufgabe zum Thema „Brüche“ (Technische Universität Graz, 2017b)

5.4.3.2. Gleichungen

Die zweite Lektion behandelt lineare und quadratische Gleichungen und betont dabei die Normalform, die kleine und große Lösungsformel sowie die Diskriminante. Abbildung 45 zeigt eine Übungsaufgabe zu diesem Thema, die eine lineare Funktion zur Lösung verlangt (vgl. Technische Universität Graz, 2017b).

> Sanierung der Pizzeria
>
> Um die Pizzeria sanieren zu können braucht Alberto 6000 €. Alberto hat auf seinem Firmenkonto 1460 € gespart. Außerdem kann er im Moment monatlich 210 € sparen.
>
> Wie viele Monate braucht er um das Geld für die Sanierung gespart zu haben?

Abbildung 45:Übungsaufgabe zum Thema „Gleichungen“ (Technische Universität Graz, 2017b)

5.4.3.3. Funktionen I

Der erste Teil der Funktionen beschäftigt sich mit zahlreichen mathematischen Begriffen, wie in etwa injektiv, surjektiv und bijektiv. Abbildung 46 illustriert eine der fünf Selbstüberprüfungsfragen am Ende des Kapitels, bei der diese Begriffe abgeprüft werden (vgl. Technische Universität Graz, 2017b).

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

Wählen Sie eine oder mehrere Antworten:

- [ ] a. Jede surjektive Funktion ist bijektiv.
- [ ] b. Jede injektive Funktion ist surjektiv.
- [ ] c. Ist eine Funktion nicht bijektiv, so ist sie auch nicht injektiv.
- [ ] d. Jede bijektive Funktion ist surjektiv.

Abbildung 46: Quizfrage zum Thema „Funktionen“ (Technische Universität Graz, 2017b)

5.4.3.4. Funktionen II

Die vierte Lektion ist eine Weiterführung des Themas „Funktionen“ und bearbeitet in diesem Zusammenhang wichtige Begriffe, wie Definitions- und Wertebereich und zeigt wesentliche Arten von Funktionen sowie Rechenregeln auf. Abbildung 47 zeigt eine der 5 Quizfragen am Ende des Kapitels, bei der Teilnehmerinnen und Teilnehmer Eigenschaften der Sinus- und Cosinusfunktion kennen müssen (vgl. Technische Universität Graz, 2017b).

Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

Wählen Sie eine oder mehrere Antworten:

- [ ] a. $sin(0) = cos(0)$
- [ ] b. $sin(\frac{\pi}{4}) = cos(0)$
- [ ] c. $sin(\frac{\pi}{2}) = cos(0)$
- [ ] d. $sin(0) = cos(\frac{\pi}{2})$

Abbildung 47: Quizfrage zum Thema „Funktionen“ (Technische Universität Graz, 2017b)

5.4.3.5. Differenzieren

Thema der fünften Lektion ist das Differenzieren von Funktionen. Dabei werden die Rechenregeln für die Ableitung verschiedener Funktionen vorgestellt und wiederholt. Abbildung 48 zeigt eine der Quizfragen, die das Kennen und Anwenden von Ableitungsregeln erfordert (vgl. Technische Universität Graz, 2017b).

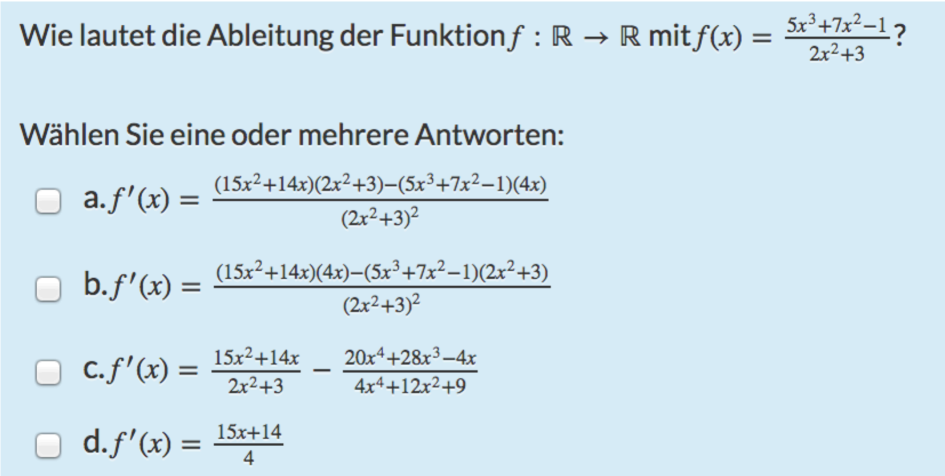


Abbildung 48: Quizfrage zum Thema „Differenzieren“ (Technische Universität Graz, 2017b)

5.4.3.6. Integralrechnung

Das Kapitel „Integralrechnung“ setzt sich vor allem mit der grafischen Visualisierung des Integrals auseinander und erwähnt die Berechnung der wichtigsten Stammfunktionen (vgl. Technische Universität Graz, 2017b). Abbildung 49 zeigt eine Frage, die beim Abschlusstest des Kapitels auftritt und die Berechnung eines Integrals erfordert. Teilnehmende müssen also die Regeln des Integrierens kennen und richtig anwenden sowie das Integral berechnen.

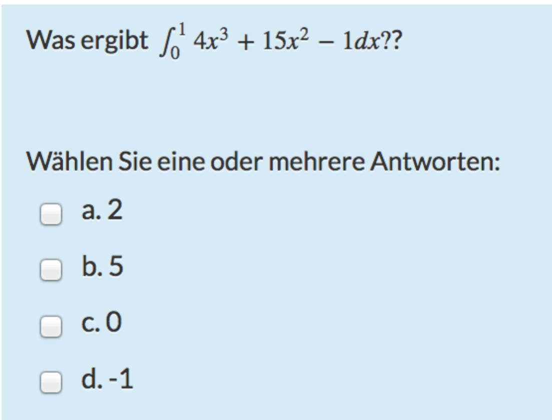


Abbildung 49: Testfrage zum Thema „Integralrechnung“ (Technische Universität Graz, 2017b)

5.4.3.7. Vektorrechnung

Die Lektion „Vektorrechnung“ gliedert sich in die Multiplikation von Vektoren, die Addition von Vektoren im $\mathbb{R}^3$ sowie die lineare (Un-)Abhängigkeit. Eine der Übungsaufgaben besteht darin, die Seiten eines Dreiecks durch die gegebenen Eckpunkte zu berechnen, wie Abbildung 50 zeigt. Kursteilnehmerinnen und Kursteilnehmer müssen dafür also die notwendigen Vektoren und schließlich auch deren Betrag für die tatsächliche Seitenlänge des Dreiecks berechnen (vgl. Technische Universität Graz, 2017b).

Vektoren als Seiten eines Dreiecks

Die Punkte (-1/1), (5/2) und (7/7) sind die Eckpunkte eines Dreiecks.
Berechne die Länge der Seiten a, b und c des Dreiecks.
Die Seite a ist vom ersten und zum zweiten Punkt, die Seite b ist vom zweiten zum dritten Punkt und die Seite c vom dritten zum ersten Punkt.

Abbildung 50: Übungsfrage zum Thema „Vektorrechnung“ (Technische Universität Graz, 2017b)

5.4.3.8. Matrizen

Das letzte Kapitel beschäftigt sich mit Matrizen und klärt zuerst die Frage, was Matrizen sind. Anschließend werden die Multiplikation von Matrizen mit Vektoren sowie die Multiplikation von Matrizen mit Matrizen erläutert. Außerdem wird auch die inverse Matrix erklärt. Eine der Übungsaufgaben verlangt das Wiedergeben eines Sachverhalts in Form einer Matrix für die Berechnung der Anzahl der Pakete (vgl. Technische Universität Graz, 2017b).

Sonderaktion der Buchhandlung

Eine Buchhandlung bietet vor den Ferien eine Sonderaktion an:
3 Pakete Taschenbücher zur Urlaubslektüre.

1. Im 1. Paket sind 3 Krimis, 3 Science Fiktion Bücher und 5 Abenteuerromane
2. Im 2. Paket sind 4 Krimis, 3 Science Fiktion Bücher und 2 Abenteuerromane
3. Im 3. Paket sind 5 Krimis, 2 Science Fiktion Bücher und 3 Abenteuerromane

Mit der Aktion soll das Lager geräumt werden. Es sind noch 2580 Krimis, 1770 Science Fiktion Bücher und 2080 Abenteuerromane vorhanden.
Wie viele Pakete jeder Sorte können zusammen gestellt werden?

Abbildung 51: Übungsaufgaben zum Thema „Matrizen“ (Technische Universität Graz, 2017b)

5.5. Technische Universität Wien

Sucht man nach Österreichs mathematischen Vorbereitungskursen, so stößt man unter anderem auf einen Online-Artikel der Tageszeitung Presse mit dem Titel „Mathematik: Studenten beherrschen den Stoff nicht“ (FABRY, 2015). Wie der Titel bereits verrät, beschreibt der Artikel die fehlenden mathematischen Grundkenntnisse der Studienanfängerinnen und Studienanfänger der Technischen Universität Wien. PRECHTL, damaliger Vizerektor der Fakultät, sah die Probleme vor allem in sehr grundlegenden Kenntnissen aus der Sekundarstufe I, etwa im Umgang mit Brüchen oder einfachen Funktionen. Einen Grund dafür sah er womöglich auch in dem veränderten Mathematik-Unterricht in der Schule.

> „Der Drill und das Trainieren sind weggefallen. Dafür ist in der Schule einfach keine Zeit mehr und dann versickert das vermittelte Wissen.“ (PRECHTL in FABRY, 2015).

Als Unterstützungsmaßnahme bietet die Technische Universität Wien daher seit einigen Jahren Brückenkurse an. Diese Kurse sollen den Studienanfängerinnen und Studienanfängern das Aufholen ihrer mathematischen Grundkompetenzen ermöglichen und somit den Studienbeginn deutlich erleichtern. Einer davon ist der Angleichungskurs Mathematik (kurz AKMATH), welcher vor bzw. zu Studienbeginn stattfindet (vgl. Technische Universität Wien, 2018a).

> „Der Angleichungskurs Mathematik der TU Wien richtet sich an **Studienanfängerinnen** und **Studienanfänger**, die Wissenslücken in Mathematik rechtzeitig schließen wollen“ (Technische Universität Wien, 2018a).

Hauptziel des Kurses ist eine Wiederholung der grundlegenden Inhalte der Schulmathematik, aber auch die Rechenfähigkeiten und –fertigkeiten der Studierenden zu festigen, um dadurch den Einstieg in eines der technischen Fächer durch ein gestärktes Mathematik-Wissen zu erleichtern. Dieses Mathematik-Wissen brauchen Studierende schließlich in zahlreichen Vorlesungen während des Studiums, sei es Physik, Mechanik, Elektrotechnik, etc., um die mathematischen Zusammenhänge leichter nachzuvollziehen und zu verstehen. Die Inhalte des Kurses basieren auf elementaren Kenntnissen der Schulmathematik. Konzipiert ist der Kurs aus einer Mischung von Vorlesungen und Online-Aufgaben und besteht aus zwei Zyklen. Einer davon findet bereits im September vor Studienbeginn statt, der zweite Teil zu Studienbeginn im Oktober. Mehr als die Hälfte der 4000 Studienanfängerinnen und Studienanfängern macht Gebrauch von diesem Angebot. Eine Anmeldung für diesen Kurs ist notwendig und kann ab Mitte August über die Organisationsseite der TU Wien, TISS, erfolgen. Es wird der Besuch beider Zyklen sehr empfohlen, besonders der erste Teil im September, da Studierende offiziell noch keine Lehrveranstaltungen haben und somit ihre volle Aufmerksamkeit dem Vorbereitungskurs widmen können. Dies ermöglicht neben der inhaltlichen Wiederholung auch einen ersten Eindruck in den Studienalltag. Natürlich werden dadurch, wie bereits oben erläutert, zahlreiche Studentinnen und Studenten ausgeschlossen, da nicht alle bereits im September Kurse besuchen können (vgl. Technische Universität Wien, 2018a).

Außerdem bietet die TU Wien in Kooperation mit der TU Graz und der Montanuniversität Leoben seit Anfang März 2018 auch kostenlose Online-Kurse an. Einer davon ist der bereits oben angeführte MINT Brückenkurs Mathematik auf www.iMooX.at, der an der TU Graz konzipiert wurde. Neben dem Mathematik-Kurs gibt es auch einen Kurs mit Schwerpunkt auf Mechanik und einen dritten mit Fokus auf Informatik und Programmieren. Ziel ist es, Schülerinnen und Schülern sowie Studentinnen und Studenten eine optimale Vorbereitung auf ein technisches Studium zu ermöglichen (vgl. Technische Universität Wien, 2018b)

> „Schülerinnen und Schüler sowie Studienanfängerinnen und -anfänger können sich zeitlich flexibel und ganz gezielt auf die Studieneingangsphase und auf alltägliche Fertigkeiten eines technischen Studiums vorbereiten. Die Kurse geben Sicherheit, für das Studium gerüstet zu sein und helfen, eventuell vorhandene Wissenslücken vor oder unmittelbar beim Einstieg in das Studium zu schließen“ (Technische Universität Wien, 2018b).

5.6. Universität Innsbruck

Auch die Universität Innsbruck bietet regelmäßig Vorbereitungskurse an. Einer davon ist der „Brückenkurs Mathematik für Physikerinnen und Physiker“ für das Wintersemester 2017/2018 (Universität Innsbruck, 2018). Folgendes Lernziel sollte der Kurs erreichen:

> „Das Ziel diese[s] Kurses ist das Auffrischen und Wiederholen der Oberstufen Mathematik. Nach diesem Kurs sollten alle Teilnehmer das notwendige

> Mathematische Wissen [*sic!*] besitzen, um die Erstsemester Physik Vorlesungen besuchen zu können“ (Universität Innsbruck, 2018).

Die Inhalte des Kurses basieren auf folgenden Themen:

- „Lineare Gleichungssysteme
- Elementare Funktionen
- Differenzialrechnung
- Koordinatensysteme
- Vektorrechnung
- Integrieren“ (Universität Innsbruck, 2018).

Der Kurs besteht aus einem Vorlesungs- und Übungsteil und findet geblockt Ende September statt. Der geschätzte Arbeitsaufwand liegt bei 2,5 ECTS (vgl. Universität Innsbruck, 2018).

5.7. Universität Wien

Auch die Universität Wien erlebt jährlich mathematische Schwierigkeiten im Übergang von der Schule zur Hochschule. Als Unterstützungsmaßnahme gibt es daher das Angebot eines Vorkurses, der im Wesentlichen zwei Ziele verfolgt.

> „Einerseits wollen wir die StudienanfängerInnen dabei unterstützen, sich im universitären Umfeld zu orientieren. Andererseits möchten wir dazu beitragen, dass die StudienanfängerInnen mit dem Schulstoff Mathematik in einer Art und Weise vertraut sind, wie es Dozierende an der Universität typischerweise voraussetzen“ (Universität Wien).

Der Kurs findet über zwei Wochen im September statt und kann von den Studierenden freiwillig besucht werden. Studierende können selbst entscheiden, ob sie nur eine Woche oder beide Wochen daran teilnehmen. Die Kosten belaufen sich auf 35 € pro Woche, welche vollständig an die betreuenden Studierenden ergehen. Es wird stark darauf geachtet, in Kleingruppen mit höchstens 15 Personen zu arbeiten und Frontalvorträge zu vermeiden. Das Format des Kurses ist besonders, denn Teilnehmerinnen und Teilnehmer können den Kurs individuell gestalten und an ihre Bedürfnisse anpassen. Sie können sich täglich für einen neuen Bereich entscheiden, den sie bearbeiten möchten (vgl. Universität Wien). Folgende Bereiche stehen ihnen dafür zur Verfügung:

— „Bereich 1: Termrechnen, elementare Funktionen, Gleichungen
— Bereich 2: Vektorrechnung
— Bereich 3: Differenzieren
— Bereich 4: Integrieren
— Bereich 5: Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik“ (Universität Wien)

Neben diesen Inhaltsbereichen liegt ein weiterer Fokus auf der Rechenfertigkeit von Studierenden, da diese oft an grafikfähige Taschenrechner gewöhnt sind, diese aber bei Prüfungen an der Universität nicht erlaubt sind. Des Weiteren wird die Komplexität von Übungs- und Prüfungsfragen der Universität betont, da diese sich oft sehr stark von den Typ 1 oder Typ 2 Aufgaben der Zentralmatura in Mathematik unterscheiden. Außerdem wird auch erwähnt, dass der Lehrstoff des Lehrplans den für die Zentralmatura relevant geltenden Stoff überschreitet (vgl. Universität Wien).

6. Vergleich der mathematischen Grundkompetenzen

In diesem Kapitel wird nun versucht, die mathematischen Schwierigkeiten an der Schnittstelle Schule/Hochschule herauszuarbeiten. Als Grundlage wird dafür der Mindestanforderungskatalog Mathematik, welcher die nötigen Mathematik-Kenntnisse für ein erfolgreiches WiMINT-Studium beschreibt, herangezogen (vgl. DÜRRSCHNABEL et al., 2014). Dessen Inhalte werden mit denen des Grundkompetenzkataloges für die schriftliche Reifeprüfung in Mathematik verglichen. Dieser verspricht eine „Ausgangsbasis für die Abnehmer, wie Universitäten und Wirtschaft, [...] auf welcher fundiert und verlässlich – im Sinne einer Anschlussfähigkeit, Hochschulreife bzw. Studierfähigkeit – aufgebaut werden kann" (AUE et al., 2015, S.1). Durch den Vergleich dieser beiden Dokumente soll die Problematik bezüglich fehlender mathematischer Kompetenzen dargestellt werden.

In den folgenden Unterkapiteln sollen nun die Inhaltsbereiche des Mindestanforderungskatalogs Mathematik näher begutachtet und passende Abschnitte aus dem Grundkompetenzkatalog präsentiert werden. Dafür wurden Tabellen verwendet, welche in den linken Spalten die Inhalte des Mindestanforderungskatalogs Mathematik und rechts die ähnlichen Grundkompetenzen für die schriftliche Reifeprüfung präsentieren (siehe Tabelle 1).

Kompetenzen aus dem Mindestanforderungskatalog Mathematik	**Inhalte aus dem Grundkompetenzkatalog für die schriftliche Reifeprüfung in Mathematik**

Tabelle 1: Tabellenkopf für den Vergleich der Grundkompetenzen

Oftmals wird auch der österreichische Lehrplan Mathematik für die AHS herangezogen, denn die Einleitung des Grundkompetenzkataloges macht deutlich, dass in diesem Katalog nicht alle im Lehrplan aufgelisteten mathematischen Kompetenzen gefragt sind. Trotzdem dürfen diese nicht vergessen werden (vgl. AUE et al., 2015).

6.1. Allgemeine mathematische Kompetenzen

„Alle anderen (im Lehrplan angeführten) mathematischen Kompetenzen dürfen im Unterricht keinesfalls eingeschränkt werden oder fehlen, sondern sollen im gleichen Ausmaß wie bisher thematisiert werden, um den besonderen Stellenwert dieses Faches im Kanon der allgemeinbildenden Unterrichtsfächer zu verdeutlichen" (AUE et al., 2015, S. 1).

6.1.1. Probleme lösen

„Sachverhalte oder Probleme in den WiMINT-Fächern können in unterschiedlichen Darstellungsarten vorliegen, zum Beispiel als Text, Grafik, Tabelle, Bild, Modell usw. Manchmal können Probleme auch offen formuliert sein. Die StudienanfängerInnen können" (DÜRRSCHNABEL et al., 2014, S. 3);	
„dazu nützliche Fragen stellen" (ebd.);	
„die gegebenen Sachverhalte mathematisch modellieren" (ebd.);	
„Strategien des Problemlösens anwenden" (ebd.);	
„Hilfsmittel (Formelsammlung, elektronische Hilfsmittel) angemessen nutzen" (ebd.).	„In diesem Zusammenhang spielt auch der Technologieeinsatz eine zentrale Rolle, da insbesondere in der Mathematik die Entwicklung(en) stark von aktuellen Hilfsmitteln beeinflusst wurde(n). Die verfügbaren elektronischen Hilfsmittel eröffnen eine neue Dimension der Schulmathematik, sodass eine Verschiebung von der Ausführung zur Planung von Problemlösungen stattfindet" (AUE et al., 2015, S. 4).

Tabelle 2: Vergleich der Inhalte zum Thema „Probleme lösen"

Wie ein Blick auf die Tabelle zeigt, deckt der Grundkompetenzkatalog nicht alle Auflistungen des Mindestanforderungskatalogs Mathematik ab. Lediglich der Punkt bezüglich elektronischer Hilfsmittel kann in beiden Katalogen gefunden werden. Dieser wird auch im Lehrplan beschrieben.

> „Mathematiknahe Technologien wie Computeralgebra-Systeme, dynamische Geometrie-Software oder Tabellenkalkulationsprogramme sind im heutigen Mathematikunterricht unverzichtbar. Sachgerechtes und sinnvolles Nutzen der Programme durch geplantes Vorgehen ist sicherzustellen“ (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2004, S. 3).

Dies bedeutet aber nicht, dass jene Fähigkeiten in der Schule nicht vermittelt werden. Im Gegenteil, der österreichische Lehrplan fordert dies mehrmals und das Lösen von Problemen sowie die Verwendung von mathematischer Sprache sind sehr wohl wichtige Bestandteile des Mathematikunterrichts.

> „Lehrerinnen und Lehrer müssen Schülerinnen und Schüler anleiten und insbesondere bei Problemen gezielt unterstützen“ (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2004, S. 3);

> „Die mathematische Beschreibung von Strukturen und Prozessen der uns umgebenden Welt, die daraus resultierende vertiefte Einsicht in Zusammenhänge und das Lösen von Problemen durch mathematische Verfahren und Techniken sind zentrale Anliegen des Mathematikunterrichts“ (ebd.);

> „Die Schülerinnen und Schüler sollen Mathematik als spezifische Sprache zur Beschreibung von Strukturen und Mustern, zur Erfassung von Quantifizierbarem und logischen Beziehungen sowie zur Untersuchung von Naturphänomenen erkennen“ (ebd.);

> „Darstellend-interpretierendes Arbeiten umfasst alle Aktivitäten, die mit der Übersetzung von Situationen, Zuständen und Prozessen aus der Alltagssprache in die Sprache der Mathematik und zurück zu tun haben; auch der innermathematische Wechsel von Darstellungsformen gehört zu diesen Aktivitäten“ (ebd.);

6.1.2. Systematisch vorgehen

„Die StudienanfängerInnen können systematisch arbeiten. Sie“ (DÜRRSCHNABEL et al., 2014, S. 3);	
„zerlegen komplexe Sachverhalte in einfachere Probleme“ (ebd.);	

„können Fallunterscheidungen vornehmen“ (ebd.);
„arbeiten sorgfältig und gewissenhaft“ (ebd.);

Tabelle 3: Inhaltsübersicht zum Thema „Systematisch vorgehen“

6.1.3. Plausibilitätsüberlegungen anstellen

„Zur Kontrolle ihrer Arbeit können StudienanfängerInnen“ (DÜRRSCHNABEL et al., 2014, S. 3);
„Fehler identifizieren und erklären“ (ebd.);
„Größenordnungen abschätzen“ (ebd.);
„mittels Überschlagsrechnung ihre Ergebnisse kontrollieren“ (ebd.).

Tabelle 4: Kompetenzen zum Thema „Plausibilitätsüberlegungen anstellen“

6.1.4. Mathematisch kommunizieren und argumentieren

„Für das Begreifen der Fragestellungen und das Weitergeben mathematischer Ergebnisse ist es unerlässlich, dass die StudienanfängerInnen“ (DÜRRSCHNABEL et al., 2014, S. 3);
„Fachsprache und Fachsymbolik verstehen und verwenden“ (ebd.);
„mathematische Sachverhalte mit Worten erklären“ (ebd.);
„mathematische Behauptungen mithilfe von unterschiedlichen Darstellungsformen, z. B. Worten, Skizzen, Tabellen, Berechnungen begründen oder widerlegen“ (ebd.);
„Zusammenhänge (mit und ohne

Hilfsmittel) visualisieren“ (ebd.);	
„eigene sowie fremde Lösungswege nachvollziehbar präsentieren können“ (ebd.).	

Tabelle 5: Übersicht der Inhalte zum Thema „Mathematisch kommunizieren und argumentieren“

Für die Themen „Systematisch vorgehen“, „Plausibilitätsüberlegungen anstellen“ und „Mathematisch kommunizieren und argumentieren“ können im Grundkompetenzkatalog keine expliziten Forderungen gefunden werden. Trotzdem wird ein gewisses Grundwissen angestrebt und das Hinterfragen von mathematischen Tätigkeiten forciert.

> „Um diese Fähigkeit zur Kommunikation, welche man als das bildungstheoretische Orientierungsprinzip bezeichnen könnte, in mathematischen Inhalten gewinnbringend einzusetzen, ist sowohl Grund- als auch Reflexionswissen bzw. -vermögen in und mit Mathematik notwendig. Als Grundwissen werden dabei fundierte Kenntnisse hinsichtlich grundlegender (mathematischer) Begriffe, Konzepte, Darstellungsformen und Anwendungsgebiete verstanden“ (AUE et al., 2015, S. 4).

> „Der verständige Umgang mit solchem Grundwissen, insbesondere die Beurteilung von Expertisen und deren Integration in den jeweiligen (mathematischen) Kontext, erfordert Reflexion(swissen bzw. -vermögen), sodass die Wirkungsweise von Begriffen und Verfahren, ihre Leistung im jeweiligen Kontext oder ihre Grenzen hinterfragt werden können“ (ebd.).

Obwohl im Grundkompetenzkatalog für die Reifeprüfung in Mathematik kein eigener Inhaltspunkt zu allgemeinen mathematischen Kompetenzen vorhanden ist, soll der Mathematikunterricht laut Lehrplan folgende Bildungs- und Lehraufgabe vollziehen.

> „Der Mathematikunterricht soll beitragen, dass Schülerinnen und Schülern ihrer Verantwortung für lebensbegleitendes Lernen besser nachkommen können. Dies geschieht vor allem durch die Erziehung zu analytisch-folgerichtigem Denken und durch die Vermittlung von mathematischen Kompetenzen, die für viele Lebensbereiche grundlegende Bedeutung haben. Beim Erwerben dieser Kompetenzen sollen die Schülerinnen und Schüler die vielfältigen Aspekte der Mathematik und die Beiträge des Gegenstandes zu verschiedenen Bildungsbereichen erkennen“ (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2004, S. 1).

6.2. Elementare Algebra

„Wir setzen voraus, dass die StudienanfängerInnen die Aufgaben zu den folgenden Kompetenzen – abgesehen von der Bestimmung eines numerischen Endergebnisses – ohne CAS-Rechner und ohne Taschenrechner (TR/GTR) lösen können“ (DÜRRSCHNABEL et al., 2014, S. 4).

6.2.1. Grundrechenarten

„Die StudienanfängerInnen verfügen über grundlegende Vorstellungen von Zahlen ($\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$). Sie“ (DÜRRSCHNABEL et al., 2014, S. 4);	„Wissen über die Zahlenmengen $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$ verständig einsetzen können“ (AUE et al., 2015, S. 7);
„können überschlägig mit Zahlen rechnen“ (ebd.);	
„können die Regeln zur Kommaverschiebung anwenden“ (ebd.);	
„beherrschen die Vorzeichen- und Klammerregeln, können ausmultiplizieren und ausklammern“ (ebd.);	
„können Terme zielgerichtet umformen mithilfe von Kommutativ-, Assoziativ- und Distributivgesetz“ (ebd.);	„Wissen über algebraische Begriffe angemessen einsetzen können: Variable, Terme, Formeln, (Un-)Gleichungen, Gleichungssysteme, Äquivalenz, Umformungen, Lösbarkeit“ (ebd.);
„beherrschen die binomischen Formeln mit beliebigen Variablen“ (ebd.);	
„verstehen Proportionalitäten und können mit dem Dreisatz [in Österreich Schlussrechnung genannt] rechnen“ (ebd.).	„direkte Proportionalität als lineare Funktion vom Typ $f(x) = k \cdot x$ beschreiben können“ (ebd., S. 10); „indirekte Proportionalität als Potenzfunktion vom Typ $f(x) = \frac{a}{x}$ bzw. $f(x) = a \cdot x^{-1}$) beschreiben können“ (ebd. S. 11).

Tabelle 6: Vergleich der Kompetenzen zum Thema „Grundrechenarten“

Äquivalente Lern- und Lehrziele können für Grundrechnungsarten bereits im Lehrplan der 1. Klasse AHS gefunden werden.

> „die Regeln über die Reihenfolge von Rechenoperationen, einschließlich der Klammerregeln, anwenden können“ (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2000, S. 5);
>
> „direkte Proportionalitäten erkennen (zB Warenmenge-Geld, Zeit-Weg)“ (ebd.);

Kenntnisse über Proportionalitäten werden auch im Lehrplan der 2. Klasse AHS gefordert.

> „charakteristische Kennzeichen von indirekten und direkten Proportionalitäten an Beispielen angeben können“ (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2000, S. 6);
>
> „einfache Fragestellungen dazu formulieren, sie graphisch darstellen und lösen können“ (ebd.);
>
> „Fragen zu sinnvollen Anwendungsbereichen für solche Proportionalitäten stellen“ (ebd.).

Grundrechnungsarten treten auch in der Sekundarstufe II auf. Folgende Lehrstoffe sind in dem Lehrplan für die 5. Klasse AHS gegeben.

> „Reflektieren über das Erweitern von Zahlenmengen an Hand von natürlichen, ganzen, rationalen und irrationalen Zahlen“ (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2004, S. 3);
>
> „Aufstellen und Interpretieren von Termen und Formeln, Begründen von Umformungsschritten durch Rechengesetze“ (ebd., S. 4).

6.2.2. Bruchrechnen

„Die StudienanfängerInnen können die Regeln der Bruchrechnung zielgerecht anwenden. Sie können“ (DÜRRSCHNABEL et al., 2014, S. 4);
„erweitern und kürzen“ (ebd.);
„Brüche multiplizieren, dividieren, addieren und subtrahieren“ (ebd.).

Tabelle 7: Inhaltsübersicht zum Thema „Bruchrechnen“

Wie man anhand der Tabelle sehen kann, sind innerhalb der Grundkompetenzen keine genauen Details zum Thema Bruchrechnen gegeben. Bruchrechnen ist natürlich trotzdem ein wichtiges Thema im österreichischen Mathematikunterricht.

Der Lehrplan der 3. Klasse AHS gibt beispielsweise folgenden Lehrstoff an.

> „die Regeln für das Rechnen mit rationalen Zahlen wissen und bei Rechenbeispielen (mit einfachen Zahlen) mit Sicherheit anwenden können“ (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2000, S. 6).

Diese fehlende Forderung bezüglich Bruchrechnen im Grundkompetenzkatalog könnte aber auch ausschlaggebend dafür sein, dass viele Studienanfängerinnen und -anfänger eines MINT-Studiums eben mit diesen elementaren Fertigkeiten zu kämpfen haben. Da bei hochschulischen Prüfungen oftmals keine elektronischen Hilfsmittel erlaubt sind, sind Studierende überfordert, da sie aus dem schulischen Alltag gewohnt sind, jede noch so einfache und kleine Rechnung mithilfe des Taschenrechners zu lösen. Dies bestätigt auch SCHIEMANN:

> „Erstaunlicherweise sind es nicht in erster Linie die fortgeschrittenen Inhalte aus der Schule (wie beispielsweise Stochastik und Hauptsätze der Analysis), sondern vor allem die mathematischen Grundlagen wie Bruchrechnen, Umformen algebraischer Ausdrücke, Lösen von Gleichungen etc., also Themen aus der Mittelstufe [in Österreich Unterstufe genannt], die nicht genügend gefestigt sind“ (2012, S. 116).

6.2.3. Prozentrechnung

„Die StudienanfängerInnen können mit Prozentabgaben gut und sicher umgehen. Sie beherrschen die Zins- und Zinseszinsrechnung“ (DÜRRSCHNABEL et al., 2014, S. 5).

Auch bezüglich Prozentrechnung muss man im österreichischen Lehrplan für Mathematik einen Blick auf die Sekundarstufe I werfen, um ähnliche Forderungen zu entdecken. „Rechnen mit Prozenten in vielfältigen Zusammenhängen“ ist Lehrstoff der 2. Klasse AHS (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2000, S. 6).

6.2.4. Potenzen und Wurzeln

„Die StudienanfängerInnen können die Potenz- und Wurzelgesetze zielgerichtet anwenden. Sie wissen, wie Wurzeln auf Potenzen zurückgeführt werden und können damit rechnen“ (DÜRRSCHNABEL et al., 2014, S. 5).

Auch Potenzen werden im Grundkompetenzkatalog nicht explizit gefragt. Ein Blick auf den Lehrplan der 6. Klasse AHS macht aber deutlich, dass diese ein Teil des Mathematikunterrichts sein sollen.

> „Definieren von Potenzen mit natürlichen, ganzen, rationalen und reellen Exponenten, Definieren von Wurzeln und Logarithmen“ (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2004, S. 4);
>
> „Formulieren und Beweisen von Rechengesetzen für Potenzen, Wurzeln und Logarithmen; Umformen entsprechender Terme“ (ebd.).

6.2.5. Gleichungen mit einer Unbekannten

„Die StudienanfängerInnen können Gleichungen mithilfe von Äquivalenzumformungen und Termumformungen lösen. Sie können“ (DÜRRSCHNABEL et al., 2014, S. 5);	
„lineare und quadratische Gleichungen lösen“ (ebd.);	„lineare Gleichungen aufstellen, interpretieren, umformen/lösen und die Lösung im Kontext deuten können“ (AUE et al., 2015, S. 7); „quadratische Gleichungen in einer Variablen umformen/lösen, über Lösungsfälle Bescheid wissen, Lösungen und Lösungsfälle (auch geometrisch) deuten können“ (ebd.);
„einfache Exponentialgleichungen lösen“ (ebd.);	
„Gleichungen durch Faktorisieren lösen“ (ebd.);	

„Wurzelgleichungen lösen und kennen dabei den Unterschied zwischen einer Äquivalenzumformung und Implikation“ (ebd.);	
„einfache Betragsgleichungen lösen und dabei den Betrag als Abstand auf dem Zahlenstrahl interpretieren“ (ebd.);	
„Gleichungen durch Substitution lösen (biquadratisch, exponential, ...)“ (ebd.).	

Tabelle 8: Kompetenzvergleich zum Thema „Gleichungen in einer Unbekannten“

Neben dem Lösen von linearen und quadratischen Gleichungen werden keine weiteren Arten von Gleichungen, beispielweise Wurzelgleichung, Betragsgleichung, etc., im Grundkompetenzkatalog angegeben. Auch verschiedene Lösungswege (Faktorisieren, Substitution) werden nicht erwähnt. Auch der Lehrplan führt diese Inhalte nicht explizit an. Innerhalb der Inhalte der 4. Klasse AHS ist mitunter eine Steigerung der „Sicherheit beim Arbeiten mit Variablen, Termen, Formeln und Gleichungen“ angeführt (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2000, S. 7).

6.2.6. Ungleichungen mit einer Unbekannten

„Die StudienanfängerInnen können die Lösungsmenge von einfachen Ungleichungen bestimmen. Sie können“ (Dürrschnabel et al., 2014, S. 5);	
„lineare Ungleichungen lösen“ (ebd.);	„lineare Ungleichungen aufstellen, interpretieren, umformen/lösen, Lösungen (auch geometrisch) deuten können“ (Aue et al., 2015, S. 7);
„quadratische Ungleichungen grafisch lösen“ (ebd.);	
„einfache Betragsungleichungen lösen und dabei den Betrag als Abstand auf dem Zahlenstrahl interpretieren“ (ebd.);	

„Ungleichungen mit Brüchen lösen“ (ebd.).

Tabelle 9: Übersicht der Inhalte zum Thema „Ungleichungen in einer Unbekannten“

In Bezug auf Ungleichungen kann eine Diskrepanz zwischen den Katalogen notiert werden. Während der Mindestanforderungskatalog Mathematik das Lösen von linearen und quadratischen Ungleichungen, aber auch von Betragsungleichungen und von Ungleichungen mit Brüchen vorsieht, werden im Grundkompetenzkatalog nur lineare Ungleichungen erwähnt. Ein Blick auf den Lehrplan der 6. Klasse AHS zeigt, dass diverse Arten von Ungleichungen nicht explizit erwähnt werden, sondern nur das „Arbeiten mit einfachen Ungleichungen (Abschätzungen, Umformungen, Fallunterscheidungen)“ genannt wird (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2004, S. 4).

6.3. Elementare Geometrie/Trigonometrie

„Die StudienanfängerInnen können“ (DÜRRSCHNABEL et al., 2014, S. 5f.);
„elementargeometrische Objekte anhand ihrer definierenden Eigenschaften identifizieren“ (ebd.);
„Strecken und Winkel mithilfe grundlegender Sätze der Elementargeometrie (Stufen- und Wechselwinkel an Parallelen, Strahlensätze, Kongruenz von Dreiecken, Winkelsummen, Satz des Pythagoras) berechnen“ (ebd.);
„Umfang und Flächeninhalt von Kreisen und einfachen Vielecken berechnen“ (ebd.);
„Oberfläche und Volumen einfacher Körper berechnen (Prisma, Zylinder, Pyramide, Kegel, Kugel)“ (ebd.);

„Gradmaß und Bogenmaß unterscheiden und ineinander umrechnen“ (ebd.);	
„Sinus, Kosinus und Tangens als Seitenverhältnisse in rechtwinkligen Dreiecken interpretieren und damit fehlende Größen bestimmen“ (ebd.);	„Definitionen von *Sinus, Cosinus* und *Tangens* im rechtwinkeligen Dreieck kennen und zur Auflösung rechtwinkeliger Dreiecke einsetzen können“ (AUE et al., 2015, S. 8); „Definitionen von *Sinus* und *Cosinus* für Winkel größer als 90° kennen und einsetzen können“ (ebd.).
„Sinus und Kosinus als Koordinaten der Punkte des Einheitskreises identifizieren“ (ebd.).	

Tabelle 10: Vergleich der Kompetenzen aus dem Bereich „Elementare Geometrie/Trigonometrie“

Ein Vergleich der beiden Kataloge zeigt, dass sie bezüglich elementarer Geometrie/Trigonometrie nur Gemeinsamkeiten hinsichtlich der Winkelfunktionen aufweisen. Dies zeigt wiederum, dass der Mindestanforderungskatalog Mathematik viele elementare Fertigkeiten voraussetzt, welche bereits im Lehrplan der Sekundarstufe I verankert sind. Bereits in der 2. Klasse der AHS sind ähnliche Themen vorgesehen.

> „kongruente Figuren herstellen können, die Kongruenz begründen können“ (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2000, S. 6);
>
> „Dreiecke, Vierecke und regelmäßige Vielecke untersuchen, wesentliche Eigenschaften feststellen, die Figuren skizzieren und konstruieren können“ (ebd.).

Weiterführende Aufgaben lassen sich in den Inhalten der 3. Klasse AHS erkennen.

> „Formeln für Flächeninhalte von Dreiecken und Vierecken begründen und damit Flächeninhalte berechnen können“ (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2000, S. 5);
>
> „Oberfläche, Rauminhalt und Gewicht von Gegenständen, die die Gestalt eines Prismas oder einer Pyramide haben, berechnen können“ (ebd.);
>
> „den Lehrsatz des Pythagoras für Berechnungen in ebenen Figuren nutzen können“ (ebd.).

Aber auch in der 4. Klasse AHS spielen Trigonometrie und Geometrie eine wichtige Rolle.

> „den Lehrsatz des Pythagoras für Berechnungen in ebenen Figuren und in Körpern nutzen können“ (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2000, S. 8);
>
> „eine Begründung des Lehrsatzes des Pythagoras verstehen“ (ebd.);
>
> „Formeln für die Berechnung von Umfang und Flächeninhalt des Kreises wissen und anwenden können“ (ebd.);
>
> „Formeln für die Berechnung der Oberfläche und des Volumens von Drehzylindern und Drehkegeln sowie für die Kugel erarbeiten und nutzen können“ (ebd.);

Aber Trigonometrie ist auch noch ein Bestandteil der Sekundarstufe II und ist im Lehrplan der 5. Klasse AHS klar definiert.

> „Definieren von $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\tan\alpha$ für $0° \leq \alpha \leq 360°$“ (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2004, S. 4);
>
> „Durchführen von Berechnungen an rechtwinkeligen und allgemeinen Dreiecken, an Figuren und Körpern (auch mittels Sinus- und Kosinussatz)“ (ebd.);
>
> „Kennenlernen von Polarkoordinaten“ (ebd.).

Auch in der 6. Klasse treten Trigonometrie und Elementargeometrie im Bereich der Analytischen Geometrie auf.

> „Lösen von geometrischen Aufgaben, gegebenenfalls unter Einbeziehung der Elementargeometrie und der Trigonometrie“ (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2004, S. 5).

Daran erkennt man, dass dies grundlegende Themen sind, auf welchen immer wieder aufgebaut wird. Somit sind diese Fertigkeiten auch in vielen Kompetenzen „versteckt“.

6.4. Analysis

6.4.1. Funktionen

„Die StudienanfängerInnen verfügen über ein Verständnis für Funktionen, d.h. sie“ (DÜRRSCHNABEL et al., 2014, S. 6);	
„kennen wichtige Eigenschaften (Definitionsmenge, Wertemenge, Symmetrie, Monotonie, Nullstellen, Extrem- und Wendestellen) [...] elementarer Funktionen“ (ebd.);	„Eigenschaften von Funktionen erkennen, benennen, im Kontext deuten und zum Erstellen von Funktionsgraphen einsetzen können: Monotonie, Monotoniewechsel (lokale Extrema), Wendepunkte, Periodizität, Achsensymmetrie, asymptotisches Verhalten, Schnittpunkte mit den Achsen“ (AUE et al., 2015, S. 9); „einen Überblick über die wichtigsten [...] Typen mathematischer Funktionen geben, ihre Eigenschaften vergleichen können“ (ebd., S. 10);
„können den qualitativen Verlauf der Graphen dieser elementaren Funktionen beschreiben sowie Funktionsterme von elementaren Funktionen und ihren Schaubildern zuordnen und umgekehrt“ (ebd.);	„zwischen tabellarischen und grafischen Darstellungen funktionaler Zusammenhänge wechseln können; aus Tabellen, Graphen und Gleichungen von Funktionen Werte(paare) ermitteln und im Kontext deuten können“ (ebd., S. 9);
„können elementare Funktionen transformieren und die entsprechende Abbildung (Verschiebung, Spiegelung an Koordinatenachsen, Streckung/Stauchung in x- und y-Richtung) durchführen“ (ebd.);	„durch Gleichungen (Formeln) gegebene Funktionen mit mehreren Veränderlichen im Kontext deuten können, Funktionswerte ermitteln können“ (ebd., S. 10);
„können durch Addition, Multiplikation und Verkettung von Funktionen neue Funktionen erzeugen“ (ebd.);	
„können Tabellen und Graphen auch für nichtelementare Funktionen (in einfachen Fällen auch ohne Hilfsmittel)	

erstellen“ (ebd.);	
„können aus gegebenen Bedingungen einen Funktionsterm mit vorgegebenem Typ bestimmen“ (ebd.).	„Formeln als Darstellung von Funktionen interpretieren und dem Funktionstyp zuordnen können“ (ebd., S. 9).

Tabelle 11: Übersicht der Kompetenzen zum Thema „Funktionen“

Im Bereich Analysis lassen sich viele Übereinstimmungen feststellen. Lediglich das Erzeugen von neuen Funktionen durch Addieren, Multiplizieren oder Verketten von Funktionen sowie das grafische bzw. tabellarische Darstellen nichtelementarer Funktionen sind nicht im Grundkompetenzkatalog angeführt. Das „Verketten von Funktionen“ ist aber ein verpflichtender Punkt für eine 6. Klasse AHS mit mehr als drei Wochenstunden (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2004, S. 5).

Das Darstellen von nichtelementaren Funktionen, gegebenenfalls auch ohne Hilfsmittel, könnte sich aber durchaus als Problem herausstellen, da Studienanfängerinnen und Studienanfänger leider zu sehr an das Verwenden von grafikfähigen Taschenrechnern oder anderen elektronischen Hilfsmitteln gewöhnt sind. Skizzen sind oftmals eine Herausforderung für Studierende und lassen sie häufig an dem Bearbeiten von Aufgaben scheitern (vgl. GLATZ, 2013).

6.4.2. Differenzialrechnung

„Die StudienanfängerInnen verfügen über ein grundlegendes Verständnis des Ableitungsbegriffs und beherrschen die zentralen Techniken der Differenzialrechnung, d.h. sie“ (DÜRRSCHNABEL et al., 2014, S. 7);	
„haben ein propädeutisches Wissen über Grenzwerte“ (ebd.);	„den Zusammenhang *Differenzenquotient (mittlere Änderungsrate) – Differenzialquotient („momentane“ Änderungsrate)* auf der Grundlage eines intuitiven Grenzwertbegriffes kennen und damit (verbal sowie in formaler Schreibweise)

	auch kontextbezogen anwenden können“ (AUE et al., 2015, S. 14);
„verstehen die Ableitung an einer Stelle als die momentane Änderungsrate und als Tangentensteigung“ (ebd.);	
„können den Zusammenhang zwischen einer Funktion und ihrer Ableitungsfunktion erläutern“ (ebd.);	
„können aus dem Graphen einer Funktion den qualitativen Verlauf des Graphen der Ableitungsfunktion bestimmen und umgekehrt“ (ebd.);	„den Zusammenhang zwischen Funktion und Ableitungsfunktion [...] in deren grafischer Darstellung (er)kennen und beschreiben können“ (ebd.);
„kennen die Ableitungsfunktion elementarer Funktionen“ (ebd.);	„charakteristische Eigenschaften ($[e^x]' = e^x$) kennen und im Kontext deuten können“ (ebd., S. 11); „wissen, dass gilt: $[\sin(x)]' = \cos(x)$, $[\cos(x)]' = -\sin(x)$“ (ebd., S. 12);
„kennen die Summen-, Faktor-, Produkt- und Kettenregel und können diese sowie einfache Kombinationen davon anwenden“ (ebd.);	„einfache Regeln des Differenzierens kennen und anwenden können: Potenzregel, Summenregel, Regeln für $[k\cdot f(x)]'$ und $[f(k\cdot x)]'$“ (ebd., S. 14);
„können die Differenzialrechnung zur Bestimmung von Eigenschaften von Funktionen (insbesondere Monotonieverhalten und Extremstellen) nutzen“ (ebd.).	„Eigenschaften von Funktionen mithilfe der Ableitung(sfunktion) beschreiben können: Monotonie, lokale Extrema, Links- und Rechtskrümmung, Wendestellen“ (ebd.).
„können mithilfe der Differenzialrechnung Optimierungsprobleme lösen“ (ebd.).	

Tabelle 12: Vergleich der Kompetenzen zum Thema „Differenzialrechnung“

Auch im Bereich der Differenzialrechnung weisen beide Kataloge einige Gemeinsamkeiten auf. Lediglich die Interpretation der Ableitung kann im

Grundkompetenzkatalog nicht als Steigung der Tangente gefunden werden. Dies wird aber im Lehrplan der 7. Klasse AHS deutlich erwähnt.

> „Definieren des Differentialquotienten (Änderungsrate), ausgehend vom Differenzenquotienten (mittlere Änderungsrate), Deuten dieser Begriffe als Sekantensteigung bzw. Tangentensteigung, weiteres Deuten in außermathematischen Bereichen“ (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2004, S. 5).

Das Lösen von Optimierungsproblemen mithilfe der Differenzialrechnung, wie es der Mindestanforderungskatalog Mathematik verlangt, könnte man mit der Auflistung des Lehrplans „Lösen von Extremwertaufgaben“ vergleichen (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2004, S. 5). Somit kann man schlussfolgern, dass im Bereich der Differenzialrechnung alle erforderten Kompetenzen Teil des Grundkompetenzkataloges bzw. des Lehrplans sind.

6.4.1. Integralrechnung

„Die StudienanfängerInnen verfügen über ein grundlegendes Verständnis des Integralbegriffs und beherrschen zentrale Techniken der Integralrechnung, d.h. sie“ (DÜRRSCHNABEL et al., 2014, S. 7);	
„verstehen das bestimme Integral als Grenzwert von Summen“ (ebd.);	„den Begriff *Stammfunktion* kennen und zur Beschreibung von Funktionen einsetzen können“ (AUE et al., 2015, S. 14); „den Begriff des bestimmten Integrals als Grenzwert einer Summe von Produkten deuten und beschreiben können“ (ebd., S. 15);
„können das bestimmte Integral als Rekonstruktion eines Bestandes aus Änderungsrate und als Flächeninhalte interpretieren“ (ebd.);	
„kennen den Begriff der Stammfunktion und kennen die Stammfunktionen der grundlegenden Funktionen $x \mapsto x^k$ (k ∈	

$\mathbb{Z}$), $x \mapsto e^x$, $x \mapsto \sin(x)$, $x \mapsto \cos(x)$“ (ebd.);	
„können die Faktor- und Summenregel zur Berechnung von Stammfunktionen anwenden“ (ebd.);	„einfache Regeln des Integrierens kennen und anwenden können: Potenzregel, Summenregel, $\int k \cdot f(x)\,\mathrm{d}x$, $\int f(k \cdot x)\,\mathrm{d}x$“ (ebd.);
„können bestimmte Integrale mithilfe von Stammfunktionen berechnen“ (ebd.);	„bestimmte Integrale von Polynomfunktionen ermitteln können“ (ebd.)
„können die Integralrechnung zur Berechnung der Fläche zwischen zwei Kurven anwenden“ (ebd.).	„das bestimmte Integral in verschiedenen Kontexten deuten und entsprechende Sachverhalte durch Integrale beschreiben können“ (ebd.).

Tabelle 13: Inhaltsübersicht zum Thema „Integralrechnung“

Auch die Forderungen bezüglich der Integralrechnung decken sich größtenteils mit den Grundkompetenzen bzw. dem Lehrplan. Ein wenig verwunderlich möchte es wirken, dass der Mindestanforderungskatalog Mathematik sowie auch der Grundkompetenzkatalog keine explizite Forderung nach dem Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung stellen. Für die Interpretation des bestimmten Integrales verweist der Grundkompetenzkatalog noch auf eine wichtige Anmerkung.

> „[...] der Fokus [liegt] beim bestimmten Integral auf der Beschreibung entsprechender Sachverhalte durch bestimmte Integrale sowie vor allem auf der angemessenen Interpretation des bestimmten Integrals im jeweiligen Kontext“ (AUE et al., 2015, S. 15).

6.5. Lineare Algebra/Analytische Geometrie

6.5.1. Orientierung im zweidimensionalen Koordinatensystem

„Die StudienanfängerInnen finden sich sicher im zweidimensionalen Koordinatensystem zurecht. Insbesondere können sie“ (DÜRRSCHNABEL et al., 2014, S. 8);
„eine analytisch gegebene Gerade zeichnen“ (ebd.);
„Koordinatenbereiche skizzieren“ (ebd.);
„einen durch eine Gleichung gegebenen Kreis zeichnen“ (ebd.).

Tabelle 14: Auflistung der Kompetenzen zum Thema „Orientierung im zweidimensionalen Koordinatensystem“

Für das Thema „Orientierung im zweidimensionalen Koordinatensystem“ findet man keine äquivalenten Forderungen innerhalb der Grundkompetenzen. Dies kann man darauf zurückführen, dass diese Aufzählungen sehr grundlegende Fertigkeiten beschreiben, welche bereits in der Unterstufe behandelt werden und somit in fortführenden Kompetenzen integriert sind.

6.5.2. Lineare Gleichungssysteme

„Die StudienanfängerInnen können“ (DÜRRSCHNABEL et al., 2014, S. 8);
„lineare Gleichungssysteme mit bis zu 3 Gleichungen und 3 Unbekannten ohne Hilfsmittel lösen. Offensichtliche Lösungen werden ohne Gauß-Elimination erkannt“ (ebd.);
„die Lösbarkeit derartiger Gleichungssysteme – in einfachen Fällen auch in Abhängigkeit von Parametern –

diskutieren“ (ebd.);	
„ein lineares Gleichungssystem mit 2 Gleichungen und 2 Unbekannten geometrisch im zweidimensionalen Koordinatensystem interpretieren“ (ebd.).	„lineare Gleichungssysteme in zwei Variablen aufstellen, interpretieren, umformen/lösen, über Lösungsfälle Bescheid wissen, Lösungen und Lösungsfälle (auch geometrisch) deuten können“ (AUE et al., 2015, S. 7).

Tabelle 15: Inhaltsübersicht bezüglich des Bereiches „Lineare Gleichungssysteme“

Interessant in Betracht auf lineare Gleichungssysteme ist, dass der Mindestanforderungskatalog das Lösen eines linearen Gleichungssystems mit bis zu drei Gleichungen und drei Unbekannten ohne Hilfsmittel voraussetzt. Im Lehrplan findet man zwar die Forderung zum „Lösen von linearen Gleichungssystemen mit drei Gleichungen in drei Variablen“ in der 6. Klasse AHS, jedoch wird dabei das Benützen von Hilfsmitteln nicht untersagt (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2004, S. 4). Dies könnte für Studienanfängerinnen und Studienanfänger eventuell ein Problem darstellen, da sie für das Lösen von linearen Gleichungssystemen elektronische Hilfsmittel verwenden. Hilfreich wäre es somit für Studienanfängerinnen und Studienanfänger, über das Lösen von Gleichungssystemen ohne Hilfsmittel Bescheid zu wissen und diesen Vorgang auch ausführen zu können.

Lineare Gleichungssysteme sind trotzdem ein wesentlicher Bestandteil des österreichischen Lehrplans und auch zahlreiche Grundkompetenzen verweisen darauf. Auch in vergangenen schriftlichen Reifeprüfungen in Mathematik konnten oftmals Typ-1 Aufgaben zu diesem Thema gefunden werden.

Aufgabe 4

Lineares Gleichungssystem

Gegeben ist das folgende lineare Gleichungssystem über der Grundmenge $G = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$:

I: $2x + y = 6$
II: $3x - y = -3$

Aufgabenstellung:

Geben Sie die Lösungsmenge des Gleichungssystems über der Grundmenge G an!

Abbildung 52: Nebentermin 2 2013/2014 (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2018)

Gleichungssystem

Gegeben ist ein Gleichungssystem aus zwei linearen Gleichungen in den Variablen $x, y \in \mathbb{R}$:

I: $x + 4 \cdot y = -8$
II: $a \cdot x + 6 \cdot y = c$ mit $a, c \in \mathbb{R}$

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie diejenigen Werte für a und c, für die das Gleichungssystem unendlich viele Lösungen hat!

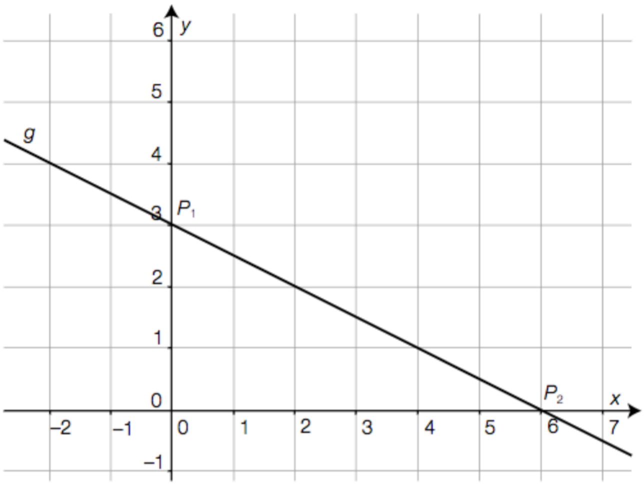
a = ______________________________

c = ______________________________

Abbildung 53: Nebentermin 1 2015/2016 (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2018)

Gleichungssystem

Eine Teilmenge der Lösungsmenge einer linearen Gleichung wird durch die nachstehende Abbildung dargestellt. Die durch die Gleichung beschriebene Gerade g verläuft durch die Punkte P_1 und P_2, deren Koordinaten jeweils ganzzahlig sind.



Aufgabenstellung:

Die lineare Gleichung und eine zweite lineare Gleichung bilden ein lineares Gleichungssystem.

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Hat die zweite lineare Gleichung die Form ______①______, so ______②______.

①	
$2x + y = 1$	☐
$x + 2y = 8$	☐
$y = 5$	☐

②	
hat das Gleichungssystem unendlich viele Lösungen	☐
ist die Lösungsmenge des Gleichungssystems $L = \{(-2\|4)\}$	☐
hat das Gleichungssystem keine Lösung	☐

Abbildung 54: Nebentermin 1 2014/2015 (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2018)

6.5.3. Grundlagen der anschaulichen Vektorgeometrie

„Die StudienanfängerInnen können mit Vektoren in Ebene und Raum umgehen. Insbesondere“ (DÜRRSCHNABEL et al., 2014, S. 8);	
„können sie Vektoren als Pfeilklassen interpretieren“ (ebd.);	„Vektoren geometrisch (als Punkte bzw. Pfeile) deuten und verständig einsetzen

	können“ (AUE et al., 2015, S. 8);
„kennen sie die Komponentendarstellung von Vektoren“ (ebd.);	„Vektoren als Zahlentupel verständig einsetzen und im Kontext deuten können“ (ebd.);
„können sie Punktmengen im Anschauungsraum mithilfe von Vektoren untersuchen“ (ebd.);	
„beherrschen sie die Addition und S-Multiplikation von Vektoren“ (ebd.);	„Definition der Rechenoperationen mit Vektoren (Addition, Multiplikation mit einem Skalar, Skalarmultiplikation) kennen, Rechenoperationen verständig einsetzen und (auch geometrisch) deuten können“ (ebd.);
„können sie mithilfe von Vektoren Geraden und Ebenen im Raum darstellen“ (ebd.).	„Geraden durch (Parameter-) Gleichungen in $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$ angeben können; Geradengleichungen interpretieren können; Lagebeziehungen (zwischen Geraden und zwischen Punkt und Gerade) analysieren, Schnittpunkte ermitteln können“ (ebd.).

Tabelle 16: Übersicht der Inhalte zum Thema „Grundlagen der anschaulichen Vektorgeometrie“

Auch für das Thema „Grundlagen der anschaulichen Vektorgeometrie“ lassen sich kaum Differenzen zwischen den beiden Katalogen feststellen. Laut den Grundkompetenzen für die Reifeprüfung bzw. dem Lehrplan sollten Maturantinnen und Maturanten bestens über diese Thematik Bescheid wissen. Auch in den vergangenen schriftlichen Reifeprüfungen in Mathematik konnte dieses Thema innerhalb der Aufgaben immer wieder entdeckt werden.

Wie man mithilfe dieses Vergleiches der beiden Kataloge feststellen konnte, sind es vor allem elementare Fertigkeiten, wie in etwa Bruchrechnen, die oftmals den Studienbeginn vieler Studierenden erschweren. Eine bestandene Mathematik-Matura bedeutet also noch lange nicht, dass alle Forderungen seitens der Hochschulen gedeckt sind. Obwohl mit dem Grundkompetenzkatalog eine gewisse „Ausgangsbasis“ für eine weiterführende Bildung geschaffen wird, ist dies noch lange kein Garant für perfekte mathematische Kompetenzen seitens der Maturantinnen und Maturanten. Denn wie bereits erwähnt, deckt der Grundkompetenzkatalog bei weitem nicht alle relevanten Kenntnisse des Lehrplans ab (vgl. AUE et al., 2015).

Es ist also immer hilfreich, einen Blick auf die Voraussetzungen der Universität und Hochschule zu werfen, um sich somit optimal auf den Studienbeginn vorzubereiten.

7. Persönliche Schlussfolgerung

Wie das vorangegangene Kapitel über den Vergleich der mathematischen Grundkompetenzen aufgezeigt hat, sind es vor allem sehr elementare Fertigkeiten, Bruchrechnen beispielsweise, die nicht explizit in dem Grundkompetenzkatalog für die schriftliche Reifeprüfung in Mathematik verankert sind. Diese grundlegenden Fertigkeiten sind es auch oft, die den Studienbeginn aus mathematischer Sicht erschweren. Vielfach daran beteiligt ist auch der Einsatz elektronischer Hilfsmittel, da einfache Rechnungen mit einem Taschenrechner gelöst werden und das dahintersteckende Konzept völlig aus den Augen verloren wird. Eine Studienanfängerin bzw. ein Studienanfänger kann daher schnell überfordert sein, da Prüfungen an Hochschulen üblicherweise keine elektronischen Hilfsmittel erlauben. Es ist also nicht wie zu Beginn vermutet der sehr abstrakte Inhalt der Hochschulmathematik, sondern auch oftmals das fehlende mathematische Grundwissen, das den Studienbeginn vieler Studierender erschwert.

Damit sich die Hauptbetroffenen, das sind die Studienanfängerinnen und Studienanfänger selbst, den Studienbeginn ein wenig erleichtern können, ist es also naheliegend, sich mit den Anforderungen seitens der Hochschule vertraut zu machen. Dabei sollen Studierende auch mögliche Lücken zwischen den Ansprüchen und ihren tatsächlichen Fähigkeiten entdecken und diese in ihrer Eigenverantwortung schließen. Eine geeignete Möglichkeit dafür ist die Teilnahme an einem mathematischen Vor- bzw. Brückenkurs, da diese vor allem die Anforderungen des Lehrplans wiederholen und festigen und somit eine geeignete Basis für den Start an einer Universität oder Fachhochschule ermöglichen. Außerdem erlangen Studienanfängerinnen und Studienanfänger dadurch auch Einsicht in ihren tatsächlichen Wissensstand. Die Mathematik-Matura kann man möglicherweise mit einer positiven Note absolviert haben und somit für ein Hochschulstudium berechtigt sein, doch inwieweit man tatsächlich über die mathematischen Kenntnisse Bescheid weiß, ist ungewiss. Ein mathematischer Brückenkurs kann daher auch eventuelle Schwächen seitens der Studierenden aufdecken. Neben den Inhalten des Lehrplans tauchen viele Brückenkurse auch ein wenig in die Vorlesungen der Hochschulen und Universitäten ein und ermöglichen so erste Einblicke in die hochschulischen Inhalte. Damit kann möglicherweise auch der anfangs beschriebene Abstraktionsschock vermieden werden.

Diese mathematischen Vorbereitungskurse erleichtern auch den Beginn anderer Studienrichtungen, technischer oder wirtschaftlicher Studiengänge beispielsweise, da auch diese einige mathematische Fähigkeiten voraussetzen.

Aus meiner Sicht ist ein Besuch eines solchen mathematischen Vorkurses sehr empfehlenswert, da man die vorausgesetzten Fähigkeiten wiederholt und stärkt und somit gut für den Studienbeginn und die hochschulischen Inhalte vorbereitet wird. Viele solche Kurse finden bereits vor dem Studienbeginn statt, um den Studienbeginn der Studierenden zeitlich nicht zu belasten. Neben vielen anderen neuen Faktoren zu Studienbeginn, wie in etwa Zeitmanagement oder ein anderes soziales Umfeld, sollte das fehlende Grundwissen nicht noch ein zusätzlicher Stressfaktor sein. Außerdem ist das Angebot dieser Vorbereitungskurse größtenteils kostenlos und oftmals können sich Studierende die Teilnahme an einem dieser Kurse auch für das Studium, beispielsweise in Form von Wahlfächern, anrechnen lassen. Für mich beinhalten diese Vor- bzw. Brückenkurse also viele Vorteile für Studienanfängerinnen und Studienanfänger.

8. Zusammenfassung

Ausgehend von der großen Nachfrage an gut ausgebildeten Fachkräften in den WiMINT-Bereichen, wurde vor allem dem oftmals problematischen Übergang zwischen Schule und Hochschule besondere Aufmerksamkeit geschenkt. Besonders das Fach Mathematik stellt sich dabei als Hürde dar, da Mathematik an Hochschulen und Universitäten in anderer, und vor allem ungewohnter Form, vermittelt wird. Dies führt bei vielen Studierenden zu einem Abstraktionsschock. Außerdem gibt es trotz österreichischer Zentralmatura, welche eine Ausgangsbasis für weiterführende Institutionen verspricht, eindeutige Unterschiede in den Anforderungen des Lehrplans, bedingt durch die unterschiedlichen Schultypen. Neben diesen fachlichen Aspekten können aber auch andere Faktoren, beispielsweise das neue soziale Umfeld oder die Motivation, ausschlaggebend für einen erschwerten Studienbeginn oder sogar für einen Studienabbruch sein.

Um einen Einblick in einen österreichischen Studienbeginn zu erlangen, wurde die Eingangsphase des Lehramtsstudiums Mathematik an der Universität Wien näher betrachtet. Dabei wurde vor allem die relevante Vorlesung *Einführung in das mathematische Arbeiten* beschrieben sowie begleitende Unterstützungsmaßnahmen, wie das Tutorium oder die Workshops zur Aufarbeitung des Schulstoffes, erläutert.

Des Weiteren wurden zahlreiche Unterstützungsmaßnahmen erwähnt. Dabei wurden vor allem mathematische Brückenkurse und deren Rahmenbedingungen genau betrachtet. Diese werden mittlerweile von vielen Universitäten und Fachhochschulen in den verschiedensten Formen angeboten. Neben reinen Online-Kursen, wie in etwa dem Online Mathematik Brückenkurs Plus, gibt es auch reine Präsenzkurse, aber auch Kurse im Blended-Learning Format. Hinsichtlich mathematischer Vorbereitungskurse wurde anschließend auch die Arbeitsgruppe cosh vorgestellt, welche einen Mindestanforderungskatalog Mathematik veröffentlicht hat. Dieser beschreibt die notwendigen mathematischen Kenntnisse für ein erfolgreiches WiMINT-Studium. Dieser Katalog wurde mit Hilfe von Beispielen demonstriert. Neben diversen Vor- bzw. Brückenkursen gibt es aber auch zahlreiche Bücher, die zur Vorbereitung verwendet werden können.

Als einen der Gründe für den schwierigen Übergang zwischen Schule und Hochschule wurde vor allem das fehlende mathematische Grundwissen genannt.

Dies lässt sich teilwiese auch auf den vermehrten Einsatz von grafikfähigen Taschenrechnern und anderen elektronischen Hilfsmitteln zurückführen. In diesem Zusammenhang wurde das Schulprojekt CALiMERO vorgestellt, welches sich mit dem Einsatz von Computeralgebra-Systemen im Unterricht beschäftigt. Die Bedeutung des mathematischen Grundwissens wurde am Beispiel von linearen Gleichungssystemen dargestellt.

Das nächste Kapitel beschäftigte sich mit dem Angebot an mathematischen Brückenkursen in Österreich. Dabei wurden mathematische Vorbereitungskurse der Fachhochschule Technikum Wien, der Karl-Franzens-Universität Graz, der Fachhochschule Campus Wien, der Technischen Universität Wien, der Universität Innsbruck sowie der Universität Wien vorgestellt. Ein besonderes Augenmerk wurde dabei auf einen Präsenz-Brückenkurs an der Karl-Franzens-Universität Graz gelegt, da GLATZ diesen ausgiebig im Zuge seiner Diplomarbeit behandelt hat. Auch die Plattform iMooX der Technischen Universität Graz wurde näher betrachtet. Eine Analyse dieser Kurse ergab, dass deren Hauptaugenmerk vor allem an der Wiederholung der Schulinhalte liegt.

Im letzten Kapitel wurden schließlich mathematische Grundkompetenzen verglichen. Ausgangsbasis dafür war der bereits erwähnte Mindestanforderungskatalog Mathematik der Arbeitsgruppe cosh. Dessen Anforderungen wurden mit den Inhalten des Grundkompetenzkataloges für die schriftliche Reifeprüfung in Mathematik des Bildungsinstituts für Bildungsforschung, Innovation und Entwicklung des österreichischen Schulwesens verglichen. Außerdem wurden häufig auch Inhalte und Lernziele des österreichischen Mathematik-Lehrplans der AHS hinzugefügt. Bei dieser Analyse ließen sich vor allem Diskrepanzen in elementaren Fähigkeiten, wie Bruchrechnen beispielsweise, feststellen. Dies bestätigte wiederum die oftmals fehlenden Grundkenntnisse der Studienanfängerinnen und Studienanfänger.

Natürlich sind nicht nur Studierende vom problematischen Übergang vom sekundären auf den tertiären Bildungsbereich betroffen. Verantwortung dafür liegt auch bei Schulen und Hochschulen. Die Hauptbetroffenen, also die Studierenden, können aber von diesen vorgestellten Unterstützungsmaßnahmen Gebrauch machen, um sich somit den Studienbeginn zu erleichtern.

9. Quellenverzeichnis

9.1. Literaturverzeichnis

Ableitinger, C. (21.01.2012). Typische Teilprozesse beim Lösen hochschulmathematischer Aufgaben: Kategorienbildung und Ankerbeispiele . *Journal für Mathematik-Didaktik* (33(1)), S. 87-11.

Bauer, T. (2013). Schulmathematik und universitäre Mathematik – Vernetzung durch inhaltliche Längsschnitte. In H. Allmendinger, K. Lengnink, A. Vohns, & G. Wickel, *Mathematik verständlich unterrichten. Perspektiven für Unterricht und Lehrerbildung.* (S. 1-16). Wiesbaden: Springer-Spektrum.

Bauer, T., & Partheil, U. (02.12.2008). Schnittstellenmodule in der Lehramtsausbildung im Fach Mathematik. *Mathematische Semesterberichte* , S. 85-103.

Bausch, I., Biehler, R., Bruder, R., Fischer, P. R., Hochmuth, R., Koepf, W., et al. (2014). *Mathematische Vor- und Brückenkurse.* (T. Wassong, Hrsg.) Wiesbaden: Springer Spektrum.

Biehler, R., Bruder, R., Fischer, P., Hochmuth, R., Koepf, W., Schreiber, S., et al. (15.01.2012). Bundesweite Arbeitstagung zu mathematischen Vor- und Brückenkursen . *Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* (20(2)), S. 120-121.

Boxhofer, E., Huber, F., Lischka, U., & Panhuber-Mayr, B. (2015). *mathematiX 4* (1. Auflage Ausg.). Linz: VERITAS.

Cramer, E., & Walcher, S. (15.07.2010). Schulmathematik und Studierfähigkeit. *Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* (18(2)), S. 66-67.

Dorfmayr, A., Mistelbacher, A., & Sator, K. (2018). *Thema Mathematik 4* (1. Auflage Ausg.). Linz: VERITAS.

Gardiner, T. (2001). Education or CAStration? *Micromath*, S. 6-8.

Greefrath, G., Hoever, G., Kürten, R., & Neugebauer, C. (2015). Vorkurse und Mathematiktests zu Studienbeginn – Möglichkeiten und Grenzen. In J. Roth, T. Bauer, H. Koch , S. Prediger, & S. Prediger (Hrsg.), *Übergänge konstruktiv gestalten, Konzepte und Studien zur Hochschuldidaktik und Lehrerbildung Mathematik* (S. 19-32). Wiesbaden: Springer.

Henn, H.-W., & Filler, A. (2015). Lineare Gleichungssysteme. In H.-W. Henn, & A. Filler, *Zu Meinem Bereich Didaktik der Analytischen Geometrie und Linearen Algebra: Algebraisch verstehen – Geometrisch veranschaulichen und anwenden* (S. 13-22). Berlin, Heidelberg: Springer.

Kemnitz, A. (2014). *Mathematik zum Studienbeginn.* Wiesbaden: Springer .

Klein, F. (1924). *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte* (Bd. 1). Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer.

Knospe, H. (2009). Mathematik an der Schnittstelle zwischen Schule und Hochschule – Probleme und Perspektiven. *Hauptvortrag während der Herbttagung des Arbeitskreises Mathematik und Informatik der GDM.* Soest.

Kramer, J. (2010). Die Perspektive der Univeristät. In Bruder, R., H.-J. Elschenbroich, G. Greefrath, H.-W. Henn, J. Kramer, & G. Pinkernell, *Beiträge zum Mathematikunterricht* (S. 75-82).

Krumke, S., Roegner, K., Schüler, L., Seiler, R., & Stens, R. (15.01.2012). Der Online-Mathematik-Brückenkurs OMB. Eine Chance zur Lösung der Probleme an der Schnittstelle Schule/Hochschule. *Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* (20(2)), S. 115-120.

Kütting, H. (1982). Brauchen wir ein Nulltes Semester in Mathematik? Ein Beitrag zur Reform des Bildungswesens. *mathematica didactica*, S. 213-223.

Lewisch, I., Zwicker, T., Breunig, E., & Riehs, B. (2013). *Mathematik 4. Verstehen + Üben + Anwenden* (1. Auflage Ausg.). Linz: VERITAS.

Moldenhauer, W. (2007). Computeralgebrasysteme im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht in Thüringen. *Computeralgebra Rundbrief* (41), S. 26-29.

Nägerl, H., Becker, H., Harten, H.-U., Schulte, H.-D., & Zerbst, J. (1973). Über die Schwierigkeiten der Studienanfänger in Medizin im Umgang mit der Mathematik. *Didaktik der Mathematik* , S. 143-157.

Pinkernell, G. Teaching With CAS and Supporting Basic Skills. *Proceedings of the 34rd Conference of the International Group for the PME.* Belo Horizonte, Brasil.

Pinkernell, G., & Greefrath, G. (01.03.2011). Mathematisches Grundwissen an der Schnittstelle Schule-Hochschule. *MNU* (64/2), S. 109-113.

Poguntke, W. (2010). *Keine Angst vor Mathe. Hochschulmathematik für Einsteiger* (4.Auflage Ausg.). Wiesbaden: Vieweg+Teubner.

Reichel, T. (2016). *Bachelor of Time: Zeitmanagement im Studium.* Aachen: Studienscheiss.

Roth, J., Bauer, T., Koch, H., & Prediger, S. (2015). *Übergänge konstruktiv gestalten.* Wiesbaden: Springer Spektrum.

Schiemann, S. (2010). Netzwerkbüro Schule-Hochschule. *Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* (18(2)), S. 115-117.

Schröder-Gronostay, M. (1999). Studienabbruch – Zusammenfassung des Forschungsstandes. In M. Schröder-Gronostay, & H. Daniel, *Studienerfolg und Studienabbruch. Beiträge aus Forschung und Praxis* (S. 209-240). Neuwied, Kriftel: Luchterhand.

Schwarz, B., & Herrmann, P. (21.04.2015). Bezüge zwischen Schulmathematik und Linearer Algebra in der hochschulischen Ausbildung angehender Mathematiklehrkräfte – Ergebnisse einer Dokumentenanalyse . *Mathematische Semesterberichte*, S. 195-217.

Sidlo, E.-M., Puhm, U., Steinmair, C., Camilo, C., Drs, W., Dullnig, P., et al. (2017). *Mathematik mit technischen Anwendungen* (2. Auflage Ausg., Bd. 1). Wien: Hölder-Pichler-Tempsky GmbH.

Steinbauer, R., & Schichl, H. (2009). *Einführung in das mathematische Arbeiten.* Berlin Heidelberg: Springer.

Walz, G., Zeilfelder, F., & Rießinger, T. (2011). *Brückenkurs Mathematik für Studieneinsteiger aller Disziplinen.* Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Weinert, E. (1996). *Psychologie des Lernens und der Instruktion.* Göttingen: Hogrefe.

Winter, H. (1995). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* (61), S. 37-46.

9.2. Quellen aus dem Internet

Aue, V., Frebort, M., Hohenwarter, M., Liebscher, M., Sattlberger, E., Schirmer, I., et al. (2015). *Die standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik.* Abgerufen am 22.07.2018 von Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung: https://www.srdp.at/fileadmin/user_upload/downloads/Begleitmaterial/07_MAT/srdp_ma_konzept_neuauflage_2018_2015-10-19.pdf

Bibliographisches Institut GmbH. (2018a). *Drop out*. Abgerufen am 19.07.2018 von Duden: https://www.duden.de/rechtschreibung/Drop_out

Bibliographisches Institut GmbH. (2018b). *Tutorium*. Abgerufen am 20.07.2018 von Duden: https://www.duden.de/rechtschreibung/Tutorium

Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung. *Einführung in das mathematische Arbeiten. Die Studieneingangsphase der Mathematikstudien an der Universität Wien.* Abgerufen am 19.07.2018 von Atlas der guten Lehre: http://www.gutelehre.at/lehre-detail/?tx_bmwfwlehre_pi1[project]=432&tx_bmwfwlehre_pi1[controller]=Proje

ct&tx_bmwfwlehre_pi1[action]=detail&cHash=f22c7e31eb8e58c3a7ae3b3e94f2104a

Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung. (2018). *Übungsklausuraufgaben für die SRP in Mathematik*. Abgerufen am 22.07.2018 von Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung: https://aufgabenpool.srdp.at/srp_ahs/index.php?action=14

Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung. (2000). *Lehrplan Mathematik.* Abgerufen am 22.07.2018 von Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung: https://bildung.bmbwf.gv.at/schulen/unterricht/lp/ahs14_789.pdf?61ebzm

Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung. (2004). *Lehrplan Mathematik.* Abgerufen am 22.09.2018 von Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung: https://bildung.bmbwf.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp_neu_ahs_07_11859.pdf

Dürrschnabel, K., Weber, B., Bopp, H., Heinrich, E., Kümmerer, H., Stahl, A., et al. (27.10.2014). *COSH - Cooperation Schule Hochschule.* Abgerufen am 20.07.2018 von Lehrerinnenfortbildung Baden-Württemberg: https://lehrerfortbildung-bw.de/u_matnatech/mathematik/bs/bk/cosh/katalog/makv2.pdf

Dieter, M. (11.06.2012). *Studienabbruch und Studienfachwechsel in der Mathematik: Quantitative Bezifferung und empirische Untersuchung von Bedingungsfaktoren.* Abgerufen am 19.07.2018 von Universität Duisburg-Essen : https://duepublico.uni-duisburg-essen.de/servlets/DerivateServlet/Derivate-30759/Dieter_Miriam.pdf

Edukatico. *MOOCs auf Deutsch: Welche Kurse gibt es?* Abgerufen am 22.07.2018 von Edukatico: https://www.edukatico.org/de/report/moocs-auf-deutsch-welche-kurse-gibt-es

Fabry, C. (17.03.2015). *Mathematik: „Studenten beherrschen den Stoff nicht".* Abgerufen am 17.09.2018 von *Die Presse* https://diepresse.com/home/bildung/universitaet/4687586/Mathematik_Studenten-beherrschen-den-Stoff-nicht

Fachbereich Mathematik Technische Universität Darmstadt.*CALiMERO*. Abgerufen am 22.07.2018 von Technische Univeristät Darmstadt: http://www3.mathematik.tu-darmstadt.de/ags/didaktik/forschung/didaktik/projekte/calimero-2005-2010.html

Fachhochschule Technikum Wien. (2018a). *Studiengangsübersicht*. Abgerufen am 22.07.2018 von Fachhochschule Technikum Wien: https://www.technikum-wien.at/studium

Fachhochschule Technikum Wien. (2018b). *Warm-up-Kurse*. Abgerufen am 22.07.2018 von Fachhochschule Technikum Wien: https://www.technikum-wien.at/studieninformationen/infos-zum-studium/warm-kurse

Fachhochschule Technikum Wien. (2018c). *Warm-up-Kurse Mathematik 2018.* Abgerufen am 22.09.2018 von Fachhochschule Technikum Wien: https://www.technikum-wien.at/sites/default/files/2_warm_up_2018_mathematik_25042018.pdf

Fakultät für Mathematik. (01.10.2014). *Informationsveranstaltung für StudienanfängerInnen im Bachelorstudium Mathematik.* Abgerufen am 20.07.2018 von Fakultät für Mathematik: http://www.mat.univie.ac.at/~gue/lehre/Info/info_BAC_WS14.pdf

FH Campus Wien. *Brückenkurse*. Abgerufen am 22.07.2018 von FH Campus Wien: : https://www.fh-campuswien.ac.at/studium/bewerbung-und-aufnahme/brueckenkurse.html

FH Campus Wien. 2018. *BRÜCKENKURSE für erstsemestrige Studierende .* Abgerufen am 22.07.2018 von https://www.fh-campuswien.ac.at/fileadmin/redakteure/FH_Campus_Wien/Gender_and_Diversity/Dokumente/FH_Campus_Wien_Brueckenkurse_2018_Infoblatt_und_Termine_v2.pdf

Glatz, M. (2013). *Ein Präsenz-Brückenkurs als Einstiegshilfe in ein Mathematikstudium an der Karl-Franzens-Universität Graz. Von der Analyse der Problemfelder bis zur Evaluierung des Kurses.* Abgerufen am 22.07.2018 von Studienvertretung Mathematik. Hochschülerinnen- und Hochschülerschaft an der Karl-Franzens Universität Graz: https://mathematik.oehunigraz.at/files/2012/07/Ein-Pr%C3%A4senz-Br%C3%BCckenkurs-Mathematik-als-Einstiegshilfe-f%C3%BCr-ein-Mathematikstudium-an-der-Karl-Franzens-Universit%C3%A4t-Graz.pdf

Heiss, C. A. (2015). *Die Effizienz von Mathematik-Brückenkursen an der Fachhochschule Technikum Wien.* Abgerufen am 22.07.2018 von Universität Wien: https://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Lehre/Diplomarbeiten/DIPLOMARBEIT_Carina_Heiss.pdf

Heublein, U., Hutzsch, C., Schreiber, J., Sommer, D., & Besuch, G. (2009). *Forum Hochschule.* Abgerufen am 19.07.2018 von Deutsches Zentrum für Hochschul- und Wissenschaftsforschung (DZHW): https://www.dzhw.eu/pdf/pub_fh/fh-201002.pdf

Hlinka, A. (06.03.2015). *So falsch! Sieben Uni-Irrtümer*. Abgerufen am 19.07.2018 von kurier.at: https://kurier.at/wirtschaft/karriere/so-falsch-sieben-uni-irrtuemer/117.957.145

Ingelmann, M. (2006). *CAIiMERO – ein Modellversuch zu CAS-fähigen Taschencomputern ab Klasse 7 in Niedersachsen.* Abgerufen am 22.07.2018 von Technische Universität Darmstadt: http://www3.mathematik.tu-darmstadt.de/index.php?eID=tx_nawsecuredl&u=0&g=0&t=1532343142&hash=4eed564f20fbb80c685d38100eb8c1b0b5498f58&file=fileadmin/Didaktik/Publikationen/Ingelmann2006.pdf

Ingelmann, M., & Bruder, R. (2008). *CAS-Einsatz in der Sekundarstufe I.* Abgerufen am 22.07.2018 von Technische Universität Darmstadt: http://www3.mathematik.tu-darmstadt.de/index.php?eID=tx_nawsecuredl&u=0&g=0&t=1532343142&hash=60be6e59c3285e150360a9b2628488c90b96245a&file=fileadmin/Didaktik/Publikationen/Ingelmann2008.pdf

integral-learning GmbH. *Online Mathematik Brückenkurs Plus*. Abgerufen am 17.09.2018 von https://www.ombplus.de/ombplus/public/index.html

Koepf, W. *Mindestanforderungskatalog Mathematik der Hochschulen Baden-Württembergs* . Abgerufen am 20.07.2018 von Mathematik-Kommission Übergang Schule-Hochschule: http://www.mathematik-schule-hochschule.de/stellungnahmen/aktuelle-stellungnahmen/120-s-04-mindestanforderungskatalog-mathematik-der-hochschulen-baden-w%C3%BCrttembergs.html

Konradin Medien GmbH. *Diskontinuität*. Abgerufen am 19.07.2018 von wissen.de: https://www.wissen.de/search?keyword=Diskontinuit%C3%A4t

Kucher, A. (19.07.2016). *Brückenkurs Mathematik. Informationen zur Lehrveranstaltung.* Abgerufen am 22.07.2018 von Hochschülerinnen- und Hochschülerschaft an der Karl-Franzens Universität Graz: https://mathematik.oehunigraz.at/files/2016/07/brueckenkurs.pdf

Kultusminister Konferenz. (04.12.2003). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss.* Abgerufen am 22.07.2018 von Beschlüsse der Kultusministerkonferenz: https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2003/2003_12_04-Bildungsstandards-Mathe-Mittleren-SA.pdf

Kurier.at. (16.11.2017). *Studienabbruch – was nun?* Abgerufen am 19.07.2018 von Kurier.at: https://kurier.at/wirtschaft/karriere/studienabbruch-was-nun/298.326.663

Landesakademie für Fortbildung und Personalentwicklung an Schulen. *COSH - Cooperation Schule Hochschule*. Abgerufen am 20.07.2018 von Lehrerinnenfortbildung Baden-Württemberg: https://lehrerfortbildung-bw.de/u_matnatech/mathematik/bs/bk/cosh/

Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen. *Kernlehrplan für die Gesamtschule – Sekundarstufe I in Nordrhein-Westfalen.* Abgerufen am 22.07.2018 von Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen: https://www.schulentwicklung.nrw.de/materialdatenbank/material/download/5419

Österreichischen Universitätenkonferenz. (2009). *Drop out. Frühe Studienabbrüche an Universitäten in Österreich*. Abgerufen am 19.07.2018 von Uniko: https://uniko.ac.at/wissenswertes/uniko_pedia/drop_out/index.php?ID=4166#O4166).

Schichl, H. (2003). *Einführung in das mathematische Arbeiten.* Abgerufen am 19.07.2018 von Institut für Mathematik Universität Wien : http://www.mat.univie.ac.at/~stein/lehre/WS0304/einf_color.pdf

StudienSeriveCenter Mathematik. Abgerufen am 20.07.2018 von Universität Wien: https://ssc-mathematik.univie.ac.at/betreute-studien-study-programmes/diplomstudium-unterrichtsfach-mathematik-auslaufend-kein-neueinstieg-moeglich/allgemeine-informationen/

Studienvertretung Mathematik. *Brückenkurs Mathematik*. Abgerufen am 22.07.2018 von Hochschülerinnen- und Hochschülerschaft an der Karl-Franzens Universität Graz: https://mathematik.oehunigraz.at/brueckenkurs-mathematik/

Stundner, C. *Das ist Mathematik (4)*. Abgerufen am 22.07.2018 von Yoovis Learningsystems: https://www.yoovis.at/index.aspx?show=dis&did=1&c=at&pid=9

TarGroup Media GmbH & Co. KG. (2018). *Studium abbrechen – Was du zum Studienabbruch wissen solltest*. Abgerufen am 19.07.2018 von Studieren.at: https://www.studieren.at/krisen-im-studium/studium-abbrechen/

Technische Universität Graz. (2017a). *Über iMooX*. Abgerufen am 22.07.2018 von iMooX: https://imoox.at/mooc/theme/imoox/views/about.php

Technische Universität Graz. (2017b). *MINT-Brueckenkurs Mathematik*. Abgerufen am 22.07.2018 von iMooX: https://imoox.at/mooc/local/courseintro/views/startpage.php?id=33

Technische Universität Wien. (2018a). *AKMATH - Angleichungskurs Mathematik*. Abgerufen am 17.09.2018 von https://akmath.tuwien.ac.at/home/

Technische Universität Wien. (2018b). *Kickstart ins Studium mit kostenlosen Online-Kursen der TU Austria*. Abgerufen am 17.09.2018 von https://www.tuwien.ac.at/aktuelles/news_detail/article/125669/

Universität Innsbruck. (03.07.2018). *Brückenkurs Mathematik für Physikerinnen und Physiker*. Abgerufen am 22.07.2018 von Universität Innsbruck:

https://lfuonline.uibk.ac.at/public/lfuonline_lv.details?sem_id_in=17W&lvnr_id_in=704000

Univeristät Wien. *Mathematik macht Freu(n)de. Vorkurs Mathematik 2018*. Abgerufen am 23.07.2018 von Universität Wien: http://www.mathematikmachtfreunde.univie.ac.at/vorkurs/

Wikimedia Foundation Inc. (2018a). *Tutor*. Abgerufen am 20.07.2018 von WIKIPEDIA. Die freie Enzyklopädie: https://de.wikipedia.org/wiki/Tutor

Wikimedia Foundation Inc. (2018b). *Integriertes Lernen*. Abgerufen am 22.09.2018 von WIKIPEDIA. Die freie Enzyklopädie: https://de.wikipedia.org/wiki/Integriertes_Lernen

9.3. Abbildungsverzeichnis

9.4. Tabellenverzeichnis

10. Anhang

10.1. Deutscher Abstrakt

Die Nachfrage nach gut ausgebildeten Fachkräften in den Bereichen Wirtschaft, Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften oder Technik ist groß. Die Wirtschaft und das Bildungssystem stehen vor der Herausforderung, unbesetzte Arbeitsplätze durch qualifizierte Fachkräfte zu besetzen. Einer der Gründe für diesen Mangel an Fachkräften liegt an dem oft schwierigen Übergang zwischen Schule und Hochschule, der oftmals den Studienabbruch für viele Studierende bedeutet.

Das Ziel der vorliegenden Diplomarbeit ist es, die mathematischen Schwierigkeiten beim Übergang zwischen Schule und Hochschule herauszufinden. Durch eine weitreichende Literaturanalyse werden jene Faktoren aufgezeigt, welche oftmals für einen schwierigen Studienbeginn oder sogar Studienabbruch relevant sind.

Neben den mathematischen Hürden werden auch weitere Studienabbruchgründe dargelegt. Durch eine Beschreibung der erstsemestrigen Lehrveranstaltungen des Mathematiklehramtsstudiums an der Universität Wien soll ein Einblick in einen Studienbeginn gewonnen werden.

Als eine der Unterstützungsmaßnahmen für den oftmals schwierigen Studienbeginn werden Brückenkurse näher betrachtet. Dafür werden Rahmenbedingungen, Ziele und Inhalte zuerst theoretisch erläutert und anschließend durch ein Beispiel illustriert. Auch Bücher werden als weitere Hilfe beschrieben. Besonderes Augenmerk liegt auch auf dem Angebot an mathematischen Vorbereitungskursen in Österreich. Dabei werden Kurse diverser Universitäten und Fachhochschulen beschrieben und dargestellt.

Ein Vergleich mathematischer Grundkompetenzen wird schließlich durch die Analyse zweier Anforderungskataloge erreicht. Dabei werden etwaige Wissenslücken seitens der Studienanfängerinnen und Studienanfänger aufgedeckt.

10.2. Englischer Abstrakt

There is a huge demand for well educated qualified employees in the sectors of economy, mathematics, computer science, natural sciences and engineering. The economic and educational systems face the task of staffing job openings with skilled personnel. One reason for this skill shortage is the difficult transition from school to university, which often causes a dropout.

The aim of the present diploma thesis is to find out the mathematical difficulties at the transition from school to university. With the help on an extensive literature review the factors responsible for an aggravated start of studies or even a dropout shall be found out.

Apart from mathematical obstacles further reasons for a study termination are mentioned. A description of the first courses of a mathematics teacher's training at the University of Vienna should enable to gain an insight into the start of studies.

As one of the support measures for the rather difficult start of studies bridging courses are closely looked at. Therefore, general conditions, goals and contents of these courses are first theoretically discussed and then illustrated with an example. Books are described as another form of support. Close attention is also drawn to the offer of bridging courses in Austria. In doing so, courses of various universities and technical colleges are outlined and depicted.

A contrast of mathematical basic skills shall be reached through an analysis of two requirements catalogues. This should also reveal any gaps in knowledge of first-year students.